



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

**José Carlos Galvão Baptista Nelas**

**MODELOS DE LOCALIZAÇÃO  
DE MEIOS DE SOCORRO  
PRÉ-HOSPITALAR**

**Tese realizada no âmbito do Doutoramento em Gestão – Ciência Aplicada à Decisão  
orientada pela Professora Doutora Joana Maria Pina Cabral Matos Dias e apresentada à  
Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra**

**Julho de 2021**





UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

José Carlos Galvão Baptista Nelas

**MODELOS DE LOCALIZAÇÃO  
DE MEIOS DE SOCORRO PRÉ-HOSPITALAR**

Tese realizada no âmbito do Doutoramento em Gestão – Ciência Aplicada à Decisão orientada pela Professora Doutora Joana Maria Pina Cabral Matos Dias e apresentada à Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra

Julho de 2021



À Paula, ao João e ao Bernardo.

Aos meus Pais.



## **AGRADECIMENTOS**

À minha orientadora, Professora Doutora Joana Matos Dias. Sem a sua orientação, motivação, apoio e incansável envolvimento não teria conseguido aqui chegar.

À Faculdade de Economia por me ter possibilitado, através Fundo de Apoio aos Estudantes de Doutoramento, a participação no ORAHS 2019.

A todos os meus colegas de trabalho por me terem dispensado “aquele bocadinho” para pensar esta tese.

Obrigado ao Hospital Pediátrico de Coimbra e à minha Supervisora e amiga Maria Eugénia Morais por, mais uma vez, me ter encorajado e ajudado no meu percurso escolar.

Obrigado ao Instituto Nacional de Emergência Médica pelos dados facilitados.

Ao meu amigo Adérito Araújo pela paciência e disponibilidade para me “abrir a porta da matemática” e me deixar espreitar. Aos seus bons conselhos.

À Rita, minha sobrinha, pelas várias leituras e pertinentes comentários num texto nem sempre fácil de entender.

Aos meus amigos e família pelo encorajamento constante.

À Paula, ao João e ao Bernardo pelo apoio permanente e pela tolerância para conviver comigo nos momentos mais difíceis.

A todos um grande muito obrigado!



## RESUMO

A localização de veículos de emergência é um tópico de pesquisa relevante. As decisões sobre onde localizar esses veículos têm um impacto crucial na qualidade do serviço de emergência prestado às populações, com consequências em termos de mortalidade e qualidade de vida. É importante garantir o acesso da população ao atendimento de emergência, sem esquecer a necessidade de utilizar da melhor forma possível todos os recursos disponíveis.

Neste trabalho, são apresentados novos modelos de programação linear inteira, que visam otimizar a localização de veículos de emergência. Estes modelos representam um avanço relativamente ao estado da arte, uma vez que permitem considerar, explicitamente, as possibilidades de substituíbilidade entre veículos de diferentes tipos e o tipo de atendimento que podem prestar, integrando as decisões de atribuição de veículos aos episódios de urgência nas decisões de localização dos veículos. Este é um aspeto relevante, pois tem influência na disponibilidade efetiva de veículos, aquando da ocorrência de um episódio de emergência. Um dos modelos desenvolvidos, para além da questão da substituíbilidade entre veículos, considera que episódio de emergência se pode desenvolver em diferentes etapas. Isto significa que, se o auxílio não chegar dentro de um determinado período de tempo, se pode considerar explicitamente a evolução do episódio de emergência com repercussões no tipo e quantidade de viaturas que devem ser enviadas (o atraso no socorro pode influenciar o agravamento do estado das vítimas, por exemplo).

Nesta tese, começa por se apresentar um modelo determinístico, que não se revela como o mais adequado uma vez que a ocorrência de episódios de emergência tem um carácter intrinsecamente estocástico, mas que facilita a leitura e compreensão dos restantes modelos apresentados. Assim, são desenvolvidos também modelos estocásticos, em que a incerteza em relação aos episódios de emergência é explicitamente representada através de cenários. Estes cenários são criados através de simulação de Monte Carlo, tendo em conta um conjunto de dados reais, e tendo também por base dados reais relativos ao distrito de Coimbra

As soluções encontradas pelos modelos desenvolvidos foram testadas considerando um conjunto de dados *out-of-sample*, representando o ou novos cenários desconhecidos do modelo que originou a solução, ou dados reais.

Os modelos desenvolvidos podem ser interpretados como modelos de cobertura. Foram considerados diferentes objetivos. Para além da maximização da cobertura esperada, foram ainda testados modelos que consideram como objetivo a minimização do máximo arrependimento e maximização da menor cobertura. No modelo que considera a evolução do episódio por etapas, foi considerada uma função objetivo que privilegia o atendimento mais rápido dos episódios.

Uma análise crítica das soluções obtidas através dos modelos, e de uma comparação com a solução atual existente, permite concluir que a utilização destas metodologias pode representar uma mais-valia no processo de tomada de decisão no contexto de problemas de localização de meios de socorro em ambiente pré-hospitalar.

**Palavras-Chave:**

Localização; veículos de emergência; hierárquico; incerteza; otimização.

## ***ABSTRACT***

The location of emergency vehicles is a relevant research topic. Decisions about where to locate these vehicles have a crucial impact on the quality of emergency services provided to populations, with consequences in terms of mortality and quality of life. It is important to guarantee the population's access to emergency care, without forgetting the need to make the best use of all the available resources.

In this work, new integer linear programming models are presented, which aim to optimize the location of emergency vehicles. These models represent an advance in relation to the existing state of the art, since they explicitly consider the possibilities of substitutability between vehicles of different types and the type of service they can provide, integrating the assignment decisions of vehicles to emergency episodes in the vehicle location decisions. This is a relevant aspect, since this assignment influences the effective availability of vehicles, whenever an emergency episode occurs. One of the models developed, in addition to the question of substitutability between vehicles, assumes that each emergency episode can be developed in different stages. This means that, if the aid does not arrive within a certain period of time, the evolution of the emergency episode can be explicitly considered with repercussions on the type and quantity of vehicles that must be sent (the delay may worsen the victims' state, for example).

This work first describes a deterministic model, that proves not to be the most suitable to represent the problem, since the occurrence of emergency episodes has an intrinsically stochastic character, but that is useful for a better understanding of the models described in this work. Thus, stochastic models are also developed, where uncertainty regarding emergency episodes is explicitly represented through the use of scenarios. These scenarios are created through Monte Carlo simulation, generated based on a set of real data of Coimbra district.

The solutions found by the developed models were tested with *out-of-sample* data, representing either new and unknown scenarios or real data.

The developed models can be interpreted as covering models. Different objectives were considered. In addition to the maximization of the expected coverage, the minimization of the maximum regret and the maximization of the minimum coverage were also considered. In the model that considers the evolution of the episode in stages, the objective function favors the coverage of the episodes in its earlier stages.

A critical analysis of the solutions obtained by applying the models, and a comparison with the current existing solution, allows us to conclude that the use of these methodologies can represent an added value in the decision-making process in the context of problems of locating emergency vehicles.

***Keywords:***

*Location; emergency vehicles; hierarchical; uncertainty; optimization.*

## **SIGLAS, ABREVIATURAS E ACRÓNIMOS**

AEM - Ambulância de Emergência Médica

AG- Algoritmo Genético

AS - Ambulâncias de Socorro

ASIV- Ambulâncias de Suporte Imediato de Vida

BV- Bombeiros Voluntários

BM- Bombeiros Municipais

BS- Bombeiros Sapadores

Max Cob. Esp.- Máxima Cobertura Esperada

CODU- Centro de Orientação de Doentes Urgentes

CV- Cruz Vermelha

DAE- Desfibrilhação Automática Externa

DRC- Direção Regional do Centro

DRP- *Dynamic Redeployment Problem*

Ep.- Episódio

FLEET- *Facility-Location Equipment-Emplacement Technique*

HEM- Helicóptero de Emergência Médica

HD- Hospital Distrital

HG-CHUC- Hospital Geral - Centro Hospitalar e Universitário de Coimbra

HUC-CHUC- Hospitais da Universidade de Coimbra - Centro Hospitalar e Universitário de Coimbra

INEM- Instituto Nacional de Emergência Médica

Max. Cob. P. Resultado - Maximização da Cob. do Pior Resultado

MEM - Motociclo de Emergência Médica

MLCC- Modelo de Localização de Cobertura de Conjuntos

MLDC- Modelo de Localização de Dupla Cobertura

MLMC- Modelo de Localização de Máxima Cobertura

MLMC-RD- Modelo de Localização de Máxima Cobertura - Realocação Dinâmica

MLMCE- Modelo de Localização de Máxima Cobertura Esperada

MLMCE-RD Modelo de Localização de Máxima Cobertura Esperada - Realocação Dinâmica

Min. Max. Arr.- Minimizar o Máximo Arrependimento

PCR- Paragem Cardiorrespiratória

PLMD- Problema de Localização de Máxima Disponibilidade

PLMCE- Problema de Localização de Máxima Cobertura Esperada

PLMCE-RD- Problema de Localização de Máxima Cobertura Esperada - Realocação Dinâmica

RP- *Redeployment Problem*

SAV- Suporte Avançado de Vida

SBV- Suporte Básico de Vida

SIEM- Sistema Integrado de Emergência Médica

SIV- Suporte Intermédio de Vida

Sol. - Solução

SUB- Serviço de Urgência Básica

TEPH- Técnico de Emergência Pré-hospitalar

VMER- Viatura Médica de Emergência e Reanimação

VN- Vila Nova

## INDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Modelos discretos de localização. (Daskin, 2008) .....	12
Figura 2-Linha temporal de ocorrência de episódios (exemplo 2).....	58
Figura 3- Linha temporal de ocorrência de episódios (exemplo 3).....	60
Figura 4- Distribuição geográfica dos veículos de emergência.....	74
Figura 5- Definição de diferentes zonas para a geração de cenários.....	75
Figura 6- Ocorrência de episódios de acordo com a hora do dia .....	77
Figura 7- Localização dos episódios de emergência para os 30 cenários .....	82
Figura 8- Localização dos episódios de emergência não cobertos quando consideramos a localização de veículos propostos pelo modelo de máxima cobertura esperada .....	86
Figura 9- Evolução de solução quando aplicada metaheurística.....	105
Figura 10- Exemplo de representação de um episódio, através de três episódios fictícios, que permitem ter em conta atrasos no socorro .....	109
Figura 11- Distribuição geográfica dos veículos de emergência existentes em 2017.....	119
Figura 12- Distribuição relativa dos episódios de emergência por concelho em 2017 .....	120
Figura 13- Distribuição dos episódios por nível de assistência em 2017.....	120
Figura 14- Distribuição dos acionamentos por tipo de veículo para os 50732 episódios .....	121
Figura 15- Variação no número de ativações de acordo com a hora do dia.....	122
Figura 16- Distribuição relativa dos episódios de emergência por região e mês do ano .....	122
Figura 17- Distribuição dos veículos de emergência proposta pelo modelo.....	130
Figura 18-Percentagem de episódios cobertos nas etapas 3 e 4, por município, na solução atual .	133
Figura 19- Percentagem de episódios cobertos nas etapas 3 e 4, por município, na solução calculada.....	133



## INDICE DE TABELAS

Tabela 1-Exemplo de matriz de substituição .....	50
Tabela 2- Número de veículos necessários por episódio (exemplo 1) .....	58
Tabela 3- Matriz de incompatibilidade entre episódios (exemplo 1) .....	59
Tabela 4- Número de veículos necessários por episódio (exemplo 3) .....	61
Tabela 5- Localização atual de veículos de emergência .....	73
Tabela 6- Matriz de substitubilidade direta entre diferentes tipos de veículos .....	75
Tabela 7- Alterações da localização de veículos de emergência na solução atual e na Solução de Máxima Cobertura Esperada .....	83
Tabela 8- Comparação resumida dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização atual e a solução de localização para o modelo de Máxima Cobertura Esperada .....	85
Tabela 9- Alterações da localização veículos de emergência na solução de Máxima Cobertura Esperada com e sem AS fixas .....	88
Tabela 10- Comparação resumida dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização para o Solução de Máxima Cobertura Esperada com e sem AS fixas.....	89
Tabela 11- Análise de sensibilidade para o aumento do número de veículos disponíveis para o conjunto de dados de 30 cenários, mantendo os tipos de veículos.....	90
Tabela 12- Alterações da localização de veículos de emergência na solução atual e na solução Maximização de Cobertura do Pior Resultado.....	91
Tabela 13- Comparação resumida dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização atual e a solução de localização para a de Maximização de Cobertura do Pior Resultado .....	92
Tabela 14- Alterações da localização de veículos de emergência para o Maximização da Cobertura do Pior Resultado com e sem AS fixas .....	93
Tabela 15- Comparação resumida dos resultados de cobertura obtidos para a Solução de Maximização do Pior Resultado e de Maximização do Pior Resultado com AS fixas ..	94

Tabela 16- Alterações da localização atual de veículos de emergência e a solução de Minimização do Máximo Arrependimento.....	95
Tabela 17- Comparação resumida dos resultados obtidos para a cobertura dos episódios de emergência com a solução de localização Atual e Minimização do Máximo Arrependimento. ....	96
Tabela 18- Alteração da localização de veículos de emergência nas soluções Minimização do Máximo Arrependimento e Minimização do Máximo Arrependimento com AS fixas..	97
Tabela 19-Comparação resumida dos resultados obtidos para a cobertura dos episódios de emergência com a solução de localização Minimização do Máximo Arrependimento e Minimização do Máximo Arrependimento com AS fixas.....	98
Tabela 20- Resumo dos resultados obtidos nos 30 cenários.....	98
Tabela 21- Resumo dos resultados obtidos nos 30 cenários quando fixamos as AS.....	99
Tabela 22- Resumo dos resultados obtidos nos 15 cenários <i>out-of-sample</i> .....	100
Tabela 23- Resumo dos resultados obtidos, considerando o conjunto de 15 cenários <i>out-of-sample</i> , fixando as AS nas posições atuais. ....	100
Tabela 24- Veículos de emergência disponíveis para o distrito de Coimbra em 2017.....	118
Tabela 25- Comparação entre as localizações dos veículos de emergência entre a solução atual e a solução calculada.....	129
Tabela 26- Comparação dos valores de cobertura obtidos na solução atual e na calculada pelo modelo com os <i>in-sample</i> .....	131
Tabela 27- Comparação dos valores de cobertura obtidos na solução atual e na calculada pelo modelo com os dados <i>out-of-sample</i> .....	132
Tabela 28 - Comparação entre a localização de veículos de emergência na solução atual e na Solução de Máxima Cobertura Esperada.....	157
Tabela 29- Comparação dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização atual e a solução de localização para o modelo Máxima Cobertura Espera.....	158
Tabela 30- Comparação entre a localização veículos de emergência na solução de Máxima Cobertura Esperada com e sem AS fixas.....	159

Tabela 31- Comparação dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização para o Solução de Máxima Cobertura Esperada com e sem AS Fixa .....	160
Tabela 32 - Comparação entre a localização de veículos de emergência na solução atual e na solução Maximização do Pior Resultado .....	161
Tabela 33- Comparação dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização atual e a solução de localização para a de Maximização do Pior Resultado .....	162
Tabela 34- Comparação das soluções para a localização de veículos de emergência para o Maximização do Pior Resultado com e sem AS fixas.....	163
Tabela 35- Comparação dos resultados de cobertura obtidos para a Solução de Maximização do Pior Resultado e de Maximização do Pior Resultado com AS fixas.....	164
Tabela 36- Comparação entre a localização atual de veículos de emergência e a solução de Minimização do Máximo Arrependimento .....	165
Tabela 37- Resultados obtidos para a cobertura dos episódios de emergência com a solução de localização Atual e Minimização do Máximo Arrependimento.....	166
Tabela 38- Localização de veículos de emergência nas soluções Minimização do Máximo Arrependimento e Minimização do Máximo Arrependimento com AS fixas .....	167
Tabela 39-Resultados obtidos para a cobertura dos episódios de emergência com a solução de localização Minimização do Máximo Arrependimento e Minimização do Máximo Arrependimento com AS fixas.....	168



# ÍNDICE GERAL

INTRODUÇÃO .....	1
<b>1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>7</b>
1.1. URGÊNCIA, EMERGÊNCIA E SISTEMAS DE SOCORRO .....	7
1.2. MODELOS MATEMÁTICOS .....	11
1.2.1. Modelos estáticos.....	18
1.2.2. Modelos dinâmicos de realocação.....	30
1.2.3. Modelos Multiobjectivo.....	38
1.3. ALGORITMOS DE RESOLUÇÃO.....	41
<b>2. MODELOS CONSIDERANDO A SUBSTITUIBILIDADE DOS VEÍCULOS.....</b>	<b>47</b>
2.1. MODELO DETERMINÍSTICO .....	47
2.2. MODELOS ESTOCÁSTICOS .....	61
2.2.1. Modelo de Maximização da Cobertura Esperada .....	61
2.2.2. Modelo de Minimização do Máximo Arrependimento.....	66
2.2.3. Modelo de Maximização da Cobertura no Pior Caso.....	67
<b>3. ESTUDO DE CASO I.....</b>	<b>69</b>
3.1. ENQUADRAMENTO .....	70
3.2. GERAÇÃO DE CENÁRIOS .....	72
3.2.1. Dados utilizados .....	72
3.2.2. Metodologia de construção dos cenários.....	77
3.2.3. Análise dos resultados .....	81
3.2.4. Mateheurística.....	101
<b>4. MODELO DE COBERTURA CONSIDERANDO A EVOLUÇÃO DOS EPISÓDIOS DE EMERGÊNCIA.....</b>	<b>107</b>
<b>5. ESTUDO DE CASO II .....</b>	<b>117</b>
5.1. DADOS UTILIZADOS.....	117

5.2. GERAÇÃO DE CENÁRIOS .....	123
<b>5.2.1 Apresentação, análise e discussão dos resultados obtidos.....</b>	<b>128</b>
<b>6. CONCLUSÃO.....</b>	<b>135</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>139</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>155</b>

## INTRODUÇÃO

O apoio à decisão sobre a localização de infraestruturas, inclui métodos de modelação, formulação e resolução de problemas relacionados com a localização de equipamentos num determinado espaço pré-definido. Os modelos de localização são boas ferramentas de apoio à decisão de localização de recursos de saúde.

A sua correta localização é particularmente importante quando se têm em conta as consequências que podem advir da sua subutilização ou sobreutilização, quer seja pela ausência de equipamentos adequados ou de alternativas que os possam substituir, quer seja pelo uso indevido que muitas vezes se faz dos equipamentos existentes. Temos, como exemplo, a iniquidade existente na assistência pré-hospitalar às populações do meio rural em relação às do meio urbano ou a sobreutilização dos serviços de urgência hospitalar. As consequências de que falamos não se limitam aos custos ou ao incómodo para o utente, podendo também implicar um aumento da mortalidade e morbilidade das populações (Daskin & Dean, 2004; Başar, Çatay & Ünlüyurt, 2012).

Dentro dos equipamentos relacionados com a prestação de serviços de saúde, os serviços de emergência pré-hospitalar revestem-se de especial interesse. São utilizados diariamente por um elevado número de utentes e desempenham um papel muito importante nos cuidados de saúde, diminuindo a mortalidade e morbilidade. A importância da tomada de decisão nesta área, tendo em conta as consequências que daí podem advir, tem atraído, desde os anos 60 do século passado, a atenção de cientistas da área de investigação operacional, bem como de profissionais e de gestores de saúde (Aringhieri, Bruni, Khodaparasti & van Essen, 2017). Aspectos relacionados com a utilização eficiente dos recursos e com os orçamentos dos governos motivam o estudo atento da organização e da localização destes meios (Li, Zhao, Zhu & Wyatt, 2011).

A necessidade de sustentar a decisão de localização de bases de meios de socorro pré-hospitalar motivou-nos a procurar desenvolver modelos que apoiem esta atividade. Pretendemos, ainda, responder ao carácter de incerteza do contexto real com a implementação de características de substituibilidade entre meios de socorro, considerando de forma explícita a hierarquia existente na tipologia assistencial. Assim, o principal

objetivo deste trabalho é desenvolver ferramentas que ajudem à tomada de decisão na localização de veículos de emergência. Estas ferramentas assentam na construção de modelos matemáticos que consideram explicitamente a incerteza e o dinamismo do contexto em estudo, tendo em atenção o número de veículos existentes, o seu nível de cuidados, e os tempos de espera por socorro que se consideraram aceitáveis.

O trabalho desenvolvido integra, numa primeira fase de forma determinística, um modelo matemático de otimização que evolui para uma versão estocástica, em que a incerteza é tida em conta de forma explícita. Os modelos foram testados considerando um conjunto de cenários construídos a partir de dados reais (tanto *in-sample* como *out-of-sample*). Os resultados obtidos validam esta abordagem como uma opção para a determinação da localização ótima de bases de emergência.

Neste trabalho, são apresentados novos modelos para localização de veículos de emergência. Estes modelos foram desenvolvidos de forma a representar o modo como a localização dos veículos de emergência é organizado em Portugal, onde a estratégia de socorro utilizada é principalmente de estabilização do estado de saúde da vítima, no local da ocorrência, antes de a transportar para o hospital. No entanto, a gravidade da situação e os cuidados hospitalares existentes têm preponderância na decisão da estratégia a ser adotada em cada caso específico. Os modelos desenvolvidos são diferentes dos conhecidos na literatura por considerarem simultaneamente:

1. A existência de diferentes veículos capazes de prestar diferentes níveis de cuidados de emergência;
2. A possibilidade de substituição entre veículos de diferentes tipos tendo em conta os níveis de assistência que podem prestar;
3. A possibilidade de mais do que um veículo, do mesmo tipo ou de tipos diferentes, serem necessários no mesmo episódio;
4. A existência de uma matriz de incompatibilidade que define se um determinado veículo pode ou não ser atribuído simultaneamente a dois episódios de emergência diferentes, levando em consideração os períodos de ocorrência desses episódios. Essa matriz permite que o modelo tenha uma característica dinâmica, sem a necessidade de indexar variáveis de decisão no tempo, o que é uma mais-valia atendendo à dimensão do modelo;

## 5. A indisponibilidade de veículos devido a ativações anteriores.

Para além destes aspetos, um dos modelos desenvolvidos considera ainda a possível evolução do estado do episódio de emergência, caso não seja possível enviar a assistência necessária dentro do tempo máximo determinado. Esta evolução pode ter impactos no tipo e número de veículos que venham a ser necessários.

Na versão estocástica do modelo, a incerteza é explicitamente tida em conta através da construção de cenários, e os modelos desenvolvidos seguem uma abordagem de programação estocástica em duas etapas.

Tendo esta estrutura de base em comum, foram desenvolvidos diferentes modelos que se baseiam em diferentes pressupostos.

Numa primeira fase, considera-se que os episódios a que não for possível dar assistência dentro do prazo estabelecido não receberão nenhum tipo de assistência, e pretende-se maximizar a cobertura esperada. Esta cobertura só é considerada quando todos os veículos necessários são encaminhados para o episódio, respeitando o tempo máximo definido.

Ainda considerando este pressuposto, foram desenvolvidas duas variantes, considerando objetivos diferentes. Uma primeira alteração considera a minimização do máximo arrependimento, em vez da maximização da cobertura esperada. Isto significa que a solução ótima minimiza a máxima diferença entre a cobertura ótima que seria conseguida se a localização das viaturas apenas considerasse um cenário (solução ótima do cenário) e a cobertura obtida nesse cenário com a solução do problema global (que considera todos os cenários simultaneamente). Um outro modelo considera a maximização da cobertura no pior caso, ou seja, olha para o cenário em que a cobertura está a ser pior em termos da percentagem de episódios que recebem os veículos adequados dentro do tempo limite estabelecido, e tenta maximizar esta cobertura.

O pressuposto de não assistência a alguns episódios é muito forte, e não corresponde ao que se passa na situação real. Em contexto real, todos os episódios recebem assistência, que pode é não ser a mais adequada (podem não chegar todos os veículos do tipo mais adequado, ou chegarem já fora da janela temporal definida como adequada). Assumir-se que um episódio não coberto não recebe nenhum veículo pode fazer com que se considerassem como disponíveis recursos que poderiam, numa situação real, estar afetos a

episódios que não foi possível assistir dentro do limite máximo estabelecido. Apesar do impacto deste pressuposto ser, de alguma forma, mitigado por também não se considerar a existência de veículos fora da zona geográfica determinada, e que poderiam vir prestar assistência no caso de haver limitação do número de veículos disponíveis, considerou-se ser útil estudarem-se outros modelos.

Assim, foi também desenvolvido um modelo em que se obriga a que todos os episódios recebam assistência, mesmo que esta chegue mais tarde do que o desejável ou que não seja possível enviar o(s) veículo(s) mais(s) adequado(s). Para além disso, e na sequência de possíveis atrasos no envio da assistência, considerou-se também a possibilidade de alteração do estado de saúde do utente pelo tempo de espera pelo socorro. Esta alteração pode ter impactos no número e tipo de veículos que é necessário enviar para a ocorrência.

A contribuição singular deste trabalho pode ser definida como sendo o desenvolvimento de modelos de otimização para localização de veículos de emergência pré-hospitalar, capazes de incorporar um maior número de características do problema real do que os modelos já existentes, nomeadamente, a substituição de veículos, a indisponibilidade dos mesmos e a evolução dos episódios de emergência, levando a soluções que darão um melhor suporte ao processo de tomada de decisão e, por esse motivo, a um impacto importante na qualidade da solução produzida.

A tese que apresentamos está organizada em forma de capítulos. No primeiro capítulo é apresentada a revisão bibliográfica, tendo em atenção o conhecimento produzido mais recentemente sobre o assunto em estudo, ou estudos menos recentes, mas que se consideraram relevantes para o trabalho desenvolvido. No subcapítulo 1.1. são abordados alguns conceitos que concorrem para o enquadramento do tema, tais como os conceitos de urgência, emergência e sistemas de socorro, observando os tempos de socorro preconizados na literatura como possíveis indicadores para os melhores resultados, e tendo em atenção a realidade de outros países no que concerne ao tipo de abordagem pré-hospitalar. Apresentamos também, no subcapítulo 1.2., os modelos mais utilizados neste tipo de problemas de localização, tendo em conta as suas características estáticas ou dinâmicas, e realçando a dimensão multiobjectivo de alguns desses modelos. Este capítulo é finalizado com uma visão geral acerca de abordagens algorítmicas utilizadas, nomeadamente heurísticas (subcapítulo 1.3).

No segundo capítulo são apresentados os diferentes modelos desenvolvidos. Começamos por apresentar a versão determinística do primeiro modelo (subcapítulo 2.1), de forma a facilitar a compreensão do modelo. Os restantes modelos, já nas suas versões estocásticas, são apresentados no subcapítulo 2.2. No subcapítulo 2.2.1. apresenta-se o modelo que tem como função objetivo a maximização da cobertura esperada. Com o intuito de conferir maior robustez às soluções calculadas, foram criadas alterações ao modelo estocástico inicial, considerando a minimização do máximo arrependimento (subcapítulo 2.2.2.) e de maximização da cobertura no pior caso (subcapítulo 2.2.3.).

O capítulo 3 é dedicado à aplicação destes modelos, recorrendo a um estudo de caso que utiliza cenários construídos com base em dados reais. A metodologia para a construção destes cenários é explicada nesse capítulo. São ainda apresentados e analisados os resultados obtidos para os diferentes modelos considerados. É descrita uma heurística desenvolvida para o problema da maximização da cobertura esperada, e compara-se o desempenho desta heurística com o ótimo obtido através da resolução pelo *general solver*.

O capítulo 4 apresenta um novo modelo que considera a evolução das ocorrências em etapas, com possíveis alterações às necessidades de veículos, e obrigando a que todas as ocorrências recebam assistência.

O capítulo 5 é dedicado à apresentação e análise dos resultados obtidos pela aplicação deste modelo com utilização de dados reais fornecidos pelo INEM e respeitantes à atividade de emergência no distrito de Coimbra, no ano de 2017, e em cenários *out-of-sample*.

Encerramos o trabalho no capítulo 6, com a apresentação das principais conclusões e das dificuldades sentidas na aplicação dos modelos. Procuramos ainda lançar algumas questões que podem motivar linhas futuras de investigação.

No final deste documento constam, como anexos, as tabelas completas de localizações propostas pelos modelos e dos resultados obtidos com a sua aplicação.



# 1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para a realização da pesquisa bibliográfica foram utilizadas as bases de dados B-on e Proquest, tendo como palavras-chaves para pesquisa de artigos: “*location*”, “*ambulances*”, “*emergency*”, “*maximal*”, “*covering*”. Incidimos a nossa pesquisa em artigos, teses e relatórios publicados maioritariamente a partir de 2000, dos quais selecionámos os que considerámos mais representativos. Todavia, para a orientação da pesquisa, utilizámos outros artigos anteriores a essa data, que nos pareceram relevantes pelos contributos que deram à área.

Antes de entrarmos na exploração dos modelos matemáticos com que mais nos identificamos para a resolução do nosso problema, procuraremos esclarecer alguns conceitos da área do socorro pré-hospitalar.

No que diz respeito à modelação matemática, exploraremos os modelos de maximização da cobertura e as extensões existentes.

## 1.1. URGÊNCIA, EMERGÊNCIA E SISTEMAS DE SOCORRO

Com o objetivo de diferenciar os conceitos de urgente e emergente, alguns autores (Fitzgerald, Jelinek, Scott & Gerdtz, 2010) abordam-nos tendo em conta características como o tempo de resposta, gravidade da situação e consequências que acarretam. São unânimes em considerar que as situações catalogadas como de emergência necessitam de um tempo de resposta imediato, colocam em causa funções vitais do paciente e, conseqüentemente, em risco a sua vida, isto é, um evento grave já se iniciou. Na situação de urgência o evento ainda não teve início, mas existe risco elevado disso acontecer. Consideraremos, na nossa pesquisa, artigos que não diferenciam a procura entre urgente e emergente, e aqueles em que existe uma divisão dos recursos entre básicos e avançados, com uma clara assunção, apesar de poder não estar expressa, da diferença existente entre situação de urgência e de emergência.

O estabelecimento do tempo adequado de socorro tem sido alvo de diversos estudos, no sentido de encontrar um intervalo seguro de assistência. Sánchez-Mangas, García-Ferrrer, De Juan & Arroyo (2010) sugerem que, por cada 10 minutos de redução no tempo de assistência em situações de trauma, a probabilidade de morte diminui um terço. Também

Ma et al. (2019) referem dois tempos críticos na assistência em trauma: 5,5 minutos após o início do episódio, em que se inicia o declínio mais rápido da hipótese de sobrevivência, e 17 minutos como o “tempo de ouro” para o resgate e evacuação dos utentes.

Uma grande percentagem de mortes provocadas por acidentes rodoviários derivam de traumatismos em que uma abordagem precoce, nomeadamente por leigos com conhecimento de primeiros socorros, minimizaria os efeitos nefastos, diminuindo a mortalidade associada (Oliver, Walter & Redmond, 2017). No que diz respeito à assistência de vítimas com enfarte agudo do miocárdio, Heestermans & Hof (2010) confirmam que o início precoce do socorro, com a administração de fármacos ainda na ambulância, estão relacionados com um melhor prognóstico da doença, evitando a morte. O Instituto Nacional de Emergência Médica (INEM, 2019a) afirma que, em matéria de paragem cardiorrespiratória (PCR), o objetivo é conseguir desfibrilhar, nas situações em que se aplica este tratamento, nos primeiros 3 minutos após ativação dos serviços de emergência. Afirma, ainda, que se esta manobra for realizada até 3 a 5 minutos após a PCR, a sobrevida aumenta entre 50% a 70% e que cada minuto de atraso na desfibrilhação reduz a probabilidade de sobrevivência entre 10 e 12%.

Até 1967, o Suporte Avançado de Vida (SAV) não existia no atendimento pré-hospitalar. Todos os pacientes eram transportados para o hospital com o acompanhamento de profissionais com formação em Suporte Básico de Vida (SBV) ou por técnicos de emergência. A primeira menção à prestação de SAV no ambiente pré-hospitalar foi proposta por Pantridge & Geddes (1967) ao conceber uma unidade móvel, de cuidados intensivos, capaz de transportar pacientes com enfarte agudo do miocárdio para o hospital, prestando SAV no local e durante o transporte. Desde então, as unidades e sistemas de SAV pré-hospitalares foram introduzidos, desenvolvidos e expandidos de acordo com as possibilidades e características de cada país (Lieberman, Branas, Mulder, Lavoie & Sampalis, 2004).

Existem referências na literatura (Beuran, M et al., 2012; Lieberman et al., 2004) a duas estratégias que são utilizadas como base da organização da assistência de emergência pré-hospitalar. A estratégia *scoop and run / load and go*, mais usada nos Estados Unidos da América (EUA), consiste no transporte, com a maior rapidez possível, para o centro de emergência mais próximo, assistindo o paciente durante esse período em vez de tentar

estabilizar a situação no local do episódio. A equipa de assistência é constituída, principalmente, por paramédicos ou técnicos de emergência e a sua atuação consiste em intervenções não invasivas, tais como a primeira abordagem de feridas, controlo de hemorragias externas, imobilização da coluna vertebral e de fraturas, administração de oxigénio, reanimação cardiopulmonar não invasiva e uso de dispositivos básicos das vias aéreas (tubos oro/nasofaríngeos e insufladores manuais). Essas técnicas são fáceis de executar, requerem pouco tempo adicional no local, geralmente podem ser concluídas durante o percurso e têm sido amplamente aceites como sendo necessárias para o tratamento agudo de pacientes no ambiente pré-hospitalar. A outra estratégia, denominada *stay and play / treat then transfer*, usada principalmente em países europeus tais como Alemanha, França, Espanha, leva médicos e enfermeiros ao paciente e procede à estabilização ventilatória e hemodinâmica no local, após a qual se inicia o transporte. No entanto, nos últimos 30 anos em Portugal, o SAV no ambiente pré-hospitalar também foi aceite como necessário para vítimas de trauma grave e foi amplamente implementado, abrangendo todas as técnicas de SBV mencionadas anteriormente, além de procedimentos invasivos, incluindo intubação, iniciação do acesso intravenoso com reposição de fluídos, administração de medicamentos. Assenta na lógica de que essas intervenções prevenirão o agravamento do estado do doente, estabilizando-o antes da chegada ao hospital.

Noutros países, como por exemplo no Brasil, coexistem as duas estratégias de socorro. Num estudo comparativo do desempenho de cada uma em situações de trauma na cidade de Catanduva, estado de São Paulo, não foram encontradas diferenças significativas na mortalidade ou nos resultados de atuação na utilização dos dois modelos (Gonsaga, Brugugnolli & Fraga, 2012).

Para Ebben et al. (2013), as duas estratégias têm as suas virtudes e falhas, sendo, por isso, arriscado dizer qual será a mais eficaz. No que diz respeito às situações de trauma, os autores consideram que a abordagem para o atendimento pré-hospitalar deve ser decidida tendo em conta o mecanismo da lesão (trauma contuso versus penetrante), a distância ao centro de trauma (áreas urbanas versus áreas rurais) e o tipo de recursos disponíveis.

Atualmente, são amplamente discutidas as vantagens de cada um dos sistemas, de acordo com a tipologia dos cuidados necessários. Para Beuran, M. et al. (2012), numa revisão de literatura que se foca na assistência às vítimas de trauma, a utilização equilibrada das duas

estratégias é a atitude mais correta. Já De Souza Minayo & Deslandes (2008), após a análise do sistema de socorro pré-hospitalar em vigor no Brasil, advogam a expansão do Serviço de Atendimento Móvel de Urgência que se orienta pelos princípios de prestação de SAV no local do acidente, apesar de coexistir o modelo *scoop and run / load and go* em alguns estados do mesmo país. Dretzke, Sandercock, Bayliss & Burls (2004), num estudo realizado para avaliar a eficácia clínica e o custo/efetividade da reposição de fluídos via intravenosa no local da ocorrência em vítimas de trauma, referem que a metodologia *scoop and run / load and go* ganha cada vez mais defensores, dando como exemplo o caso do Reino Unido. Na realidade, não existem evidências de que a utilização da estratégia *stay and play / treat then transfer* esteja relacionada com melhores resultados para os acidentados, pelo atraso que provoca na chegada ao hospital. Liu & Bai (2018), num artigo que pretende suportar as opções de dimensionar um sistema de atendimento de trauma na China, referem as vantagens e desvantagens de ambos os sistemas, tendo como comparação o que é utilizado nos EUA versus Alemanha, e afirmam que a decisão da estratégia de abordagem da vítima de trauma deverá ter em consideração o mecanismo de lesão, a distância desde o local do acidente até ao centro de trauma mais próximo e os recursos disponíveis (tal como já tinha sido defendido anteriormente por Ebben et al. (2013)).

Poppe et al. (2015), a propósito da utilização precoce da técnica de circulação extracorpórea em unidades hospitalares na assistência de vítimas de paragem cardíaca por doença, referem que existem critérios relacionados com as características da vítima e com o seu estado de saúde para a utilização da estratégia de *scoop and run / load and go*, possibilitando, desta forma, a atempada utilização da técnica de circulação extracorpórea com benefícios para o doente.

Em Portugal, o modelo de organização do socorro está definido, maioritariamente, para a perspetiva de *stay and play / treat then transfer*. No entanto, a gravidade da situação, o tipo de veículos de socorro disponíveis e os cuidados hospitalares que se afiguram como necessários têm maior preponderância na decisão do tipo de socorro a proporcionar (SAV versus SBV), isto é, na decisão de ficar e estabilizar a vítima ou de a transportar de imediato para o hospital.

## 1.2. MODELOS MATEMÁTICOS

A localização de meios de emergência tem vindo a ser estudada por diversos autores ao longo das últimas décadas (Andrade & Cunha, 2015; McCormack & Coates, 2015; Moeini, Jemai & Sahin, 2015; Razi & Karatas, 2016, entre outros). Inicialmente, a maioria dos modelos utilizados no estudo destes problemas tinha características determinísticas. Posteriormente, foram desenvolvidos alguns modelos probabilísticos no sentido de responder à incerteza do meio envolvente. É este percurso que vamos tentar descrever.

Historicamente, atribui-se a Toregas, Swain, ReVelle & Bergman (1971) a primeira publicação em que é apresentado um problema de localização utilizando o modelo *set covering* (cobertura de conjuntos) no posicionamento de serviços de emergência (Daskin & Dean, 2004; Li, Zhao, Zhu & Wyatt, 2011; Schmid & Doerner, 2010). Nesse artigo, a função objetivo centra-se na minimização de pontos de oferta, garantindo que cada ponto de procura seja servido por, pelo menos, um ponto de oferta.

Tradicionalmente, os problemas de localização de recursos em emergência lidam com dois tipos de decisões: onde situar os equipamentos e em que quantidade. Para responder a estas questões, considera-se que são conhecidos os pontos de procura e de possível localização para os recursos (Li, Zhao, Zhu & Wyatt, 2011), atendendo a restrições que impõem um limite máximo ao número de meios de socorro a localizar, ou um limite mínimo à percentagem de população a ser satisfeita ou, ainda, que obrigam a que sejam tidos em conta limites orçamentais.

Inicialmente, os modelos utilizados para a representação deste problema assumiam características determinísticas, o que significa que não consideravam, de forma explícita, a incerteza associada às situações reais, o que constitui uma séria limitação. Mais recentemente, aproximando os modelos da realidade do sistema de emergência médica, outros tipos de modelação matemática têm vindo a ser apresentados considerando, por exemplo, as questões relacionadas com a incerteza (Zhou, Liu, Zhang & Gan, 2017) ou com a sobrevivência (Knight, Harper & Smith, 2012; Leknes, Aartun, Andersson, Christiansen & Granberg, 2017).

A proposta taxonómica de Daskin (2008), representada na figura 1, categoriza os modelos de localização discretos. Esta maior visibilidade dada pelo autor a estes modelos é

justificada, segundo o mesmo, por serem os mais frequentemente utilizados nos problemas de localização em saúde. Também Ahmadi-Javid, Seyedi & Syam (2017) fazem referência aos modelos discretos como sendo usados em diferentes contextos práticos “em particular nos sistemas de saúde”.

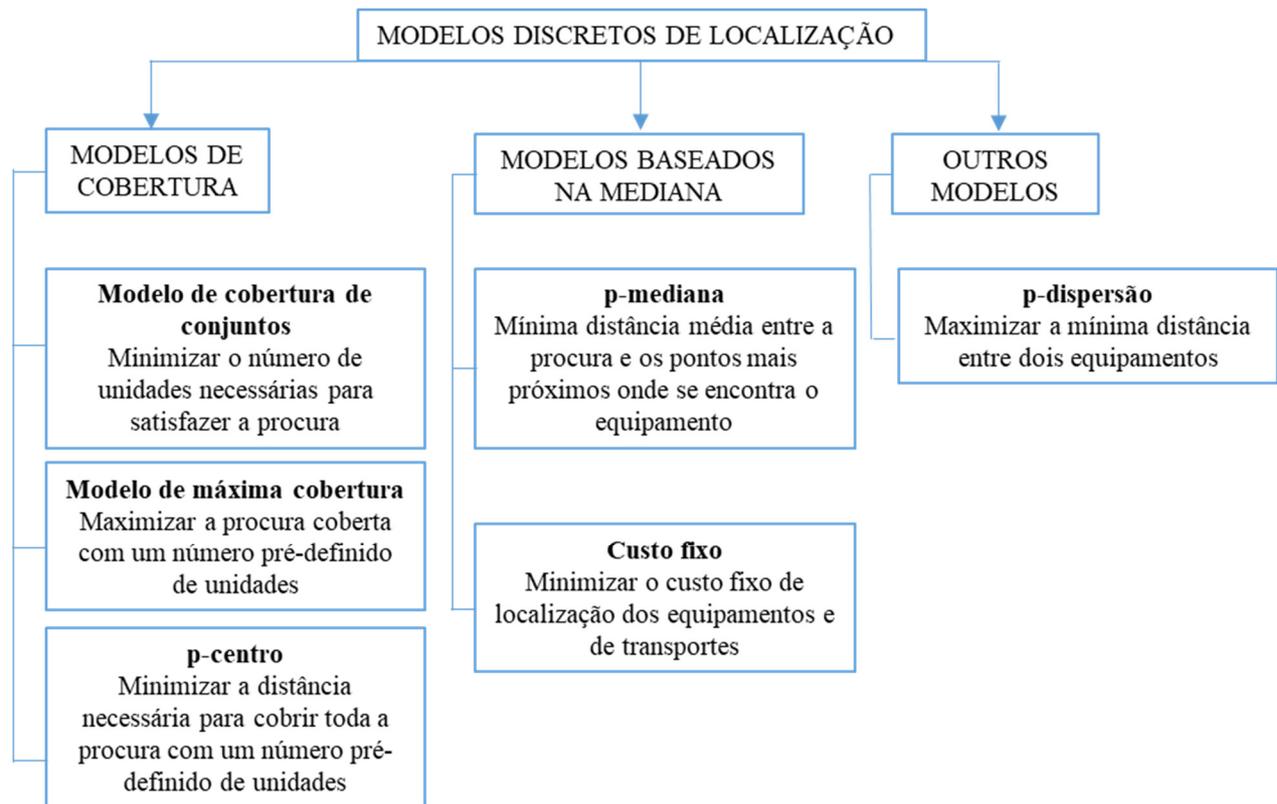


Figura 1 - Modelos discretos de localização (Daskin, 2008)

De acordo com a figura apresentada, os modelos discretos de localização são divididos em três grupos:

- I. Os modelos de cobertura, que se baseiam no estabelecimento de limites máximos de distâncias ou tempos para a satisfação da procura, procurando a máxima abrangência, ora maximizando a população com cobertura, ora minimizando a distância máxima necessária para satisfazer essa procura, utilizando um número mínimo de recursos.
- II. Os modelos baseados na mediana como os de  $p$ -mediana, em que o objetivo é minimizar a distância média (ou tempo médio de percurso), considerando que se definiu, à partida, o número exato de equipamentos a localizar e assumindo-se que não existem diferenças nos custos de localização entre diferentes equipamentos; os

modelos de custo fixo, cujo objetivo é minimizar o custo total considerando simultaneamente custos de localização e custos de afetação.

- III. Outros modelos, como o de  $p$ -dispersão, que visam maximizar a distância mínima entre equipamentos, de forma a limitar fenômenos de concorrência ou de redundâncias na oferta.

Vamos agora descrever alguns dos modelos mais usados nos problemas de localização em contextos de emergência.

### **Modelos de cobertura**

Os modelos baseados nos problemas de cobertura assumem que a localização da oferta necessita de estar a uma distância ou tempo de cobertura máximo específico em relação à procura dos serviços, por forma a ser satisfeita de forma eficaz (Ahmadi-Javid et al., 2017), sendo por isso, segundo Jánošíková, Jankovič & Márton (2017), que são estabelecidos valores máximos de tempo ou distância entre a procura e a base de emergência.

#### Problema $p$ -center

Neste modelo, pretende-se minimizar a máxima distância (ou tempo) necessária para cobrir toda a procura, considerando um número pré-definido de unidades de recursos  $p$ . Sendo o objetivo o de melhorar a situação do ponto de procura mais distante da oferta, é considerado um modelo que diminui as iniquidades no acesso (Chanta, Mayorga, Kurz & McLay, 2011).

Por poderem incluir restrições de capacidade dos equipamentos, direcionando a procura tendo em conta as capacidades máximas de cada unidade, é possível considerá-los como modelos de alocação-realocação (Ahmadi-Javid et al., 2017).

#### Modelo de Localização de Cobertura de Conjuntos (MLCC)

O MLCC está focado em minimizar o número de recursos a localizar, garantindo que toda a procura é coberta pelo serviço, de acordo com distâncias (ou tempos de deslocação) com limites máximos. Por partir do princípio de que toda a procura é coberta, a solução encontrada por este modelo torna-se muitas vezes impraticável financeiramente (pelo elevado número de recursos necessários), o que leva a ter que se aumentar a tolerância de tempo de assistência.

Ye & Kim (2016) referem que este é um dos modelos mais utilizados na distribuição de equipamentos de saúde. No entanto, a sua utilização isolada e na forma tradicional, com limitação de recursos disponíveis, não permite a dispersão espacial dos equipamentos por forma a evitar redundâncias desnecessárias, podendo provocar desigualdades no acesso (Chanta, Mayorga & McLay, 2014).

### Modelo de Localização de Máxima Cobertura (MLMC)

O MLMC foi aquele que considerámos como base para o trabalho desenvolvido. Por esse motivo iremos dedicar-lhe mais atenção.

Este modelo determina a localização de um número pré-definido de recursos, com o objetivo de maximizar a cobertura da procura, de acordo com uma distância máxima (ou tempo) entre a oferta e a procura, estabelecida previamente. Church & ReVelle (1974) apresentam o primeiro modelo de maximização de cobertura. Defina-se a seguinte notação:

#### **Conjuntos**

$I$  = Conjunto discreto de pontos de procura do serviço;

$J$  = Conjunto discreto de pontos candidatos a acolher os recursos;

$N_i$  = Conjunto de pontos candidatos que podem satisfazer o ponto de procura  $i$ , sendo que  $i \in I$ . Desta forma,  $N_i = \{j \in J \mid d_{ij} \leq d_i\}$  sendo  $d_{ij}$  a distância entre os pontos  $i$  e  $j$  e  $d_i$  a máxima distância (ou tempo) de deslocação aceitável para o local de procura  $i \in I$ .

#### **Parâmetros a considerar**

$d_{ij}$  = distância (ou tempo de deslocação) entre o local de procura  $i \in I$  e o local candidato a acolher os recursos,  $j \in J$  ;

$w_i$  = procura no ponto  $i \in I$  ;

$p$  = número máximo de locais onde se instalam recursos.

## Variáveis de decisão

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se o recurso é localizado no local candidato } j, \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad j \in J$$

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto de procura } i \text{ é coberto por, pelo menos um recurso,} \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad i \in I$$

O modelo pode ser formulado como apresentamos de seguida:

$$\text{Max} \sum_{i \in I} w_i z_i \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in J} x_j = p \quad (2)$$

$$z_i \leq \sum_{j \in N_i} x_j, \forall i \in I \quad (3)$$

$$z_i \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (4)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (5)$$

Na formulação apresentada, a função objetivo (1) maximiza o total de procura coberta, sendo assegurado pela restrição (2) que  $p$  recursos são localizados, e pelas restrições (3) que os pontos de procura são cobertos por unidades de recursos em funcionamento. As restrições (4) e (5) garantem que todas as variáveis são binárias.

As soluções obtidas pela aplicação dos modelos de máxima cobertura podem provocar iniquidades no acesso ao serviço, pois o seu único objetivo é a maximização da cobertura respeitando um limite máximo para o número de equipamentos a localizar, o que tenderá a colocar os meios junto às áreas com mais população. Assim, as zonas de menor procura tenderão a não ter acesso ao serviço dentro do limite estabelecido.

## **Modelos baseados na mediana**

Estes modelos baseiam-se em problemas que procuram localizar os recursos de forma a minimizar a média ponderada de custos (ou tempos, ou distâncias) de viagem entre os pontos de procura e os de localização de recursos (Ahmadi-Javid et al., 2017; Farahani, Hekmatfar, Fahimnia & Kazemzadeh, 2014).

Os pontos selecionados como detentores de recursos serão as medianas de uma rede de localizações. Esta classe de problemas pode sustentar decisões de localização e de alocação de recursos.

Os problemas de localização baseados na  $p$ -mediana e no custo fixo constituem este tipo de modelos.

### Problema de $p$ -mediana

Pretende localizar de forma ótima um número  $p$  de recursos numa rede nodal, de modo a minimizar o comprimento total dos ramos para os outros nós da rede. O objetivo é minimizar o tempo médio de viagem ou a média ponderada da distância entre os recursos e os pontos de procura.

A ponderação (tempo ou distância) é obtida considerando que a procura é proporcional ao número de habitantes e que a distância é sempre alcançada por um tempo de viagem médio, multiplicando a população pela distância (ou tempo) entre o local de origem e o local de destino. É de realçar que este modelo, à semelhança do que pode acontecer nos anteriormente apresentados, pode considerar as estruturas existentes e procurar novas localizações (Jánošíková, Gábrišová & Ježek, 2015).

### Problema de custo fixo

Enquanto, no problema anterior, não se considera que existam custos fixos de localização, que podem ser diferentes para diferentes localizações, no problema do tipo “custo fixo” o objetivo consiste em minimizar o total de custos relacionados com a localização dos equipamentos e da distância percorrida (Ahmadi-Javid et al., 2017; Daskin, 2008), considerando de forma explícita os custos fixos de localização.

Diferentes autores (ex. Jánošíková et al., 2015; Murray, 2010; Yin & Mu, 2012) consideram a questão da capacidade máxima dos equipamentos, acautelando que os pontos

que cobrem as necessidades de procura não ultrapassem a sua possibilidade máxima de resposta definida previamente.

### **Outros modelos**

Os problemas mais referenciados na pesquisa bibliográfica que não estão enquadrados nos modelos de cobertura ou mediana são os de  $p$ -dispersão.

Neste tipo de problemas, o objetivo consiste em maximizar a mínima distância entre recursos do mesmo tipo, como por exemplo *franchises*, por forma a evitar a canibalização do mercado entre empresas. Chan & Green (2013) referem o dimensionamento de redes de clínicas como exemplo de utilização deste modelo na área dos serviços de saúde. Estes modelos distinguem-se de todos os outros pelo facto de se basearem na distância entre recursos como fator decisor, ignorando a distância entre o recurso e os pontos de procura.

Para além da classificação apresentada na Figura 1, podemos ainda dizer que, em relação à distribuição da oferta e da procura, os modelos podem ser classificados como:

- analíticos, assumindo, habitualmente, que a procura é distribuída uniformemente em toda a área a cobrir e que os custos não são sensíveis à quantidade da oferta. Este pressuposto limita a sua aplicação na área da saúde (Daskin, 2008). Aringhieri et al. (2016) consideram que existe pouca investigação prática na utilização conjugada deste com outros modelos.
- contínuos, assumindo que a procura e a oferta podem emergir em qualquer ponto da área (Daskin, 2008), características que não refletem as propriedades dos problemas na área da saúde já que, no que respeita à procura ela pode emergir em qualquer ponto mas em relação aos pontos de oferta estes têm que obedecer a determinadas características e têm, por isso, de ser devidamente planeados.
- em rede, considerando que tanto os equipamentos de emergência como a ocorrência de episódios podem ser localizados em qualquer ponto (nodo) ou arco da rede. No que concerne à procura aplica-se igualmente os pressupostos que considerámos nos modelos contínuos. Apesar de tudo, se considerarmos que as características da procura em saúde podem não apresentar uma distribuição uniforme, os episódios podem ocorrer em qualquer ponto de uma determinada região ou plano, e se existir a possibilidade de conseguirmos colocar em qualquer

ponto ou arco de uma rede um equipamento de socorro, o modelo torna-se mais atrativo. Aringhieri et al. (2017) consideram existirem vantagens na possibilidade de utilização conjugada deste tipo de modelos, se não se contemplarem fatores de agregação e, como veremos mais à frente, a consideração geográfica em rede é a mais utilizada nos artigos que encontramos.

Outros autores (Bélanger, Ruiz & Soriano, 2019) dividem os modelos de localização em dois grupos: estáticos e de realocação. Os primeiros assumem que a localização dos equipamentos não se altera, uma vez tendo sido definida. Os segundos admitem que esta localização possa ser alterada ao longo do tempo.

Dentro dos modelos estáticos, Bélanger et al. (2019) utilizam modelos com diferentes características, nomeadamente de cobertura simples e múltipla, determinísticos e estocásticos, de locação-alocação robustos, os que consideram como objetivo a maximização da sobrevivência e ainda modelos que consideram explicitamente questões de equidade.

Nos modelos que admitem a possibilidade de realocação dos meios, estes autores incluem os modelos dinâmicos de realocação multiperíodo, os de realocação em tempo real, e os modelos que recorrem à utilização de Tabelas de Conformidade (tabelas que definem a localização possível dos meios de emergência existentes, facilitando a decisão de realocação dos mesmos).

No decorrer deste capítulo, tentaremos realizar o enquadramento dos tipos de modelos existentes, com particular ênfase ao que serve de base a este trabalho, e apresentar a produção científica mais atual sobre esta matéria.

### **1.2.1. Modelos estáticos**

O que caracteriza os modelos estáticos é a não consideração da dimensão temporal na localização dos serviços. Os serviços são localizados todos ao mesmo tempo, e não se consideram evoluções, nem de fecho nem de abertura de serviços. Podem ser usados para assegurar um adequado nível de serviço a uma população. No caso dos serviços de emergência, é utilizado um número fixo de ambulâncias localizado num conjunto de bases pré-definido. O objetivo deste modelo é a seleção das bases adequadas e o número de

ambulâncias a localizar em cada base. É comumente utilizado em decisões de nível estratégico (Bélanger et al., 2019).

Os modelos determinísticos, incluídos neste grupo, têm a vantagem de necessitarem de pouca informação para poderem ser utilizados e de poderem ser usados de forma combinada com modelos probabilísticos (Knight, Harper & Smith, 2012), como se pode ver no caso de Shiah & Chen (2007). Estes autores associam ao MLCC restrições de capacidade dos meios de socorro, tentando, desta forma, minimizar o número de ambulâncias e de bases necessários para cobrir a procura.

O facto de se poderem utilizar, nestes modelos, parâmetros e restrições relativas às capacidades dos meios de emergência, como acontece em Aringhieri et al. (2017), Jánošíková et al. (2015) e Yin & Mu (2012), aproxima os modelos do contexto real (Aringhieri et al., 2016).

Na literatura consultada, é visível a aplicação deste tipo de modelos de forma isolada ou com extensões, para tentar compensar as limitações atrás referidas, nomeadamente hierarquizando a oferta. Seguem-se alguns exemplos.

Por forma a dar resposta ao problema de indisponibilidade de meios, no caso de as ambulâncias estarem ocupadas, Daskin & Stern (1981), através da apresentação de um Modelo por Hierarquia de Objetivos para Cobertura de Conjuntos, possibilitam a partilha de ambulâncias provenientes de outras bases que não a destinada a cobrir aquela zona de procura, desde que dentro de um limite de tempo de socorro permitido. Hogan & ReVelle (1986) consideram a cobertura de retaguarda por ambulâncias que podem ser utilizadas, no caso de as existentes, e que se encontram nas bases mais próximas, estarem ocupadas. Estes autores apresentaram modelos para dar resposta a esta necessidade, incorporando variáveis binárias para ter em conta a dupla cobertura num período de tempo determinado. Desta forma, a procura encontra-se satisfeita se a mesma chamada obtiver a segunda cobertura no período de tempo limite. Os modelos de dupla cobertura consideram a possibilidade da população ser coberta por mais do que um recurso, no caso de indisponibilidade do veículo de referência para aquela zona de procura (ver, por exemplo, Moeini, Jemai & Sahin, 2013, 2015; Pulver & Wei, 2018).

O modelo *Tandem Equipment Allocation Model*, apresentado por Schilling, Elzinga, Cohon, Church & ReVelle (1979), é uma extensão do MLMC com a característica de considerar diferentes tipos de equipamentos com níveis de cobertura diferentes, restringindo o número de equipamentos mais diferenciados tendo em conta o total dos menos diferenciados. Os mesmos autores apresentam também o modelo *Facility-location, Equipment-emplacment Technique*, em que esta restrição é relaxada, assumindo que o meio mais diferenciado pode ter o nível de cobertura do menos diferenciado e permitindo a localização de ambos de forma independente (Barreto, Alexandrino & Coelho, 2016; Brotcorne, Laporte & Semet, 2003). Também dois tipos de veículos são considerados por Chong, Henderson & Lewis (2016), que desenvolveram dois modelos: um de cadeia de decisão de Markov para analisar um problema de encaminhamento de meios de emergência e outro de programação inteira para modelar a localização de ambulâncias.

O trabalho de Yin & Mu (2012) tem a particularidade de permitir ambas as hipóteses, ou seja, de restringir ou não o número de meios a alocar e tentar minimizar a distância média entre a procura e os pontos de oferta, objetivo mais frequente nos problemas de  $p$ -mediana. Para a modelação do problema foram definidas as capacidades de cada ambulância, as velocidades limite em cada via de acesso e um raio de distância (equivalente a um tempo máximo estabelecido) entre a base de emergência e os pontos de procura. A validação deste modelo foi realizada com a utilização de dados recolhidos no estado da Geórgia, EUA.

No caso de Jánošíková et al. (2015) e Dzator (2013), apesar de serem utilizados em ambos os trabalhos os modelos tipo  $p$ -mediana, os objetivos de minimização diferem. No primeiro caso, o objetivo é minimizar o tempo e, no segundo, a distância entre os pontos de procura e os pontos de localização de meios de socorro, influenciando, por isso, os parâmetros e restrições utilizadas.

No artigo de Aringhieri et al. (2016) são utilizadas variáveis de decisão contínuas para a determinação da taxa de concretização da satisfação da procura urgente e não urgente. Este facto surge por o modelo proposto (*Low-Priority Calls Coverage*) considerar, para além das chamadas de emergência, as chamadas não urgentes, e ser da responsabilidade do decisor determinar a taxa de concretização desejada. Este modelo, combinado com modelos baseados em agentes (*Agent Based Model*), em que a movimentação da

ambulância é uma parte primordial, sendo-lhe permitido mudar de rota sempre que uma chamada mais grave/urgente surgir, foi aplicado à cidade de Milão. Apesar dos dados disponíveis não permitirem a avaliação do desempenho do sistema para comparação com o novo modelo, os autores identificaram parâmetros que poderiam melhorar o desempenho percebido.

Existe, na literatura, uma grande diversidade de aplicações do MLMC, tanto considerando o modelo na sua versão determinística (ver, por exemplo, Atta, Sinha Mahapatra & Mukhopadhyay, 2018; Blanquero, Carrizosa & G.-Tóth, 2016) como na visão estocástica do mesmo (Erkut, Ingolfsson, Sim & Erdoğan, 2009). O facto de as ambulâncias operarem em sistemas com possibilidade de múltiplas chamadas simultâneas, que ocorrem em contexto de incerteza e que, por isso, geram filas de espera e momentos de indisponibilidade, motivou o desenvolvimento de modelos que representassem, de forma explícita, estas características (Brotcorne et al., 2003).

Como características apontadas aos modelos de máxima cobertura, salienta-se a possibilidade de considerarem situações em que os meios de socorros estão ocupados quando são necessários (Aboueljjanane, Sahin & Jemai, 2013). Quando associam ainda a incerteza da procura e da oferta, é possível diminuir as desvantagens associadas aos modelos determinísticos, nomeadamente no que diz respeito ao dimensionamento desadequado do número de ambulâncias para determinada zona, ou à sobrestimação da capacidade de cobertura dos meios previstos (Maleki, Majlesinasab & Mehdi Sepehri, 2014; Nickel, Reuter-Oppermann, & Saldanha-da-Gama, 2016).

Algumas dificuldades na aplicação destes modelos são apresentadas por Sorensen & Church (2010), mais concretamente no que diz respeito à complexidade de integrar, em modelos lineares de programação matemática inteira-mista, a não linearidade que caracteriza os elementos dos fenómenos de emergência. Os mesmos autores, com o intuito de aproximar o modelo da realidade, mas simultaneamente manterem o problema tratável, consideram que:

- Todos os recursos têm a mesma taxa de ocupação;
- Existe independência entre as ambulâncias, isto é, a disponibilidade de uma ambulância para atender uma chamada é independente da disponibilidade das restantes;

- Existe independência entre áreas geográficas. As ambulâncias de uma determinada região só suprem a procura dessa região;
- Não se podem considerar apenas as distâncias entre as bases e a localização do pedido como fator influenciador isolado do tempo de resposta já que outros fatores, tais como a geografia do terreno, o estado das vias de acesso, a disponibilidade imediata de meios também condiciona este desempenho.

Considerando a possibilidade de múltipla cobertura, Tavakoli & Lightner (2004) aplicam um modelo, com base em dados reais, que pretende representar o Sistema de Emergência Médica na cidade de Fayetteville, na Carolina do Norte (EUA). Os autores consideram a aplicação de dois modelos: um com o objetivo de realocar os meios nas localizações existentes, isto é, distribuir 6 ambulâncias em 8 bases existentes; outro, disponibilizando, para além das bases existentes, 22 localizações possíveis para os mesmos meios. É considerada a múltipla cobertura e pretende-se minimizar a população não coberta num tempo de socorro pré-definido. O modelo considera meios de socorro com diferentes funcionalidades (transporte de vítimas ou não).

Os modelos que incluem explicitamente a incerteza inerente a estes problemas tentam eliminar as desvantagens associadas aos modelos determinísticos, nomeadamente no que diz respeito ao dimensionamento desadequado do número de ambulâncias para determinada zona ou à sobrestimação da capacidade de cobertura dos meios previstos (Maleki, Majlesinasab & Mehdi Sepehri, 2014). Outra das características que lhes é apontada é a possibilidade de considerarem situações em que os meios de socorro estão ocupados quando são necessários (Aboueljinane, Sahin & Jemai, 2013). Os modelos mais presentes na literatura consultada foram os de máxima cobertura com extensão e/ou conjugação com outros modelos, de que é exemplo Barreto et al. (2016). Tentando maximizar a cobertura da população num tempo crítico definido, os autores analisam e utilizam dois modelos de formulação matemática. Os modelos utilizados foram o *Facility-Location Equipment-Emplacement Technique* (FLEET), de características determinísticas, e que considera dois tipos de cobertura, uma básica e outra avançada, e o Problema de Localização de Máxima Disponibilidade (PLMD), modelo probabilístico em relação à disponibilidade dos meios de socorro aquando do pedido. Ambos os modelos almejam maximizar a cobertura com um número pré-definido de meios de socorro. Os modelos

foram aplicados a uma região do Rio de Janeiro, no Brasil, que foi dividida em sub-regiões, assumindo uma distribuição em rede e considerando que a procura estava localizada uniformemente numa região demarcada por um centróide. De forma comparativa, o modelo probabilístico apresenta melhores soluções que o determinístico.

Chanta et al. (2011) apresentam um modelo de programação inteira com objetivo de proporcionar maior equidade no socorro servindo-se de apoio de retaguarda com ambulâncias de reserva, para minimizar a distância entre as zonas de procura e de oferta. Atribui diferentes pesos à prioridade de cada situação de acordo com a probabilidade dos meios estarem ocupados. Esta probabilidade é calculada com base no modelo de hipercubo (modelo em que cada servidor ou está ocupado ou está livre, e as mudanças entre estados são descritas através de cadeias de Markov).

Ainda no que concerne à aplicação de modelos estocásticos na área da localização de bases de ambulâncias, podemos referir o Problema de Localização de Máxima Cobertura Esperada (PLMCE), que pretende maximizar a cobertura esperada numa fração de tempo determinada, tendo em atenção a probabilidade do meio de socorro estar disponível. Este modelo foi apresentado por Daskin (1983). Neste artigo, o autor apresenta uma simulação da aplicação numa rede, em que existe uma probabilidade  $p$  de um recurso estar ocupado quando necessário e, por isso, necessitar de uma segunda cobertura.

Considerado como uma extensão ao PLMCE, McLay (2009) considera um modelo incluindo dois tipos de veículos de emergência com dependência entre eles (um SBV, com capacidade de transporte e outro, mais rápido, de SAV sem capacidade de transporte). A procura é triada em três níveis diferentes de prioridade/gravidade e agrupada em quatro diferentes conjuntos que consideram a substituição dos meios quando o meio indicado (SAV ou SBV) está ocupado. São utilizadas matrizes de cobertura binárias. Numa primeira fase, as filas de espera são tratadas recorrendo ao modelo de hipercubo e, numa segunda fase, considera-se a modelação PLMCE com dois tipos de servidores. A função objetivo almeja maximizar a cobertura das situações mais graves, possibilitando, desse modo, aumentar a sobrevivência.

No caso de Lee et al. (2012), é estudado um problema diferente que tem explicitamente em conta a capacidade dos meios. A questão é colocada no sentido de obter a localização de dois recursos diferentes, transporte aéreo e centros de trauma, que têm de trabalhar em

parceria, maximizando o número de doentes transportados para os centros de trauma em menos de uma hora. São consideradas, como variáveis de decisão, o número de utentes passíveis de serem transportados por ambulâncias ou por helicóptero entre um local de procura e um centro de trauma. Para a resolução matemática foi, numa primeira fase, determinada de forma iterativa e validada por simulação a taxa provável de ocupação dos meios. De seguida, aplicou-se o modelo ao dimensionamento e localização de centros de atendimento de trauma coreanos, utilizando-se dados de procura e desempenho recolhidos de forma retrospectiva. O facto de os autores excluïrem da simulação as zonas não abrangidas por transporte aéreo torna a solução mais pobre.

Ünlüyurt & Tunçer (2016) apresentam dois novos modelos, o Modelo de Cobertura de Conjuntos com Restrição ao Serviço Máximo, que os autores classificam como uma adaptação do MLMC, ao considerarem um valor máximo para a capacidade de cobertura de uma ambulância, e o Modelo de Rácio Final Centralizado, em que a cobertura de um determinado ponto de procura é proporcional à sua população. Os resultados da aplicação destes modelos, por simulação com os dados da cidade de Istambul (Turquia), quando comparados com os produzidos pela aplicação do MLMC e do Modelo de Dupla Cobertura de Retaguarda, apresentaram um melhor desempenho.

Considerando a incerteza na capacidade de resposta, Yoon & Albert (2017) apresentam um modelo que determina a cobertura de acordo com diferentes prioridades de ocorrências e trata explicitamente a existência de filas de espera. Os autores estabelecem fatores de correção ao encaminhamento (asseguram que seja considerada a dependência entre bases de emergência, salvaguardando o efeito que um veículo indisponível para assistir determinado episódio tem sobre a probabilidade de indisponibilidade dos outros), reservando capacidade (meios) para chamadas prioritárias que ocorram em momento de menor disponibilidade, maximizando a cobertura ponderada de chamadas de alta e baixa prioridade. Têm ainda em conta níveis de corte para chamadas de baixa prioridade, isto é, o número mínimo de chamadas simultâneas que obrigam ao não atendimento de chamadas de baixa prioridade para poder dar resposta às de prioridade mais elevada.

Van Den Berg & Aardal (2015) utilizam o Problema de Localização de Máxima Cobertura Esperada (PLMCE) na procura de maximização de cobertura, considerando que existe dependência entre a procura e a disponibilidade dos veículos face a diferentes períodos de

tempo. São utilizados dois tipos de penalização, uma dirigida à abertura de novas bases e outra às realocações de ambulâncias entre bases. Foram estabelecidos limites ao número de veículos existentes. A aplicação do modelo, com dados da cidade de Amsterdão (Países Baixos), produziu boas soluções. Sung & Lee (2018) propõem o mesmo modelo com base num conjunto de cenários que representam a incerteza da chegada das chamadas de socorro em diferentes períodos temporais. Os autores consideram, no seu modelo, a metodologia de encaminhamento dos meios de socorro, e a influência da localização das ambulâncias nesta decisão. Ainda Van Den Berg et al. (2019) utilizam o PLMCE para melhorar a cobertura de uma região urbana e rural recorrendo ao compromisso entre a opção de cobertura única para zonas rurais e dupla cobertura para regiões urbanas. Foram utilizados dados reais no que diz respeito à utilização das ambulâncias.

O Problema de Localização de Máxima Disponibilidade (PLMD I e PLMD II), apresentado por Hogan & ReVelle (1986), que tenta maximizar a cobertura de acordo com uma disponibilidade fixa, também é um exemplo desta aplicação. Os dois modelos diferem no que é considerado como taxa de ocupação, já que, no PLMD I, é considerado que a taxa de ocupação é igual para todas as ambulâncias, enquanto no PLMD II essa taxa pode assumir diferentes valores. A extensão ao MLCC apresentado por Ball & Lin, 1993, denominado *Rel-P*, tem como objetivo minimizar custos com ambulâncias, estabelecendo um nível de confiança de atendimento, com limite à inoperacionalidade, considerando a probabilidade dos meios estarem ocupados. O modelo *Two-tired* (duas camadas), apresentado por Mandell (1998), pressupõe dupla cobertura de cada chamada por dois meios de socorros diferentes. Este assume que o meio mais diferenciado consegue, por oferecer cuidados acrescidos aos do menos diferenciado, duplicar a cobertura num nível de tempo definido. É uma extensão dos problemas de máxima cobertura, tentando, por essa razão, maximizar a cobertura com um número pré-definido de meios de socorro SAV (meio mais diferenciado) e SBV (meio menos diferenciado).

Bertsimas & Ng (2019) apresentam uma formulação estocástica, considerando a probabilidade de disponibilidade de ambulâncias, testada em diferentes cenários, com o objetivo de minimizar as chamadas não atendidas por indisponibilidade de veículos de socorro, e que, quando comparada com os métodos mais tradicionais (PLMD e PLMCE), apresenta melhores resultados. Esta abordagem na alocação das ambulâncias considera as

diferentes características na procura de cada região e estabelece funções que caracterizam a simultaneidade e a dispersão das chamadas.

Beraldi, Bruni, & Conforti (2004) desenvolvem um modelo estocástico considerando as decisões de onde localizar veículos e quantos colocar em cada base, fazendo uso de restrições probabilísticas. Pretende-se minimizar os custos totais, garantindo um nível de serviço confiável. Consideram que a incerteza influencia os custos. Evidenciam a posteriori a sua aplicabilidade com diferentes cenários de tempo de resposta e com diferentes quantidade de meios disponíveis. Num artigo posterior, os mesmos autores (Beraldi & Bruni, 2009) abordam o problema do congestionamento de equipamentos, apresentando um modelo com dois níveis e propõem a utilização de uma reformulação determinístico equivalente ao modelo estocástico apresentado. O objetivo é a minimização de custos, tendo em atenção a procura possível e a distância de socorro. São apresentadas diferentes alternativas para calcular soluções de boa qualidade.

Numa extensão aos modelos de máxima cobertura, Alsalloum & Rand (2006) propõem-nos um modelo que almeja maximizar a assistência esperada de acordo com a probabilidade desta se processar no tempo adequado. É alterado o pressuposto que considera que há cobertura se o ponto de procura estiver localizado no limite de tempo ou distância pré-definida pela introdução da probabilidade da procura ser satisfeita no intervalo de tempo definido. Um segundo objetivo é definido para as situações de procura simultânea. O modelo foi aplicado no sentido de otimizar as bases existentes da organização Crescente Vermelho na cidade de Riyadh, na Arábia Saudita, e para dimensionar o número mínimo de meios para satisfazer esta procura. Noyan (2010) considera explicitamente o caráter estocástico dos sistemas de emergência, desenvolvendo um modelo que tem por base os modelos de custo fixo e garantindo a satisfação de níveis de cobertura. São usadas medidas de risco para a procura que não for possível satisfazer. A incerteza é dependente da hora do dia ou dia da semana e é ainda considerada a possibilidade de realocação de meios de socorro em função das variações na procura. O modelo considera diferentes cenários e, pela introdução de restrições de risco, permite ao decisor optar pela diferente localização de meios e prever as consequências.

Num trabalho posterior, Erkut, Ingolfsson, Sim & Erdoğan (2009) comparam as performances de cinco modelos de máxima cobertura, sendo que dois não consideram a

incerteza. Os modelos de cobertura considerados são o MLMC e MLMC-RD, com consideração do tempo de resposta provável, o modelo de cobertura esperada MLMCE e MLMCE-RD, que associa o tempo provável de resposta, e ainda PLMCE- RD utilizando a probabilidade de o meio estar ocupado. Os autores concluíram que os modelos que consideram a incerteza têm melhor desempenho na resposta pretendida.

Com o objetivo de maximizar a cobertura, restringindo o número máximo de meios disponíveis, Ingolfsson, Budge & Erkut (2008) apresentam-nos um modelo que considera a incerteza em termos de disponibilidade de meios e do tempo de viagem. O tempo para assistência é composto pela soma do tempo antes de iniciar a viagem e do tempo na viagem, ambos considerados como sendo estocásticos, o que aproxima o modelo da realidade. Considera-se ainda a probabilidade de ocorrer atraso na resposta.

Utilizando a probabilidade de um recurso estar ocupado aquando de uma chamada, Rajagopalan & Saydam (2009) propõem um modelo probabilístico inspirado no de  $p$ -mediana e no  $p$ -center com o objetivo de, com um número limitado de meios e localizações, minimizar a distância percorrida pelas ambulâncias para dar resposta à procura. Apresentam duas variantes do problema considerando, na primeira, a cobertura esperada e, na segunda, a cobertura disponível.

Shariat-Mohaymany, Babaei, Moadi & Amiripour (2012) desenvolvem dois modelos. O primeiro, com o objetivo de minimização dos custos totais, assegurando o nível de cobertura desejado. Para complementar este objetivo e as restrições ao nível de cobertura mínima, propõem a utilização de um segundo modelo que limita o número de atendimentos por ambulância, aumentando a sua disponibilidade e minimizando o tempo de atendimento. O modelo integra a probabilidade de indisponibilidade e, quando aplicado à província de Teerão, no Irão, demonstrou ser fiável e responder aos objetivos estabelecidos com redução no número de ambulâncias e, logo, de custos.

Em Salman & Yücel (2014), o problema estudado está relacionado com a máxima cobertura de uma população em cenários que consideram diferentes alterações às vias de acesso entre os pontos de procura e as bases de ambulância com distribuição em rede, atendendo a distâncias máximas. Os autores utilizaram, para a sua resolução, um algoritmo gerador de cenários para determinar ligações entre diferentes pontos da rede, considerando a probabilidade de sobrevivência de ligações, subconjuntos de rede com ligações

dependentes ou não entre si, e distâncias entre pontos. A solução encontrada foi aplicada a Istambul, na Turquia, e evidencia a necessidade de considerar a dependência entre ligações, nomeadamente em caso de falha de alguma delas, já que considerar que as vias de acesso são independentes entre si e que uma falha não tem influência nas outras é, para os autores, irrealista e fornece cenários mais pobres. Pelo contrário, considerar a dependência de falhas entre vias rodoviárias representa um cenário mais realista e possibilita soluções mais admissíveis.

No artigo de Zhang & Li (2015) é considerada a concorrência entre diferentes procuras do mesmo recurso. Os autores assumem que as restrições de possibilidade da procura possam ser satisfeitas de acordo com os meios de socorro existentes, que são restritos a um determinado número, tendo como objetivo minimizar os custos do sistema de emergência (construção de bases e custos de amortização diária, aquisição e manutenção de ambulâncias e custos de transporte), fornecendo um nível de atendimento pré-definido. A sua resolução inicia-se com a determinação probabilística do número de ambulâncias necessárias, introduzindo o conceito de número máximo de pontos de procura concorrentes e, posteriormente, com a alteração de restrições não convexas para convexas cónicas de segunda ordem, o problema torna-se passível de ser resolvido de forma computacional. Foi testado com dois tipos de dados: os dados resultantes do sistema de emergência de uma grande cidade (Beijing, na China) e, numa segunda fase, com dados gerados aleatoriamente para testar a sua aplicação em larga escala. Em ambas as situações, esta abordagem mostrou-se viável.

Com o objetivo de minimizar o custo de bases de ambulâncias, mantendo um nível de atendimento mínimo, Nickel et al., (2016) apresentam uma extensão ao modelo matemático de custo fixo. Segundo os autores, o carácter probabilístico do modelo origina um tão grande número de cenários que torna impossível a sua resolução, problema também encontrado em Salman & Yücel (2014). De forma diferente destes últimos, a opção para tornar o modelo aplicável foi, neste caso, fazer uma decomposição do problema considerando diferentes amostras, encontrando uma solução admissível para cada uma e pressupondo que a junção de todas as soluções providenciará uma solução de boa qualidade. O modelo foi testado computacionalmente, com dados simulados, e demonstrou o interesse em considerar a visão estocástica como potenciadora de obtenção de soluções admissíveis (Nickel et al., 2016).

Zhang, Peng & Li (2017) consideram a incerteza ligada ao tempo de resposta para a resolução de um problema de localização de bases de emergência utilizando dois modelos diferentes, o MLCC e o MLMC. Os autores abordam o risco de usarem modelos probabilísticos na ausência de dados.

Também com o intuito de diminuir custos associados à assistência, Boujema, Jebali, Hammami, Ruiz & Bouchriha (2017) propõem a aplicação de um modelo com características estocásticas, com diferentes níveis de prestação de assistência e diferentes cenários. Sugerem a sua resolução através de modelação matemática, considerando uma extensão aos problemas do tipo custo fixo. O modelo determina o número de ambulâncias necessárias, a sua localização e ainda a respetiva área de cobertura. Consideram, também, a possibilidade de existirem, em determinadas bases, meios não referenciados para um ponto, mas que possam ser dirigidos para várias localizações de acordo com a procura. São associadas à função objetivo penalizações para a procura não satisfeita. Têm em conta, ainda, tempos de assistência nas matrizes que definem a disponibilidade das ambulâncias e da capacidade de cobertura. Os autores servem-se de algoritmos de aproximação à média de amostragem para a resolução do problema e submetem o modelo à análise de sensibilidade por manipulação de dados criando diferentes cenários.

Atendendo à heterogeneidade geográfica de cada região, Leknes, Aartun, Andersson, Christiansen & Granberg (2017) propõem um modelo de programação linear inteira mista (*Maximum Expected Performance Location Problem for Heterogeneous Regions*) que, aplicado em Sør-Trøndelag, na Noruega, demonstrou ser mais fiável na diminuição do tempo de assistência às chamadas de emergência. Pretende maximizar o desempenho da alocação de bases e afetação de ambulâncias, tendo em atenção um valor definido para cada chamada atendida de acordo com o nível a que se considera que pertence, a ponderação do decisor acerca da urgência da chamada, e o volume de chamadas atendidas por região e base de ambulâncias. As variáveis de decisão estão alinhadas com os restantes problemas de localização, isto é, onde localizar as bases e o número de meios a alocar em cada uma. O modelo considera probabilidades de cobertura e a possibilidade de existir dupla cobertura, definindo bases principais e secundárias. A aplicação do modelo com dados reais demonstrou, para aquela situação, um bom desempenho do mesmo.

No sentido de maximizar a sobrevivência, Erkut, Ingolfsson, & Erdogan (2008) propõem o *Maximal Survival Location Problem*, que pretende maximizar o número esperado de sobreviventes à doença em ambiente pré-hospitalar. Para alcançar este objetivo, os autores consideram probabilidades de sobrevivência que dependem do tempo de viagem até à assistência e de outras variáveis, tais como as características da equipa (SBV/SAV), o equipamento existente ou o início de SBV precoce. Estas variáveis são modeladas através de funções matemáticas. No artigo apresentado, é ainda testada a introdução da probabilidade de sobrevivência em função do tempo de resposta em outros modelos de localização incluindo, nomeadamente, probabilidades de disponibilidade, tendo sido demonstrado que não existe incompatibilidade na sua aplicação.

Também Knight et al. (2012) pretendem maximizar a probabilidade de sobrevivência dos utentes pela correta localização de ambulâncias. O seu modelo tem a particularidade de agrupar doentes por categorias de acordo com o grau de gravidade e, em conjugação com o tempo de demora na assistência para cada categoria, estima a probabilidade de sobrevivência. Para a resolução deste modelo, os autores utilizaram a teoria de filas de espera para as ambulâncias, atribuindo um carácter dinâmico à resolução já que, se numa base não existirem ambulâncias disponíveis, será ativada uma ambulância da base seguinte. Aplicando a abordagem à realidade de uma região inglesa, os autores testaram a validade do modelo. Segundo os autores, a novidade do método reside na possibilidade de este considerar diferentes probabilidades, variando os limites de tempo de acordo com vários tipos de necessidades dos utentes.

### **1.2.2. Modelos dinâmicos de realocação**

De acordo com Bolori, Arabani & Farahani (2012), existem dois critérios principais que afetam a decisão para identificar o local certo para uma base:

- a ponderação entre custos de criar estruturas e/ou melhorar as existentes e os lucros originados por esse investimento;
- o tempo disponível no horizonte de planeamento para abertura / encerramento de instalações.

Segundo os mesmos autores, estes modelos podem ser classificados em dois grupos:

- modelos dinamicamente explícitos, em que as instalações são abertas/ fechadas em horários e locais pré-especificados;
- modelos dinamicamente implícitos, em que as instalações devem ser abertas e permanecerão abertas ao longo do horizonte definido no processo de planeamento.

Bélanger et al. (2019) referem que estes modelos têm em conta o contexto do ambiente de emergência de determinada zona em cada momento, possibilitando a tomada de decisão sobre os meios existentes e onde os localizar em cada um desses momentos. Permitem a realocação de veículos em bases diferentes às que estavam inicialmente distribuídos de acordo com três alternativas: a) em tempo real, através da resolução do modelo correspondente para a melhor localização face às necessidades existentes no momento, b) construindo tabelas de conformidade, c) pela aplicação do modelo e possibilitando a sua utilização em cada momento através de programação dinâmica com base estocástica.

À semelhança dos modelos apresentados até ao momento, estes podem considerar ou não a capacidade dos meios e são considerados NP-difíceis (Dias, Captivo & Clímaco, 2006).

Diferentes autores (Brotcorne et al. 2003; Maleki et al. 2014; Moeini, Jemai & Sahin, 2015) atribuem a Gendreau, Laporte & Semet, (2001) o desenvolvimento do primeiro modelo dinâmico de fácil compreensão para redistribuição de meios de emergência. Este modelo, conhecido por *Redeployment Problem*, inclui restrições que consideram dupla cobertura com penalização nas situações em que é necessária a realocação de meios, limite ao número de ambulâncias em cada base, evitando a mobilização da mesma ambulância repetidamente, e restrições às viagens de ida e volta e viagens longas. O objetivo deste modelo é maximizar a cobertura de retaguarda, isto é, maximizar a dupla cobertura de uma população num espaço de tempo determinado, minimizando os custos de realocação de ambulâncias. Estes modelos caracterizam-se pela realocação de meios de emergência, de forma a assegurar a satisfação da procura num tempo determinado, penalizando os custos de realocação. O carácter dinâmico assegura a equidade de cobertura.

Um dos modelos dinâmicos que mais foi utilizado na revisão bibliográfica que realizámos foi o Modelo de Localização de Dupla Cobertura (MLDC). Este modelo foi desenvolvido por Gendreau, Laporte & Semet (1997) e é o exemplo dos modelos que utilizam vários

meios para dar resposta a um só ponto de procura, em tempos  $r$  que podem ser diferentes. Baseia-se no pressuposto que toda a procura terá de ser satisfeita num tempo  $r_2$  e que uma parte desta será satisfeita em  $r_1$  sendo  $r_2 > r_1$  (Aringhieri, Bruni, Khodaparasti & van Essen, 2017; Başar A., Çatay & Ünlüyurt, 2012; Li, Zhao, Zhu & Wyatt, 2011; Maleki, Majlesinasab & Mehdi Sepehri, 2014).

No sentido de modificar os meios existentes, ou implementar novos recursos, os problemas de localização dinâmicos são, de acordo com Bolori Arabani & Farahani (2012), bastante eficientes quando temos que lidar com parâmetros que variam, tais como a procura dos meios ou a tipologia de populações.

A abordagem dinâmica aos problemas de localização de meios de emergência caracteriza-se pela possibilidade de realocação de ambulâncias entre diferentes bases, durante o dia, com o objetivo de alcançar uma melhor cobertura da procura. A realocação de ambulâncias deverá ser realizada não deixando áreas sem cobertura. Os modelos dinâmicos ajudam os gestores de sistemas de emergência na elaboração, diária ou ao momento, de planos de assistência de acordo com a procura prevista (Rajagopalan, Saydam & Xiao, 2008).

No trabalho de Başar et al. (2011) é proposto um modelo dinâmico de dupla cobertura para diferentes períodos de tempo. Com o objetivo de maximizar a dupla cobertura de toda a população em todos os períodos de tempo, este trabalho tem a particularidade de considerar variáveis como número de habitantes, fatores de risco, proximidades de zonas turísticas ou industriais para a determinação do número de ambulâncias, equipamentos e pessoal a alocar em determinada base. O modelo foi testado com dados de Istambul (Turquia), e os testes computacionais mostraram bons resultados, tendo as soluções sido calculadas num período de tempo aceitável e sendo sensíveis à alteração de parâmetros.

Numa perspetiva de alocação e realocação de ambulâncias, Moeini et al. (2015) elaboraram um modelo que pretende, para além da maximização da dupla cobertura, a minimização dos custos de realocação dos meios de socorro. Os autores consideram-no como uma extensão do modelo *Redeployment Problem* ( $RP'$ ) de Gendreau et al. (2001), a que chamaram *Dynamic Redeployment Problem* ( $DRP'$ ), diferenciando-o deste pelo facto de considerarem, na função objetivo, dois tipos diferentes de procura e restrições diferentes nas proporções de cobertura. São considerados dois limites de tempo máximo diferentes e

taxas de cobertura distintas. Para o estudo comparativo entre os dois modelos ( $DRP^t$  e  $RP^t$ ) foram utilizados os dados de uma região francesa. Os resultados obtidos revelaram um desempenho ligeiramente superior deste modelo proposto, quando existe procura de um tipo de assistência. No caso de dupla cobertura, não existiu diferença significativa nos resultados dos dois modelos.

Conjugando dois modelos, um probabilístico e outro determinístico mas dinâmico, Andrade & Cunha (2015) propõem um problema de realocação de ambulâncias de dois tipos, em todo o horizonte temporal da oferta de serviços, englobando, na mesma função objetivo, a maximização da cobertura esperada e a minimização, com ponderação negativa, do tempo de realocação dos meios. Outra particularidade deste modelo é que é o único, entre os que encontramos, que considera capacidades, mais concretamente a capacidade de aumento de resposta dos meios disponíveis face à procura. Na aplicação ao serviço de emergência de São Paulo, Brasil, os autores sentiram necessidade de considerarem a dependência de tempos de resposta de acordo com o período do dia. Segundo os mesmos autores, o modelo permitiu otimizar a resposta existente e a possibilidade de realocação de bases, de acordo com as variações da procura, em diferentes locais e diferentes períodos do dia, constituindo uma excelente estratégia para maximizar a cobertura da procura.

Sudtachat, Mayorga & Mclay (2016) conjugam uma estratégia de realocação com a utilização de tabelas de conformidade. As tabelas de conformidade apresentam a localização ótima de recursos tendo em conta a cobertura conseguida, e dependendo do número de recursos disponíveis, sustentando a alteração dinâmica do posicionamento dos veículos ao longo do horizonte temporal, tendo em conta os veículos que são afetos a episódios que vão ocorrendo. Pressupõe, assim, a realocação das ambulâncias de acordo com a variação da procura respeitando a capacidade dos veículos e das bases. Este modelo tem como objetivo maximizar a cobertura esperada, considerando probabilidades e proporção de procura por zonas. Segundo os autores, apresenta melhores resultados quando comparado com outros modelos que não permitem a realocação.

Com o objetivo de diminuir custos através da minimização de tempos, Nogueira et al. (2016) avançam com um modelo de localização que conjuga a otimização de tempos de resposta, considerando alterações ao número de ambulâncias por base, ao número de bases e à sua localização, de acordo com diferentes períodos do dia. São utilizados dois tipos de

ambulâncias (com SBV e SAV), o custo médio por ativação do meio e uma taxa de disponibilidade de meios. Com um método de simulação discreta de eventos, os autores aplicam este modelo ao estado de Belo Horizonte, Brasil, e concluem que o aumento do número de recursos não leva, necessariamente, à melhoria da performance.

Apesar de não ter sido referido anteriormente, por ser de mais difícil categorização, já que não é claro quais os parâmetros e restrições considerados, Swalehe & Aktas (2016) apresentam um estudo em que se faz uso de um Sistema de Informação Geográfica para redução de tempos de cobertura de emergência na província turca de Eskisehir. O modelo base utilizado, com uma visão de dependência do tempo, foi o de máxima cobertura, com características dinâmicas na permissão de aproximação das ambulâncias das zonas de procura. Os resultados obtidos permitiram a redução de tempo de demora na assistência.

Considerando as variações no trânsito em dois períodos, Maghfiroh, Hossain & Hanaoka (2017) sugerem a possibilidade de se atender a diferentes cenários por períodos temporais, numa perspectiva de dimensionar e localizar ambulâncias de socorro. Numa primeira fase, apresentam um modelo de máxima cobertura e, de seguida, outro baseado no modelo de  $p$ -mediana, construindo *clusters* através do método *K-means*. Os testes de sensibilidade realizados tiveram como resultados a necessidade de se considerarem diferentes localizações, de acordo com a hora do dia em que o evento ocorria, para que se conseguisse diminuir o tempo de socorro. Os dados utilizados para o problema eram originários da cidade de Dhaka, Bangladesh.

Peng, Delage, & Li (2020) descrevem dois modelos de programação matemática, estruturados como modelos de programação estocástica em duas etapas. No primeiro, o objetivo é cobrir a procura minimizando custos. O segundo modelo considera explicitamente a deterioração da cobertura alcançada em cenários com mais procura. Os autores consideram a possibilidade de realocação de veículos de acordo com a sua capacidade durante o horizonte de tempo considerado. O modelo é aplicado a dados reais da Irlanda do Norte.

Yoon, Albert, & White (2021) definem o atendimento de acordo com as diferentes condições de saúde das vítimas pela determinação de um grau de prioridade a cada uma conforme o seu estado de saúde. Consideram um modelo estocástico de duas etapas e a existência de dois tipos diferentes de ambulâncias. São considerados prováveis tempos de

viagem. Neste modelo, é tido em conta a necessidade de encaminhar mais de um veículo para a mesma ocorrência. Porém, o modelo não contempla a possibilidade do estado de saúde da vítima piorar enquanto aguarda a chegada do atendimento.

Dibene et al. (2017) apresentam um modelo, construído a partir do estudo de um caso real, que é uma extensão do MLDC para resolução de problemas de localização tendo em consideração a incerteza de procura em diferentes cenários simulados. Os cenários são construídos a partir de dados reais recolhidos em Tijuana, no México. A procura é categorizada por níveis de prioridade e períodos do dia (ambos os fatores justificam a determinação de dois tempos de atendimento diferentes). O modelo considera as localizações potenciais para as bases, cenários e pontos de procura e tempos médios entre as zonas de procura e a localização das bases. A função objetivo pretendida é a maximização da soma pesada das chamadas atendidas dentro do tempo mínimo definido.

Diferenciando as viaturas de acordo com a rapidez de resposta e com a capacidade de transporte de doentes, van Barneveld, van der Mei & Bhulai (2017) propõem um modelo que faz uso de tabelas de conformidade ótimas como apoio à atividade de encaminhamento. Os autores pretendem maximizar a cobertura esperada da procura, de acordo com uma tipologia de cuidados e um tipo de ambulâncias, num período de tempo limite. É considerado, no desempenho, a probabilidade dos meios de SAV não estarem disponíveis. Também Sudtachat, Mayorga, & Mclay (2016) consideram o uso de tabelas de conformidade, mas de acordo com a disponibilidade dos meios no momento face à probabilidade de estarem disponíveis aquando de uma chamada de emergência.

Zhang & Zeng (2019) apresentam um modelo estocástico de duas etapas que considera a realocação de ambulâncias para garantir a maximização do raio de distância determinado de cobertura. A realocação é penalizada com custos relativos à distância.

Com o objetivo de maximizar a cobertura de acidentes rodoviários, Mohri & Haghshenas (2021) propõem um modelo de localização de rede em que as bases dos veículos seriam colocadas nas áreas mais problemáticas, o que poderia significar que os veículos poderiam estar localizados nos ramos das redes ao invés de apenas nos nós. São considerados limites de tempo, média de ocorrência de acidentes e demais eventos de emergência. Não exigem a cobertura de todos os episódios e não consideram a eventual indisponibilidade de viaturas.

Boujemaa, Jebali, Hammami & Ruiz (2020) consideram um problema de redistribuição de ambulâncias com dois tipos de níveis de assistência. O modelo estocástico proposto considera a procura dependente do tempo e permite a realocação de veículos. Os autores utilizam duas soluções produzidas por um método heurístico e avaliam o desempenho do modelo por simulação, considerando as incertezas na preparação dos meios e na capacidade de cada um. O modelo assume que apenas uma ambulância é necessária para cada ocorrência.

Uma abordagem robusta é proposta por Akıncılar & Akıncılar (2019) com o objetivo de otimizar a escolha do local das ambulâncias minimizando a incerteza em duas dimensões: a velocidade média das ambulâncias até chegarem ao local do acidente e o aumento da distância do percurso, se uma alternativa ao mais curto é usado, devido ao estado do trânsito. O pressuposto que está implícito de que existem sempre ambulâncias suficientes para cada episódio pode enfraquecer a aplicabilidade do modelo.

Wajid, Nezamuddin, & Unnikrishnan (2020) apresentam um modelo (Double Standard) para maximizar a dupla cobertura de acidentes no sul de Delhi (Índia). Os resultados obtidos mostram que é possível conseguir uma cobertura completa da procura com menos veículos de emergência do que os existentes. Os dados utilizados consideram apenas acidentes de trânsito e as ambulâncias são consideradas como estando sempre disponíveis.

Com o objetivo de minimizar o tempo total de resposta para a cobertura de cada episódio, Bélanger, Lanzarone, Nicoletta, Ruiz, & Soriano (2020) descrevem um modelo de decisão considerando a localização das ambulâncias e as decisões de encaminhamento. O método utilizado para a resolução do problema foi o de Simulação - Otimização que inclui uma formulação matemática e uma simulação de eventos. Segundo os autores, esta metodologia pode aumentar a resolubilidade do problema e a flexibilidade da tomada de decisão para o encaminhamento mais eficiente de veículos pela possibilidade de aproximação a contextos reais.

Os critérios que consideram a maximização da mínima cobertura (*max-min*) e de minimização do máximo arrependimento (*min-max*) conferem robustez aos modelos e são frequentemente usados para obter soluções de cobertura quando pode ocorrer grande variação de parâmetros, ou seja, em problemas com elevada incerteza. O critério *max-min* visa construir soluções com o melhor desempenho possível no pior dos casos. O critério de

arrependimento *min-max* pretende obter uma solução que minimize o desvio máximo, em todos os cenários possíveis, entre o valor da solução e o valor ótimo do cenário correspondente (Aissi et al., 2009).

Snyder & Daskin (2006) defendem que abordagens estocásticas e robustas podem ser combinadas considerando as vantagens de ambas.

Muitos modelos de otimização estocásticos consideram a otimização de um valor esperado, tendo por base probabilidades associadas aos diferentes cenários. Os modelos de otimização robusta, na maior parte das vezes, não consideram probabilidades associadas aos cenários, já que a sua atenção recai na otimização do pior resultado. Dalal & Üster (2018), com base neste pressuposto, combinam os dois modelos (pior resultado e resultado esperado) com o objetivo de minimizar custos. Consideram que esta metodologia é facilitadora nos contextos de emergência em que o pior resultado pode ser significativamente diferente dos resultados dos outros cenários.

Para Lim & Sonmez (2011), os métodos clássicos de arrependimento podem ser muito conservadores, pois produzem soluções considerando os piores cenários, o que os valida como uma boa abordagem para problemas de localização relacionados a situações de emergência.

Marques & Dias (2018) consideram que a otimização sob incerteza geralmente emprega uma das duas abordagens, otimização estocástica em que se considera apenas o valor esperado ou otimização robusta. Na otimização estocástica, os parâmetros aleatórios são habitualmente orientados por uma distribuição de probabilidade. Na otimização robusta, as probabilidades não são conhecidas e os parâmetros incertos são especificados por cenários discretos ou por intervalos contínuos; o objetivo é minimizar o pior resultado ou o arrependimento (robustez relativa). Em termos simples, levando em consideração que uma decisão deve ser tomada considerando vários cenários diferentes, o arrependimento pode ser entendido como uma medida de quanto perderemos devido ao fato de a solução ideal do cenário que ocorreu não ter sido implementada. Neste sentido, as autoras apresentam um problema dinâmico de localização de instalações, que considera a incerteza nos custos fixos e nos custos de afetação, bem como nos conjuntos de locais candidatos à instalação de serviços e de possíveis clientes. A incerteza é representada através de um conjunto de cenários com o objetivo de minimizar o custo total esperado, explicitamente considerando

o arrependimento. Apesar de este trabalho não ter sido aplicado a um contexto de localização de veículos de emergência, a consideração de modelos que produzem soluções robustas, nomeadamente considerando a pior cobertura, ou o máximo arrependimento, fazem todo o sentido neste contexto.

### **1.2.3. Modelos Multiobjectivo**

A utilização de modelos de otimização que consideram múltiplas funções objetivo está, para Alves, Antunes & Clímaco (2015), baseada no reconhecimento de que, nos problemas em contextos reais, existem diferentes perspetivas que têm de ser consideradas para a descoberta de soluções potenciais. Na maioria dos casos, estes objetivos podem entrar em conflito entre si, como, por exemplo, maximizar a cobertura e minimizar os custos, sendo que os decisores estão maioritariamente interessados em cumprir ambos. Por esse motivo, o conceito de solução não dominada é a chave destes modelos.

Por considerarmos que, no campo da saúde, e mais concretamente da assistência de emergência, o conceito anterior se aplica inteiramente, isto é, existem diferentes objetivos sendo que muitos deles são conflituosos entre si, propusemo-nos ao tratamento separado deste tipo de modelos.

O estudo apresentado por Zhang & Jiang (2014) parte de um modelo determinístico e evolui para a aplicação de um modelo robusto de resolução biobjetivo, com vista a otimizar o custo efetividade da resposta (objetivos usualmente conflituosos). Este modelo engloba diversos cenários de incerteza sobre o número total de chamadas e o número máximo de chamadas concorrentes, por os autores considerarem difícil, se não impossível, dada a escassez de dados, a quantificação em termos probabilísticos da procura. A busca das melhores soluções é realizada nos diferentes conjuntos de incerteza após a definição de limites. Da comparação de resultados entre a aplicação dos dois métodos, determinístico versus robusto, resulta que, apesar da utilização do modelo robusto na localização dos meios implicar mais custos na aplicação simulada com os dados provenientes de uma grande cidade da China, os desvios encontrados foram menores, o que o valida em termos das soluções apresentadas, quando o nível de segurança é considerado. O facto de não ser considerada exclusividade de atendimento de uma zona de procura por uma só determinada base de meios, permite imprimir dinamismo ao modelo, observando-se que, apesar do

aumento do nível de cobertura, o número de meios em determinada base diminui pela colaboração com outras bases.

De forma a melhorar a cobertura de serviços de emergência em zonas rurais, Chanta et al. (2014) propõem a aplicação de um modelo multiobjectivo que considera, simultaneamente, a maximização da cobertura da procura esperada, a minimização da máxima distância entre zonas sem cobertura e as bases mais próximas e, conseqüentemente, a minimização do número de zonas a descoberto. O que sobressai deste artigo é a preocupação dos autores em tornar mais equitativa a assistência de emergência, otimizando-a nas zonas rurais sem prejudicar as zonas urbanas. O modelo tem uma visão probabilística em relação à disponibilidade dos meios. Os autores optaram pela técnica que considera a otimização de uma das funções objetivo considerando as outras como restrições para a resolução do problema, e encontraram soluções não dominadas que davam resposta a esta problemática. Comparativamente à utilização de um problema só com um objetivo, verificou-se que, com o modelo proposto, a iniquidade era diminuída, resultando num número menor de áreas rurais sem cobertura. O modelo possibilita a avaliação de vários cenários, permitindo ao decisor a opção pela solução mais favorável. Para testar a sensibilidade do modelo, foi alterada a classificação de zona rural e zona urbana, com a criação de dois cenários a acrescentar ao existente. Nestes, a definição de zona urbana era alterada de acordo com o número de habitantes por metro quadrado. Os autores concluem a favor da utilização do modelo multiobjectivo tendo em atenção a conflituosidade existente entre eficiência e equidade, e concluem que o aumento do número de ambulâncias por base faz com que haja melhores resultados de resposta.

Proporcionando maior flexibilidade ao MLDC, o trabalho de Degel et al. (2015) visa, através de um modelo dinâmico multiobjectivo, maximizar, de forma flexível, a múltipla cobertura da procura com o mínimo de realocações de ambulâncias e o mínimo número de ambulâncias estacionadas fora das suas bases de origem. O modelo pressupõe que a procura não é igual em diferentes períodos do dia e que os meios de socorro, para além de estarem posicionados nas suas bases de origem, podem também ser realocados para bases existentes em outras zonas que se voluntariarem para o efeito. São considerados, neste modelo: variações da procura, níveis de cobertura, aspetos económicos e flexibilidade de soluções. No modelo apresentado, a dimensão da frota de ambulâncias, o número e local de bases de realocação e o número de realocações são considerados como dependentes do

período do dia e da procura prevista para esse momento. Contempla um limite máximo de tempo para o socorro, capacidade dos meios e taxa mínima de cobertura à população. O modelo foi aplicado a uma cidade alemã, Bochum, após ter sido acordado com os gestores o compromisso desejável entre flexibilidade e praticabilidade e, ainda, determinado o grau de cobertura adequado. Demonstrou-se que o caráter flexível da locação de ambulâncias em bases diferentes das de origem consegue oferecer melhores resultados na resposta à procura, sem ter que aumentar o número de meios disponíveis. Verificou-se, ainda, a necessidade de alocação de ambulâncias durante o dia como forma de minimizar o número de realocações (múltipla cobertura), que se revela mais dispendiosa. Também é possível concluir que a flexibilidade de oferta é mais vantajosa do que a dupla oferta fixa, já que previne a falta de resposta ou o desperdício de recursos nos períodos do dia de menor procura. À semelhança de Chanta et al. (2014), a consideração da distância euclidiana em vez da linear torna o modelo frágil na aplicação a outros contextos geográficos, com vias de acesso mais difíceis.

Procurando maximizar o nível de serviço e minimizar o tempo de transporte da procura ponderada, Shahriari et al. (2017) sugerem um modelo biobjetivo com características probabilísticas e que considera capacidades no sentido de localizar bases de ambulâncias, heliportos e bases aéreas. São definidos limites de tempo para transporte e penalizações para quando estes limites não são alcançados. Considera capacidades das ambulâncias e das bases, custos associados e tem em conta um orçamento máximo a respeitar. O modelo foi aplicado na província de Lorestan, no Irão, permitindo assim testá-lo e validá-lo. O problema multiobjectivo foi resolvido utilizando ponderações definidas pelo gestor e um coeficiente de métrica distinto, conseguindo, desta forma, transformar os múltiplos objetivos num só objetivo, o que permitiu uma fácil resolução computacional. No entanto, os autores assumem que só foi possível esta forma de resolução pela pequena dimensão do problema, já que um maior número de pontos e vias de acesso obrigaria à utilização de heurísticas e meta-heurísticas. Uma das conclusões mais relevantes deste trabalho é que, na localização de bases de ambulâncias ou de meios de socorro aéreo, quando se otimiza o nível de resposta e os custos, se o orçamento atingir o montante que permite a construção das bases que respondam à procura com um bom nível de serviço, aumentar o orçamento não conduz a melhor tempo de resposta. Assim, não existe uma relação direta entre mais investimento e melhor resposta, já que a procura não tende a mudar de forma significativa.

Outra das conclusões a que os autores chegaram é a de que aumentar as penalizações pelo atraso do sistema pode reforçar a sua inoperacionalidade, por falta de orçamento para funcionar e para adquirir mais meios.

### 1.3. ALGORITMOS DE RESOLUÇÃO

A maior parte, se não mesmo todos os modelos apresentados até ao momento, podem ser classificados como sendo NP-difíceis. Em termos práticos, isto significa que não é possível encontrar a solução ótima para instâncias de grande dimensão em tempo útil. Os trabalhos que expusemos foram, na sua maioria, já citados anteriormente pelas características dos modelos apresentados. Agora deter-nos-emos sobre a sua resolução.

A utilização de heurísticas na resolução de problemas de otimização tem sido a resposta encontrada por muitos investigadores quando se debatem com problemas de grandes dimensões (Dias, Captivo & Clímaco, 2008; Haupt & Haupt, 2004; Li, Zhao, Zhu & Wyatt, 2011; Schilde, Doerner & Hartl, 2011; Talbi, 2009). Apesar de nem sempre fornecerem soluções ótimas, as soluções que apresentam são habitualmente de alta qualidade, sendo os algoritmos genéticos, do grupo das metaheurísticas, os mais utilizados (Li, Zhao, Zhu & Wyatt, 2011).

Em Dzator & Dzator, (2013), numa aplicação de estudo de caso para a cidade de Perth, Austrália, é utilizada uma nova heurística, que resulta da combinação de três métodos aplicados ao problema da  $p$ -mediana: Algoritmo Miópico, Procura na Vizinhança (*Neighborhood Search*) e de Troca (*Exchange*). Nesta heurística, denominada de Redução (*Reduction Heuristic*), são eliminados valores de custo mais extremos (*outliers*) que, na versão conjugada, sustentam a eliminação de pontos candidatos, proporcionando, deste modo, mais alternativas consistentes. O algoritmo utilizado mostrou efetividade, observando-se a diminuição de custos e tempos de atendimento nas soluções encontradas.

Em Salman & Yücel (2014), foi aplicada a metaheurística *Tabu Search*, tendo em conta a disponibilidade de bases e vias de acesso vizinhas, aquando da rutura de acessos entre os pontos de procura e as bases de ambulância, de forma a determinar localizações e avaliar a cobertura.

Jánošíková et al. (2015) utilizam dois métodos heurísticos baseados na decomposição de problemas, considerando que, se um problema não pode ser otimizado como um todo, o

pode ser por partes. Por outras palavras, assume-se que um problema pode ser dividido em diferentes sub-problemas, sendo que, de acordo com os mesmos autores, se otimiza o problema se se otimizarem todos os sub-problemas que o constituem (apesar de não poder ser garantida que a solução obtida relativamente ao problema global seja a solução ótima). O método combina dois métodos heurísticos, o *Local Optimization Method* e o *Decomposition Domain*, observando-se melhores resultados em comparação com a sua utilização em separado. O artigo faz ainda referência às limitações da utilização do modelo determinístico em exclusivo, permitindo apenas o cálculo de uma estimativa do desempenho real de um sistema, ao invés da utilização de uma simulação informática que fundamente a real aplicação do sistema. A justificação desta opção é alicerçada pela dificuldade em obter dados objetivos.

Com o objetivo de minimizar o custo de bases de ambulâncias mantendo um nível de atendimento mínimo, Nickel et al. (2016) obtêm boas soluções pela aplicação de um algoritmo de procura de uma solução admissível utilizando um método heurístico que conjuga duas fases: a estimação do número de bases de ambulâncias a alocar em cada uma delas, e os pontos de localização de cada base.

No estudo que desenvolvemos existiu a necessidade, dada a complexidade do problema e a elevada quantidade de dados envolvidos, de se recorrer à utilização de metaheurísticas, mais concretamente um algoritmo genético (AG), para a resolução do problema. Por este motivo, de seguida, daremos uma maior atenção a este tipo de algoritmos, considerando a utilização desta metaheurística na resolução de problemas semelhantes.

Tozan & Donmez (2015) propõem-nos a aplicação de um AG adaptado com o objetivo de maximizar a cobertura da população por estações de emergência e minimizar custos associados. O algoritmo proposto é constituído por sete passos e, segundo os autores, considera a combinação de duas estratégias diferentes: penalizando as soluções inadmissíveis ou “concertando-as”, tornando-as em admissíveis; evitando a produção de descendências de más soluções ou inadmissíveis. Enayati, Mayorga, Toro-Díaz & Albert (2019) aplicam um AG, no sentido de minimizar o tempo de resposta de ambulâncias de emergência em que os operadores atuam procurando evitar soluções desnecessárias e inadmissíveis como, por exemplo, a mobilização de ambulâncias do mesmo tipo para localizações que já estão preenchidas. Atta et al. (2018) utilizam uma abordagem baseada

em AG para a resolução de problemas de máxima cobertura. Segundo estes autores, a utilização do critério de elitismo permite-lhes não desperdiçar boas soluções. Wang, Xiao & Chen (2018) utilizam um AG baseado em simulações para a resolução de um problema de definição de faixas para trânsito de ambulâncias de emergência.

Existem, na literatura, mais referências a bons resultados obtidos com a utilização destes algoritmos nos problemas de localização (Sasaki, Comber, Suzuki & Brunson, 2010; Geroliminis, Kepaptsoglou & Karlaftis, 2011; Shariff, Moin & Omar, 2012; McCormack & Coates, 2015). Outros autores usaram estes algoritmos de forma adaptada, como por exemplo Toro-Díaz, Mayorga, Chanta & McLay (2013), que utiliza duas soluções, uma representando a localização ótima e outra a função de encaminhamento das viaturas. Ko, Song & Hwang (2016) utilizam um AG híbrido num problema de localização, capacidade e capacitação de unidades de emergência face a múltiplos atendimentos de urgências que, quando comparado com as soluções dadas por um *general solver* (CPLEX), apresenta um melhor comportamento, possibilitando aumentar o número de dados a tratar, encontrando mais opções no atendimento e, por isso, um maior número de boas soluções. Outras utilizações, em conjugação com diferentes metodologias, são encontradas, tais como em conjugação com o modelo de filas de espera (Akdoğan et al., 2018) ou com outras heurísticas, ou com o modelo de hipercubo (Geroliminis et al., 2011).

Os algoritmos genéticos são algoritmos evolutivos de busca e inspiram-se nos princípios da seleção natural e na genética, conforme a teoria da evolução das espécies apresentada em 1859 por Charles Darwin (De Jong, 2006; Michalewicz, 1997; Russel & Norvig, 2010; Talbi, 2009). O conceito evolucionista deste autor, segundo De Jong (2006) considera:

- Uma ou mais populações de indivíduos competindo por recursos limitados;
- A noção de alteração dinâmica das populações pelo nascimento e morte dos seus indivíduos;
- A diferente capacidade de um indivíduo sobreviver e se reproduzir;
- Conceito de hereditariedade, ou seja, os filhos herdarem características dos pais.

Os AG trabalham com uma população de cromossomas (conjunto de soluções) onde cada um (constituído por cadeias de genes) representa uma solução potencial. Simulam o processo de mutação e combinação genética. Em cada geração (iteração), uma nova população é criada utilizando recombinações, mutações ou outros operadores sobre os

*genes* que representam os seus indivíduos. A probabilidade de seleção de um indivíduo depende da sua qualidade para a solução do problema, avaliada computacionalmente por uma função de aptidão (*fitness*) que corresponde ou está muito relacionada com a função objetivo (Comber, Sasaki, Suzuki & Brunsdon, 2011). Genes são trocados entre indivíduos, através de cruzamento, para a criação de melhores indivíduos.

A evolução geracional nestes algoritmos pode apresentar duas formas (De Jong, 2012):

- Ocasionalmente permitir que novos indivíduos substituam os existentes por uma melhor aptidão para a solução do problema.
- Usar um modelo geracional no qual os pais não sobrevivem, sendo substituídos pelos seus filhos.

Genericamente, um AG pode ser descrito da seguinte forma (Mitchell, 1999):

1. Considere-se uma população inicial de  $n$  indivíduos (caracterizados pelos seus cromossomas) gerada aleatoriamente (soluções candidatas a um problema) ou calculadas através do conhecimento prévio do problema.
2. Calcule-se a aptidão  $f(x)$  de cada indivíduo  $x$  na população. Esta aptidão representa a avaliação da qualidade de cada indivíduo, utilizando critérios pré-definidos. Estes critérios assumem, habitualmente, a forma de funções de aptidão (*fitness*), que atribuirão, a cada indivíduo, um valor numérico que refletirá a sua qualidade como solução do problema naquela população, e depende da forma como o cromossoma dá resposta ao problema.
3. Repetem-se os passos seguintes até uma descendência com  $n$  indivíduos ser criada. São aplicados, aos indivíduos da população, operadores genéticos que irão, por cruzamento entre eles, manipular os seus genes, esperando-se que produzam melhores indivíduos. A mutação permite a exploração de outras áreas do espaço de soluções. A cada operador é associada uma probabilidade de ocorrência, o que permite que alguns indivíduos (boas soluções) não sofram qualquer alteração e integrem a nova população temporária. Nos métodos de seleção dos indivíduos, os mais “fortes” têm maior probabilidade de serem selecionados e o mesmo indivíduo pode ser selecionado mais do que uma vez

(reposição), sendo que os melhores podem ser selecionados mais frequentemente.

- a) Selecione-se para “pais” um par de indivíduos da população atual em que a probabilidade de seleção é uma função crescente da aptidão. A seleção é feita "com substituição", significando que o mesmo cromossoma pode ser selecionado mais do que uma vez para se tornar um pai.
- b) Com a probabilidade  $p_c$  (a "probabilidade de cruzamento" ou "taxa de cruzamento"), cruze-se o par por trocas nos cromossomas a partir de um ponto escolhido aleatoriamente (escolhido com probabilidade uniforme) para formar dois filhos. Se não houver cruzamento, formem-se dois filhos que sejam cópias exatas de seus respectivos pais (observe-se que aqui a taxa de cruzamento é definida como a probabilidade de dois pais se cruzarem num único ponto, havendo também versões de "cruzamento multiponto").
- c) Cada filho pode ainda sofrer uma mutação com probabilidade  $p_m$  (a probabilidade ou taxa de mutação) em cada local.

4. Substitua-se a população de origem pela nova população.

5. Voltar ao passo 2.

Devemos ter em conta que:

1. em cada iteração, o primeiro passo consiste em selecionar estocasticamente as melhores soluções, criando uma população temporária.
2. as novas populações que vão sendo criadas deverão ter o mesmo tamanho das antecessoras.
3. os novos indivíduos são avaliados no final de cada iteração.
4. dizemos que os algoritmos convergem quando quase todos os indivíduos são compostos pelo mesmo material genético, esperando-se que, durante o processo evolutivo, um indivíduo ótimo ou quase ótimo seja criado.
5. podemos usar números reais ou outras representações para os genes que compõem o indivíduo, sendo esta representação de tamanho fixo e devendo os símbolos

utilizados nas sequências de genes permitir o mapeamento entre cada indivíduo e o espaço de procura.

6. após o processo de avaliação dos indivíduos há que decidir quais e em que proporção são os indivíduos que produzirão descendentes, permitindo aos melhores indivíduos serem escolhidos com mais frequência e, por esse motivo, evoluírem até ser encontrada uma boa solução.
7. O algoritmo termina quando se atinge o limite de iterações estabelecido como critério, ou quando deixam de ser observadas alterações significativas nas populações geradas.

## **2. MODELOS CONSIDERANDO A SUBSTITUIBILIDADE DOS VEÍCULOS**

Neste capítulo, iremos descrever três dos diferentes modelos matemáticos que foram desenvolvidos.

A partir do MLMC, construímos um modelo que permite otimizar a localização dos veículos de emergência pré-hospitalar, tendo em conta a realidade da operação destes veículos em Portugal. Numa segunda fase foram desenvolvidas duas versões, uma tendo como objetivo maximizar a cobertura no pior caso e outra minimizar o máximo arrependimento (Nelas & Dias, 2020b, 2020a).

Começamos por apresentar uma versão determinística do modelo, o que facilita a sua interpretação, evoluindo depois para a sua versão estocástica.

### **2.1. MODELO DETERMINÍSTICO**

Neste subcapítulo, descreveremos a versão determinística do modelo para que o raciocínio que lhe deu origem seja mais facilmente compreendido.

Considere-se que existe um conjunto de veículos de emergência com diferentes características, quer em termos de tipo de assistência que podem prestar, quer em termos de capacidade de transporte de doentes.

Nesta versão determinística do problema, assume-se que é possível conhecer quais são os episódios de emergência que ocorrerão no horizonte de tempo planeado. Cada episódio de emergência será caracterizado pela sua localização, pelo período de tempo de ocorrência, e pelo número de veículos de emergência de cada tipo que garantem o adequado atendimento. O modelo procura integrar uma visão hierárquica dos recursos disponíveis, considerando explicitamente a possibilidade de substituição de um veículo por outro, se o indicado não estiver disponível. Por exemplo, o suporte de nível intermédio fornecido pela Ambulância de Suporte Intermédio de Vida (ASIV) pode cobrir situações compatíveis com SBV usualmente cobertos por Ambulâncias de Socorro (AS) ou Ambulâncias de Emergência Médica (AEM), e os veículos SAV, as Viaturas Médicas de Emergência Médica (VMER), podem cobrir necessidades de nível intermédio e básico até que um

desses meios esteja disponível. A necessidade de transportar o paciente para uma unidade de saúde também deve ser considerada, uma vez que existem veículos que não possuem essa capacidade. Por exemplo, embora um VMER seja capaz de fornecer o nível de atendimento de ASIV ou AEM, este não poderá substituí-lo se o paciente precisar ser transportado.

Considere-se a seguinte notação:

$T$ : horizonte temporal

$I$  : conjunto de possíveis bases  $i$  para veículos de emergência,  $i \in I$  ;

$J$  : conjunto de localizações  $j$  onde episódios de emergência podem ocorrer,  $j \in J$  ;

$N_i$  : número máximo de veículos que podem ser localizados na base  $i$ ,  $i \in I$  ;

$L = \{SBV, SIV, SAV\}$  : conjunto dos possíveis níveis de assistência sendo  $l_k$  o nível de assistência do veículo  $k$ ,  $k \in K$  ;

$V$  : conjunto de veículos  $v$  existentes, cada tipo de veículo é caracterizado por ser de um certo tipo ( $k_v$ ), sendo que  $v \in V$  ;

$K$  : conjunto dos tipos de veículos existentes, sendo que cada veículo  $v$  é do tipo  $k_v$  ;

$E$  : conjunto de episódios  $e$  de emergência que ocorrem num determinado horizonte temporal, sendo que  $e \in E$  . Cada episódio é caracterizado por:

- $j_e$  : a localização onde o episódio acontece,  $j_e \in J, \forall e \in E$  ;
- $n_{ek}$  : o número de veículos do tipo  $k$  necessários para aquele episódio,  $e \in E, \forall k \in K$  ;
- $TS_{ek}$  : o período de tempo em que cada socorro começa para o veículo do tipo  $k$ ,  $\forall k \in K$  ;<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Esses tempos são definidos pelo tipo de veículo, para que seja possível representar uma situação em que, no início do socorro, apenas um tipo de veículo seja necessário, mas, posteriormente, no decorrer do episódio, outros tipos de veículos sejam considerados necessários. Nessa situação, os veículos não chegarão todos ao mesmo tempo e também não terminarão a tarefa ao mesmo tempo. Supõe-se, no entanto, que todos os

—  $TSt_{ek}$ : o período de tempo em que cada socorro termina para o veículo do tipo  $k$ ,  $e \in E, \forall k \in K$ .

### Matriz de cobertura

Para cada par  $i, j$  ( $i \in I, j \in J$ ) e para cada nível de assistência  $l$ , esta matriz fornecerá as informações sobre se  $j$  está no raio de cobertura de  $i$ , tendo em conta o limite admissível definido *a priori*. É possível considerar a possibilidade de existirem diferentes limites para o tempo máximo de cobertura, de acordo com cada nível de assistência. Assim, é possível ter diferentes limites máximos definidos por cada nível de assistência, de forma que  $a_{ijl}$  pode assumir diferentes valores para diferentes valores de  $l$ .

$$a_{ijl} = \begin{cases} 1, & \text{se a distância (tempo de viagem) entre } i \text{ e } j \text{ está dentro do limite máximo definido para} \\ & \text{o nível de assistência } l \text{ (} j \text{ é coberto por veículos localizados na base } i \text{),} \\ & \forall i \in I, j \in J, l \in L \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

### Matriz de substituição

A relação hierárquica entre veículos que podem ser enviados para um determinado episódio de emergência é explicitada na matriz de substituição. Um veículo  $v_1$  pode substituir um veículo  $v_2$  apenas se e só se conseguir fornecer, pelo menos, o nível de

---

veículos do mesmo tipo cheguem ao mesmo tempo e estejam livres ao mesmo tempo, o que constitui uma limitação do modelo. Considerar estes tempos por tipo de veículo apresenta ainda uma vantagem adicional: em caso de ocorrências que envolvam um grande número de vítimas, por vezes o mesmo veículo é utilizado mais do que uma vez na mesma ocorrência. O mesmo veículo pode transportar, sequencialmente, várias vítimas para o hospital, por exemplo. Isto pode ser considerado no modelo, assumindo que, para este tipo de veículos, o tempo final representa o período em que este tipo de veículo já não é de todo necessário. Assim, nos episódios com múltiplas vítimas, os valores para  $TSt_{ek}$  e  $n_{ek}$  devem estar relacionados (mais viaturas simultaneamente, menor tempo de afetação para cada uma, ou menos viaturas com maior tempo de afetação, para acautelar o uso da mesma viatura com várias vítimas).

assistência de  $v_2$  (tendo também em consideração se cada veículo tem capacidade para transporte de doentes).

$$c_{kk'} = \begin{cases} 1, & \text{se um veículo do tipo } k' \text{ pode substituir um do tipo } k, \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad \forall k, k' \in K$$

Devemos enfatizar que  $c_{kk'}$  pode ser diferente de  $c_{k'k}$  ( $k'$  pode substituir  $k$  mas o oposto pode não acontecer). A tabela 1 apresenta um exemplo de matriz de substituição.

$k$	AS	AEM	VMER
AS	1	0	0
AEM	1	1	1
VMER	0	0	1

Tabela 1-Exemplo de matriz de substituição

A partir desta tabela, é possível concluir que o veículo do tipo AEM pode ser substituído por qualquer outro tipo de veículo de emergência. Já a VMER não substitui a AS e as AEM por não ter capacidade de transporte de doentes.

Há situações em que um veículo pode ser substituído por dois veículos adicionais. Isso pode acontecer, por exemplo, com veículos ASIV, que podem ser substituídos por um VMER e uma AS (o VMER oferece um nível mais alto de atendimento, mas não possui capacidade de transporte). Essas situações serão representadas adequadamente por restrições no modelo, conforme explicado mais adiante. Por enquanto, vamos definir a seguinte notação:

$$r_k = \begin{cases} 1, & \text{se um veículo do tipo } k \text{ pode ser substituído por mais do que um veículo,} \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad \forall k \in K$$

$$g_k = \{(k', k'') : \text{o veículo do tipo } k \text{ pode ser substituído pelo par } k' \text{ e } k'' \in K\}, \forall k \in K$$

Assume-se que  $(k, k') \in g_k, \forall k \in K$ .

### Matriz de incompatibilidade

Se dois episódios tiverem períodos de ocorrência sobrepostos, o mesmo veículo não poderá ser enviado para ambos simultaneamente. Por esse motivo, existe uma matriz de incompatibilidade que define se os tempos de ocorrência de dois episódios se sobrepõem, sendo incompatíveis, ou não. Dois episódios serão considerados incompatíveis se ocorrerem, no todo ou em parte, ao mesmo tempo.

$$b_{ee'k} = \begin{cases} 1, & \text{se os episódios } e \text{ e } e' \text{ têm sobreposição de tempos de ocorrência, considerando} \\ & \text{a assistência por veículos do tipo } k, \text{ de forma a que o mesmo veículo não pode} \\ & \text{ser acionado simultaneamente para ambos os episódios,} \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad \forall e, e' \in E, k \in K$$

Pode observar-se que o período em que um veículo é atribuído a um episódio também pode e deve incluir o tempo gasto para preparar o veículo após o episódio, para que esteja pronto para ser atribuído a outro episódio.

### Matriz de disponibilidade

Não se pode presumir que todos os veículos de emergência estejam disponíveis no início do horizonte de tempo definido. De facto, alguns veículos de emergência podem estar indisponíveis porque ainda estão sendo usados noutros episódios iniciados antes do início do período temporal considerado na análise, e que ainda não terminaram. Além disso, um veículo também pode estar indisponível porque está em manutenção, por exemplo. Essas situações podem ser representadas usando esta matriz binária.

$$d_{ev} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } v \text{ pode ser enviado para o episódio } e, \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad \forall e \in E, v \in V$$

As variáveis de decisão a serem definidas no modelo determinam como posicionar os veículos de emergência existentes entre as possíveis bases disponíveis, tendo também em conta quais os episódios que são cobertos.

## Variáveis de decisão

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se há veículos localizados na base } i, \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad \forall i \in I$$

$$h_{vi} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } v \text{ é localizado na base } i, \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad \forall v \in V, i \in I$$

$$z_e = \begin{cases} 1, & \text{se o episódio } e \text{ recebe todos os veículos necessários no limite máximo do tempo,} \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad \forall e \in E$$

$$x_{vek} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } v \text{ é enviado para o episódio } e, \text{ como sendo do tipo } k, \\ & \text{(mesmo se é de um tipo diferente)} \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad \forall v \in V, e \in E, k \in K$$

Neste modelo, a função objetivo é de maximização do número total de episódios cobertos.

$$\text{Max } Z = \sum_{e \in E} z_e \quad (6)$$

Com esta função objetivo, existem muitas soluções ótimas alternativas, especialmente se existirem mais recursos do que os que realmente são necessários. Para eliminar muitas dessas soluções ótimas alternativas, a função objetiva pode ser alterada, adicionando um termo que minimiza o total dos recursos utilizados, ficando:

$$\text{Max } Z = \sum_{e \in E} z_e - \varepsilon \left( \sum_{v \in V} \sum_{i \in I} h_{vi} + \sum_{i \in I} y_i + \sum_{v \in V} \sum_{e \in E} \sum_{k \in K} x_{vek} \right) \quad (7)$$

O parâmetro  $\varepsilon$  representa um número positivo muito pequeno.

As restrições podem ser definidas da seguinte maneira:

- Um episódio  $e$  considera-se coberto se e só se recebe todos os veículos necessários ao nível de cuidados indicados, dentro dos limites de tempo definidos. Esta restrição considera a possibilidade de um veículo ser substituído

apenas por um único veículo  $r_k = 0$ . Se for possível substituir o veículo  $k$  por mais do que um veículo, aplicam-se as restrições (9) a (13).

$$n_{ek}z_e \leq \sum_{v \in V} c_{kk_v} x_{vek}, \forall e \in E, k \in K: r_k = 0 \quad (8)$$

- Quando um veículo de um determinado tipo pode ser substituído por mais do que um veículo de outros tipos, é mais complicado garantir que o número correto de veículos atribuídos a cada episódio esteja de acordo com o que o episódio precisa. Isso é feito recorrendo a variáveis auxiliares. Definam-se as variáveis inteiras auxiliares:  $O_{ekk}, \forall e \in E, k, k' \in K: \exists (k', k'') \in g_k$ . Essas variáveis irão contabilizar o número de veículos  $k'$  que são acionados para  $e$ , de tal modo que  $k'$  pode substituir  $k$  em conjunto com outros  $k''$  tais que  $(k', k'') \in g_k$ . Para além disso, seja  $q_{ekk'k''}, \forall e \in E, k, k', k'' \in K: r_k = 1, (k', k'') \in g_k, k' < k''$ , o número de veículos pertencentes ao par  $(k', k'') \in g_k$  que são acionados simultaneamente para o episódio  $e$ . Essas variáveis vão garantir que nenhum veículo é contabilizado mais do que uma vez. Assim, se o veículo  $k$  pode ser substituído por mais do que um veículo (nomeadamente o par  $(k', k'') \in g_k$ ) as seguintes restrições são válidas:

- A variável  $O_{ekk}$  representa o número de veículos que são despachados para o episódio  $e$  sem ser substituído por mais do que um veículo.

$$O_{ekk} \leq \sum_{v \in V} c_{kk_v} x_{vek}, \forall e \in E, k \in K: r_k = 1 \quad (9)$$

- O episódio  $e$  é coberto se, e somente se, receber os veículos necessários, exatamente os que deve receber ou por substituíbilidade direta ( $O_{ekk}$ ) ou

$$\text{pares de outros equivalentes em nível de cuidados} \left( \sum_{(k', k'') \in g_k, k' < k''} q_{ekk'k''} \right).$$

$$n_{ek}z_e \leq O_{ekk} + \sum_{(k', k'') \in g_k, k' < k''} q_{ekk'k''}, \forall e \in E, k \in K: r_k = 1 \quad (10)$$

- O número de veículos do tipo  $k'$  que contribuem para a substituição de veículos do tipo  $k$  é limitado pelo número de veículos desse tipo que são

enviados para o episódio  $e$ , considerando os veículos que já eram necessários. Estas restrições garantem que nenhum veículo seja contado mais do que uma vez para o mesmo episódio. Isso pode acontecer se o episódio precisar de veículos de diferentes tipos e um determinado veículo  $v$  do tipo  $k'$  puder ser simultaneamente o único substituto para um tipo de veículo necessário, mas também pertencer a um par  $(k', k'')$  para outro tipo de veículo, por exemplo.

$$O_{ekk'} \leq \sum_{v \in V} c_{k'k_v} x_{vek'} - n_{ek'}, \forall e \in E, k, k' \in K : r_k = 1, \exists (k', k'') \in g_k \quad (11)$$

- O número total de pares de veículos  $(k', k'') \in g_k$  usados para substituir  $v$  do tipo  $k$  é limitado pelo número mínimo de veículos de cada tipo. Se  $k'$  pertence a mais do que um par  $(k', k'') \in g_k$  então o mesmo veículo não pode pertencer a mais do que um par de substituição.

Imagine-se que dois veículos do tipo  $k'$  e um veículo do tipo  $k''$  são acionados. Isto quer dizer que apenas um par  $(k', k'')$  pode ser contado.

$$\sum_{(k', k'') \in g_k : k' < k''} q_{ekk'k''} \leq O_{ekk'}, \forall e \in E, k, k' \in K, k' < k'' : \exists (k', k'') \in g_k \quad (12)$$

$$\sum_{(k', k'') \in g_k : k' < k''} q_{ekk'k''} \leq O_{ekk''}, \forall e \in E, k, k'' \in K, k' < k'' : \exists (k', k'') \in g_k \quad (13)$$

- Em cada episódio  $e$ , um veículo de emergência só pode equivaler a um nível de assistência.

$$\sum_{k \in K} x_{vek} \leq 1, \forall e \in E, v \in V \quad (14)$$

- O veículo de emergência  $v$  só pode atender o episódio  $e$  a partir da base  $i$ , se estiver lá localizado, se  $e$  ocorrer dentro do raio de cobertura de  $i$  para aquele nível de cuidados, e se estiver disponível.

$$x_{vek} \leq d_{ev} \sum_{i \in I} a_{ije} h_{vi}, \forall v \in V, e \in E, k \in K \quad (15)$$

- Um veículo de emergência só pode ser acionado para dois episódios se os seus tempos de ocorrência não se intersectarem.

$$\sum_{k' \in K} x_{vek'} + \sum_{k'' \in K} x_{ve'k''} \leq 2 - b_{ee'k}, \forall v \in V, k \in K, e, e' \in E : e < e' \quad (16)$$

- Existe um número máximo de veículos que podem ser localizados em cada base, e os veículos só podem ser atribuídos a uma base que esteja preparada.

$$\sum_{v \in V} h_{vi} \leq N_i y_i, \forall i \in I \quad (17)$$

- Cada veículo de emergência só pode ser atribuído a uma base.

$$\sum_{i \in I} h_{vi} \leq 1, \forall v \in V \quad (18)$$

- Se determinado episódio não está completamente coberto, então não lhe será atribuído nenhum veículo. Esta restrição irá eliminar muitas soluções ótimas alternativas que possam existir.  $M$  representa um número positivo muito grande.

$$\sum_{v \in V} \sum_{k \in K} x_{vek} \leq M z_e, \forall e \in E \quad (19)$$

- As restrições (20) a (23) garantem o carácter binário das variáveis e as (24) e (25) que as variáveis aí consideradas sejam inteiras e não negativas.

$$y_i \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (20)$$

$$h_{vi} \in \{0, 1\}, \forall v \in V, i \in I \quad (21)$$

$$z_e \in \{0, 1\}, \forall e \in E \quad (22)$$

$$x_{vek} \in \{0, 1\}, \forall v \in V, e \in E, k \in K \quad (23)$$

$$O_{ekk'} \geq 0 \text{ e inteiro } \forall e \in E, k, k' \in K : \exists (k', k'') \in g_k \quad (24)$$

$$q_{ekk'k''} \geq 0 \text{ e inteiro } \forall e \in E, k, k', k'' \in K : (k', k'') \in g_k \quad (25)$$

Consideramos que as restrições (9) a (13) carecem de melhor explicação. Elas aplicam-se na situação em que um veículo do tipo  $k$  pode ser substituído enviando, simultaneamente, um veículo do tipo  $k'$  e outro do tipo  $k''$ . Nesta situação, a cobertura do episódio  $e$  em relação à assistência de veículos do tipo  $k$  pode ser alcançada por veículos do tipo  $k'$  (ou veículos equivalentes de acordo com a matriz de substituíbilidade) ou por pares de outros tipos de veículos.

Essas restrições também podem ser adaptadas a situações nas quais um veículo possa ser substituído por mais de dois veículos (o que não acontece no caso português).

Neste modelo determinístico, assume-se que todos os episódios que ocorrerão são conhecidos (conjunto  $E$ ), juntamente com as características de cada um. Considerando a função objetivo de maximização do número total de episódios cobertos, e tendo em conta as restrições apresentadas, o modelo tenderia a beneficiar os episódios menos exigentes, para os quais é mais fácil obter  $z_e = 1$ . Imagine-se que existe um episódio  $e_1$  que precisa de vários veículos de tipos diferentes. Esse episódio ocorre antes de dois outros episódios ( $e_2$  e  $e_3$ ) que ocorrem sequencialmente e, portanto, sem períodos de tempos sobrepostos. O episódio  $e_1$  possui períodos de ocorrência que se sobrepõem aos tempos de ocorrência de  $e_2$  e  $e_3$ , pelo que os veículos não podem ser atribuídos simultaneamente a  $e_1$  e  $e_2$  ou a  $e_1$  e  $e_3$ . Seria melhor não atribuir recursos a  $e_1$  e garantir a cobertura de  $e_2$  e  $e_3$ , pois isso seria mais favorável em termos da função objetivo. No entanto, num cenário real, isso nunca aconteceria, pois quando  $e_1$  ocorre, não há possibilidade de saber que  $e_2$  e  $e_3$  ocorrerão, porque são posteriores. Se tal situação puder acontecer, o valor da cobertura calculada na função objetivo seria enviesado, uma vez que seria obtido graças a um "conhecimento do futuro": a alocação de veículos não foi feita apenas de acordo com os episódios que ocorreram até ao momento presente, mas teve também em consideração o que aconteceria no futuro. Uma maneira de resolver o problema seria priorizar os episódios, fornecendo pesos diferentes que seriam levados em consideração na função objetivo. No entanto, o uso de tais pesos não está isento de problemas, pois estes teriam que ser atribuídos de uma maneira que não fosse possível antecipar o futuro. Por esse motivo, outra solução foi adotada. Assuma-se que todos os episódios  $e \in E$  são ordenados por hora da ocorrência (ou seja, se  $e < e'$  então  $e$  começa antes de  $e'$ ). É adicionada uma nova restrição que, em conjunto com (19), garante que se  $e$  e  $e'$  tiverem períodos de ocorrência que se intersectam, relativamente a veículos do tipo  $k$  ( $b_{ee'k} = 1$ ), e se o veículo  $v$  que estava disponível para  $e$  não foi atribuído a esse episódio que ocorre primeiro ( $x_{vek} = 0$ ) e que dele necessitava ( $n_{ek} \geq 1$ ), se o episódio  $e$  não recebeu todos os veículos necessários ( $z_e = 0$ ), então o veículo  $v$  não pode ser atribuído ao episódio  $e'$  (se disponível, deve ser usado para garantir a cobertura do episódio que acontece primeiro).

$$\begin{aligned}
& \sum_{k \in K} x_{ve'k} \leq \left( 2 - \sum_{i \in I} a_{ij_e} \lambda_k h_{vi} - \sum_{i \in I} a_{ij_{e'}} \lambda_k h_{vi} \right) + 1 - (b_{ee'k} - x_{vek} - z_e) + \\
& + \frac{\sum_{v' \in V} x_{v'e'k}}{n_{ek}} + M \left( 1 - c_{kk_v} \right) + \sum_{k' \in K} \sum_{e'' : e'' < e} b_{e''ek'} x_{ve''k'}, \forall v \in V, e, e' \in E : e < e', (26) \\
& k \in K : n_{ek} \geq 1
\end{aligned}$$

Estas restrições só serão necessárias se o veículo  $v$  estiver dentro do raio de cobertura dos episódios  $e$  e  $e'$ . Se não for esse o caso, então  $\left( 2 - \sum_{i \in I} a_{ij_e} \lambda_k h_{vi} - \sum_{i \in I} a_{ij_{e'}} \lambda_k h_{vi} \right)$  será maior ou igual a 1 e a restrição é redundante.

Se  $b_{ee'k} = 1$ ,  $x_{vek} = 0$ ,  $z_e = 0$ , e o número total de veículos acionados para  $e$  é menor que

$$n_{ek} \left( \frac{\sum_{v' \in V} x_{v'e'k}}{n_{ek}} < 1 \right) \text{ (} e \text{ não é coberto porque não recebeu veículos suficientes do tipo } k \text{),}$$

ficamos com  $\sum_{k' \in K} x_{ve'k'} \leq 1 - (1 - 0 - 0) +$  um número maior do que 1. Isto faz com que

$\sum_{k' \in K} x_{ve'k'}$  seja menor ou igual a um número menor que 1, implicando que  $\sum_{k' \in K} x_{ve'k'}$  tem de

tomar o valor 0 (ou seja, o veículo  $v$  não pode ir para o episódio futuro  $e'$ ). Se  $c_{kk} = 0$ , então  $v$  não pode substituir um veículo de tipo  $k$  e a restrição é redundante. Se

$\sum_{k' \in K} \sum_{e'' : e'' < e} b_{e''ek'} x_{ve''k'} > 0$ , este veículo já está a ser utilizado num episódio  $e''$  que teve início

antes de  $e$  e que tem tempos de interceção com ele (esta última parcela faz com que esta restrição tenha efeito apenas se esse veículo ainda não estiver a ser utilizado em nenhum episódio  $e''$  o que faria com que não estivesse disponível para ser acionado em  $e$ ). Em todas as outras situações, temos  $x_{ve'k}$  menor ou igual do que um número igual ou maior que 1, o que faz com que a variável possa assumir o valor de 1.

Um pequeno exemplo será agora descrito para ilustrar as características do modelo e a importância das restrições (26).

### Exemplo 1

Imagine-se que existem dois locais possíveis para a colocação de veículos de emergência, cada um capaz de receber no máximo dois veículos. Existem cinco locais onde os episódios de emergência podem ocorrer, e em cada um ocorrerá exatamente um episódio de emergência. Por uma questão de simplicidade, suponhamos que o episódio 1 ocorre no local 1, o episódio 2 no local 2, e assim por diante. A figura 2 ilustra os períodos em que esses episódios ocorrem. A linha do tempo apresentada determinará a matriz de incompatibilidades e os correspondentes valores  $b_{ee'k}$ .

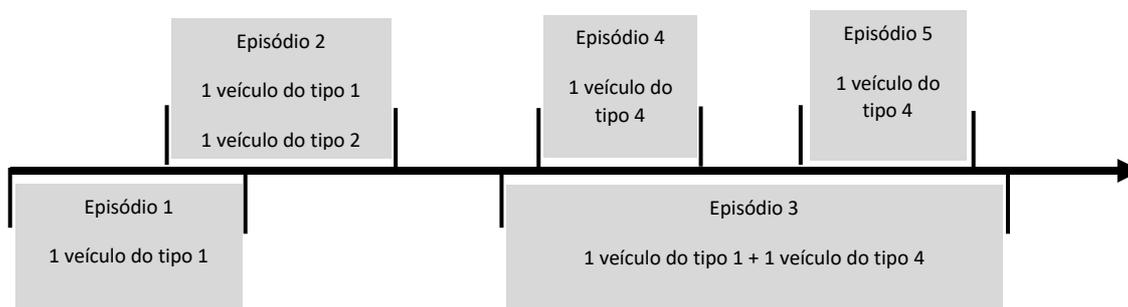


Figura 2- Linha temporal de ocorrência de episódios (exemplo 1)

Suponhamos, também, que existem quatro veículos disponíveis, cada um de um tipo  $k$  diferente. A tabela 2 apresenta o número de recursos necessários para cada um dos episódios de emergência. Por enquanto, vamos supor que não existe possibilidade de substituição entre veículos, todos os veículos estão disponíveis no início do horizonte temporal e que os locais 1 a 5 estão todos dentro do raio de cobertura das bases 1 e 2.

Episódios	Tipo de Veículos			
	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	1	1	0	0
3	1	0	0	1
4	0	0	0	1
5	0	0	0	1

Tabela 2- Número de veículos necessários por episódio (exemplo 1)

A tabela 3 representa a matriz de incompatibilidades entre episódios para cada tipo de veículo ( $k$ ) para o exemplo 1.

	Episódio	Episódio				
		1	2	3	4	5
k=1	1	0	1	0	0	0
	2	1	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0
k=2	1	0	1	0	0	0
	2	1	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0
k=3	1	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0
k=4	1	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	1	1
	4	0	0	1	0	0
	5	0	0	1	0	0

Tabela 3- Matriz de incompatibilidade entre episódios (exemplo 1)

A solução ótima para este problema é a seguinte: os episódios 1 e 3 são os únicos cobertos. A base 2 é aberta e os dois veículos necessários estão localizados lá. O veículo 1 é acionado para os episódios 1 e 3. O episódio 3 também precisa do veículo 4. O episódio 2 não pode ser coberto porque um veículo necessário (veículo 1) já está atribuído ao episódio 1, não estando por isso disponível, e nenhum outro veículo pode substituí-lo. Os episódios 4 e 5 também não podem ser cobertos porque o recurso necessário está atribuído ao episódio 3 (veículo 4).

Se o problema for resolvido sem as restrições (26), o modelo, que maximiza o número total de episódios cobertos, aproveitará o seu “conhecimento do futuro” para garantir a cobertura dos episódios 4 e 5 em vez da cobertura do episódio 3. Portanto, em vez de enviar os veículos necessários e disponíveis para o episódio 3 quando esse episódio acontecer, esses veículos disponíveis serão mantidos disponíveis para que possam ser atribuídos posteriormente aos outros dois episódios. Nesse caso, três episódios serão cobertos. Este é um valor de cobertura enviesado, pois isso nunca ocorreria no contexto real.

### Exemplo 2

Vamos agora assumir que o veículo do tipo 3 pode substituir os veículos do tipo 4. Nesse caso, três veículos serão usados e os episódios 1, 3, 4 e 5 podem ser cobertos. Como cada base pode ter, no máximo, 2 veículos, ambas as bases estarão operacionais. A base 1 terá os veículos 3 e 4, a base 2 terá o veículo 1. Será possível atribuir o veículo 3 como sendo do tipo 4 aos episódios 4 e 5 ( $x_{344}$  e  $x_{354}$  são iguais a 1). Existem soluções ótimas alternativas, tanto em termos da localização dos veículos (porque todos os locais estão dentro do raio de cobertura de cada base potencial), como também em termos da atribuição do veículo 3 (pode ser atribuído ao episódio 3 e o veículo 4 aos episódios 4 e 5).

Se agora mudássemos a matriz de cobertura, declarando que o local 1 é coberto apenas pelo uso de veículos da base 1, o veículo necessário para garantir a cobertura desse episódio seria obrigatoriamente localizado na base 1.

### Exemplo 3

Vamos agora trabalhar com um exemplo um pouco diferente, onde a ocorrência de episódios está representada na figura 3.

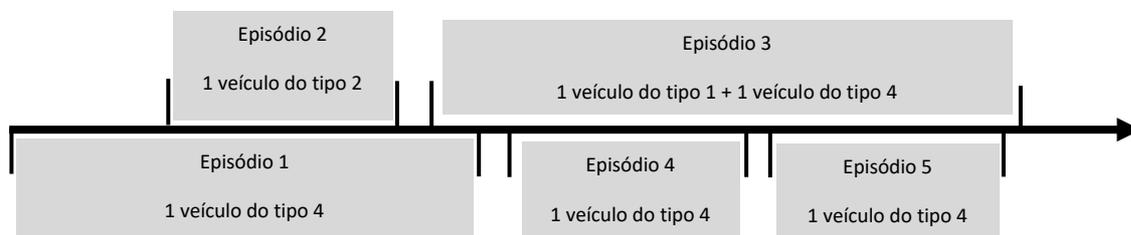


Figura 3- Linha temporal de ocorrência de episódios (exemplo 3)

As restrições (26) lidam com a situação em que, apesar de um episódio não ter sido totalmente coberto (episódio 3), devido ao fato do recurso necessário já estar a ser usado num episódio anterior que ainda não terminou (episódio 1), outros episódios incompatíveis puderem ser cobertos (episódios 4 e 5) porque os veículos, entretanto ficaram desocupados.

A Tabela 4 mostra os veículos que precisam de ser atribuídos a cada episódio de emergência.

Episódio	Tipo de veículos			
	1	2	3	4
1	0	0	0	1
2	0	1	0	0
3	1	0	0	1
4	0	0	0	1
5	0	0	0	1

Tabela 4- Número de veículos necessários por episódio (exemplo 3)

A solução ótima neste exemplo 3 é  $(x_{222})$ ,  $(x_{414})$ ,  $(x_{444})$  e  $(x_{454})$  igual a 1, garantindo a cobertura de todos os episódios à exceção do episódio 3.

## 2.2. MODELOS ESTOCÁSTICOS

O modelo descrito anteriormente tem uma limitação importante: não considera explicitamente a incerteza que está associada à existência de episódios de emergência. Para aproximar o nosso modelo do ambiente real de situações de emergência, descreveremos, neste subcapítulo, versões estocásticas deste modelo, reconhecendo explicitamente que não é possível saber com certeza quais serão os episódios que ocorrerão durante o horizonte temporal definido.

### 2.2.1. Modelo de Maximização da Cobertura Esperada

O modelo desenvolvido é um modelo estocástico de duas etapas, considerando um conjunto de cenários para representar a incerteza. As variáveis de decisão pertencem a um de dois conjuntos: ou pertencem ao conjunto da primeira etapa, o que implica que representam decisões que têm de ser tomadas antes da incerteza se resolver, ou pertencem ao conjunto da segunda etapa, correspondendo a decisões que dependerão da situação que vier a ocorrer (também chamadas variáveis de recurso). Utilizou-se o método de simulação de Monte Carlo para geração de cenários (Birge & Francois, 2011).

O problema clássico de programação linear em duas etapas pode ser formulado da seguinte maneira (considerando, como exemplo e sem perda de generalidade, um problema de minimização):

$$\min f(\zeta) = c^T \zeta + E_{\Theta} [R(\zeta, \Theta)] \quad (27)$$

Sujeito a:

$$A\zeta = b; \quad (28)$$

$$\zeta \in \Psi \quad (29)$$

$E_{\Theta} [R(\zeta, \Theta)]$  indica a esperança matemática em relação a  $\Theta$ .  $R(\zeta, \Theta)$  é o valor ideal do problema da segunda etapa para um determinado cenário  $s(\Theta(s))$  que pode ser formulado como:

$$\min R(\Theta)^T \omega \quad (30)$$

Sujeito a:

$$\Gamma(\Theta) + \Upsilon(\Theta)\omega = \phi(\Theta); \quad (31)$$

$$\omega \in \Omega \quad (32)$$

As variáveis  $\zeta$  são as da primeira etapa e  $\omega$  as da segunda etapa.  $\Theta(r, \Gamma, \Upsilon, \phi)$  corresponde aos dados do problema da segunda etapa, que são considerados aleatórios, pois dependem de cada cenário. No caso presente,  $\zeta$  corresponde às variáveis  $y_i$  e  $h_{vi}$ . As variáveis da segunda etapa  $\omega$  correspondem às variáveis  $z_{es}$  e  $x_{veks}$  (com um significado semelhante às variáveis  $z_e$  e  $x_{vek}$  já definidas para a versão determinística, mas que agora são indexadas aos diferentes cenários que serão incluídos no modelo).  $E_{\Theta} [R(\zeta, \Theta)]$  é substituída por uma estimativa calculada através de simulação de Monte Carlo, de modo que cada cenário será uma realização de  $\Theta(\Theta(s))$ .

Parte da notação definida anteriormente para o modelo determinístico permanece válida, sendo apenas necessário redefinir os parâmetros e variáveis que se alteram neste modelo, acomodando a existência de cenários.

O conjunto de cenários será representado por  $S$ . A cada cenário será atribuída uma probabilidade de ocorrência  $p_s, \forall s \in S$ . Cada cenário tem o seu próprio conjunto de episódios,  $e \in E_s$ .  $\Theta(r, \Gamma, \Upsilon, \phi)$  na formulação clássica do problema de programação em



A função objetivo será agora a maximização da cobertura esperada do número total de episódios de emergência, considerando a probabilidade de ocorrência de cada cenário ( $p_s, \forall s \in S$ ):

$$\text{Max } Z = \sum_{s \in S} \sum_{e \in E_s} p_s z_{es} - \varepsilon \left( \sum_{v \in V} \sum_{i \in I} h_{vi} + \sum_{i \in I} y_i + \sum_{v \in V} \sum_{e \in E_s} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} p_s x_{veks} \right) \quad (33)$$

O parâmetro  $\varepsilon$  continua a representar um número positivo muito pequeno.

Considerando a formulação clássica do problema de programação em duas etapas,  $\min c^T \zeta$

corresponde a  $\min \varepsilon \left( \sum_{v \in V} \sum_{i \in I} h_{vi} + \sum_{i \in I} y_i \right)$  enquanto  $\min r(\Theta)^T \omega$  representa

$$\min - z_{es} + \varepsilon \left( \sum_{v \in V} \sum_{e \in E} \sum_{k \in K} x_{veks} \right).$$

As restrições  $A\zeta = b$  neste modelo são representadas pelas restrições (17) - (18), definidas na versão determinística e que se mantêm na formulação estocástica. As restrições  $\Gamma(\Theta) + \Upsilon(\Theta)\omega = \phi(\Theta)$  são representadas pelas restrições (34) - (44), que se definem a seguir, e que seguem de perto as restrições (8) a (16) apresentadas para o modelo determinístico, com as necessárias adaptações pela consideração explícita de existência de cenários:

- Um episódio pertencente a um determinado cenário  $s$  é considerado coberto se e só se receber todas as viaturas necessárias em quantidade e tipo, naquele cenário.

$$n_{eks} z_{es} \leq \sum_{v \in V} c_{kk_v} x_{veks}, \forall s \in S, e \in E_s, k \in K : r_k = 0 \quad (34)$$

- Definam-se as variáveis auxiliares inteiras  $O_{ekk's}, \forall s \in S, e \in E_s, k, k' \in K, : \exists (k', k'') \in g_k$  que representam o número de veículos do tipo  $k'$  que são acionados para o episódio  $e$  substituindo veículos do tipo  $k$ , no cenário  $s$ . Além disso, seja  $q_{ekk'k''s}, \forall s \in S, e \in E_s, k \in K : r_k = 1, (k', k'') \in g_k, k' < k''$  o número de veículos pertencentes ao par  $(k', k'') \in g_k$  que são simultaneamente acionados para o episódio  $e$  no cenário  $s$ . Então, se o veículo  $k$  pode ser substituído por mais do

que um veículo (nomeadamente pelo par  $(k', k'') \in g_k$ ) as seguintes restrições são válidas:

$$O_{ekks} \leq \sum_{v \in V} c_{kk_v} x_{veks}, \forall s \in S, e \in E_s, k \in K : r_k = 1 \quad (35)$$

$$n_{eks} z_{es} \leq O_{ekks} + \sum_{(k', k'') \in g_k, k' < k''} q_{ekk'k''}, \forall s \in S, e \in E_s, k \in K : r_k = 1 \quad (36)$$

$$O_{ekk's} \leq \sum_{v \in V} c_{k'k'_v} x_{vek's} - n_{ek's}, \forall s \in S, e \in E_s, k, k' \in K : \exists (k', k'') \in g_k \quad (37)$$

$$\sum_{(k', k'') \in g_k, k' < k''} q_{ekk'k''s} \leq O_{ekk's}, \forall s \in S, e \in E_s, k, k' \in K : \exists (k', k'') \in g_k \quad (38)$$

$$\sum_{(k', k'') \in g_k, k' < k''} q_{ekk'k''s} \leq O_{ekk's}, \forall s \in S, e \in E_s, k, k' \in K : \exists (k', k'') \in g_k \quad (39)$$

- Um veículo de emergência só pode contribuir para um determinado nível de assistência, em cada episódio de cada cenário.

$$\sum_{k \in K} x_{veks} \leq 1, \forall s \in S, e \in E_s, v \in V \quad (40)$$

- O veículo de emergência  $v$  só pode atender o episódio  $e$ , pertencente ao cenário  $s$ , a partir da base  $i$  se estiver aí localizado, se  $e$  ocorrer no raio de cobertura de  $i$  para aquele nível de assistência, e se estiver disponível naquele cenário.

$$x_{veks} \leq d_{evs} \sum_{i \in I} a_{ij_e k} h_{vi}, \forall v \in V, s \in S, e \in E_s, k \in K \quad (41)$$

- Um veículo de emergência só pode ser acionado para dois episódios se estes ocorrerem em períodos de tempo que não se intersetem, considerando o cenário a que ambos os episódios pertencem.

$$\sum_{k' \in K} x_{vek's} + \sum_{k'' \in K} x_{ve'k''s} \leq 2 - b_{ee'ks}, \forall v \in V, k \in K, s \in S, e, e' \in E_s : e < e' \quad (42)$$

As restrições (19) e (26) também foram alteradas da seguinte forma:

- Se um episódio não for coberto, então não será receberá nenhum veículo. Um valor muito grande, não negativo, é representado por  $M$ .

$$\sum_{v \in V} \sum_{k \in K} x_{veks} \leq M z_{es} \forall s \in S, e \in E_s \quad (43)$$

- Não é possível antecipar o futuro em cada cenário, tendo em conta as decisões de afetação de viaturas a episódios de emergência.

$$\sum_{k' \in K} x_{ve'k's} \leq \left( 2 - \sum_{i \in I} a_{ij_e l_k} h_{vi} - \sum_{i \in I} a_{ij_e l_k} h_{vi} \right) + 1 - (b_{ee'ks} - x_{veks} - z_{es}) + \frac{\sum_{v' \in V} x_{v'eks}}{n_{eks}} + M(1 - c_{kk'}) + \sum_{k' \in K} \sum_{e'' \in E : e'' < e} b_{e''ek's} x_{ve''k's}, \forall v \in V, s \in S, e, e' \in E_s : e < e', k \in K : n_{eks} \geq 1 \quad (44)$$

- O comportamento das variáveis pode ser definido da seguinte forma:

$$z_{es} \in \{0, 1\}, \forall e \in E, s \in S \quad (45)$$

$$x_{veks} \in \{0, 1\}, \forall v \in V, e \in E, k \in K, s \in S \quad (46)$$

$$O_{ekk's} \geq 0 \text{ e inteiro } \forall e \in E, k, k' \in K : \exists (k', k'') \in g_k, s \in S \quad (47)$$

$$q_{ekk'k''s} \geq 0 \text{ e inteiro } \forall e \in E, k, k', k'' \in K : (k', k'') \in g_k, s \in S \quad (48)$$

Um dos problemas de se utilizar uma função objetivo que considera a maximização do valor esperado é o facto de maus resultados em alguns cenários poderem ser mascarados por muito bons resultados em outros cenários. No contexto de localização de viaturas de emergência médica, isto pode resultar num mau desempenho em situações de maior exigência em termos de recursos. Por isso, faz sentido considerar outras perspetivas, nomeadamente tentar encontrar soluções que garantam um bom comportamento das soluções, mesmo para os cenários mais exigentes. Nos próximos dois subcapítulos apresentam-se essas abordagens.

### 2.2.2. Modelo de Minimização do Máximo Arrependimento

Neste modelo pretendemos que a solução ótima minimize a máxima diferença calculada entre o que seria a cobertura, para cada cenário, se a solução ótima desse cenário fosse considerada e a cobertura obtida pela solução para o problema global.

Seja  $O_s$  o número máximo de episódios cobertos no cenário  $s$  (ou seja  $O_s$ , representa o valor de cobertura máxima obtida quando se otimiza a cobertura considerando apenas esse cenário). Então, o arrependimento  $R_s$  associado ao cenário  $s$ , por se ter considerado uma

solução diferente da solução ótima de  $s$ , pode ser calculado como  $O_s - \sum_{e \in E_s} z_{es}$ , em que

$\sum_{e \in E_s} z_{es}$  representa o número de episódios cobertos, no cenário  $s$ , considerando uma

solução diferente da solução ótima para o cenário  $s$ .

A função objetivo ficará:

$$\text{Min Max } R \quad (49)$$

Como a função não é linear, existe a necessidade de a linearizar recorrendo a um novo conjunto de restrições. Assim:

$$\text{Min } R \quad (50)$$

Sujeito a:

$$R \leq O_s - \sum_{e \in E_s} z_{es}, \forall s \in S \quad (51)$$

Todas as restantes restrições apresentadas continuam a fazer parte deste modelo.

### 2.2.3. Modelo de Maximização da Cobertura no Pior Caso

A partir do modelo estocástico desenvolvido, formulámos uma versão que tem como função objetivo maximizar a cobertura no pior resultado, isto é, garantir que a cobertura no cenário onde esta é menor é a maior possível.

Como cada cenário pode considerar um número diferente de episódios de emergência, a cobertura associada a cada cenário é calculada de forma relativa como sendo a percentagem de episódios cobertos. Tendo em conta que a função objetivo é do tipo *Max Min*, foi também necessário recorrer a uma variável de decisão auxiliar ( $C$ ) e a um conjunto de novas restrições:

$$\text{Max } C \quad (52)$$

Sujeito a:

$$C \leq \sum_{e \in E_s} \frac{z_{es}}{\#E_s}, \forall s \in S \quad (53)$$

Todas as restantes restrições já apresentadas continuam a fazer parte deste modelo.

Os resultados obtidos na aplicação de ambas as funções serão analisadas no capítulo seguinte.

### 3. ESTUDO DE CASO I

Um dos objetivos do desenvolvimento dos modelos descritos na secção anterior é de verificar a possibilidade de alcançar uma solução, em termos de localização de veículos, que melhorasse a cobertura de episódios de emergência quando comparada com a configuração atual (a localização atual de veículos de emergência). Para aplicar os modelos, foi necessário gerar aleatoriamente um conjunto de cenários, tendo como ponto de partida dados reais, para que esses cenários refletissem, o melhor possível, o que se espera que aconteça na realidade.

Numa primeira abordagem (subcapítulo 3.2.), os cenários gerados baseiam-se na informação sobre todas as ocorrências de emergência que exigiram a atribuição de veículos de SAV durante um ano e dados publicados sobre a utilização de outros veículos nos 3 anos anteriores (INEM, 2019b). Permitiram o cálculo do número total de ocorrências (SBV mais SAV) pelo mesmo período. Foram estes os dados considerados para aplicação dos modelos até agora definidos. Mais tarde, foi possível ter acesso a dados mais detalhados, diretamente fornecidos pelo INEM, que irão ser descritos no capítulo 5, e que foram usados para testar o modelo proposto no capítulo 4.

Neste capítulo, faremos um enquadramento do contexto que serviu de base ao problema estudado, descreveremos a metodologia de construção de cenários e, em seguida, analisaremos as soluções obtidas com os diferentes modelos desenvolvidos. A solução que corresponde à localização atual dos veículos existentes também foi testada usando os cenários gerados e comparada com as outras soluções obtidas. As soluções calculadas através dos modelos descritos foram testadas considerando não só os cenários que constituem as instâncias construídas, mas também um outro conjunto de cenários, gerados aleatoriamente, mas desconhecidos do modelo que originou as soluções. Esta análise *out-of-sample* permite aumentar a validade das conclusões obtidas, uma vez que elimina enviesamentos que podem existir se as soluções forem comparadas considerando apenas os cenários que serviram de base ao cálculo dessas mesmas soluções.

Relativamente ao modelo que maximiza a cobertura esperada, e para verificar se a versão estocástica do modelo traz benefícios quando comparada com a versão determinística,

também foi calculada uma solução ótima usando essa versão determinística, e comparada com a abordagem estocástica.

### 3.1. ENQUADRAMENTO

Em Portugal, o sistema de socorro urgente e emergente às populações está enquadrado no que é conhecido como Sistema Integrado de Emergência Médica (SIEM). Este engloba um conjunto de meios de socorro medicalizados (inclui médico na sua tripulação) e não medicalizados, pertencentes a diferentes organizações, com diferentes capacidades de assistência. A sua tipologia está enquadrada na perspectiva de *stay and play*, embora, como já vimos anteriormente, a tipologia da ocorrência e o estado de saúde do sinistrado sejam critérios de decisão quanto à forma de abordagem, sendo da responsabilidade da equipa de SAV esse juízo. Resumindo e de acordo com o INEM (2019b), os meios de socorro existentes têm a tipologia que passamos a apresentar.

#### **MEIOS NÃO MEDICALIZADOS**

- Motociclos de Emergência Médica (MEM)

Veículos tripulados por um Técnico de Emergência Pré-Hospitalar (TEPH) com capacidade para Suporte Básico de Vida (SBV) e Desfibrilhação Automática Externa. Permitem iniciar as medidas de estabilização da vítima e, de acordo com a necessidade ou não de cuidados mais diferenciados, prepará-la para transporte em complementaridade com outros meios.

- Ambulâncias de Socorro (AS)

Localizadas em postos de emergência médica (Corpos de Bombeiros Voluntários ou secções da Cruz Vermelha Portuguesa), são tripuladas por elementos dessas entidades com formação específica em técnicas de emergência pré-hospitalar. Podem trabalhar em complementaridade e articulação com outros meios de socorro e possuem capacidade de transporte de utentes para as unidades de saúde.

- Ambulâncias de Emergência Médica (AEM)

São tripuladas por dois Técnicos de Emergência Pré-hospitalar do INEM. Têm como missão a deslocação da equipa ao local do acidente ou doença súbita, a estabilização da vítima de forma autónoma ou em complementaridade com outros meios, e o transporte

para o hospital. Têm equipamento para reanimação e estabilização clínica, nomeadamente Desfibrilhação Automática Externa. Estão sediadas em bases do INEM.

- Ambulâncias de Suporte Imediato de Vida (ASIV)

Garantem cuidados de saúde mais diferenciados do que os meios anteriores, tais como manobras de reanimação. A tripulação é composta por um Enfermeiro e um TEPH. Podem trabalhar em parceria com meios mais ou menos diferenciados e têm capacidade de desfibrilhação, monitorização cardíaca e transmissão de dados eletrocardiográficos. Têm preferencialmente base em Serviços de Urgência Básica (SUB) e possuem capacidade de transporte de vítimas.

### **MEIOS MEDICALIZADOS**

- Viaturas Médicas de Emergência e Reanimação (VMER)

Destinam-se à intervenção pré-hospitalar. Tripuladas por um enfermeiro e um médico com competência e equipamento para Suporte Avançado de Vida (SAV). Têm base hospitalar e atuam na dependência dos Centros de Orientação de Doentes Urgentes (CODU) de cada região. Têm como objetivo a estabilização e acompanhamento no transporte de vítimas para o hospital. Não têm capacidade de transporte de vítima, o que obriga a trabalhar com outro meio de socorro sempre que existe essa necessidade.

- Helicópteros de Emergência Médica (HER)

São aeronaves tripuladas por uma equipa de pilotos, por um médico e um enfermeiro, e estão vocacionados para o socorro primário, isto é, a estabilização da vítima no local da ocorrência e transporte para o hospital e para o socorro secundário, ou seja, do transporte do doente entre duas unidades de saúde. Permitem uma intervenção rápida, mesmo em longas distâncias, e estão equipadas com equipamento de SAV. Estão localizadas em heliportos de base hospitalar, em quartéis de bombeiros ou aeródromos.

Todos estes meios são geridos de forma integrada pelo INEM, através dos seus Centros de Orientação de Doentes Urgentes (CODU). Trata-se de centrais de atendimento telefónico que, através de algoritmos definidos, fazem a triagem e o envio dos meios de socorro para cada urgência. Existem quatro CODU em Portugal: Norte (Porto), Centro (Coimbra), Lisboa e Vale do Tejo e Algarve (Faro).

Não conhecemos, para Portugal, definição de tempos máximos a serem respeitados para o primeiro contacto entre o sistema de emergência e as populações. Alguns estudos consultados (Chanta et al., 2014; Maxwell et al., 2010) sugerem que o intervalo deve variar entre 8 e 9 minutos para as áreas urbanas e 14 minutos para as áreas rurais. Nesta perspetiva, existe diferença na acessibilidade a estes cuidados para as diferentes áreas geográficas. De realçar que, apesar do tempo de socorro ser um aspeto importante no socorro pré-hospitalar, este é apenas um dos fatores que intervêm para o sucesso da intervenção. A produção de dados, a formação das equipas de socorro e a articulação das diferentes entidades são fatores igualmente cruciais para o sucesso da intervenção (Salvucci et al., 2004). Apesar de não ser conhecida a definição de tempos máximos, existem prazos de referência definidos pelo INEM (2019b): 15 minutos para áreas urbanas e 30 minutos para áreas rurais.

Partimos do princípio, divulgado pelo INEM (2017), em consonância com o Conselho Europeu de Ressuscitação, que existe a necessidade de promover o socorro com SBV e SAV o mais precocemente possível, já que cada minuto sem desfibrilhação elétrica, em vítimas de paragem cardíaca com origem em ritmos desfibrilháveis, diminui cerca de 10% a 12% a probabilidade de sobrevivência. Se este tempo de espera for apoiado com SBV, esta percentagem diminui para 3-4%. Por estes motivos, incorporamos neste estudo limites temporais na definição dos raios de cobertura.

O socorro de emergência pré-hospitalar do distrito é coordenado pelo INEM e assegurado por diversas entidades, tais como as Corporações de Bombeiros e a Cruz Vermelha Portuguesa.

## 3.2. GERAÇÃO DE CENÁRIOS

Os cenários utilizados para aplicação dos modelos foram desenvolvidos usando o ambiente de *software* R. A área geográfica estudada foi o distrito de Coimbra, localizado na região centro de Portugal.

### 3.2.1. Dados utilizados

Considerámos a existência de 35 veículos disponíveis, distribuídos em 34 bases existentes. O número de veículos de cada tipo localizado em cada base, tendo em conta os dados a que tivemos acesso para este estudo de caso, é apresentado na Tabela 5. Vamos chamar a esta

solução a solução atual. A localização das bases existentes é apresentada na Figura 4. Nos modelos desenvolvidos, três tipos diferentes de veículos são definidos: SBV, incluindo AEM, AS (incluem ambulâncias que, não estando na dependência do INEM, podem ser utilizadas para prestar socorro de SBV quando mais nenhum meio está disponível) e MEM, sendo que AEM e MEM possuem capacidade de Desfibrilhação Automática Externa o que lhes dá uma maior diferenciação do que as AS; SIV, incluindo ASIV; SAV, incluindo VMER. Há também um HEM disponível. Decidimos não incluir este veículo nos dados que irão alimentar os modelos, porque é usado apenas em situações muito específicas e limitadas. Os tipos de veículos existentes, e que correspondem ao índice  $k$  que varia de 1 a 5, conforme a seguinte notação, estão representados na tabela 5.

Sol. Atual											
Base	k					Base	k				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
BV de Coimbra	1	0	0	0	0	CV de Mira	0	0	0	0	0
BS de Coimbra	1	0	0	0	0	BV de Mira	1	0	0	0	0
CV de Coimbra	1	0	0	0	0	BV de Cantanhede	1	0	0	0	0
HUC- CHUC	0	0	0	0	1	BV de Penela	1	0	0	0	0
HG- CHUC	0	0	0	0	1	BV de Miranda do Corvo	1	0	0	0	0
CV da Borda do Campo	0	0	0	0	0	BV da Lousã	1	0	0	0	0
CV de Pereira	0	0	0	0	0	BV de V. N. de Poiares	1	0	0	0	0
DRC - INEM	0	1	3	0	0	BV Penacova	1	0	0	0	0
BV de Condeixa	1	0	0	0	0	BV Tábua	1	0	0	0	0
BV de Soure	1	0	0	0	0	BV de Góis	1	0	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	1	0	0	0	0	BV de Arganil	1	0	0	0	0
BM da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	BV de Pampilhosa da Serra	1	0	0	0	0
BV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	BV de Oliveira de Hospital	1	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	0	0	1	0	1	BV de Serpins	1	0	0	0	0
CV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	BV de Coja	1	0	0	0	0
CV dos Carvalhais	0	0	0	0	0	BV de V. N. de Oliveirinha	1	0	0	0	0
CV de Maiorca	0	0	0	0	0	BV de Santa Comba Dão	1	0	1	1	1

Tabela 5- Localização atual de veículos de emergência

Os veículos constantes na tabela anterior são:

- AS representadas por  $k = 1$ , no total de 24 veículos;
- MEM representadas por  $k = 2$ , no total de 1 veículo;
- AEM representadas por  $k = 3$ , no total de 5 veículos;
- ASIV representadas por  $k = 4$ , no total de 1 veículo;
- VMER representadas por  $k = 5$ , no total de 4 veículos;

A figura 4 apresenta a distribuição geográfica destas viaturas.

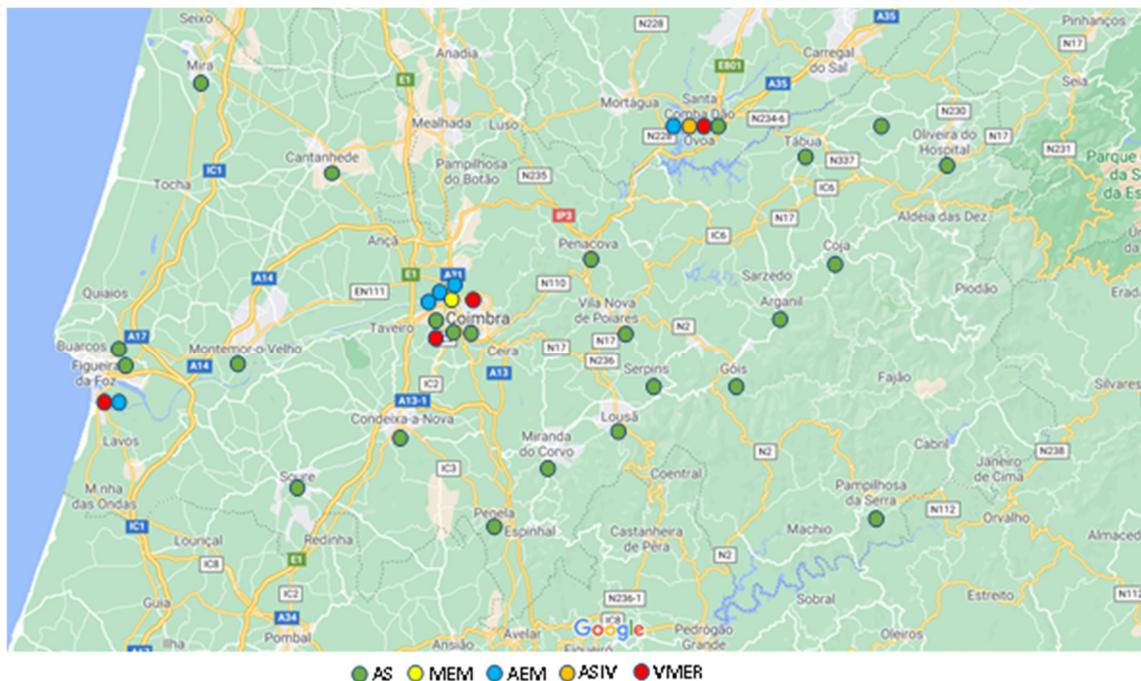


Figura 4- Distribuição geográfica dos veículos de emergência

A Tabela 6 apresenta a matriz de substituíbilidade para os tipos de veículos disponíveis. Apesar de não ser perceptível na tabela seguinte, já que esta apenas define a possibilidade de substituição de um veículo por outro, existe ainda a possibilidade de um veículo poder ser substituído por um conjunto de outros dois veículos. Um veículo do tipo 4, por exemplo, pode ser substituído pelo envio simultâneo de um veículo do tipo 5 e outro do tipo 1 ou 3.

Recorrendo à notação definida anteriormente, isto significa que  $r_4 = 1$  e  $g_4 = \{(4, 4), (1, 5), (3, 5)\}$ . Esta situação irá ser adequadamente representada nas

correspondentes restrições (10) a (13) (modelo determinístico) e (29) a (33) (modelo estocástico).

$k$	1	2	3	4	5
1	1	0	1	1	0
2	1	1	1	1	0
3	1	0	1	1	0
4	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1

Tabela 6- Matriz de substituíbilidade direta entre diferentes tipos de veículos

A heterogeneidade da região, patente na observação do tipo e número de emergências que ocorreram, motivou a definição de 16 áreas geográficas distintas, que sustentaram a criação de diferentes cenários, como se pode ver na Figura 5. Cada área é definida como um polígono, através do uso de coordenadas GPS. Algumas áreas correspondem, por exemplo, a estradas de maior tráfego, onde muitos episódios de emergência podem ocorrer. Esses polígonos podem-se sobrepor, porque cada um considera as particularidades dos padrões de emergência naquela região específica (acrescentada ao padrão geral para toda a região). Por exemplo, perto da Figueira da Foz temos um polígono que considera a especificidade das ocorrências de emergência perto do centro da cidade e, ainda, uma estrada nacional e outra com um número significativo de ocorrências.

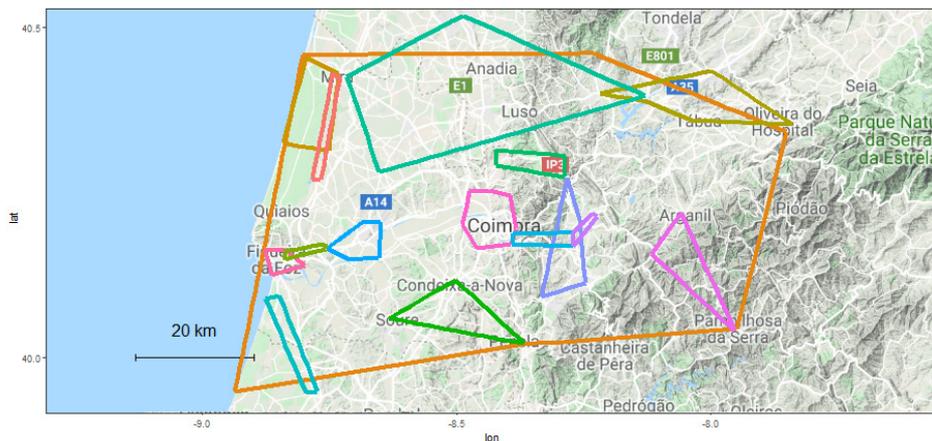


Figura 5- Definição de diferentes zonas para a geração de cenários

Cada cenário corresponderá a um período de 24 horas. O número de episódios em cada cenário é gerado aleatoriamente usando uma distribuição de Poisson com valor esperado  $\lambda$

ajustado aos dados conhecidos (os parâmetros foram estimados considerando o critério de máxima verossimilhança, diferentes distribuições foram testadas e a distribuição de Poisson escolhida de acordo com o critério de informação de Akaike). No presente caso, foram definidos dois tipos diferentes de episódios de emergência: episódio médico ou episódio de trauma. No primeiro caso,  $\lambda$  é igual a 56,57 e, no segundo, caso é igual a 9,35. O tipo de episódio de emergência influenciará a geração aleatória do número e tipo de veículos que lhe devem ser atribuídos. Se a emergência for um episódio de trauma, por exemplo, é obrigatório ter pelo menos um veículo VMER e um AS ou AEM associados. A localização de cada episódio é primeiro atribuída aleatoriamente a um dos polígonos existentes, de acordo com as probabilidades de ocorrência existentes para cada área. O episódio é então localizado aleatoriamente dentro do polígono. Os prazos considerados para a construção da matriz de cobertura foram os prazos de referência do (INEM, 2019b): 15 minutos para áreas urbanas e 30 minutos para áreas rurais. Todas as áreas foram definidas como rurais, exceto os polígonos associados às cidades de Coimbra e Figueira da Foz. Os tempos reais de condução por estrada foram calculados, usando a API do Google Maps, em R. Os veículos de emergência geralmente são mais rápidos do que os veículos comuns, no entanto, por não existirem dados disponíveis que pudessem suportar algum tipo de conversão entre "tempos de condução normais" e "tempos de condução de veículos de emergência", optamos por usar os valores fornecidos pelo Google Maps. Além disso, a área em estudo geralmente não apresenta tráfego intenso, o que faz com que este tempo não dependa muito do período do dia em que os episódios ocorrem. A hora de início de cada episódio de emergência também foi gerada aleatoriamente de acordo com os padrões de ocorrência ao longo do dia (é mais provável que os episódios de emergência ocorram das 9:00 às 21:00 do que das 2.00 às 4.00, por exemplo). A Figura 6 apresenta a probabilidade de um determinado episódio ocorrer em cada hora do dia. A duração total (em minutos) de cada episódio foi gerada aleatoriamente, assumindo que esses tempos seguem uma distribuição Gamma (essa foi a distribuição que apresentou a melhor adequação aos dados reais disponíveis), com parâmetros  $\alpha = 4,2123$  e  $\beta = 0,0692$ . De acordo com os dados existentes, os veículos estiveram indisponíveis apenas 3% do tempo (devido a operações de manutenção ou outras atividades não relacionadas com ativações), sendo essa a probabilidade usada para construir a matriz de disponibilidade.

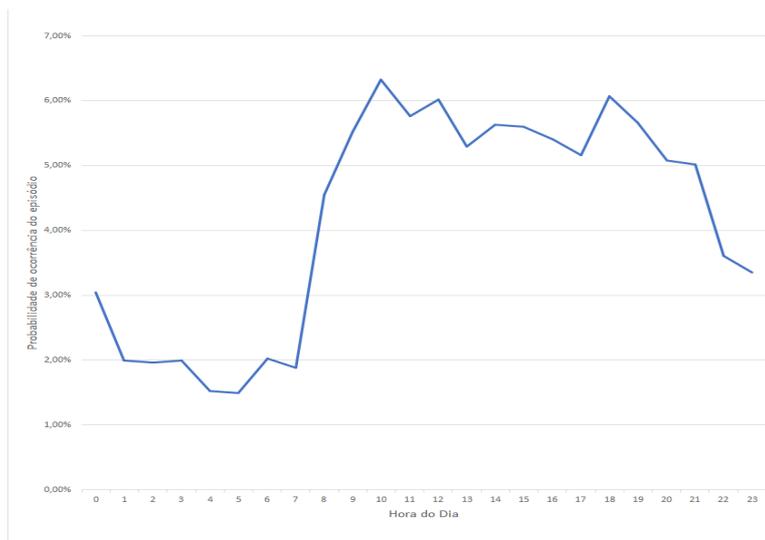


Figura 6- Ocorrência de episódios de acordo com a hora do dia

No subcapítulo seguinte apresenta-se, de forma detalhada, a metodologia de construção dos cenários.

Os dados referentes aos cenários gerados podem ser encontrados como material suplementar em Nelas & Dias (2020b).

### 3.2.2. Metodologia de construção dos cenários

Para a construção dos cenários, foi utilizada a simulação de Monte Carlo.

Numa primeira fase, é definido um conjunto de variáveis aleatórias, bem como estabelecidas as suas relações de interdependência. Após isso, e recorrendo à geração de números pseudo-aleatórios, podemos gerar um grande número de cenários futuros.

As principais variáveis aleatórias que devem ser consideradas para a construção de cenários, no contexto da ocorrência de episódios de emergência, são:

- Os locais onde ocorrem os episódios de emergência.
- O tipo de ocorrência de emergência.
- A hora da ocorrência e a duração de cada episódio.
- O número de vítimas.
- O tipo e o número de veículos que devem ser atribuídos ao episódio.
- O tempo que um veículo localizado em determinada base leva para chegar ao local onde ocorre o episódio.

À exceção da aleatoriedade associada ao tempo de viagem, todas as outras fontes de incerteza foram consideradas nos cenários construídos.

O episódio de emergência pode ser de diferentes tipos, definidos considerando as especificidades da situação a ser modelada. No presente trabalho, foram considerados dois tipos diferentes de ocorrência: episódios médicos e de trauma. Os primeiros consideram situações médicas, como paragem cardíaca ou outra doença súbita. O trauma está associado a acidentes rodoviários ou de trabalho, por exemplo. No entanto, seria possível definir quantos tipos de ocorrência fossem necessários.

O tipo de episódio de emergência está relacionado com a duração e o número de vítimas (é mais provável que episódios de trauma resultem em maior número de vítimas do que episódios médicos que são usualmente de uma vítima apenas, por exemplo). O tipo e o número de vítimas condicionam o tipo e o número de veículos que devem ser enviados para o episódio.

Diferentes áreas geográficas podem ser caracterizadas por diferentes padrões de episódios de emergência. Por exemplo, áreas próximas a estradas de tráfego intenso podem ser mais propensas a acidentes e, por isso, a episódios de trauma. O número e o tipo de episódios de emergência também podem depender da hora do dia e da época do ano (algumas áreas geográficas podem ter padrões diferentes nos meses de verão e inverno, por exemplo).

Com o método de simulação de Monte Carlo, todas essas especificidades podem ser facilmente consideradas, assumindo um conjunto de dados com as informações necessárias para apoiar os processos de tomada de decisão. Todas as variáveis aleatórias serão geradas considerando funções de distribuição de probabilidade adequadas. Essas funções de distribuição de probabilidade podem ser escolhidas observando os dados existentes e encontrando os parâmetros que melhor se ajustam, ou pela consideração da literatura relacionada com análise estatística de episódios de emergência.

Os pressupostos subjacentes ao método de simulação de episódios de emergência que desenvolvemos são os seguintes:

- As localizações (ou localizações potenciais) dos veículos de emergência são conhecidas.

- É conhecida a área geográfica onde podem ocorrer os episódios de emergência (é definida como um polígono pelas coordenadas de latitude e longitude dos vértices que definem a região).
- Dentro desta área geográfica, é possível definir diferentes sub-regiões que apresentam padrões diferentes em termos de ocorrência de episódios de emergência. Essas sub-regiões são definidas usando polígonos.
- O número de episódios em cada cenário é gerado aleatoriamente usando uma distribuição de Poisson com  $\lambda$  ajustado considerando a melhor adequação aos dados conhecidos. Esta opção é fundamentada pela utilização frequente deste tipo de distribuição para modelar problemas em contextos semelhantes. A distribuição de Poisson costuma ser usada para representar, por exemplo, a chegada de pacientes aos serviços de emergência (Bell & Wagner, 2019). Seria possível fazer uso de qualquer outra distribuição de probabilidade que se considerasse mais adequada.
- A duração total do episódio (do momento em que começa até o fim - todos os veículos atribuídos ao episódio estão prontos para serem atribuídos a outros episódios) é representada através de uma distribuição Gama. Essa distribuição de probabilidade foi usada porque se ajusta muito bem aos dados disponíveis, mas qualquer outra distribuição pode ser usada.
- Os veículos podem oferecer diferentes níveis de atendimento, havendo um conjunto pré-definido de tipos de veículos.
- Todas as referências geográficas são fornecidas como coordenadas de latitude e longitude.

O procedimento de geração de cenário desenvolvido é agora descrito em pseudocódigo.

### **Notação**

$T$ : Número total de minutos a considerar no horizonte temporal (por exemplo, para um dia,  $T$  é igual a 1440 minutos);

$N$ : número de cenários a serem gerados;

$n_{eks}$  matriz com informação sobre quantos veículos do tipo  $k$  serão necessários no episódio  $e$  para o cenário  $s$ ;

$zone[e, s]$ : matriz com a informação sobre a área a que pertence o episódio  $e$  no cenário  $s$  ;

$Coord[e, s]$ : matriz que contém as coordenadas (longitude e latitude) da localização do episódio  $e$  no cenário  $s$  ;

$ES[s]$ : um vetor que contém o número total de episódios que ocorrem no cenário  $s$  ;

$Probzone[p, z]$ : matriz que define as probabilidades de um episódio de emergência do tipo  $p$  ocorrer na zona  $z$  ;

$Proptime[t]$ : A probabilidade de um episódio de emergência começar durante o intervalo de tempo  $t$  (o horizonte temporal pode ser dividido em intervalos de tempo tais como períodos de uma hora) para que diferentes períodos de tempo tenham diferentes probabilidades de ocorrência de episódios de emergência (por exemplo, existir maior probabilidade de ocorrência de episódios de emergência entre as 17:00 e as 18h00 do que entre as 02:00 e as 03:00);

$Bases[v]$ : matriz que contém as coordenadas geográficas (longitude e latitude) da localização (real ou potencial) do veículo  $v$  ;

$Times[i, e, s]$ : matriz que aloja os tempos de viagem (em minutos) da base  $i$  até ao local de ocorrência do episódio  $e$  para o cenário  $s$  ;

### **Algoritmo utilizado**

---

1. Para todos os cenários, o número de episódios de cada tipo é gerado aleatoriamente, bem como as zonas da sua ocorrência, a sua localização exata e o número de veículos de cada tipo necessários.

Para todos os cenários  $s$ {

$ES[s] \leftarrow 0$

    Para todo o tipo de episódios  $p$ {

$numsp \leftarrow$  número aleatório gerado através de uma distribuição de Poisson

$ES[s] \leftarrow ES[s] + numsp$

$x \leftarrow$  vetor de  $numsp$  números aleatórios, gerados com a utilização de uma distribuição uniforme em  $[0,1]$

        Para cada episódio  $e$  de 1 a  $numsp$ {

$zone[e, s] \leftarrow z$ , gerado aleatoriamente de acordo com a  $Probzone[p, z]$

$coord[e, s] \leftarrow$  latitude e longitude geradas aleatoriamente dentro da zona  $z$ .

```

        }
    }
}

```

$ne[e,k,s] \leftarrow$  número de veículos de cada tipo necessários gerados aleatoriamente usando uma distribuição discreta uniforme de acordo com o tipo de ocorrência  $p$  para um número de vítimas também gerado aleatoriamente.

2. O tempo de início para cada episódio, em qualquer cenário, é gerado aleatoriamente considerando o vetor *Proptime*.
3. Calcular a distância em tempo
  - Para todos os cenários  $s$ 
    - Para todos os episódios  $e$  em  $s$ 
      - Para todas as bases  $i$ 
        - $Times[i,e,s] \leftarrow$  distância em tempo entre  $e$  e  $i$ , que pode depender da hora do dia e do trânsito existente.

---

Com base na matriz  $Times[i,e,s]$  é depois possível construir a matriz de incompatibilidades necessária para a instânciação do modelo estocástico.

### 3.2.3. Análise dos resultados

Ao basear o modelo estocástico num conjunto de cenários, é necessário definir o número de cenários a serem gerados, sabendo que não existe forma de determinar o número ideal dos mesmos. Aumentar o tamanho da amostra permitirá que a solução calculada convirja para a solução ideal do modelo estocástico de duas etapas (Birge & Francois, 2011). Na prática, é necessário alcançar um compromisso entre o número de cenários considerados e a dimensão da instância, e as dificuldades inerentes ao cálculo da solução ótima. Neste trabalho, consideramos um total de 30 cenários. Esse número foi escolhido porque foi possível observar que as diferenças na função objetivo obtidas com diferentes conjuntos de 25 cenários cada eram pequenas (o modelo foi resolvido cinco vezes, cada vez com 25 cenários gerados independentemente e a taxa de cobertura esperada encontrou-se sempre dentro do intervalo [89,0%, 89,6%]). Foi possível resolver o modelo com 30 cenários num tempo computacional razoável. Com mais cenários, não apenas o tempo computacional

aumentou consideravelmente, mas também o *general solver* teve problemas de desempenho, nomeadamente de falta de memória.

Assim, o conjunto de dados considerados abrange um total de 30 cenários diferentes e um total de 1978 episódios de emergência. A Figura 7 mostra a localização dos episódios de emergência gerados para esses 30 cenários.

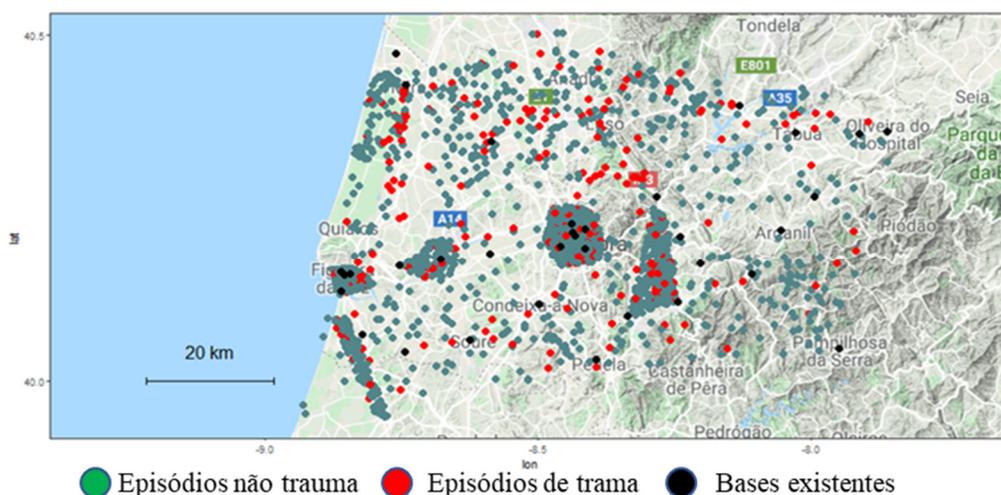


Figura 7- Localização dos episódios de emergência para os 30 cenários

Os modelos desenvolvidos foram testados considerando dados gerados de acordo com o procedimento anteriormente descrito e usados de duas formas distintas: considerando as variáveis de localização dos veículos livres, deixando que o modelo decida quais valores devem tomar, e fixando *a priori* essas variáveis de acordo com a localização atual dos veículos de socorro. Desta forma, é possível comparar a cobertura obtida com a atual configuração do sistema e com a configuração ótima de acordo com os modelos desenvolvidos. Ainda foi feita uma terceira experiência, fixando apenas as variáveis que dizem respeito à localização das Ambulâncias de Socorro, pois poderá ser a realocação destes veículos a que poderá levantar maiores resistências.

Todas as instâncias foram resolvidas recorrendo a um *general solver*, Cplex, versão 12.7, usando um computador Intel Xeon Silver 4116®, 2.1 gigahertz, processador de 12-core e 128 gigabytes de RAM.

### Maximização da cobertura esperada

O *general solver* Cplex é capaz de eliminar muitas das restrições existentes e também fixar várias variáveis binárias numa fase inicial de pré-resolução. Assim, considerando os 30

cenários e o modelo de maximização da cobertura esperada com as variáveis de localização livres, o problema fica com 122982 restrições e 71207 variáveis. Foram necessárias 6,7 horas para que o Cplex encontrasse a solução ótima para o modelo em que se maximiza a cobertura esperada. Tendo em conta que a decisão de localização de veículos de emergência é claramente uma decisão estratégica, este tempo computacional pode ser considerado razoável. Quando se fixam as variáveis de localização, considerando o atual posicionamento dos veículos, o tempo computacional diminui drasticamente, como seria de esperar, sendo apenas necessários 50,03 segundos para se obter a solução ótima do problema.

A tabela 7 apresenta as alterações à localização dos veículos considerando a solução ótima encontrada através do modelo e a solução atual. As restantes soluções podem ser encontradas na tabela 28 (ver anexos). Na coluna “Sol. Atual” apresenta-se a atual localização dos veículos. Na coluna “Sol. Cob. Max. Esp.” é apresentada a solução de localização de veículos encontrada para este modelo.

Bases	Sol. Atual					Sol. Max. Cob. Esp.				
	k					k				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BS de Coimbra	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
HUC- CHUC	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
HG- CHUC	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
CV da Borda do Campo	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
DRC - INEM	0	1	3	0	0	1	0	0	0	1
BV de Condeixa	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BM da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
BV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
HD da Figueira da Foz	0	0	1	0	1	2	0	0	0	1
CV dos Carvalhais	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Maiorca	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Poiares	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV Penacova	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
BV Tábuia	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
BV de Arganil	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Pampilhosa da Serra	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
BV de Santa Comba Dão	1	0	0	1	1	2	0	0	0	1

Tabela 7- Alterações da localização de veículos de emergência na solução atual e na Solução de Máxima Cobertura Esperada

Observamos que, o modelo propõe, comparativamente com a solução atual, alterações na localização dos veículos, de acordo com o objetivo pretendido:

- Alguns veículos foram realocados para áreas com maior densidade populacional e, portanto, com maior número de ocorrências. Como exemplo, observa-se o reforço da base HUC - CHUC ou da base HG-CHUC com veículos com capacidade de transporte de vítimas.
- Substituição de veículos em áreas que, na solução atual, apresentam menor cobertura, mas que apresentam altas taxas de acidentes. Um exemplo é a VMER, movido para a base DRC - INEM, que fica mais próxima de duas estradas principais onde é mais provável que episódios graves de trauma ocorram, saindo da base HG-CHUC. Esta alternativa seria viável em termos logísticos e atende à distribuição geográfica da ocorrência de acidentes. No entanto, politicamente e administrativamente, poderia trazer algumas questões tais como a sobrecarga da urgência do hospital mais próximo desta base, que já tem um destes veículos afetos, por diminuição do tempo de operacionalidade de todos os meios (maior número de encaminhamentos de vítimas para esse serviço) e ainda a resistência dos profissionais (médicos e enfermeiros) que se teriam de deslocar para exercer a sua atividade.
- Realocação de veículos para áreas onde o padrão de episódios de emergência justifica a existência desses meios. São exemplo disso um veículo AS que é posicionado nas bases da CV Maiorca e CV Carvalhais, a colocação na base BV Penacova de outro veículo SBV ou a colocação de um veículo AS nas bases BV Borda do Campo e um AEM na BM da Fig. Foz;
- Ajuste das localizações dos veículos SBV e SAV, realocando veículos com capacidade de transportar pacientes para bases onde possam ser mais úteis. Como exemplo, a base HD Fig. Da Foz é reforçada com dois desses veículos.
- De realçar que BV Condeixa ficaria sem qualquer meio de socorro o que parece, à primeira vista, uma má solução. Nas soluções propostas, o socorro a esta área seria assegurado por Soure, Penela e Coimbra, o que é aceitável em termos de cobertura geográfica. No entanto, a deslocalização da VMER do HG-CHUC para a DRC INEM, em conjunto com a situação referida, tornaria a solução mais frágil no que diz respeito a socorro SAV.

Parâmetros	Sol. Atual		Sol. Max. Cob. Esp.	
	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%
<b>Pior resultado</b>	39/56	69,64	52/66	78,79
<b>Melhor resultado</b>	49/53	92,45	52/53	98,11
<b>Total de ep. cobertos</b>	1666	84,23	1772	89,59
<b>Média de Ep. Cobertos</b>	55,53	84,15	59,07	89,52

Tabela 8- Comparação resumida dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização atual e a solução de localização para o modelo de Máxima Cobertura Esperada

Se compararmos o resumo dos resultados obtidos, representados na tabela 8, podemos concluir que o modelo, sem qualquer restrição à mobilização de veículos entre bases, alcança melhores resultados de cobertura do que a solução atual, para os cenários considerados. A totalidade dos resultados para cada cenário são apresentados na tabela 29 (ver anexos). Assim:

- O melhor resultado obtido para a cobertura máxima esperada é igual a 98,11%, o que comparado com solução “atual” (92,45%), se apresenta como o melhor resultado.
- Também o melhor “pior resultado” obtido foi observado na solução Cob. Max. Esp. (78,79%). A solução obtida com a distribuição atual de veículos teve um desempenho mais baixo com uma taxa de cobertura de 69,64% no pior caso.
- A melhor taxa média de cobertura foi obtida pela solução Cob. Max. Esp. com 89,52%.
- No que concerne à cobertura total, há um incremento de 5,37%, quando aplicada a solução Cob. Max. Esp. face à solução atual (cobertura de mais 106 episódios), utilizando exatamente o mesmo número de veículos disponíveis.

Para entender se o modelo estocástico traz um valor associado quando comparado com a sua versão determinística, procedeu-se à comparação destas duas abordagens. Relativamente ao número de episódios a considerar, calculou-se o número esperado de episódios diários. Os locais de ocorrência dos episódios correspondem aos centróides obtidos pela criação de *clusters*, usando todos os episódios gerados no conjunto de dados de 30 cenários (pela utilização do algoritmo de *clustering k-means*). Aplicando a solução

ótima obtida para o conjunto de dados de 30 cenários, a cobertura média obtida é de 84% (abaixo do que é obtido com a solução estocástica). Olhando para o pior cenário, a cobertura cai para 73,4%. Desta forma, é possível concluir que a abordagem que considera de forma explícita a incerteza apresenta vantagens do ponto de vista da qualidade da solução encontrada, o que pode justificar o aumento da complexidade do modelo e o aumento da dimensão das instâncias geradas.

Nestes modelos entendeu-se necessária a inclusão de restrições de não antecipação (26) para garantir que o modelo não faz a gestão da atribuição de veículos tendo em atenção o seu conhecimento dos episódios que irão ocorrer no futuro, considerando o horizonte temporal definido. Também testámos a influência destas restrições na taxa de cobertura obtida, nomeadamente para verificar se é realmente necessário incluí-la no modelo estocástico. De facto, se eliminarmos estas restrições, a cobertura média aumenta, nos 30 cenários, para 94,5% (um aumento de 5,6% quando comparado com a cobertura média de 89,5%) e, no pior cenário, aumenta para 81,8% (um aumento de 3,8% quando em comparação com a cobertura de 78,8% no pior caso), o que revela a importância da sua inclusão no modelo, para que se evite este tipo de enviesamento. Além disso, foi possível concluir que, sem essa restrição, o tempo computacional aumenta significativamente: foram necessárias mais de 48 horas para calcular a solução ótima.

A figura 8, que apresentamos de seguida, apresenta a distribuição geográfica dos episódios de emergência não cobertos.

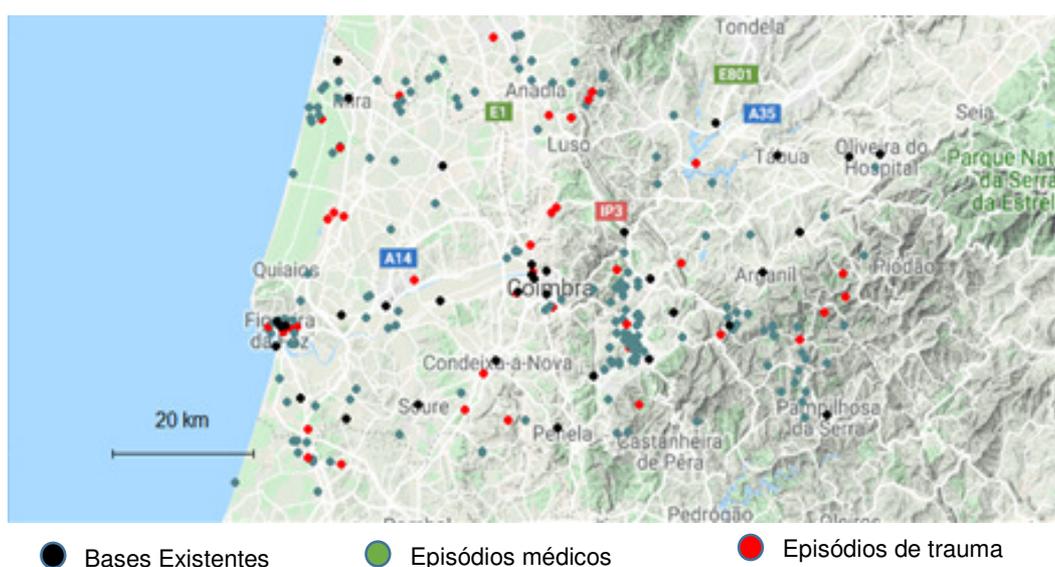


Figura 8- Localização dos episódios de emergência não cobertos quando consideramos a localização de veículos propostos pelo modelo de máxima cobertura esperada

A partir da observação da figura anterior, é possível concluir quais seriam as bases disponíveis que precisariam de ter mais veículos. Observa-se que é fora das maiores comunidades que existe um maior número de episódios de trauma não cobertos (por ex: zonas de Piodão, Arganil e Pampilhosa, em que nenhum dos episódios de trauma foi coberto). Esta não cobertura poderá estar relacionada com a geografia do terreno, que obriga a tempos de deslocação mais elevados e, por isso, fora dos tempos limites estabelecidos, e ainda pela inexistência de meios SAV localizados nestas regiões e considerados de ativação obrigatória neste tipo de episódios para que se possam considerar cobertos (a geração aleatória dos dados garante que este tipo de episódios necessitará deste tipo de veículos). No entanto, o número de episódios deste tipo gerados nestas zonas não é em número suficiente que venha a justificar a localização de meios nestas zonas, tendo em conta a maximização da cobertura esperada.

Importa também fazer uma análise crítica relativamente à possibilidade de aplicar, no terreno, as alterações propostas pelos modelos. Na realidade, o encerramento de AS em corpos de bombeiros nunca é uma solução bem aceite pelas instituições, já que o INEM fornece formação aos elementos das corporações, que de outra forma não lhes seria acessível, fornece equipamento de socorro diferenciado, assim como os veículos de socorro, e responsabiliza-se pela sua manutenção nos primeiros quatro anos de utilização, atribuindo ainda um montante pecuniário por cada ativação destes meios. Para além destes subsídios, a visibilidade do INEM pode ser motivadora na fixação de voluntários, dá visibilidade às corporações e exponencia na população a sensação de segurança no socorro.

A abertura de AS em Hospitais e na DRC - INEM também pode não ser bem aceite. Estes meios são vocacionados para estarem nas associações de bombeiros, são propriedade de cada associação e habitualmente resultam de ofertas de empresas da comunidade. Também poderão estar localizados em delegações da CV. As tripulações são constituídas por voluntários que residem junto a estas bases. Ao deslocalizá-las, obrigaríamos à deslocação dos voluntários, o que nos traria certamente mais desvantagens do que vantagens. Por este motivo, decidimos considerar o modelo anteriormente descrito, mas fixando o valor das variáveis de localização das AS, respeitando as suas atuais localizações.

A tabela 9 apresenta as diferenças de localização, quando se fixam as localizações de todos os veículos AS nas suas atuais posições. A totalidade dos resultados podem ser encontradas na tabela 30 (ver anexos).

Bases	Sol. Max. Cob. Esp.					Sol. Max. Cob. Esp. c/ AS Fixas				
	<i>k</i>					<i>k</i>				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BS de Coimbra	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
HUC- CHUC	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
HG- CHUC	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CV da Borda do Campo	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DRC - INEM	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
BV de Condeixa	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV da Figueira da Foz	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	2	0	0	0	1	0	0	1	0	1
CV dos Carvalhais	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CV de Maiorca	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
BV de V. N. de Poiares	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV Tábua	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
BV de Pampilhosa da Serra	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
BV de Santa Comba Dão	2	0	0	0	1	1	0	0	0	1

Tabela 9- Alterações da localização veículos de emergência na solução de Máxima Cobertura Esperada com e sem AS fixas

As alterações propostas, face à localização dos veículos, estão realçadas a cinzento, e possibilitam:

- Reforço de bases que, na solução atual, não possuíam qualquer veículo de tipo mais diferenciado, como é o exemplo da base BM da Figueira da Foz que passou a ter um veículo de nível 4 (ASIV);
- Substituição, em relação à solução atual, de veículos de outro tipo que apesar de serem de SBV, permitem o desenvolvimento de outros cuidados como DAE, como são exemplo as bases CV dos Carvalhais ou de Maiorca, que passaram a ter um veículo de nível 3;

- Alteração no nível dos veículos em determinadas bases, como são exemplo a base BV Tábua, que deixa de ter um veículo do nível 1 e passa a ter um de nível 3, ou a base DRC - INEM, que deixa de ter veículo de nível 2 e passa a ter de nível 5;
- Também nesta solução o reforço de cuidados SAV é feito com a deslocação do veículo 5 do HG-CHUC para a base INEM DRC;
- Os resultados obtidos seguem a tendência de aglomerar os meios junto aos locais de maior procura, como é o caso da colocação de mais veículos na base de Penacova ou distribuição de uma ASIV em BS Coimbra.

Parâmetros	Sol. Max. Cob. Esp.		Sol. Max. Cob. Esp. c/ AS Fixas	
	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%
<b>Pior resultado</b>	52/66	78,79	52/66	78,79
<b>Melhor resultado</b>	52/53	98,11	51/53	96,23
<b>Total de ep. cobertos</b>	1772	89,59	1760	88,98
<b>Média de Ep. Cobertos</b>	59,07	89,52	55,83	88,90

Tabela 10- Comparação resumida dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização para o Solução de Máxima Cobertura Esperada com e sem AS fixas

Os resultados obtidos no que respeita à cobertura dos episódios, constantes na tabela anterior, aproximaram-se dos obtidos na solução Max. Cob. Esp. sem as variáveis fixas. Esta última continuou a apresentar os melhores resultados quando comparados com a solução atual. Os resultados para a totalidade dos cenários podem ser encontrados na tabela 31 (ver anexos).

Assim:

- Na solução com AS fixas, o pior resultado obtido é igual ao obtido com a solução que permite alteração na localização das AS (78,79%);
- Em todos os outros resultados (Melhor resultado - 96,23%; Total de Ep. Cobertos- 88,98% e Média de Ep. Cobertos- 88,90%), verifica-se um resultado pior do que os obtidos pela solução em que as AS não estão fixas, tal como seria de esperar;
- De assinalar que a diferença nos resultados obtidos para a cobertura total entre esta opção e a Cob. Max. Esp. é de 12 episódios, o que representa aproximadamente 0,62%;
- Na cobertura dos cenários, a solução com AS fixas tem pior resultado em 9 cenários quando comparada com a solução ótima sem fixação da localização destes

veículos, e não apresenta nenhum cenário com melhor resultado que o outro modelo.

Este modelo não considera a possibilidade de aquisição de mais meios: trabalha apenas com um conjunto fixo e pré-determinado de veículos existentes. No entanto, pode ser interessante verificar o que se poderia passar, em termos de cobertura esperada, se fosse possível ter mais veículos disponíveis. Desta forma, testámos a influência, na cobertura dos episódios, do número de veículos disponíveis.

Verificámos, como se pode observar na tabela seguinte, que se duplicarmos os veículos (mantendo inalterado o padrão de composição da frota), seria possível aumentar a cobertura esperada para 95,5% no conjunto dos 30 cenários, sendo a cobertura no pior cenário igual a 89,9%. Se assumirmos que o número de veículos disponíveis triplicou, nem todos seriam necessários para obter 99,3% de cobertura: no total, 68 veículos do tipo 1, 1 veículo do tipo 2, 10 veículos do tipo 3, 6 veículos do tipo 4, 12 do tipo 5 são usados.

Número de veículos disponíveis	Cobertura Média	Pior cobertura	Taxa de utilização dos veículos
Situação atual	89,50%	78,80%	100%
Duplicando o número de veículos	95,50%	89,90%	100%
Triplcando o número de veículos	99,30%	95,10%	95% dos veículos disponíveis: 90% veículos tipo 1 33% veículos tipo 2 83% veículos tipo 3 100% veículos tipo 4 100% veículos tipo 5

Tabela 11- Análise de sensibilidade para o aumento do número de veículos disponíveis para o conjunto de dados de 30 cenários, mantendo os tipos de veículos

A opção de duplicar ou triplicar o número atual de veículos existentes, em vez de assumir que é possível adquirir mais veículos de cada um dos tipos considerados, prende-se com o facto de não termos informação relativamente aos custos associados com a aquisição de veículos de cada um destes tipos. Na realidade, a composição da frota existente tem informação implícita acerca destes custos, pelo que se considerou como mais adequado considerar um aumento da frota, mas mantendo a composição relativa em termos dos tipos de veículos.

## Modelo de Maximização da Cobertura no Pior Caso

Na tabela 12 observam-se os resultados obtidos nas alterações de localização dos veículos de emergência com a aplicação do modelo que pretende maximizar a cobertura no pior caso. Na coluna “Sol. Max. P. Res.” são apresentadas as alterações de localização de veículos encontrada para este modelo. Na tabela 32 são apresentadas todas as soluções obtidas (ver anexos).

Bases	Sol. Atual					Sol. Max. Cob. P. Resultado				
	k					k				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BV de Coimbra	1	0	0	0	0	2	0	1	0	0
CV de Coimbra	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
HUC-CHUC	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
HG-CHUC	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
CV da Borda do Campo	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
DRC - INEM	0	1	3	0	0	1	0	0	0	1
BV de Condeixa	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
CV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CV dos Carvalhais	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Maiorca	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Poiares	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Serpins	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
BV de Santa Comba Dão	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1

Tabela 12- Alterações da localização de veículos de emergência na solução atual e na solução Maximização de Cobertura do Pior Resultado

Existem alterações na localização destes veículos, das quais se destacam pela observação da tabela anterior:

- Reforço das bases BV Coimbra e DRC - INEM com veículos de maior diferenciação e da base HUC-CHUC com veículos que possibilitam o transporte de doentes;
- Deslocação de veículos das bases HG-CHUC, DRC - INEM, BV Montemor-o-Velho, BV Figueira da Foz e da CV da Figueira da Foz, com o objetivo de permitir o reforço de outras bases;

- Abertura de bases CV dos Carvalhais e CV Maiorca, podendo assegurar a cobertura de zonas mais descobertas;
- Alteração da tipologia de veículos existentes para outros com maior diferenciação nos BV de Serpins, na CV Coimbra, nos BV Coimbra.

Parâmetros	Sol. Atual		Sol. Max. Cob. P. Resultado	
	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%
<b>Pior resultado</b>	39/56	69,64	49/59	83,05
<b>Melhor resultado</b>	49/53	92,45	64/72	88,89
<b>Total de Ep. cobertos</b>	1666	84,23	1675	84,68
<b>Média de Ep. Cobertos</b>	55,53	84,15	55,83	84,69

Tabela 13- Comparação resumida dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização atual e a solução de localização para a de Maximização de Cobertura do Pior Resultado

Pela comparação com os resultados obtidos, constantes na tabela 13, percebemos que o Modelo de Maximização da Cobertura do Pior Resultado tem um desempenho ligeiramente melhor em números absolutos do que o da Solução atual. A totalidade dos resultados pode ser consultada na tabela 33 (ver anexos). Especificando:

- Apresenta um melhor “pior resultado” com 83,05% (49/59) do que a solução atual com 69,64% (39/56), confirmando o objetivo a que se propõe, deixando 10 episódios não cobertos contra 17;
- No melhor resultado, a solução atual apresenta um valor superior ao da solução Max. P. Res. com 92,45% de cobertura (49/53) contra 88,89% (64/72);
- No que concerne ao número total de episódios cobertos, a solução Max. P. Res. conseguiu uma maior cobertura com 84,68% contra os 84,23% conseguido pela solução atual, o que significa uma diferença de 9 episódios cobertos.

Tentámos perceber, à semelhança do que fizemos anteriormente, o que aconteceria se fixássemos as AS neste modelo, deixando determinar as localizações dos restantes.

Podemos observar, pela leitura da tabela 14, apresentada na página seguinte, que a solução encontrada mobiliza os meios mais diferenciados e com capacidade de transporte (a totalidade das soluções de localização encontradas constam da tabela 34 (ver anexos).

Assim:

- O reforço de bases com veículos de transporte de doentes, como é o caso dos HUC-CHUC ou da CV da Borda do Campo, é agora assegurado pelas AEM que, entretanto, saíram de BV Santa Comba Dão e BV Coimbra;
- O HG-CHUC fica sem qualquer viatura assim como a CV dos Carvalhais e de Maiorca;
- A DRC - INEM fica apenas dotada de um veículo do tipo 5;
- Os BV de Santa Comba Dão perdem um meio mais diferenciado e com capacidade de transporte.

Bases	Sol. Max. Cob. P. Res.					Sol. Max. Cob. P. Res. c/ AS fixa				
	k					k				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BV de Coimbra	2	0	1	0	0	1	0	0	0	0
BS de Coimbra	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
CV de Coimbra	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
HUC- CHUC	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
HG- CHUC	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CV da Borda do Campo	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
DRC - INEM	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
BV de Condeixa	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV dos Carvalhais	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CV de Maiorca	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de V. N. de Poiares	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Serpins	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
BV de Santa Comba Dão	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1

Tabela 14- Alterações da localização de veículos de emergência para o Maximização da Cobertura do Pior Resultado com e sem AS fixas

No que respeita aos resultados de cobertura dos episódios, explícitos na próxima tabela, a solução de Max. Cob. P. Res. tem, na globalidade, um melhor desempenho quando permitimos a deslocalização das AS. A totalidade dos resultados obtidos constam da tabela 35 (ver anexos).

Verificamos que:

- O melhor “pior resultado” com 83,05% dos episódios cobertos, o que mostra a sensibilidade do modelo. Ou seja, se o restringirmos a uma matriz fixa de localização, vedamos a possibilidade da otimização de outras localizações;
- O melhor resultado com 88,89% de taxa de cobertura num cenário (cobertura de 64/72 episódios);
- O maior número de episódios cobertos com mais 22 em relação ao mesmo modelo, mas com AS fixas;

Parâmetros	Sol. Max. Cob. P. Res.		Sol. Max. Cob. P. Res. c/ AS fixa	
	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%
<b>Pior resultado</b>	49/59	83,05	48/58	82,76
<b>Melhor resultado</b>	64/72	88,89	45/53	84,91
<b>Total de Ep. cobertos</b>	1675	84,68	1653	83,57
<b>Média de Ep. Cobertos</b>	55,83	84,69	55,1	83,59

Tabela 15- Comparação resumida dos resultados de cobertura obtidos para a Solução de Maximização do Pior Resultado e de Maximização do Pior Resultado com AS fixas

### Modelo de Minimização do Máximo Arrependimento

À semelhança do que fizemos nos modelos anteriores, também procurámos os resultados da aplicação do Modelo de Minimização do Máximo Arrependimento com total liberdade de mobilização dos veículos existentes e com a versão de fixação das AS na localização atual. Os resultados que obtemos no que respeita às alterações de localização de veículos estão plasmados na tabela 16, na coluna Sol. Min Max Arrependimento.

A totalidade dos resultados dos resultados são apresentados na tabela 36 (ver anexos).

Bases	Sol. Atual					Sol. Min. Max. Arrependimento				
	$k$					$k$				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BV de Coimbra	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
BS de Coimbra	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
HUC-CHUC	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
HG-CHUC	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
CV da Borda do Campo	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
DRC - INEM	0	1	3	0	0	0	0	1	0	1
BV de Condeixa	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
BM da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1
CV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CV dos Carvalhais	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Maiorca	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV Penacova	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
BV de Arganil	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Pampilhosa da Serra	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Santa Comba Dão	1	0	1	1	1	2	0	0	0	1

Tabela 16- Alterações da localização atual de veículos de emergência e a solução de Minimização do Máximo Arrependimento

Observamos que, em comparação com a localização de veículos da solução atual, existem diferenças significativas na localização dos veículos de emergência, tais como:

- Substituição de veículos existentes por outros mais diferenciados, como nos casos da CV de Coimbra, BV Penacova ou CV da Figueira da Foz, em que uma AS é substituída por uma AEM;
- Reforço, em número de meios e em tipo de diferenciação, em que os BS de Coimbra têm um reforço de uma MEM e é substituída uma AS por uma AEM.
- Diminuição dos meios, sendo que a DRC - INEM perde 2 AEM e uma MEM mas é reforçada com uma VMER;
- Bases que deixam de ter meios adstritos, tais como BV Tábua e BV Góis.

Apesar das grandes alterações à localização dos veículos de emergência, verificamos que os resultados obtidos, apresentados na tabela 17, são mais favoráveis a esta distribuição de veículos do que à atualmente utilizada. Os resultados obtidos pra cada cenário estudado constam da tabela 37 (ver anexos).

Assim:

- Observa-se um melhor “pior” resultado, com 78,79% contra os 69,64% da solução atual;
- Também o melhor resultado obtido foi superior, com 94,34% contra 92,45% da solução atual;
- No que diz respeito à totalidade de episódios cobertos, com a solução de Minimização do Máximo Arrependimento, consegue-se uma cobertura de 87,81% do total dos episódios contra 84,23% da solução atual, o que representa um diferencial de cobertura de 71 episódios de emergência.

Parâmetros	Sol Atual		Sol. Min. Max. Arrependimento	
	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%
<b>Pior resultado</b>	39/56	69,64	52/66	78,79
<b>Melhor resultado</b>	49/53	92,45	50/53	94,34
<b>Total de Ep. cobertos</b>	1666	84,23	1737	87,81
<b>Média de Ep. Cobertos</b>	55,53	84,15	57,9	87,75

Tabela 17- Comparação resumida dos resultados obtidos para a cobertura dos episódios de emergência com a solução de localização Atual e Minimização do Máximo Arrependimento.

À semelhança do que aconteceu anteriormente, aplicámos aos 30 cenários o mesmo modelo, mas desta vez com as AS fixas nas suas bases atuais.

Verificámos as alterações às localizações que se destacam na tabela 18, sombreadas a cinzento. Quando analisamos as principais alterações verificamos que as mudanças que ocorrem são fundamentalmente relacionadas com a mobilização da VMER do HG-CHUC, das ASIV e das AEM da DRC - INEM, ou seja:

- Regresso de veículo SAV à base HUC – CHUC;
- Reforço de bases na zona mais interior do distrito, mais concretamente em BV Miranda do Corvo, com aumento do número dos meios com uma AEM;
- Substituição de AS por AEM na base HD Figueira da Foz por necessidade de veículos com capacidade de transporte;

- Recurso a veículos mais diferenciados para substituir o reforço planeado pela solução sem AS fixa, como por exemplo em CV Carvalhais ou BV Santa Comba Dão em que são colocadas ASIV;
- Manutenção do reforço da DRC - INEM com uma viatura do nível 5, nesta solução deslocada do HG-CHUC e não dos HUC-CHUC como na solução sem AS fixa.

A totalidade das soluções de localização são apresentadas na tabela 38 (ver anexos).

Bases	Sol. Min. Max. Arrependimento					Sol. Min. Max. Arrependimento c/ AS fixa				
	k					k				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BV de Coimbra	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
BS de Coimbra	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
HUC-CHUC	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
HG-CHUC	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
CV da Borda do Campo	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Condeixa	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
BV de Mont.-o-Velho	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
BM da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
CV da Figueira da Foz	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
CV dos Carvalhais	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
CV de Maiorca	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Miranda do Corvo	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
BV Penacova	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
BV de Arganil	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Pampilhosa da Serra	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Santa Comba Dão	2	0	0	0	1	1	0	0	1	1

Tabela 18- Alteração da localização de veículos de emergência nas soluções Minimização do Máximo Arrependimento e Minimização do Máximo Arrependimento com AS fixas

Podemos observar, pela leitura da tabela 19, que os resultados obtidos quando se fixam as AS na solução Min. Max. Arr. são, na generalidade, piores do que quando permitimos a mobilidade das AS entre diferentes bases. A totalidade dos resultados para cada cenário constam da tabela 39 (ver anexos). Destaca-se:

- Taxa de cobertura inferior (77,27%) no que diz respeito ao pior resultado em cada cenário;
- Taxa de cobertura inferior (92,86%) no que diz respeito ao melhor resultado em cada cenário;

- Média de cobertura com menos 1% face ao obtido com as AS sem restrição à mobilidade;
- Menos 30 episódios cobertos no total dos episódios o que, comparativamente com a distribuição de veículos sem AS fixas, representa uma diferença de 1,7%.

Parâmetros	Sol. Min. Max. Arrependimento		Sol. Min. Max. Arrependimento com AS fixa	
	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%	$\sum_{e \in E_s} z_e$	%
<b>Pior resultado</b>	52/66	78,79	51/66	77,27
<b>Melhor resultado</b>	50/53	94,34	65/70	92,86
<b>Total de Ep. cobertos</b>	1737	87,81	1707	86,30
<b>Média de Ep. Cobertos</b>	57,9	87,75	56,9	86,20

Tabela 19-Comparação resumida dos resultados obtidos para a cobertura dos episódios de emergência com a solução de localização Minimização do Máximo Arrependimento e Minimização do Máximo Arrependimento com AS fixas

De forma sumária, apresentamos na tabela 20 os resultados obtidos no que respeita à cobertura dos 30 cenários considerando a localização atual e as localizações propostas nos 3 modelos testados com todas as variáveis livres.

	<b>Cobertura Média (%)</b>	<b>Pior cobertura (%)</b>	<b>Máximo arrependimento</b>
<b>Localização atual</b>	84,15	69,64	10
<b>Maximizar a cobertura no pior caso</b>	84,69	83,05	10
<b>Minimizar o máximo arrependimento</b>	87,75	78,79	3
<b>Maximizar a cobertura esperada</b>	89,52	78,79	4

Tabela 20- Resumo dos resultados obtidos nos 30 cenários

Pela observação da tabela anterior, podemos verificar que não existe nenhum modelo, dos utilizados, que apresente o melhor resultado para todos os objetivos considerados. Se o modelo de Max. Cob. Esp. apresenta a melhor cobertura média não tem, no entanto, o melhor desempenho em termos de pior cobertura, nem de máximo arrependimento. A solução apresentada pela solução de Minimização do Máximo Arrependimento apresenta o melhor “máximo arrependimento” e a solução de Minimização do Pior Resultado

apresenta o melhor “pior resultado”, como seria de esperar. Resulta ainda que a solução atual é a que apresenta o pior desempenho em todos os objetivos considerados.

Quando fixamos as AS nas bases de origem, os resultados alteram-se ligeiramente, como podemos ver na tabela 21.

	<b>Cobertura Média (%)</b>	<b>Pior cobertura (%)</b>	<b>Máximo arrependimento</b>
<b>Maximizar a cobertura do pior resultado</b>	83,59	82,76	10
<b>Minimizar o máximo arrependimento</b>	86,20	77,27	4
<b>Maximizar a cobertura esperada</b>	88,90	78,79	5

Tabela 21- Resumo dos resultados obtidos nos 30 cenários quando fixamos as AS

Podemos observar que a cobertura média diminui em todos os modelos, para os 30 cenários, quando fixamos as AS. O mesmo acontece em relação à pior cobertura no modelo que maximiza o pior resultado e no que minimiza o máximo arrependimento. No modelo de cobertura máxima esperada o pior resultado mantém o valor relativo em relação à opção de deixar as AS livres. No que diz respeito ao valor do máximo arrependimento, este mantém-se inalterado no modelo de maximização do pior resultado, mas é pior nos modelos de minimização do máximo arrependimento e no de maximização de cobertura esperada.

### **Avaliação das soluções num conjunto de cenários *out-of-sample***

Comparar os locais atuais e os definidos nas soluções ótimas dos modelos apresentados, considerando o conjunto de dados usado para criar a instância resolvida, pode fornecer um resultado tendencioso, beneficiando a solução obtida pelo modelo (é a solução ótima considerando exatamente esse conjunto de cenários). Para eliminar qualquer enviesamento resultante do uso do mesmo conjunto de dados que originou a instância resolvida, gerámos 15 novos cenários, seguindo o mesmo método já apresentado, mas de forma independente relativamente aos 30 cenários anteriores. Isto permite fazer uma análise dos resultados *out-of-sample*: os modelos são testados com dados diferentes dos que foram usados para calcular a respetiva solução ótima. Testar as soluções de localização encontradas neste conjunto independente de cenários permite uma análise imparcial, que nos dá uma melhor ideia de como as soluções se comportariam no contexto real.

Para esta análise *out-of-sample* foram replicadas as experiências computacionais anteriormente descritas, nomeadamente deixando as variáveis de localização dos veículos AS livres, ou fixando-as nas suas atuais localizações. Os resultados que obtemos são apresentados de forma resumida na tabela 22.

	<b>Cobertura Média</b>	<b>Pior cobertura</b>	<b>Máximo arrependimento</b>
<b>Localização atual</b>	84.40%	78.33%	6
<b>Maximizar a cobertura do pior resultado</b>	87.42%	80.85%	6
<b>Minimizar o máximo arrependimento</b>	88,52%	81.67%	6
<b>Maximizar a cobertura esperada</b>	87.95%	81,67%	6

Tabela 22- Resumo dos resultados obtidos nos 15 cenários *out-of-sample*

Pela observação da tabela anterior, é possível concluir que a solução que minimiza o máximo arrependimento se destaca como a que obtém melhores resultados em todos os objetivos considerados. Consegue a melhor cobertura média e também a melhor cobertura no pior caso, sendo que o arrependimento máximo é o mesmo para todas as soluções.

A tabela 23 apresenta os resultados quando se fixam as variáveis de localização que dizem respeito aos veículos AS.

	<b>Cobertura Média</b>	<b>Pior cobertura</b>	<b>Máximo arrependimento</b>
<b>Localização atual</b>	84.40%	78.33%	6
<b>Maximizar a cobertura do pior resultado</b>	84.34%	83.33%	9
<b>Minimizar o máximo arrependimento</b>	69.31%	57.58%	21
<b>Maximizar a cobertura esperada</b>	89.28%	83.33%	5

Tabela 23- Resumo dos resultados obtidos, considerando o conjunto de 15 cenários *out-of-sample*, fixando as AS nas posições atuais.

É interessante observar o comportamento da solução que minimiza o máximo arrependimento no conjunto *out-of-sample*. Esta solução é claramente mais dependente de alterações específicas que são feitas na localização de alguns veículos. Quando introduzimos restrições adicionais na localização dos veículos, como acontece quando fixamos as AS nas suas localizações atuais, a solução obtida atinge resultados de cobertura bastante abaixo dos outros modelos, qualquer que seja o objetivo considerado. O modelo que se parece comportar melhor quando todos os veículos AS são fixos nos seus locais de

origem é o modelo de cobertura máxima esperada. Os resultados obtidos para os 15 cenários *out-of-sample*, quando utilizamos este último modelo considerando as AS fixas, são ainda melhores do que a solução em que essas restrições não foram impostas.

Na verdade, a localização dos veículos AS pode ser interpretado como o resultado de uma longa adaptação de diferentes instituições às especificidades de suas regiões, resultando num conhecimento empírico sobre as características das ocorrências de emergência nessa região que pode justificar estes resultados.

### **3.2.4. Mat-heurística**

Tendo em conta que o Cplex apresentou dificuldades em resolver instâncias com mais do que 30 cenários, foi desenvolvida uma metaheurística, tendo por base os algoritmos genéticos, que foi testada e comparada com a resolução pelo *general solver*. O modelo que foi considerado foi o da maximização da cobertura esperada. Este problema tem, como já descrito, duas etapas: uma primeira etapa em que se procede à localização dos veículos, e uma segunda etapa em que se consideram as decisões de afetação dos veículos aos episódios de emergência que ocorrem nos vários cenários considerados.

Assim, optou por se desenvolver uma *matheurística*: o algoritmo genético apenas considera a determinação das variáveis que se prendem com a primeira etapa, enquanto as decisões de afetação dos veículos são determinadas através de um *general solver*. Esta opção justifica-se pela enorme dificuldade em encontrar uma representação da solução global (variáveis de localização e de afetação de viaturas) que fosse capaz de garantir a admissibilidade destas decisões de afetação, uma vez que o número de restrições que devem ser cumpridas é muito elevado. Para além disso, foi também possível verificar que a resolução deste problema da segunda etapa, quando as variáveis de localização já estão fixas, é de resolução relativamente rápida pelo Cplex (sempre inferior a 60 segundos).

Relativamente às decisões de localização, encontrar uma representação das respetivas variáveis de decisão que garante a admissibilidade da solução, ou que permite a sua rápida reparação, é relativamente simples.

Assim, as variáveis de localização dos veículos são representadas através de matrizes binárias (que correspondem aos cromossomas), em que as linhas correspondem aos veículos e as colunas correspondem às possíveis bases onde podem ser localizadas. Cada

veículo será localizado na base em que o valor “1” for encontrado. Desta forma, cada linha apenas poderá ter um valor igual a “1” (pois cada veículo apenas poderá pertencer a uma base).

As restrições que devem ser tidas em conta relativamente às localizações dos veículos são as (17) e (18), que garantem que cada veículo é obrigatoriamente localizado numa e exatamente numa base, e que cada base não pode ter mais do que um número máximo de veículos, respetivamente. As restrições (18) são naturalmente satisfeitas, pelo facto de se garantir que, em todas as soluções iniciais, apenas uma coluna em cada linha terá o valor “1”. O mesmo já não acontece relativamente às restrições (17), em que se tem de considerar o somatório dos valores que aparecem em cada coluna para se verificar se esta restrição está, ou não, a ser satisfeita. Caso esta restrição não esteja a ser satisfeita para alguma das soluções calculadas, um processo de reparação é executado.

### **Inicialização da população inicial**

A população inicial é gerada de forma aleatória. Para cada veículo é gerada aleatoriamente a base em que ele deve ser localizado, e a correspondente linha no respetivo cromossoma é preenchida de forma adequada (é colocado o valor “0” em todas as colunas e o valor “1” na base que foi escolhida aleatoriamente).

### **Reparação de soluções não admissíveis**

Quando existem soluções não admissíveis, podem ser consideradas duas abordagens: ou se penalizam essas soluções, considerando um muito mau valor de *fitness*, ou se tentam reparar essas soluções. No presente caso, a reparação da solução é fácil de obter, pois a única violação das restrições que pode ocorrer prende-se com a existência de mais veículos numa base do que os que são permitidos.

Quando tal acontece, um veículo que esteja a ser localizado na base é escolhido de forma aleatória, e uma outra base é escolhida, também de forma aleatória, para esse veículo. O único cuidado, para que não se entre num ciclo em que uma inadmissibilidade é corrigida, mas outra é criada, é que na geração aleatória das bases possíveis para onde irá o veículo selecionado apenas entram as bases cuja capacidade máxima ainda não foi esgotada (apenas entram as bases que ainda estão em condições de receber veículos). Este

procedimento é rápido, e garante a admissibilidade de todas as soluções presentes nas populações de soluções.

O *fitness* de cada indivíduo é calculado como sendo igual à cobertura esperada nos cenários considerados, ou seja, é na realidade igual à função objetivo da segunda etapa, que sai diretamente da resolução do problema de afetação das viaturas aos episódios determinada pelo *general solver*.

### **Operadores genéticos**

Foram considerados operadores genéticos tradicionais.

Os pais, que darão origem a dois filhos, são calculados através de torneio binário: dois elementos da população são escolhidos aleatoriamente e, com uma dada probabilidade, o melhor indivíduo é escolhido como pai. O processo repete-se para a escolha do segundo pai.

O operador de *crossover* foi escolhido foi o *one-point crossover*: a matriz que representa cada solução é dividida através da escolha aleatória de uma linha. Um dos filhos recebe as linhas acima (abaixo) dessa linha por parte da mãe, e abaixo (acima) por parte do pai.

Todos os filhos gerados podem sofrer mutações. A mutação é concretizada pela escolha aleatória de um veículo, e pela alteração da sua respectiva localização (geração aleatória de uma outra localização).

Os operadores de *crossover* e mutação implementados garantem que as restrições (18) são sempre satisfeitas, podendo haver violação das restrições (17). Todas as soluções geradas (filhos) são testadas relativamente a estas restrições, e o operador de reparação é utilizado, se necessário.

A mat-heurística considera elitismo, garantindo que o melhor indivíduo da população atual passa sempre para a população seguinte.

Os restantes elementos da população na geração seguinte são determinados através de torneio binário, em que um elemento é sempre escolhido entre os elementos da população atual e outro é sempre escolhido dentro dos filhos gerados.

## **Parâmetros**

Para a execução desta mat-heurística é necessário definir, *a priori*, um conjunto de parâmetros. Neste caso, foram escolhidos os seguintes:

Considerou-se uma população com 20 indivíduos. A probabilidade de se escolher o melhor indivíduo nos torneios binários foi estabelecida em 80%. A probabilidade de mutação (a probabilidade de um veículo ver a sua localização alterada aleatoriamente) é de 0.5%.

Outro parâmetro importante para a mat-heurística, uma vez que recorre ao *general solver* (neste caso, o Cplex) para resolver os problemas de afetação de viaturas, é o tempo máximo que se admite para a resolução destes problemas. Tendo em conta as experiências computacionais já realizadas, e que permitiram concluir que estes problemas seriam possíveis de resolver dentro de 1 minuto de tempo computacional, o limite de tempo estabelecido foi de 90 segundos. Caso o Cplex não chegue a uma solução ótima neste período de tempo, o *fitness* da respetiva solução de localização corresponderá ao da cobertura esperada de uma solução de afetação que pode não ser a ótima.

Como critério de paragem consideraram-se quer um número máximo de gerações, quer um limite em termos de tempo computacional total.

## **Resultados computacionais**

Tendo em conta que a mat-heurística implementada tem um comportamento que depende de valores gerados aleatoriamente, ela foi executada 10 vezes, considerando a instância com os 30 cenários já definida anteriormente.

Foi considerado um tempo máximo de execução igual ao tempo total gasto pelo Cplex para resolução deste problema, e o mesmo computador foi usado, para que os resultados sejam comparáveis.

A metaheurística apenas foi capaz de encontrar a solução ótima em duas das vezes em que foi executada. Nas restantes execuções a melhor solução encontrada ficou, em média, a 9% da solução ótima.

A Figura 9 apresenta um exemplo da evolução da função objetivo, numa das duas execuções em que a mat-heurística chegou à solução ótima.

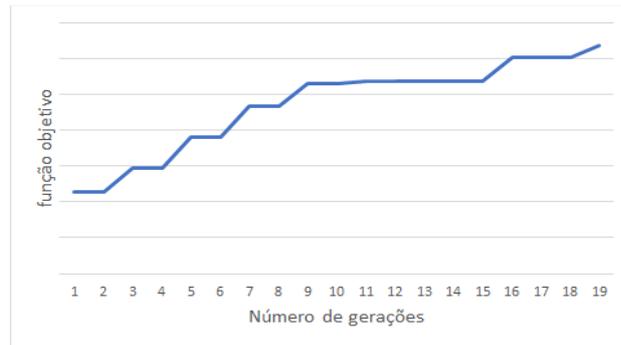


Figura 9- Evolução de solução quando aplicada mat-heurística

Tendo em conta os resultados obtidos, a utilização da mat-heurística não se apresenta como vantajosa, quando comparada com a utilização do *general solver*.



## **4. MODELO DE COBERTURA CONSIDERANDO A EVOLUÇÃO DOS EPISÓDIOS DE EMERGÊNCIA**

Os modelos apresentados anteriormente permitem a integração de vários aspetos do problema em contexto real que os tornam uma mais-valia em termos do suporte à decisão. Integram características inovadoras relativamente aos modelos conhecidos na literatura, mas, ainda assim, apresentam algumas limitações. Uma dessas limitações prende-se com o facto de assumirem que existem episódios que não serão cobertos, e que esses episódios, na realidade, não receberão qualquer tipo de assistência. Este pressuposto não representa o que acontece na prática, uma vez que todos os episódios são atendidos, podendo sê-lo já fora do tempo adequado, ou sem que sejam enviados os meios que seriam os mais apropriados. Para além disso, se houver, no contexto real, a afetação de viaturas a estes episódios “não cobertos” (no sentido em que não receberam auxílio dentro do raio de cobertura determinado), então poderá estar a considerar-se um valor enviesado da cobertura e da ocupação dos meios de socorro, por se estar, no modelo, a considerar como “não coberto” um episódio que na realidade o foi, apesar de não o ter sido adequadamente, e disponíveis veículos que estariam afetos a estes episódios.

Obviamente que o facto de o modelo apenas considerar os veículos disponíveis numa dada região geográfica, e os episódios que ocorrem na fronteira dessa região poderem, em determinadas situações, receber assistência através de veículos que não se encontram na região considerada, mitiga este problema. No entanto, seria melhor conseguir integrar nos modelos descritos no capítulo 2 a possibilidade de garantir que todos os episódios recebem, na realidade, assistência, mesmo que mais tarde ou com outros veículos.

Outra situação que pode ter interesse em ser considerada neste contexto é o facto de, no caso da assistência não chegar dentro do tempo limite, existir a possibilidade de uma evolução do estado das vítimas, implicando esta evolução a adequação dos veículos a enviar (com repercussões nas respetivas afetações de viaturas a episódios). Na realidade, o tempo pode ser utilizado como restrição em alguns modelos (por exemplo Andrade & Cunha, 2015; Bertsimas & Ng, 2019; Nelas & Dias, 2020b), mas pode não ser suficiente se o objetivo é garantir o melhor atendimento assistencial possível. Conforme o episódio de emergência evolui, o nível de atendimento necessário também pode alterar-se,

influenciando o tipo de veículos que devem ser utilizados. Pelo que sabemos, não existem modelos de localização de veículos de emergência que considerem explicitamente o agravamento do estado das vítimas quando há atrasos na chegada dos meios e o impacto que esta situação pode ter na localização ideal dos veículos de emergência.

Assim, neste capítulo apresentamos uma extensão aos modelos descritos.

Neste novo modelo assume-se que:

1. Caso não seja possível enviar assistência dentro do tempo adequado (e definido pela matriz de cobertura), serão enviados veículos mais tarde.
2. Caso haja uma evolução no estado das vítimas, que implique uma alteração dos meios que devem ser enviados, essa evolução é tida em conta.
3. Se não vierem a estar disponíveis os meios adequados, outros serão enviados, garantindo assistência, mesmo que não seja a mais adequada para a situação.

As principais alterações que este modelo traz relativamente aos anteriores prendem-se com o facto de se passar a garantir que todos os episódios recebem assistência, tendo em conta que pode não ser possível que todos recebam esta assistência dentro do período temporal máximo definido, e assumindo que nem todos os episódios serão cobertos nas melhores condições. Assim, caso não seja possível fazer chegar os veículos que seriam necessários, dentro da janela temporal prevista, será necessário considerar a evolução deste episódio em termos das suas necessidades de recursos.

Cada episódio é representado, agora, por um conjunto de episódios, entre todos os  $e' \in EF_{es}$  e garante-se que um, e apenas um, recebe assistência. Considerando que todos os episódios se encontram ordenados, por ordem crescente, a partir do seu período de início, de acordo com o já indicado, e que assim também se encontram no conjunto  $e' \in EF_{es}$ , o ideal, em termos de qualidade na assistência às vítimas, seria que fosse o primeiro  $e' \in EF_{es}$  a receber essa assistência (a ser coberto, significando que recebe todas as viaturas adequadas dentro da janela temporal definida). Quando tal não for possível, então um dos outros episódios terá de ser coberto.

A figura seguinte representa esquematicamente a evolução que considerámos.

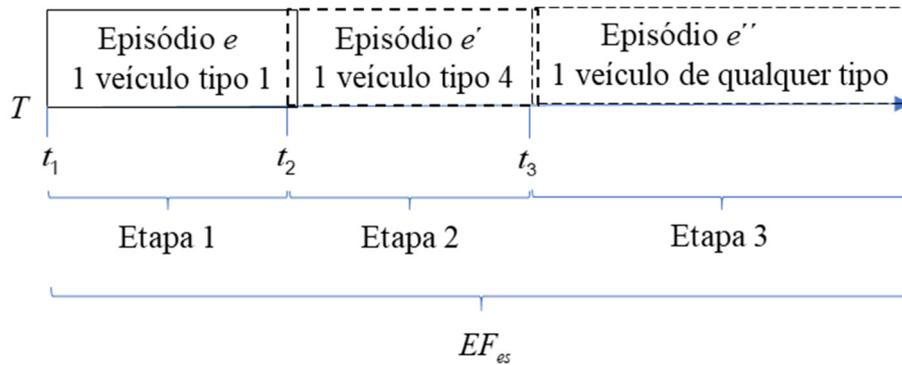


Figura 10- Exemplo de representação de um episódio, através de três episódios fictícios, que permitem ter em conta atrasos no socorro

Na figura anterior um episódio é representado por três episódios diferentes ( $e, e', e''$ ) que correspondem à sua evolução se o atendimento for adiado. A primeira etapa, (*episódio e*), corresponde ao início da ocorrência da emergência. Esta ocorrência deve receber um veículo do tipo 1. Se este veículo for realmente atribuído no período de tempo indicado para o episódio, então este termina, e não evolui para as fases 2 e 3. No entanto, se nenhum veículo chegar, então, no período  $t_2$ , há uma mudança na evolução deste episódio: em vez de precisar de um veículo do tipo 1, o episódio agora precisa de um veículo do tipo 4. Se tal veículo estiver disponível e for atribuído ao episódio, o episódio termina quando os veículos atribuídos são libertados, sem necessidade de se considerar a etapa seguinte. Se, nesta etapa, não for enviado nenhum veículo, considera-se uma terceira etapa em que, dado o atraso já confirmado no atendimento, o mais importante é garantir o envio de algum veículo, independentemente do tipo. A evolução desse episódio é, portanto, discretizada em três etapas distintas, que podem contemplar diferentes necessidades de cuidados. Na última etapa assume-se o pressuposto de que é melhor enviar algum veículo, mesmo que não o mais adequado, do que não enviar nenhum. Esses episódios fictícios podem ter interseções nos seus tempos de ocorrência, e cada episódio pode ser representado por quantas etapas se desejar.

Relativamente aos modelos apresentados anteriormente, esta representação dos episódios por etapas obriga a alterações em algumas restrições, e obriga também a uma alteração na

função objetivo. Como todos os episódios receberão assistência, deixa de fazer sentido considerar-se a maximização da cobertura esperada, ou da cobertura no pior caso.

Assim, optou-se por definir uma função objetivo que tenta garantir que o maior número possível de acontecimentos são atendidos assim que possível (na etapa 1). Estes são os episódios que têm um maior peso na função objetivo. Os sucessivos episódios fictícios contribuirão com um peso cada vez menor.

Parte da notação definida anteriormente para o modelo estocástico permanece válida, sendo apenas necessário redefinir os parâmetros e variáveis que se alteram neste modelo, acomodando a existência desta nova definição de episódio.

Defina-se:

Cada episódio  $e'$  pertence a um conjunto  $EF_{es}$ ,  $e \in E_{es}$  e é caracterizado por:

$j_{e's} \in J$ : a localização do episódio,  $\forall s \in S$ , e o mesmo para todos os episódios que pertencem a  $EF_{es}$ ;

$n_{e'ks}$ : número de veículos do tipo  $k$  necessários para cada episódio,  $\forall s \in S, k \in K, e' \in EF_s$ ;

$TS_{e'k}$ : o período de tempo em que a assistência começa considerando o tipo de veículo  $k$ ,  $k \in K, e' \in EF_s$ ;

$TSt_{e'k}$ : o período de tempo em que a assistência termina, considerando o tipo de veículo  $k$ ,  $k \in K$ .

Para facilitar a notação,  $EF_{es}$  é considerado igual a  $EF_{e's}$ ,  $\forall e' \in EF_{es}$ , o que significa que o conjunto  $EF_{es}$  pode ser identificado por qualquer episódio fictício  $e'$  representando uma etapa do episódio real  $e$  (uma vez que cada  $e'$  representa uma etapa de um, e apenas um, episódio real).

Assume-se que o conjunto de todos os episódios  $e' \in \bigcup_{e \in E_s} EF_{es}$  são ordenados cronologicamente,  $\forall s \in S$ .

É possível atribuir um valor binário a cada episódio fictício que definirá se aquele episódio já corresponde a uma etapa, na evolução do episódio, em que o melhor a fazer é enviar um veículo, seja qual for o seu tipo.

$$Q_{e's} = \begin{cases} 1, & \text{se o episódio } e' \in EF_{es} \text{ não necessita de receber nenhum veículo} \\ & \text{em particular,} \\ 0, & \text{no caso contrário} \end{cases} \quad \forall e' \in EF_{es}, e \in E_s, s \in S$$

Para garantir que o mesmo veículo não seja atribuído a episódios que possuem períodos de tempo que se intersectam, também é construída uma matriz de incompatibilidades, definindo se dois episódios se sobrepõem ou não.

$$b_{e'e''ks} = \begin{cases} 1, & \text{se os episódios } e' \text{ e } e'' \text{ têm períodos de tempo sobrepostos no que respeita} \\ & \text{à assistência por veículos do tipo } k, \text{ de forma a que o mesmo veículo não possa} \\ & \text{ser acionado para ambos episódios, no cenário } s, \\ 0, & \text{no caso contrário} \end{cases} \quad \forall e, e' \in \bigcup_{e \in E_s} EF_{es}, k \in K, s \in S$$

Para considerar a situação em que um determinado veículo não está disponível por outros motivos para além da assistência médica, também é construída uma matriz de disponibilidade.

$$d_{e'vs} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } v \text{ pode ser acionado para o episódio } e', \\ & \text{no cenário } s, \\ 0, & \text{no caso contrário} \end{cases} \quad \forall e \in \bigcup_{e \in E_s} EF_{es}, v \in V, s \in S$$

As seguintes variáveis de decisão foram alteradas de acordo com:

$$z_{e's} = \begin{cases} 1, & \text{se } e' \text{ recebe todos os veículos necessários no intervalo de tempo adequado,} \\ & \text{no cenário } s, \\ 0, & \text{no caso contrário} \end{cases} \quad \forall e' \in \bigcup_{e \in E_s} EF_{es}, s \in S$$

$$x_{ve'ks} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } v \text{ é acionado para o episódio } e' \text{ como sendo do tipo } k, \\ & \text{no cenário } s, \text{ (mesmo sendo de tipo diferentes)} \\ 0, & \text{no caso contrário} \end{cases} \quad \forall e' \in EF_{es}, v \in V, k \in K, s \in S$$

Cada episódio é representado por um conjunto de episódios fictícios que correspondem a diferentes etapas da sua evolução. Na realidade, o primeiro destes episódios é o episódio real, mas que em nada se distinguirá dos restantes, os fictícios, que representam a evolução deste episódio original. Porém, mesmo considerando essas diferentes etapas e os possíveis atrasos na chegada do atendimento, não é possível garantir que existam veículos disponíveis e suficientes para alocar a todos os episódios, em qualquer uma das etapas. Cada etapa possui um período de início e de fim, sendo que a última etapa de cada episódio não se estende até ao final do horizonte temporal considerado. A possibilidade de haver episódios não cobertos em nenhuma das suas etapas é representada pela seguinte variável de decisão binária:

$$adm_{es} = \begin{cases} 1, & \text{se } e \text{ pertencente ao cenário } s, \text{ não recebe nenhum tipo} \\ & \text{de assistência,} \\ 0, & \text{no caso contrário} \end{cases} \quad \forall e \in E_s, s \in S$$

No modelo agora formulado a função objetivo representa a maximização dos episódios cobertos, considerando pesos associados às diferentes etapas de cada episódio, sabendo que é preferível que cada episódio receba assistência na sua primeira etapa do que em qualquer outra. Por esse motivo são consideradas ponderações  $\omega_{e's}, \forall e' \in EF_{es}, e \in E_s, s \in S$ , de tal forma que  $\omega_{e's} \gg \omega_{e''s}$  para todos  $e', e'' \in EF_{es}$  com  $e' < e'', \forall e \in E_s$ .

No segundo termo da função objetivo (54),  $M$  representa um número não negativo muito elevado, o que significa que as soluções que conduzem a episódios que não recebem qualquer assistência são severamente penalizadas.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & \sum_{s \in S} p_s \sum_{e \in E_s} \sum_{e' \in EF_{es}} \varpi_{e's} z_{e's} - M \sum_{s \in S} \sum_{e \in E_s} \text{adm}_{es} - \\ & - \varepsilon \left( \sum_{v \in V} \sum_{i \in I} h_{vi} + \sum_{i \in I} y_i + \sum_{v \in V} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_s} \sum_{e' \in EF_{es}} p_s x_{ve'ks} \right) \end{aligned} \quad (54)$$

Algumas restrições foram alteradas conforme se apresenta:

- Um episódio é considerado coberto se e só se receber todos os veículos de nível de assistência adequado. Porém, se  $Q_{es} = 1$  então a restrição (61) é redundante (neste caso, o mais importante é enviar qualquer veículo, independente do nível de assistência que possa oferecer, então aplica-se a restrição (60)). Esta restrição aplica-se apenas se  $r_k = 0$  (é considerada substituibilidade direta de um veículo pelo outro).

$$n_{eks} z_{es} \leq \sum_{v \in V} c_{kk_v} x_{veks} + M Q_{es}, \forall s \in S, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, k \in K : r_k = 0 \quad (55)$$

- As restrições (56) a (60) são redundantes se  $Q_{es} = 1$ . Nesse caso tornam-se redundantes.

Definam-se as variáveis auxiliares inteiras  $O_{ekk's}, \forall s \in S, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, k \in K :$

$\exists (k', k'') \in g_k$ , que representam o número de veículos do tipo  $k'$  que são enviadas para o episódio  $e$  para substituir o veículo do tipo  $k$ , no cenário  $s$ . Além disso, permita-se que  $q_{ekk'k''s}, \forall s \in S, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, k \in K : r_k = 1, (k', k'') \in g_k, k' < k''$

represente o número de veículos pertencentes ao par  $(k', k'') \in g_k$  que são simultaneamente enviadas para o episódio  $e$  no cenário  $s$ . Então, se o veículo  $k$  pode ser substituído por mais do que um veículo (nomeadamente o par  $(k', k'') \in g_k$ ) aplicam-se as seguintes restrições:

$$n_{eks} z_{es} \leq O_{ekks} + \sum_{(k', k'') \in g_k, k' < k''} q_{ekk'k''s} + M Q_{es}, \forall s \in S, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, k \in K : r_k = 1 \quad (56)$$

$$O_{ekks} \leq \sum_{v \in V} c_{kk_v} x_{veks} + M Q_{es}, \forall s \in S, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, k \in K : r_k = 1 \quad (57)$$

$$O_{ekk's} \leq \sum_{v \in V} c_{k'k_v} x_{vek's} - n_{ek's} + MQ_{es}, \forall s \in S, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, k, k' \in K : \exists (k', k'') \in g_k \quad (58)$$

$$\sum_{(k', k'') \in g_k : k' < k''} q_{ekk'k''s} \leq O_{ekk's} + MQ_{es}, \forall s \in S, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, k, k' \in K : \exists (k', k'') \in g_k \quad (59)$$

$$\sum_{(k', k'') \in g_k : k' < k''} q_{ekk'k''s} \leq O_{ekk's} + MQ_{es}, \forall s \in S, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, k, k'' \in K : \exists (k', k'') \in g_k \quad (60)$$

— Os episódios  $e$  em que  $Q_{es} = 1$ , são considerados cobertos se recebem pelo menos um veículo independentemente do tipo.

$$z_{es} \leq \sum_{v \in V} \sum_{k \in K} x_{veks} + M(1 - Q_{es}), \forall s \in S, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's} \quad (61)$$

— Todos os episódios reais devem ser cobertos numa e só uma, das respetivas etapas. Quando isto não é possível para algum episódio, a variável  $adm_{es}$  assume o valor 1. Se, ao resolver o problema, pelo menos uma variável  $adm_{es}$  for igual a 1 significa que os veículos disponíveis não são suficientes para cobrir todas as ocorrências. Para melhor entender os atrasos que esta falta de veículos provoca há a possibilidade de aumentar o número de etapas que representam a evolução de cada episódio (permitindo a existência de novos atrasos e percebendo, de forma mais detalhada quando é possível enviar assistência).

$$\sum_{e' \in EF_{es}} z_{e's} \geq 1 - M adm_{es}, \forall e \in E_s, s \in S \quad (62)$$

$$\sum_{e' \in EF_{es}} z_{e's} \leq 1, \forall e \in E_s, s \in S \quad (63)$$

— Cada veículo de emergência só pode contribuir para um determinado nível de assistência em cada episódio de cada cenário.

$$\sum_{k \in K} x_{veks} \leq 1, \forall s \in S, k \in K, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, v \in V \quad (64)$$

— O veículo de emergência  $v$  só pode dar assistência ao episódio  $e$  a partir da base  $i$  se lá está localizado, se  $e$  ocorrer dentro do raio de cobertura de  $i$  para aquele nível de assistência, e se estiver disponível no cenário  $s$ .

$$x_{veks} \leq d_{evs} \sum_{i \in I} a_{ij_e k} h_{vi}, \forall v \in V, s \in S, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, k \in K \quad (65)$$

- Um veículo de emergência só pode ser enviado para dois episódios se não existir sobreposição dos tempos de ocorrência, considerando os cenários em que ambos acontecem.

$$\sum_{k' \in K} x_{vek's} + \sum_{k \in K} x_{ve'k's} \leq 2 - b_{ee'ks}, \forall v \in V, k \in K, s \in S, e, e' \in \bigcup_{e'' \in E_s} EF_{e''s} : e < e' \quad (66)$$

- Da mesma maneira com o que acontece no modelo proposto em Nelas & Dias (2020b), é necessário assegurar que não é possível antecipar o futuro em cada cenário, considerando a decisão do encaminhamento de veículos de emergência. Como, no atual modelo, cada episódio é representado por um conjunto de episódios fictícios, este conjunto de restrições só deve ser considerado quando nenhum dos episódios fictícios que constituem o episódio real, e que ocorrem antes de  $e'$ , estão a ser assistidos.

$$\begin{aligned} \sum_{k' \in K} x_{ve'k's} \leq & \left( 2 - \sum_{i \in I} a_{ije'l_k} h_{vi} - \sum_{i \in I} a_{ije'l_k} h_{vi} \right) + 1 - \left( b_{ee'ks} - x_{veks} - \sum_{e'' \in EF_{es}} z_{e''s} \right) + \\ & + \frac{\sum_{v' \in V} x_{v'e'ks}}{n_{eks}} + M (1 - c_{kk_v}) + \sum_{k' \in K} \sum_{e'' \in EF_{es} : e'' < e} b_{e''ek's} x_{ve''k's}, \forall v \in V, s \in S, \\ & e, e' \in \bigcup_{e'' \in E_s} EF_{e''s} : e < e', k \in K : n_{eks} \geq 1 \end{aligned} \quad (67)$$

- O comportamento das variáveis pode ser definido da seguinte forma:

$$y_i \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (68)$$

$$h_{vi} \in \{0, 1\}, \forall v \in V, i \in I \quad (69)$$

$$adm_{es} \in \{0, 1\}, \forall e \in E_s, s \in S \quad (70)$$

$$z_{es} \in \{0, 1\}, \forall e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, s \in S \quad (71)$$

$$x_{veks} \in \{0, 1\}, \forall v \in V, e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, k \in K, s \in S \quad (72)$$

$$q_{ekk'k''s} \geq 0 \text{ e inteira}, \forall e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, s \in S, k, k', k'' \in K : (k', k'') \in g_k \quad (73)$$

$$q_{ekk's} \geq 0 \text{ e inteira}, \forall e \in \bigcup_{e' \in E_s} EF_{e's}, s \in S, k, k' \in K : (k', k'') \in g_k \quad (74)$$



## 5. ESTUDO DE CASO II

Para o modelo desenvolvido e apresentado no capítulo 4, foi possível utilizar uma base de dados diferente da utilizada no capítulo 3, com maior detalhe relativamente à ocorrência de episódios de emergência. Passa-se agora a descrever esses dados, bem como os resultados obtidos com a aplicação deste novo modelo.

### 5.1. DADOS UTILIZADOS

Os dados utilizados foram fornecidos pelo INEM, após deferimento do requerimento de acesso aos dados e assinatura de declaração de compromisso de honra relativamente à sua utilização e divulgação.

Estes dados incluem informação acerca de todos os veículos de emergência existentes assim como ao movimento assistencial realizado no ano de 2017, para o distrito de Coimbra.

No ano em estudo, foram contabilizados 50732 episódios que motivaram 60343 acionamentos de veículos. Esta diferença resulta do facto de uma ativação poder necessitar, como já vimos anteriormente, de mais do que um veículo de emergência para a prestação do socorro.

Para cada episódio é possível conhecer todos os meios que foram acionados, o local onde ocorreu (através da indicação das coordenadas GPS), o dia em que ocorreu, a hora a que cada um dos meios necessários foi acionado.

Uma informação importante que falta é a hora exata da ocorrência do episódio: não é possível saber o intervalo de tempo, em cada episódio, entre o seu início (hora em que a chamada de emergência é recebida) e a hora em que o primeiro veículo é enviado. Há também falta de informação sobre o tempo total de atribuição de um determinado veículo a um dado episódio (só são conhecidos os horários de partida e não os tempos em que os veículos estão novamente operacionais). Como já trabalhámos com outros conjuntos de dados para a mesma região, considerámos estes tempos de utilização semelhantes aos dados que correspondem ao estudo de caso I.

Na tabela 24, podemos observar os veículos de emergência disponíveis.

Veículos de emergência disponíveis											
Base	k					Base	k				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
BV de Coimbra	1	0	0	0	0	CV de Mira	0	0	0	0	0
BS de Coimbra	1	0	0	0	0	BV de Mira	1	0	0	0	0
CV de Coimbra	1	0	0	0	0	BV de Cantanhede	1	0	0	0	0
HUC- CHUC	0	0	0	0	1	BV de Penela	1	0	0	0	0
HG-CHUC	0	0	0	0	1	BV de Miranda do Corvo	1	0	0	0	0
CV da Borda do Campo	1	0	0	0	0	BV da Lousã	1	0	0	0	0
CV de Pereira	1	0	0	0	0	BV de V. N. de Poiares	1	0	0	0	0
DRC - INEM	0	1	3	0	0	BV de Penacova	1	0	0	0	0
BV de Condeixa	1	0	0	0	0	BV de Tábua	1	0	0	0	0
BV de Soure	1	0	0	0	0	BV de Góis	1	0	0	0	0
SUB de Cantanhede	0	0	0	1	0	SUB de Arganil	0	0	0	1	0
BV de Montemor-o-Velho	1	0	0	0	0	BV de Arganil	1	0	0	0	0
BM da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	BV de Pampilhosa Serra	1	0	0	0	0
BV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	BV de Oliveira de Hospital	1	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	0	0	1	0	1	BV de Serpins	1	0	0	0	0
CV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	BV de Coja	1	0	0	0	0
CV dos Carvalhais	1	0	0	0	0	BV de V. N. de Oliveirinha	1	0	0	0	0
CV de Maiorca	1	0	0	0	0	CV de Laborins	1	0	0	0	0
CV de Quiaios	1	0	0	0	0	BV de Lagares da Beira	1	0	0	0	0
CV de Carapinheira	1	0	0	0	0	BV de Brasfemes	1	0	0	0	0
CV de Verride	1	0	0	0	0						

Tabela 24- Veículos de emergência disponíveis para o distrito de Coimbra em 2017

Ao todo são 43 veículos disponíveis, que se distribuem por 41 bases, sendo:

- 33 veículos são do tipo AS, representado por  $k=1$
- 1 veículos são do tipo MEM, representado por  $k=2$
- 4 veículo do tipo AEM, representado por  $k=3$
- 2 veículos são do tipo ASIV, representado por  $k=4$
- 3 veículos são do tipo VMER, representado por  $k=5$

Na figura seguinte observamos a distribuição geográfica dos meios existentes.

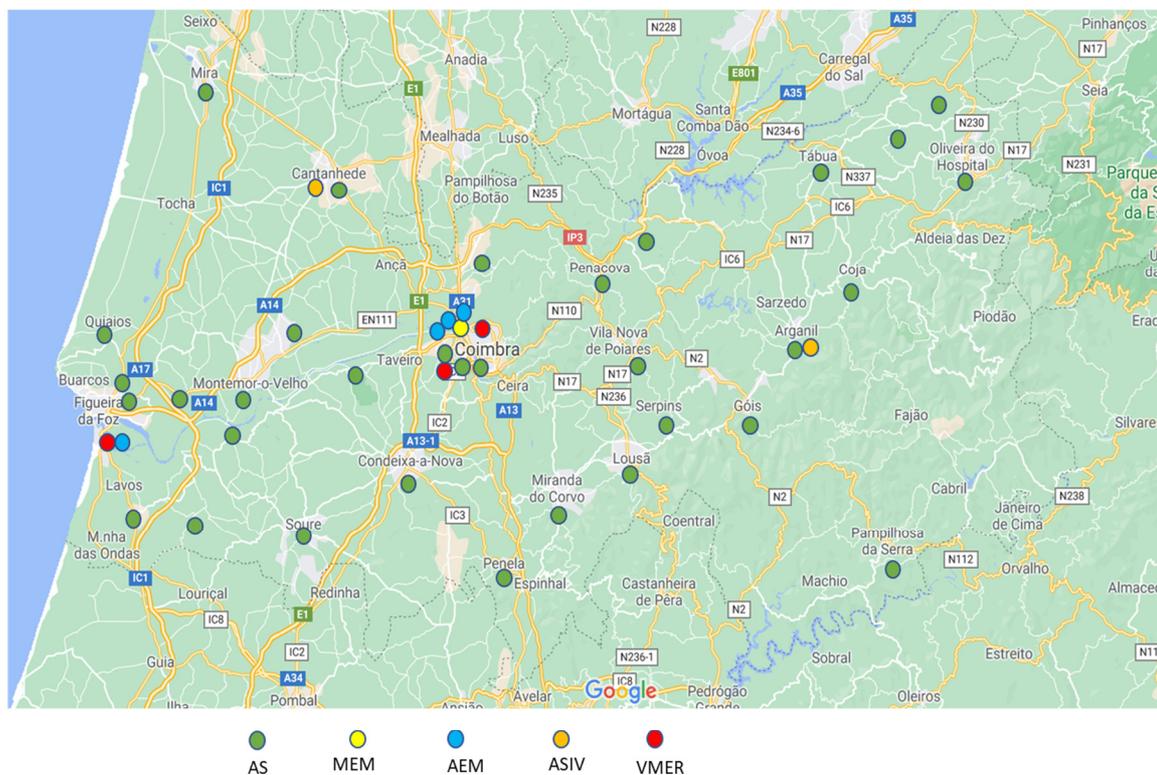


Figura 11- Distribuição geográfica dos veículos de emergência existentes em 2017

Por um lado, podemos ver que é nos meios com mais população que existe também um maior número de veículos, e veículos mais diversificados. Exemplo disso é a cidade de Coimbra, com nove veículos de emergência, e a cidade da Figueira da Foz, com três. Por outro lado, se atendermos aos dados constantes na figura 11 relativos ao número de ocorrências por concelho, verificamos que os concelhos com maior número de ocorrências são os que têm o maior número de veículos. De realçar que há a alocação de um veículo mais diferenciado (ASIV) no concelho de Arganil e outro no de Cantanhede. Este facto está relacionado com a existência de um Serviço de Urgência Básica nestes concelhos que é referência para outros concelhos, mais concretamente: Cantanhede é referência para Mira e Tocha por exemplo, Arganil para Tábua, Góis, Vila Nova de Poiares, Oliveira do Hospital, Pampilhosa da Serra, Lousã e Miranda do Corvo.

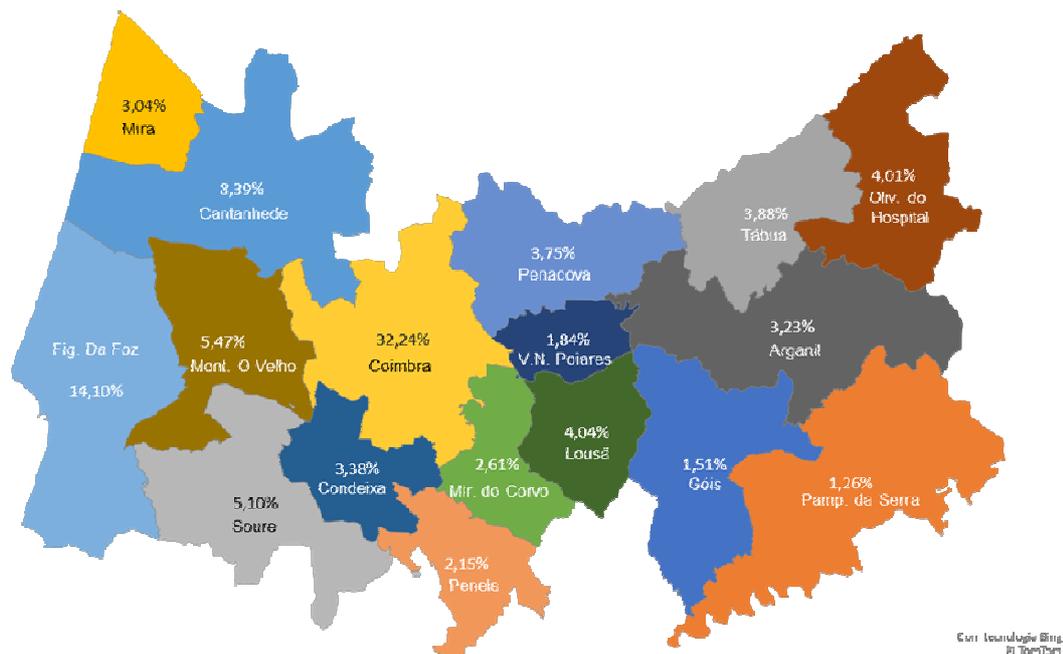


Figura 12- Distribuição relativa dos episódios de emergência por concelho em 2017

Verificamos na figura 12 que os episódios ocorreram maioritariamente em zonas com maior densidade populacional, como exemplo, a região de Coimbra e Figueira da Foz, com cerca de 32,24% e 14,10% dos episódios, respetivamente. Com um menor número de casos, encontramos Góis e Pampilhosa da Serra com 1,51% e 1,26%, respetivamente.

A figura seguinte representa a distribuição dos episódios, tendo em conta o nível de assistência necessário.

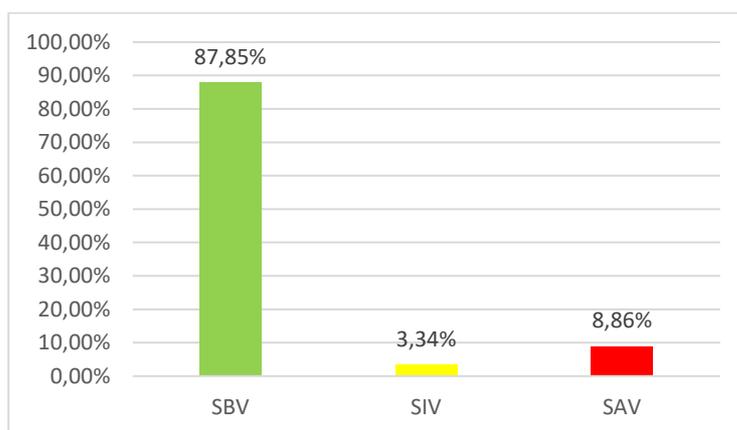


Figura 13- Distribuição dos episódios por nível de assistência em 2017

Na figura 13 podemos ver que, na sua maior parte, os episódios que foram assistidos estão enquadrados no socorro previsto como SBV (87,85%). Os episódios de nível SAV surgem em segundo lugar, com 8,86% das ativações, e as de SIV são as que têm menor representatividade, com 3,34% das situações.

Na figura 14, observa-se a distribuição dos acionamentos de acordo com o tipo de veículo.

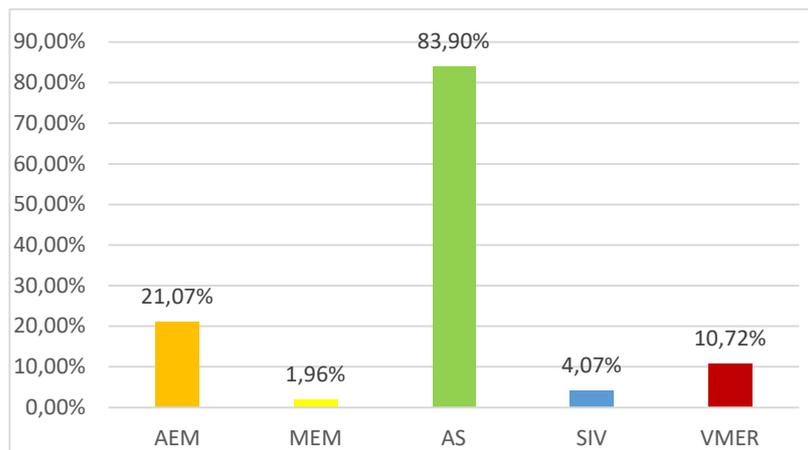


Figura 14- Distribuição dos acionamentos por tipo de veículo para os 50732 episódios

Podemos observar que o tipo de veículo mais utilizado é o AS, com ativação em 83,90% dos episódios. Logo de seguida, o veículo AEM é acionado em 21,07% dos episódios. O veículo MEM é o que apresenta o menor número de ativações, com 1,96%. Este facto pode estar relacionado com o número diminuto existente de veículos deste tipo (apenas 1 no na DRC – INEM dacidade de Coimbra) e com as características do mesmo (não tem capacidade de transporte de vítimas e, por isso, pode ser facilmente substituído por AEM, ASIV ou mesmo AS). Observa-se que os veículos mais diferenciados, ou seja, ASIV e VMER, são acionados em 4,07% e 10,72% dos episódios respetivamente, seguindo a tendência da distribuição dos episódios por tipo de assistência que já apresentámos anteriormente.

Também é possível verificar que o número de ocorrências não é o mesmo em diferentes períodos do dia, de forma semelhante ao que já tinha sido observado para o estudo de caso I (figura 6). A figura 15 apresenta esta informação. É de notar que, como não temos informação acerca do momento em que cada episódio se iniciou, assumimos, nesta análise,

que o instante em que o primeiro meio foi acionado corresponde ao instante de início do episódio.

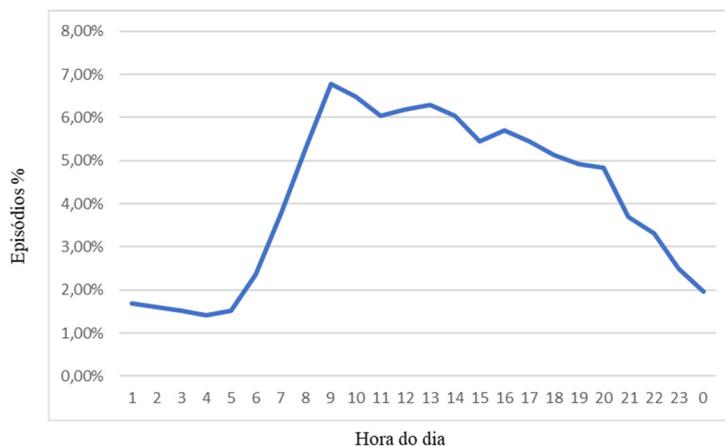


Figura 15- Variação no número de ativações de acordo com a hora do dia

Neste trabalho, não estudamos em pormenor os efeitos da sazonalidade na ocorrência de episódios de emergência. Há alguns municípios onde esta influência é mais pronunciada, nomeadamente durante o mês de agosto. Nos concelhos próximos do litoral, devido ao maior afluxo de turistas, houve um aumento do número de episódios. Por outro lado, noutros municípios mais para o interior, este aumento pode refletir o regresso dos emigrantes. A figura 16 mostra a percentagem de episódios que ocorrem no litoral (Mira e Figueira da Foz juntos) em comparação com os que ocorrem na sede distrital (Coimbra) e nas regiões mais no interior do concelho (Tábua, Arganil, Góis e Pampilhosa da Serra) em cada mês do ano.

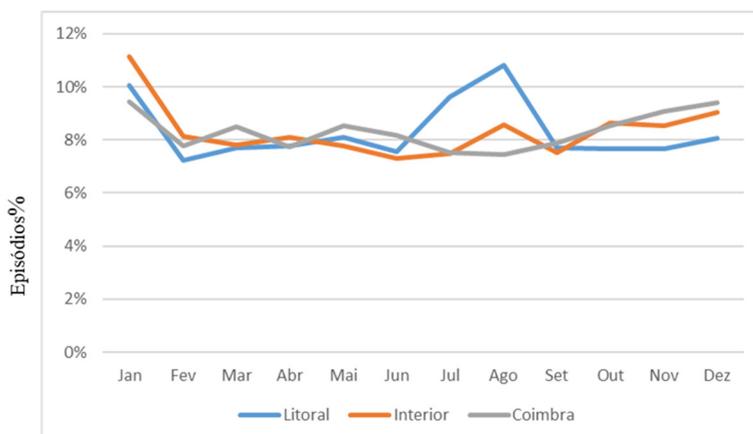


Figura 16- Distribuição relativa dos episódios de emergência por região e mês do ano de 2017

As regiões litorais do distrito registam claramente um maior número de episódios para os meses de julho e agosto. Nas áreas do interior do distrito existe também um aumento no número de episódios, que pode ser atribuído ao fluxo de emigrantes. No município de Coimbra acontece o inverso, já que fatores como a deslocação para as áreas costeiras da população residente e o fluxo de saída de estudantes da cidade provocam uma diminuição no número de habitantes. É também observado, nos primeiros meses de inverno, um aumento do número de episódios.

## 5.2. GERAÇÃO DE CENÁRIOS

O modelo proposto foi aplicado ao estudo de caso descrito. O objetivo é calcular uma nova solução e compará-la com a atual.

Como, agora, temos acesso a todos os episódios ocorridos, a estratégia de construção dos cenários é diferente da anteriormente apresentada, podendo alicerçar os cenários ainda mais aos dados conhecidos.

A metodologia utilizada é estruturada em três fases distintas. Na primeira fase, foram selecionados dados de 100 dias, escolhidos aleatoriamente a partir dos 365 disponíveis (ano civil de 2017) que foram utilizados para iniciar o modelo (cada dia representará um cenário no modelo). Numa segunda fase, calculou-se uma solução. Esta solução, bem como a atual, foi testada numa terceira fase. A solução atual e a calculada foram testadas considerando não só este primeiro conjunto de dados, mas também um outro conjunto, distinto, correspondente a 50 dias, também selecionados aleatoriamente a partir dos 365 disponíveis e funcionando como conjunto de dados *out-of-sample* (os 100 dias que constituem a instância e estes 50 dias são não coincidentes). A solução calculada é avaliada num conjunto de dados completamente diferente do utilizado pelo modelo e que gerou essa solução. Isto permite uma comparação mais justa entre a solução atual e a solução calculada, tal como referido anteriormente.

### **Dados da Amostra**

Para gerar os dados que constituem a instância do modelo, são selecionados 100 dias gerados aleatoriamente a partir da base de dados de 2017. Cada dia constituirá um cenário. Em Portugal, cada município é organizado em regiões administrativas mais pequenas (freguesias). Os dados foram agrupados em 209 localizações, considerando as 168

freguesias existente no distrito, mas considerando algumas subdivisões nas freguesias maiores (estas subdivisões já estavam patentes nos dados a que tivemos acesso). Em alternativa a considerar as coordenadas exatas do GPS onde ocorreu cada episódio de emergência, todos os episódios ocorridos numa destas 209 áreas são considerados como localizados no centro dessa área. Como cada área corresponde a uma área geográfica pequena e limitada, esta simplificação, que facilita o cálculo dos tempos de condução (como explicado mais adiante), não introduz erros significativos que possam enviesar a solução calculada. Para facilidade na interpretação e ilustração dos resultados, estes são depois agrupados e tratados ao nível das freguesias e concelhos.

A partir destes dias escolhidos, é possível saber exatamente onde e quantos episódios aconteceram. Além disso, é possível saber quais veículos foram enviados e quando é que ocorreu este envio. Não temos acesso ao tempo total que estes veículos estiveram atribuídos a estes episódios, mas temos acesso a uma distribuição de probabilidades que iremos utilizar para gerar estes tempos aleatoriamente como em Nelas and Dias (2020b). Assim, para cada episódio que ocorreu em cada dia selecionado, a duração total do episódio é gerada aleatoriamente.

Foram considerados dois pressupostos acerca dos dados disponíveis:

1. uma vez que não sabemos o momento da chamada de emergência (o momento exato em que o episódio de emergência realmente começou), vamos assumir que o episódio se inicia com a saída do primeiro veículo que lhe é atribuído;
2. assumimos que os veículos enviados são exatamente aqueles que deveriam ter sido enviados, de modo que representam implicitamente o nível de assistência e o número de veículos de que o episódio necessita.

A evolução destes episódios é inicialmente representada por três episódios fictícios: estamos a discretizar a evolução de cada um considerando três etapas distintas sendo que a hora de início de qualquer uma começa 10 minutos após o início da anterior. Na terceira etapa, permitimos que qualquer veículo, independentemente do nível de cuidados que possa prestar, assista o episódio de emergência. O tempo total desta última etapa é gerado aleatoriamente multiplicando a duração inicialmente gerada aleatoriamente por um número no intervalo  $[1,1.5]$  considerando uma distribuição uniforme. De uma etapa para a outra, é

gerada aleatoriamente a possibilidade de agravamento do estado de saúde das vítimas, levando a uma mudança nas necessidades dos veículos. Esta geração aleatória tem em conta a análise dos dados existentes: pelas ocorrências para as quais mais do que um veículo foi enviado em diferentes momentos, considerando a classificação da ocorrência (médica ou trauma), é possível gerar a probabilidade de um determinado episódio evoluir desfavoravelmente, permitindo a adequação dos veículos a enviar.

Para a matriz de cobertura, as distâncias entre os centros das subáreas e todas as bases existentes foram calculadas no Google Maps e considerados os tempos de condução. Foi assumido um prazo de cobertura de 15 minutos para as zonas urbanas (67 freguesias de acordo com República Portuguesa (2013)) e 30 minutos para as zonas rurais (101 freguesias de acordo com República Portuguesa (2013)).

Se existirem episódios que não estejam a ser cobertos de forma alguma ( $adm_{es} = 1, \forall e \in E_s, s \in S$ ), então a discretização da evolução de todos os episódios nesse cenário considerará uma etapa adicional (a quarta), tendo as mesmas características que a terceira e com início 10 minutos após o início desta anterior.

De acordo com a discussão apresentada relativamente às dificuldades de realocação dos veículos de tipo AS, optou-se por se fixar, à partida, estes veículos nas suas atuais localizações.

Para construção da função objetivo, é necessário definir um peso associado aos episódios de cada etapa. No presente trabalho, associou-se um peso de 1000 à cobertura dos episódios logo na primeira etapa, um peso de 100 à cobertura dos episódios na segunda etapa e 0 a todas as outras situações.

### **Construção da solução**

Este modelo, e os novos dados que suportaram a criação dos cenários, fazem com que as instâncias a serem construídas sejam de uma dimensão muito mais elevada do que as instâncias consideradas nos modelos anteriores. Como cada episódio real pode ser representado por três episódios fictícios, o número total de episódios a considerar ascende aos 41100.

Na realidade, verificou-se que o Cplex não é capaz de resolver uma instância com esta dimensão, sendo apenas capaz de resolver instâncias que consideram, no máximo, até 3 cenários (com 3 cenários, o ficheiro de tipo *mps* construído para representação da instância e resolução pelo Cplex ocupa mais do que 6 Gigabytes, mesmo considerando fixas as localizações dos veículos AS).

Tendo em conta esta limitação computacional, foi concebido um procedimento heurístico para calcular uma solução.

Em vez de criar uma única instância que incorporasse 100 cenários, foram criadas 100 instâncias, cada uma considerando apenas um cenário. Cada uma dessas instâncias é considerada como um “perito” diferente, que pode ter uma interpretação diferente relativa à localização ótima dos veículos. As 100 foram resolvidas, e as suas soluções ótimas analisadas. Desta análise, verificou-se que a maior parte destes “peritos” concordavam na localização de algumas viaturas. Assim, e de forma iterativa, foi escolhida a localização de uma viatura para a qual existia maior consenso entre estes “peritos”. Cada instância foi resolvida em menos de um minuto de tempo computacional, considerando um Intel Xeon Silver 4116, 2.1 gigahertz, processador de 12 núcleos, 128 gigabytes RAM e Cplex 12.7.

É importante referir que, na análise das soluções ótimas encontradas por cada “perito”, e na análise da concordância ou não em termos de localização das escolhas feitas, o que interessa não é analisar cada um dos veículos em particular, mas o tipo de cada veículo. Imagine-se que os veículos 1 e 2 são do mesmo tipo, e que um “perito” localiza o veículo 1 na base 1, o veículo 2 na base 2, e que o outro “perito” faz exatamente o contrário: o veículo 1 na base 2 e o veículo 2 na base 1. Na realidade, estas escolhas são coincidentes: ambos concordam que a base 1 deve ter um veículo deste tipo, e a base 2 também.

O procedimento termina quando todas as localizações forem determinadas. No caso de determinada localização não obter os votos de mais de 50% dos peritos em alguma iteração, então é adotada a localização que receber o maior número de votos.

O procedimento heurístico pode ser definido da seguinte forma:

1. Inicialize  $F = \emptyset$ .
2. Resolva todas as instâncias, cada uma representando apenas um cenário, e fixando todas as variáveis  $h_{vi} = 1$ , tais que  $(v, i) \in F$ , em todas essas instâncias.

3. Selecione todos os  $k \in K$  de forma que seja decidido colocar pelo menos um veículo  $v$  do tipo  $k_v = k$  na base  $i$  em mais de 50% das instâncias. Para cada um desses tipos  $k$ , escolha um veículo  $v$  tal que  $k_v = k$  e não haja nenhum par  $(v, i) \in F$ . Fixe  $h_{vi} = 1$ ,  $F = F \cup \{(v, i)\}$ .
4. Se ainda houver veículos  $v$  de forma que não haja nenhum par  $(v, i) \in F$ , vá para a etapa 2. Caso contrário, pare. Todas as variáveis de localização foram fixadas.
5. Se nenhuma variável de localização foi fixada na etapa 3, escolha uma variável  $h_{vi}$  de modo que a escolha de colocar um veículo do tipo  $k_v$  na base  $i$  seja a opção mais votada entre todas as diferentes decisões de localização calculadas e não haja nenhum par  $(v, i) \in F$ . Fixe  $h_{vi} = 1$ ,  $F = F \cup \{(v, i)\}$ . Se ainda houver veículos  $v$  de forma que não haja nenhum par  $(v, i) \in F$ , vá para a etapa 2. Caso contrário, pare. Todas as variáveis de localização foram fixadas.

Este procedimento heurístico não é capaz de garantir o cálculo de uma solução ótima. No entanto, como se baseia no cálculo das soluções ótimas para cada cenário, é sempre possível calcular um limite superior para o *gap* que poderá estar associado a esta solução.

Na realidade, sendo de maximização a função objetivo do problema original, o seu valor terá sempre de ser menor ou igual ao valor obtido pela média, ponderada pelas respectivas probabilidades de ocorrência, dos valores ótimos das funções objetivo para cada um dos cenários considerados isoladamente. Quando se consideram as instâncias associadas a cada cenário, as variáveis de localização dos veículos podem tomar valores que melhor se adequem aos episódios que ocorrem em cada cenário. Nenhuma outra solução conseguirá obter uma cobertura melhor do que essa solução, para cada cenário.

Seja:

$$h_{vis} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } v \text{ é localizado na base } i, \text{ na instância que corresponde ao cenário } s, \\ & \forall v \in V, i \in I, s \in S \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

$$y_{is} = \begin{cases} 1, & \text{se há veículos localizados na base } i, \text{ na instância que corresponde ao cenário } s, \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad \forall i \in I, s \in S$$

A função objetivo associada a cada uma das instâncias geradas por cada cenário é calculada como:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z_s = & \sum_{e \in E_s} \sum_{e' \in EF_{es}} \varpi_{e's} z_{e's} - M \sum_{e \in E_s} adm_{es} - \\ & - \mathcal{E} \left( \sum_{v \in V} \sum_{i \in I} h_{vis} + \sum_{i \in I} y_{is} + \sum_{v \in V} \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_s} \sum_{e' \in EF_{es}} x_{ve'ks} \right) \end{aligned} \quad (75)$$

Então:

$$Z = \sum_{s \in S} p_s Z_s^* \text{ sendo que } Z_s^* \text{ assume o valor ótimo associado ao cenário } s. \quad (76)$$

Assim, sendo  $Z_{heur}$  o valor da função objetivo que corresponde à solução calculada pela heurística, pode calcular-se um limite superior para o *gap* gerado por esta heurística como sendo:

$$gap \leq \frac{\sum_{s \in S} p_s Z_s - Z_{heur}}{\sum_{s \in S} p_s Z_s} \quad (77)$$

e

$$Z_{heur} \leq Z^* \leq \sum_{s \in S} p_s Z_s^* \quad (78)$$

Outras abordagens foram testadas, nomeadamente a utilização da metaheurística descrita no capítulo 3.2.4., mas os resultados obtidos foram piores, se considerarmos o tempo computacional e a qualidade da solução.

### 5.2.1 Apresentação, análise e discussão dos resultados obtidos

Nas soluções obtidas foram encontradas alterações significativas na localização dos veículos face à localização atual.

Para os dados considerados, foi sempre possível fixar as variáveis de localização com base em mais de 50% dos votos dos peritos (não foi necessário recorrer ao passo 5 do algoritmo apresentado).

Tendo em conta os valores ótimos obtidos para as instâncias associadas a cada um dos cenários, é possível concluir que o *gap* máximo da solução calculada é de 1.92%. A solução atual apresenta um *gap* máximo de 3.73%. A solução ótima para cada cenário, como seria de esperar, corresponde aos melhores valores de cobertura atingidos, uma vez que a localização dos veículos se adequa a cada cenário em particular. Nos dados da amostra considerada, no pior cenário garante-se uma cobertura, na primeira etapa, de 96.12% dos episódios. Nunca existem mais do que 3.88% de episódios a serem atendidos na segunda ou terceira etapa.

A tabela 25 compara as decisões de localização obtidas (solução calculada) com as localizações na solução atual.

<b>Veículo</b>	<b>Solução Atual</b>	<b>Solução Calculada</b>
<b>k</b>	<b>Base</b>	<b>Base</b>
3	DRC - INEM	BV de Tábua
3	DRC - INEM	BV de Bransfemes
3	DRC - INEM	BV de Miranda do Corvo
4	SUB de Cantanhede	DRC - INEM
4	SUB de Arganil	DRC - INEM
3	HD da Figueira da Foz	BV Mira
5	HUC - CHUC	BS Coimbra
5	HG - CHUC	DRC - INEM

Tabela 25- Comparação entre as localizações dos veículos de emergência entre a solução atual e a solução calculada

Na Figura 17, observamos a distribuição geográfica de veículos de emergência proposta pela nossa solução.

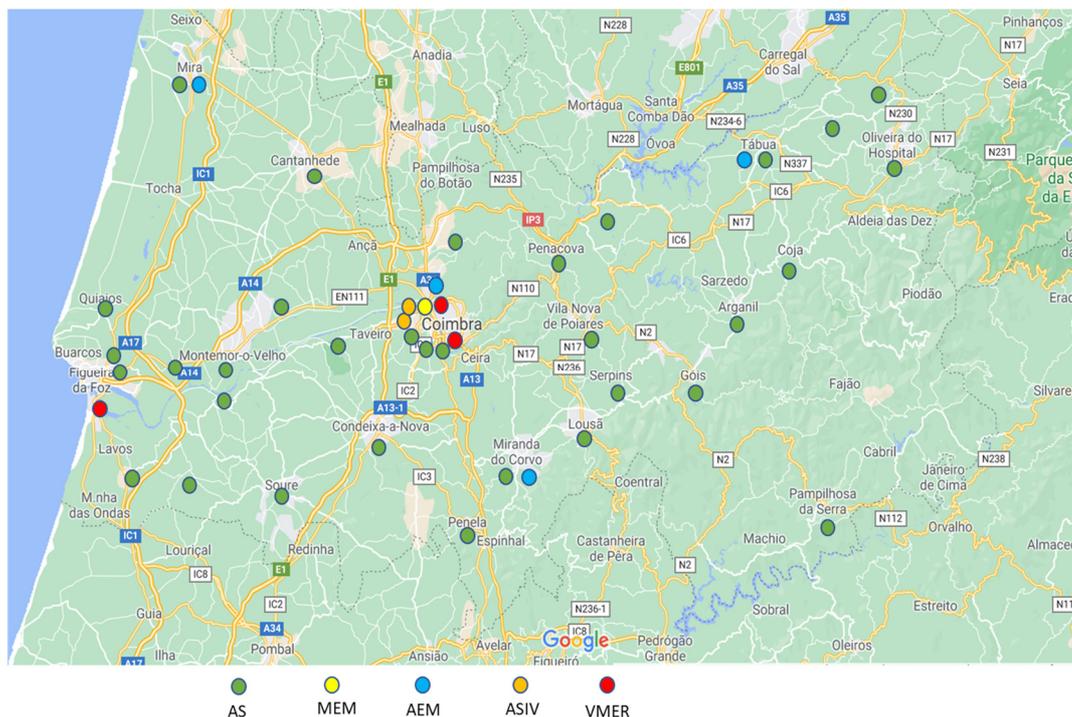


Figura 17- Distribuição dos veículos de emergência proposta pelo modelo

A análise da tabela 25 e da figura 17 mostra-nos a alteração na localização de quatro veículos tipo 3 e de dois veículos ASIV. Há um reforço claro de veículos com nível SBV nas zonas mais interiores do distrito, em áreas classificadas como rurais, mais concretamente com a alocação de veículos tipo AEM com capacidade de desfibrilhação, o que pode tornar-se uma mais-valia para as situações em que exista atraso no encaminhamento de veículos quando o nível de cuidados necessários é de SAV. O facto destes veículos serem tripulados por elementos com elevada formação e treino neste nível de cuidados pode alavancar a formação de outros recursos humanos na cadeia de resposta de emergência, especialmente os atribuídos em veículos AA.

Em sentido inverso, é possível observar a alteração na localização dos 2 veículos ASIV, que se encontram agora no centro da cidade de Coimbra. Como podemos ver pelos resultados da cobertura obtidos, estas decisões estão, de facto, a equilibrar o reforço dos cuidados para as zonas com maior população.

A localização de uma VMER na DRC - INEM pode ser justificada pelo facto de, neste local, o veículo se encontrar numa posição quase equidistante entre o centro da cidade e duas importantes vias de comunicação terrestre (autoestrada n.º 1 e IP3). Esta alternativa também compensa o facto de um ASIV ser removido de Cantanhede, uma vez que este

veículo estará nas proximidades. A opção pela localização de mais um VMER nos BS Coimbra aproxima este veículo da zona Nordeste, melhorando a cobertura dos municípios ali localizados.

Apesar de não serem alterações que, habitualmente, agradem aos profissionais envolvidos e que obrigam a alguma adaptação da logística existente, são perfeitamente exequíveis e atenuariam o distanciamento existente entre os veículos de SAV, para o propósito que originou a sua génese, que é o socorro primário, e as regiões com menos população. Por outro lado, a colocação deste tipo de veículos tripulados com pessoal mais diferenciado podia exponenciar a formação dos restantes intervenientes na cadeia de socorro.

No caso particular das VMER, outras adaptações teriam que ser consideradas, dado que estes veículos, por forma a serem mais bem rentabilizados nos tempos em que não existe movimento assistencial, são utilizados nas transferências inter-hospitalares de doentes críticos. Desta forma, os hospitais que os alojam teriam de encontrar soluções para colmatar esta necessidade. Também este facto poderia ser um fator que poderia influenciar a decisão de realocação deste meio.

As soluções atuais e calculadas são comparadas considerando os conjuntos de dados da amostra e fora dela. O conjunto da amostra considera 13726 episódios reais (correspondendo a 41178 episódios fictícios). O conjunto *out-of-sample* é composto por 6864 episódios, correspondendo a 20592 episódios fictícios.

Os resultados de cobertura obtidos com o conjunto *in-sample* são apresentados na tabela 26. Aqui podemos observar o número total de episódios que foram cobertos em cada uma das etapas consideradas e os valores médio, menor e maior na cobertura nos 100 dias selecionados. A indicação “sem cobertura” diz respeito aos episódios que apenas foi possível assistir já na quarta etapa da sua evolução.

Etapas	Solução Atual				Solução Calculada			
	Média	Maior	Menor	Número de episódios	Média	Maior	Menor	Número de episódios
1	97.01%	100.00%	92.24%	13086	95.26%	99.24%	87.72%	13322
2	0.87%	3.20%	0.00%	154	1.15%	4.62%	0.00%	116
3	1.84%	5.43%	0.00%	451	3.60%	7.89%	0.74%	288
Sem Cobertura	0.28%	0.00%	0.88%	35	0%	0%	0%	0

Tabela 26- Comparação dos valores de cobertura obtidos na solução atual e na calculada pelo modelo com os *in-sample*

Analisando a tabela anterior, é possível observar que ambas as soluções são capazes de alcançar resultados de cobertura muito bons, uma vez que a maioria dos episódios recebem assistência adequada na etapa 1. A solução atual é capaz de cobrir, em média, 97,01% das ocorrências diárias. Este valor é menor na solução calculada (95,26%). No entanto, quando analisamos o número de episódios totais cobertos na primeira etapa é maior com a solução calculada. Há mais episódios cobertos na etapa 2 ou 3 com a solução atual do que com a solução calculada. Também pela solução calculada, foi possível cobrir 100% das ocorrências de emergência considerando cada episódio real representado por três episódios fictícios. Porém, quando a solução atual foi aplicada a este conjunto de dados, é possível verificar que 35 episódios reais não foram contemplados nas três etapas. Para fazer face a esta situação, para todos os dias em que esta situação ocorreu, cada episódio foi representado por quatro, em vez de três, fases, para que pudesse de facto ser encontrada uma solução. Foi suficiente considerar essa etapa de tempo adicional. Os episódios que necessitam desta quarta fase são considerados como não sendo devidamente cobertos.

A tabela 27 apresenta os resultados obtidos com o conjunto de dados *out-of-sample*.

Etapas	Solução Atual				Solução Calculada			
	Média	Maior	Menor	Número de episódios	Média	Maior	Menor	Número de episódios
1	95,45%	99,24%	89,66%	6556	96,67%	100%	92,24%	6640
2	0,92%	2,67%	0%	60	0,93%	3,20%	0%	62
3	3,36%	6,98%	0,74%	228	2,14%	5,43%	0%	144
Sem Cobertura	0,28%	0,88%	0%	20	0,25%	2,71%	0%	18

Tabela 27- Comparação dos valores de cobertura obtidos na solução atual e na calculada pelo modelo com os dados *out-of-sample*

Neste caso a solução calculada tem um melhor desempenho na cobertura de episódios na etapa 1 com uma média de 96,67%, um maior resultado de 100% e um menor de 92,24% quando comparado com o da localização atual com 95,45%, 99,24% e 89,66% respetivamente. Apesar do pior resultado relativo, tendo em conta os episódios que não são abrangidos pelas etapas 1 a 3, ser mais pobre para a solução calculada do que para a solução atual (2,71% contra 0,88%), em termos absolutos a solução calculada mantém melhor resultado (18 episódios não cobertos contra 20). Estes resultados tornam-se mais relevantes se considerarmos que a cobertura ideal se deve realizar o mais precocemente possível.

A alteração na localização da ASIV, atualmente localizada em Arganil, teve impacto no aumento dos episódios que não estão abrangidos na primeira etapa deste concelho. Apesar das VMER terem sido posicionados mais perto deste concelho, esta diminuição de distância não foi suficiente para impedir que seja mais provável a utilização de assistência SAV apenas nas etapas 2 ou 3. Relativamente à alteração da localização dos veículos que pertenciam à zona do município de Cantanhede, não foi visível impacto sobre a cobertura dos episódios nesta região.

Outra análise que é interessante fazer refere-se à equidade relativa de ambas as soluções tendo em conta os diferentes municípios em estudo. Como queremos evitar que os episódios de emergência sejam assistidos na etapa 3 ou seguintes, consideramos a distribuição regional do total de episódios assistidos nestas fases posteriores. As figuras 18 e 19 retratam esta comparação com os dados *out-of-sample*.

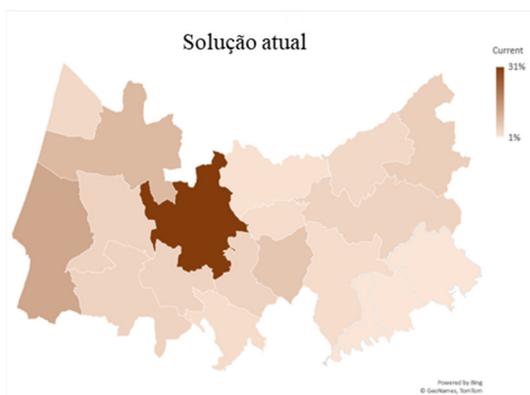


Figura 18- Percentagem de episódios cobertos nas etapas 3 e 4, por município, na solução atual

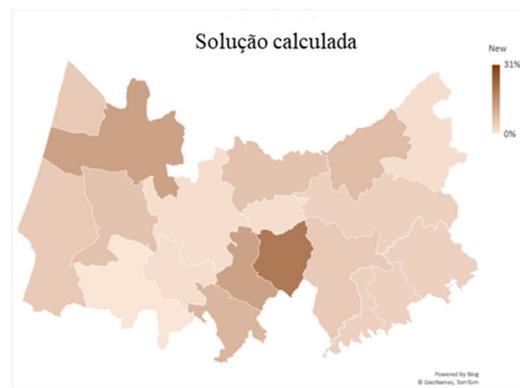


Figura 19- Percentagem de episódios cobertos nas etapas 3 e 4, por município, na solução calculada

Como se pode ver, pela alteração da coloração de escala de cobertura relativa, a solução calculada apresenta uma distribuição mais suave de episódios com pior cobertura, o que significa que os episódios assistidos tardiamente estão melhor distribuídos geograficamente do que acontece atualmente.



## 6. CONCLUSÃO

A nossa atenção neste trabalho foi dedicada aos modelos de localização de veículos de emergência, pretendendo contribuir para a construção de ferramentas, através da modelação matemática, que, apesar da elevada dificuldade e complexidade deste tipo de problemas, possam na prática lidar com a incerteza característica dos contextos da emergência pré-hospitalar e facilitar a tomada de decisão, limitando desigualdades no acesso aos cuidados de saúde.

Considerámos diferentes opções para a representação deste problema. Começámos por desenvolver um modelo determinístico. Com base neste, desenvolvemos quatro modelos estocásticos, considerando desta forma a incerteza como fator inerente ao contexto em estudo, e resolvendo assim alguns problemas relacionados com a versão determinística. A consideração, nestes modelos, das quatro matrizes desenvolvidas (cobertura, substituição, incompatibilidade e disponibilidade) de forma conjugada imprimiu um carácter de novidade neste tipo de problemas e permitiu uma representação muito mais próxima da realidade.

Nos modelos desenvolvidos considerou-se, para além da maximização da cobertura esperada, a perspetiva de maximização do pior resultado e de minimização do máximo arrependimento face à solução ótima obtida. Estas alternativas permitiram construir soluções robustas, resultando em distribuições mais equitativas dos veículos e, por isso, dos resultados de cobertura. Por último, com utilização de dados reais mais completos, foi possível aplicar o modelo de Máxima Cobertura Esperada, com as alterações por nós propostas no que diz respeito à necessidade de todos os episódios serem atendidos, tendo em atenção o agravamento do estado de saúde das vítimas pelo atraso no tempo de socorro. Esta é uma característica fortemente desejável que aconteça em contexto real. Quando as soluções atuais e calculadas pelos modelos foram comparadas em dados *out-of-sample* foi possível concluir que as soluções calculadas apresentam melhores resultados em termos de cobertura.

Se é certo de que os modelos desenvolvidos devem ser vistos como ferramentas de suporte à decisão, temos de olhar de forma crítica para os seus resultados. Na realidade, a alteração das bases de alguns veículos tem implicações a vários níveis, pelo que qualquer decisão neste sentido tem de ter em conta um número muito mais elevado de aspetos do que os que

são possíveis de integrar num modelo matemático. Como exemplo, a colocação de veículos perto de algumas instituições de saúde pode aumentar a procura dessa instituição, e pode dar-se o caso de estas instituições não estarem preparadas para esse aumento da procura. Isso pode comprometer a qualidade do atendimento ou aumentar os custos da instituição para compensar esse aumento. Foi também tendo em conta algumas questões intangíveis, como a resistência esperada à alteração das bases de viaturas AS, que nos levou a experimentar resolver o problema considerando a localização destes veículos fixa na sua localização atual. Mesmo assim, e com menores graus de liberdade, foi possível melhorar os resultados de cobertura obtidos.

Chegados a este ponto, interessa olhar de forma crítica para o trabalho desenvolvido, ser capaz de identificar as suas principais limitações e mais-valias, e ainda identificar caminhos para possíveis trabalhos futuros.

As principais limitações dos modelos desenvolvidos prendem-se com as decisões de se deixarem de parte algumas possíveis situações interessantes, nomeadamente a possibilidade de os veículos alterarem a sua localização durante o dia, ou considerar localizações diferentes em diferentes dias da semana, ou períodos do ano (ex. verão), no caso dos padrões de ocorrência de episódios de emergência assim o justificarem. Também se poderia considerar a localização de veículos fora das bases existentes. É uma possibilidade que poderia aumentar a cobertura, uma vez que o número e o tipo de ocorrências em cada localização variam de acordo com a hora do dia, o dia de semana e o mês do ano. No entanto, essas mudanças dinâmicas implicam problemas logísticos para a substituição dos materiais consumidos na atividade assistencial, possíveis, mas difíceis de organizar. Acresceria ainda, a estes problemas logísticos, uma esperada resistência dos profissionais de saúde que terão melhores condições de permanência nas bases existentes do que em outro tipo de locais, sem infraestruturas de suporte.

Também nos modelos apresentados, não se considerou a possibilidade de alguns episódios que ocorrem em concelhos limítrofes, relativamente à área geográfica considerada, terem assistência de veículos sediados no distrito objeto de estudo, nem o contrário: episódios que ocorrem nesse distrito receberem assistência de veículos localizados fora do distrito. Esta opção pode ser justificada pelo facto de prevalecer um equilíbrio entre uma situação e outra, o que faz com que o impacto nos resultados acabe por se esbater. Por outro lado, se

este facto não for impeditivo ao socorro de parte a parte, é demonstrativo de uma boa gestão de recursos. A utilização pode ser relevante principalmente quando episódios de emergência ocorrem próximos dos limites geográficos da área definida, ou quando existem várias vítimas que requerem a ativação de veículos de diferentes bases, daí que em estudos futuros esta seja uma variável a considerar.

As mais-valias do trabalho aqui apresentado prendem-se com o avanço do estado da arte no que diz respeito à modelação do problema de localização de viaturas de emergência, uma vez que os modelos desenvolvidos permitem ter explicitamente em conta um conjunto de características que não foi possível encontrar em nenhum dos modelos conhecidos da literatura de forma conjugada, nomeadamente a consideração das possibilidades de substituição de veículos, hierarquizadas, a consideração da possibilidade de agravamento do estado de saúde dos utentes pelo tempo de demora na assistência, e a obrigatoriedade de todos os episódios serem cobertos. Este trabalho foi também enriquecido pela possibilidade de aceder e trabalhar com dados reais.

As linhas de investigação futura motivadas por este trabalho são várias. Começando pelo último modelo apresentado, e tendo em conta a dificuldade da sua resolução pelo *general solver*, será interessante equacionar o desenvolvimento de outras metodologias de resolução, nomeadamente baseadas em decomposição.

Este trabalho confirma a necessidade de explorar outros tipos de abordagem nomeadamente no que diz respeito ao carácter multiobjetivo deste problema. Existem, claramente, objetivos conflituosos que podem e devem ser explicitamente tidos em conta: raio de cobertura versus necessidade de meios e número de episódios cobertos; cobertura de áreas urbanas versus cobertura de áreas rurais, por exemplo.

De realçar que, apesar dos modelos propostos terem sido aplicados a uma única região do país, as características destes permitem a sua utilização noutros contextos de emergência com maior ou menor dimensão.



## BIBLIOGRAFIA

- Aboueljineane, L., Sahin, E., & Jemai, Z. (2013). A review on simulation models applied to emergency medical service operations. *Computers & Industrial Engineering*, 66(4), 734–750. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2013.09.017>
- Ahmadi-Javid, A., Seyedi, P., Syam, S. S. (2017). A survey of healthcare facility location. *Computers & Operations Research*, 79, 223–263. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.05.018>
- Aissi, H., Bazgan, C., & Verpooten, D. (2009). Min-max and min-max regret versions of combinatorial optimization problems: A survey. *European Journal of Operational Research*, 197(2), 427–438. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.09.012>
- Akdoğan, M. A., Bayındır, Z. P., & Iyigun, C. (2018). Locating emergency vehicles with an approximate queuing model and a meta-heuristic solution approach. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 90 (January), 134–155. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2018.01.014>
- Akıncılar, A., & Akıncılar, E. (2019). A new idea for ambulance location problem in an environment under uncertainty in both path and average speed: Absolutely robust planning. *Computers & Industrial Engineering*, 137(July 2018), 106053. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106053>
- Alsalloum, O. I., & Rand, G. K. (2006). Extensions to emergency vehicle location models. *Computers & Operations Research*, 33(9), 2725–2743. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.02.025>
- Alves, M. J., Antunes, C. H., & Clímaco, J. (2015). Interactive MOLP explorer - A graphical-based computational tool for teaching and decision support in multi-objective linear programming models. *Computer Applications in Engineering Education*, 23(2), 314–326. <https://doi.org/10.1002/cae.21601>
- Andrade, L. A. C. G., & Cunha, C. B. (2015). An ABC heuristic for optimizing moveable ambulance station location and vehicle repositioning for the city of São Paulo. *International Transactions in Operational Research*, 22(3), 473–501. <https://doi.org/10.1111/itor.12160>

- Aringhieri, R., Bruni, M. E., Khodaparasti, S., & van Essen, J. T. (2017). Emergency medical services & beyond: Addressing new challenges through a wide literature review. *Computers & Operations Research*, 78(August 2016), 349–368. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.09.016>
- Aringhieri, Roberto, Carello, G., & Morale, D. (2016). Supporting decision making to improve the performance of an Italian Emergency Medical Service. *Annals of Operations Research*, 236(1), 131–148. <https://doi.org/10.1007/s10479-013-1487-0>
- Atta, S., Sinha Mahapatra, P. R., & Mukhopadhyay, A. (2018). Solving maximal covering location problem using genetic algorithm with local refinement. *Soft Computing*, 22(12), 3891–3906. <https://doi.org/10.1007/s00500-017-2598-3>
- Ball, M. O., & Lin, F. L. (1993). A reliability model applied to emergency service vehicle location. *Operations Research*, 41(1).
- Barreto, B., Alexandrino, F., & Coelho, O. (2016). Posicionamento de ambulâncias do SAMU através de Programação Inteira e Teoria de Filas. *Gestão & Produção*, 23(4), 828–841. <https://doi.org/10.1590/0104-530x2100-16>
- Başar, a, Çatay, B., & Ünlüyurt, T. (2011). A multi-period double coverage approach for locating the emergency medical service stations in Istanbul. *Journal of the Operational Research Society*, 62(4), 627–637. <https://doi.org/10.1057/jors.2010.5>
- Başar, A., Çatay, B., & Ünlüyurt, T. (2012). A taxonomy for emergency service station location problem. *Optimization Letters*, 6(6), 1147–1160. <https://doi.org/10.1007/s11590-011-0376-1>
- Bélanger, V., Lanzarone, E., Nicoletta, V., Ruiz, A., & Soriano, P. (2020). A recursive simulation-optimization framework for the ambulance location and dispatching problem. *European Journal of Operational Research*, 286(2), 713–725. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.03.041>
- Bélanger, V., Ruiz, A., & Soriano, P. (2019). Recent optimization models and trends in location, relocation, and dispatching of emergency medical vehicles. *European Journal of Operational Research*, 272(1), 1–23. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.02.0559-286-6>

- Bell, L., & Wagner, R. (2019). Modeling Emergency Room Arrivals Using the Poisson Process. *The College Mathematics Journal*, 50, 343–350.  
<https://doi.org/10.1080/07468342.2019.1662710>
- Beraldi, P., & Bruni, M. E. (2009). A probabilistic model applied to emergency service vehicle location. *European Journal of Operational Research*, 196(1), 323–331.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.02.027>
- Beraldi, P., Bruni, M. E., & Conforti, D. (2004). Designing robust emergency medical service via stochastic programming. *European Journal of Operational Research*, 158(1), 183–193. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(03\)00351-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(03)00351-5)
- Bertsimas, D., & Ng, Y. (2019). Robust and stochastic formulations for ambulance deployment and dispatch. *European Journal of Operational Research*, 279(2), 557–571. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.05.011>
- Beuran M, Paun S, Gaspar B, Vartic M, Hostiuc S, Chiotoroiu A, & Negoii I. (n.d.). *Prehospital Trauma Care : a Clinical Review. Chirurgia [revista na Internet] 2012 [Acceso 07 de dezembro de 2017]; 105 (7): [564-570]*. <https://scihub.tw/https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/23116846>
- Birge, J. R., & Francois, L. (2011). *Introduction to stochastic programming*. Springer.
- Blanquero, R., Carrizosa, E., & G-Tóth, B. (2016). Maximal Covering Location Problems on networks with regional demand . *Omega (United Kingdom)*, 64, 77–85.  
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.11.004>
- Bloori Arabani, A., & Farahani, R. Z. (2012). Facility location dynamics: An overview of classifications and applications. *Computers & Industrial Engineering*, 62(1), 408–420. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.09.018>
- Boujemaa, R., Jebali, A., Hammami, S., & Ruiz, A. (2020). Multi-period stochastic programming models for two-tiered emergency medical service system. *Computers & Operations Research*, 123, 104974. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.104974>
- Boujemaa, R., Jebali, A., Hammami, S., Ruiz, A., & Bouchriha, H. (2017). A stochastic approach for designing two-tiered emergency medical service systems. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 1–30. <https://doi.org/10.1007/s10696-017->

- Brotcorne, L., Laporte, G., & Semet, F. (2003). Ambulance location and relocation models. *European Journal of Operational Research*, 147(3), 451–463.  
[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00364-8](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00364-8)
- Chan, C. W., & Green, L. V. (2013). Improving Access to Healthcare: Models of Adaptive Behavior. In B. T. Denton (Ed.), *Hand book of Healthcare Operations Management Methods and Applications* (Vol. 184, pp. 1–18). Springer US.  
<https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5885-2>
- Chanta, S., Mayorga, M. E., Kurz, M. E., & McLay, L. A. (2011). The minimum p-envy location problem: a new model for equitable distribution of emergency resources. *IIE Transactions on Healthcare Systems Engineering*, 1(2), 101–115.  
<https://doi.org/10.1080/19488300.2011.609522>
- Chanta, S., Mayorga, M. E., & McLay, L. A. (2014). Improving emergency service in rural areas: a bi-objective covering location model for EMS systems. *Annals of Operations Research*, 221(1), 133–159. <https://doi.org/10.1007/s10479-011-0972-6>
- Chong, K. C., Henderson, S. G., & Mark E. Lewis. (2016). The Vehicle Mix Decision in Emergency Medical Service Systems. *Manufacturing and Service Operations Management*, 18(3), 347–360.
- Church, R., & ReVelle, C. (1974). The maximal covering location problem. *Papers of the Regional Science Association*, 32, 101–118. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(01\)00079-X](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(01)00079-X)
- Comber, A. J., Sasaki, S., Suzuki, H., & Brunson, C. (2011). A modified grouping genetic algorithm to select ambulance site locations. *International Journal of Geographical Information Science*, 25(5), 807–823. <https://doi.org/10.1080/13658816.2010.501334>
- Dalal, J., & Üster, H. (2018). Combining worst case and average case considerations in an integrated emergency response network design problem. *Transportation Science*, 52(1), 171–188. <https://doi.org/10.1287/trsc.2016.0725>
- Daskin, M. S. (1983). A Maximum Expected Covering Location Model: Formulation, Properties and Heuristic Solution. *Transportation Science*, 17(1), 48–70.

- Daskin, M. S. (2008). What You Should Know About Location Modeling. *Naval Research Logistics*, 55(March, 2008), 283–294. <https://doi.org/10.1002/nav.20284>
- Daskin, M. S., & Dean, L. K. (2004). Location of Health Care Facilities. In *Operations Research and Health Care: A Hand book of Methods and Applications*. [https://doi.org/10.1016/0038-0121\(73\)90039-6](https://doi.org/10.1016/0038-0121(73)90039-6)
- Daskin, M. S., & Stern, E. H. (1981). A Hierarchical Objective Set Covering Model for Emergency Medical Service Vehicle Deployment. *Transportation Science*, 15(2), 137–152.
- De Jong, K. (2012). Evolutionary computation: A unified approach. In *GECCO'12 - Proceedings of the 14th International Conference on Genetic and Evolutionary Computation Companion*. <https://doi.org/10.1145/2330784.2330914>
- De Souza Minayo, M. C., & Deslandes, S. F. (2008). Analysis of the implementation of a mobile pre-hospital treatment system in five Brazilian state capitals | Análise da implantação do sistema de atendimento pré-hospitalar móvel em cinco capitais brasileiras. *Cadernos de Saúde Pública*, 24(8), 1877–1886.
- Degel, D., Wiesche, L., Rachuba, S., & Werners, B. (2015). Time-dependent ambulance allocation considering data-driven empirically required coverage. *Health Care Management Science*, 18(4), 444–458. <https://doi.org/10.1007/s10729-014-9271-5>
- Dias, J., Captivo, M. E., & Clímaco, J. (2008). A memetic algorithm for multi-objective dynamic location problems. *Journal of Global Optimization*, 42(2), 221–253. <https://doi.org/10.1007/s10898-007-9239-9>
- Dias, J., Eugénia Captivo, M., & Clímaco, J. (2006). Capacitated dynamic location problems with opening, closure and reopening of facilities. *IMA Journal of Management Mathematics*, 17(4), 317–348. <https://doi.org/10.1093/imaman/dpl003>
- Dibene, J. C., Maldonado, Y., Vera, C., de Oliveira, M., Trujillo, L., & Schütze, O. (2017). Optimizing the location of ambulances in Tijuana, Mexico. *Computers in Biology and Medicine*, 80(November 2016), 107–113. <https://doi.org/10.1016/j.compbiomed.2016.11.016>

- Dretzke, J., Sand ercock, J., Bayliss, S., & Burls, A. (2004). Clinical effectiveness and cost-effectiveness of prehospital intravenous fluids in trauma patients. *Health Technology Assessment*, 8(23). <https://doi.org/10.3310/hta8230>
- Dzator, J. (2016). *Health , Emergency Facilities and Developmen: Locating Facilities To Serve People and Development Better*. 50(5).
- Dzator, M., & Dzator, J. (2013). An effective heuristic for the P-median problem with application to ambulance location. *Opsearch*, 50(1), 60–74. <https://doi.org/10.1007/s12597-012-0098-x>
- Ebben, R. H. A., Vloet, L. C. M., Verhofstad, M. H. J., Meijer, S., Groot, J. A. M. de, & van Achterberg, T. (2013). Adherence to guidelines and protocols in the prehospital and emergency care setting: A systematic review. *Scand inavian Journal of Trauma, Resuscitation and Emergency Medicine*, 21(1), 1. <https://doi.org/10.1186/1757-7241-21-9>
- Enayati, S., Mayorga, M. E., Toro-Díaz, H., & Albert, L. A. (2019). Identifying trade-offs in equity and efficiency for simultaneously optimizing location and multipriority dispatch of ambulances. *International Transactions in Operational Research*, 26(2), 415–438. <https://doi.org/10.1111/itor.12590>
- Erkut, E., Ingolfsson, A., & Erdogan, G. (2008). Ambulance Location for Maximum Survival. *Naval Research Logistics*, 55(April 2007), 42–58. <https://doi.org/10.1002/nav>
- Erkut, E., Ingolfsson, A., Sim, T., & Erdoğan, G. (2009). Computational comparison of five maximal covering models for locating ambulances. *Geographical Analysis*, 41(1), 43–65. <https://doi.org/10.1111/j.1538-4632.2009.00747.x>
- Farahani, R. Z., Hekmatfar, M., Fahimnia, B., & Kazemzadeh, N. (2014). Hierarchical facility location problem: Models, classifications, techniques, and applications. *Computers & Industrial Engineering*, 68(1), 104–117. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2013.12.005>

- Fitzgerald, G., Jelinek, G., Scott, D. A., & Gerdtz, M. F. (2010). Emergency department triage revisited. *Emergency Medicine Journal*, 27(2), 86–92.  
<https://doi.org/10.1136/pgmj.2009.077081rep>
- Gendreau, M., Laporte, G., & Semet, F. (1997). Solving an ambulance location model by tabu search. *Location Science*, 5(2), 75–88. [https://doi.org/10.1016/S0966-8349\(97\)00015-6](https://doi.org/10.1016/S0966-8349(97)00015-6)
- Gendreau, M., Laporte, G., & Semet, F. (2001). A dynamic model and parallel tabu search heuristic for real-time ambulance relocation. *Parallel Computing*, 27(12), 1641–1653.  
[https://doi.org/10.1016/S0167-8191\(01\)00103-X](https://doi.org/10.1016/S0167-8191(01)00103-X)
- Geroliminis, N., Kepaptsoglou, K., & Karlaftis, M. G. (2011). A hybrid hypercube - Genetic algorithm approach for deploying many emergency response mobile units in an urban network. *European Journal of Operational Research*, 210(2), 287–300.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.08.031>
- Giglio-jacquemot, A. (2005). *Urgências e emergências em saúde* (FIOCRUZ (ed.)).
- Gonsaga, R. A. T., Brugugnolli, I. D., & Fraga, G. P. (2012). Comparison between two mobile pre-hospital care services for trauma patients. *World Journal of Emergency Surgery*, 7(Suppl 1), 1–9. <https://doi.org/10.1186/1749-7922-7-S1-S6>
- Haupt, R. L., & Haupt, S. E. (2004). *Practical Genetic Algorithms. Second Edition with CD-ROM* (2nd ed.). JOHN WILEY & SONS.
- Heestermans, T., & Hof, W. J. Van. (2010). *The golden hour of prehospital reperfusion with triple antiplatelet therapy : A sub-analysis from the Ongoing Tirofiban in Myocardial Evaluation 2 ( On-TIME 2 ) trial early initiation of triple antiplatelet therapy. 2.* <https://doi.org/10.1016/j.ahj.2010.08.039>
- Hogan, K., & ReVelle, C. S. (1986). Concepts and Application of Backup Coverage. *Management Science*, 34(Ii), 1434–1444.
- INEM. (2017). *Manual de Suporte Básico de vida - Adulto* (INEM (ed.)). INEM.
- INEM. (2019a). *Manual de Suporte Avançado de Vida* (Departamento de Formação em Emergência Médica (ed.)). INEM.

- INEM. (2019b). Relatório Anual de Atividades e Contas 2017. In *Site oficial do INEM* (Vol. 1).
- Ingolfsson, A., Budge, S., & Erkut, E. (2008). Optimal ambulance location with random delays and travel times. *Health Care Management Science, 11*(3), 262–274. <https://doi.org/10.1007/s10729-007-9048-1>
- Jánošíková, L., Gábrišová, L., & Ježek, B. (2015). Load balancing location of emergency medical service stations. *Ekonomie a Management, 18*(3), 30–40. <https://doi.org/10.15240/tul/001/2015-3-003>
- Jánošíková, L., Jankovič, P., & Márton, P. (2017). Models for relocation of emergency medical stations. *Lecture Notes in Geoinformation and Cartography* (pp. 225–239). Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-45123-7\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-319-45123-7_17)
- Knight, V. A., Harper, P. R., & Smith, L. (2012). Ambulance allocation for maximal survival with heterogeneous outcome measures. *Omega, 40*(6), 918–926. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2012.02.003>
- Ko, Y. D., Song, B. D., & Hwang, H. (2016). Location, capacity and capability design of emergency medical centers with multiple emergency diseases. *Computers & Industrial Engineering, 101*, 10–20. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.08.011>
- Lee, T., Cho, S. H., Jang, H., & Turner, J. G. (2012). A simulation-based iterative method for a trauma center - Air ambulance location problem. *Proceedings - Winter Simulation Conference, 955–966*. <https://doi.org/10.1109/WSC.2012.6465042>
- Leknes, H., Aartun, E. S., Andersson, H., Christiansen, M., & Granberg, T. A. (2017). Strategic ambulance location for heterogeneous regions. *European Journal of Operational Research, 260*(1), 122–133. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.12.020>
- Li, X., Zhao, Z., Zhu, X., & Wyatt, T. (2011). Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: A review. *Mathematical Methods of Operations Research* (Vol. 74, Issue 3, pp. 281–310). <https://doi.org/10.1007/s00186-011-0363-4>

- Liberman, M., Branas, C., Mulder, D., Lavoie, A., & Sampalis, J. S. (2004). Advanced Versus Basic Life Support in the Pre-Hospital Setting – The Controversy between the ‘Scoop and Run’ and the ‘Stay and Play’ Approach to the Care of the Injured Patient. *International Journal of Disaster Medicine*, 2(42006), 9–17.  
<https://doi.org/10.1080/15031430410025515>
- Lim, G. J., & Sonmez, A. D. (2011).  $\alpha$ -Robust facility relocation problem. *61st Annual IIE Conference and Expo Proceedings*.
- Liu, T., & Bai, X. J. (2018). Trauma care system in China. *Chinese Journal of Traumatology - English Edition*, 21(2), 80–83.  
<https://doi.org/10.1016/j.cjtee.2017.06.004>
- Ma, L., Zhang, H., Yan, X., Wang, J., Song, Z., & Xiong, H. (2019). Smooth associations between the emergency medical services response time and the risk of death in road traffic crashes. *Journal of Transport and Health*, 12(August 2018), 379–391.  
<https://doi.org/10.1016/j.jth.2018.08.011>
- Maghfiroh, M. F. N., Hossain, M., & Hanaoka, S. (2017). Minimising emergency response time of ambulances through pre-positioning in Dhaka city, Bangladesh. *International Journal of Logistics Research and Applications*, 21(1), 53–71.  
<https://doi.org/10.1080/13675567.2017.1361390>
- Maleki, M., Majlesinasab, N., & Sepehri, M. M. (2014). Two new models for redeployment of ambulances. *Computers & Industrial Engineering*, 78, 271–284.  
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.05.019>
- Mandell, M. B. (1998). Covering models for two-tiered emergency medical services systems. *Location Science*, 6(1–4), 355–368. [https://doi.org/10.1016/S0966-8349\(98\)00058-8](https://doi.org/10.1016/S0966-8349(98)00058-8)
- Marques, M. C., & Dias, J. M. (2018). Dynamic location problem under uncertainty with a regret-based measure of robustness. *International Transactions in Operational Research*, 25(4), 1361–1381. <https://doi.org/10.1111/itor.12183>

- Maxwell, M. S., Restrepo, M., Henderson, S. G., & Topaloglu, H. (2010). Approximate dynamic programming for ambulance redeployment. *INFORMS Journal on Computing*, 22(2), 266–281. <https://doi.org/10.1287/ijoc.1090.0345>
- McCormack, R., & Coates, G. (2015). A simulation model to enable the optimization of ambulance fleet allocation and base station location for increased patient survival. *European Journal of Operational Research*, 247(1), 294–309. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.05.040>
- McLay, L. A. (2009). A maximum expected covering location model with two types of servers. *IIE Transactions*, 41(8), 730–741.
- Michalewicz, Z. (1997). *Genetic algorithms + data structures = evolution programs* (Springer (ed.); 3<sup>a</sup>, Vol. 9, Issue 3). [https://doi.org/10.1016/s0933-3657\(96\)00378-8](https://doi.org/10.1016/s0933-3657(96)00378-8)
- Mitchell, M. (1999). An Introduction to Genetic Algorithms. In MIT (Ed.), *MIT*. A Bradford Book The MIT Press.
- Moeini, M., Jemai, Z., & Sahin, E. (2013). An integer programming model for the dynamic location and relocation of emergency vehicles: A case study. *International Symposium on Operational Research in Slovenia, SOR*, 343–350.
- Moeini, M., Jemai, Z., & Sahin, E. (2015). *Location and relocation problems in the context of the emergency medical service systems: a case study*. (Vol. 23, Issues 3 OP-Central European Journal of Operations Research. Sep2015, Vol. 23 Issue 3, p641-658. 18p., p. 641). <https://doi.org/10.1007/s10100-014-0374-3>
- Mohri, S. S., & Haghshenas, H. (2021). An ambulance location problem for covering inherently rare and random road crashes. *Computers & Industrial Engineering*, 151(October 2020), 106937. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106937>
- Murray, A. T. (2010). Advances in location modeling: GIS linkages and contributions. *Journal of Geographical Systems*, 12(3), 335–354. <https://doi.org/10.1007/s10109-009-0105-9>

- Nelas, J., & Dias, J. (2020a). Locating emergency vehicles: Robust optimization approaches. *Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, O. Gervasi et al. (Eds.), 12251 LNCS, 564–575. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-58808-3\\_41](https://doi.org/10.1007/978-3-030-58808-3_41)
- Nelas, J., & Dias, J. (2020b). Optimal Emergency Vehicles Location: An approach considering the hierarchy and substitutability of resources. *European Journal of Operational Research*, 287(2), 583–599. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.03.067>
- Nickel, S., Reuter-Oppermann, M., & Saldanha-da-Gama, F. (2016). Ambulance location under stochastic demand : A sampling approach. *Operations Research for Health Care*, 8, 24–32. <https://doi.org/10.1016/j.orhc.2015.06.006>
- Nogueira, L. C., Pinto, L. R., & Silva, P. M. S. (2016). Reducing Emergency Medical Service response time via the reallocation of ambulance bases. *Health Care Management Science*, 19(1), 31–42. <https://doi.org/10.1007/s10729-014-9280-4>
- Noyan, N. (2010). Alternate risk measures for emergency medical service system design. *Annals of Operations Research*, 181(1), 559–589. <https://doi.org/10.1007/s10479-010-0787-x>
- O'Dwyer, G., Konder, M. T., Machado, C. V., Alves, C. P., & Alves, R. P. (2013). The current scenario of emergency care policies in Brazil. *BMC Health Services Research*, 13(1). <https://doi.org/10.1186/1472-6963-13-70>
- Oliver, G. J., Walter, D. P., & Redmond, A. D. (2017). Prehospital deaths from trauma: Are injuries survivable and do bystanders help? *Injury*, 48(5), 985–991. <https://doi.org/10.1016/j.injury.2017.02.026>
- Pantridge, J. F., & Geddes, J. S. (1967). A mobile intensive-care unit in the management of myocardial infarctio. *The Lancet*, 290(7510), 271–273. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(67\)90110-9](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(67)90110-9)
- Peng, C., Delage, E., & Li, J. (2020). Probabilistic envelope constrained multiperiod stochastic emergency medical services location model and decomposition scheme. *Transportation Science*, 54(6), 1471–1494. <https://doi.org/10.1287/trsc.2019.0947>

- Poppe, M., Weiser, C., Holzer, M., Sulzgruber, P., Datler, P., Keferböck, M., Zeiner, S., Lobmeyr, E., van Tulder, R., Ziegler, A., Glück, H., Meixner, M., Schrattenbacher, G., Maszar, H., Zajicek, A., Sterz, F., & Schober, A. (2015). The incidence of “load and go” out-of-hospital cardiac arrest candidates for emergency department utilization of emergency extracorporeal life support: A one-year review. *Resuscitation*, *91*, 131–136. <https://doi.org/10.1016/j.resuscitation.2015.03.003>
- Portuguesa, R. (2013). *Avaliação da Reorganização do Território das Freguesias*. <http://app.parlamento.pt>
- Pulver, A., & Wei, R. (2018). Optimizing the spatial location of medical drones. *Applied Geography*, *90*(July 2016), 9–16. <https://doi.org/10.1016/j.apgeog.2017.11.009>
- Rajagopalan, H. K., & Saydam, C. (2009). A minimum expected response model: Formulation , heuristic solution , and application. *Socio-Economic Planning Sciences*, *43*(4), 253–262. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2008.12.003>
- Rajagopalan, H. K., Saydam, C., & Xiao, J. (2008). A multiperiod set covering location model for dynamic redeployment of ambulances. *Computers & Operations Research*, *35*(3), 814–826. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.04.003>
- Razi, N., & Karatas, M. (2016). A multi-objective model for locating search and rescue boats. *European Journal of Operational Research*, *254*(1), 279–293. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.03.026>
- Russel, S., & Norvig, P. (2010). *Artificial Intelligence. A Modern Approach* (S. Russel & P. Norvig (eds.); 3<sup>a</sup> ed.). Pearson Education, Inc. <https://doi.org/10.1017/S0269888900007724>
- Salman, F. S., & Yücel, E. (2014). Emergency facility location under random network damage: Insights from the Istanbul case. *Computers & Operations Research*, *62*, 266–281. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.07.015>
- Salvucci, A., Clawson, J. J., & Martin, R. L. (2004). The Response Time Myth Does Time Matter in Responding to Emergencies? *Advanced Emergency Nursing*, *26*(2), 86–92. [https://journals.lww.com/aenjournal/Fulltext/2004/04000/The\\_Response\\_Time\\_Myth\\_\\_Does\\_Time\\_Matter\\_in.3.aspx](https://journals.lww.com/aenjournal/Fulltext/2004/04000/The_Response_Time_Myth__Does_Time_Matter_in.3.aspx)

- Sánchez-Mangas, R., García-Ferrer, A., De Juan, A., & Arroyo, A. M. (2010). The probability of death in road traffic accidents. How important is a quick medical response? *Accident Analysis and Prevention*, *42*(4), 1048–1056.  
<https://doi.org/10.1016/j.aap.2009.12.012>
- Sasaki, S., Comber, A. J., Suzuki, H., & Brunsdon, C. (2010). Using genetic algorithms to optimise current and future health planning - the example of ambulance locations. *International Journal of Health Geographics*, *9*, 1–11. <https://doi.org/10.1186/1476-072X-9-4>
- Schilde, M., Doerner, K. F., & Hartl, R. F. (2011). Metaheuristics for the dynamic stochastic dial-a-ride problem with expected return transports. *Computers & Operations Research*, *38*(12), 1719–1730. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.02.006>
- Schilling, D., Elzinga, D. J., Cohon, J., Church, R., & ReVelle, C. (1979). The TEAM/FLEET Models for Simultaneous Facility and Equipment Siting. *Transportation Science*, *13*(2), 163–175.
- Schmid, V., & Doerner, K. F. (2010). Ambulance location and elocation problems with time-dependent travel times. *European Journal of Operational Research*, *207*(3), 1293–1303. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.06.033>
- Shahriari, M., Bozorgi-Amiri, A., Tavakoli, S., & Yousefi-Babadi, A. (2017). Bi-objective approach for placing ground and air ambulance base and helipad locations in order to optimize EMS response. *The American Journal of Emergency Medicine*. Vol. 35, p.1873-1881. <https://doi.org/10.1016/j.ajem.2017.06.026>
- Shariat-Mohaymany, A., Babaei, M., Moadi, S., & Amiripour, S. M. (2012). Linear upper-bound unavailability set covering models for locating ambulances: Application to Tehran rural roads. *European Journal of Operational Research*, *221*(1), 263–272. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.03.015>
- Shariff, S. S. R., Moin, N. H., & Omar, M. (2012). Location allocation modeling for healthcare facility planning in Malaysia. *Computers & Industrial Engineering*, *62*(4), 1000–1010. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.12.026>

- Shiah, D. M., & Chen, S. W. (2007). *9th International Conference on e-Health Networking, Application and Services*. 40–45.  
<https://doi.org/10.1109/HEALTH.2007.381600>
- Snyder, L. V., & Daskin, M. S. (2006). Stochastic p-robust location problems. *IIE Transactions*, *38*(11), 971–985. <https://doi.org/10.1080/07408170500469113>
- Sorensen, P., & Church, R. (2010). Integrating expected coverage and local reliability for emergency medical services location problems. *Socio-Economic Planning Sciences*, *44*(1), 8–18. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2009.04.002>
- Sudtachat, K., Mayorga, M. E., & Mclay, L. A. (2016). A nested-compliance table policy for emergency medical service systems under relocation. *Omega*, *58*, 154–168.  
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.06.001>
- Sung, I., & Lee, T. (2018). Scenario-based approach for the ambulance location problem with stochastic call arrivals under a dispatching policy. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, *30*(1–2), 153–170. <https://doi.org/10.1007/s10696-016-9271-5>
- Swalehe, M., & Aktas, S. G. (2016). Dynamic Ambulance Deployment to Reduce Ambulance Response Times Using Geographic Information Systems: A Case Study of Odunpazari District of Eskisehir Province, Turkey. *Procedia Environmental Sciences*, *36*, 199–206. <https://doi.org/10.1016/j.proenv.2016.09.033>
- Talbi, E. (2009). *Metaheuristics from design to implementation* (P. John Wiley & Sons, Inc. (ed.)).
- Tavakoli, A., & Lightner, C. (2004). Implementing a mathematical model for locating EMS vehicles in Fayetteville, NC. *Computers & Operations Research*, *31*(9), 1549–1563. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(03\)00108-4](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(03)00108-4)
- Toregas, C., Swain, R., ReVelle, C., & Bergman, L. (1971). The Location of Emergency Service Facilities. *Operations Research*, *19*(6), 1363–1373.  
<https://doi.org/10.1287/opre.19.6.1363>

- Toro-Díaz, H., Mayorga, M. E., Chanta, S., & McLay, L. A. (2013). Joint location and dispatching decisions for Emergency Medical Services. *Computers & Industrial Engineering*, *64*(4), 917–928. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2013.01.002>
- Tozan, H., & Donmez, S. (2015). A Genetic Algorithm Based Approach to Provide Solutions for Emergency Aid Stations Location Problem and a Case Study for Pendik/Istanbul. *Journal of Homeland Security and Emergency Management*, *12*(4), 915–940. <https://doi.org/10.1515/jhsem-2015-0025>
- Ünlüyurt, T., & Tunçer, Y. (2016). Estimating the performance of emergency medical service location models via discrete event simulation. *Computers & Industrial Engineering*, *102*, 467–475. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.03.029>
- van Barneveld, T. C., van der Mei, R. D., & Bhulai, S. (2017). Compliance tables for an EMS system with two types of medical response units. *Computers & Operations Research*, *80*, 68–81. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.11.013>
- Van Den Berg, P. L., & Aardal, K. (2015). Time-dependent MEXCLP with start-up and relocation cost. *European Journal of Operational Research*, *242*(2), 383–389. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.10.013>
- Van Den Berg, P. L., Fiskerstrand, P., Aardal, K., Einerkjær, J., Thoresen, T., & Røislien, J. (2019). Improving ambulance coverage in a mixed urban-rural region in Norway using mathematical modeling. *PLoS ONE*, *14*(4), 4–11. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0215385>
- Wajid, S., Nezamuddin, N., & Unnikrishnan, A. (2020). Optimizing Ambulance Locations for Coverage Enhancement of Accident Sites in South Delhi. *Transportation Research Procedia*, *48*, 280–289. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2020.08.022>
- Wang, H., Xiao, L., & Chen, Z. (2018). Flexible Emergency Vehicle Network Design considering Stochastic Demands and Inverse-Direction Lanes. *Journal of Advanced Transportation*, vol. 2018, 1-14 . <https://doi.org/10.1155/2018/2524838>
- Ye, H., & Kim, H. (2016). Locating healthcare facilities using a network-based covering location problem. *GeoJournal*, *81*(6), 875–890. <https://doi.org/10.1007/s10708-016-9744-9>

- Yin, P., & Mu, L. (2012). Modular capacitated maximal covering location problem for the optimal siting of emergency vehicles. *Applied Geography*, 34(2), 247–254.  
<https://doi.org/10.1016/j.apgeog.2011.11.013>
- Yoon, S., & Albert, L. A. (2017). An expected coverage model with a cutoff priority queue. *Health Care Management Science*, vol. March, 1–17.  
<https://doi.org/10.1007/s10729-017-9409-3>
- Yoon, S., Albert, L. A., & White, V. M. (2021). A Stochastic Programming Approach for Locating & Dispatching Two Types of Ambulances. *Transportation Science*, 55(2), 275–296. <https://doi.org/10.1287/trsc.2020.1023>
- Zhang, B., Peng, J., & Li, S. (2017). Covering location problem of emergency service facilities in an uncertain environment. *Applied Mathematical Modelling*, 51, 429–447.  
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.06.043>
- Zhang, R., & Zeng, B. (2019). *Ambulance Deployment With Relocation Through Robust Optimization*. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 16(1), 138–147.
- Zhang, Z. H., & Jiang, H. (2014). A robust counterpart approach to the bi-objective emergency medical service design problem. *Applied Mathematical Modelling*, 38(3), 1033–1040. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.07.028>
- Zhang, Z. H., & Li, K. (2015). A novel probabilistic formulation for locating and sizing emergency medical service stations. *Annals of Operations Research*, 229(1), 813–835. <https://doi.org/10.1007/s10479-014-1758-4>
- Zhou, Y., Liu, J., Zhang, Y., & Gan, X. (2017). A multi-objective evolutionary algorithm for multi-period dynamic emergency resource scheduling problems. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 99, 77–95.  
<https://doi.org/10.1016/j.tre.2016.12.011>

## **ANEXOS**



Bases	Sol. Atual					Sol. Max. Cob. Esp.				
	k					k				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BV de Coimbra	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BS de Coimbra	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
CV de Coimbra	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
HUC- CHUC	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
HG- CHUC	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
CV da Borda do Campo	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Pereira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DRC INEM	0	1	3	0	0	1	0	0	0	1
BV de Condeixa	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Soure	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BM da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
BV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
HD da Figueira da Foz	0	0	1	0	1	2	0	0	0	1
CV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV dos Carvalhais	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Maiorca	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Mira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Mira	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Cantanhede	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Penela	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Miranda do Corvo	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV da Lousã	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Poiares	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV Penacova	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
BV Tábua	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
BV de Góis	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Arganil	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Pampilhosa da Serra	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
BV de Oliveira de Hospital	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Serpins	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Coja	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Oliveirinha	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Santa Comba Dão	1	0	1	1	1	2	0	0	0	1

Tabela 28 - Comparação entre a localização de veículos de emergência na solução atual e na Solução de Máxima Cobertura Esperada

<i>s</i>	<i>E</i>	Sol. Atual		Sol. Max. Cob.Esp.	
		$\sum_{e \in E} z_e$		$\sum_{e \in E} z_e$	%
1	64	53	82,81	55	85,94
2	53	49	92,45	52	98,11
3	70	62	88,57	67	95,71
4	62	51	82,26	52	83,87
5	70	63	90,00	66	94,29
6	59	47	79,66	48	81,36
7	77	67	87,01	71	92,21
8	71	63	88,73	65	91,55
9	69	62	89,86	65	94,20
10	55	45	81,82	49	89,09
11	72	59	81,94	63	87,50
12	68	58	85,29	62	91,18
13	51	43	84,31	47	92,16
14	66	51	77,27	52	78,79
15	64	58	90,63	59	92,19
16	61	51	83,61	54	88,52
17	56	39	69,64	47	83,93
18	72	59	81,94	63	87,50
19	68	54	79,41	61	89,71
20	66	54	81,82	62	93,94
21	67	60	89,55	63	94,03
22	80	72	90,00	73	91,25
23	65	56	86,15	59	90,77
24	77	63	81,82	67	87,01
25	55	48	87,27	48	87,27
26	75	60	80,00	67	89,33
27	84	69	82,14	75	89,29
28	58	47	81,03	49	84,48
29	67	56	83,58	61	91,04
30	56	47	83,93	50	89,29
<b>Pior resultado</b>		39/56	69,64	52/66	78,79
<b>Melhor resultado</b>		49/53	92,45	52/53	98,11
<b>Total de ep. cobertos</b>		1666	84,23	1772	89,59
<b>Média de Ep. Cobertos</b>		55,53	84,15	59,07	89,52

Tabela 29- Comparação dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização atual e a solução de localização para o modelo Máxima Cobertura Espera

Bases	Sol. Max. Cob. Esp.					Sol. Max. Cob. Esp. c/ AS Fixas				
	$k$					$k$				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BV de Coimbra	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BS de Coimbra	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
CV de Coimbra	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
HUC- CHUC	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
HG- CHUC	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CV da Borda do Campo	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CV de Pereira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DRC INEM	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
BV de Condeixa	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Soure	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BM da Figueira da Foz	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
BV da Figueira da Foz	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	2	0	0	0	1	0	0	1	0	1
CV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV dos Carvalhais	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CV de Maiorca	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CV de Mira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Mira	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Cantanhede	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Penela	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Miranda do Corvo	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV da Lousã	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Poiares	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV Penacova	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
BV Tábua	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
BV de Góis	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Arganil	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Pampilhosa da Serra	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
BV de Oliveira de Hospital	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Serpins	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Coja	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Oliveirinha	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Santa Comba Dão	2	0	0	0	1	1	0	0	0	1

Tabela 30- Comparação entre a localização veículos de emergência na solução de Máxima Cobertura Esperada com e sem AS fixas

<i>s</i>	<i>E</i>	Sol. Max. Cob.Esp.		Sol. Max. Cob. Esp. c/ AS Fixa	
		$\sum_{e \in E} z_e$	%	$\sum_{e \in E} z_e$	%
1	64	55	85,94	53	82,81
2	53	52	98,11	51	96,23
3	70	67	95,71	67	95,71
4	62	52	83,87	52	83,87
5	70	66	94,29	66	94,29
6	59	48	81,36	48	81,36
7	77	71	92,21	71	92,21
8	71	65	91,55	65	91,55
9	69	65	94,2	65	94,2
10	55	49	89,09	49	89,09
11	72	63	87,5	62	86,11
12	68	62	91,18	62	91,18
13	51	47	92,16	47	92,16
14	66	52	78,79	52	78,79
15	64	59	92,19	59	92,19
16	61	54	88,52	54	88,52
17	56	47	83,93	46	82,14
18	72	63	87,5	63	87,5
19	68	61	89,71	61	89,71
20	66	62	93,94	61	92,42
21	67	63	94,03	62	92,54
22	80	73	91,25	73	91,25
23	65	59	90,77	59	90,77
24	77	67	87,01	67	87,01
25	55	48	87,27	48	87,27
26	75	67	89,33	65	86,67
27	84	75	89,29	74	88,1
28	58	49	84,48	49	84,48
29	67	61	91,04	61	91,04
30	56	50	89,29	48	85,71
<b>Pior resultado</b>		52/66	78,79	52/66	78,79
<b>Melhor resultado</b>		52/53	98,11	51/53	96,23
<b>Total de Ep. Cobertos</b>		1772	89,59	1760	88,98
<b>Média Ep. Cobertos</b>		59,07	89,52	55,83	88,9

Tabela 31- Comparação dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização para o Solução de Máxima Cobertura Esperada com e sem AS Fixa

Bases	Sol. Atual					Sol. Max. P. Res.				
	k					k				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BV de Coimbra	1	0	0	0	0	2	0	1	0	0
BS de Coimbra	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Coimbra	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
HUC-CHUC	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
HG-CHUC	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
CV da Borda do Campo	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Pereira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DRC INEM	0	1	3	0	0	1	0	0	0	1
BV de Condeixa	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
BV de Soure	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BM da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
CV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CV dos Carvalhais	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Maiorca	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Mira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Mira	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Cantanhede	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
BV de Penela	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Miranda do Corvo	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV da Lousã	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Poiares	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV Penacova	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV Tábua	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Góis	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Arganil	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Pampilhosa da Serra	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Oliveira de Hospital	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Serpins	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
BV de Coja	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Oliveirinha	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Santa Comba Dão	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1

Tabela 32 - Comparação entre a localização de veículos de emergência na solução atual e na solução Maximização do Pior Resultado

<i>s</i>	<i>E</i>	Sol. actual		Sol. Max. P. Res.	
		$\sum_{e \in E} z_e$	%	$\sum_{e \in E} z_e$	%
1	64	53	82,81	54	84,38
2	53	49	92,45	45	84,91
3	70	62	88,57	61	87,14
4	62	51	82,26	52	83,87
5	70	63	90,00	60	85,71
6	59	47	79,66	49	83,05
7	77	67	87,01	64	83,12
8	71	63	88,73	60	84,51
9	69	62	89,86	58	84,06
10	55	45	81,82	46	83,64
11	72	59	81,94	60	83,33
12	68	58	85,29	57	83,82
13	51	43	84,31	43	84,31
14	66	51	77,27	55	83,33
15	64	58	90,63	55	85,94
16	61	51	83,61	52	85,25
17	56	39	69,64	47	83,93
18	72	59	81,94	64	88,89
19	68	54	79,41	59	86,76
20	66	54	81,82	55	83,33
21	67	60	89,55	58	86,57
22	80	72	90,00	67	83,75
23	65	56	86,15	56	86,15
24	77	63	81,82	64	83,12
25	55	48	87,27	48	87,27
26	75	60	80,00	63	84,00
27	84	69	82,14	71	84,52
28	58	47	81,03	49	84,48
29	67	56	83,58	56	83,58
30	56	47	83,93	47	83,93
<b>Pior resultado</b>		39/56	69,64	49/59	83,05
<b>Melhor resultado</b>		49/53	92,45	64/72	88,89
<b>Total de ep. Cobertos</b>		1666	84,23	1675	84,68
<b>Média de Ep. Cobertos</b>		55,53	84,15	55,83	84,69

Tabela 33- Comparação dos resultados de cobertura obtidos com a solução de localização atual e a solução de localização para a de Maximização do Pior Resultado

Bases	Sol. Max. P. Res.					Sol. Max. P. Res. c/ AS fixa				
	k					k				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BV de Coimbra	2	0	1	0	0	1	0	0	0	0
BS de Coimbra	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
CV de Coimbra	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
HUC- CHUC	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
HG- CHUC	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CV da Borda do Campo	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CV de Pereira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DRC INEM	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
BV de Condeixa	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Soure	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BM da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
CV da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV dos Carvalhais	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CV de Maiorca	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CV de Mira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Mira	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Cantanhede	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
BV de Penela	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Miranda do Corvo	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV da Lousã	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Poiares	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV Penacova	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV Tábuia	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Góis	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Arganil	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Pampilhosa da Serra	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Oliveira de Hospital	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Serpins	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
BV de Coja	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Oliveirinha	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Santa Comba Dão	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1

Tabela 34- Comparação das soluções para a localização de veículos de emergência para o Maximização do Pior Resultado com e sem AS fixas

<i>s</i>	<i>E</i>	Sol Max. P. Res.		Sol Max. P. Res. c/ AS Fixa	
		$\sum_{e \in E} z_e$	%	$\sum_{e \in E} z_e$	%
1	64	54	84,38	53	82,81
2	53	45	84,91	45	84,91
3	70	61	87,14	58	82,86
4	62	52	83,87	52	83,87
5	70	60	85,71	58	82,86
6	59	49	83,05	49	83,05
7	77	64	83,12	64	83,12
8	71	60	84,51	59	83,10
9	69	58	84,06	58	84,06
10	55	46	83,64	46	83,64
11	72	60	83,33	61	84,72
12	68	57	83,82	57	83,82
13	51	43	84,31	43	84,31
14	66	55	83,33	55	83,33
15	64	55	85,94	54	84,38
16	61	52	85,25	51	83,61
17	56	47	83,93	47	83,93
18	72	64	88,89	60	83,33
19	68	59	86,76	57	83,82
20	66	55	83,33	55	83,33
21	67	58	86,57	56	83,58
22	80	67	83,75	67	83,75
23	65	56	86,15	54	83,08
24	77	64	83,12	64	83,12
25	55	48	87,27	46	83,64
26	75	63	84,00	63	84,00
27	84	71	84,52	70	83,33
28	58	49	84,48	48	82,76
29	67	56	83,58	56	83,58
30	56	47	83,93	47	83,93
<b>Pior resultado</b>		49/59	83,05	48/58	82,76
<b>Melhor resultado</b>		64/72	88,89	45/53	84,91
<b>Total de ep. Cobertos</b>		1675	84,68	1653	83,57
<b>Média ep. Cobertos</b>		55,83	84,69	55,1	83,59

Tabela 35- Comparação dos resultados de cobertura obtidos para a Solução de Maximização do Pior Resultado e de Maximização do Pior Resultado com AS fixas

Bases	Sol. Atual					Sol. Min. Max. Arrependimento				
	$k$					$k$				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BV de Coimbra	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
BS de Coimbra	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
CV de Coimbra	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
HUC-CHUC	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
HG-CHUC	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
CV da Borda do Campo	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Pereira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DRC INEM	0	1	3	0	0	0	0	1	0	1
BV de Condeixa	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Soure	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Montemor-o-Velho	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
BM da Figueira da Foz	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1
CV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CV dos Carvalhais	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Maiorca	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CV de Mira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Mira	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Cantanhede	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Penela	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Miranda do Corvo	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV da Lousã	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Poiares	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV Penacova	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
BV Tábua	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Góis	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Arganil	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Pampilhosa da Serra	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Oliveira de Hospital	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Serpins	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Coja	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Oliveirinha	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Santa Comba Dão	1	0	1	1	1	2	0	0	0	1

Tabela 36- Comparação entre a localização atual de veículos de emergência e a solução de Minimização do Máximo Arrependimento

<i>s</i>	<i>E</i>	Sol Atual		Sol. Min. Max. Arrependimento	
		$\sum_{e \in E} z_e$	%	$\sum_{e \in E} z_e$	%
1	64	53	82,81	55	85,94
2	53	49	92,45	50	94,34
3	70	62	88,57	64	91,43
4	62	51	82,26	53	85,48
5	70	63	90,00	64	91,43
6	59	47	79,66	47	79,66
7	77	67	87,01	69	89,61
8	71	63	88,73	64	90,14
9	69	62	89,86	62	89,86
10	55	45	81,82	50	90,91
11	72	59	81,94	63	87,5
12	68	58	85,29	61	89,71
13	51	43	84,31	44	86,27
14	66	51	77,27	52	78,79
15	64	58	90,63	57	89,06
16	61	51	83,61	55	90,16
17	56	39	69,64	46	82,14
18	72	59	81,94	61	84,72
19	68	54	79,41	59	86,76
20	66	54	81,82	59	89,39
21	67	60	89,55	63	94,03
22	80	72	90,00	74	92,50
23	65	56	86,15	58	89,23
24	77	63	81,82	66	85,71
25	55	48	87,27	47	85,45
26	75	60	80,00	65	86,67
27	84	69	82,14	73	86,9
28	58	47	81,03	48	82,76
29	67	56	83,58	58	86,57
30	56	47	83,93	50	89,29
<b>Pior resultado</b>		39/56	69,64	52/66	78,79
<b>Melhor resultado</b>		49/53	92,45	50/53	94,34
<b>Total de ep. Cobertos</b>		1666	84,23	1737	87,81
<b>Média ep. Cobertos</b>		55,53	84,15	57,9	87,75

Tabela 37- Resultados obtidos para a cobertura dos episódios de emergência com a solução de localização Atual e Minimização do Máximo Arrependimento

Bases	Sol. Min. Max. Arrependimento					Sol. Min. Max. Arrependimento c/ AS fixa				
	k					k				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
BV de Coimbra	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
BS de Coimbra	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
CV de Coimbra	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
HUC-CHUC	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
HG-CHUC	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
CV da Borda do Campo	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CV de Pereira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DRC INEM	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
BV de Condeixa	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
BV de Soure	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Mont.-o-Velho	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
BM da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV da Figueira da Foz	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
HD da Figueira da Foz	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
CV da Figueira da Foz	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
CV dos Carvalhais	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
CV de Maiorca	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CV de Mira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BV de Mira	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Cantanhede	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Penela	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Miranda do Corvo	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
BV da Lousã	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Poiares	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV Penacova	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
BV Tábua	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Góis	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Arganil	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Pampilhosa da Serra	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Oliveira do Hospital	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Serpins	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Coja	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de V. N. de Oliveirinha	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
BV de Santa Comba Dão	2	0	0	0	1	1	0	0	1	1

Tabela 38- Localização de veículos de emergência nas soluções Minimização do Máximo Arrependimento e Minimização do Máximo Arrependimento com AS fixas

<i>s</i>	<i>E</i>	Sol. Min. Max. Arrependimento		Sol. Min. Max. Arrependimento com AS fixa	
		$\sum_{e \in E} z_e$	%	$\sum_{e \in E} z_e$	%
1	64	55	85,94%	54	84,38
2	53	50	94,34%	49	92,45
3	70	64	91,43%	65	92,86
4	62	53	85,48%	53	85,48
5	70	64	91,43%	62	88,57
6	59	47	79,66%	46	77,97
7	77	69	89,61%	68	88,31
8	71	64	90,14%	62	87,32
9	69	62	89,86%	61	88,41
10	55	50	90,91%	48	87,27
11	72	63	87,50%	63	87,50
12	68	61	89,71%	60	88,24
13	51	44	86,27%	43	84,31
14	66	52	78,79%	51	77,27
15	64	57	89,06%	57	89,06
16	61	55	90,16%	54	88,52
17	56	46	82,14%	45	80,36
18	72	61	84,72%	60	83,33
19	68	59	86,76%	58	85,29
20	66	59	89,39%	58	87,88
21	67	63	94,03%	62	92,54
22	80	74	92,50%	73	91,25
23	65	58	89,23%	56	86,15
24	77	66	85,71%	64	83,12
25	55	47	85,45%	46	83,64
26	75	65	86,67%	64	85,33
27	84	73	86,90%	72	85,71
28	58	48	82,76%	47	81,03
29	67	58	86,57%	57	85,07
30	56	50	89,29%	49	87,50
<b>Pior resultado</b>		52/66	78,79	51/66	77,27
<b>Melhor resultado</b>		50/53	94,34	65/70	92,86
<b>Total de ep. cobertos</b>		1737	87,81	1707	86,30
<b>Média ep. cobertos</b>		57,9	87,75	56,9	86,20

Tabela 39-Resultados obtidos para a cobertura dos episódios de emergência com a solução de localização Minimização do Máximo Arrependimento e Minimização do Máximo Arrependimento com AS fixas