

Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra

Grupo de Estudos Monetários e Financeiros (GEMF)

Av. Dias da Silva, 165 – 3004-512 COIMBRA, PORTUGAL

<http://www4.fe.uc.pt/gemf/> - gemf@sonata.fe.uc.pt

MARIA ADELAIDE SILVA DUARTE
MARTA CRISITINA NUNES SIMÕES

**A ESPECIFICAÇÃO DA FUNÇÃO DE
PRODUÇÃO MACRO-ECONÓMICA EM
ESTUDOS DE CRESCIMENTO
ECONÓMICO**

ESTUDOS DO GEMF

N.º 10

2001

**PUBLICAÇÃO CO-FINANCIADA PELA
FUNDAÇÃO PARA A CIÊNCIA E TECNOLOGIA**



A ESPECIFICAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO MACRO- ECONÓMICA EM ESTUDOS DE CRESCIMENTO ECONÓMICO.

*UMA ANÁLISE COM DADOS EM PAINEL APLICADA A UM
GRUPO DE PAÍSES EUROPEUS.*[§]

Maria Adelaide Silva Duarte
(*maduarte@sonata.fe.uc.pt*)

Marta Cristina Nunes Simões
(*mcsimoes@sonata.fe.uc.pt*)

Resumo

Esta comunicação insere-se numa investigação mais vasta que temos vindo a desenvolver sobre as causas do crescimento económico no seio da Europa. Para este efeito estimámos equações de convergência num quadro de crescimento neoclássico com capital humano. Em todos estes estudos a especificação considerada como representativa da tecnologia das economias da nossa amostra foi a função de produção agregada do tipo Cobb-Douglas. Contudo, a questão prévia que se poderia colocar a estes nossos trabalhos é a de saber se uma função de produção agregada do tipo CES não representaria de forma mais correcta a tecnologia dos países considerados. Em caso afirmativo, haverá possibilidade de crescimento endógeno no caso da elasticidade de substituição ser superior à unidade. Os nossos resultados com base numa amostra de dezassete países europeus entre 1960 e 1987 apontam para a não rejeição da função CES como mais correcta em termos de representação da tecnologia da nossa amostra, o que implica crescimento endógeno na Europa. Por outro lado, considerando individualmente cada país é possível identificar à partida factores promotores da convergência (ou divergência). Neste caso, os resultados apontam para algumas desvantagens dos já inicialmente mais desfavorecidos, Portugal, Grécia, Espanha e Irlanda.

Palavras chave: crescimento económico, crescimento endógeno, função de produção CES, função de produção de Cobb-Douglas, dados em painel

Classificação JEL: O41, O52, O57

[§] Trabalho apresentado no IVº Encontro de Economistas de Língua Portuguesa, Évora, 2 a 4 de Outubro de 2001.

1. INTRODUÇÃO

Esta comunicação insere-se numa investigação mais vasta que temos vindo a desenvolver sobre as causas do crescimento económico no seio da Europa. Para este efeito estimámos equações de convergência num quadro de crescimento neoclássico com capital humano. Em todos estes estudos, a especificação considerada como representativa da tecnologia das economias da nossa amostra foi a função de produção agregada do tipo Cobb-Douglas. Contudo, a questão prévia que se poderia colocar a estes nossos trabalhos é a de saber se uma função de produção agregada do tipo CES não representaria de forma mais correcta a tecnologia dos países considerados.

Nesta comunicação, seguindo Duffy e Papageorgiou (1999), testámos a especificação da função de produção. Queremos saber se para a nossa amostra, composta por 17 países europeus (Áustria, Bélgica, Dinamarca, Finlândia, França, República Federal Alemã, Grécia, Irlanda, Islândia, Itália, Países-Baixos, Noruega, Portugal, Espanha, Suécia, Suíça e Reino Unido), a especificação com uma função de produção CES para a tecnologia dos países é mais correcta do que a especificação com uma função de produção Cobb-Douglas. O estudo desta questão revela-se de grande interesse porque há uma variedade mais rica de tipos de crescimento associados à tecnologia CES. Com efeito, se a elasticidade de substituição dos factores é superior à unidade ($\sigma > 1$) há crescimento endógeno potencial, (ver Jones e Manuelli (1990), Rebelo (1991), Barro e Sala-I-Martin (1995)).

A análise empírica efectuada com vista à especificação da função de produção baseia-se em dados em painel para o período de 1960 a 1987. Os dados por nós utilizados são os de Duffy e Papageorgiou (1999) que por sua vez recorrem à base de dados STARS do Banco Mundial. As equações foram estimadas através do método da máxima verosimilhança com correcção da autocorrelação e da heteroscedasticidade utilizando o RATS 5.00. Para indagarmos se todos os países apresentam o mesmo tipo de tecnologia e se a elasticidade de substituição é uma função do nível de desenvolvimento dos países foram efectuadas estimações não só para o conjunto dos países da amostra mas também para os países individualmente considerados. Deste modo é possível extrair algumas ilações sobre a prestação relativa dos diferentes países no grupo dos dezassete.

Com efeito, o nosso trabalho empírico permitiu-nos aceitar a função CES como mais correcta para a especificação da função de produção agregada do conjunto dos dezassete uma vez que o valor estimado da elasticidade de substituição é superior à

unidade. O mesmo se verificou para a maioria dos países quando individualmente considerados.

Em termos de conclusões acerca de uma eventual aproximação dos níveis de vida dos dezassete os resultados não são muito favoráveis. Os valores estimados para os parâmetros da função CES relativamente aos quatro inicialmente mais desfavorecidos apontam para um aprofundamento das disparidades.

No ponto seguinte expomos um modelo de crescimento no espírito do modelo de Solow (1956) com função de produção agregada CES e analisamos as consequências desta hipótese em termos de crescimento, na ausência de progresso técnico, e convergência. Efectuamos também uma breve comparação com o mesmo modelo mas considerando uma função de produção agregada de Cobb-Douglas. No ponto 3, expomos os nossos resultados da estimação da função CES para o conjunto da amostra e para cada país individualmente considerado. No ponto 4 concluímos.

2. CRESCIMENTO ENDÓGENO NUM MODELO DE CRESCIMENTO NEOCLÁSSICO COM FUNÇÃO DE PRODUÇÃO CES

A economia produz um único bem que é simultaneamente bem de consumo e bem de investimento e que se designa por Y , que representa quer o produto, quer rendimento real da economia (unisectorial). O produto vai ser dedicado ou ao consumo, C , ou à poupança, S . A poupança dá origem a um investimento, I , de igual montante. Tal significa que em todos os períodos se verifica a igualdade entre a poupança e o investimento, condição que garante o equilíbrio da economia.

A poupança é uma fracção constante, s , do produto,

$$S = sY \quad (1)$$

e o stock de capital físico, K , resulta da acumulação do bem único produzido na economia, logo,¹

$$\dot{K} = \frac{dK}{dt} = I - \mu K \quad (2)$$

onde μ representa a taxa de depreciação do stock de capital – em cada período t , uma parcela constante do capital, μK , deixa de poder ser utilizada.

¹ Doravante, $\dot{x} = dx/dt$ representará a taxa de variação instantânea da variável x .

A força de trabalho, L , cresce a uma taxa constante e exógena, n , pelo que, em qualquer período t , a força de trabalho é dada por,

$$L(t) = L(0)e^{nt} \quad (3)$$

Se considerarmos uma função de produção que viola a condição de Inada que diz que $\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\partial Y}{\partial K} = 0$, mas que apresenta produtividades marginais decrescentes, é possível obter um modelo de crescimento endógeno que prevê convergência entre as economias, no sentido de aproximação dos seu níveis de produto per capita e das suas taxas de crescimento, pelo menos para determinados valores do stock de capital.

Consideremos então, não uma função de produção de Cobb-Douglas como é usual nos estudos empíricos de crescimento, mas uma função de produção CES² da forma,

$$Y = A\{\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}\}^{-1/\rho}, \text{ com } A > 0, \delta \in [0,1] \text{ e } \rho \geq -1 \quad (4)$$

e que deve o seu nome ao facto de, para quaisquer valores de K e L , a elasticidade de substituição dos mesmos, σ , ser constante:

$$\sigma = -\frac{\partial(L/K)}{L/K} \frac{(\partial Y / \partial K) / (\partial Y / \partial L)}{\partial[(\partial Y / \partial K) / (\partial Y / \partial L)]} = \frac{1}{1 + \rho} \quad (5)$$

Ao considerarmos rendimentos constantes à escala, como também é usual nos estudos empíricos de crescimento, podemos escrever o produto por trabalhador,

$$y = A\{\delta k^{-\rho} + (1-\delta)\}^{-1/\rho} \text{ com } y = \frac{Y}{L} \text{ e } k = \frac{K}{L} \quad (6)$$

A produtividade marginal e a produtividade média de k são dadas respectivamente por,

$$f'(k) = A\delta\{\delta + (1-\delta)k^\rho\}^{-(1+\rho)/\rho} \quad (7)$$

$$\frac{f(k)}{k} = A\{\delta + (1-\delta)^{-\rho} k^\rho\}^{-1/\rho} \quad (8)$$

ambas positivas e decrescentes em k , qualquer que seja o valor de ρ .

Ora a taxa de crescimento do produto per capita depende da taxa de crescimento de k , e esta, por sua vez, depende da respectiva produtividade média,

² Constant Elasticity of Substitution.

$$\frac{\dot{k}}{k} = s \frac{f(k)}{k} - (n + \mu) \tag{9}$$

Assim, se $f(k)/k$, apesar de decrescente, tender para um valor positivo superior a $(n+\delta)$, vamos ter uma taxa de crescimento positiva para y e k no longo prazo:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} f(k) / k = A \delta^{-1/\rho} > 0 \tag{10}$$

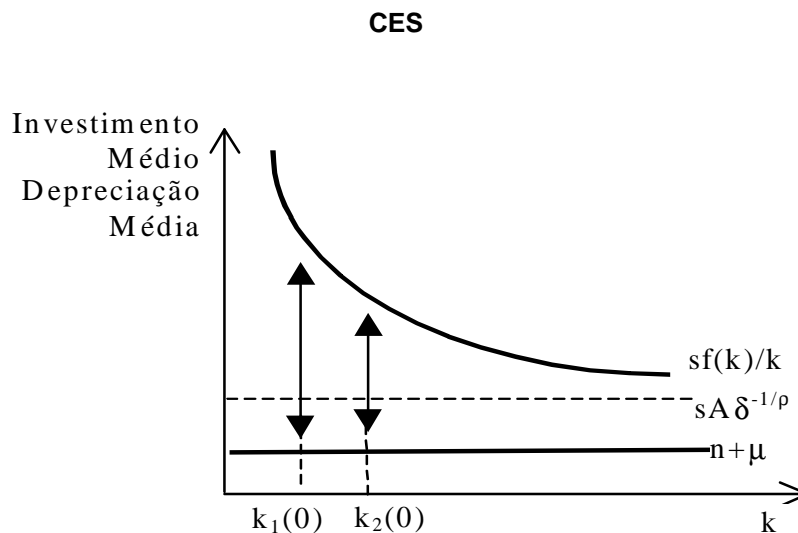
se $\rho > -1$, ou seja, no caso de elevada elasticidade de substituição dos factores ($\sigma > 1$).

A taxa de crescimento de k vem agora igual a,

$$\frac{\dot{k}}{k} = sA\delta^{-1/\rho} - (n + \mu) \tag{11}$$

e podemos representá-la graficamente (ver Fig.1). Para qualquer valor de k , a respectiva taxa de crescimento é igual à diferença entre o investimento médio ($sf(k)/k$) e a depreciação média ($n+\mu$).

Fig. 1. Taxa de crescimento do stock de capital por trabalhador com função de produção



Assim, no longo prazo a economia registará crescimento endógeno enquanto no curto prazo se verificará uma aproximação dos níveis de produto per capita das várias economias se tiverem as mesmas características estruturais.

Podemos também chegar a uma expressão para a velocidade de convergência (β) do produto per capita na vizinhança da situação de equilíbrio:

$$\frac{d \log y}{dt} = -\beta \log \frac{y}{y^*} \tag{12}$$

onde y^* representa o valor de equilíbrio do produto per capita, sendo:

$$\beta = -(n + \mu) \left[1 - \delta \left(\frac{sA}{n + \mu} \right)^{-\rho} \right] \quad (13)$$

o que significa que, ao contrário dos modelos de crescimento que consideram uma função de produção agregada do tipo Cobb-Douglas, agora a velocidade de convergência depende da propensão a poupar, s , e do parâmetro tecnológico, A . Na situação em que a elasticidade de substituição dos factores é elevada, ou seja, $\rho < 0$, β é decrescente em sA .

A função de produção agregada de Cobb-Douglas é um caso particular da função CES. À medida que ρ se aproxima de zero, σ aproxima-se de 1, isto é, a elasticidade de substituição dos factores torna-se constante, característica da função Cobb-Douglas.

Podemos logaritmizar a função de produção CES e calcular o respectivo limite à medida que $\rho \rightarrow 0$:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \log Y = \log A - \frac{1}{\rho} \lim_{\rho \rightarrow 0} \log(\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}) = \log A + \frac{0}{0} \quad (14)$$

Aplicando a regra de L'Hôpital vem:

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} \log Y &= \log A + \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\delta K^{-\rho} \log K + (1 - \delta)L^{-\rho} \log L}{\delta K^{-\rho} + ((1 - \delta)L)^{-\rho}} = \\ &= \log A + \delta \log K + (1 - \delta) \log L \end{aligned} \quad (15)$$

Assim, para $\rho=0$, virá:

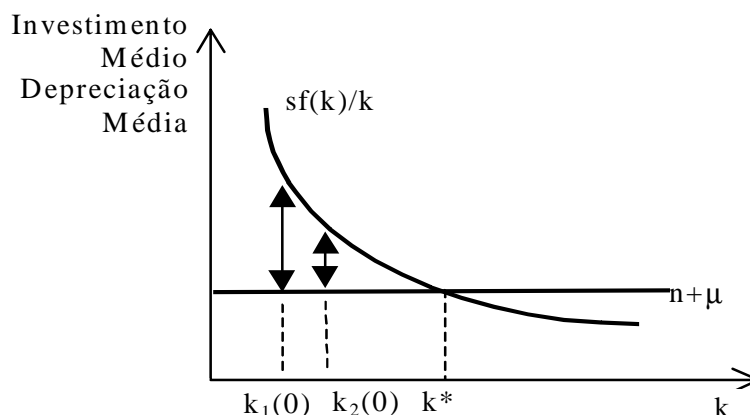
$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} \text{ com } \alpha = \delta \quad (16)$$

a função de produção agregada mais utilizada nos estudos empíricos de crescimento, em que as participações dos factores bem como a elasticidade de substituição dos mesmos são constantes.

Agora a produtividade média do capital tende para zero à medida que k tende para infinito e a respectiva taxa de crescimento é:

$$\frac{\dot{k}}{k} = sAk^{\alpha-1} - (n + \mu) = s \frac{f(k)}{k} - (n + \mu) \quad (17)$$

e podemos voltar a representá-la graficamente (ver Fig. 2).

Fig. 2. Taxa de crescimento do stock de capital por trabalhador com função de produção Cobb-Douglas

Segundo esta hipótese as economias vão tender para uma situação de equilíbrio, k^* , em que o stock de capital deixa de crescer a não ser que haja progresso técnico, ou seja, crescimento exógeno. Para valores do stock de capital inferiores ao valor de equilíbrio a taxa de crescimento do stock de capital é positiva registando as economias mais pobres taxas de crescimento superiores.

Podemos novamente chegar a uma expressão para a velocidade de convergência (β) do produto per capita na vizinhança da situação de equilíbrio:

$$\beta = (1 - \alpha)(n + \mu) \quad (18)$$

Agora a velocidade de convergência já não depende da propensão a poupar, s , nem do parâmetro tecnológico, A .

3. ESTIMAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO CES

Dada a ênfase por nós colocada no estudo do crescimento no seio da Europa, a nossa amostra é composta por dezassete países europeus: catorze dos actuais membros da União Europeia³ e ainda a Islândia, a Noruega e a Suíça, em virtude da sua proximidade geográfica e histórica. O período em análise vai de 1960 a 1987, sendo os dados anuais.

Na análise empírica da função de produção agregada CES vamos utilizar a base de dados de Duffy e Papageorgiou (1999). Estes autores recorrem à base de dados STARS do Banco Mundial da qual obtêm os valores do PIB e do stock de capital físico agregado, ambos a preços constantes de 1987, na moeda de cada país, que por sua vez foram

convertidos em dólares constantes de 1987. Daqui retiraram também os valores da força de trabalho com idades entre os 15 e os 64. Os dados relativos ao capital ao humano dizem respeito ao número médio de anos de escolaridade da força de trabalho, base de dados construída por Nehru, Swanson e Dubey (1995) e única do nosso conhecimento que possui dados anuais de educação. Na construção desta base de dados foi tida em conta a percentagem de alunos que desiste de estudar, bem como os que repetem o ano.

Tal como Duffy e Papageorgiou (1999) começámos por considerar a função de produção agregada não linear (CES):

$$Y_{it} = A_0 \left[\delta K_{it}^{-\rho} + (1 - \delta) L_{it}^{-\rho} \right]^{-\frac{v}{\rho}} e^{\lambda t + \varepsilon_{it}} \quad (19)$$

onde A_0 representa o valor inicial (em 1960) do parâmetro representativo dos efeitos de escala e, com progresso técnico neutro no sentido de Hicks:

$$A_t = A_0 e^{\lambda t} \quad (20)$$

Logaritmizando a função de produção agregada vem:

$$\log Y_{it} = \log A_0 + \lambda t - \frac{v}{\rho} \log \left[\delta K_{it}^{-\rho} + (1 - \delta) L_{it}^{-\rho} \right] + \varepsilon_{it} \quad (21)$$

É esta a primeira equação a estimar⁴. Quais os resultados que poderão ser mais interessantes? Se $\rho < 0$ então $\sigma = 1/(1+\rho) > 1$ contrariando assim a hipótese da função de produção ser do tipo Cobb-Douglas e não sendo possível rejeitar a hipótese de crescimento endógeno.

Quadro 1: Resultados das estimações com L*

	Dezassete	AUT	BEL	DNK	FIN	FRA	DEU	GRC	ICL
ρ	-0.194 (-7.369)	-0.298 (-9.973)	-1.200 (-8.200)	-0.217 (-6.730)	-0.781 (-93.06)	-0.820 (-8.841)	-0.564 (-12.88)	-1.376 (-12.52)	-0.397 (-3.763)
δ	0.242 (27.358)	0.099 (28.098)	0.179 (13.375)	0.056 (7.434)	0.023 (42.696)	0.280 (13.274)	0.074 (23.287)	0.087 (19.85)	0.536 (7.958)
λ	-0.001 (-0.601)	-0.014 (-5.526)	-0.002 (-2.893)	0.006 (2.768)	-0.011 (-28.95)	-0.003 (-2.922)	-0.010 (-16.81)	-0.011 (-32.55)	-0.003 (-5.152)
A_0	10414 (43.468)	42873 (28.107)	160.6 (4.257)	275681 (83.863)	5682 (164.31)	190 (20.475)	3905 (30.149)	234 (42.247)	126 (67.7)
DPE	0.124	0.021	0.020	0.019	0.016	0.034	0.017	0.012	0.016

*Resultados obtidos através do método da máxima verosimilhança corrigindo a heteroscedasticidade e a autocorrelação dos erros e impondo a restrição $v=1$. Valores da estatística t de Student entre parêntesis. DPE=desvio padrão da estimação.

³ Não se considera o Luxemburgo devido à falta de disponibilidade de dados relativos à educação.

⁴ Apesar de na exposição do modelo de crescimento com função de produção CES termos partido da hipótese de que $v=1$, ou seja, de rendimentos constantes à escala, nas nossas estimações fomos também testar esta hipótese tendo-se verificado que é aceite na maioria dos casos.

Quadro 1: Resultados das estimações com L (CONTINUAÇÃO)

	IRL	ITA	NLD	NOR	PRT	SPA	SWE	SWT	UK
ρ	-1.156 (-17.84)	0.436 (0.05)	-0.401 (-24.78)	-0.135 (-5.377)	-1.923 (-10.39)	-0.241 (-6.566)	-0.465 (-18.76)	-2.689 (-10.82)	-0.178 (-3.473)
δ	0.138 (26.348)	0.461 (0.071)	0.063 (13.55)	0.228 (17.142)	0.112 (9.978)	0.049 (12.549)	0.053 (20.448)	0.083 (8.277)	0.548 (12.92)
λ	-0.010 (-17.84)	0.023 (7.845)	-0.011 (-15.12)	0.009 (2.988)	-0.009 (-16.04)	0.005 (2.832)	-0.015 (-9.29)	-0.006 (-12.41)	-0.003 (-1.239)
A_0	228 (86.304)	309279 (25.948)	29614 (94.38)	22181 (22.449)	115 (58.427)	211928 (63.824)	19477 (38.802)	105 (58.85)	552 (59.589)
DPE	0.021	0.025	0.010	0.018	0.018	0.018	0.016	0.018	0.024

A primeira coluna do Quadro 1 contém os resultados da estimação da equação (21) depois de aceite a restrição de que $v=1$. Podemos constatar que, à excepção de λ , todos os coeficientes são estatisticamente significativos e tomam valores plausíveis do ponto de vista económico. Sendo o valor estimado de ρ negativo tal significa que a elasticidade de substituição entre o capital e o trabalho é superior à unidade ao contrário da hipótese considerada quando a função de produção é do tipo Cobb-Douglas. Além disso não é possível rejeitar a hipótese de crescimento na ausência de progresso técnico, ou seja, é possível crescimento endógeno ao contrário do que aconteceria se a função correspondesse ao caso particular de Cobb-Douglas. O parâmetro δ pode ser interpretado como um parâmetro de distribuição (ver Duffy e Papageorgiou 1999, p. 15), correspondendo no caso da função de Cobb-Douglas à participação do capital no produto. Como os autores anteriores referem, no caso da função CES a sua interpretação é mais complicada uma vez que a participação do capital no produto depende não só de δ , mas também de K , L e ρ ($s_k = \frac{\delta K^{-\rho}}{\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}}$). Como $s_k \in [0,1]$ então $\delta \in [0,1]$, intervalo ao qual pertence o nosso valor estimado de δ . Por outro lado, uma vez que $\partial s_k / \partial \delta > 0$, teremos que, para dados valores de K , L e ρ , quanto mais elevado for δ mais elevada é a participação do capital no produto. O valor estimado de λ , o coeficiente da tendência do logaritmo do PIB real é negativo mas não significativo.

Os resultados dos estudos empíricos de crescimento traduzem o comportamento de uma economia típica supondo que o valor estimado dos parâmetro se aplica a todos os países da amostra. Com o objectivo de ter alguma percepção das diferenças em termos de parâmetros da função de produção entre os nossos países europeus, de forma a avaliar de

alguma forma as consequências relativamente a um país específico da amostra da consideração de valores médios, efectuámos a estimação da equação (21) para cada um dos dezassete países da nossa amostra. Estes resultados encontram-se nas restantes colunas do Quadro 1.

Relativamente ao parâmetro ρ o seu valor estimado é negativo e significativo para todos os países da amostra à excepção da Itália em que se obteve um valor positivo mas não significativo. Todavia os valores estimados para a Bélgica, Grécia, Irlanda, Portugal e Suíça são superiores (em valor absoluto) à unidade o que é difícil de interpretar em termos económicos. De qualquer forma, podemos dizer que é possível para todos os países rejeitar o caso particular da função de produção agregada de Cobb-Douglas e aceitar a hipótese de crescimento endógeno. Esse crescimento será menor para países como a França, a Finlândia, a Alemanha, a Itália, a Suécia e a Holanda ($sA\delta^{-1/\rho}$ menor e logo mais próximo de $n+\mu$) o que por sua vez aponta para uma redução das disparidades no grupo uma vez que estes são os países com maior nível de produto por trabalhador. Curiosamente são os chamados países do Sul, à excepção da Espanha que apresentam os resultados de mais difícil interpretação neste campo.

Já em relação ao parâmetro δ , os respectivos valores estimados são positivos e estatisticamente significativos para todos os países sem excepção e além disso situam-se no intervalo $[0,1]$. Já no que respeita à sua dimensão parece não ser possível deduzir um padrão de comportamento para este parâmetro em função do nível de desenvolvimento dos países. Por exemplo, o Reino Unido apresenta o valor mais elevado (0.548) o que traduz uma elevada participação do capital no produto mas já a Alemanha apresenta um valor que é dos mais baixos obtidos (0.074). Em relação aos países do Sul, Portugal e a Irlanda apresentam valores na casa dos 10%, enquanto a Grécia e sobretudo a Espanha apresentam valores mais baixos (8.7% e 4.9%, respectivamente). De referir ainda que a taxa de crescimento do produto das economias com valores mais elevados de δ será também superior o que constitui um factor de alguma divergência na nossa amostra uma vez que os quatro países inicialmente mais pobres registam dos menores valores estimados de δ (em especial a Grécia e a Espanha).

Quanto aos valores estimados de λ , o coeficiente da tendência, este é negativo e significativo para doze dos dezassete países embora registe valores bastante reduzidos pelo que a sua influência sobre o $\log Y$ é também reduzida. Dinamarca, Itália, Noruega e Espanha têm por sua vez valores positivos e significativos embora também muito

reduzidos. A Grécia e a Irlanda apresentam valores estimados mais elevados, em valor absoluto, do que Portugal ou Espanha o que prejudica a sua posição relativa no grupo.

Finalmente, no que respeita aos valores estimados do parâmetro A_0 , estes são positivos e significativos em todos os países mas registando-se um grande intervalo de variação. A Itália regista o valor estimado mais elevado (309279) enquanto a Suíça regista o valor mais baixo (105). Os valores deste parâmetro vão também influenciar positivamente a taxa de crescimento do produto de longo prazo influenciando assim a convergência entre os dezassete. Grécia, Irlanda e Portugal são prejudicados neste aspecto dado o reduzido valor estimado obtido para o parâmetro (234, 228 e 115, respectivamente). Já a Espanha parte de uma situação bastante mais favorável com um valor estimado de 211928.

Uma vez que muitos dos trabalhos empíricos sobre o crescimento consideram o capital humano como um factor de produção acumulável, uma segunda parte do nosso estudo empírico da especificação da função de produção agregada consistiu em testar também a equação (21) considerando não a força de trabalho, L , mas a força de trabalho ajustada, HL , com $HL=E^\phi \times L$ e $\phi=1$, onde E representa o número médio de anos de escolaridade da força de trabalho. O parâmetro $\phi > 0$ representa o retorno da educação. Nas nossas estimações considerámos $\phi=1$, tal como Lucas (1988) e Rebelo (1991) (Duffy e Papageorgiou 1999, p. 11). No nosso caso, para evitar enviesamentos resultantes da possível endogeneidade do número médio de anos de escolaridade da força de trabalho, efectuou-se uma regressão com efeitos fixos dos mesmos em função do PIB real e utilizaram-se os resíduos desta estimação como representativos do capital humano.

Quadro 2: Resultados das estimações com HL*

	Dezassete	AUT	BEL	DNK	FIN	FRA	DEU	GRC	ICL
ρ	-0.223 (-10.56)	-0.426 (-15.71)	-1.416 (-8.55)	-0.147 (-5.68)	-0.326 (-23.94)	-0.734 (-1.79)	-0.475 (-14.53)	-1.706 (-31.20)	-0.229 (-0.786)
δ	0.200 (60.546)	0.063 (25.142)	0.120 (20.877)	0.148 (7.363)	0.125 (9.761)	0.065 (0.842)	0.173 (15.358)	0.108 (13.239)	0.623 (2.875)
λ	-0.002 (-1.021)	-0.018 (-11.163)	-0.002 (-3.008)	0.002 (1.286)	-0.006 (-6.987)	-0.0003 (-0.243)	-0.010 (-18.24)	-0.011 (-34.37)	-0.002 (-0.54)
A_0	13003 (43.517)	24785 (33.887)	171 (33.616)	91309 (59.989)	14129 (40.342)	1604 (14.49)	1550 (65.694)	146 (63.939)	170 (15.226)
DPE	0.123	0.021	0.020	0.020	0.013	0.036	0.017	0.012	0.016

*Resultados obtidos através do método da máxima verosimilhança corrigindo a heteroscedasticidade e a autocorrelação dos erros e impondo a restrição $v=1$. Valores da estatística t de Student entre parêntesis. DPE=desvio padrão da estimação.

Quadro 2: Resultados das estimações com HL (CONTINUAÇÃO)

	IRL	ITA	NLD	NOR	PRT	SPA	SWE	SWT	UK
ρ	-0.741 (-3.299)	-1.205 (-13.96)	-0.626 (-70.76)	-0.083 (-4.636)	-2.426 (-8.311)	-0.366 (-15.98)	-0.500 (-21.05)	-2.598 (-9.279)	-0.238 (-0.152)
δ	0.057 (8.474)	0.022 (3.885)	0.046 (34.468)	0.309 (8.298)	0.088 (8.07)	0.032 (22.653)	0.046 (30.117)	0.082 (8.289)	0.480 (0.161)
λ	-0.011 (-4.986)	-0.002 (-2.284)	-0.017 (-49.82)	0.006 (2.535)	-0.009 (-20.08)	-0.001 (-0.501)	-0.015 (-10.33)	-0.006 (-11.87)	-0.004 (-0.481)
A_0	1955 (5.658)	1081 (19.528)	6884 (161.07)	17466 (15.333)	101 (48.526)	131795 (73.44)	17998 (42.925)	109 (53.856)	570 (0.64)
DPE	0.026	0.036	0.014	0.020	0.018	0.019	0.016	0.018	0.024

A primeira coluna do Quadro 2 contém os resultados da estimação da equação (21) com a força de trabalho ajustado pelo capital humano, como descrita anteriormente e mais uma vez depois de aceite a restrição de que $v=1$ (rendimentos de escala constantes). Da análise do quadro podemos concluir que, à exceção de λ , todos os coeficientes são estatisticamente significativos e têm o sinal previsto não se desviando dos resultados obtidos com L (Quadro 1). Novamente o valor estimado de ρ é negativo pelo que a elasticidade de substituição entre o capital e o trabalho é superior à unidade e não é possível rejeitar a hipótese de crescimento na ausência de progresso técnico, ou seja, é possível crescimento endógeno ao contrário do que aconteceria se a função correspondesse ao caso particular de Cobb-Douglas. O parâmetro δ situa-se também no intervalo $[0,1]$ como prevê a teoria económica. O valor estimado de λ , o coeficiente da tendência do logaritmo do PIB real é negativo mas não significativo.

Voltámos também a repetir a estimação da equação (21) com a força de trabalho ajustada pelo capital humano país a país de forma ter alguma percepção das diferenças em termos de parâmetros da função de produção entre os nossos países europeus e das consequências dessas diferenças em termos de crescimento e convergência. Estes resultados encontram-se nas restantes colunas do Quadro 2.

Os valores estimados do parâmetro ρ são negativos e significativos para quinze dos dezassete países da amostra à exceção da Islândia e do Reino Unido em que se obteve um valor negativo mas não significativo. Novamente os valores estimados para a Bélgica, Grécia, Itália, Portugal e Suíça (a Irlanda regista agora um valor superior a -1) são superiores (em valor absoluto) à unidade o que é difícil de interpretar em termos

económicos. De qualquer forma podemos dizer que é possível para a maioria dos países rejeitar o caso particular da função de produção agregada de Cobb-Douglas e aceitar a hipótese de crescimento endógeno. Esse crescimento será menor novamente para países como a Áustria, a França, a Alemanha, a Suécia, a Irlanda e a Holanda, o que por sua vez aponta para uma redução das disparidades no grupo (à excepção da Irlanda que regista agora um valor elevado mas superior a -1) uma vez que estes são os países com maior nível de produto por trabalhador. Novamente Portugal e Grécia apresentam os resultados de mais difícil interpretação neste campo sendo difícil tirar conclusões em termos comparativos no que respeita ao crescimento e à convergência.

Quanto aos valores estimados de δ são positivos e estatisticamente significativos para todos os países sem excepção e além disso situam-se no intervalo $[0,1]$. Mais uma vez no que respeita à sua dimensão parece não ser possível deduzir um padrão de comportamento para este parâmetro em função do nível de desenvolvimento dos países. Agora é a Islândia que apresenta o valor mais elevado (0.623), seguida do Reino Unido com um valor de 0.480, o que traduz uma elevada participação do capital no produto, mas agora é a França que apresenta um valor que é dos mais baixos obtidos (0.065). Em relação aos países do Sul, a Espanha é novamente o país que regista o valor mais baixo (0.032) enquanto a Grécia passa a primeiro do Grupo (0.102). Portugal e a Irlanda apresentam valores de 0.088 e 0.057, respectivamente. De referir ainda que a taxa de crescimento do produto das economias com valores mais elevados de δ será também superior, o que constitui um factor de alguma divergência na nossa amostra uma vez que os quatro países inicialmente mais pobres registam dos menores valores estimados de δ (em especial a Irlanda e a Espanha).

Analisando os valores estimados de λ , verificamos que são negativos e significativos para onze dos dezassete países continuando a registar valores bastante reduzidos pelo que a sua influência sobre o $\log Y$ é também reduzida. A Dinamarca e a Noruega são os únicos países com valores positivos mas apenas significativo para o segundo país. Irlanda e Grécia são os países do Sul com valores estimados mais negativos o que prejudica a sua prestação relativa.

Para terminar, no que respeita aos valores estimados do parâmetro A_0 , estes são mais uma vez positivos e significativos em todos os países mas, tendo-se novamente um grande intervalo de variação destes valores entre os vários países da amostra. A Espanha é agora o país que regista o valor estimado mais elevado (131795) enquanto a Portugal

registra o valor mais baixo (101). Novamente a Grécia é também prejudicada em termos de crescimento e convergência pelo reduzido valor estimado deste (146), enquanto a Irlanda melhora a sua posição (1855).

4. Conclusões

O objectivo desta comunicação foi, seguindo Duffy e Papageorgiou (1999), testar a especificação da função de produção agregada para a uma amostra composta por 17 países europeus, ou seja, colocar a questão: será a tecnologia destes países representada mais correctamente por uma função de produção CES do que por uma função de produção Cobb-Douglas? Em caso afirmativo teremos importantes consequências no que respeita aos resultados dos estudos empíricos acerca do crescimento económico pois, se a elasticidade de substituição dos factores é superior à unidade ($\sigma > 1$), há crescimento endógeno potencial.

Começámos então por expor um modelo de crescimento no espírito do modelo de Solow inicial (sem progresso técnico e com propensão a poupar exógena) com uma função de produção CES para concluir que com esta hipótese relativa à função de produção as economias podem crescer mesmo na ausência de progresso técnico, ou seja, há crescimento endógeno. Comparámos também esta situação com a que ocorre no caso da função de produção ser do tipo Cobb-Douglas, sendo as conclusões relativas ao crescimento bastante diferentes. Neste caso, só há crescimento do produto per capita se houver progresso técnico, ou seja, o crescimento é exógeno.

Efectuámos em seguida uma análise empírica da especificação da função de produção com base em dados em painel (com dados em painel e séries temporais) para o período de 1960 a 1987. Os dados por nós utilizados foram os de Duffy e Papageorgiou (1999) que por sua vez recorrem à base de dados STARS do Banco Mundial. As equações foram estimadas através do método da máxima verosimilhança com correcção da autocorrelação e da heteroscedasticidade utilizando o RATS 5.00. Uma vez que muitos dos trabalhos empíricos sobre o crescimento consideram o capital humano como um factor de produção acumulável testámos a função CES considerando não apenas a força de trabalho, L , mas também a força de trabalho ajustada, HL , com $HL = E^\phi L$ e $\phi = 1$, onde E representa o número médio de anos de escolaridade da força de trabalho.

O nosso trabalho empírico permitiu-nos com efeito aceitar a função CES como mais correcta para a especificação da função de produção agregada do conjunto dos dezassete uma vez que o valor estimado da elasticidade de substituição é superior à

unidade, quer utilizando a força de trabalho, L , quer utilizando a força de trabalho ajustada, HL . Todos os coeficientes se revelaram estatisticamente significativos e com valores plausíveis do ponto de vista económico (à excepção de λ). Sendo o valor estimado de ρ negativo tal significa que a elasticidade de substituição entre o capital e o trabalho é superior à unidade ao contrário da hipótese considerada quando a função de produção é do tipo Cobb-Douglas. Além disso não é possível rejeitar a hipótese de crescimento na ausência de progresso técnico, ou seja, é possível crescimento endógeno ao contrário do que aconteceria se a função correspondesse ao caso particular de Cobb-Douglas.

Como os resultados dos estudos empíricos de crescimento traduzem o comportamento de uma economia típica ao supor que o valor estimado dos parâmetros se aplica a todos os países da amostra, decidimos também testar a função CES para cada um dos países da amostra (análise com séries temporais). Deste modo é possível ter alguma percepção das diferenças em termos de parâmetros da função de produção entre os nossos países europeus, e assim avaliar as consequências relativamente a um país específico da amostra da consideração de valores médios em termos de crescimento e convergência.

Neste campo, quer considerando a força de trabalho, quer considerando a força de trabalho ajustada, os resultados não são os mais animadores. O parâmetro ρ revelou-se negativo e significativo para a maioria dos países da amostra todavia os valores estimados para a Grécia e Portugal e Suíça são superiores (em valor absoluto) à unidade o que é difícil de interpretar em termos económicos. De qualquer forma podemos dizer que é possível para todos os países rejeitar o caso particular da função de produção agregada de Cobb-Douglas e aceitar a hipótese de crescimento endógeno. Os valores de ρ favorecem a aproximação dos países pois são os países inicialmente mais ricos aqueles que registam valores superiores (em valor absoluto) e logo $(sA\delta^{-1/\rho})$ será menor nesses países porque mais próximo de $n+\mu$. Mas são os chamados países do Sul, à excepção da Espanha e da Irlanda quando se considera HL que apresentam os resultados de mais difícil interpretação neste campo. Por outro lado, a taxa de crescimento do produto das economias com valores mais elevados de δ será também superior o que constitui um factor de alguma divergência na nossa amostra uma vez que os quatro países inicialmente mais pobres registam dos menores valores estimados de δ (em especial a Grécia e a Espanha). Também os valores estimados de λ e A_0 prejudicam em geral os nossos quatro países mais desfavorecidos.

Em suma, podemos dizer que a análise das causas do crescimento e eventual convergência entre países europeus, face aos nossos resultados, será mais correctamente estudada se, ao contrário do que é usual, os estudos empíricos do crescimento, passarem a utilizar nos seus modelos teóricos de suporte uma função de produção agregada do tipo CES e não do tipo Cobb-Douglas.

5. referências bibliográficas

- [1] Barro, R. (1991), “Economic growth in a cross section of countries”, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106(2), Maio, pp. 407-443.
- [2] Barro, R. e Sala-I-Martin, X. (1995), *Economic Growth*, McGraw-Hill International Editions.
- [3] Benhabib, J. e Spiegel, M. (1994), “The role of human capital in economic development: evidence from aggregate cross-country data”, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 34, pp. 143-173.
- [4] Duarte, A. e Simões, M. (2001), “Principais factores de crescimento da economia portuguesa no espaço europeu”, Comunicação apresentada na *IVª Conferência sobre Economia Portuguesa– Como está a Economia Portuguesa?*, ISEG, Lisboa.
- [5] Duffy, J. e Papageorgiou, C. (1999), “A cross-country empirical investigation of the aggregate production function specification”, *Journal of Economic Growth*, 5: 87-120.
- [6] Islam, N. (1995), “Growth empirics: a panel data approach”, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 110(1195), Novembro, pp. 1127-1170.
- [7] Jones, L.E. e Manuelli, R.E. (1990), “A convex model of equilibrium growth: theory and policy implications”, *Journal of Political Economy*, vol. 98, pp. 1008-1038.
- [8] Lucas, R. E. (1988), “On the mechanics of economic development”, *Journal of Monetary Economics*, vol. 22, pp. 3-42.
- [9] Mankiw, N.; Romer D. e Weil, D. (1992), “A contribution to the empirics of economic growth”, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 107, pp. 407-437.
- [10] Rebelo, S. (1991), “Long-run policy analysis and long-run growth”, *Journal of Political Economy*, vol. 99, pp. 500-521.
- [11] Romer, P. (1986), “Increasing returns and long-run growth”, *Journal of Political Economy*, vol. 94, pp. 1002-1037.

- [12] Simões, Marta (1999), *Convergência de acordo com a Teoria do Crescimento: estudo de algumas hipóteses com aplicação à União Europeia*, Dissertação de Mestrado em Economia, Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, pp. 330.
- [13] Simões, Marta (2000), “La Convergence Réelle Selon la Théorie de la Croissance: Quelles Explications Pour l'Union Européenne?”, *Économie Appliquée*, Tome LIII, nº4, Dezembro.
- [14] Solow, R. (1956), “A contribution to the theory of economic growth”, *Review of Economics and Statistics*, vol. 39, pp. 312-320.
- [15] Solow, R. (1957), “Technical change and the aggregate production function”, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 70(1), pp. 65-94.

ESTUDOS DO G.E.M.F.

2001

- Nº. 10 *A Especificação da Função de Produção Macro-Económica em Estudos de Crescimento Económico.*
- Maria Adelaide Duarte e Marta Simões
- Nº. 9 *Eficácia da Análise Técnica no Mercado Accionista Português*
- Nuno Silva
- Nº. 8 *The Risk Premiums in the Portuguese Treasury Bills Interest Rates: Estimation by a cointegration method*
- José Soares da Fonseca
- Nº. 7 *Principais factores de crescimento da economia portuguesa no espaço europeu*
- Maria Adelaide Duarte e Marta Simões
- Nº. 6 *Inflation Targeting and Exchange Rate Co-ordination*
- Fernando Alexandre, John Driffill e Fabio Spagnolo
- Nº. 5 *Labour Market Transition in Portugal, Spain, and Poland: A Comparative Perspective*
- Paulino Teixeira
- Nº. 4 *Paridade do Poder de Compra e das Taxas de Juro: Um estudo aplicado a três países da UEM*
- António Portugal Duarte
- Nº. 3 *Technology, Employment and Wages*
- John T. Addison e Paulino Teixeira
- Nº. 2 *Human capital investment through education and economic growth. A panel data analysis based on a group of Latin American countries*
- Maria Adelaide Duarte e Marta Simões
- Nº. 1 *Risk Premiums in the Portuguese Treasury Bills Interest Rates from 1990 to 1998. An ARCH-M Approach*
- José Soares da Fonseca

2000

- Nº. 8 *Identificação de Vectores de Cointegração: Análise de Alguns Exemplos*
- Pedro Miguel Avelino Bação
- Nº. 7 *Imunização e M-quadrado: Que relação?*
- Jorge Cunha
- Nº. 6 *Eficiência Informacional nos Futuros Lisbor 3M*
- Nuno M. Silva
- Nº. 5 *Estimation of Default Probabilities Using Incomplete Contracts Data*
- J. Santos Silva e J. Murteira

- Nº. 4 *Un Essai d'Application de la Théorie Quantitative de la Monnaie à l'économie portugaise, 1854-1998*
- João Sousa Andrade
- Nº. 3 *Le Taux de Chômage Naturel comme un Indicateur de Politique Economique? Une application à l'économie portugaise*
- Adelaide Duarte e João Sousa Andrade
- Nº. 2 *La Convergence Réelle Selon la Théorie de la Croissance: Quelles Explications pour l'Union Européenne?*
- Marta Cristina Nunes Simões
- Nº. 1 *Política de Estabilização e Independência dos Bancos Centrais*
- João Sousa Andrade

1999

- Nº. 9 *Nota sobre a Estimação de Vectores de Cointegração com os Programas CATS in RATS, PCFIML e EVIEWS*
- Pedro Miguel Avelino Bação
- Nº. 8 *A Abertura do Mercado de Telecomunicações Celulares ao Terceiro Operador: Uma Decisão Racional?*
- Carlos Carreira
- Nº. 7 *Is Portugal Really so Arteriosclerotic? Results from a Cross-Country Analysis of Labour Adjustment*
- John T. Addison e Paulino Teixeira
- Nº. 6 *The Effect of Dismissals Protection on Employment: More on a Vexed Theme*
- John T. Addison, Paulino Teixeira e Jean-Luc Grosso
- Nº. 5 *A Cobertura Estática e Dinâmica através do Contrato de Futuros PSI-20. Estimação das Rácios e Eficácia Ex Post e Ex Ante*
- Helder Miguel C. V. Sebastião
- Nº. 4 *Mobilização de Poupança, Financiamento e Internacionalização de Carteiras*
- João Sousa Andrade
- Nº. 3 *Natural Resources and Environment*
- Adelaide Duarte
- Nº. 2 *L'Analyse Positive de la Politique Monétaire*
- Chistian Aubin
- Nº. 1 *Economias de Escala e de Gama nos Hospitais Públicos Portugueses: Uma Aplicação da Função de Custo Variável Translog*
- Carlos Carreira

1998

- Nº. 11 *Equilíbrio Monetário no Longo e Curto Prazos - Uma Aplicação à Economia Portuguesa*
- João Sousa Andrade
- Nº. 10 *Algumas Observações Sobre o Método da Economia*
- João Sousa Andrade

- Nº. 9 *Mudança Tecnológica na Indústria Transformadora: Que Tipo de Viés Afinal?*
- Paulino Teixeira
- Nº. 8 *Portfolio Insurance and Bond Management in a Vasicek's Term Structure of Interest Rates*
- José Alberto Soares da Fonseca
- Nº. 7 *Financial Innovation and Money Demand in Portugal: A Preliminary Study*
- Pedro Miguel Avelino Bação
- Nº. 6 *The Stability Pact and Portuguese Fiscal Policy: the Application of a VAR Model*
- Carlos Fonseca Marinheiro
- Nº. 5 *A Moeda Única e o Processo de Difusão da Base Monetária*
- José Alberto Soares da Fonseca
- Nº. 4 *La Structure par Termes et la Volatilité des Taux d'intérêt LISBOR*
- José Alberto Soares da Fonseca
- Nº. 3 *Regras de Comportamento e Reformas Monetárias no Novo SMI*
- João Sousa Andrade
- Nº. 2 *Um Estudo da Flexibilidade dos Salários: o Caso Espanhol e Português*
- Adelaide Duarte e João Sousa Andrade
- Nº. 1 *Moeda Única e Internacionalização: Apresentação do Tema*
- João Sousa Andrade

1997

- Nº. 9 *Inovação e Aplicações Financeiras em Portugal*
- Pedro Miguel Avelino Bação
- Nº. 8 *Estudo do Efeito Liquidez Aplicado à Economia Portuguesa*
- João Sousa Andrade
- Nº. 7 *An Introduction to Conditional Expectations and Stationarity*
- Rui Manuel de Almeida
- Nº. 6 *Definição de Moeda e Efeito Berlusconi*
- João Sousa Andrade
- Nº. 5 *A Estimação do Risco na Escolha dos Portafólios: Uma Visão Selectiva*
- António Alberto Ferreira dos Santos
- Nº. 4 *A Previsão Não Paramétrica de Taxas de Rentabilidade*
- Pedro Manuel Cortesão Godinho
- Nº. 3 *Propriedades Assintóticas de Densidades*
- Rui Manuel de Almeida
- Nº. 2 *Co-Integration and VAR Analysis of the Term Structure of Interest Rates: an empirical study of the Portuguese money and bond markets*
- João Sousa Andrade e José Soares da Fonseca
- Nº. 1 *Repartição e Capitalização. Duas Modalidades Complementares de Financiamento das Reformas*
- Maria Clara Murteira

1996

- Nº. 8 *A Crise e o Ressurgimento do Sistema Monetário Europeu*
- Luis Manuel de Aguiar Dias
- Nº. 7 *Housing Shortage and Housing Investment in Portugal a Preliminary View*
- Vítor Neves
- Nº. 6 *Housing Mortgage Finance and the British Economy*
- Kenneth Gibb e Nile Istephan
- Nº. 5 *The Social Policy of The European Community, Reporting Information to Employees, a U.K. perspective: Historical Analysis and Prognosis*
- Ken Shackleton
- Nº. 4 *O Teorema da Equivalência Ricardiana: aplicação à economia portuguesa*
- Carlos Fonseca Marinheiro
- Nº. 3 *O Teorema da Equivalência Ricardiana: discussão teórica*
- Carlos Fonseca Marinheiro
- Nº. 2 *As taxas de juro no MMI e a Restrição das Reservas Obrigatórias dos Bancos*
- Fátima Assunção Sol e José Alberto Soares da Fonseca
- Nº. 1 *Uma Análise de Curto Prazo do Consumo, do Produto e dos Salários*
- João Sousa Andrade