

Francisco José Santiago Fernandes Amado Caramelo

INTEGRAÇÃO DA IMAGEM VÍDEO DO PACIENTE NAS  
IMAGENS DE MEDICINA NUCLEAR



2009



Dissertação de Doutoramento apresentada à  
Faculdade de Medicina da Universidade de Coimbra,  
para prestação de provas de Doutoramento em  
Ciências Biomédicas.

A Faculdade de Medicina de Coimbra não aceita qualquer respon-  
sabilidade em relação à doutrina e à forma desta dissertação

(Reg. da Fac. de Med. de Coimbra, 1931, Art.º 108, § único)

Trabalho realizado nos seguintes locais:

- Instituto de Biofísica e Biomatemática da Faculdade de Medicina de Coimbra
- Hospitais Privados de Portugal – Departamento de Medicina Molecular (Porto)

Ao António e à Assunção



Caminante, son tus huellas  
el camino, y nada más;  
caminante, no hay camino,  
se hace camino al andar.  
Al andar se hace camino,  
y al volver la vista atrás  
se ve la senda que nunca  
se ha de volver a pisar.  
Caminante, no hay camino,  
sino estelas en la mar.

(Antonio Machado)



# Agradecimentos

Um trabalho desta natureza é impossível de ser realizado sem a ajuda e a colaboração de uma grande equipa. Ao longo do tempo foram muitas as pessoas que contribuíram e tornaram realizável os objectivos a que nos propusemos. Seria impraticável nomear todos aqueles que desta ou daquela forma cooperaram neste trabalho pelo que desde já me penitencio por esse imerecido esquecimento agradecendo de forma humilde a sua colaboração.

Existem, no entanto, pessoas que pela sua intervenção directa tiveram um papel preponderante na execução do presente projecto.

Ao Prof. Doutor João José Pedroso de Lima desejo expressar a minha gratidão por todas as oportunidades concedidas e pela confiança depositada. A sua orientação esclarecida foi essencial para me manter focado nos objectivos a atingir e, as suas questões sempre pertinentes foram um estímulo fundamental para aprofundar o meu conhecimento. O seu exemplo científico foi e continua a ser fundamental na minha formação.

Quero expressar o meu agradecimento ao Prof. Doutor Nuno Chichorro Ferreira pelo seu apoio ímpar na realização desta tese. Foram inúmeras as discussões científicas que tivemos ao longo do trabalho com um excelente proveito para a melhoria do resultado final. A minúcia colocada pelo Prof. Nuno Ferreira em cada assunto revelou-se uma fonte de confiança nos procedimentos e resultados. E, as sugestões de novas estratégias a serem exploradas surgiram em tempo oportuno o que permitiu acelerar o trabalho.

Ao Prof. Doutor Durval Campos Costa quero expressar o meu reconhecimento e amizade que, desde o primeiro momento, se mostrou receptivo para colaborar nos objectivos traçados. O seu apoio foi demonstrado em diversas situações destacando-se, contudo, a sua participação activa no projecto submetido e aprovado ao Instituto de Investigação Interdisciplinar da Universidade de Coimbra, que suportou em parte o tema da dissertação.

À Prof. Doutora Maria Filomena Botelho desejo manifestar o meu agradecimento pela condições proporcionadas que possibilitaram a realização de muitas das tarefas essenciais desta dissertação. A sua preocupação atenta ao decorrer dos trabalhos foi continuamente um motivo de estímulo.

Ao Doutor Antero Abrunhosa quero agradecer todos os desafios intelectuais que me foi lançando e que deles resultaram algumas das ideias plasmadas neste trabalho.

Ao Prof. Doutor António Miguel Morgado quero manifestar o meu apreço e reconhecimento pela sua ajuda e pacientes explicações nos assuntos relativos à instrumentação que foram tema deste projecto.

Quero manifestar a minha gratidão à ajuda indispensável do Téc. Diogo Borges Faria cujo auxílio desinteressado na aquisição das imagens permitiu uma mais rápida consecução da dissertação.

À Doutora Célia Gomes desejo manifestar o meu apreço pelo seu constante incentivo e sugestões atentas.

À minha família pelo seu incansável apoio. Ao António cujas reclamações contidas foram mais que justas e à Assunção por manter tudo dentro dos trilhos tolerando de forma abnegada os meus muitos “retiros de trabalho”.



# Índice

<b>AGRADECIMENTOS</b>	<b>IX</b>
<b>ÍNDICE</b>	<b>XIII</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>XIX</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>XXIX</b>
<b>GLOSSÁRIO</b>	<b>XXXI</b>
<b>RESUMO</b>	<b>XXXIII</b>
<b>SUMMARY</b>	<b>XXXV</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	<b>1</b>
1. INTRODUÇÃO .....	1
<b>CAPÍTULO 2</b>	<b>5</b>
2. CORRECÇÃO DE MOVIMENTOS EM MEDICINA NUCLEAR CONVENCIONAL .....	5
2.1. PRINCÍPIOS BÁSICOS DA IMAGEM DE MEDICINA NUCLEAR .....	7
2.1.1. A fonte do sinal .....	7

2.1.2.	Interacção da radiação com a matéria .....	10
2.1.3.	Câmara gama .....	15
2.1.4.	Formação da imagem.....	21
2.2.	CORRECÇÃO DE MOVIMENTOS .....	31
2.2.1.	Efeito do movimento nas imagens de emissão .....	32
2.2.2.	Formas de detecção do movimento.....	34
2.2.2.1.	<i>Detecção do movimento a partir das próprias imagens.....</i>	35
2.2.2.2.	<i>Detecção do movimento a partir de instrumentos externos .....</i>	38
2.2.3.	Estratégias de correcção do movimento.....	39

### **CAPÍTULO 3** **43**

3.	CORREGISTO DE IMAGEM.....	43
3.1.	INTRODUÇÃO AO CORREGISTO DE IMAGEM .....	46
3.1.1.	Objecto de registo .....	46
3.1.2.	Modalidades.....	47
3.1.3.	Sujeito.....	48
3.1.4.	Dimensão .....	48
3.1.5.	Dados base.....	48
3.1.6.	Interacção.....	49
3.1.7.	Natureza e domínio da transformação .....	50
3.1.7.1.	<i>Transformação rígida .....</i>	50
3.1.7.2.	<i>Transformação afim.....</i>	51
3.1.7.3.	<i>Transformação projectiva.....</i>	52
3.1.7.4.	<i>Domínio da transformação .....</i>	53
3.1.8.	Método de optimização.....	54
3.1.8.1.	<i>Processo de minimização/maximização .....</i>	54
3.1.8.2.	<i>Funções objectivo .....</i>	61
3.1.8.3.	<i>Reamostragem e interpolação.....</i>	66
3.1.9.	Métodos não rígidos .....	67
3.1.9.1.	<i>Splines de placas finas .....</i>	67
3.1.9.2.	<i>Corregisto elástico.....</i>	68

3.1.9.3. Corregisto fluido.....	69
3.2. CORREGISTO EM MEDICINA NUCLEAR .....	70
3.2.1. Corregisto intramodal .....	71
3.2.2. Corregisto intermodal .....	72
3.2.2.1. Aplicações clínicas .....	72
3.2.3. Corregisto intersujeito .....	75

## **CAPÍTULO 4** **77**

4. VISÃO COMPUTACIONAL.....	77
4.1. CALIBRAÇÃO DE UMA CÂMARA .....	78
4.1.1. Aspectos geométricos .....	80
4.1.2. Determinação dos parâmetros de uma câmara.....	84
4.1.3. Determinação da pose de uma câmara.....	90
4.2. VISÃO ESTÉREO .....	91
4.2.1. O problema da correspondência .....	93
4.2.2. Determinação da matriz fundamental .....	98
4.2.3. Reconstrução 3D.....	101

## **CAPÍTULO 5** **105**

5. MÉTODOS: ALGORITMOS, SOFTWARE E HARDWARE.....	105
5.1. DETERMINAÇÃO DA POSE DA CÂMARA .....	105
5.1.1. Teoria.....	106
5.1.1.1. Interpretação geométrica .....	110
5.1.1.2. Procura do mínimo .....	116
5.1.2. Validação do algoritmo de determinação da pose .....	117
5.1.2.1. Dados de simulação.....	117
5.1.2.2. Dados reais.....	121
5.2. DETERMINAÇÃO DE POSIÇÕES POR VISÃO ESTÉREO.....	121

5.3. CORRECÇÃO DE MOVIMENTOS .....	123
5.3.1. Teoria.....	124
5.3.2. Dados de simulação .....	133
5.3.3. Dados reais .....	135
5.4. CORREGISTO .....	139
5.5. SOFTWARE DE APOIO.....	143
5.5.1. VCS – Video Capture System .....	143
5.5.2. CCS – Camera Calibration System.....	144
5.5.3. CGC – Camera Gamma Calibration .....	146
5.5.4. Motion Analysis.....	147
5.5.5. FIS – Fusion Image System.....	150
5.6. HARDWARE DE APOIO .....	152

## **CAPÍTULO 6** **157**

6. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	157
6.1. DETERMINAÇÃO DA POSE DA CÂMARA.....	157
6.1.1. Dados de simulação .....	158
6.1.2. Dados reais .....	164
6.2. DETERMINAÇÃO DE POSIÇÕES POR VISÃO ESTÉREO.....	169
6.3. CORRECÇÃO DE MOVIMENTOS .....	170
6.3.1. Dados de simulação .....	170
6.3.2. Dados reais .....	182
6.4. CORREGISTO .....	200

## **CAPÍTULO 7** **205**

7. DISCUSSÃO FINAL E CONCLUSÕES.....	205
--------------------------------------	-----

7.1. DETERMINAÇÃO DA POSE DA CÂMARA .....	205
7.2. DETERMINAÇÃO DE POSIÇÕES POR VISÃO ESTÉREO.....	207
7.3. CORRECÇÃO DE MOVIMENTOS .....	209
7.4. CORREGISTO .....	213
<b>ANEXO A</b>	<b>215</b>
<b>ANEXO B</b>	<b>219</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>227</b>



# Lista de Figuras

Fig. 2.1 – Esquema representativo do efeito de Compton.....	11
Fig. 2.2 – Esquema representativo da interacção que um feixe monoenergético de fótons sofre quando atravessa um objecto de espessura $x$ . .....	14
Fig. 2.3 – Gráfico da variação do coeficiente de atenuação devido aos diversos efeitos normalizados à atenuação total. ....	15
Fig. 2.4 – Esquema representativo dos componentes da câmara gama.....	16
Fig. 2.5 – Fonte pontual vista por uma gama câmara. . ....	17
Fig. 2.6 – Representação esquemática de um fotomultiplicador. ....	21
Fig. 2.7 – Esquema de aquisição de dados por uma câmara gama com um colimador de orifícios paralelos. ....	22
Fig. 2.8 – Representação do método de retro projecção simples. ....	25
Fig. 2.9 – Representação do método de retro projecção filtrada. ....	26
Fig. 2.10 – Esquema geral dos métodos iterativos de reconstrução de imagens .....	27
Fig. 2.11 – Ilustração do modelo base utilizado nos métodos iterativos de reconstrução. ....	28
Fig. 2.12 – Ilustração do esborratamento na imagem provocado pelo movimento de um fonte pontual (a vermelho). ....	33
Fig. 2.13 – Ilustração do funcionamento do esquema de aquisição de um gating cardíaco. ..	40

Fig. 2.14 – Representação do cilindro que o movimento tomográfico da gama câmara desenha. ....	41
Fig. 3.1 – Exemplo de correção multimodal entre imagens CT e SPECT de um rato. ....	44
Fig. 3.2 – Exemplos de transformações afins. ....	52
Fig. 3.3 – Exemplos de transformações sobre imagens 2D. ....	53
Fig. 3.3 – Fluxograma genérico para um algoritmo genético. ....	59
Fig. 3.4 – Histograma conjunto entre a mesma imagem PET. ....	65
Fig. 4.1 – Representação da relação entre os sistemas referenciais do laboratório, $(X_L, Y_L, Z_L)$ , e da câmara $(X_C, Y_C, Z_C)$ . ....	80
Fig. 4.2 – Aspectos geométricos do modelo de perspectiva de uma câmara. ....	82
Fig. 4.3 – Representação esquemática de um sensor CCD. ....	83
Fig. 4.4 – Objecto de calibração típico. ....	86
Fig. 4.5 – Representação esquemática do processo de triangulação usado na visão estéreo. ....	91
Fig. 4.6 – Esquema das relações existentes entre os três subproblemas em que pode ser dividida a visão estéreo. ....	92
Fig. 4.7 – Representação esquemática da geometria epipolar. ....	95
Fig. 4.8 – Caso geral de triangulação usado na visão estéreo em que os raios não se intersectam no espaço. ....	102
Fig. 5.1 – Relação geométrica entre as marcas fiduciais $p_i$ e $p_j$ e a suas respectivas imagens, $p'_i$ e $p'_j$ . ....	107
Fig. 5.2 – A única forma de uma câmara “ver” os pontos $p_a$ e $p_b$ e manter o ângulo $\theta_{ab}$ é encontrar-se sobre um determinado arco de círculo. ....	111

Fig. 5.3 – Representação gráfica de um toróide. ....	111
Fig. 5.4 – Representação do ponto de intersecção de três toróides. ....	112
Fig. 5.5 – Representação esquemática dos parâmetros de um toróide. ....	113
Fig. 5.6 – Representação gráfica bidimensional de um toróide. ....	114
Fig. 5.7 – Toróide com uma série de pontos distribuídos homogeneamente sobre a sua superfície para avaliar a estimativa inicial. ....	117
Fig. 5.8 – Esquema do espaço das posições da câmara usado na simulação .....	118
Fig. 5.9 – Fluxograma relativo à rotina de simulação/validação do algoritmo de determinação da posição e orientação de uma câmara.....	119
Fig. 5.10 – Representação do sistema de eixos do laboratório sobre a imagem do alvo tridimensional. ....	122
Fig. 5.11 – Representação da imagem $I$ (2x2) e de uma eventual aquisição tomográfica. ....	125
Fig. 5.12 – Representação esquemática de uma linha de projecção com a forma de um prisma quadrado (em baixo) correspondente a uma região de actividade do objecto observado pela gama câmara (em cima).....	128
Fig. 5.13 – Representação de dois <i>frames</i> de movimentos distintos. ....	130
Fig. 5.14 – Esquema de uma situação de inclinação. ....	131
Fig. 5.15 – Representação esquemática da distribuição dos pontos em dois instantes distintos. ....	132
Fig. 5.16 – Corte do fantoma digital de Jaszczak.....	133
Fig. 5.17 – Fantoma de Jaszczak para SPECT. Do lado direito apresenta-se a imagem do fantoma obtida por uma câmara gama (facultada pelo fornecedor). ....	136
Fig. 5.18 – Disposição dos equipamentos durante a aquisição. ....	137

Fig. 5.19 – Imagem esquerda e direita obtidas pelo sistema estéreo de câmaras. ....	138
Fig. 5.20 – Alvo de calibração do sistema. ....	139
Fig. 5.21 – Representação do referencial do laboratório sobreposto ao alvo de calibração..	140
Fig. 5.22 – Fantoma antropomórfico do cérebro ( <i>RSD striatal phantom</i> ). ....	143
Fig. 5.23 – Interface gráfica do programa VCS. ....	144
Fig. 5.24 – Interface gráfica do programa para determinação da pose da câmara vídeo.....	145
Fig. 5.25 – Interface gráfico da rotina para calibração da câmara gama. ....	147
Fig. 5.26 – Interface gráfica da rotina Motion Analysis. ....	149
Fig. 5.27 – Interface gráfico da rotina FIS – Fusion Image System . ....	151
Fig. 5.28 – Plataforma de movimentos. ....	153
Fig. 5.29 – Detalhes dos mecanismos de movimento. ....	154
Fig. 5.30 – Pormenor da placa giratória de suporte utilizada na plataforma de movimentos.	154
Fig. 5.31 – Parte do esquemático do circuito de controlo dos motores e respectivo PCB. ...	155
Fig. 5.32 – Aspecto geral do circuito impresso depois de montado numa pequena caixa de plástico.....	156
Fig. 6.1 – Erro relativo (Eq. 5.15) na determinação da posição para 20 poses. ....	159
Fig. 6.2 – Erro relativo na determinação da orientação para 20 poses. ....	159
Fig. 6.3 – Erro relativo na determinação da posição (gráfico superior) e na determinação da orientação (gráfico inferior) para o alvo R.....	160
Fig. 6.4 – Gráfico do erro relativo na determinação da posição da câmara para todas as poses testadas em função do ruído (alvo Q). ....	161

Fig. 6.5 – Gráfico do erro relativo na determinação da orientação da câmara para todas as poses testadas em função do ruído (alvo Q).....	162
Fig. 6.6 – Gráfico do erro relativo na determinação da posição da câmara para todas as poses testadas em função do ruído (alvo R). .....	163
Fig. 6.7 – Gráfico do erro relativo na determinação da orientação da câmara para todas as poses testadas em função do ruído (alvo R) .....	163
Fig. 6.8 – Imagens adquiridas pela câmara A. ....	164
Fig. 6.9 – Imagens adquiridas pela câmara B. ....	165
Fig. 6.10 – Utilização do mesmo tabuleiro de xadrez para criar dois alvos distintos, Q e R. ....	165
Fig. 6.11 – Gráfico <i>boxplot</i> da distribuição do erro relativo na determinação da posição e da orientação da câmara A para os dois alvos considerados.....	166
Fig. 6.12 – Gráfico <i>boxplot</i> da distribuição do erro relativo na determinação da posição e da orientação da câmara B para os dois alvos considerados.....	167
Fig. 6.13 – Distribuição da distância entre as posições calculadas a partir do sistema estéreo e a sua determinação com uma régua. ....	169
Fig. 6.14a– Definição da translação em função do tempo para o movimento designado por “inclinação”. ....	170
Fig. 6.14b– Definição da rotação em função do tempo para o movimento designado por “inclinação”. ....	171
Fig. 6.15a– Definição da translação em função do tempo para o movimento designado por “rotação”. ....	171
Fig. 6.15b– Definição da rotação em função do tempo para o movimento designado por “rotação”. ....	172
Fig. 6.16 – Definição da translação em função do tempo para o movimento designado por “translação”.....	172

Fig. 6.17 –	Imagens médias obtidas para o movimento de “inclinação”.	173
Fig. 6.18 –	Imagem diferença entre a imagem média sem movimento e a imagem média corrigida, para o movimento de “inclinação”.	174
Fig. 6.19 –	Imagens médias obtidas para o movimento de “rotação”.	175
Fig. 6.20 –	Imagem diferença entre a imagem média sem movimento e a imagem média corrigida.	175
Fig. 6.21 –	Imagens médias obtidas para o movimento de “translação”.	176
Fig. 6.22 –	Imagem diferença entre a imagem média sem movimento e a imagem média corrigida.	176
Fig. 6.23 –	Erro relativo total para o movimento de translação em função do número de contagens na imagem.	177
Fig. 6.24 –	Erro relativo total para o movimento de rotação em função do número de contagens na imagem.	178
Fig. 6.25 –	Erro relativo total para o movimento de translação em função do número de contagens na imagem.	178
Fig. 6.26 –	Erro relativo total para o movimento de inclinação em função do número de iterações.	179
Fig. 6.27 –	Erro relativo total para o movimento de rotação em função do número de iterações.	180
Fig. 6.28 –	Erro relativo total para o movimento de translação em função do número de iterações.	180
Fig. 6.29a–	Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “inclinação”, (0,3 mCi).	182
Fig. 6.29b–	Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “inclinação” (0,3 mCi).	183

Fig. 6.30a–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de inclinação. Esquerda: imagem sem correcção de movimento .....	183
Fig. 6.30b–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de inclinação. ....	184
Fig. 6.31a–	Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “rotação” (0,3 mCi).....	185
Fig. 6.31b–	Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “rotação” (0,3 mCi).....	185
Fig. 6.32a–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de rotação. ....	186
Fig. 6.32b–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de rotação. ....	186
Fig. 6.33a–	Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “translação” (0,3 mCi).....	187
Fig. 6.33b–	Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “translação” (0,3 mCi).....	188
Fig. 6.34a–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de translação. ....	188
Fig. 6.34b–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de translação. ....	189
Fig. 6.35a–	Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “inclinação” (3,5 mCi).....	190
Fig. 6.35b–	Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “inclinação” (3,5 mCi).....	190
Fig. 6.36a–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de inclinação. ....	191

Fig. 6.36b–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de inclinação. ....	191
Fig. 6.37a–	Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “rotação” (3,5 mCi).....	192
Fig. 6.37b–	Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “rotação” (3,5 mCi).....	193
Fig. 6.38a–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de rotação. ....	193
Fig. 6.38b–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de rotação. ....	194
Fig. 6.39 –	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de rotação para 120 s de aquisição. ....	195
Fig. 6.40a–	Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “translação” (3,5 mCi). ....	195
Fig. 6.40b–	Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “translação” (3,5 mCi). ....	196
Fig. 6.41a–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de translação. ....	196
Fig. 6.41b–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de translação. ....	197
Fig. 6.42a–	Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “manual” (3,5 mCi) ....	198
Fig. 6.42b–	Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “manual” (3,5 mCi) ....	198
Fig. 6.43a–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento manual. ....	199

Fig. 6.43b–	Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento manual. ....	199
Fig. 6.44 –	Fusão entre a imagem do alvo de calibração obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito).....	200
Fig. 6.45 –	Fusão entre a imagem do alvo de calibração obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito). ....	201
Fig. 6.46 –	Fusão entre a imagem do alvo de calibração obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito). ....	201
Fig. 6.47 –	Fusão entre a imagem do fantoma de Jaszczak obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito). ....	202
Fig. 6.48 –	Fusão entre a imagem do fantoma de Jaszczak obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito). ....	202
Fig. 6.49 –	Fusão entre a imagem do fantoma antropomórfico dos gânglios da base obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito). ....	203
Fig. A.1 –	A transformada de Radon da função $f(x, y)$ é o conjunto dos integrais de linha sobre as rectas cuja equação reduzida é $y = mx + b$ . ....	215
Fig. A.2 –	A transformada de Radon da função $f(x, y)$ é conjunto dos integrais de linha sobre as rectas cuja distância à origem é $r$ e cujo vector unitário, $\hat{n}$ , perpendicular à mesma é dado por $\hat{n} = [\cos \alpha, \sin \alpha]^T$ . ....	216



# Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Exemplos de radiotraçadores marcados com $^{99m}\text{Tc}$ . .....	10
Tabela 2.2 – Características físicas de alguns de cristais cintiladores usados na câmara gama (adaptado de [53]). .....	19
Tabela 4.1 – Tabela resumo dos diferentes tipos de restrições que podem ser usados no problema da correspondência. ....	94
Tabela 5.1 – Valores dos elementos da imagem supostos desconhecidos em função do número de iterações .....	127
Tabela 6.1 – Resultados do teste de Wilcoxon ao erro relativo da posição e da orientação para a câmara A. ....	168
Tabela 6.2 – Resultados do teste de Wilcoxon ao erro relativo da posição e da orientação para a câmara B. ....	168



# Glossário

## Abreviaturas

---

PET	Positron Emission Tomography Tomografia por Emissão de Positrões
SPECT	Single Photon Emission Computed Tomography Tomografia Computorizada por Emissão de Fotão Único
CT	Computed Tomography Tomografia Axial Computorizada
MRI	Magnetic Resonance Imaging Ressonância Magnética

---

## Símbolos matemáticos

### Símbolos relacionais

---

=	igual a
≠	diferente de
≈	aproximadamente igual a
≡	definido por
≤	menor ou igual a
≥	maior ou igual a

---

## Álgebra

---

$A^T$	transposta da matriz $A$
$A^{-1}$	inversa da matriz $A$
$\ v\ $	norma Euclideana do vector $v$
$\delta(t)$	impulso unitário ( $\delta(t)=1$ para $t=0$ ; $\delta(t)=0$ para $t \neq 0$ )
$\langle v, u \rangle$	produto interno entre os vectores $u$ e $v$

---

## Funções trigonométricas

---

$\text{sen } a$	seno de $a$
$\text{cos } a$	cosseno de $a$
$\text{tg}(a)$	tangente de $a$

---

## Análise

---

$\sum_{i=1}^n$	Somatório de $n$ termos, desde $i=1$ até $n$
$f(x)$	função de $x$
$f'(x); f''(x)$	primeira e segunda derivadas de $f(x)$ em ordem a $x$
$f^k(x)$	derivada de ordem $k$ de $f(x)$ em ordem a $x$
$\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial^k}{\partial x^k}$	derivada parcial de primeira ordem e de ordem $k$
$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$	Derivada parcial cruzada em ordem a $x$ e a $y$
$\int_a^b f(x) dx$	integral definido de $f(x)$ em ordem a $x$ desde $a$ até $b$

---

# Resumo

O movimento é um problema crítico em SPECT e PET, especialmente em sujeitos não cooperantes, tais como pacientes com distúrbios de movimento e crianças jovens. Para evitar este problema os pacientes são frequentemente sedados, ou, quando mais cooperantes, podem ser imobilizados pelos técnicos e retidos por cintos adequados. Mesmo assim, a maior parte das vezes, o movimento tem de ser corrigido após o exame. Os algoritmos de correcção de movimentos actualmente disponíveis apresentam pouca eficácia para estes exames, uma vez que dependem dos próprios dados adquiridos pela câmara gama ou PET. A utilização de elevadas taxas de aquisição necessárias para a efectiva quantificação do movimento encontra-se limitada por considerações de ruído. A solução seria a de separar a codificação dos movimentos dos dados das imagens de medicina nuclear.

No presente trabalho desenvolvemos um protótipo de baixo custo baseado num sistema estéreo de câmaras vídeo capaz de medir os movimentos do objecto de estudo e, em seguida, corrigir as imagens adquiridas por uma câmara gama. Simultaneamente, registaram-se as imagens de medicina nuclear com as imagens da câmara gama. Os métodos de detecção e de correcção de movimentos foram avaliados por simulação e por análise de dados reais. Os ensaios experimentais foram realizados com um fantoma de Jaszczak que foi movimentado de forma controlada durante a

aquisição com a câmara gama. Realizaram-se também ensaios de correção entre as imagens nucleares e as de vídeo, utilizando o fantoma de Jaszczak e um fantoma antropomórfico dos núcleos da base.

Os resultados obtidos demonstram a validade do método proposto. A implementação desta técnica em ambiente clínico poderá evitar o uso de sedantes, promover um exame mais confortável para os pacientes e reduzir a dose absorvida pelos técnicos. A fusão de imagens contribui para uma localização mais exacta das regiões realçadas nas imagens nucleares.

# Summary

Motion is a critical problem in SPECT and PET technology, especially with non-collaborative subjects such as patients with movement disorders and young children. To avoid this problem, subjects are often sedated or, if collaborative, can be held by the technicians and restrained by belts. Even so, most of the times, motion has to be corrected after the exam. Motion correction algorithms currently available usually present low effectiveness for these exams, because they rely solely on SPECT data. The use of high acquisitions rates needed for effective motion quantification is limited by noise considerations. The solution would be to separate motion encoding from SPECT data.

In this study we developed a low cost system based on video cameras for measuring the movement of the study object and then correct the images acquired by a gamma camera. Simultaneously, the gamma images were corregistered onto the video images. The methods used for movement detection and correction were evaluated both by simulation and analysis of real data. Experimental trials were performed with a Jaszczak phantom which was moved, in a controlled manner, during the acquisition by the gamma camera. We also tested the corregistration technique by applying it to gamma and video images of Jaszczak and RSD striatal phantoms.

Results demonstrate the validity of the proposed method. The implementation in a clinical environment of the proposed technique can avoid the use of sedatives, promoting a more comfortable clinical exam for patients and the reduction of the absorbed dose of the technicians. The fusion of the images contributes to a more exact location of the enhanced areas in the nuclear images.

# Capítulo 1

## 1. Introdução

É tido como um princípio fundamental que a observação de um fenómeno não deve causar qualquer perturbação que possa modificar as variáveis que estão a ser medidas. As técnicas imagiológicas não são excepção, sendo por isso realizados todos os esforços para evitar qualquer interferência no sistema biológico enquanto é realizado o exame. Um dos problemas mais prementes durante a aquisição de imagens biomédicas é garantir que o objecto se encontra imobilizado relativamente à câmara de forma a evitar a degradação da imagem. Este aspecto é particularmente importante em crianças ou doentes que apresentam doenças de movimento. Apesar dos pacientes serem instruídos no sentido de permanecerem imóveis durante o exame, isso nem sempre é possível, sendo por vezes necessário recorrer a sistemas de retenção. Este é um problema que se agudiza em técnicas que requerem longos tempos de aquisição, tipicamente a imagiologia nuclear como o PET e o SPECT. O movimento promove nestas imagens uma diminuição significativa da resolução, um drástico aumento do efeito de volume parcial e, por conseguinte, reduz a exactidão dos métodos quantitativos, altera a definição do padrão dos processos metabólicos anormais e, acima de tudo, tem um impacto negativo no tratamento dos doentes.

Nalguns casos em que o movimento é periódico, como o batimento cardíaco, é possível através de métodos de aquisição adequados compensar o movimento. Contudo os movimentos externos são difíceis de compensar na prática clínica. Várias soluções têm vindo a ser apresentadas para este particular problema, porém, são, na maioria das vezes, demasiado complexas ou onerosas para serem implementadas.

A localização exacta de áreas de interesse detectadas através de imagens de medicina nuclear é uma questão essencial *per si*. Mas que se torna de extrema importância se forem envolvidas outras técnicas que dependem dessa informação, nomeadamente a realização de biópsias ou a radioterapia. Geralmente, recorre-se a outras técnicas de imagem, como a tomografia axial computadorizada ou a ressonância magnética, fazendo a fusão entre as diferentes modalidades. A localização fica então facilitada pelo uso de uma técnica com melhor resolução espacial e informação anatómica. Não é, no entanto, comum o correjisto com imagens vídeo. A excepção é talvez a sua aplicação a cirurgia guiada por computador (*computer aided surgery*). As imagens vídeo são fáceis de captar e possuem uma elevada resolução e contraste. A sua integração com outras modalidades assume-se cada vez mais como um caminho lógico.

O objectivo fundamental que norteou o trabalho aqui apresentado foi o de integrar a imagem vídeo na imagem de medicina nuclear e através deste processo possibilitar a correcção de movimentos dos pacientes. A maior preocupação foi a demonstração do conceito subjacente utilizando-se para isso mecanismos controláveis, nomeadamente simulação computacional dos métodos e avaliação empírica através da utilização de uma plataforma de movimentos controlada digitalmente e de fantasmas apropriados.

A correcção de movimentos pressupõe a resolução de dois problemas associados. Por um lado a detecção de movimento e por outro a forma de aproveitar essa informação para corrigir as imagens adquiridas. Tanto para o primeiro como para o segundo problema foram desenvolvidas metodologias inovadoras e versáteis que permitem uma aplicação robusta aos problemas em causa. A detecção do movimento foi efectuada a partir de imagens vídeo captadas durante a aquisição da imagem nuclear. A informação de movimento recolhida neste processo foi posteriormente integrada num algoritmo de correcção que se baseia em reconstrução de imagem.

A maior parte do trabalho foi desenvolvido no Instituto de Biofísica e Biomatemática da Faculdade de Medicina de Coimbra. Contudo, os ensaios empíricos foram efectuados no Departamento de Medicina Molecular dos Hospitais Privados de Portugal – Porto. Parte do financiamento do trabalho foi assegurada pelo Projecto III/Bio/44/2005, promovido pelo Instituto Interdisciplinar de Investigação da Universidade de Coimbra.

Os detalhes dos procedimentos adoptados são explanados nos diferentes capítulos da presente dissertação. Assim, nos capítulos 2, 3 e 4 é feita uma revisão bibliográfica sobre diversos temas com o intuito de enquadrar os métodos que propomos.

No capítulo 2 são brevemente revistos alguns aspectos técnicos da câmara gama e abordado o tema da correcção de movimentos em medicina nuclear.

No capítulo 3 são discutidos resumidamente diferentes métodos de correção. Introduce-se uma possível classificação dos métodos de correção

e a partir desta procura-se analisar as vantagens/desvantagens das diversas técnicas face aos constrangimentos impostos pelas aplicações concretas.

No capítulo 4 são abordados alguns assuntos relativos à visão computacional. Analisa-se o problema da calibração da câmara recorrendo de forma resumida sobre alguns modelos e técnicas adoptadas. Discute-se também alguns dos itens envolvidos na visão estéreo e a forma como é possível a partir de duas imagens obter informação tridimensional de uma cena.

No capítulo 5 são apresentados os diversos algoritmos desenvolvidos ao longo do presente trabalho, nomeadamente para a determinação da posição de uma câmara, para a correcção de movimentos e para efectuar o correção entre as imagens de medicina nuclear e as imagens vídeo. Neste capítulo descreve-se, também, algum do software e de hardware necessário à consecução do projecto.

No capítulo 6 apresentam-se os resultados julgados mais pertinentes e faz-se uma discussão dos mesmos.

No capítulo 7 faz-se uma discussão global dos resultados e métodos empregues. Neste capítulo também se retiram as conclusões consideradas mais apropriadas.

# Capítulo 2

## 2. Correção de movimentos em Medicina Nuclear convencional

As imagens de medicina nuclear podem ser obtidas pela detecção de fótons emitidos por núcleos atômicos, após emissões corpusculares, ou por aniquilação de positrões da qual resultam dois fótons cujas trajetórias são (quase) colineares e têm sentidos opostos.

No caso em que se usam radioisótopos emissores de fótons gama é utilizado um sistema detector colimado dedicado à formação de imagens, a câmara gama e o processo geral de obtenção de imagens é designado de cintigrafia planar ou, simplesmente, cintigrafia.

A câmara gama pode rodar em torno do objecto de estudo obtendo-se várias vistas a partir de diferentes localizações angulares que, após reconstrução e filtragem, permitem a obtenção de imagens tomográficas. Neste caso designa-se a técnica por SPECT que significa “Single Photon Emission Computed Tomography” (tomografia de emissão de fóton único). Para os emissores de positrões, o detector (de fótons gama) fornece intrinsecamente informação tridimensional e o seu funcionamento assenta no facto de serem emitidos dois fótons de aniquilação em sentidos opostos que devem ser detectados em coincidência definindo uma linha de resposta (LOR). Esta técnica designa-se por PET que significa “Positron Emission

Tomography” (tomografia de emissão de positrões) e o detector é conhecido por câmara PET.

A versatilidade desta técnica assenta na conjugação do uso de emissores radioactivos com um detector apropriado o qual tem a capacidade de permitir a construção de imagens bi e tridimensionais com informação funcional.

As câmaras gama e PET podem ser encaradas como dispositivos passivos já que a radiação é emitida pelos isótopos radioactivos que são administrados aos pacientes.

A marcação de diferentes moléculas com interesse biológico, ou seja que desempenham um papel activo nos processos fisiológicos, possibilita a recolha de informações referentes a variadas funções do corpo humano.

Em termos genéricos, a obtenção de imagens implica a administração de um radiofármaco ao paciente e a detecção dos fotões gama que são emitidos pelo isótopo radioactivo ou que resultam da aniquilação do positrão. Desta forma, a imagem revela, objectivamente, a distribuição espacial do radiofármaco à qual o médico empresta significado clínico.

São vários os desafios técnicos que se apresentam à imagiologia de medicina nuclear. Do lado da detecção, são importantes os aspectos relacionados com a correlação entre o local de detecção e de emissão dos fotões gama, a eficiência de detecção, a resolução em energia, a resolução espacial e temporal. Do lado da fonte do sinal, é fundamental o estudo da marcação por isótopos radioactivos de moléculas biológicas. Estas moléculas, geralmente, são compostas por elementos de baixo número atómico ( $Z$ ), o que limita a escolha dos possíveis isótopos com interesse em medicina nuclear convencional, uma vez que para baixos  $Z$  não existem emissores gama com períodos compatíveis com a detecção. Por conseguinte, houve (e continua a existir) a necessidade de desenvolver formas de marcar moléculas biológicas com isótopos de número atómico elevado (emissores gama) e que

não induzam alterações substanciais no comportamento fisiológico dessas moléculas. Do lado da reconstrução da imagem, a busca de algoritmos mais rápidos e mais exactos é uma constante.

Assim, são diversos os aspectos que deterioram a imagem final e, praticamente, existe uma disciplina de estudo associada à melhoria de cada factor particular: seja a eficiência global do detector, seja a radiofarmácia, etc. Um dos factores que prejudica a qualidade da imagem, e por conseguinte, da informação clínica, é o movimento do objecto durante a aquisição da imagem. O objectivo do presente capítulo é, pois, o de explicar o impacto que o movimento tem na imagem de medicina nuclear e descrever, sucintamente, as estratégias que têm sido adoptadas para minimizar as suas consequências negativas.

O capítulo encontra-se dividido, essencialmente, em duas partes: na primeira metade são apresentados os fundamentos tecnológicos da câmara gama e da imagiologia SPECT, com o objectivo de perceber os efeitos do movimento na imagem final; na segunda metade serão abordados os diferentes modos que têm sido seguidos para resolver o problema.

## **2.1. Princípios básicos da imagem de medicina nuclear**

### **2.1.1. A fonte do sinal**

A emissão de fótons gama constitui a natureza básica do sinal usado em imagiologia nuclear que, aliada à faculdade de marcar diversas moléculas com interesse biológico potencia a capacidade de estudar inúmeros processos fisiológicos. Desta forma, perante a pertinência em examinar determinado processo é escolhida uma molécula que, uma vez marcada com um radionuclídeo emissor de fótons gama, detenha a possibilidade de mapeamento do processo. São geralmente aceites como condições de

elegibilidade da molécula alvo a presença em elevada concentração por forma a potenciar a relação sinal/ruído para quantidades traço. E, ainda, a possibilidade das estruturas a visualizar serem detectáveis tendo em conta a resolução espacial da câmara gama [12]. É, também, fundamental para o sucesso da técnica que a molécula traçadora atinja o compartimento de interesse pelo que é essencial existir em abundância suficiente no plasma sanguíneo e a sua permeabilidade às barreiras biológicas ser tal que não inviabilize a sua chegada ao compartimento final. Na verdade, não apenas a sua disponibilidade no plasma é indispensável, mas também o tipo de ligação que estabelece enquanto transportada pelo sangue e um comportamento cinético adequado permitem que a molécula se encontre livre em quantidade suficiente e em tempo ajustado à sua entrada no compartimento. Já a passagem por barreiras biológicas depende da existência de mecanismos de transporte específicos ou de uma conveniente natureza da substância para o seu transporte passivo. No cômputo final deste processo, verifica-se que a molécula marcada com um radionuclídeo vai estabelecer ligações não só com o alvo de interesse (específicas) mas também com outras estruturas (não específicas). Por conseguinte, a relação sinal/ruído depende do razão existente entre as ligações específicas e não específicas e, geralmente, este é o parâmetro que é quantificado em imagiologia molecular. Acontece, que as ligações específicas e não específicas dependem, naturalmente, da cinética e da extensão das mesmas, podendo por isso os dois sinais serem temporalmente separáveis. Daí que nalguns casos exista a definição de um tempo de espera após administração do radiofármaco.

Um dos objectivos perseguidos na radiomarcagem é a preservação das características físico-químicas da molécula por forma a que o seu comportamento fisiológico não se altere. Logo a substituição isotópica de um átomo ou grupo químico surge como uma solução óbvia. No entanto, se tal é acessível à tecnologia PET que faz uso de emissores de positrões é,

praticamente, inexequível para SPECT onde se utilizam emissores gama. Concorrem para a escolha de um determinado radionuclídeo o seu período de semi-desintegração, a energia da radiação emitida, o seu modo de decaimento e a sua forma de produção. Ora, não se encontram facilmente radionuclídeos de baixo número atómico que sejam emissores gama passíveis de serem utilizados na substituição isotópica anteriormente referida visto que os períodos de semi-desintegração não são aceitáveis para o uso de medicina nuclear convencional. Períodos de semi-desintegração muito curtos inviabilizam a radiomarcagem e períodos de semi-desintegração longos têm efeitos dosimétricos nefastos.

No que concerne a energia dos fótons gama, esta deve situar-se entre os 70 keV e 250 keV por forma a maximizar a eficiência da câmara gama.

Fótons gama com baixa energia vão produzir um número muito reduzido de fotoelectrões por interacção com o cristal o que, sendo um processo aleatório regido pela estatística de Poisson, gera uma incerteza grande na amplitude dos sinais à saída dos tubos fotomultiplicadores, com degradação do contraste da imagem.

Fótons gama de elevada energia apresentam uma maior probabilidade de penetração septal, o que corrompe a qualidade da imagem através da degradação das resoluções espacial e de contraste.

A importância do modo de decaimento prende-se essencialmente com aspectos dosimétricos (à excepção da perda de resolução espacial devido ao percurso dos positrões) uma vez que a emissão de partículas precedente à emissão gama aumenta a dose no paciente sem nenhuma contrapartida para a formação da imagem.

O radionuclídeo mais utilizado em medicina nuclear é o tecnécio-99m ( $^{99m}\text{Tc}$ ). O tecnécio é o elemento químico mais leve ( $Z = 43$ ) sem nenhum isótopo estável; nenhum isótopo do tecnécio apresenta um período de semi-desintegração superior a 4,2 milhões de anos não sendo de estranhar que se

encontre na natureza apenas em quantidades traço e resultantes da fissão espontânea do urânio. Apesar de previsto por Mendeliev e apelidado de *ekamanganeze*, viu o seu nome alterado em 1937 para tecnécio (do grego *τεχνητός* que significa artificial) após síntese do isótopo 97. O  $^{99m}\text{Tc}$  é um isótopo radioactivo metaestável emissor de fotões gama com uma energia de 140 keV e um período de semi-desintegração de 6,01h. Estas características aliadas ao facto de existirem kits comerciais de produção, fazem com que seja o radionuclídeo preferencial na medicina nuclear convencional. São vários os exemplos dos radiotraçadores utilizados em rotina clínica com base no  $^{99m}\text{Tc}$  (Tabela 2.1).

Tabela 2.1 – Exemplos de radiotraçadores marcados com  $^{99m}\text{Tc}$ .

Nome	Aplicação
$^{99m}\text{Tc}$ -DTPA	Rins, pulmões (aerosol)
$^{99m}\text{Tc}$ -DMSA	Rins, tumores
$^{99m}\text{Tc}$ -HMPAO	Perfusão cerebral, infecção/inflamação
$^{99m}\text{Tc}$ -FPCIT	Núcleos da base
$^{99m}\text{Tc}$ -Sestamibi	Paratiróides, perfusão do miocárdio, tumores da tiróide e mama, MDR
$^{99m}\text{Tc}$ -Technegas	Ventilação pulmonar
$^{99m}\text{Tc}$ -MAG3	Rins
$^{99m}\text{Tc}$ -Tetrofosmina	Paratoróides, perfusão do miocárdio, MDR

### 2.1.2. Interacção da radiação com a matéria

A energia típica dos fotões gama usados em imagem nuclear varia de 70 keV e a 511 keV. Aliás, para a tecnologia PET, em que se faz uso de emissores de positrões, os fotões resultantes da aniquilação do positrão têm

energia igual a 511 keV. Para este intervalo de energias, os dois efeitos predominantes de interacção de fótons com a matéria são o efeito fotoeléctrico e o efeito de Compton. No entanto, também ocorre efeito de Rayleigh-Thompson, apesar da probabilidade ser menor do que nos outros dois casos. Apenas para energias mais altas ( $>1022$  keV) ocorre produção de pares e a interacção fotonuclear só se torna significativa para energias acima de alguns MeV.

Quando um fóton interage com um electrão e existe um desvio do fóton e, simultaneamente, recuo do electrão designa-se o processo por efeito de Compton ou por dispersão Compton.

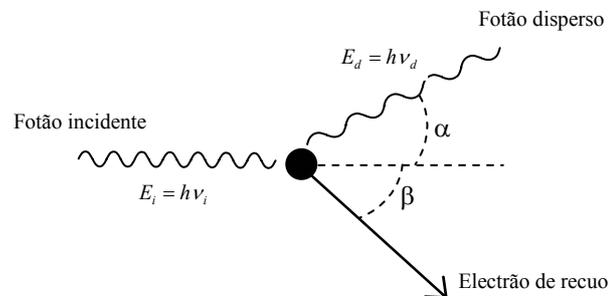


Fig. 2.1 - Esquema representativo do efeito de Compton. O fóton incidente de energia,  $E_i$ , interage com um electrão: o fóton sofre deflexão (representado pelo ângulo  $\alpha$ ), enquanto que o electrão recua, por cedência de energia do fóton incidente, segundo um ângulo  $\beta$ . O fóton disperso apresenta por isso menor energia (maior comprimento de onda) do que o fóton incidente.

Aplicando a lei da conservação da energia e o princípio de conservação do momento linear ao fenómeno obtém-se a relação entre a energia do fóton incidente,  $E_i$ , e a energia do fóton deflectido,  $E_d$ , que vem:

$$E_d = \frac{E_i}{1 + \frac{E_i}{m_e c^2} (1 - \cos \alpha)}, \quad (2.1)$$

em que  $m_e c^2$  é a energia do electrão em repouso (=511 keV).

Apesar da Fig. 2.1 poder indicar um ângulo de deflexão fixo ou uma isoprobabilidade de deflexão, tal não se verifica. Na verdade, a probabilidade de um fóton ser deflectido para um determinado ângulo não é constante. Esta probabilidade é dada pela secção eficaz diferencial,  $d\sigma/d\Omega$ , que vem a ser a probabilidade de um fóton ser disperso segundo um ângulo sólido  $d\Omega$ . A relação que traduz a secção eficaz diferencial de radiação X e gama para o efeito de Compton foi introduzida por Klein e Nishina [125] em 1928, sendo por essa razão geralmente conhecida por fórmula de Klein-Nishina:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} (P_{E_i, \alpha} - P_{E_i, \alpha}^2 \text{sen}^2(\alpha) + P_{E_i, \alpha}^3), \quad (2.2)$$

em que  $r_0$  ( $= e^2 / (4\pi \epsilon_0 m_0 c^2) = 2,817 \times 10^{-15}$  m) representa o raio clássico do electrão e  $P_{E_i, \alpha}$  o quociente entre as energias depois e antes do efeito de Compton, dado por:

$$P_{E_i, \alpha} = \frac{E_d}{E_i} = \frac{1}{1 + \frac{E_i}{m_0 c^2} (1 - \cos \alpha)}. \quad (2.3)$$

Enquanto que no efeito de Compton há cedência de apenas parte da energia do fóton incidente, no efeito fotoeléctrico o fóton cede toda a sua energia a um electrão do átomo que é ejectado com uma energia igual à diferença de energias do fóton incidente e da energia de ligação:

$$E_{c. \text{ electrão}} = h\nu_{\text{fóton incidente}} - E_{\text{ligação}} \quad (2.4)$$

A ionização, criada pela ejeção do electrão, tem curta duração sendo, entretanto, a lacuna preenchida por um outro electrão. Este processo é acompanhado pela emissão de um fotão (de fluorescência) ou de um electrão Auger.

Na interacção por dispersão de Rayleigh-Thomson o fotão é deflectido sem cedência de energia ao electrão verificando-se, por isso, conservação da energia cinética (dispersão elástica). A secção eficaz diferencial por electrão para um fotão disperso segundo um ângulo sólido  $\alpha$  é dada por:

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} (1 + \cos^2 \alpha), \quad (2.5)$$

em que  $r_0$  é, como anteriormente, o “raio clássico” do electrão.

Pela forma da Eq. 2.5 pode concluir-se que existe um plano de simetria (frente/retaguarda) e, como corolário, pode também concluir-se que a secção eficaz apresenta o mesmo valor para  $\alpha = 0^\circ$  e  $\alpha = 180^\circ$  que é o máximo.

Note-se que para baixas energias ( $E \ll m_0c^2$ ), a fórmula de Klein-Nishina (Eq. 2.2) reduz-se à formulação de Thomson (Eq. 2.5). Para tal, basta ter em atenção que, nessas condições,  $P_{E,\alpha}$  se pode considerar igual à unidade o que depois de substituir na Eq. 2.2 é imediato.

Quando um fotão de elevada energia (>1022 keV) produz um par electrão-positrão por interacção com o campo do núcleo ou dos electrões diz-se que o processo se trata de “produção de pares”. Por acontecer apenas para energias bastante elevadas não se verifica na gama de energias usadas na medicina nuclear.

A probabilidade de ocorrência de efeito fotoeléctrico relativamente ao efeito de Compton é superior para baixas energias invertendo-se esta relação para energias médias. Já para energias mais elevadas a produção de pares é predominante (vide Fig. 2.3).

Como resultado da interacção da radiação com a matéria, um feixe de fótons de intensidade  $I$  (energia por unidade de área) incidente num objecto de espessura  $x$  sofre atenuação. Ou seja, a intensidade do feixe é reduzida no processo de um factor que depende da natureza do material do objecto e da energia dos fótons. A relação entre as intensidades dos feixes incidente ( $I_0$ ) e emergente ( $I$ ) é descrita pela relação exponencial:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (2.6)$$

A atenuação frequentemente não se deve a um processo único, podendo ocorrer várias interacções distintas e consecutivas até que a energia do fóton seja completamente transformada. Como já foi referido anteriormente, a probabilidade de ocorrência de um determinado processo vai depender da energia do fóton incidente e também do material absorvente.

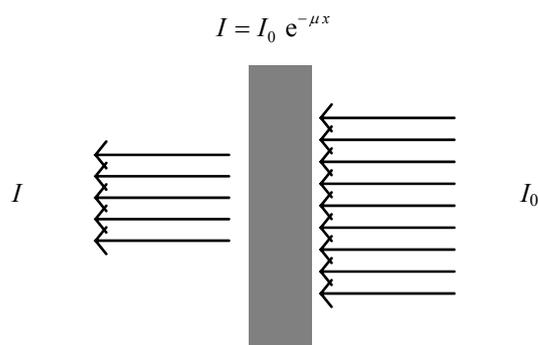


Fig. 2.2 – Esquema representativo da interacção que um feixe monoenergético de fótons sofre quando atravessa um objecto de espessura  $x$ .  $I_0$  representa a intensidade do feixe de fótons incidente.  $I$  representa a intensidade do feixe após atravessar o objecto. A intensidade do feixe é reduzida por uma fracção igual a  $e^{-\mu x}$  em que  $\mu$  é o coeficiente de atenuação linear do meio atravessado pela radiação.

Na Fig. 2.3 mostra-se a variação do coeficiente de atenuação relativo a cada mecanismo individual em função da energia dos fótons incidentes. Encontra-se representada a variação para a água que é o constituinte principal do corpo humano e, por conseguinte, considerado geralmente o equivalente biológico.

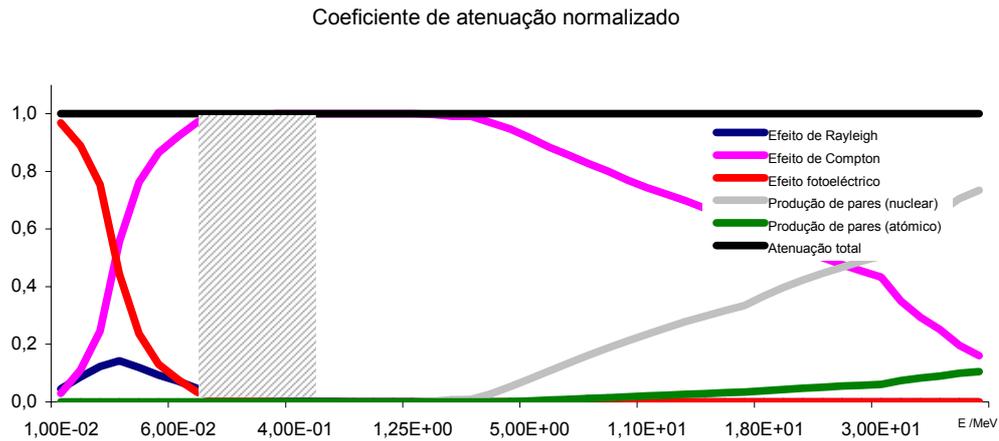


Fig. 2.3 – Gráfico da variação do coeficiente de atenuação devido aos diversos efeitos normalizados à atenuação total (Dados obtidos em [2]).

Como se pode observar o efeito de Compton é predominante na gama de energias da medicina nuclear (100 keV – 511 keV – a sombreado), algo que infelizmente concorre para a degradação da qualidade da imagem.

### 2.1.3. Câmara gama

A detecção da radiação gama implica que exista interacção da mesma com o detector e que neste seja depositada energia directamente relacionada

com as características da radiação. Portanto, a radiação gama interage com o detector por uma das formas anteriormente descritas levando, geralmente, à colecção de carga proporcional à energia da radiação.

O detector que tem sido adoptado na medicina nuclear convencional é a câmara gama cuja configuração (actual) se deve a Hal Anger [16]. Esta foi sendo sucessivamente melhorada encontrando-se presentemente próxima do limite máximo eficiência/custo. Os componentes principais da câmara gama são: o colimador, o cristal cintilador, o contacto óptico, o conjunto de fotomultiplicadores e a electrónica necessária à discriminação do sinal (Fig. 2.4).

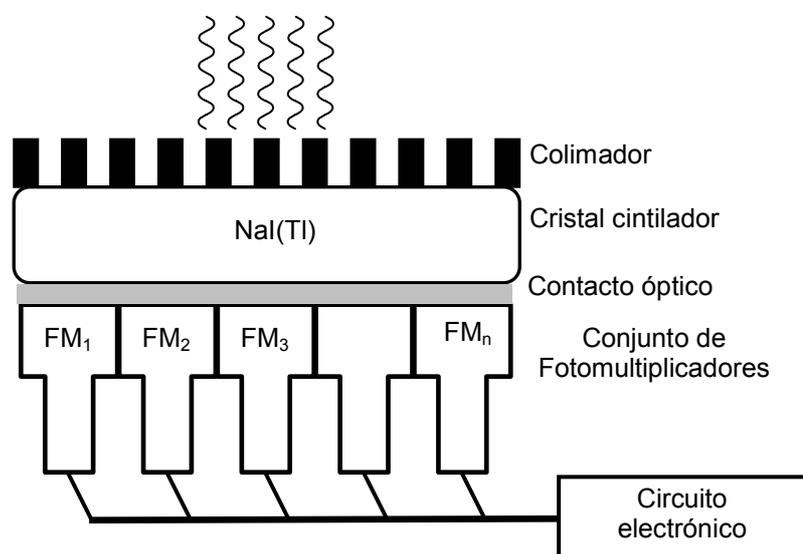


Fig. 2.4 – Esquema representativo dos componentes da câmara gama.

O colimador é um dispositivo, geralmente de chumbo, que se interpõe entre o cristal e o objecto de estudo cuja função é travar os raios dispersos não utilizáveis para a formação da imagem. É uma placa rectangular ou circular ( $\phi \approx 50$  cm) com milhares de pequenos orifícios que se encontram

distribuídos de forma homogénea formando uma rede regular. A direcção destes orifícios determina a função e a designação dos colimadores, distinguindo-se usualmente os colimadores de buracos paralelos, os convergentes e os divergentes. Devido à impossibilidade de refacção dos raios gama os colimadores são indispensáveis na formação da imagem uma vez que permitem estabelecer uma correlação espacial entre o ponto de detecção e a posição de emissão. No entanto, o impacto sobre a sensibilidade é muito relevante na medida em que apenas uma fracção inferior a 1% de fotões é que atravessam o colimador e atingem o cristal [178]. Outro aspecto interessante associado aos colimadores, é a sua influência directa na resolução espacial do sistema. Estas relações geométricas são bem conhecidas e podem facilmente ser estabelecidas a partir da Fig. 2.5.

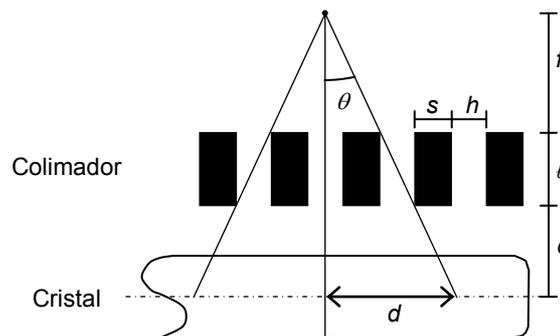


Fig. 2.5 – Fonte pontual vista por uma gama câmara. O esquema permite representar as relações geométricas existentes entre a distância de resolução espacial ( $d$ ) com as características dos septos e com a distância à fonte ( $f$ ).

Na Fig. 2.5 mostra-se uma fonte pontual que é vista por uma gama câmara situada à distância  $f$  (do colimador). A largura do septo<sup>1</sup> é  $s$  e a sua

<sup>1</sup> Entende-se por septo as paredes que definem um buraco no colimador.

altura  $\ell$ . A largura dos buracos é representada pela letra  $h$  e a letra  $c$  é a distância existente entre o colimador e o cristal. Aplicando-se as regras de semelhanças de triângulos à Fig. 2.5, obtém-se:

$$d = \frac{h}{\ell}(c + \ell + f). \quad (2.7)$$

O poder de discriminação entre dois pontos distintos (resolução espacial) é tanto maior quanto menor for a distância de resolução,  $d$ , a qual, por sua vez, é directamente proporcional à distância,  $f$ , do colimador à fonte. Como geralmente a distância,  $f$ , à fonte é superior à altura dos septos,  $\ell$ , e da distância,  $c$ , do colimador ao cristal, pode afirmar-se que a resolução depende significativamente da distância da câmara gama ao objecto em estudo. Daí haver sempre a preocupação de aproximar o máximo possível a câmara ao doente. Por outro lado, a Eq. 2.7 também mostra que quanto menor for a relação entre largura do buraco,  $h$ , e a altura septal,  $\ell$ , maior será o poder de discriminação de estruturas finas. Todavia, a diminuição do buraco implica necessariamente uma diminuição na sensibilidade resultando na adopção de soluções de compromisso.

O cristal cintilador é essencial como meio de transformação da energia dos fotões gama em luz visível a qual é convertida num sinal eléctrico pelos tubos fotomultiplicadores. Os fotões gama interagem no seio do cristal quer por efeito fotoeléctrico quer por efeito de Compton. Interações secundárias podem ocorrer provocando cintilações (emissão de luz visível) que são posteriormente amplificados e convertidos em sinal eléctrico nos fotomultiplicadores.

O material mais utilizado para fabricar o cristal cintilador da câmara gama é o iodeto de sódio activado com tálio (NaI(Tl)) cujas características físicas o tornam numa escolha acertada. Apesar de apresentar uma pobre resolução em energia, um tempo de resposta relativamente longo e

propriedades higroscópicas, ainda continua a ser um dos cristais mais utilizados na construção das câmaras gama. Esta escolha prende-se sobretudo com o facto do iodeto de sódio apresentar uma boa fracção fotoeléctrica<sup>1</sup>, boa luminosidade e um custo vantajoso relativamente aos seus rivais. A título de exemplo apresenta-se na Tabela 2.2 as características de alguns cristais.

Tabela 2.2 – Características físicas de alguns de cristais cintiladores usados na câmara gama (adaptado de [53]).

<b>Cristal</b>	<b>Nal(Tl)</b>	<b>CsI(Tl)</b>	<b>LaCl<sub>3</sub>(Ce)</b>	<b>LaBr<sub>3</sub>(Ce)</b>
<b><math>\rho</math> (g/cm<sup>3</sup>)</b>	3,67	4,51	3,86	5,3
<b>Comprimento. atenuação (mm)</b>	29,1	22,9	27,8	21,3
<b>Fracção fotoeléctrica (%)</b>	17	21	14	13
<b>Higroscopicidade</b>	Sim	Pouco	Sim	Sim
<b>Luminosidade (fotões/keV)</b>	41	66	46	61
<b>Const. de decaimento (ns)</b>	230	> 800	25 (65%)	35 (90%)
<b>Pico de emissão (nm)</b>	410	420	353	358
<b><math>\Delta E/ E</math> (% ,FWHM)</b>	5,6	6,6	3,3	2,9

Um cristal ideal deveria apresentar um pequeno comprimento de atenuação, elevada luminosidade e fracção fotoeléctrica e pequena constante de decaimento do detector [150]. Entende-se por comprimento de atenuação como o comprimento ao fim do qual 63% ( $1/e$ ) dos fotões incidentes foram absorvidos. Quanto menor for o comprimento de atenuação, menos espesso pode ser o cristal visto que é usual impor-se uma espessura mínima de dois

<sup>1</sup> A fracção fotoeléctrica  $\varepsilon$  é dada pela relação -  $\varepsilon = \sigma_F / (\sigma_F + \sigma_C)$  - entre a secção eficaz do efeito fotoeléctrico,  $\sigma_F$  e a secção eficaz da dispersão de Compton  $\sigma_C$  [68].

comprimentos de atenuação. Portanto, como a resolução espacial intrínseca depende da espessura do cristal, entende-se a necessidade de um pequeno comprimento de atenuação. A fracção fotoeléctrica prende-se directamente com a capacidade de deposição de energia numa localização única, o que beneficia a resolução espacial, em contraponto à interacção por efeito de Compton cuja deposição é múltipla espacialmente. E, finalmente, a constante de decaimento relaciona-se directamente com a resolução temporal que o detector pode apresentar.

Os fotomultiplicadores (Fig. 2.6) são detectores de luz extremamente sensíveis particularmente no infravermelho próximo, visível e ultravioleta. Combinam um elevado ganho e um baixo ruído sendo por isso os detectores de eleição para a luz de cintilação proveniente do cristal. O processo de conversão da luz num sinal eléctrico segue um processo simples de amplificação em avalanche [127]. A luz proveniente do cristal incide no fotocátodo do fotomultiplicador provocando aí a ejeção de electrões que são acelerados por intermédio de um campo eléctrico adequado para o primeiro dínodo. Os electrões ao atingirem o primeiro dínodo provocam uma libertação de mais electrões havendo um primeiro ganho em carga. Do primeiro para o segundo dínodo, o processo repete-se sendo os electrões novamente acelerados e provocando ejeção de ainda mais electrões no segundo dínodo. Nos dínodos sucessivos ( $\approx 11$ ) o processo vai-se repetindo, gerando dessa forma uma avalanche de electrões (entre  $10^7$  e  $10^{10}$  electrões) que são por fim colectados no ânodo dando origem a um sinal eléctrico.

O sinal eléctrico à saída dos fotomultiplicadores é um impulso de corrente de curta duração (na ordem dos microsegundos) que depois de amplificado é analisado por um circuito analisador de altura de impulso. Este circuito permite a discriminação em energia uma vez que se verifica proporcionalidade entre a amplitude do sinal gerado e a energia da radiação incidente no fotocátodo, a qual também proporcional à energia da radiação

incidente no cristal. Os impulsos detectados podem, então, ser contados e a eles associados uma determinada posição espacial que é obtida com recurso à lógica de Anger [174].

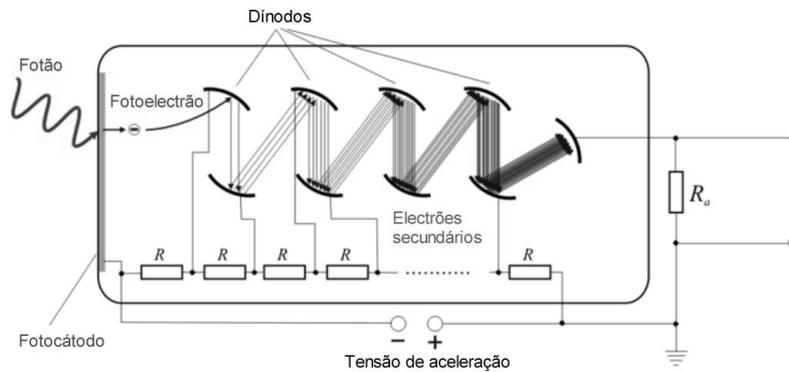


Fig. 2.6 – Representação esquemática de um fotomultiplicador. Os fotoelectrões são ejectados no fotocátodo e acelerados para o 1º dínodo após incidência de fótons na janela do fotomultiplicador. A multiplicação de carga ocorre ao longo da cadeia de dínodos onde são sucessivamente emitidos mais electrões. As tensões interdinódicas são obtidas por divisão da tensão de alimentação (adaptado de [1]).

#### 2.1.4. Formação da imagem

Em imagiologia de emissão um composto contendo um radionuclídeo é introduzido no corpo do paciente formando uma determinada densidade de emissor  $f(x, y, z)$ . No caso de emissores de fótons gama (cintigrafia planar e SPECT), estes atravessam o corpo do paciente até chegar ao detector. Durante o percurso sofrem interacção podendo não chegar sequer a ser detectados pela câmara gama.

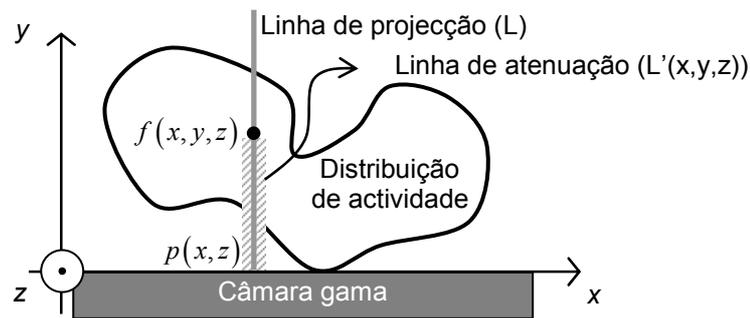


Fig. 2.7 – Esquema de aquisição de dados por uma câmara gama com um colimador de orifícios paralelos. A administração de um radionuclídeo origina uma distribuição  $f(x, y, z)$  do mesmo. Um ponto  $(x, y)$  da distribuição emite em todas as direcções mas (idealmente) apenas a direcção  $(p(r))$  - “linha de projecção” ortogonal à câmara gama é detectada. No trajecto até chegar ao detector a emissão é atenuada.

A emissão num ponto qualquer,  $(x, y, z)$ , da distribuição é isotrópica não havendo, por isso, nenhuma direcção privilegiada. Contudo, devido à existência de colimador (orifícios paralelos), apenas<sup>1</sup> serão detectados os fótons cujo trajecto é perpendicular à superfície do cristal. Durante o percurso ao longo da linha,  $L$ , os fótons interagem com a matéria sofrendo atenuação. Portanto, tendo em conta a Eq. 2.6 e desprezando o ruído, pode-se escrever a seguinte relação entre a distribuição de radionuclídeo e uma determinada medida de emissão relativa à projecção,  $p(x, z)$  [11]:

$$p(x, z) = k \int_L f(x, y, z) e^{-\int_{L(x, y, z)} \mu(x, y, z) dy'} dy, \quad (2.8)$$

<sup>1</sup> Na verdade, outros fótons cuja trajectória é ligeiramente inclinada à perpendicular também serão detectados o que provoca esbarratamento da imagem e perda de resolução espacial (vide Fig. 2.5)

em que  $k$  é o factor de proporcionalidade entre a concentração de radionuclídeo e o sinal detectado e  $\mu(x, y, z)$  é o mapa de coeficientes de atenuação linear.

O conjunto, ao longo de  $x$  e  $z$ , de integrais de linha do tipo da Eq. 2.8 corresponde a uma imagem planar (cintigrafia). A imagem obtida é uma projecção ortogonal do objecto.

Já para o caso do SPECT, a câmara gama é rodada em torno do paciente obtendo-se uma série de projecções tomadas em ângulos distintos que são posteriormente combinadas de modo a determinar-se uma imagem tridimensional. Considerando agora um objecto, à volta do qual se roda o detector, tem-se que uma determinada (linha de) projecção terá de ter em conta o ângulo,  $\theta$ , segundo a qual foi obtida. Desta forma, a Eq. 2.8 generaliza-se segundo:

$$p(x, z, \theta) = k \int_{L_\theta} f(x, y, z) e^{-\int_{L_\theta(x, y, z)} \mu(x, y, z) ds'} ds' \quad (2.9)$$

Designa-se como reconstrução de imagem o problema da determinação da distribuição de radionuclídeo,  $f(x, y, z)$ , a partir das projecções,  $p(x, z, \theta)$ . Em cintigrafia, não faz sentido colocar a questão na medida em que não existem dados suficientes para se determinar a distribuição em causa. Consequentemente, a reconstrução de imagem refere-se apenas à tomografia.

Note-se que para um determinado valor de  $z$ , o conjunto de projecções  $p(x, \theta)$  constitui a transformada de Radon<sup>1</sup> (atenuada) do objecto. No entanto, é comum em aplicações clínicas, assumir-se que a atenuação é constante (geralmente nula), e a Eq. 2.9 toma uma forma mais simples:

---

<sup>1</sup> Consultar a definição no anexo A

$$p(x, z, \theta) = k \int_{L_\theta} f(x, y, z) ds, \quad (2.10)$$

que constitui o integral de Radon.

Apesar da Eq. 2.10 ser apenas uma aproximação rudimentar ao processo de medida envolvido na imagiologia de emissão, ela tem sido e ainda é largamente aplicada como modelo de reconstrução SPECT nos métodos usados em rotina clínica. As imagens obtidas não são precisas do ponto vista quantitativo mas qualitativamente são suficientemente boas para permitirem diagnósticos exactos. O problema de quantificação em SPECT é complexo uma vez que implica que o mapa de atenuação seja considerado no problema de inversão (reconstrução). A forma de correcção mais usada em rotina devido à sua facilidade de aplicação foi proposta por Chang [57] e consiste na correcção das estimativas de distribuição do radionúclideo plano a plano, de acordo com a equação:

$$f_{\text{corrigida}}(x, y)|_z = k(x, y) \times f_{\text{estimativa}}(x, y)|_z. \quad (2.11)$$

O mapa dos coeficiente de correcção,  $k(x, y)$ , é o inverso da média da atenuação considerada sobre todas as linhas de projecção que contém o ponto  $(x, y)$ . Outros métodos mais precisos, como os analíticos e os iterativos, produzem melhores resultados mas são menos usados na rotina clínica pois são mais lentos. Os métodos analíticos, geralmente, baseiam-se na inversão analítica da transformada atenuada de Radon [141][161][188] [141]. Já os métodos iterativos, incluem a correcção de atenuação no próprio modelo.

No que diz respeito aos métodos de reconstrução de imagem é usual distinguirem-se os métodos analíticos dos métodos iterativos.

Relativamente aos métodos analíticos, Tsui e Frey (2006) [31], distinguem a retro projecção simples, retro projecção filtrada e a filtragem da retro projecção. No tocante, aos métodos iterativos, Hutton *et al.* (2006) [29] distinguem duas categorias: os métodos estatísticos e os não estatísticos. Os métodos denominados como não estatísticos não fazem suposições sobre a natureza do ruído presente nos dados. Contrariamente, os métodos estatísticos assumem que o ruído que contamina os dados segue uma distribuição gaussiana ou uma distribuição poissoniana, advindo daí uma natural divisão dentro dos métodos ditos estatísticos.

Na retro projecção simples as medidas são distribuídas uniformemente ao longo da linha de projecção que lhe deu origem. Procedendo da mesma forma para todas as projecções em diferentes ângulos obtém-se uma estimativa da distribuição da actividade.

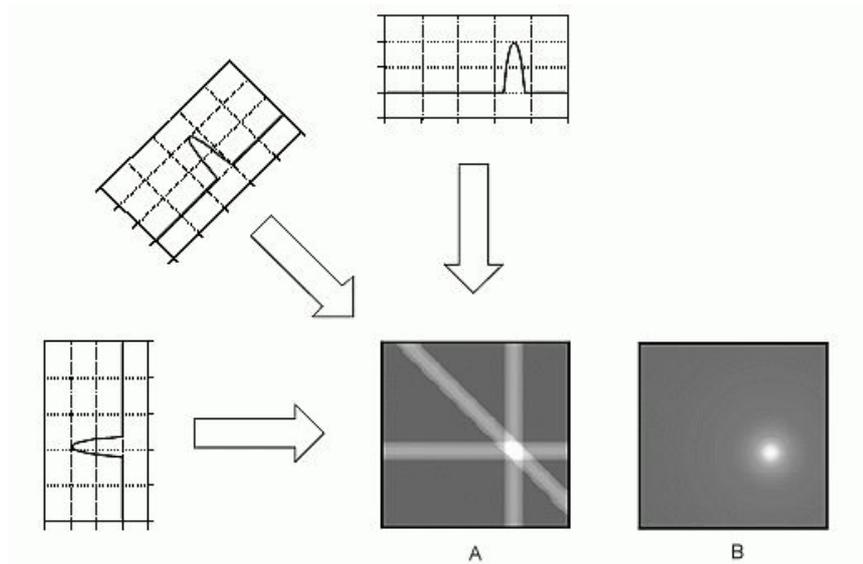


Fig. 2.8 – Representação do método de retro projecção simples. O valor de uma dada projecção é distribuído uniformemente na imagem a obter. A) representa o processo para apenas três vistas; B) mesmo processo para um elevado número de vistas (adaptado de [3]).

Apesar de ser um processo bastante simples, os resultados obtidos não são exactos e como se pode observar na Fig. 2.8 a imagem reconstruída de uma fonte pontual aparece esborratada. A retro projecção filtrada (FBP – do inglês *Filtered BackProjection*) corrige este problema efectuando uma filtragem prévia à retro projecção [45].

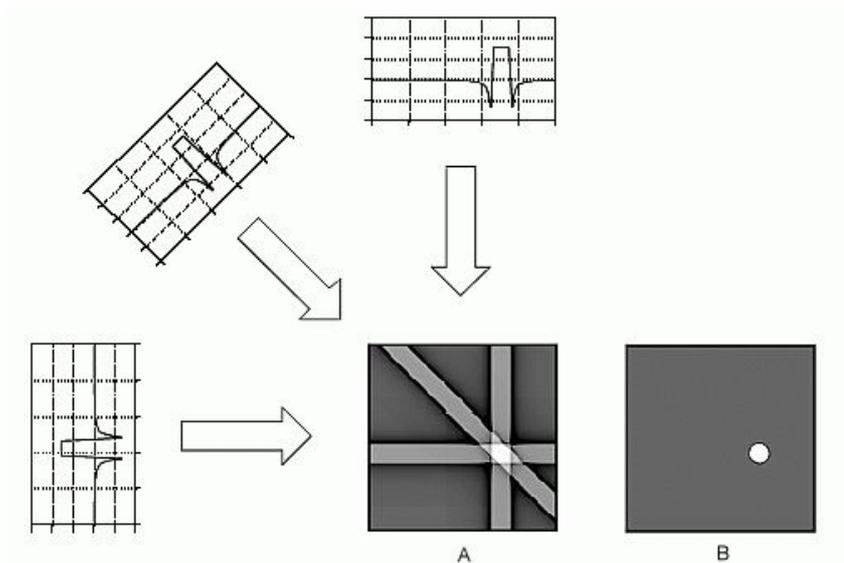


Fig. 2.9 - Representação do método de retro projecção filtrada. Cada uma das vistas é previamente filtrada ou convoluída com uma função apropriada. A) representa o processo para três vistas; B) mesmo processo para um elevado número de vistas (adaptado de [4]).

Embora os métodos iterativos sejam preteridos relativamente aos analíticos na prática clínica, apresentam características que os tornam mais atractivos a quem procura exactidão e versatilidade (mesmo em detrimento de velocidade de processamento). Os métodos iterativos permitem incorporar modelos do sistema mais próximos da realidade e, por isso, corrigir efeitos verificados durante a aquisição de dados.

Em termos gerais, os métodos iterativos envolvem quatro passos fundamentais, esquematizados na Fig. 2.10.

i) O processo principia com uma imagem inicial estimada,  $\hat{X}^{(n)}$ , que é projectada obtendo-se o conjunto de projecções,  $\hat{P}^{(n)}$ , que seriam as projecções expectáveis caso  $\hat{X}^{(n)}$  fosse a verdadeira imagem.

ii) As projecções,  $\hat{P}^{(n)}$ , são então comparadas com as projecções medidas,  $P$ , obtendo-se um conjunto de erros,  $\varepsilon_p$ , no espaço das projecções.

iii) Os erros determinados anteriormente são retroprojectados para o espaço da imagem resultando no conjunto,  $\varepsilon_i$ ;

iv) Finalmente, os erros no espaço da imagem são utilizados para actualizar a imagem,  $X^{(n)}$ ;

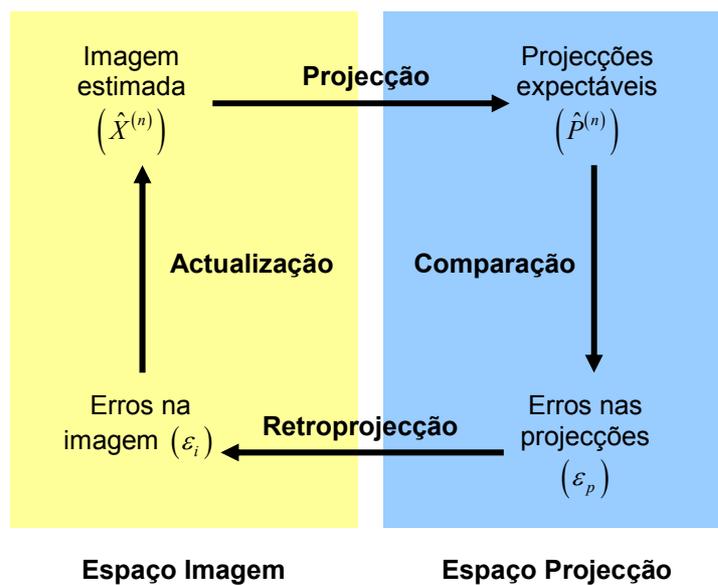


Fig. 2.10 – Esquema geral dos métodos iterativos de reconstrução de imagens tomográficas.

Já do ponto de vista matemático, a reconstrução pode ser visualizada com ajuda da Fig. 2.11. Inicialmente, estabelece-se um espaço voxelizado (ou pixelizado, no caso de reconstrução 2D) no qual cada linha de projecção atravessa determinados voxéis (ou pixéis). Logo, cada medida é originada pela soma ponderada dos valores de intensidade dos voxéis (pixéis) por onde passa a linha de projecção correspondente e por uma parcela relativa ao ruído associado ao processo.

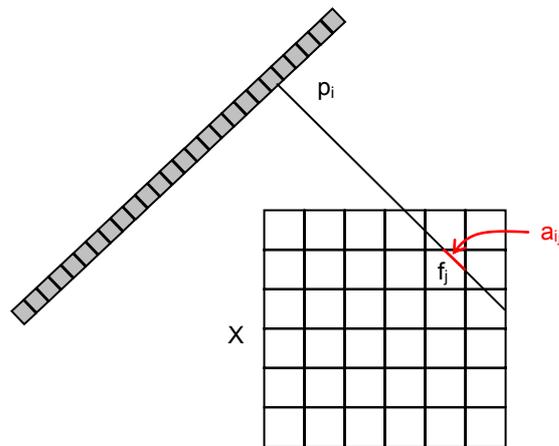


Fig. 2.11 – Ilustração do modelo base utilizado nos métodos iterativos de reconstrução. A linha de projecção,  $p_i$ , é originada pela soma das contribuições dos pixéis,  $f_j$ , (voxéis, no caso 3D) que ela contém. Os valores  $a_{ij}$  representam a fracção que o pixel  $j$  contribui para a linha de projecção  $i$ .

Desta forma, a projecção,  $p_i$ , é definida por

$$p_i = \sum_j a_{ij} f_j, \quad (2.12)$$

em que os valores  $a_{ij}$  representam a fracção que o pixel  $j$  contribui para a linha de projecção  $i$ . São várias as formas de determinar estas fracções não

se limitando a um único processo geométrico [142]. A retro projecção, por outro lado, será:

$$f_j = \sum_i a_{ij} p_i, \quad (2.13)$$

A reconstrução pode, então, de forma mais geral ser apresentada sob um ponto de vista matricial segundo:

$$P = A X + R, \quad (2.14)$$

em que  $P$  representa o conjunto de todas as projecções,  $p_i$ , (as medidas),  $A$  é a matriz, de elementos  $a_{ij}$ , designada por matriz sistema que relaciona as projecções com os valores a determinar,  $R$  representa o ruído e  $X$  é o conjunto de incógnitas,  $f_j$ , isto é, a imagem que se pretende conhecer.

Se o ruído fosse conhecido e a matriz  $A$  invertível, a resolução seria directa. No entanto, nem o ruído é conhecido nem a matriz é geralmente invertível pelo que é necessário o recurso a outros métodos.

O algoritmo ART (do inglês *Algebraic Reconstruction Technique*) foi proposto em 1970 [95] e é um dos mais simples métodos iterativos de reconstrução. Neste as estimativas segundo uma determinada linha são comparadas com a projecção medida e corrigidas concomitantemente por uma subtracção simples. O processo segue projecção após projecção iterando um determinado número de vezes. Fazendo-se uma ajustada escolha dos parâmetros de sobre-relaxação mostrou-se que este algoritmo é capaz de produzir imagens de grande qualidade [109].

Numa abordagem Bayesiana, a reconstrução (Eq. 2.14) é encarada como um problema de pesquisa dos valores  $X$  que melhor explicam os dados observáveis. Dito de outra forma, pretende-se determinar os valores

mais prováveis da imagem,  $X$ , dadas as suas projecções,  $P$ . O que é equivalente a maximizar a probabilidade condicional,  $P[X|P]$ , ou seja a probabilidade de  $X$  ocorrer dado  $P$  [11]. Segundo a fórmula de Bayes, podemos reescrever a probabilidade condicional da seguinte forma:

$$P[X|P] = \frac{P[P|X]P[X]}{P[P]}. \quad (2.15)$$

Como o denominador na Eq. 2.15 é constante, a maximização de  $P[X|P]$  é equivalente à maximização do numerador da Eq. 2.15. O termo  $P[P|X]$  é designado por verosimilhança e significa o quão próximos os dados e a imagem se encontram ou, uma vez mais, a probabilidade de  $P$  dado  $X$ . Na reconstrução por máxima verosimilhança (ML do inglês Maximum Likelihood), maximiza-se, então, a probabilidade  $P[P|X]$ .

No caso de se considerar um modelo de Poisson para a emissão, tem-se que a probabilidade condicional é dada por:

$$P[P|X] = \prod_i \frac{e^{-\sum a_{ij}f_j} (\sum a_{ij}f_j)^{p_i}}{p_i!}. \quad (2.16)$$

Pode agora aplicar-se logaritmos à Eq. 2.16 e maximizar a função resultante:

$$\ln(P[P|X]) = \sum_i \left\{ p_i \sum a_{ij}f_j - \sum a_{ij}f_j - \ln(p_i!) \right\}. \quad (2.17)$$

Embora existam vários métodos para maximizar a verosimilhança (Eq. 2.16) o mais usado é a maximização do valor expectável (EM, do inglês Expectation Maximization) [67]. Este método (ML-EM) envolve uma técnica iterativa cuja convergência está assegurada [186]. O método segue o

procedimento geral explicado anteriormente (Fig. 2.10) podendo ser resumido na seguinte equação:

$$f_j^{(n+1)} = \frac{f_j^{(n)}}{\sum_{\ell} a_{\ell j}} \sum_i a_{ij} \frac{p_i}{\sum_k a_{ik} f_k^{(n)}}. \quad (2.18)$$

Uma das variantes mais importantes ao método ML-EM, é o algoritmo OSEM (do inglês, Ordered Subset Expectation Maximisation) [115] que converge mais rapidamente que o seu predecessor, no entanto, ainda não existe prova que o algoritmo OSEM convirja para a mesma solução que o ML-EM [29]. A ideia base deste método é o uso de blocos de dados que são usados para determinar sucessivamente estimativas da imagem. Uma iteração fica dividida em vários passos EM que usam menos dados de cada vez e que servem para actualizar a imagem estimada. Assim, ao fim de uma iteração, que corresponde ao uso de todos os dados disponíveis, já se actualizou a imagem estimada tantas vezes quanto o número de grupos em que os dados foram organizados, permitindo uma significativa aceleração do processo.

## 2.2. Correcção de movimentos

Numa técnica imagiológica faz sentido abordar o tema da correcção de movimentos se as relações temporais entre a aquisição de imagem e o movimento forem tais que exista impacto no resultado final. Se, porventura, a velocidade de aquisição de imagem é muito superior à velocidade do movimento do objecto, não se verificam efeitos nefastos nas imagens adquiridas. Todavia, o contrário apresenta consequências sobre as imagens que exigem a atenção de processos de correcção.

As técnicas imagiológicas de emissão (SPECT e PET) exigem um período de tempo de exposição relativamente longo durante o qual o paciente não se deve mexer. Este é um aspecto que por vezes não é fácil de alcançar, principalmente nos casos de crianças ou de doentes com necessidades especiais. Não raras vezes, é necessário recorrer a sistemas de retenção e/ou à sedação do paciente. Noutras ocasiões, devido ao longo período de exame (~ 30 min) o paciente, mesmo involuntariamente, move-se ou altera a sua posição ainda que temporariamente. Porém, existem movimentos incontornáveis, e.g. os movimentos respiratórios, o batimento cardíaco. E, para este tipo de movimentos, as técnicas de correcção de movimentos tornam-se imprescindíveis.

### **2.2.1. Efeito do movimento nas imagens de emissão**

O efeito geralmente atribuído ao movimento é o esborratamento dos objectos móveis o que implica um espalhamento da actividade e uma perda da definição dos bordos. Efeitos que se traduzem quer no aparecimento de artefactos, quer numa diminuição da detectibilidade de pequenos pontos.

A Fig. 2.12 procura ilustrar o efeito do movimento de uma fonte pontual. A emissão é feita a partir de pontos distintos ao longo do tempo, o que, devido à resolução temporal do detector gama, são impossíveis de discriminar. Daí resulta que a fonte é vista como uma fonte de maiores dimensões e menor actividade.

Outro aspecto importante a considerar é a relação entre a amplitude do movimento e a própria resolução espacial do instrumento de aquisição, uma vez que, para situações em que a amplitude do movimento é muito menor do que a menor distância de resolução o movimento terá um efeito negligenciável sobre a imagem final.

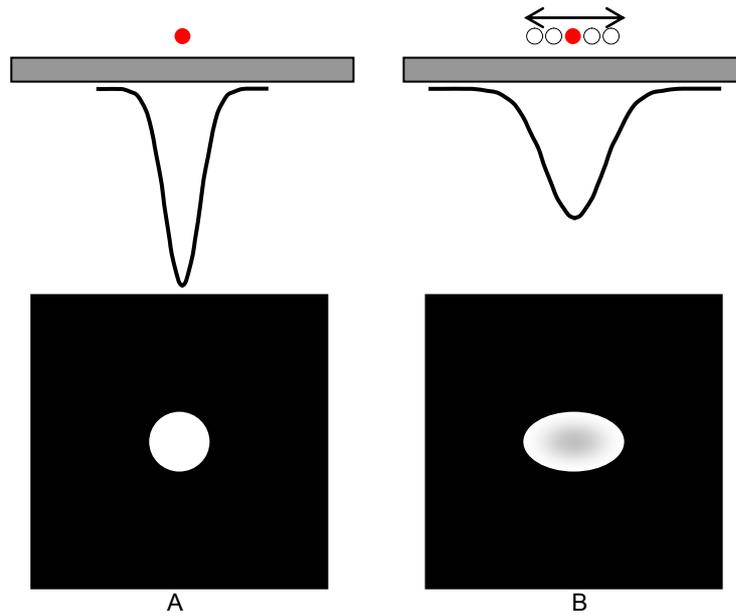


Fig. 2.12 – Ilustração do esborratamento na imagem provocado pelo movimento de um fonte pontual (a vermelho). A) representa a situação da aquisição de uma fonte pontual estática. B) representa a situação hipotética da fonte pontual possuir um determinado movimento de translação periódico.

Murase et al. [152] foram dos primeiros a estudar de forma sistemática o impacto do movimento em imagens de SPECT. Avaliaram por simulação e com testes reais em fantômas, o impacto do movimento respiratório em imagens SPECT tendo concluído que para uma amplitude de movimento de 14 mm o contraste em lesões de 2 cm de diâmetro diminuía aproximadamente 20% quando comparado com a situação de ausência de movimento.

Correntemente, encontra-se bem estabelecido que os movimentos respiratórios podem causar artefactos em exames SPECT de perfusão do miocárdio com implicações directas no diagnóstico [33][63][73][83][84][92][193][201][214]. A este respeito, Matsumoto et al. [143], concluíram que os

artefactos criados dependiam do tempo e da natureza do movimento e, também, do número de câmaras utilizadas, e.g.: para desvios menores do que 1 pixel não detectaram defeitos de perfusão (avaliados por QPS<sup>1</sup>), mas para desvios de 3 pixels os defeitos detectados correspondiam em média a 8,1% para uma câmara de uma cabeça e de 11,8% para uma câmara de duas cabeças.

Já no tocante ao PET, Osman et al. [167] investigaram o efeito do movimento em estudos PET/CT, encontrando desvios na localização de lesões entre o PET e o CT (do inglês *Computed Tomography*). Segundo este estudo, os desvios de localização entre as duas técnicas, que posteriormente são fundidas, podem traduzir-se, nalguns casos (2%), em erros grosseiros de localização de lesões. Por outro lado, a necessidade de proceder à correcção de atenuação em imagens de emissão (PET) a partir de imagens anatómicas (CT) dá origem a diversos artefactos quando se verifica a existência de movimento do paciente [76][94][206]. Demonstrou-se, também, que o movimento respiratório provoca uma redução na precisão da determinação do volume e actividade associados a lesões pulmonares quando examinadas com <sup>18</sup>F-FDG PET [34][155].

Estudos noutras áreas [22][116][183][187], nomeadamente na radioterapia, reportam um acréscimo do volume e erro na localização de tumores que levam a um planeamento inadequado.

### **2.2.2. Formas de detecção do movimento**

A detecção do movimento é o precursor da correcção, constituindo um passo fulcral para o sucesso de qualquer técnica que vise minorar os efeitos do movimento. Apesar de serem inúmeras as formas usadas para detectar o

---

<sup>1</sup> do inglês, Quantitative Perfusion SPECT

movimento podem, no entanto, ser facilmente classificáveis em dois grandes grupos: as técnicas que fazem uso das próprias imagens cintigráficas (*data driven*) e as técnicas que fazem uso de instrumentos externos dedicados à detecção do movimento.

#### **2.2.2.1. Detecção do movimento a partir das próprias imagens**

A forma de quantificar o movimento que envolve menos interferência com os protocolos clínicos e que não necessita, geralmente, do recurso de hardware adicional é a que faz uso das imagens que são adquiridas durante o exame clínico. É essencialmente esta razão que torna estes métodos atractivos e que os torna preferidos em ambiente clínico.

Já na década de 70, foram propostos métodos de determinação do movimento de translação, para cintigrafias do fígado, baseados no centróide da imagem ou, em versões mais simplificadas, baseados apenas no centróide da coordenada  $yy$  da gama câmara [20][75][166]. Também para cintigrafias foi proposto o uso de duas fontes externas fixas ao corpo do paciente cujas imagens permitiriam a detecção do movimento [81].

Para imagens tomográficas a detecção torna-se mais complexa tendo sido sugeridos vários processos distintos os quais se podem classificar em cinco grupos distintos. Podem, então, distinguir-se métodos baseados em correlação cruzada (CC) [40][74][169], em quadrados divergentes (DS, do inglês *diverging squares*) [89], no ajuste bidimensional (AB) [64], no uso de marcas externas radioactivas (ME) [83][91] e em fluxo óptico (FO) [160].

Todos estes métodos tentam estimar o movimento a partir das projecções que, no caso do SPECT, constituem imagens planares.

A CC entre dois vectores,  $V$  e  $V'$ , de dados, baseia-se na equação:

$$CC(i) = \sum_{j=1}^m V(j) \times V'(j+i), \quad (2.19)$$

em que  $m$  representa o número de valores existente em cada um dos vectores. A variável  $i$ , representa o desvio (em pixels) a determinar e, é usual considerar-se  $-10 \leq i \leq 10$ .

O movimento é então determinado considerando a CC entre vectores calculados em imagens consecutivas. Geralmente, para definição dos vectores são usados perfis horizontais e/ou verticais de uma imagem [74] ou de uma região da imagem [40].

O algoritmo DS, foi desenvolvido para aplicação a imagens tomográficas de perfusão do miocárdio. Inicialmente, é definido um rectângulo de 10x10 pixels no interior do ventrículo esquerdo da primeira imagem de projecção. A partir deste, são então definidos quatro novos rectângulos de 11x11 pixels de tal forma que cada um deles contenha o quadrado inicial e uma das quatro possíveis linhas e colunas adjacentes. Destes quatro rectângulos é escolhido o que apresenta maior número de contagens. A partir deste são então definidos 4 novos rectângulos de 12x12 pixels seguindo-se o mesmo critério anterior. O processo prossegue até se atingir um quadrado de 20x20 pixels. O centro deste quadrado é considerado o “centro do coração” para a primeira projecção. Para as restantes projecções determina-se o centro do coração e, finalmente, o movimento é determinado tendo em conta a geometria envolvida no movimento da gama câmara.

O método AB também foi desenvolvido especificamente para imagens cardíacas de SPECT. O utilizador define na imagem de projecção de 45° (projecção anterior esquerda oblíqua) uma região de interesse circular que contenha toda a actividade do miocárdio. Os pixels contidos na região circular

são comparados com os da imagem adjacente (projecção seguinte) através de uma soma das diferenças quadráticas definida por:

$$SSD_{ij} = \sum_k \sum_\ell \left( I_{x-k; y-\ell} - I'_{i-k; j-\ell} \right)^2, \quad (2.20)$$

em que  $(x, y)$  são as coordenadas do centro da região circular,  $(k, \ell)$  encontram-se dentro do intervalo dos pixeis da região de interesse,  $I$  é a imagem original e  $I'$  a imagem adjacente. O mínimo da função  $SSD_{ij}$  é calculado por interpolação parabólica e as coordenadas do mínimo  $(\Delta x, \Delta y)$  são os desvios que são necessários realizar para alinhar a imagem  $I'$  com a imagem  $I$ . O centro da região circular é colocado na imagem adjacente,  $I'$ , nas coordenadas  $(x + \Delta x, y + \Delta y)$  e o processo repete-se para a nova imagem adjacente. No final todas as imagens estarão alinhadas.

As técnicas ME são talvez as mais simples uma vez que o movimento é determinado a partir dos desvios dos centróides da(s) marca(s) externa(s) nas diversas imagens de projecção.

O movimento no algoritmo OF é obtido por fluxo óptico (movimento do padrão de intensidades da imagem originado pelo movimento da cena ou da câmara) entre duas projecções consecutivas. Para um cálculo mais rápido o fluxo óptico é determinado sobre uma região de interesse. Esta opção permite também minorar os eventuais efeitos do movimento na própria determinação do fluxo óptico uma vez que se supõe que esses efeitos serão globais.

Para além dos métodos mencionados a visualização das imagens de projecção de forma consecutiva como se cinema se tratasse permite detectar movimentos bruscos.

Foram realizados estudos comparativos [64][130][165] entre os diversos métodos não havendo concordância entre as conclusões e não havendo um método que sobressaia relativamente aos outros.

#### **2.2.2.2. Detecção do movimento a partir de instrumentos externos**

Apesar do seguimento do movimento ser tecnicamente possível a partir de vários tipos de transdutores, as exigências do ambiente clínico limitam a escolha possível. Por conseguinte, as câmaras de vídeo que funcionam quer no domínio do visível [30][46][90] quer no domínio do próximo infravermelho [93][211][212] têm sido as opções mais frequentes. A ideia base destes métodos é a colocação de marcas no corpo do paciente que são visíveis por diversas câmaras e que têm a possibilidade de determinar tridimensionalmente a posição dos mesmos (cf. Cap.4). Havendo a possibilidade de seguir temporalmente a posição das marcas é possível aferir o movimento do corpo ao qual elas estão ligadas. O uso de câmaras a funcionar no próximo infravermelho permite operar em condições de obscuridade que são vantajosas em alguns exames neurológicos, e também permite uma melhor identificação das marcas visto a relação sinal/ruído ser benéfica. Já o uso de câmaras que operam na gama do visível permite uma diminuição dos custos associados bem como o uso de um grande número de marcas fiduciais.

No caso dos movimentos respiratórios (PET), é comum o uso de diversos dispositivos externos que geram um sinal de *trigger* para protocolos envolvendo *gating* [156]. De entre os dispositivos mais usados destacam-se os sensores de pressão, os espirómetros, os sensores de temperatura e também o uso de câmaras de vídeo dedicadas.

### 2.2.3. Estratégias de correcção do movimento

Na década de setenta categorizavam-se as técnicas que visavam reduzir os efeitos do movimento em três grupos [20]: as técnicas de *gating*, as técnicas computacionais e as técnicas de circuitos analógicos. Nestas últimas, eram usados circuitos electrónicos ligados às saídas de posição da gama câmara e que procediam à correcção dos eventos detectados com base num cálculo de centróide [20][75]. Com o advento do computador estas técnicas foram sendo substituídas por outras mais eficientes.

Actualmente, continuam a considerar-se as técnicas de *gating* como outrora e as técnicas ditas computacionais evoluíram bastante sendo, por isso, a grande divisão feita nesta últimas.

O *gating* não deve ser considerado uma técnica de compensação de movimento *stricto sensu*, na verdade, assume-se *à priori* que se está na presença de um determinado tipo de movimento inevitável mas que se pode fazer um seguimento do mesmo. Para isso o movimento deverá ser periódico, e.g. o batimento cardíaco. Assim, em vez de se tentar utilizar uma forma para eliminar (em pós processamento) o movimento, realiza-se uma aquisição tal que é possível obter diferentes imagens em distintas fases do movimento. O inconveniente a contornar é o diminuto débito de contagens que geralmente se obtêm, por motivos dosimétricos. Para obviar, então, esta circunstância divide-se o ciclo do movimento num determinado número de intervalos e acumula-se informação em cada um desses intervalos ciclo após ciclo (Fig. 2.13). É, pois, indispensável uma forma de assinalar o início (*trigger*) de um novo ciclo – no caso de exames cardíacos é usado a onda R do electrocardiograma.

Uma das formas mais frequente de realizar compensação de movimento em rotina clínica (nas aquisições dinâmicas) passa pela detecção do movimento por visualização e a supressão das imagens onde se verificam

os efeitos. Apesar de ser um método rápido e fácil de realizar implica uma perda de número de contagens por pixel aumentando o ruído estatístico. Alternativamente à supressão pode alinhar-se manualmente as imagens garantindo uma melhoria da imagem final [80]. No entanto, esta técnica é morosa, trabalhosa e dependente do operador sendo por isso preterida relativamente a outras.

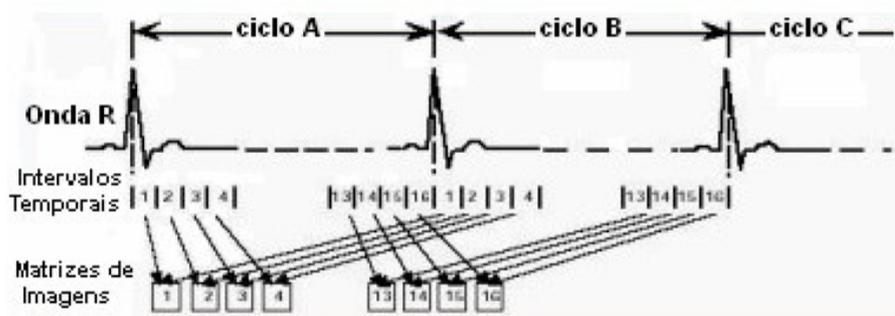


Fig. 2.13 – Ilustração do funcionamento do esquema de aquisição de um *gating* cardíaco. A onda R é usada como sinal de *trigger* – na transição ascendente inicia-se um novo ciclo que finaliza na nova transição ascendente. Durante este período é feito um determinado número de aquisições (16 na imagem). A cada novo ciclo as imagens são actualizadas.

No caso da cintigrafia (e.g. renogramas [14]) a correcção de movimentos é realizada, após detecção do movimento, por alinhamento das imagens recorrendo a interpolação (cf. Cap 3). Esta abordagem simples permite apenas a correcção de movimentos de translação que aconteçam no plano de projecção e de rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano de projecção.

A tomografia exige métodos mais complexos que envolvam também as técnicas de reconstrução de imagem. O refinamento dos métodos usados é

patente na literatura compulsada. A correcção começou por ser feita em cada projecção e a reconstrução realizada posteriormente [40][74][89][130].

Mais tarde, Fulton *et al.* [87], apresentaram uma nova abordagem para a correcção de movimentos com aplicação a SPECT cerebral. Esta nova estratégia entende o movimento do paciente como uma nova posição virtual da gama câmara gerando-se desta forma uma nova projecção. Na ausência de movimento o movimento tomográfico da gama câmara descreve um cilindro, cujo conjunto de projecções se pode designar por  $P_A$  (Fig. 2.14). Quando o paciente se move um novo conjunto de projecções,  $P_B$ , pode ser introduzido criando um cilindro virtual rodado relativamente ao original.

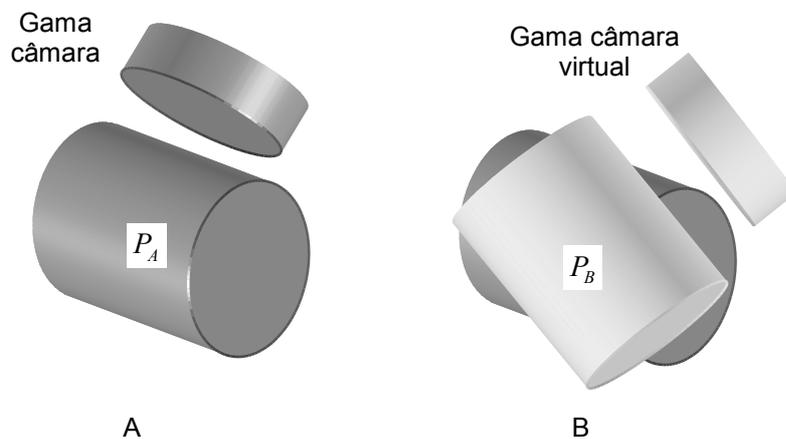


Fig. 2.14 – Representação do cilindro que o movimento tomográfico da gama câmara desenha. A) Ausência de movimento; B) Situação em que se verifica movimento – um cilindro virtual é gerado e associado ao mesmo um conjunto de projecções  $P_B$  (adaptado de [87]).

A reconstrução de imagem é, então, realizada com recurso a um método iterativo (OSEM) que é aplicado na sua forma bidimensional recorrendo aos conjuntos de projecções,  $P_A, P_B, \dots$ , para alimentar cada sub-

iteração do algoritmo. Entre cada sub-iteração é necessário aplicar uma transformação rígida ao objecto reconstruído por forma a colocá-lo na posição e orientação original. Esta manobra visa evitar uma reconstrução tridimensional (*fully 3D*), abordagem aliás, testada pelo mesmo autor posteriormente [88].

Outra forma de correcção de movimento consiste na aquisição dos dados em “list mode” e a detecção do movimento a partir de seis câmaras de vídeo [135]. A aquisição em “list mode” gera uma lista com todos os eventos detectados. A informação por evento que é guardada é a posição e a energia do fóton e o instante de tempo. A compensação do movimento é realizada corrigindo espacialmente cada evento a partir do movimento detectado pelas câmaras de vídeo. Uma vez corrigidos espacialmente, transformam-se os eventos nas projecções habituais e procede-se à sua reconstrução. O mesmo grupo generalizou o procedimento permitindo também correcção de deformações espaciais [99].

# Capítulo 3

## 3. Corregisto de imagem

Entende-se por corregisto o processo de colocação de imagens distintas sobre o mesmo sistema de coordenadas, no seguimento de um processo prévio de uniformização tridimensional da amostragem para as diferentes entradas. Este procedimento não é mais do que o alinhamento entre si de duas imagens, estabelecendo-se para isso, uma correspondência entre as características comuns [43][157]. O objectivo final do corregisto é a obtenção de nova informação útil que, caso se considerasse as imagens em separado, não seria possível extrair. A grande dificuldade associada ao corregisto é o cálculo da transformação que faz o mapeamento entre as imagens.

Designa-se por corregisto multimodal o processo de alinhamento de imagens provenientes de técnicas diferentes, e.g., imagens funcionais (SPECT) com imagens anatómicas (CT). A informação das duas imagens é condensada numa só ganhando-se novos elementos resultantes das particularidades da junção. A Fig. 3.1 ilustra um exemplo de corregisto seguido de fusão das imagens. A combinação das imagens de CT e de SPECT resulta num ganho adicional às duas separadas, evidenciando-se a possibilidade de localização com grande precisão da informação funcional. O corregisto não melhora a resolução espacial da técnica com pior

desempenho: a melhoria verificada tem sobretudo a ver com a localização no espaço morfológico do objecto

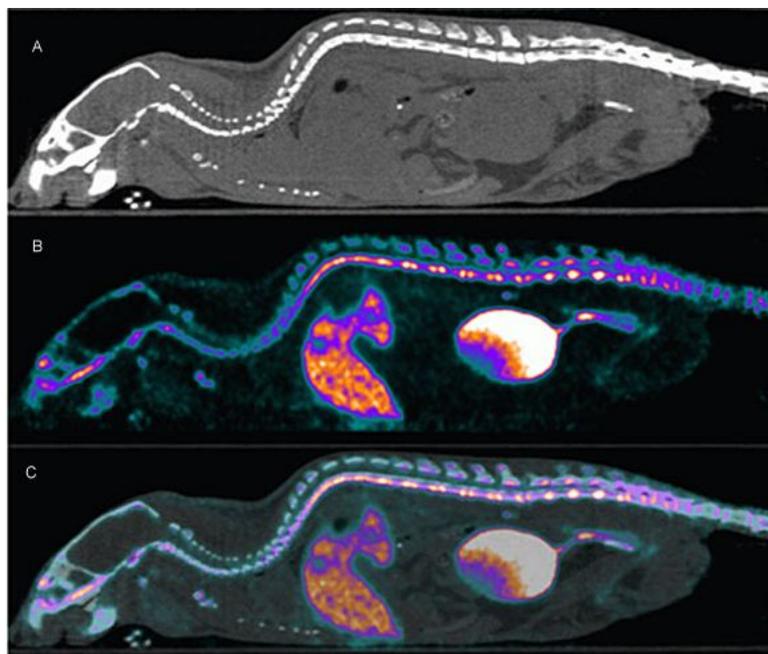


Fig. 3.1 – Exemplo de correção multimodal entre imagens CT e SPECT de um rato. A) Imagem CT; B) imagem SPECT; C) fusão das duas imagens anteriores (adaptado de [5]).

O correção entre imagens do mesmo tipo é igualmente proveitosa quando se pretende realçar diferenças ao longo do tempo em exames efectuados ao mesmo indivíduo. Ou, nas situações em que se pretende realizar um estudo dentro de uma população avaliando parâmetros de normalidade/marginalidade estatística.

O correção efectuado sobre imagens obtidas por técnicas de medicina nuclear é particularmente complexo devido às especificidades inerentes. Note-se que a delimitação de estruturas é por vezes difícil, a correlação entre áreas de elevada e/ou diminuta captação e estruturas anatómicas não é evidente e diferentes traçadores revelam informação funcional distinta. Por

consequente, as condições proporcionadas pela imagiologia nuclear não permitem assinalar com facilidade marcas comuns entre as imagens que permitam o cálculo do mapa entre as mesmas.

Os métodos imagiológicos de apoio ao diagnóstico médico têm vindo a ser cada vez mais solicitados, sendo habitual o recurso a diversas modalidades em conjunto. Assim, compete ao médico a junção das informações adquiridas pelas diferentes imagens. Todavia, esta fusão é frequentemente executada mentalmente com óbvias dificuldades que se acentuam quando se procuram diferenças entre exames do mesmo indivíduo adquiridos a tempos distintos ou quando se deseja inferir um padrão a partir de um conjunto de indivíduos diferentes. O correção de imagens, e o posterior processo de fusão entre as mesmas procura auxiliar este processo garantindo também grande rigor e reproductibilidade.

O interesse demonstrado por este assunto é patente na plethora de comunicações, artigos e capítulos de livros que surgem na literatura – as entradas numa vulgar pesquisa na Internet ascendem facilmente às várias centenas de milhar. Tentar fazer uma revisão exaustiva ao tema é provavelmente uma tarefa votada ao fracasso por este ser tão abrangente. Uma breve análise ao problema formulado matematicamente permite-nos depreender a causa para tão grande disparidade. Assim, o correção pode ser expresso algebricamente por:

$$\arg \min_{\tau} \xi(I_A - \tau(I_B)). \quad (3.1)$$

em que  $I_A$  e  $I_B$  são as imagens a corrigir e  $\tau$  é a transformação a determinar de forma a que a medida de similitude  $\xi$  seja mínima.

Da Eq. 3.1 é dedutível que os métodos de correção podem então variar quanto à função de similitude que adoptam, quanto ao tipo de

transformação, quando ao tipo de imagens que tratam, quanto ao tipo de método de optimização empregue, etc.

No restante capítulo iremos proceder a uma revisão concisa dos métodos de correção e debruçar-nos-emos igualmente sobre a sua aplicação à medicina nuclear.

### **3.1. Introdução ao correção de imagem**

Encontram-se na literatura alguns trabalhos de revisão sobre o correção. Uma das primeiras taxonomias foi proposta por Elsen [203], com seguimento posterior de Maintz [138] [139]. Aliás, os critérios considerados neste trabalhos são retomados em estudos ulteriores com reduzidas variações [118][208][225]. Os itens propostos para estruturação do correção são:

1. Objecto de correção;
2. Modalidades;
3. Sujeito;
4. Dimensão;
5. Dados base;
6. Interação;
7. Natureza e domínio da transformação;
8. Método de optimização.

Estes aspectos são discutidos nas secções seguintes.

#### **3.1.1. Objecto de correção**

O objecto de correção diz respeito à área de interesse em que se deseja realizar alinhamento de imagens. Na área médica, o corpo humano como um todo surge como natural objecto, mas também qualquer órgão ou

região particular. Por conseguinte, é usual encontrar estudos que se referem à aplicação do correjisto ao cérebro, ao olho, ao coração, à mama, ao rim, ao fígado, etc. Cada um destes apresenta particularidades que tornam o correjisto específico. Por exemplo, o cérebro encontra-se encerrado na caixa craniana não se supondo por isso movimentos a menos que a cabeça se mova. Também, se admite que os movimentos, neste caso, terão de ser rígidos<sup>1</sup>.

### **3.1.2. Modalidades**

Como já se referiu anteriormente designa-se por correjisto multimodal ou intermodal a tarefa de alinhar imagens de diferentes tipos. Já se as imagens forem do mesmo tipo, diz-se que o correjisto é monomodal ou intramodal. No caso de se pretender seguir ao longo do tempo o mesmo paciente é comum a realização do mesmo tipo de exame e a verificação de eventuais alterações. Este procedimento é frequente, por exemplo, para exames de ressonância magnética (MRI) ao cérebro e posterior procura de variações ao longo do tempo [157]. O correjisto monomodal torna-se então pertinente, senão mesmo indispensável.

O correjisto multimodal abrange as mais variedades modalidades mas no campo da medicina nuclear é corrente encontrarmos correjisto entre imagens cerebrais de PET e MRI. Com o advento do PET/CT, o correjisto entre imagens PET e imagens CT passou a ser impreterível com vista a uma conveniente correcção de atenuação aquando da reconstrução da imagem PET.

---

<sup>1</sup> Existe uma excepção que convém notar, que é o caso do correjisto entre cérebros de indivíduos distintos ou o correjisto para um atlas. Nesta circunstância considera-se o correjisto com deformação e portanto as transformações não serão rígidas.

### **3.1.3. Sujeito**

A classificação do correlisto quanto ao sujeito geralmente distingue três grupos:

- a) intra-sujeito;
- b) inter-sujeito;
- c) atlas.

O correlisto intra-sujeito (multimodal ou monomodal) é realizado entre imagens do mesmo sujeito. O correlisto inter-sujeito (monomodal) é realizado entre sujeitos diferentes.

Um atlas é usualmente obtido a partir de um conjunto de imagens de diferentes sujeitos escolhidos aleatoriamente e representativos de uma determinada população normal. O correlisto para um atlas é, assim, realizado entre uma imagem de um sujeito e o atlas.

### **3.1.4. Dimensão**

A dimensão refere-se ao número de dimensões geométricas das imagens envolvidas. Por outro lado, a existência da dimensão temporal é igualmente influente nas características inerentes ao processo de correlisto.

Considerando-se apenas dimensões espaciais distingue-se essencialmente, o correlisto entre imagens 2D/2D, 2D/3D e 3D/3D.

### **3.1.5. Dados base**

O alinhamento automático de imagens carece do cálculo da transformação (Eq. 3.1), a qual é baseada em determinados dados, e.g., correspondências pré-estabelecidas, os valores de intensidade dos pixels/voxels, etc. Os dados base podem pois ser marcas, linhas, superfícies

ou outro tipo de informação que permita estabelecer as correspondências entre as imagens a corrigir. Nalgumas situações são usadas marcas externas para facilitar o processo designando-se estes casos como métodos extrínsecos em contraposição aos métodos que usam características contidas nas imagens designados por métodos intrínsecos. Os métodos intrínsecos podem ainda ser subdivididos em métodos que usam: i) particularidades das imagens (linhas, pontos, etc) obtidas por segmentação; ii) pontos (anatômicos) característicos que se distinguem na imagem, e.g., extremidade da bifurcação de um vaso sanguíneo e iii) a intensidade dos pixeis/voxels. O reconhecimento de pontos característicos é muitas vezes uma questão de segmentação, ainda assim, é usual distinguir-se da segmentação (considerada apenas para linhas, superfícies e volumes) por apresentar especificidades que o tornam muito versátil. O uso de pontos é independente do tipo de imagens e, apesar de serem frequentemente utilizados para o cálculo de transformações afins podem também ser determinadas outras transformações mais complexas (e.g., deformações) caso a densidade de pontos seja elevada.

### **3.1.6. Interacção**

Os algoritmos podem ser completamente automáticos dispensando por isso a intervenção do utilizador, ou, por outro lado, exigir por parte do utilizador um determinado grau de intervenção. O grau extremo de intervenção do utilizador é a realização total do alinhamento. Todavia, existem outras intervenções menos severas tornando o método de correção semi-automático. Neste tipo de técnicas a intervenção do utilizador pode ser requerida em diferentes fases: na inicialização do algoritmo, num procedimento de segmentação ou seleccionando o caminho que o processo

deve seguir por aceitação/rejeição de possibilidades que vão sendo colocadas.

### **3.1.7. Natureza e domínio da transformação**

O tipo de transformação e o domínio da sua aplicação (global ou local) é um dos tópicos que determinam o género de método de correção a adoptar. As suas implicações são variadas nomeadamente no número de variáveis e na complexidade do problema. Uma das principais clivagens nas técnicas acontece entre aquelas que empregam transformações rígidas e as que utilizam deformações (transformações não-rígidas). Note-se, no entanto, que estas últimas são consideradas como uma forma de refinar o alinhamento após uma transformação rígida.

#### **3.1.7.1. Transformação rígida**

Uma transformação rígida é tal que a sua descrição pode ser efectuada apenas por translações e rotações implicando, consequentemente, que a distância entre dois pontos é invariante e que os ângulos se conservam.

O correção 2D/2D através de transformações rígidas é o caso mais simples sendo apenas necessários três parâmetros para definir a transformação: dois para a translação (um vector bidimensional) e um para a rotação (um ângulo em torno da origem do eixo). O correção rígido tridimensional é, contudo, mais exigente uma vez que exige translações definidas por um vector tridimensional e três ângulos para definição da rotação. O cômputo final estabelece, então, seis parâmetros no total.

Segundo uma transformação rígida, um ponto,  $p$ , transforma-se em  $p'$  da seguinte forma:

$$p' = R p + t, \quad (3.2)$$

em que  $R$  representa a matriz rotação e  $t$  o vector translação. A rotação pode ser decomposta em três ângulos e, por isso, a matriz de rotação é dada naturalmente pelo produto:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_x & -\text{sen} \alpha_x \\ 0 & \text{sen} \alpha_x & \cos \alpha_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_y & 0 & -\text{sen} \alpha_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen} \alpha_y & 0 & \cos \alpha_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_z & -\text{sen} \alpha_z & 0 \\ \text{sen} \alpha_z & \cos \alpha_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

em que o ângulo  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  e  $\alpha_z$  caracteriza a rotação efectuada em torno dos eixos  $xx$ ,  $yy$  e  $zz$ , respectivamente.

### 3.1.7.2. Transformação afim

As transformações rígidas podem ser englobadas dentro de um grupo mais geral que são as transformações afins, as quais podem ser definidas como as transformações que conservam a colinearidade e a relação entre as distâncias de três pontos colineares (Eq. 3.2). A conservação da colinearidade implica que uma recta continua a ser uma recta após a aplicação da transformação. A relação entre as distâncias entre três pontos,  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ , é conservada tendo-se algebricamente a seguinte relação:

$$\frac{\|p_2 - p_1\|}{\|p_3 - p_2\|} = c^{te}. \quad (3.4)$$

A transformação afim engloba, assim, quatro tipos de transformações: translação, rotação, escala e enviesamento (“skew”).



Fig. 3.2 – Exemplos de transformações afins. a) Imagem original; b) alteração da escala segundo  $xx$ ; c) enviesamento.

A transformação afim pode ser definida como a composição de uma transformação linear,  $M$ , com uma translação,  $t$ . É tal que transforma um vector  $x$  segundo a relação:

$$x' = Mx + t. \quad (3.5)$$

Uma transformação linear é uma função,  $f$ , entre dois espaços vectoriais que preserva a operação de adição e o produto por um escalar. Ou seja,:

$$f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y), \quad (3.6)$$

em que  $\alpha$  e  $\beta$  são dois escalares e,  $x$  e  $y$  são dois vectores pertencentes aos espaços vectoriais considerados.

### 3.1.7.3. Transformação projectiva

Para além das transformações rígidas e afins (sendo as primeiras um caso particular das segundas) pode, também, ser necessário considerar, em determinados métodos de correção, as transformações projectivas. Este tipo

de transformação é ainda mais geral constituindo as transformações afins um caso particular das projectivas.

#### 3.1.7.4. Domínio da transformação

A aplicação de uma transformação pode ser global ou local. Uma transformação aplicada globalmente tem efeito sobre toda a imagem, em contraposição, uma aplicação local apenas incide sobre uma determinada região da imagem. Geralmente, a aplicação de uma transformação local implica atenção a eventuais quebras de continuidade nas fronteiras da região seleccionada. Uma transformação por deformação é, muitas vezes, encarada como um conjunto de transformações afins aplicadas localmente em regiões contíguas obedecendo a condições restritas de continuidade. Na Fig. 3.3 são apresentados alguns exemplos de transformações:

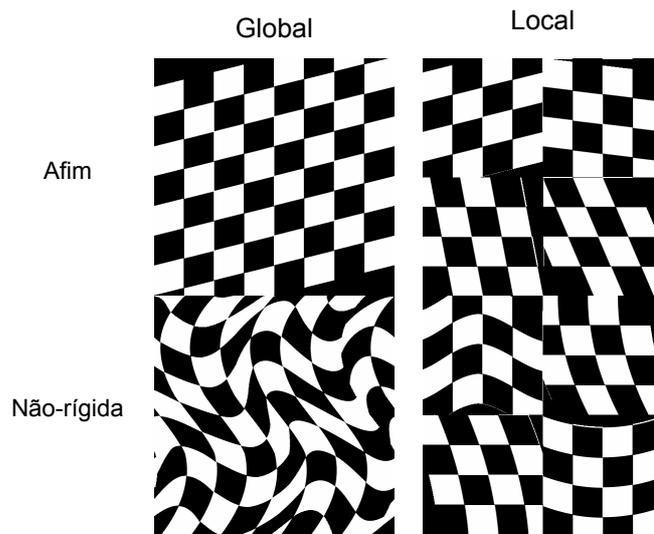


Fig. 3.3 – Exemplos de transformações sobre imagens 2D. As transformações locais podem levar ao aparecimento de descontinuidades na imagem caso não sejam adoptadas restrições adequadas que o impeçam (adaptado de [203])

### **3.1.8. Método de otimização**

Por vezes a referência à otimização incide apenas no processo de minimização (ou maximização), todavia no campo do corrigisto, é proveitoso analisar também quer as funções objectivo quer os métodos de interpolação/reamostragem.

#### **3.1.8.1 Processo de minimização/maximização**

O processo prévio à otimização é a modelização que consiste na identificação das variáveis, dependências e restrições existentes num determinado problema. A criação do modelo é por isso o primeiro passo no processo de otimização revestindo-se de particular importância, pois dele depende muitas vezes o sucesso do procedimento. Modelos demasiado simplistas podem não traduzir o problema real, no entanto, modelos demasiado complexos podem inviabilizar a solução da otimização. Uma vez determinado o modelo é possível escolher o processo de otimização mais adequado ao mesmo. Na verdade, não existe um método universal de otimização mas sim um grande número de processos, cada um dos quais apropriado a um determinado problema. Não é propósito deste trabalho explorar a vastidão do tema de otimização apresentando os numerosos métodos que existem. Por conseguinte, apenas se referirão alguns dos processos mais comuns.

A escolha sobre uma técnica de pesquisa do mínimo de uma função de custo tem em conta as características da própria função. Por exemplo, as funções convexas e suaves são susceptíveis de aplicação do método de Newton ou das suas derivações visto que estes métodos conjugam a simplicidade de implementação à rapidez de execução do processo [82][85]

[220]. O método de Newton é um processo iterativo que tem por base a aproximação de uma função por um polinómio dado pela série de Taylor [191] e cujo objectivo fundamental é a pesquisa de zeros de uma função. A série de Taylor permite aproximar uma função<sup>2</sup>,  $f(x)$ , nas vizinhanças de um ponto  $a$ , por um polinómio obtido segundo:

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^n(a)}{n!}(x-a)^n + \dots \quad (3.7)$$

A aproximação da função no ponto considerado por um polinómio de grau 1 é:

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a). \quad (3.8)$$

Pode então deduzir-se, que sendo o ponto  $a$  um zero da função se tem:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (3.9)$$

A Eq. 3.9 constitui a base do método de Newton: partindo de uma estimativa inicial de um zero da função,  $f(x)$ , obtém-se a cada iteração uma aproximação cada vez melhor. Este método é então usado em problemas de optimização na pesquisa do(s) zero(s) da primeira derivada da função. A generalização do método para funções de várias variáveis resulta em:

$$X_{n+1} = X_n - [Hf(X_n)]^{-1} \nabla f(X_n), \quad (3.10)$$

em que  $X_n = [x_n^1, x_n^2, x_n^3, \dots, x_n^m]^T$  traduz um ponto no espaço da função  $f$ ,  $\nabla$  é o gradiente da função e  $H$  é a matriz Hessiana que contém as segundas

---

<sup>2</sup> Supõe-se que a função,  $f(x)$ , é infinitamente diferenciável no ponto  $a$ .

derivadas da função. Apesar da convergência do método ser rápida, a estimativa inicial deve encontrar-se próxima da solução por forma a garantir a convergência para a solução correcta. Como referido anteriormente, as características da função são fundamentais para assegurar a convergência (e.g., para funções suaves e convexas o método é excelente).

Devido à simplicidade e rapidez de convergência do método foram ensaiadas diversas alterações com o intuito de o tornar mais robusto ou ainda mais simples. Assim, uma das vias de assegurar que o passo iterativo é regulável é incluir uma variável,  $\gamma > 0$ , tal que:

$$X_{n+1} = X_n - \gamma [H f(X_n)]^{-1} \nabla f(X_n). \quad (3.11)$$

Desta forma, o passo pode ser ajustado assegurando, por exemplo, convergência para a solução correcta embora sacrificando a rapidez da mesma.

Por vezes o simples cálculo da matriz Hessiana é muito complexo dificultando o seu uso ou, até mesmo sendo simples, a inversão da matriz pode ser inviável. Nestes casos, outros métodos que evitam o uso das segundas derivadas da função podem ser utilizados, como é o caso do gradiente ou do gradiente conjugado. É a forma como a direcção de procura do mínimo é determinada que difere entre os métodos. Para o caso do método do gradiente esta direcção é simplesmente definida pelo gradiente da função. Assim, o cálculo de um novo ponto é obtido segundo:

$$X_{n+1} = X_n - \gamma \nabla f(X_n). \quad (3.12)$$

Já para o método dos gradientes conjugados a direcção é determinada por um conjunto de direcções que são conjugadas entre si com o intuito de tornar a pesquisa mais rápida.

Os algoritmos de Gauss-Newton e de Levenberg-Marquardt são geralmente utilizados para abordagem de problemas de mínimos quadrados [107][108][192]. O método de Levenberg-Marquardt possibilita uma regulação do passo permitindo combinar as vantagens do método de Gauss com o do gradiente.

A aplicação do método de Newton a problemas de mínimos quadrados permite a derivação do método de Gauss. Assim, considerando a minimização da norma L2 tem-se que o gradiente é dado por:

$$\nabla \bar{f}(X) = 2 J_f(X)^T f(X). \quad (3.13)$$

em que  $J_f$  representa o Jacobiano da função  $f$ , e a Hessiana, pode ser aproximada por:

$$H \bar{f}(p) = 2 J_f(X)^T J_f(X). \quad (3.14)$$

Substituindo, então, na Eq. 3.10 vem:

$$X_{n+1} = X_n - \left[ J_f(X_n)^T J_f(X_n) \right]^{-1} J_f(X_n)^T f(X_n), \quad (3.15)$$

Uma outra técnica de optimização que tem merecido destaque é o método de Powell [15][137][202][204]. A sua característica principal é a de procurar o mínimo da função segundo uma linha e a de considerar um conjunto de direcções mutuamente conjugadas. Ao longo de uma linha, a pesquisa do mínimo é geralmente efectuada pelo método de Brent [173], o qual além de dispensar o uso de gradientes alia dois tipos de procuras distintas consoante a função: uma procura mais lenta, mas mais segura e uma procura mais rápida para as situações em que função se apresenta mais suave.

A pesquisa mais lenta é realizada por recurso à bissecção do intervalo, considerando-se para o efeito um tripleto de pontos  $a$ ,  $b$  e  $c$  tal que  $f(b) < f(a)$  e  $f(b) < f(c)$ . Desta forma, vem que no intervalo  $(a, c)$  (onde a função se admite continua) existe um mínimo o qual pode ser isolado por recurso à bissecção dos intervalos  $(a, b)$  ou  $(b, c)$ . Geralmente, não se utiliza a uma bissecção pura, mas sim a divisão do intervalo de modo a garantir uma razão de ouro<sup>3</sup> entre os pontos do tripleto o que permite uma convergência linear. Esta divisão é tal que considerando o tripleto  $(a, b, c)$  o novo ponto,  $x$ , a ser testado vai estar a uma fracção de 0,38197 do maior segmento medido a partir do ponto central.

Para funções mais suaves a procura do mínimo implementada no método de Brent baseia-se numa interpolação parabólica o que a torna mais rápida. Dados os pontos  $(a, f(a))$ ,  $(b, f(b))$  e  $(c, f(c))$ , determina-se a parábola que os contém. Uma vez definida a curva parabólica é possível determinar a abcissa,  $x$ , correspondente ao mínimo. Tendo em conta o tripleto de pontos anteriores assumidos como não colineares, obtém-se:

$$x = b - \frac{1}{2} \frac{(b-a)^2 [f(b) - f(c)] - (b-c)^2 [f(b) - f(a)]}{(b-a)[f(b) - f(c)] - (b-c)[f(b) - f(a)]}. \quad (3.16)$$

Para além dos métodos descritos anteriormente os métodos genéticos e de têmpera simulada (*simulating annealing*) são também frequentemente utilizados para correção de imagens.

---

<sup>3</sup> Define-se algebricamente “razão de ouro” para um tripleto de pontos  $(a, b, c)$  numa recta como sendo os pontos que verificam a relação:  $\overline{ac} \overline{bc} = \overline{ab} \overline{ab}$ .

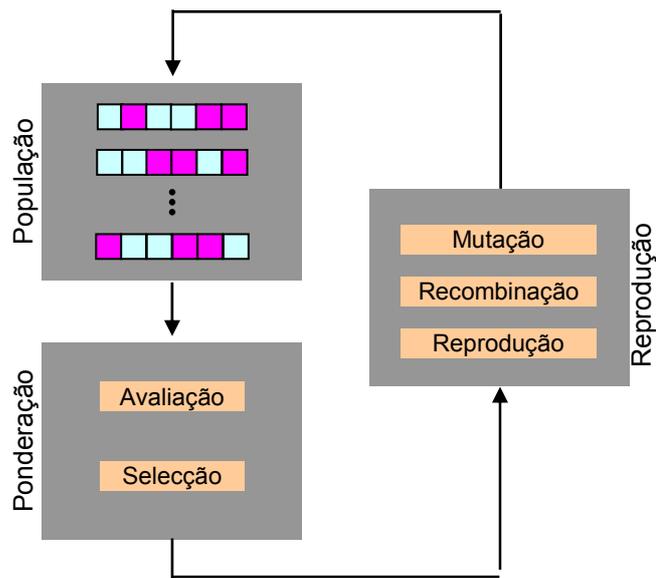


Fig. 3.4 – Fluxograma genérico para um algoritmo genético.

Os algoritmos genéticos (Fig. 3.4) emulam a evolução biológica com o intuito de obter a solução para um problema de optimização [147][215][216]. No início é presumido um conjunto de possíveis soluções, designado por população, e assumida uma função objectivo que permite ponderar a adequação de cada candidato (uma solução particular). A população inicial é usualmente obtida aleatoriamente supondo-se que o algoritmo tem a capacidade de a melhorar atingindo, por isso, a solução óptima. Cada candidato é pontuado pela função de custo que tem em conta determinadas características (cromossomas) do candidato. Estas características, que constituem as variáveis do problema, permitem seleccionar os melhores candidatos para reproduzir uma nova população. A selecção é efectuada por intermédio da pontuação entretanto estabelecida. Os candidatos da nova população serão diferentes dos da população anterior uma vez que são resultado da recombinação e, eventualmente, da mutação o que renova as

suas características. O algoritmo prossegue até que seja atingido um determinado número de gerações ou um certo nível da função de custo.

A otimização por têmpera simulada (*simulating annealing*) foi independentemente apresentada por Kirkpatrick *et al.*[124] e por Cerny [56], tendo por base o algoritmo de Metropolis [145]. A origem do método assenta no processo metalúrgico da têmpera de um metal por recozimento. O recozimento implica o aquecimento do metal até ao seu ponto de fusão e o seu posterior arrefecimento de forma lenta e controlada. O aquecimento inicial promove uma alteração do estado energético dos átomos que se podem recombinar em estados energéticos distintos. O arrefecimento seguinte possibilita o rearranjo dos átomos em estados energéticos inferiores ao estado inicial (antes de ser provocado o aquecimento).

No algoritmo cada ponto do espaço de procura,  $p_{ep}$ , corresponde a um estado energético de um sistema físico e a função de custo,  $E(p_{ep})$  corresponde à energia interna do sistema. Em cada iteração, um ponto vizinho,  $s'$ , é avaliado e a decisão de transição entre os pontos é efectuada tendo por base uma função probabilística,  $P(s, s', T)$ , que depende dos pontos e de um parâmetro,  $T$ , designado por temperatura. A função que traduz a probabilidade de transição entre estados,  $P(s, s', T)$ , é tal que permite transições ascendentes entre estados energéticos o que possibilita que o algoritmo não fique cativo de um mínimo local. Por outro lado, a probabilidade tende para zero à medida que a temperatura diminui o que implica que a partir de um certo valor apenas transições descendentes entre estados sejam permitidas. A ideia base é que inicialmente, para temperaturas elevadas, quase todos os estados sejam possíveis e que no decorrer do processo apenas os estados que diminuem o valor da função de custo sejam válidos.

### 3.1.8.2. Funções objectivo

São inúmeras as funções de custo utilizadas no correção de imagens, porém salientam-se a distância entre pontos, a diferença entre intensidades, a correlação e a informação mútua [111].

A distância entre pontos é geralmente utilizada nas situações em que se faz uso de marcas intrínsecas ou extrínsecas para alinhar as imagens. O problema pode ser descrito segundo a equação:

$$\arg \min_T \|P_A - \tau(P_B)\|, \quad (3.17)$$

em que  $P_A$  e  $P_B$  representam um conjunto de pontos nas imagens, A e B, a corrigir entre si e,  $\tau$  representa a transformação a determinar. Se bem que, geralmente, a norma Euclideana seja a mais utilizada podem ser definidas outras formas de determinar a distância. No entanto, para o caso da norma Euclidiana a determinação da transformação rígida que é solução do problema é directa. Usualmente, é designado o problema assim definido como “Procrustes” [122] ou como “orientação absoluta” no campo da fotogrametria [78][112][113][210]. Para que a solução seja única é necessário garantir a existência de pelo menos três pontos não colineares entre si

Uma das primeiras soluções (em forma fechada) propostas para este problema foi devida a Schönemann [181], em 1966, cujo algoritmo se divide em dois passos [18]. No primeiro passo, calcula-se a translação e no segundo passo, determina-se a rotação entre os dois conjuntos de pontos entretanto já corrigidos da translação. Suponha-se que os centróides dos conjuntos de pontos considerados se designam, respectivamente, por  $\bar{\mu}_{P_A}$  e  $\bar{\mu}_{P_B}$ . Assim, podem definir-se os novos vectores  $\bar{P}_A$  e  $\bar{P}_B$  como representando os pontos relativamente aos centróides:

$$\bar{P}_A = P_A - \mu_{P_A} \quad \text{e} \quad \bar{P}_B = P_B - \mu_{P_B}. \quad (3.18)$$

Desta forma, a matriz rotação,  $R$ , pode ser determinada pela equação:

$$\arg \min_R \left\| \bar{P}_A - R(\bar{P}_B) \right\|, \quad (3.19)$$

na qual é possível aplicar a decomposição de valores singulares e então obter a matriz rotação.

A desvantagem do uso de marcas é a necessidade de as detectar de forma eficiente antes da aplicação do método de correção. E em determinados casos poderão nem sequer existir tais pontos característicos nas imagens inviabilizando essa possibilidade. Por essa razão, a aplicação directa de métodos que fazem uso dos valores de intensidade são uma forma de evitar aquela detecção prévia. Nestes métodos a função objectivo depende dos valores dos pixels/voxels das imagens, procurando avaliar a semelhança entre as mesmas. Uma das funções mais simples que são usadas com este propósito é a soma das diferenças quadráticas ( $SDQ$ ) entre as intensidades [19][86], que é geralmente definida por

$$SDQ = \sum [A - \tau(B)]^2, \quad (3.20)$$

em que A e B representam as duas imagens em estudo e  $\tau$  a transformação a determinar. Se as imagens diferissem entre si apenas por ruído Gaussiano esta seria uma função de custo que garantiria excelentes resultados [205], contudo esta é uma situação invulgar mesmo em correção intramodal. Talvez uma notável excepção seja algumas séries de ressonância magnética onde esta função é bastante utilizada [100][219].

Uma outra medida de similitude bastante usada é a correlação, a qual pressupõe a existência de uma relação proporcional entre as intensidades das duas imagens a corrigir. O coeficiente de correlação ( $CC$ ) é definido por:

$$CC = \frac{\sum(A - \bar{A})(\tau(B) - \bar{B})}{\sqrt{\sum(A - \bar{A})^2 \cdot \sum(\tau(B) - \bar{B})^2}} \quad (3.21)$$

em que  $\bar{A}$  representa o valor médio da intensidade da imagem  $A$  e  $\bar{B}$  o valor médio da imagem  $B$ . O facto da correlação efectuar uma correcção à média das intensidades permite que possa ser usada entre modalidades distintas desde que se assegure a existência de uma relação linear entre as intensidades dos pixels/voxels. A correlação também é por vezes empregue no espaço das frequências com vantagens acrescidas devido às características da transformada de Fourier [55], e.g.: uma diferença de fase no espaço frequência corresponde a uma translação no domínio espacial, e a rotação pode ser determinada após representação polar do domínio das frequências [144][177][217].

Uma outra forma de encarar o correção como o processo de maximizar a informação comum entre as imagens. O alinhamento incorrecto entre as estruturas contidas nas imagens implica duplicação das estruturas no resultado final não contribuindo para o aumento de informação comum.

Em 1940, Shannon [184] propôs uma medida da informação existente num sinal qualquer, que ficou conhecida como entropia. A informação assim medida baseia-se no número de graus de liberdade e, por isso, depende da probabilidade,  $p_j$ , associada a cada símbolo  $j$  que compõe o sinal. A expressão matemática da entropia,  $H$ , é então igual a:

$$H = -\sum_j p_j \log p_j. \quad (3.22)$$

Se todos os símbolos  $j$  forem equiprováveis de ocorrerem, a entropia  $H$  é máxima. Por outro lado, se apenas um símbolo ocorrer, i.e, se a probabilidade é unitária para esse símbolo e nula para os restantes, então a entropia é mínima.

Como o correjisto é efectuado sobre duas imagens, a intensidade das mesmas constituem um símbolo, ou seja, estabelecem-se dois símbolos por pixel/voxel. Desta forma, a informação comum passa pela definição da entropia conjunta que é inversamente proporcional à semelhança entre as imagens, i.e., quanto mais próximas forem as imagens menor será a entropia conjunta. Estendendo, a definição encerrada na Eq. 3.22 para a entropia conjunta entre duas imagens A e B obtém-se:

$$H(A,B) = -\sum_i \sum_j p_{AB}(i,j) \log p_{AB}(i,j), \quad (3.23)$$

em que  $p_{AB}(i,j)$  representa a probabilidade conjunta que é, geralmente, determinada a partir do histograma conjunto normalizado. O histograma conjunto normalizado representa a frequência relativa dos pares de intensidades observados nas duas imagens. Cada voxel sobreposto significa um par de intensidades que são representados nos eixos do gráfico. Cada ponto no histograma representa, assim, o número de ocorrências do par de intensidades correspondente. A normalização do histograma é então o processo que permite transformar o histograma em informação percentual. A figura seguinte apresenta alguns exemplos de histogramas para imagens PET, alinhadas e desalinhadas.

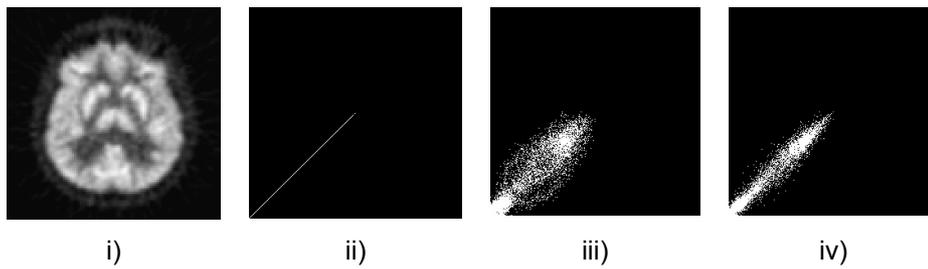


Fig. 3.5 – Histograma conjunto entre a mesma imagem PET: ii) alinhada; iii) translação de 2 pixels; iv) rodada de 2 °.

A falta de alinhamento entre as duas imagens traduz-se no histograma conjunto como um aumento da dispersão (vide Fig. 3.5) sendo a entropia, neste caso, utilizada como uma forma de medir essa mesma dispersão [47] [62].

Outra medida que segue princípios similares é a informação mútua proposta por Collignon *et al* [61] e, também, por Viola e Wells [205][213]. Pluim [172] reviu três definições de informação mútua, porém todas são equivalentes entre si pelo que analisaremos apenas uma.

A informação mútua relaciona a entropia das imagens em correção com a entropia conjunta das mesmas. Portanto, a informação mútua,  $I(A,B)$ , de duas imagens  $A$  e  $B$  é dada por:

$$I(A,B) = H(A) + H(B) - H(A,B). \quad (3.24)$$

O correção visa maximizar a informação mútua que difere da simples minimização da entropia pelo facto de se combinar a entropia das imagens, que também devem ser maximizadas. Desta forma, a probabilidade de no processo de correção se obter a sobreposição de apenas fundo das imagens é muito pequena.

### 3.1.8.3. Reamostragem e interpolação

Os métodos de correção são frequentemente iterativos pelo que é necessário a cada iteração deslocar uma das imagens. Por conseguinte, a reamostragem das imagens torna-se imprescindível durante o processo de alinhamento das imagens.

A reamostragem é essencialmente apoiada em algoritmos de interpolação a qual, segundo Thèvenaz *et al.* [194], é o método de recuperação de um modelo contínuo a partir de valores discretos dentro de um intervalo de abcissas conhecido.

O valor,  $f(p)$ , num ponto qualquer  $p$  do espaço de dimensão  $q$  é dado por interpolação linear por:

$$f(p) = \sum_{k \in \mathcal{q}} f_k \varphi_{\text{int}}(p-k) \quad \forall_{p=[x_1, x_2, \dots, x_q]^T \in \mathbb{M}^q} \quad (3.25)$$

A Eq. 3.25 descreve uma combinação linear entre os valores,  $f_k$ , e os valores  $\varphi_{\text{int}}(x-k)$ . Os primeiros correspondem ao valores da função nos pontos,  $k = [k_1, k_2, \dots, k_q]^T$ , que foram amostrados e, por isso, conhecidos. E os segundos correspondem aos valores dados pela função,  $\varphi_{\text{int}}(x-k)$ , que servem de pesos apropriados. A Eq. 3.25 também pode ser vista como a convolução do sinal conhecido por uma determinada função interpoladora, ou *kernel*. São inúmeros os exemplos de funções interpoladoras, ou métodos de interpolação [129], destacando-se entre eles o vizinho mais próximo (*nearest neighbor*), bilinear, bicúbico e splines-B cúbicos, etc.

Os diversos métodos de interpolação diferem, essencialmente, entre si na precisão e na complexidade que apresentam. Devendo, por isso, ser escolhido ponderadamente o método a adoptar para uma determinada situação particular. Ainda assim, a interpolação bilinear é considerado um dos

métodos que melhor compromisso apresenta entre exactidão e complexidade [225].

### **3.1.9 Métodos não rígidos**

O corregisto monomodal de imagens cerebrais intra-sujeito apenas necessitam de transformações rígidas ao invés do corregisto de imagens cerebrais inter-sujeito. Enquanto que no primeiro caso a relação entre as imagens a corrigir se pode fazer apenas com o uso de rotações e translações na medida em que o cérebro se encontra confinado à caixa craniana limitando por isso os graus de liberdade. Já no segundo caso, as caixas cranianas são distintas o que implica o uso de transformações mais gerais que envolvam deformação para que seja possível mapear de forma cabal os pontos entre as imagens. Contam-se inúmeras abordagens ao problema do corregisto não-rígido entre as quais destacamos o uso de *splines de placas finas* (*thin-plates splines*) e o uso de modelos físicos como o escoamento de fluidos ou a deformação de corpos.

#### **3.1.9.1. Splines de placas finas**

O uso de splines de placas finas inspira-se num processo de fabrico de cascos de barcos em que uma lâmina metálica comprida é dobrada com recurso a pesos que são colocados em pontos criteriosamente escolhidos. Semelhantemente, a deformação de uma superfície espacial pode ser obtida e desta forma traduzir uma transformação espacial não rígida.

Este método é aplicado ao corregisto baseado em pontos ou marcas fiduciais pelo que a determinação da transformação é realizada de forma a alinhar esses pontos, designados por pontos de controlo.

As splines de placas finas são frequentemente empregues na interpolação de superfícies devendo-se a Goshtasby [96] a sua primeira aplicação ao correjisto de imagem.

A aplicação desta técnica pressupõe a existência de uma conjunto de pontos de controlo nas duas imagens,  $\{(x_1, y_1) \dots (x_n, y_n)\} \rightarrow \{(x'_1, y'_1) \dots (x'_n, y'_n)\}$ , em que se conhece a sua correspondência. O correjisto neste caso passa pela determinação de duas superfícies suaves que contêm respectivamente os pontos:

$$\{(x_1, y_1, x'_1), \dots, (x_n, y_n, x'_n)\} \text{ e } \{(x_1, y_1, y'_1) \dots (x_n, y_n, y'_n)\} \quad (3.26)$$

Obtêm-se, então, duas superfícies que do ponto de vista físico podem ser vistas como estando deflectidas pelas cargas  $x'_i$  e  $y'_i$ . Ou, do ponto de vista matemático, como sendo as superfícies suaves que melhor explicam os conjuntos de pontos da Eq. 3.26. Uma vez obtidas as superfícies por recurso a splines de placas finas fica-se com uma forma de mapear qualquer ponto de uma imagem na outra. A interpretação física intuitiva aliada à elegância algébrica constitui uma das vantagens do método e continua a interessar muitos investigadores [77].

### 3.1.9.2. Correjisto elástico

O correjisto elástico baseia-se no conceito de que a deformação necessária na obtenção da transformação pode ser determinada através da modelação de um processo físico de deformação de um material elástico o qual se rege pela equação de Navier-Stokes [21]:

$$\mu \vec{\nabla}^2 \vec{u} + (\lambda + \mu) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}, \quad (3.27)$$

em que  $\vec{u}$  é o campo de deslocamentos e  $\vec{F}_{\text{ext}}$  é a força externa que actua em cada ponto do corpo. Os parâmetros  $\mu$  e  $\lambda$  são as constantes de elasticidade de Lamé que caracterizam o corpo elástico. A Eq. 3.27 é então resolvida em ordem a  $\vec{u}$ , pressupondo-se conhecida a força externa  $\vec{F}_{\text{ext}}$ . São várias as formas que tem sido propostas para o cálculo da força,  $\vec{F}_{\text{ext}}$ , no contexto do corregisto, porém o gradiente de uma medida de similitude entre as duas imagens é uma das formas mais comuns de efectuar dito cálculo. A resolução analítica da Eq. 3.27 é apenas possível em condições raras pelo que o usual é o recurso a algoritmos computacionais de diferenças finitas [173]. Uma forma de se poder acelerar o processo passa pela determinação dos deslocamentos apenas para alguns pixels/voxeis sendo os valores para os restantes obtidos por interpolação.

### 3.1.9.3. Corregisto fluido

O corregisto fluido assenta no processo de um escoamento de um fluido também descrito pelas equações de Navier-Stokes:

$$\mu \vec{\nabla}^2 \vec{v} + (\lambda + \mu) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) + \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}, \quad (3.28)$$

que  $\vec{v}$  é o campo de velocidade que se relaciona com o deslocamento pela equação:

$$\vec{v} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}. \quad (3.29)$$

O corregisto fluido permite obter deformações locais intensas que não são possíveis de se obter no corregisto elástico devido ao equilíbrio das forças elástica e externa. O esquema de resolução da Eq. 3.29 é semelhante ao do corregisto elástico [58], necessitando também de bastante tempo de

cálculo. Para acelerar o algoritmo foi proposto o uso de um filtro de convolução [41].

### 3.2. Corregisto em medicina nuclear

A natureza das imagens de medicina nuclear determina as suas características de forma bastante acentuada. Ou seja, o facto das imagens serem obtidas por emissão de fótons revela-se preponderante no que concerne as diferenças para imagens de reflexão (e.g., fotografia) ou de transmissão (e.g., CT). Uma fotografia realizada num ambiente de obscuridade total em que houvesse uma ou duas fontes de luz colimadas em direcção à lente da máquina produziria uma imagem parecida a uma imagem de medicina nuclear. Uma imagem deste tipo revelaria uma distribuição do fluxo luminoso no espaço ocultando outros pormenores do ambiente. Ora, o alinhamento entre imagens deste tipo, entre si ou com outra modalidade, revela-se difícil essencialmente pela complexidade de estabelecer uma função que meça a semelhança entre as imagens. Ainda assim, o corregisto intramodal e intermodal de imagens de medicina nuclear é realizado com frequência. As aplicações mais comuns do corregisto de imagem de medicina nuclear incluem:

- i) o corregisto intramodal (PET/PET; SPECT/SPECT) com o intuito de avaliações temporais no mesmo sujeito ou para correcção de movimento;
- ii) o corregisto intermodal (PET/CT; PET/MRI; SPECT/CT) com o objectivo de melhorar a localização, para eventual aplicação de correcções (movimento, atenuação, *scatter*, volume parcial...) nas imagens de medicina nuclear e reconstrução orientada por um modelo (*prior*) anatómico;
- iii) o corregisto intersujeito (intramodal).

### 3.2.1. Corregisto intramodal

As técnicas de imagiologia de medicina nuclear (SPECT e PET) têm provado serem vantajosas na detecção de lesões específicas e no seu seguimento durante a respectiva terapêutica. Por forma a ser mais fácil a detecção e a quantificação de determinadas regiões, eventualmente correspondentes às lesões, é conveniente corrigir as imagens adquiridas antes e depois do tratamento. Sobre as imagens corrigidas pode, então, realizar-se processamento adicional para evidenciar as diferenças e/ou facilitar a detecção das lesões.

A investigação nesta área tem sido apresentada, essencialmente, de uma de duas formas: i) estudo de algoritmos genéricos sem um objectivo preciso para o correção intramodal entre imagens de medicina nuclear [59][72][110][123][131][218]; ii) estudo de algoritmos para correção intramodal com uma aplicação clínica bem definida. De entre as aplicações clínicas que carecem de correção intramodal destacam-se:

i) a avaliação de focos epilépticos através de exames ictais e interictais em que se procuram diferenças entre as situações com e sem crise epilépticas com o intuito de encontrar os eventuais focos [226];

ii) exames de neuroactivação nos quais se faz a aquisição de dois exames distintos, um correspondente à situação basal e outro de activação [24][168]. Uma vez mais, interessa ajuizar estatisticamente das alterações entre estas duas situações ;

iii) análise de efeitos da administração/consumo de substâncias psicoactivas como barbitúricos, morfina e álcool [170];

iv) aplicações na área oncológica para seguimento da terapia [180];

### **3.2.2. Corregisto intermodal**

Apesar de uma única modalidade imagiológica ter a capacidade de proporcionar alguma informação sobre o estado, eventualmente patológico, de uma determinada pessoa, é comum o recurso a diversas técnicas que em combinação fornecem informação mais completa e precisa [198]. A aquisição destas imagens é muitas vezes realizada em tempos e em máquinas distintas, pelo que é útil recorrer ao corregisto para fundir as diversas imagens.

É usual a fusão de imagens funcionais com imagens anatómicas, pelo que é frequente encontrar corregisto entre imagens SPECT/MRI, SPECT/CT, PET/CT e PET/MRI.

#### **3.2.2.1. Aplicações clínicas**

De entre diversas aplicações clínicas do corregisto multimodal com imagens de medicina nuclear destacamos a sua utilização na cardiologia, na epilepsia, no diagnóstico oncológico, na radioterapia e no parkinsonismo.

As doenças isquémicas do coração são, infelizmente, uma das principais causas de morte do mundo actual. Estas podem ser estudadas com recurso a diferentes técnicas imagiológicas cada uma das quais apresentando uma visão particular do fenómeno. Uma das primeiras consequências da doença coronária arterial é a redução da perfusão sanguínea que pode ser examinada por técnicas de medicina nuclear (SPECT e PET) ou por MRI [105][117]. A isquémia miocárdica também tem impacto sobre a capacidade do coração em bombear sangue, a qual pode ser avaliada usando MRI ou ultra-sons. É reconhecido que a análise da viabilidade do miocárdio beneficia quando os diferentes aspectos são estudados em conjunto, melhorando por

consequente a terapêutica. O corregisto de imagens procura assim a fusão da informação proveniente das diferentes modalidades permitindo, também, explorar as mesmas referências anatómicas nas imagens funcionais. Uma revisão sobre o tema pode ser encontrada em [140].

Apesar da evolução tecnológica verificada, continua a ser difícil a localização dos focos epilépticos em determinados casos. A ressonância magnética apresenta uma elevada resolução espacial mas não é capaz de evidenciar o foco de uma crise a menos que já exista uma lesão estrutural associada. Por outro lado, a ressonância magnética funcional, que é frequentemente utilizada em estudos cerebrais de activação, não é uma hipótese viável para ser usada durante uma crise, visto ser sensível a artefactos provocados pelo movimento. Por conseguinte, o SPECT continua a ser uma das formas mais eficientes para detecção de focos epilépticos [39], recorrendo, para o efeito, à análise de uma imagem interictal e de uma imagem ictal, as quais são corregistadas e subtraídas. A imagem diferença é posteriormente corregistada a uma imagem de ressonância por forma a melhorar a especificidade e a sensibilidade [162][163][164][207][226]. A imagem corregistada é, por vezes, usada em sistemas de guia (e.g. *Stealth Station Image-Guided System*) como ajuda complementar à cirurgia de ressecção do foco epiléptico [153][154].

A correlação entre modalidades funcionais e anatómicas é reconhecidamente uma vantagem para o diagnóstico oncológico [23][119][197], motivando assim a investigação nesta área específica do corregisto. É justo reconhecer que nesta área o aparecimento do PET/CT veio facilitar o corregisto [27][28][126] mas não resolvendo completamente todos os seus aspectos.

O advento do PET/CT adicionou, também, mais um grau de liberdade à forma de cuidar do doente oncológico ao permitir incorporar (por correção) as imagens funcionais no planeamento da radioterapia. As imagens de medicina nuclear trouxeram a capacidade de avaliação do metabolismo tumoral, da proliferação celular, da apoptose, da hipóxia e da angiogénese. A segmentação do volume tumoral activo, efectuada a partir das imagens funcionais, teve um grande impacto na redução do volume a ser irradiado quando comparado com o volume determinado a partir de imagens CT [97][136]. As imagens funcionais (PET) possuem a faculdade de melhorar a radioterapia na medida em que permitem minimizar a extensão de tecido irradiado minorando assim a dose absorvida no tecido normal. Sobre esta aceção têm vindo a ser realizados inúmeros estudos focados nos mais diversos tumores [37][70][71][98][101][151][158][159][185][196].

As manifestações da doença de Parkinson incluem tremor, rigidez, lentidão (bradicinesia e/ou acinesia) e anormalidades posturais [32][65][120]. Estas manifestações estão directamente associadas à perda progressiva de neurónios dopaminérgicos na substância nigra, com consequente redução da transmissão dopaminérgica no estriado. A demonstração *in vivo* da perda dopaminérgica em pacientes parkinsónicos é possível através de imagens obtidas quer por tomografia de emissão positrões (PET) quer por tomografia computadorizada de emissão fotão único (SPECT) [13][17][38][120]. A captação do traçador é inversamente proporcional ao grau de degenerescência dopaminérgica sendo geralmente a análise quantitativa realizada através do quociente entre a captação específica (no estriado) e a captação não específica (no córtex frontal ou occipital, ou cerebelo). Isto implica o desenho de regiões de interesse (ROI's) em volta do corpo estriado e em áreas corticais. No entanto, a qualidade da segmentação na imagem funcional está limitada devido à própria natureza das imagens. Por

consequente, recorre-se ao corregisto com imagens de ressonância onde são definidas com maior precisão as ROIs [25].

### **3.2.3. Corregisto intersujeito**

O corregisto intersujeito não é o mais frequente mas em determinadas circunstâncias é útil a criação de uma média e respectivo desvio padrão por forma a detectar eventuais situações patológicas [118][182]. O cérebro [114][148][149][176] e o coração [66][189][190] são os órgãos onde este tipo de procedimento é mais comum. No caso do cérebro, a construção de atlas anatómicos permitem localizar de forma estandardizada diferentes áreas possibilitando a análise regional [146].



# Capítulo 4

## 4. Visão computacional

Nas últimas décadas tem-se assistido a um crescente interesse pela visão computacional<sup>1</sup> em diferentes domínios da ciência e da tecnologia. O progresso dos transdutores, baseados em semicondutores, aplicados à aquisição de imagem e o aumento da capacidade de processamento de informação tem permitido a exploração da imagem como veículo de pesquisa, desenvolvimento e, em última análise, de conhecimento do mundo que nos rodeia.

O ser humano relaciona-se naturalmente com o meio ambiente através da imagem sobre a qual usufrui de uma capacidade de processamento e de análise muito elevadas. Neste aspecto só hoje se começam a compreender alguns processos ligados quer à visão quer à percepção humanas. Sendo esta uma forma privilegiada que os seres humanos utilizam no seu relacionamento com o ambiente é natural que haja a vontade de dotar outros sistemas de processamento com algumas das capacidades mencionadas. Aplicações em transportes, em robótica, em domótica, em realidade aumentada ou virtual, e outros tantos domínios são cada vez mais frequentes, cada vez mais exigentes e mais necessitados da *visão*

---

<sup>1</sup> Visão computacional é a ciência e tecnologia das máquinas que vêem.

*computacional*. Note-se que relativamente aos outros tipos de transdutores de posição, a visão proporciona uma vantagem adicional que é a de possibilitar a obtenção simultânea da posição e orientação de um determinado objecto.

Quando nos referimos a visão computacional estamos naturalmente a assumir duas componentes principais: a aquisição e o processamento da imagem. No que concerne à aquisição, é necessário ter em conta a forma e as condições como esta é efectuada e também o ruído introduzido no processo. Por processamento de imagem entendemos as acções digitais algorítmicas que levam à extracção de informação útil a partir da imagem adquirida, isto é, a partir da informação incompleta e obviamente ruidosa que resulta do processo de aquisição.

Este capítulo está longe de ser uma abordagem exaustiva da visão computacional, pelo contrário, serão apresentados apenas os temas julgados pertinentes e na perspectiva da consecução do projecto. Desta forma iremos discutir em primeiro lugar a aquisição da imagem por câmaras digitais e a sua calibração. Em segundo lugar iremos discutir sobre a visão estereoscópica, ou seja, como é que a partir de pelo menos duas vistas distintas da mesma cena é possível obter informação tridimensional.

## **4.1. Calibração de uma câmara**

A calibração de uma câmara é essencial de modo a tornar possível a extracção de informação métrica tridimensional a partir de imagens que, em princípio, são bidimensionais. São várias as técnicas usadas para calibrar uma câmara e o trabalho desenvolvido nesta área é bastante extenso.

Refira-se que a fotogrametria é a primeira responsável pelo interesse e desenvolvimento da calibração das câmaras. A este facto não é certamente alheio a exactidão requerida na fotografia aérea usada em cartografia [26]. Apesar de apenas nos meados do séc. XX ter ficado demonstrada a

importância da fotografia aérea, é de notar que as primeiras tentativas de calibração efectuadas por Deville datam de 1910, que usava colimadores para calibrar componentes da sua câmara [60]. Cedo se percebeu que para obter uma melhor exactidão seria necessário corrigir os sistemas (inicialmente opto-mecânicos) das distorções introduzidas pelas lentes. Foram, por isso, desenvolvidos e apurados modelos de câmara que permitiam traduzir matematicamente as correcções necessárias. Simultaneamente, os métodos de calibração foram progressivamente melhorados indo de encontro às exigências dos modelos entretanto produzidos.

A partir do advento do computador a calibração começou a interessar outras comunidades científicas, nomeadamente as da computação gráfica e da robótica. Os algoritmos usados em fotogrametria foram sendo adaptados às novas exigências das câmaras digitais de pequena distância focal surgindo, naturalmente, processos de calibração otimizados para estas áreas.

Apesar deste tema ser abordado essencialmente por duas comunidades diferentes - a fotogrametria e a visão computacional - não tem havido concordância quanto aos métodos a utilizar na calibração de uma câmara. Contribui sem dúvida para esta circunstância o facto destas especialidades lidarem com restrições diferentes relativamente ao mesmo problema. Voltaremos a este assunto com mais acuidade na secção 4.1.2.

Entende-se por calibração de uma câmara a determinação de um conjunto de parâmetros característicos, envolvendo geralmente o uso de alvos cuja geometria tridimensional é conhecida com bastante exactidão. É usual classificar os parâmetros de uma câmara em intrínsecos (ou internos) e extrínsecos (ou externos). Os parâmetros extrínsecos da câmara referem-se à posição e orientação da mesma podendo ser completamente descritos por seis variáveis, das quais três são relativas à posição e as restantes três à orientação (rotação) da câmara. Os parâmetros intrínsecos da câmara são

usados para descrever a projecção da cena tridimensional numa imagem bidimensional e para caracterizar a transformação do sistema de coordenadas da câmara no sistema de coordenadas da imagem.

#### 4.1.1. Aspectos geométricos

Um ponto no espaço pode ser descrito por vários referenciais distintos, os quais são transformáveis entre si. A transformação entre referenciais é geralmente descrita por uma translação e por uma rotação, sendo necessário, por isso, seis parâmetros independentes. Quando se considera uma câmara é usual associar-se a esta um sistema de eixos,  $(X_C, Y_C, Z_C)$ , no qual são descritos os pontos observados pela câmara.

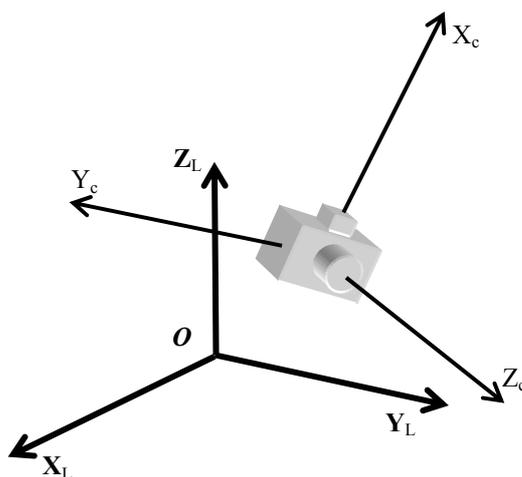


Fig. 4.1 – Representação da relação entre os sistemas referenciais do laboratório,  $(X_L, Y_L, Z_L)$ , e da câmara  $(X_C, Y_C, Z_C)$ .

Seja  $P_L$  um ponto qualquer descrito no sistema de referência do laboratório com coordenadas iguais a  $(x_L, y_L, z_L)$ . E seja  $P_C$  o mesmo ponto

descrito no sistema de referência associado à câmara com coordenadas iguais a  $(x_C, y_C, z_C)$ . A transformação entre estas duas descrições é dada por:

$$P_L = R^{-1} P_C + T, \quad (4.1)$$

em que  $T$  é o vector que une as origens dos dois sistemas e  $R$  é uma matriz  $(3 \times 3)$  que traduz a rotação entre os dois sistemas. Tendo em conta as coordenadas dos vectores dadas por:

$$\begin{aligned} P_C &= [x_C, y_C, z_C]^T \\ P_L &= [x_L, y_L, z_L]^T, \\ T &= [x_0, y_0, z_0]^T \end{aligned} \quad (4.2)$$

podemos então reescrever a Eq. 4.1 na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_L - x_0 \\ y_L - y_0 \\ z_L - z_0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Para além da transformação de coordenadas entre o referencial do laboratório e o referencial da câmara existe também uma transformação física provocada pelos dispositivos ópticos da câmara, a que corresponde, na sua aceção mais simples, a uma projecção – modelo de perspectiva (*pinhole camera*). Apesar da maioria das câmaras ser bem descrita por este modelo existem casos que devido a distorções provocadas pelas lentes é necessário utilizar outros modelos que tenham em conta esses efeitos. O modelo de perspectiva encontra-se representado esquematicamente na Fig. 4.2.

O plano  $\pi$  representa o plano da imagem o qual se encontra a uma distância focal ( $f$ ) do centro de projecção  $O$ . A linha que passa pelo centro de projecção,  $O$ , e que é perpendicular ao plano da imagem é o eixo óptico, cuja intersecção com o plano da imagem define o *ponto principal*,  $O'$ . A recta

que contém o centro de projecção,  $O$ , e o ponto  $P$  intersecta o plano de imagem,  $\pi$ , num ponto designado por  $p_i$ , que é a imagem do ponto  $P$ . O sistema de coordenadas da imagem é definido pelos eixos  $\bar{u}$  e  $\bar{v}$ , e a sua origem coincide com o ponto principal,  $O'$ .

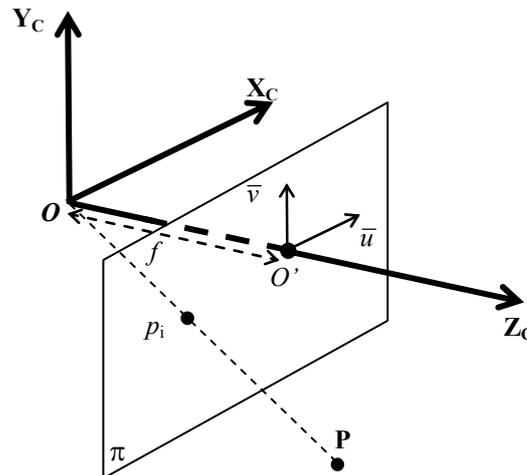


Fig. 4.2 – Aspectos geométricos do modelo de perspectiva de uma câmara.

Seja  $p_i = [u_i, v_i]^T$  a projecção em perspectiva do ponto  $P$  no plano  $\pi$  descrito no sistema de eixos da imagem. Tendo em conta a Fig. 4.2 podemos então relacionar as coordenadas do ponto  $P$  com a sua projecção,  $p_i$ , através da seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = \frac{f}{z_c} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Admitindo que a imagem é adquirida por uma câmara digital cujo sensor é um CCD (*Charged Couple Device*) devemos ter em conta que a unidade usada no referencial da imagem não é geralmente o metro. Um CCD é composto por uma grelha de fotosensores que dividem o plano da imagem

em pequenos rectângulos. Estes rectângulos são designados por *pixels* (*picture elements*). Por conseguinte, as coordenadas de um determinado ponto numa imagem digital são geralmente descritas em pixels, sendo a origem do sistema de eixos diferente do ponto principal. É pois natural que exista também uma transformação quer da métrica associada ao sistema de eixos da imagem quer da origem do mesmo. Assim, as coordenadas do ponto  $p_i$  no sistema de eixos da imagem dadas em pixels  $(\bar{u}_i, \bar{v}_i)$  são iguais a:

$$\begin{bmatrix} \bar{u} - \bar{u}_0 \\ \bar{v} - \bar{v}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x^{-1} & s_x^{-1} \operatorname{tg}(\alpha) \\ 0 & s_y^{-1} \operatorname{sec}(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

em que  $(\bar{u}_0, \bar{v}_0)$  são as coordenadas do ponto principal,  $O'$ , medidas em pixels e,  $s_x$ ,  $s_y$  e  $\alpha$  são parâmetros associados ao sensor CCD da câmara. Na Fig. 4.3 representam-se esquematicamente estes parâmetros.

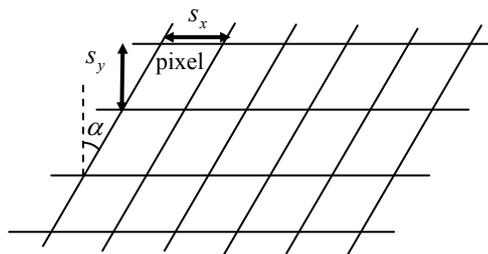


Fig. 4.3 – Representação esquemática de um sensor CCD. O tamanho efectivo do pixel é  $s_x \times s_y$ . O ângulo  $\alpha$  é o ângulo que a direcção yy faz com a direcção ortogonal a xx.

Os parâmetros  $s_x$  e  $s_y$  representam as dimensões efectivas do pixel, enquanto que o parâmetro  $\alpha$  é o ângulo<sup>2</sup> que a direcção yy faz com a

<sup>2</sup> Na literatura de língua Inglesa este ângulo é usualmente designado por “skew angle”. Em Português, dependendo do contexto, encontram-se os termos “ângulo de inclinação” ou “ângulo de corte”.

direcção ortogonal a  $xx$ . Geralmente este ângulo é pequeno podendo ser aproximado a zero, significando neste caso que as direcções são ortogonais.

A distância focal  $f$ , as medidas efectivas do pixel  $s_x$  e  $s_y$ , o ângulo de inclinação  $\alpha$  e o ponto principal  $(\bar{u}_0, \bar{v}_0)$  são considerados os parâmetros intrínsecos da câmara. Estes parâmetros são independentes da pose da câmara a qual é descrita por seis parâmetros (3 relativos à posição e 3 relativos à orientação), os quais são designados por parâmetros extrínsecos da câmara. É usual os parâmetros intrínsecos serem organizados numa única matriz,  $K$ . Considerando um pixel rectangular teremos:

$$K = \begin{bmatrix} f/s_x & 0 & \bar{u}_0 \\ 0 & f/s_y & \bar{v}_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

#### 4.1.2. Determinação dos parâmetros de uma câmara

As técnicas para determinação dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos de uma câmara são diferentes entre a fotogrametria e a visão computacional. Enquanto que na fotogrametria é, desde da década de 1980, aceite o método de *bundle adjustment*, já na visão computacional são inúmeras as técnicas que têm sido desenvolvidas para calibrar uma câmara. A diversidade aumenta também porque numerosos modelos de câmara têm sido adoptados, desde o mais simples – *pinhole camera* (cf. Fig. 4.2) – até aos mais complexos onde diversos termos polinomiais de elevada ordem são considerados para corrigir as distorções das lentes [42].

É comum na visão computacional o uso de um objecto calibrado, planar ou tridimensional, do qual se fazem uma ou várias imagens. É do conhecimento das características geométricas do objecto e das correspondentes imagens que se determinam os parâmetros de uma câmara.

Das imagens e, concomitantemente do objecto, são normalmente usados pontos ou linhas que são utilizados para o cálculo dos parâmetros. É usual o uso de pontos na imagem e é com base nestes que explicaremos as ideias basilares da calibração.

Existem ainda métodos de auto-calibração nos quais não são usados objectos conhecidos sendo recuperados os parâmetros da câmara a partir de imagens não calibradas. Estes métodos são geralmente empregues em situações em que se pretende passar de uma reconstrução estéreo projectiva para uma reconstrução métrica.

Assumindo a inexistência de distorções produzidas pelas lentes e, assumindo pixels rectangulares, a transformação de um ponto,  $P_L$ , descrito no referencial do laboratório na sua imagem descrita no referencial da imagem pode ser obtida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \bar{u} - \bar{u}_0 &= f_x \frac{r_{11}(x_L - x_0) + r_{12}(y_L - y_0) + r_{13}(z_L - z_0)}{r_{31}(x_L - x_0) + r_{32}(y_L - y_0) + r_{33}(z_L - z_0)} \\ \bar{v} - \bar{v}_0 &= f_y \frac{r_{21}(x_L - x_0) + r_{22}(y_L - y_0) + r_{23}(z_L - z_0)}{r_{31}(x_L - x_0) + r_{32}(y_L - y_0) + r_{33}(z_L - z_0)} \end{aligned} \quad (4.7)$$

em que:

$$f_x = \frac{f}{s_x} \text{ e } f_y = \frac{f}{s_y}. \quad (4.8)$$

Os elementos  $r_{ij}$  formam a matriz rotação,  $R$ , que define a orientação da câmara, enquanto que  $[x_0 \ y_0 \ z_0]^T$  é o vector que define a posição do centro de projecção. Note-se que os elementos  $r_{ij}$  não são independentes entre si, na verdade podem ser calculados a partir dos três ângulos,  $(\phi, \varphi, \theta)$ , que definem a orientação da câmara. A calibração da câmara exige a determinação de dez parâmetros, dos quais seis são os parâmetros

extrínsecos e os restantes quatro são os parâmetros intrínsecos. Se se considerar que o pixel não é rectangular, há necessidade de determinar o ângulo de inclinação,  $\alpha$ , e neste caso haverá mais um parâmetro intrínseco, passando desta forma a 11 incógnitas. Considerando modelos que tenham em conta as distorções provocadas pelas lentes, mais incógnitas estariam presentes, variando o número com a complexidade do modelo adoptado.

Cada ponto de calibração dá origem a duas equações independentes que envolvem os parâmetros a determinar (Eq. 4.7). Desta forma o número mínimo de pontos necessários para levar a cabo uma calibração simples é seis, no entanto, geralmente utilizam-se muitos mais pontos através de objectos padronizados como o da Fig. 4.4.

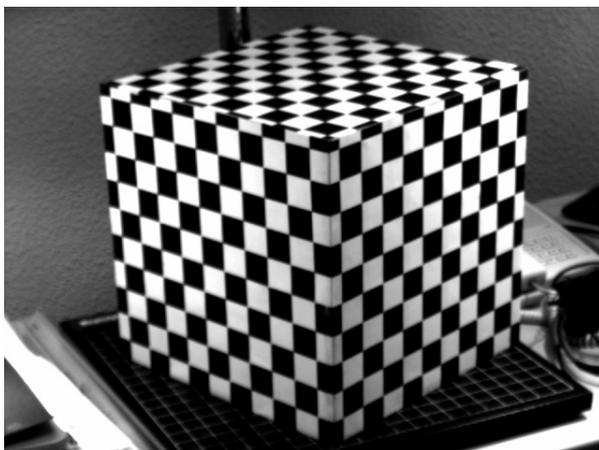


Fig. 4.4 – Objecto de calibração típico. Os quadrados têm uma aresta fixa (30 mm no caso presente) e a imagem apresenta um contraste elevado facilitando o uso de um algoritmo detector de cantos para a obtenção dos pontos na imagem.

Apesar do objecto da Fig. 4.4 ser tridimensional também são utilizados objectos planares dos quais se podem fazer várias imagens em orientações diferentes [9][36][200][224]. A regularidade do objecto permite conhecer as relações geométricas entre os diferentes pontos a usar (cantos), contudo as

suas posições absolutas não são conhecidas a não ser que se associe ao próprio objecto o referencial do laboratório. Assim, a posição e a orientação da câmara serão determinados relativamente ao objecto de calibração.

A determinação dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos é um problema de optimização consistindo em determinar os parâmetros que são solução (no sentido dos mínimos quadrados) de um sistema de equações do tipo da Eq. 4.7. A solução do problema pode ser então escrita da forma seguinte:

$$\{t_x, t_y, t_z, \phi, \varphi, \theta, f_x, f_y, u_0, v_0, \dots\} = \arg \min \sum_i^N \|p_i - O_p(P_i)\|^2 \quad (4.9)$$

em que  $O_p$  designa o operador que, através dos parâmetros que se desejam determinar, transforma um ponto  $P_i$  descrito no referencial do laboratório na sua projecção  $p_i$  que é descrita no referencial da imagem. A plethora de métodos que aparece na literatura especializada deriva das diferentes abordagens para resolver o problema, seja relativamente ao método, seja relativamente às possíveis restrições, a diferentes formalismos ou mesmo a diferentes modelos de câmara.

Os vários métodos existentes podem ser classificados segundo diversos critérios, a saber: modelo de câmara utilizado, tipo de objecto de calibração, tipo de características usadas nas imagens (pontos ou linhas) ou tipo de optimização utilizado. Cingindo-nos apenas ao último critério, podemos classificar os métodos em lineares, não-lineares e mistos.

Os métodos lineares apesar de rápidos e simples não possibilitam na maioria dos casos o uso parâmetros de distorção das lentes. De entre estes destaca-se o método DLT (*Direct Linear Transformation*) resultante do trabalho de [6]. Neste método procede-se a uma modificação das equações de transformação das coordenadas dos pontos (Eq. 4.7) de forma a obter equações lineares, obtendo-se:

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \frac{L_1 X + L_2 Y + L_3 Z + L_4}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + 1} \\ \bar{v} &= \frac{L_5 X + L_6 Y + L_7 Z + L_8}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + 1}\end{aligned}\tag{4.10}$$

em que  $L_i$  são os coeficientes de transformação.

Para cada ponto conhecido podem então escrever-se duas equações do tipo da Eq. 4.10, e as incógnitas passam a ser os parâmetros  $L_i$ . As equações podem ser facilmente arranjadas de forma a obter-se um sistema linear do qual são calculados todos os coeficientes de transformação  $L_i$ . A partir do conhecimento dos coeficientes de transformação,  $L_i$ , determina-se a pose e os parâmetros internos da câmara.

Os métodos não-lineares estimam os parâmetros da câmara através de um algoritmo iterativo de optimização de mínimos quadrados. Esta estimativa pode ser obtida por minimização do erro de reprojecção; processo que é conhecido por *bundle adjustment*. Este é utilizado frequentemente na fotogrametria constituindo um exemplo típico de um método não-linear.

Os métodos mistos apresentam um estágio linear inicial o qual é refinado posteriormente por um segundo estágio não-linear. Este tipo de técnicas é muito utilizado na visão computacional destacando-se os algoritmos desenvolvidos por Tsai [200], por Heikkila [9] e por Zhang [224].

O algoritmo de Tsai necessita de  $n$  ( $\geq 8$ ) pontos resolvendo o problema da calibração através de  $n$  equações lineares. O modelo de câmara usado neste trabalho é fundamental para o processo de resolução baseando-se o mesmo em propriedades derivadas do modelo. É assumido um modelo que envolve apenas termos radiais de distorção provocada pelas lentes, o que leva à restrição de alinhamento radial usada para a calibração. Os parâmetros são determinados em dois estágios distintos: no primeiro é calculada a orientação e a posição segundo  $xx$  e segundo  $yy$  e no segundo estágio são

determinados a posição segundo  $zz$ , os coeficientes de distorção e a distância focal. Este algoritmo admite o uso de um objecto de calibração planar do qual pode ser feito apenas uma imagem ou várias imagens com diferentes orientações. Pode também ser usado um objecto tridimensional.

O algoritmo desenvolvido por Heikkila também apresenta dois passos. No primeiro, são obtidos todos os parâmetros à excepção dos coeficientes de distorção das lentes usando um método directo (DLT). No segundo passo, é usado um processo iterativo de optimização para refinar a orientação e obter os parâmetros relativos às distorções das lentes. O modelo de câmara adoptado neste algoritmo envolve termos de distorção radial e tangencial. Quanto ao objecto de calibração, admite quer um planar do qual se fazem várias imagens em orientações distintas ou um tridimensional.

Zang desenvolveu um método que usa apenas um objecto de calibração planar colocado em diferentes orientações. Os parâmetros extrínsecos e intrínsecos são inicialmente obtidos de forma directa. Os coeficientes de distorção da lente são então obtidos através de uma solução linear de mínimos quadrados. Finalmente, todo o processo é refinado usando uma minimização de uma função de custo. O modelo de câmara é muito semelhante ao adoptado no trabalho de Heikkila.

Para calibrar as câmaras usadas neste trabalho fizemos uso das rotinas de Jean Ives Bouguet [35], implementadas em Matlab® e, livremente distribuídas na Internet. O modelo de câmara é equivalente ao de Heikkila e o algoritmo é muito semelhante ao de Zang, diferindo essencialmente na forma como determina inicialmente os parâmetros.

Relativamente aos diversos métodos de calibração é de referir a revisão feita por Remondino [10].

### 4.1.3. Determinação da pose de uma câmara

Uma vez que os parâmetros intrínsecos de uma câmara não variam com a posição e orientação da mesma pode realizar-se uma calibração da câmara em condições controladas de forma a obter com precisão esses parâmetros que são posteriormente utilizados noutras situações. O conhecimento dos parâmetros intrínsecos permite determinar a posição e a orientação de uma câmara a partir do uso de marcas em posições conhecidas. Este problema é típico da fotogrametria e tem relevância para o trabalho aqui descrito.

O problema pode ser formulado da mesma forma que o da calibração, isto é:

$$\{t_x, t_y, t_z, \phi, \varphi, \theta\} = \arg \min \sum_i^N \|p_i - O_p(P_i)\|^2, \quad (4.11)$$

no entanto, para a situação em que não existe ruído é possível obter uma solução analítica para o caso de três pontos [103]. Porém, também se mostra, para este caso, que o problema admite até quatro soluções reais dependendo o número de soluções da posição relativa da câmara e dos pontos. Esta ambiguidade pode ser resolvida se mais pontos forem usados e para este caso foram também apresentadas soluções analíticas [221]. Os métodos de obtenção da solução podem ser divididos em analíticos e iterativos. Os métodos iterativos são geralmente muito sensíveis à escolha do ponto inicial e às propriedades de convergência enquanto que os analíticos são menos tolerantes ao ruído [175].

Na secção 5.1 descrevemos o algoritmo que desenvolvemos para resolver este problema. Este algoritmo iterativo admite no mínimo quatro pontos e baseia-se na intersecção de toróides. Os parâmetros que descrevem os toróides são facilmente calculados a partir das marcas e das suas

respectivas imagens. Este método é simultaneamente robusto ao ruído e rápido na obtenção da solução.

## 4.2. Visão estéreo

Designa-se por visão estéreo a capacidade para inferir informação tridimensional a partir de duas ou mais imagens tiradas de diferentes ângulos [199]. Podemos afirmar que o objectivo é o de inverter o processo de projecção. Isto é, a partir de um ponto numa imagem conhecer o ponto que lhe corresponde no objecto real. É evidente que usando apenas uma imagem este é um problema indeterminado uma vez que no processo de aquisição da imagem se perdeu a dimensão relativa à profundidade.

No entanto, se se utilizarem pelo menos duas imagens da mesma cena, adquiridas de ângulos diferentes, é possível, por triangulação, determinar-se esse ponto real (Fig. 4.5).

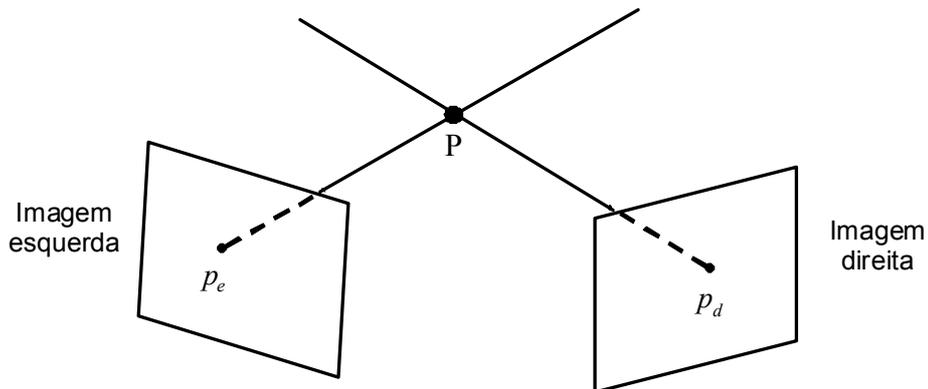


Fig. 4.5 – Representação esquemática do processo de triangulação usado na visão estéreo. O ponto  $P$  é projectado nas imagens esquerda e direita dando origem respectivamente a  $p_e$  e  $p_d$ .

É interessante notar a profusão desta capacidade existente na natureza e ironicamente, a dificuldade em transferi-la de forma satisfatória para

mecanismos artificiais. O problema tem-se revelado complexo justificando largamente o interesse e empenho que a comunidade científica lhe tem votado. Longe de ser um tema esgotado existem ainda muitos aspectos que permanecem sem soluções robustas, e.g., resolução dos problemas de oclusão e transparências, diminuição do tempo de computação (visão computacional estéreo em tempo real), entre outros.

Três problemas intrínsecos podem ser distinguidos na visão computacional estéreo: a calibração, a correspondência e a reconstrução. A Fig. 4.6 mostra um esquema das relações entre estes três assuntos.

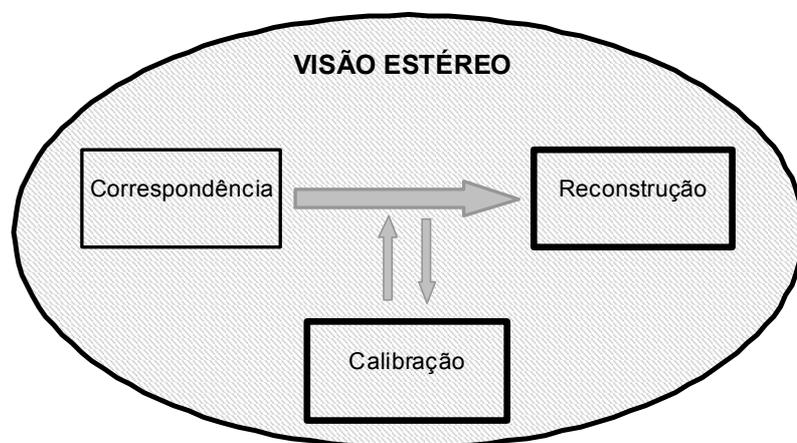


Fig. 4.6 – Esquema das relações existentes entre os três subproblemas em que pode ser dividida a visão estéreo.

A calibração da(s) câmara(s) na visão estéreo tem carácter ambivalente uma vez que pode ser feita previamente seguindo as ideias da secção 4.1, ou pode ser feita usando imagens estéreo e respectivas correspondências. Por outro lado, a reconstrução não carece da determinação dos parâmetros intrínsecos da câmara, contudo o desconhecimento destes implica que a reconstrução seja feita a menos de um factor de escala. Já a correspondência assume-se como o problema nuclear da visão estéreo, de cuja eficácia depende directamente a exactidão da visão estéreo. Não é pois estranho os

inúmeros métodos existentes na literatura da especialidade que abordam o tema da correspondência na visão estéreo. Para uma revisão sobre a visão estéreo o leitor poderá consultar [44][69][128].

#### **4.2.1. O problema da correspondência**

A correspondência é, talvez, o problema mais difícil deste tema e é sem dúvida o problema basilar da visão estéreo. Como se pode verificar na Fig. 4.5, a um determinado ponto na imagem esquerda corresponde um ponto na imagem direita. Designa-se, pois, por correspondência o problema de determinar que ponto numa imagem emparelha com o respectivo ponto na outra imagem. Este tema é geralmente encarado como um problema de minimização de uma determinada função de custo (similitude, distância,...). Por isso, os diferentes métodos que abordam a correspondência diferem entre si na função de custo e no método de minimização. Por outro lado, a correspondência pode ser efectuada com base em informação local ou com base em informação global. Apesar do uso de informação global ser genericamente mais robusto (ex. oclusões, textura uniforme) ele é, também, computacionalmente mais gravoso.

Nos métodos locais são comparadas janelas de dimensão fixa das duas imagens sendo a correspondência dada para o emparelhamento que minimiza uma função de similitude (e.g. a correlação cruzada).

Nos métodos globais comparam-se características das imagens usando-se descritores apropriados (bordas, cantos,...) e a correspondência será dada para o mínimo de uma função de distância. Para informação mais detalhada deste tema pode o leitor consultar [44].

A Tabela 4.1 apresenta de forma resumida algumas das restrições usadas em visão estéreo [128].

Tabela 4.1 – Tabela resumo dos diferentes tipos de restrições que podem ser usados no problema da correspondência.

	<b>Tipo de restrição</b>	<b>Breve descrição</b>
Câmara	Epipolar	Faz uso das relações geométricas entre o ponto observado e as suas imagens, permitindo reduzir o problema da correspondência a uma dimensão.
	Similitude geométrica	Assume-se que os segmentos de recta apresentam semelhante orientação e comprimento nas duas imagens estéreo.
	Unicidade	A um ponto numa imagem corresponde, quase sempre, um e um único ponto na outra imagem. A excepção prende-se quando dois pontos se encontram no mesmo raio de projecção para uma das imagens sendo ambos visíveis na outra imagem.
	Fotométrica	Pontos correspondentes nas imagens apresentam intensidades semelhantes. Pressupõe-se neste caso que as superfícies seguem um modelo radiométrico de reflectância isotrópico ( <i>Lambertian surface</i> ).
	Cromática	São assumidos valores semelhantes para pixeis correspondentes em imagens a cores.
	Geometria projectiva	Um modelo de geometria projectiva é assumido para as câmaras envolvidas no sistema estéreo.
Cena	Compatibilidade	Dois elementos que tenham sido produzidos a partir do mesma marca física podem ser emparelhados, caso contrário não podem.
	Continuidade	Os mapas de disparidade variam suavemente em quase toda a imagem, sendo a excepção as bordas dos objectos.
	Coerência	O mundo é feito de objectos que ocupam uma posição bem definida no espaço e não de pontos distribuídos caoticamente.
	Disparidade	A disparidade de dois pontos emparelhados não pode ser superior a um determinado limite. Este valor limite é facilmente obtido se a distância mínima entre a câmara e os objectos for conhecida.
	Gradiente de disparidade	O gradiente da disparidade está sujeito também a um valor limite.
	Ordenação	Os objectos vistos numa das imagens pode ser mapeado segundo uma determinada ordem relativamente às linhas epipolares. Na outra imagem os mesmos objectos devem estar mapeados segundo a mesma ordem.
	Conexão	As ligações entre as extremidades dos objectos mantêm-se nas duas imagens; o que apenas se verifica para determinadas cenas.
	Planaridade	Para aplicações onde só hajam poliedros existe uma transformação afim entre as coordenadas dos pontos correspondentes.
Oclusão	Uma descontinuidade numa imagem corresponde a uma oclusão na outra.	

De entre todas as restrições que podem ser usadas no problema da correspondência destaca-se a geometria epipolar por ter carácter geral. Pode ser aplicada a qualquer sistema estéreo através de um processo simples.

A Fig. 4.7 representa duas imagens da mesma cena obtidas em ângulos diferentes. O plano  $\pi$  designa-se por *plano epipolar* e é definido pelos centros de projecção  $C_e$  e  $C_d$  e pelo ponto real  $P$ . O ponto  $P$ , projecta-se na imagem esquerda no ponto  $p_e$  e na imagem direita em  $p_d$ . As rectas definidas pela intersecção do plano  $\pi$  com imagem esquerda e com a imagem direita constituem as linhas epipolares. Note-se que a linha epipolar na imagem direita é também definida pelos pontos  $p_d$  e  $e_d$ , e na imagem da esquerda pelo pontos  $p_e$  e  $e_e$ . Os pontos  $e_e$  e  $e_d$  designam-se por epipolos e são a imagem do centro de projecção oposto.

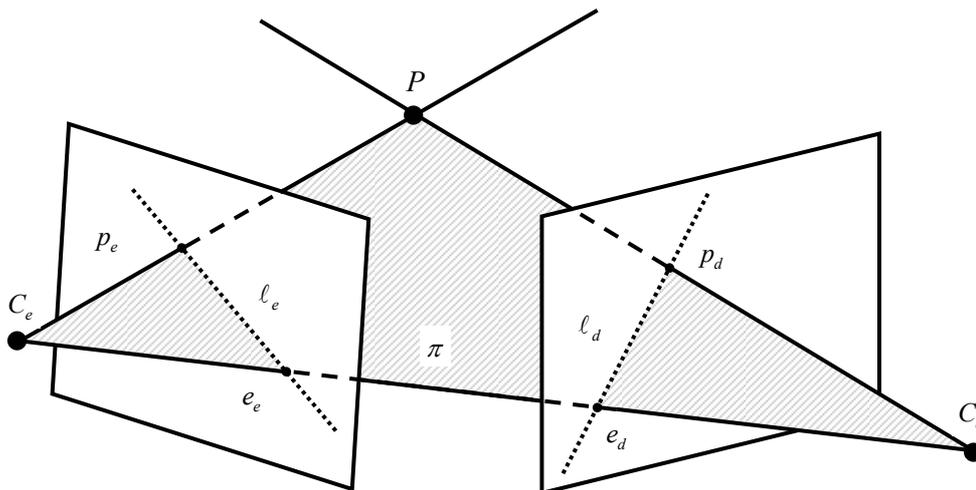


Fig. 4.7 – Representação esquemática da geometria epipolar. O ponto  $P$  projecta-se em  $p_e$  e  $p_d$  nas imagens esquerda e direita, respectivamente. A intersecção do plano epipolar  $\pi$  com os planos de imagens determina as linhas epipolares  $l_e$  e  $l_d$ . Os epipolos  $e_e$  e  $e_d$  são as imagens dos centros de projecção  $C_d$  e  $C_e$ , respectivamente.

A importância das linhas epipolares reside no facto de permitir que a correspondência seja reduzida a um problema unidimensional, na medida em que o par de um determinado ponto na imagem da esquerda encontra-se necessariamente sobre a linha epipolar respectiva, na imagem da direita. Desta forma torna-se essencial estabelecer a linha epipolar correspondente a um determinado ponto. Para o efeito começemos por considerar o ponto  $P$  descrito nos referenciais de cada câmara pelos vectores  $P_e$  e  $P_d$ , respectivamente. A relação entre estas duas descrições será então dada por:

$$P_d = R(P_e - T), \quad (4.12)$$

em que  $R$  designa a matriz rotação entre os dois sistemas de coordenadas e  $T$  designa o vector translação entre os dois sistemas.

Consideremos agora a definição do plano epipolar baseada nos vectores  $P_e$ ,  $T$  e  $P_e - T$ . Aplicando a condição de coplanaridade obtém-se então:

$$(P_e - T)^T T \times P_e = 0. \quad (4.13)$$

Usando a Eq. 4.12 ficamos com:

$$(R^T P_d)^T T \times P_e = 0. \quad (4.14)$$

Recordando que o produto externo de dois vectores,  $v$  e  $u$ , é igual ao produto da matriz anti-simétrica,  $\tilde{v}$ , do primeiro pelo segundo ( $v \times u = \tilde{v}u$ ), portanto a Eq. 4.14 fica:

$$P_d^T E P_e = 0, \quad (4.15)$$

em que  $E$  se designa por *matriz essencial* e é definida pelo produto entre a matriz de rotação  $R$  e a matriz anti-simétrica de  $T$ , ou seja,  $E = R\tilde{T}$ . Note-se que:

$$\tilde{T} = \begin{bmatrix} 0 & -T_z & T_y \\ T_z & 0 & -T_x \\ -T_y & T_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

Considerando, por outro lado que

$$p_e = \frac{f_e}{z_e} P_e \text{ e } p_d = \frac{f_d}{z_d} P_d, \quad (4.17)$$

a Eq. 4.15 pode ficar,

$$p_d^T E p_e = 0. \quad (4.18)$$

A Eq. 4.15 traduz uma relação entre pontos descritos nos dois sistemas de coordenadas na qual a matriz essencial,  $E$ , produz um mapa entre os pontos e as correspondentes linhas epipolares. Contudo esta equação faz apenas uso de coordenadas dos sistemas das câmaras e não de coordenadas das imagens que são as que, manifestamente, são mais utilizadas. Por conseguinte, é necessário conhecer os parâmetros intrínsecos das câmaras de modo a transformar as coordenadas da câmara em coordenadas da imagem. Esta transformação pode ser efectuada com base nas matrizes  $K_e$  e  $K_d$  (cf. 4.1.1) que traduzem os parâmetros intrínsecos das câmaras da esquerda e da direita, respectivamente. Consideremos que  $\bar{p}_e$  e  $\bar{p}_d$  traduzem as coordenadas no referencial da imagem do ponto  $P$ , respectivamente na imagem da esquerda e na imagem da direita. Teremos, então:

$$p_e = K_e^{-1} \bar{p}_e \quad \text{e} \quad p_d = K_d^{-1} \bar{p}_d. \quad (4.19)$$

Substituindo este resultado na Eq. 4.18 virá

$$\bar{p}_d^T F \bar{p}_e = 0, \quad (4.20)$$

em que  $F$  se designa por *matriz fundamental* e é dada por

$$F = K_d^{-T} E K_e^{-1} \quad (4.21)$$

A geometria epipolar pode ser determinada a partir da matriz fundamental, a qual pode ser calculada a partir dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmara ou, simplesmente, ser determinada a partir de um número mínimo de emparelhamentos. Neste último caso, a geometria epipolar é estabelecida sem conhecimento explícito quer dos parâmetros intrínsecos quer dos parâmetros extrínsecos das câmaras.

#### 4.2.2. Determinação da matriz fundamental

Consideremos que o ponto  $\bar{p}_e^i = [u_i, v_i]^T$  da imagem da esquerda está emparelhado com o ponto  $\bar{p}_d^i = [u'_i, v'_i]^T$  da imagem da direita, pelo que a Eq. 4.20, que traduz a geometria epipolar, deve ser verificada. A aplicação da Eq. 4.20 a estes pontos pode ser traduzida por uma equação linear com 9 incógnitas, ou seja:

$$*u_i^T *F = 0, \quad (4.22)$$

com

$$\begin{aligned} *u_i^T &= [u_i \ u'_i \ v_i \ u'_i \ u'_i \ u_i \ v'_i \ v'_i \ v'_i \ u_i \ v_i \ 1] \\ *F &= [F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{21}, F_{22}, F_{23}, F_{31}, F_{32}, F_{33}]^T \end{aligned} \quad (4.23)$$

Para  $n$  emparelhamentos podem juntar-se em sistema  $n$  Eq. 4.22 obtendo-se um sistema linear

$$U_n^* F = 0, \quad (4.24)$$

em que  $U_n = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T$  usualmente designado pela matriz sistema.

A matriz  $F$  apresenta apenas 7 graus de liberdade [223] uma vez que é definida a menos de um factor de escala (o que implica a possibilidade de se fixar um dos elementos - tipicamente  $F_{33} = 1$ ) e, por outro lado, o determinante da matriz tem de ser nulo ( $\det(F) = 0$ ). Consequentemente, o número mínimo de emparelhamentos para a determinação da matriz fundamental,  $F$ , é 7. Porém, para 7 emparelhamentos pode haver até três soluções e portanto é usual a utilização de oito pontos. A resolução pode ser abordada como um problema de mínimos quadrados em que o vector,  $f$ , é a solução não trivial do problema:

$$f = \arg \min \sum_{i=1}^n \|u_i^* F_i\|^2. \quad (4.25)$$

Existem vários métodos para a resolução do problema descrito pela Eq. 4.25 sendo um dos mais simples o descrito por [132] e depois melhorado por [106] que pode ser aplicado a 8 ou mais correspondências. O leitor poderá consultar [133][134][223] para uma descrição mais pormenorizada dos métodos existentes para a determinação da matriz fundamental.

O algoritmo de oito pontos baseia-se na decomposição em valores singulares, que consiste em decompor uma matriz  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  no produto de três matrizes, tal que:

$$A = U S V^T, \quad (4.26)$$

em que  $U \in \mathbb{R}^{m \times n}$  é uma matriz com colunas ortonormais,  $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é uma matriz ortogonal e  $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é uma matriz diagonal com elementos positivos [171].

Sejam  $s_j$  os valores diagonais da matriz  $S$  os quais se designam por valores singulares, e  $u_j$  e  $v_j$  as colunas de  $U$  e  $V$ , respectivamente. A decomposição (Eq. 4.26) pode, assim, ser escrita sob a forma:

$$Av_j = s_j u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (4.27)$$

Se  $s_j = 0$ , então  $Av_j = 0$  e, a coluna  $v_j$  pertence ao espaço nulo da matriz  $A$ . É esta propriedade que é usada para determinar a matriz fundamental,  $F$ .

Fazendo a decomposição em valores singulares da matriz sistema,  $U_n$ , a solução é a coluna que corresponde ao único valor singular nulo [106][199]. No entanto, devido a ruído é provável que não existam valores singulares nulos e, neste caso, toma-se a solução no sentido dos mínimos quadrados, ou seja, a coluna correspondente ao menor valor singular. Em todo caso, a matriz fundamental assim determinada pode não apresentar característica igual a 2 pelo que é necessário impor esta restrição. Uma possibilidade é a substituição da matriz  $F$  por outra matriz  $F'$  que minimiza a norma Frobenius<sup>3</sup> de  $F - F'$  e que obedece a  $\det(F') = 0$ . A determinação da nova matriz  $F'$  passa pela decomposição em valores singulares da matriz fundamental. Seja  $D = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  a matriz diagonal dos valores singulares  $\sigma_i$  tal que  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , a qual resulta da decomposição em valores singulares de  $F = UDV^T$ . A matriz  $F'$  é então dada por:

---

<sup>3</sup> Seja  $A$  uma matriz  $n \times m$ . A norma de Frobenius é:  $\|A\|_F = \sqrt{\sum_i \sum_j |a_{ij}|^2}$

$$F' = U \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, 0) V^T \quad (4.28)$$

Mostra-se [8] que a matriz  $F'$  assim definida minimiza a norma de Frobenius de  $F - F'$ .

### 4.2.3. Reconstrução 3D

Entende-se por reconstrução a determinação da estrutura tridimensional a partir do conhecimento de pelo menos duas vistas 2D, bem caracterizadas, da mesma cena.

A reconstrução depende da informação inicial de que se dispõe. No caso de serem conhecidos quer os parâmetros extrínsecos quer os parâmetros intrínsecos é possível resolver de forma inequívoca a reconstrução. Se não for este o caso ainda se pode reconstruir, porém o resultado encontrar-se-á privado de algum tipo de informação: um factor de escala ou uma transformação projectiva global. A este respeito poderá o leitor consultar [199] para uma informação mais completa.

No presente trabalho torna-se pertinente fixarmos a atenção no caso em que são conhecidos os parâmetros extrínsecos e intrínsecos das câmaras.

A Fig. 4.8 representa o processo inverso da projecção do ponto  $P$  nas suas imagens  $p_e$  e  $p_d$ .

Na ausência de ruído a recta,  $e$ , que contém  $C_e$  e  $p_e$  intersectaria, em  $P$ , a recta,  $d$ , que passa por  $C_d$  e  $p_d$ . Todavia, o ruído impede que essa intersecção exista pelo que o ponto  $P$  tem de ser determinado como o ponto que se encontra à menor distância simultaneamente dos dois raios de projecção,  $e$  e  $d$ . Ora o ponto que minimiza simultaneamente a distância às duas rectas,  $e$  e  $d$ , é o ponto médio do segmento de recta cujos extremos pertencem respectivamente a  $e$  e  $d$ , e que é simultaneamente normal às duas rectas.

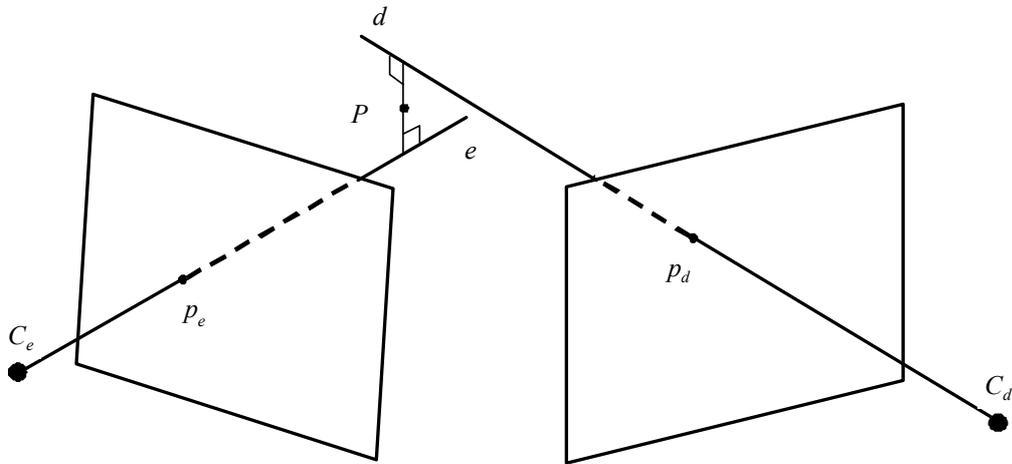


Fig. 4.8 – Caso geral de triangulação usado na visão estéreo em que os raios não se intersectam no espaço.  $P$  é o ponto médio do segmento de recta que é simultaneamente perpendicular aos dois raios  $e$  e  $d$ . (adaptado de [199])

A recta  $e$  que passa por  $C_e$  e  $p_e$  define-se por:

$$\alpha p_e, \text{ com } \alpha \in \mathbb{R}. \quad (4.29)$$

E a recta  $d$  que passa por  $C_d$  e  $p_d$  definida no referencial da câmara da esquerda é dada por:

$$T + \beta R^T p_d \quad (\beta \in \mathbb{R}) \quad (4.30)$$

em que  $T$  e  $R$  são os parâmetros extrínsecos do sistema estéreo. Considerando  $T_e$ ,  $R_e$  e  $T_d$ ,  $R_d$  os parâmetros extrínsecos das câmaras determinados no referencial do laboratório pode estabelecer-se a relação destes com os parâmetros do sistema estéreo, que é dada por:

$$R = R_d R_e^T \text{ e } T = T_e - R^T T_d. \quad (4.31)$$

Seja  $v$  um vector simultaneamente perpendicular a  $e$  e a  $d$ . Logo,

$$v = p_e \times R^T p_d. \quad (4.32)$$

Consideremos os pontos de intersecção da recta que contém  $v$  com as rectas  $e$  e a  $d$  dados por:

$$a p_e \text{ e } T + b R^T p_d. \quad (4.33)$$

Por conseguinte, a recta,  $s$ , que contém um dos pontos de intersecção da Eq. 4.33 e é paralela a  $v$  também contém obrigatoriamente o outro ponto de intersecção. Seja

$$s = a p_e + \lambda v. \quad (4.34)$$

O ponto de intersecção da recta  $s$  com a recta  $d$  é pois dada por

$$a p_e + c v, \quad (4.35)$$

que é coincidente com o ponto de intersecção definido na Eq. 4.33. Portanto, vem:

$$a p_e + c v = T + b R^T p_d. \quad (4.36)$$

Substituindo, a Eq. 4.32 na Eq. 4.36 obtemos:

$$a p_e + c (p_e \times R^T p_d) = T + b R^T p_d. \quad (4.37)$$

A resolução da Eq. 4.37 dá-nos os valores de  $a$  e  $b$ , os quais permitem determinar os pontos de intersecção definidos na Eq. 4.33. O ponto  $P$  é então o ponto médio entre estes dois pontos, logo

$$P = \frac{a p_e + T + b R^T p_d}{2}. \quad (4.38)$$



# Capítulo 5

## 5. Métodos: algoritmos, software e hardware

Para a boa prossecução do trabalho foram desenvolvidos alguns algoritmos inovadores e foram implementados outros que se encontram descritos na literatura.

É pretensão deste capítulo a descrição das bases teóricas em que se apoiam os métodos implementados e as técnicas adoptadas com vista à sua validação, e.g. o algoritmo de determinação da pose da câmara de vídeo, o algoritmo de correcção de movimentos e o de correção de imagens.

### 5.1. Determinação da pose da câmara

Apesar de já se encontrarem descritas na literatura diversas formas de obter a pose de uma câmara a partir de um determinado número de pontos (cf. cap. 4), sentimos a necessidade de desenvolver um método que fosse de encontro às necessidades específicas do projecto. Uma vez que são usadas marcas fiduciais que têm de ser detectadas quer pela câmara gama quer pelas câmaras de vídeo entendemos ser prudente a utilização de um número mínimo das mesmas por razões de radioprotecção e por facilidade na aplicação. Também por razões de facilidade de fabricação e por problemas

de volume parcial da câmara gama (cf 2.1.3) julgámos que a configuração das marcas fiduciais deveria ser coplanar.

### 5.1.1. Teoria

A determinação da posição, da orientação e das propriedades intrínsecas de uma câmara por recurso a um conjunto de pontos e às suas respectivas imagens é usualmente designado por calibração. A posição e a orientação de uma câmara também se classificam por parâmetros externos. A determinação desses parâmetros constitui um passo crucial quando uma câmara é utilizada como um instrumento de medida, o que é frequente em áreas como a visão computacional, a robótica e a fotogrametria. Têm sido propostas várias soluções quer para o problema da calibração da câmara quer para o problema da determinação da pose da câmara. Os diferentes métodos apresentados na literatura exploram aspectos diversos do problema ou seguem formalismos distintos. Algumas dessas técnicas são orientadas para situações de dados mínimos, ou seja, três ou quatro pontos para o problema da pose da câmara. Outros processos, porém, são especialmente adaptados para as situações de dados redundantes. Em ambos os casos, formas lineares e não lineares têm sido propostas. Os métodos lineares são geralmente eficientes do ponto de vista computacional, no entanto dependem fortemente do nível de ruído e por isso são também menos robustos. Os métodos não lineares são conhecidos por serem precisos e robustos na presença de ruído, embora seja necessária uma boa estimativa inicial a fim de garantir a correcta e rápida convergência para a solução.

O problema da determinação da pose com o mínimo de dados (*three-point perspective problem*) tem interessado diversos investigadores. Zeng *et al.* [222] apresentaram uma solução em forma fechada para o problema baseado no trabalho de Fisher *et al.* [79]. Haralick *et al.* [102][103] reviram as

soluções analíticas para o problema de determinação da pose a partir de apenas três pontos fiduciais e analisaram o seu desempenho relativamente ao ruído. Apesar das soluções analíticas serem simples de implementar, elas são muito vulneráveis ao ruído [209] sendo, por isso, habitual utilizar os seus resultados obtidos como estimativas iniciais em processos de optimização não lineares.

Para um maior número de pontos ( $>4$ ) não se conhecem soluções em forma fechada. A abordagem clássica assenta na criação de um sistema não linear como um problema de mínimos quadrados que é resolvido por uma técnica de optimização [7]. Alternativamente, pode ser utilizado o método de transformação linear directa (DLT) originalmente proposto por Abdel-Aziz *et al.* [6]. Em 1999, Quan *et al.* apresentou um algoritmo linear que encontra a solução única para o caso de dados redundantes [175]. Este algoritmo é dividido em duas etapas: primeiro, a posição da câmara é recuperada e em seguida, a orientação é calculada como um problema de orientação absoluta utilizando, para isso a solução em forma fechada proposta por Horn [112].

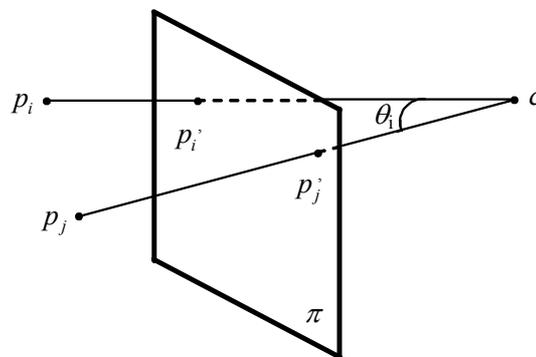


Fig. 5.1 – Relação geométrica entre as marcas fiduciais  $p_i$  e  $p_j$  e a suas respectivas imagens,  $p'_i$  e  $p'_j$ . O plano  $\pi$  encontra-se à distância  $f$  (distância focal) do centro de projecção  $c$ , que se assume como posição da câmara.

Ao considerar a problema de determinação da pose da câmara, é geralmente assumido um modelo *pinhole* em que cada marca fiducial é projectada sobre o plano da imagem por um raio que une a marca considerada e o centro de projecção da câmara. Recorrendo a relações trigonométricas estabelece-se um sistema de três equações quadráticas a três incógnitas que constituem as coordenadas da posição do centro de projecção. Na Fig. 5.1 representa-se geometricamente o problema e podemos retirar a seguinte relação:

$$\|p_i - p_j\|^2 = \|p_i - c\|^2 + \|p_j - c\|^2 - 2\|p_i - c\|\|p_j - c\|\cos\theta_{ij}, \quad (5.1)$$

em que  $\|\cdot\|$  representa a norma Euclideana.

Para cada par de pontos fiduciais é possível escrever uma equação desta forma. Assim, o número mínimo de pontos que garante um conjunto de três equações para três incógnitas é três. Todavia, o sistema de equações obtido a partir de um conjunto de três pontos admite até 8 possíveis soluções, mas para cada solução real positiva existe o seu espelho negativo, o que reduz o número máximo de soluções permissíveis para apenas quatro. Para garantir uma solução única é necessária informação adicional o que possa ser alcançado com a utilização de mais pontos. Sabe-se que o número mínimo de pontos para assegurar uma única solução é quatro desde que sejam coplanares e não colineares [221].

As formas de resolver o conjunto de equações obtidas são variadas como descrito anteriormente, sendo possível distinguir dois grupos de métodos: os analíticos e os iterativos. Os métodos iterativos são geralmente muito sensíveis à escolha da estimativa inicial e das propriedades de convergência, enquanto que os métodos analíticos são menos tolerantes a dados com ruído [121][175].

No presente trabalho, desenvolveu-se um algoritmo para a determinação dos parâmetros externos de uma câmara que pode utilizar três ou mais pontos, não comportando a inclusão de mais pontos maior complexidade computacional [54]. Este método é baseado no ponto de intersecção de múltiplos toróides cujos parâmetros, que permitem a sua descrição matemática, são facilmente determinados a partir dos pares de marcas fiduciais e das suas respectivas imagens. Uma solução analítica para o ponto de intersecção de múltiplos toróides não é trivial e mesmo que estivesse disponível, em princípio, não poderia ser utilizada uma vez que na prática o ruído impede uma determinação exacta dos pontos de calibração, tornando o problema mal condicionado. Geralmente é preferível usar métodos iterativos para determinar ponto de intersecção, mas a estimativa inicial é capital para garantir a convergência para a solução correcta. Por outro lado, uma solução analítica para o ponto de intersecção de múltiplos toróides poderia proporcionar uma solução em forma fechada para o caso de dados redundantes.

Embora a descrição subsequente seja feita para o caso de quatro pontos (utilizados no projecto), o algoritmo pode ser facilmente generalizado para  $n \geq 3$  pontos.

Para quatro pontos ( $p_1, p_2, p_3$  e  $p_4$ ) a Eq. 5.1 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\langle p_1 - P_c, p_2 - P_c \rangle}{\|p_1 - P_c\| \|p_2 - P_c\|} = \cos \theta_{12} \\ \frac{\langle p_2 - P_c, p_3 - P_c \rangle}{\|p_2 - P_c\| \|p_3 - P_c\|} = \cos \theta_{23} \\ \frac{\langle p_3 - P_c, p_4 - P_c \rangle}{\|p_3 - P_c\| \|p_4 - P_c\|} = \cos \theta_{34} \\ \frac{\langle p_4 - P_c, p_1 - P_c \rangle}{\|p_4 - P_c\| \|p_1 - P_c\|} = \cos \theta_{41} \end{array} \right. , \quad (5.2)$$

em que  $\langle a, b \rangle$  representa o produto interno entre os vectores  $a$  e  $b$ , e  $P_c \equiv (x_c, y_c, z_c)$  é a posição do centro de projecção no sistema de referência do laboratório.

Os ângulos  $\theta_{ij}$  podem ser calculados usando as relações entre as imagens,  $p'_i$ , dos pontos  $p_i$  e a posição do centro de projecção no sistema de referência da câmara. Definindo a posição no sistema de referência da câmara dos pontos  $p'_i$  por:

$$p'_i \equiv (x_i - x_0, y_i - y_0, -f), \quad (5.3)$$

onde  $(x_0, y_0)$  são as coordenadas do ponto principal e  $f$  é a distância focal, e considerando que a posição do centro de projecção no sistema de eixos da câmara é  $c \equiv (0, 0, 0)$ , vem [7]:

$$\cos \theta_{ij} = \frac{\langle p'_i - c, p'_j - c \rangle}{\|p'_i - c\| \|p'_j - c\|}. \quad (5.4)$$

O conjunto de equações expresso na Eq. 5.2, forma um sistema não linear em que as coordenadas,  $(x_c, y_c, z_c)$ , do centro de projecção,  $P_c$  são as incógnitas a determinar. Este sistema é, então, resolvido como um problema de mínimos quadrados, mas passando primeiro por uma simplificação que advém de uma interpretação geométrica baseada em toróides.

#### 5.1.1.1. Interpretação geométrica

Para uma melhor compreensão do método suponhamos o caso meramente teórico de uma situação bidimensional. Consideremos um qualquer par de pontos,  $p_a$  e  $p_b$ , observados por uma câmara numa posição

desconhecida. A Eq. 5.4 implica uma restrição do ângulo  $\theta_{ab}$  que por sua vez determina que a posição do centro de projecção se encontre num arco de círculo como pode ser observado na Fig. 5.2.

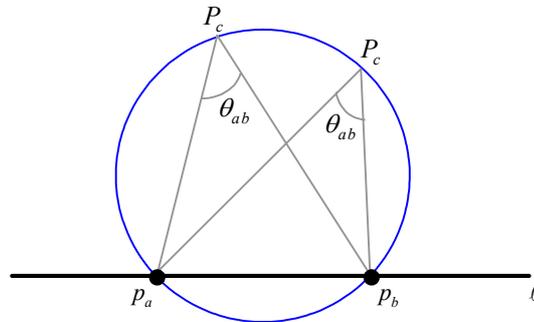


Fig. 5.2 – A única forma de uma câmara “ver” os pontos  $p_a$  e  $p_b$  e manter o ângulo  $\theta_{ab}$  é encontrar-se sobre um determinado arco de círculo.

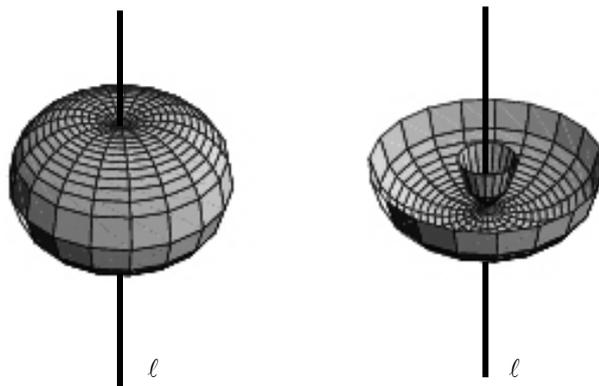


Fig. 5.3 – Representação gráfica de um toróide. Embora este tipo de toróide apresente uma superfície interna a qual é gerada pela rotação do círculo abaixo da linha  $\ell$ , a câmara não pode situar-se aí.

No espaço tridimensional a restrição angular mantém-se válida pelo que os locais possíveis de localização da câmara obtém-se facilmente por revolução em torno do eixo  $\ell$  do arco de circunferência anterior. A superfície assim originada corresponde à superfície externa de um toróide (*horn torus*) cujo eixo de simetria é a linha  $\ell$  (Fig. 5.3).

Com três pontos fiduciais é possível definir três pares de pontos distintos e assim gerar três toróides diferentes.

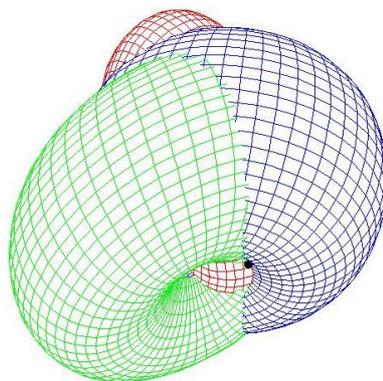


Fig. 5.4 – Representação do ponto de intersecção de três toróides. A localização da câmara encontra-se representada pelo ponto a negro cuja posição corresponde à intersecção dos três toróides representados a diferentes cores (vermelho, verde e azul).

Desta forma, a câmara que observa os três pontos terá de se situar sobre a intersecção dos três toróides. Tal como esperado, o número máximo de soluções reais para o ponto de intersecção é oito, havendo no entanto uma relação em “espelho” entre as soluções reais e como a câmara se tem de localizar de um dos “lados” do plano, o número máximo de soluções admissível reduz-se a quatro. Para uma geometria de quatro pontos coplanares a existência de uma solução única é garantida.

A descrição matemática de um toróide pode ser dada pela equação:

$$\left( b - \sqrt{(x - x_T)^2 + (y - y_T)^2} \right)^2 + (z - z_T)^2 = a^2, \quad (5.5)$$

em que  $(x_T, y_T, z_T)$  são as coordenadas do centro do toróide,  $b$  é o raio desde o centro do tubo até ao centro do toróide, e  $a$  é o raio do tubo (vide Fig. 5.5).

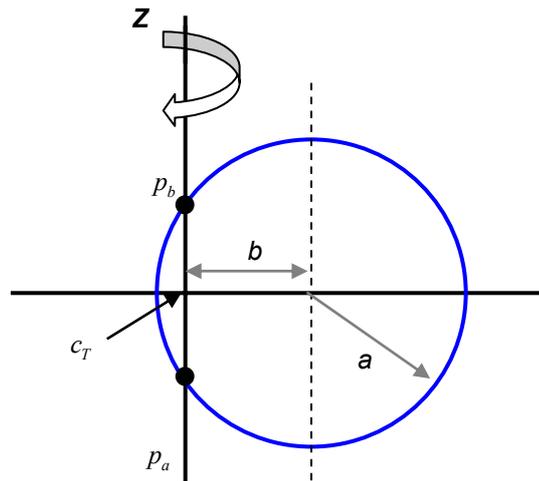


Fig. 5.5 – Representação esquemática dos parâmetros de um toróide. O ponto,  $c_T \equiv (x_T, y_T, z_T)$ , é centro do toróide. Os raios  $a$  e  $b$ , são respectivamente o raio do tubo e o raio de revolução.

Por outro lado, a descrição paramétrica de um toróide permite escrever a posição do centro de projecção,  $P_c$ :

$$P_c \equiv \left( (b + a \cos \varphi) \sin \alpha, (b + a \cos \varphi) \cos \alpha, a \sin \varphi \right). \quad (5.6)$$

Note-se que este ponto satisfaz a Eq. 5.5. Geralmente, a posição do centro de projecção é definido num referencial Cartesiano fazendo, por isso, uso de três coordenadas, mas a Eq. 5.6 permite definir a posição do centro de projecção num sistema de coordenadas esférico onde apenas duas variáveis

são necessárias. Para que tal seja possível torna-se imperioso o conhecimento dos parâmetros  $(a, b \text{ e } c_T)$  do toróide, os quais podem ser calculados a partir das relações entre os pontos fiduciais e as suas correspondentes imagens. A Fig. 5.6 mostra as relações geométricas que são utilizadas para determinar os parâmetros dos toróides.

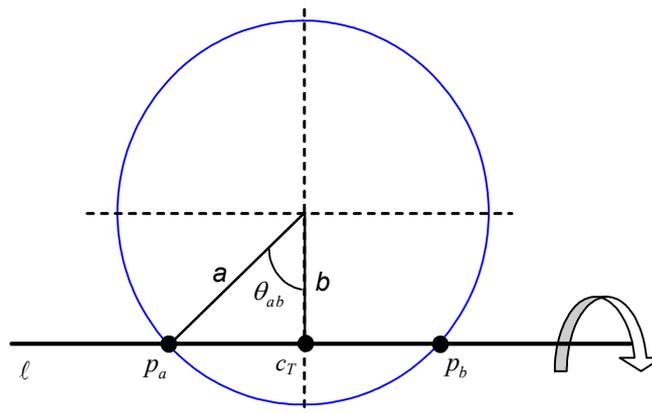


Fig. 5.6 – Representação gráfica bidimensional de um toróide. O toróide é gerado por rotação do arco de círculo em torno da linha  $\ell$  (a qual contém os pontos  $p_a$  e  $p_b$ ). O ponto médio entre os pontos  $p_a$  e  $p_b$  é o centro  $c_T$  do toróide. Os raios  $a$  e  $b$  são facilmente determinados uma vez conhecido o ângulo  $\theta_{ab}$ .

Da Fig. 5.6, deduz-se que os raios  $a$  e  $b$  são dados, respectivamente, por:

$$a = \sqrt{\frac{\|p_a - p_b\|^2}{4 \sin^2 \theta_{ab}}}, \quad (5.7)$$

$$b = a \cos \theta_{ab}. \quad (5.8)$$

E, o centro do toróide é:

$$c_T = \frac{p_a + p_b}{2}. \quad (5.9)$$

As Eqs. 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 permitem tornar a Eq. 5.5 dependente de apenas duas variáveis, que constituem as incógnitas do problema. No entanto, a descrição matemática de um toróide apresentada na Eq. 5.5 pressupõe que o eixo de simetria seja paralelo ao eixo dos  $zz$  o que não é a situação mais frequente. Assim, é necessário proceder a uma transformação que torne o eixo de simetria do toróide colinear com a recta que contém os pontos fiduciais. Para isso, procede-se a uma rotação para alinhar o eixo de simetria e a uma translação que ajusta o centro do toróide. Um ponto  $P'_c$  qualquer pertencente à superfície do toróide requerido será dado pela equação:

$$P'_c = R P_c + T, \quad (5.10)$$

em que tanto a matriz rotação,  $R$ , como a translação,  $T$ , são obtidos a partir das posições das marcas fiduciais  $p_a$  e  $p_b$ .

A rotação pode ser traduzida como o produto de duas matrizes de rotação: uma descrevendo uma rotação em torno de  $zz$  ( $R_z$ ) e outra descrevendo uma rotação em torno de  $xx$  ( $R_x$ ):

$$R = R_x R_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a_x & \sin a_x \\ 0 & -\sin a_x & \cos a_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos a_z & \sin a_z & 0 \\ -\sin a_z & \cos a_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.11)$$

onde  $a_x$  e  $a_z$  são os ângulos em torno de  $xx$  e de  $zz$ , respectivamente. Estes ângulos podem ser calculados usando as relações:

$$\cos a_x = \frac{\langle E_y, p_a - p_b \rangle}{\|p_a - p_b\|}, \quad (5.12)$$

$$\cos a_z = \frac{\langle E_z, p_a - p_b \rangle}{\|p_a - p_b\|}, \quad (5.13)$$

em que  $E_y$  e  $E_z$  são versores ao longo de  $yy$  e de  $zz$ , respectivamente.

A translação,  $T$ , é simplesmente o centro do toróide,  $c_T$ .

### 5.1.1.2. Procura do mínimo

A determinação da posição do centro de projecção (posição da câmara) é equivalente a calcular o ponto de intersecção de todos os toróides, o que pode ser realizado por minimização de uma função objectivo.

Como função objectivo foi adoptada a soma dos quadrados das diferenças da Eq. 5.2, definida por:

$$f_{\text{obj}} = \sum_{i,j}^n \left( \frac{\langle p_i - P'_c, p_j - P'_c \rangle}{\|p_i - P'_c\| \|p_j - P'_c\|} - \cos \theta_{ij} \right)^2 \quad i \neq j \quad (5.14)$$

em que  $n$  é o número de combinações diferentes que as marcas fiduciais podem fazer entre si. Por conseguinte, para quatro marcas teremos seis pares distintos.

A transformação de variáveis descrita anteriormente permite reduzir o número de incógnitas a duas  $(\theta, \varphi)$ , e como  $\theta$  e  $\varphi$  representam ângulos, os seus valores encontram-se naturalmente confinados ao intervalo  $[0, 2\pi]$ .

Uma vez que tanto o gradiente como a Hessiana são relativamente simples de calcular (cf. anexo B) optámos por usar o método de Newton para determinação do mínimo. Este método garante uma rápida convergência apesar de depender da estimativa inicial, a qual foi determinada depois de distribuir uma série de pontos sobre a superfície de um dos toróides e avaliar a função de custo. Toma-se assim como estimativa inicial o ponto que

apresentava o valor mínimo. Embora existam outros métodos para determinação da estimativa inicial este revelou-se rápido e correcto.

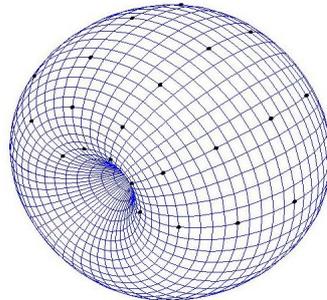


Fig. 5.7 – Toróide com uma série de pontos distribuídos homogeneamente sobre a sua superfície para avaliar a estimativa inicial.

Relativamente ao cálculo da orientação, projectam-se as imagens das marcas fiduciais e minimiza-se a distância entre as posições das imagens dos projectados e os obtidos. Para o efeito utilizam-se as ferramentas de optimização disponíveis no Matlab®.

### **5.1.2. Validação do algoritmo de determinação da pose**

A validação do algoritmo foi realizada por dois métodos distintos: por simulação computacional e por comparação dos resultados obtidos sobre dados reais, pelo algoritmo proposto e por outro reconhecidamente válido.

#### **5.1.2.1 Dados de simulação**

Na simulação computacional foram testados dois conjuntos de 4 pontos coplanares (alvos). Num dos alvos, designado por “alvo Q”, os 4 pontos foram

distribuídos num quadrado com posições  $(-10, 10, 0)$ ;  $(10, 10, 0)$ ;  $(10, -10, 0)$ ;  $(-10, -10, 0)$ <sup>1</sup>. No outro alvo – alvo “R” – os pontos foram distribuídos num rectângulo com posições  $(-8, 20, 0)$ ;  $(8, 20, 0)$ ;  $(8, -20, 0)$ ;  $(-8, -20, 0)$ .

Foram geradas 100 poses aleatórias da câmara, distribuídas num volume de  $120 \times 120 \times 120$  acima do plano dos alvos à altura de 60 (Fig. 5.8).

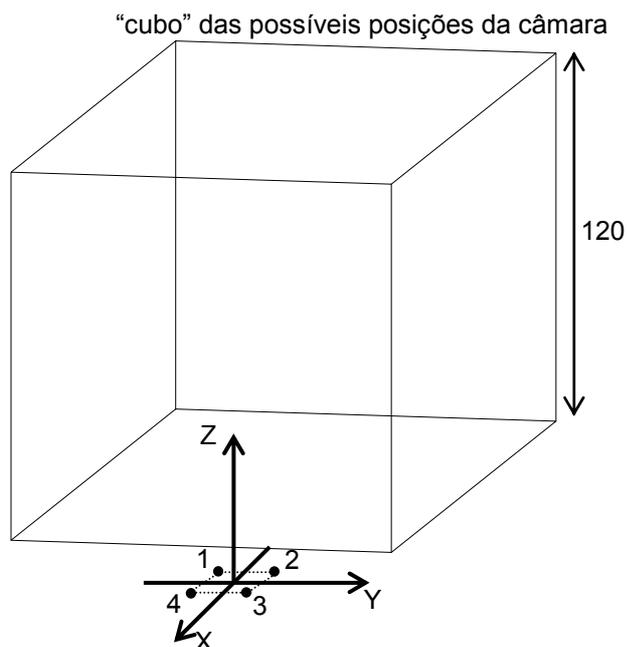


Fig. 5.8 – Esquema do espaço das posições da câmara usado na simulação computacional. Os pontos 1, 2, 3 e 4 representam as posições das marcas fiduciais.

Para cada uma das poses foi determinada a imagem das marcas fiduciais à qual foi adicionado ruído. O ruído adicionado à posição das marcas fiduciais nas imagens segue uma distribuição normal com média nula e

<sup>1</sup> As unidades de comprimento são arbitrárias tendo relevância as relações entre dimensões.

desvio padrão igual a um dos níveis de ruído testado. Foram ensaiados três níveis de ruído: 1 pixel, 2 pixels e 3 pixels. Para cada um destes três níveis de ruído foram efectuadas 100 realizações distintas de ruído.

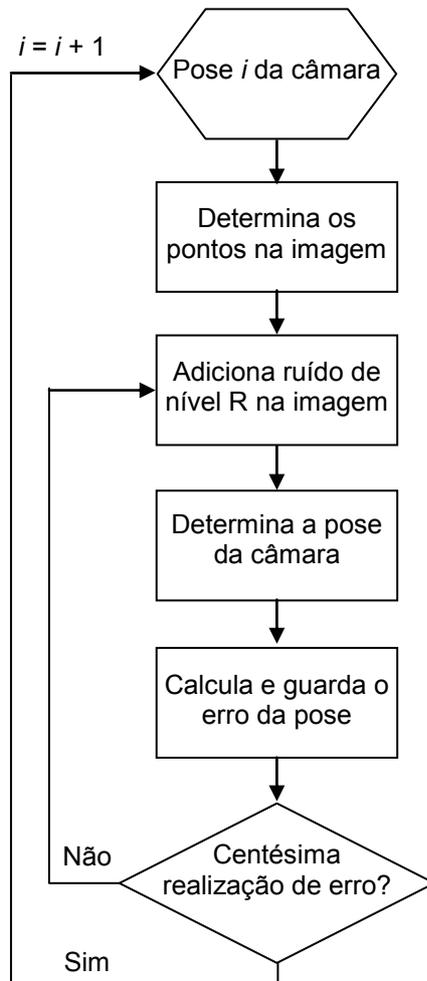


Fig. 5.9 – Fluxograma relativo à rotina de simulação/validação do algoritmo de determinação da posição e orientação de uma câmara.

Em todas as simulações assumiu-se sempre os mesmos parâmetros intrínsecos da câmara, a saber: o ponto (0,0) como ponto principal e a

distância focal em pixels igual a 1700. Não se supôs haver distorção da lente, pelo que não foi adoptado nenhum modelo de distorção.

A avaliação do sucesso do algoritmo teve duas variáveis em consideração: o impacto da pose da câmara e o ruído nas imagens. A medida utilizada para avaliação do algoritmo na obtenção da posição da câmara foi o erro relativo,  $\varepsilon_r$ , definido por:

$$\varepsilon_{\text{pos}} = \frac{\|P_{\text{calculado}} - P_{\text{real}}\|}{\|P_{\text{real}}\|}, \quad (5.15)$$

em que  $P$  representa a posição da câmara em duas situações distintas (calculada e real).

Para melhor avaliar o sucesso na orientação da câmara, optou-se por determinar a distância média entre um conjunto de 600 pontos homogeneamente distribuídos num volume de 200x200x90 depois de rodados pela matriz de rotação real e a matriz calculada. A sua definição algébrica é:

$$\varepsilon_{\text{ori}} = \frac{1}{N} \sum_k \frac{\|R_{\text{calculado}} P_k - R_{\text{real}} P_k\|}{\|R_{\text{real}} P_k\|}, \quad (5.16)$$

onde  $R$  é matriz rotação para as situações real e calculada e  $P_k$  é o ponto  $k$  do conjunto de pontos considerado.

O volume elevado de dados obtidos implica um esforço computacional proporcional, por isso, a forma encontrada para obviar os incomportáveis tempos de processamento foi efectuar uma paralelização computacional da simulação e o natural recurso a vários computadores (10 computadores Intel Core2@1,58 GHz – 1 GB RAM). A programação foi feita em Matlab®, no entanto foi gerado um programa autónomo capaz de correr numa máquina sem necessidade de instalação do Matlab® permitindo, por essa razão, um uso facilitado dos computadores disponíveis.

### 5.1.2.2 Dados reais

Com o intuito de comparar o desempenho do algoritmo de determinação da pose em situações reais, foram efectuadas 25 imagens distintas por duas câmaras, IDS uEye-U 1410 C, que serviram para a determinação da posição e da orientação da câmara por dois algoritmos distintos: o proposto (usando 4 pontos) e o constante da *Camera Calibration Toolbox for Matlab* [35] (usando 70 pontos). Para o algoritmo proposto foram testados dois alvos distintos com 4 pontos coplanares. Num dos alvos, designado por “Q”, as marcas fiduciais situavam-se em  $(0,0,0)\pm 0,5\text{mm}$ ,  $(180,0,0)\pm 0,5\text{mm}$ ,  $(180,180,0)\pm 0,5\text{mm}$ ,  $(0,180,0)\pm 0,5\text{mm}$  e no outro, designado por “R”, as marcas localizavam-se em  $(0,0,0)\pm 0,5\text{mm}$ ,  $(270,0,0)\pm 0,5\text{mm}$ ,  $(270,180,0)\pm 0,5\text{mm}$  e  $(0,180,0)\pm 0,5\text{mm}$ .

A iluminação para cada imagem variou e as marcas fiduciais foram identificadas com precisão subpixel, por intermédio do detector de cantos de Harris [104].

A posição devolvida pelos dois algoritmos foi avaliada por determinação do erro relativo semelhante ao definido na Eq. 5.15 e foi efectuado um teste estatístico à média. Por forma a decidir o tipo de teste estatístico a utilizar foi verificado, pelo teste de Kolmogorof-Smirnov, se a variável “erro relativo” seguia uma distribuição normal.

A análise sobre a orientação foi, uma vez mais, efectuada com recurso à distância de um conjunto de pontos depois de rodados. Também se procedeu a uma análise estatística semelhante à anterior.

## 5.2. Determinação de posições por visão estéreo

Um dos aspectos capitais para a determinação do movimento é o cálculo preciso de pontos no espaço a partir de um par de imagens captadas

por duas câmaras distintas. O algoritmo usado é bem conhecido [199] e encontra-se descrito em 4.2.3.

Foi construído um alvo tridimensional (Fig. 5.10) composto por três faces de um cubo, por isso, ortogonais entre si. Em cada uma destas faces foi colocado um padrão de xadrez para serem facilmente detectados os cantos dos quadrados. Os quadrados do padrão medem  $30 \pm 0,5$ mm de aresta.

Para avaliar a exactidão do procedimento foram efectuadas 5 imagens em estéreo com o alvo em diferentes posições. Para cada par de imagens foram definidos 20 pontos e determinadas as suas posições no referencial do laboratório. As posições calculadas foram comparadas com as posições reais. Para comparação das posições determinou-se a distância Euclideana, denominando-se a mesma neste contexto por erro absoluto,  $\varepsilon_{\text{abs}}$  (mm), definido por:

$$\varepsilon_{\text{abs}} = \|P_{\text{calculado}} - P_{\text{real}}\| \quad (5.17)$$

em que,  $P_{\text{calculado}}$  refere-se ao ponto calculado pelo sistema estéreo e,  $P_{\text{real}}$  ao ponto determinado no sistema de eixos do laboratório.

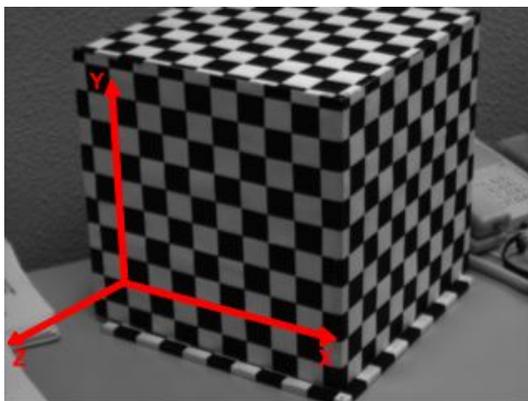


Fig. 5.10 – Representação do sistema de eixos do laboratório sobre a imagem do alvo tridimensional.

A determinação das posições reais fica facilitada pelo uso do alvo tridimensional que encerra naturalmente três eixos ortonormados. Para aproveitar esta vantagem é, pois, necessário considerar o referencial do laboratório “colinear” com o alvo. Assim, o sistema de eixos do laboratório é definido em função da imagem adquirida, isto é, a posição do sistema estéreo é definida a partir do alvo tridimensional (vide Fig. 5.10).

### **5.3. Correção de movimentos**

A grande maioria dos algoritmos de correção de movimentos usados em medicina nuclear e que se encontram descritos na literatura especializada está essencialmente vocacionada para a correção de movimentos rígidos a duas ou três dimensões. Apenas recentemente, aparecem propostas (para PET) de métodos capazes de lidar com movimentos que envolvem deformação. Por outro lado, os algoritmos dedicados à cintigrafia planar consideram apenas translações no plano da imagem e rotações em torno do eixo ortogonal àquele plano, o que torna o problema, por um lado, bastante simples de solucionar mas por outro, redutor uma vez que não resolve os outros graus de liberdade.

O algoritmo que propomos pode ser aplicado quer à tecnologia SPECT quer à PET apesar de todos os estudos terem sido orientados para a tecnologia SPECT e a cintigrafia planar. Esta versatilidade de aplicação assenta no facto do método se basear num algoritmo de reconstrução e, portanto, incorporar o problema da correção de movimentos na fase de reconstrução da imagem.

Embora os testes efectuados tenham incidido sobre a cintigrafia planar e a correção de movimentos rígidos, esperamos mostrar que o conceito é facilmente transponível para movimentos de deformação e para a imagem tomográfica.

De seguida vamos explicar o algoritmo de correcção de movimentos por nós idealizado e posteriormente o método empregue para o avaliar. Inicialmente, será feita uma breve incursão nos algoritmos de reconstrução com o intuito de descrever a base do método proposto no presente trabalho. De seguida será exposta a maneira como esta forma de reconstrução foi aproveitada para a correcção de movimentos.

### 5.3.1. Teoria

Do ponto de vista matemático, o problema da reconstrução tomográfica pode ser encarado como a resolução de um sistema sobredeterminado linear de  $n$  equações a  $m$  incógnitas:

$$\begin{cases} \phi_{11} x_1 + \phi_{12} x_2 + \dots + \phi_{1n} x_n & = & y_1 \\ \phi_{21} x_1 + \phi_{22} x_2 + \dots + \phi_{2n} x_n & = & y_2 \\ & \vdots & \\ \phi_{m1} x_1 + \phi_{m2} x_2 + \dots + \phi_{mn} x_n & = & y_m \end{cases}, \quad (5.18)$$

em que  $x \equiv [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  é o vector de incógnitas que se pretende conhecer,  $y \equiv [y_1, y_2, \dots, y_m]^T$  são os dados conhecidos e o conjunto de valores  $\phi_{ij}$  são os elementos da denominada matriz sistema a qual também é conhecida.

A solução de mínimos quadrados deste tipo de problema é facilmente determinada por recurso à matriz pseudoinversa. Porém, a elevada dimensão da matriz sistema e o seu mau condicionamento inviabiliza a utilização desta solução. Daí terem surgidos diversos métodos de reconstrução que foram já brevemente explanados em 2.1.4.

Para melhor explicarmos o método de reconstrução desenvolvido [51] vamos, sem perda de generalidade, recorrer a um exemplo numérico.

Suponhamos a imagem  $I$  (2x2 pixels) tal como a Fig. 5.11 mostra e consideremos que os valores que seriam obtidos pela nossa hipotética câmara tomográfica correspondem às somas segundo as linhas, as colunas e as diagonais da imagem.

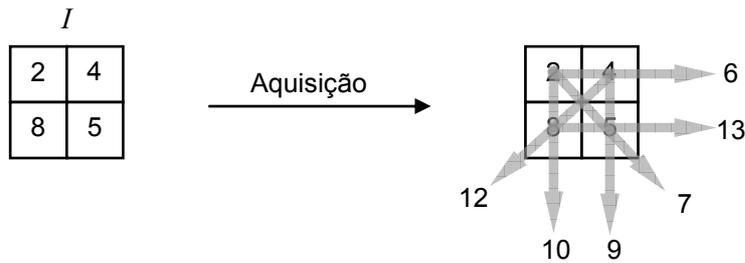


Fig. 5.11 – Representação da imagem  $I$  (2x2) e de uma eventual aquisição tomográfica. Os dados obtidos correspondem às somas segundo as linhas, as colunas e as diagonais.

O sistema de equações a resolver obtém-se directamente e pode ser descrito por:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_3 + x_4 = 13 \\ x_1 + x_3 = 10 \\ x_2 + x_4 = 9 \\ x_1 + x_4 = 7 \\ x_2 + x_3 = 12 \end{cases} \quad (5.19)$$

e cuja solução é conhecida e igual a  $x \equiv [2, 4, 8, 5]$ . Note-se que neste caso particular, os valores dos coeficientes  $\phi_{ij}$  apenas admitem valores binários mas não é obrigatório ser sempre assim. Na verdade, para que o método

proposto funcione basta que os valores dos coeficientes  $\phi_{ij}$  sejam maiores ou iguais a zero. Aliás, os valores das incógnitas também se manterão positivos o que constitui uma vantagem natural do algoritmo por não ser necessário impor também esta restrição.

O método proposto é iterativo e em cada iteração há dois passos fundamentais. No primeiro passo, o valor conhecido,  $y_i$ , é distribuído pelas incógnitas que contribuem para a sua formação tendo em conta o seu peso relativo. Por exemplo, no caso da primeira equação do sistema da Eq. 5.19 o valor 6 vai ser distribuído por  $x_1$  e por  $x_2$ . E, como na primeira iteração se supõe os valores das incógnitas todos iguais (à unidade, geralmente) atribui-se o mesmo valor para as duas incógnitas:  $x_{1,1} = 3,0$  e  $x_{2,1} = 3,0$  - em que o número "1" em índice a seguir ao ponto e vírgula refere-se ao número da estimativa para a incógnita. Recorrendo a todas as equações acabaremos por ficar com três estimativas para todas as incógnitas, cujos valores ao fim da primeira iteração são:

$$\begin{array}{lll}
 x_{1,1} = 3,0 & x_{1,2} = 5,0 & x_{1,3} = 3,5 \\
 x_{2,1} = 3,0 & x_{2,2} = 4,5 & x_{2,3} = 6,0 \\
 x_{3,1} = 6,5 & x_{3,2} = 5,0 & x_{3,3} = 6,0 \\
 x_{4,1} = 6,5 & x_{4,2} = 4,5 & x_{4,3} = 3,5
 \end{array} \tag{5.20}$$

Na segunda parte da iteração efectua-se a média das estimativas, que será usada como factor de ponderação na distribuição dos valores na iteração seguinte repetindo-se novamente todo o processo. A cada iteração os valores vão convergindo para a solução. A Tabela 5.1 apresenta os valores para o caso apresentado das variáveis desconhecidas ao longo das iterações efectuadas:

Tabela 5.1 – Valores dos elementos da imagem supostos desconhecidos em função do número de iterações

Nº de iterações	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	3,833	4,500	5,833	4,833
2	3,274	4,268	6,639	4,818
3	2,913	4,106	7,178	4,802
...				
10	2,158	3,939	7,965	4,938
20	2,021	3,989	7,996	4,993
40	2,000	4,000	8,000	5,000

Os testes efectuados [50][51] indicaram que o algoritmo é robusto à presença de ruído e devido à sua facilidade de implementação pode ser utilizado em problemas do tipo da Eq. 5.18. Por conseguinte, desde que a correcção de movimentos possa ser descrita com um sistema linear de equações é passível de ser abordado através do método descrito anteriormente.

No Cap. 2 discutimos os efeitos do movimento e as diferentes estratégias para minorar as suas consequências. Também ficou patente que é essencial ter um conjunto de dados que permita discriminar diferentes intervalos ao longo do tempo, que no caso da câmara gama ou câmara PET pode ser realizada por uma aquisição dinâmica ou em “list-mode”. As abordagens que recorrem ao “list mode”, geralmente, intentam recolocar as linhas de projecção de acordo com os movimentos detectados. Os métodos que utilizam aquisições dinâmicas apresentam o mesmo princípio, com a diferença que a recolocação é feita num grupo correspondente ao período de tempo da aquisição.

A forma como explorámos a correcção de movimentos foi diferente, na medida em que fizemos recair o movimento detectado directamente na matriz

sistema, pelo que o problema passou a ser de reconstrução de imagem. Mesmo na situação da cintigrafia planar efectuámos de igual maneira, o que nos permitiu corrigir movimentos de rotação em eixos coplanares ao plano de projecção. Passaremos agora a descrever como a correcção de movimentos pode ser vista como um problema de reconstrução.

Recordemos o problema essencial associado à aquisição de imagem por uma câmara gama: uma distribuição de actividade é idealmente vista pela câmara gama como uma projecção ortogonal quando utilizado um colimador de orifícios paralelos.

Vamos supor um modelo simples em que a actividade num determinado ponto apenas contribui para uma linha de projecção. Por outro lado, vamos assumir que cada linha de projecção é na verdade um prisma de dimensões finitas.

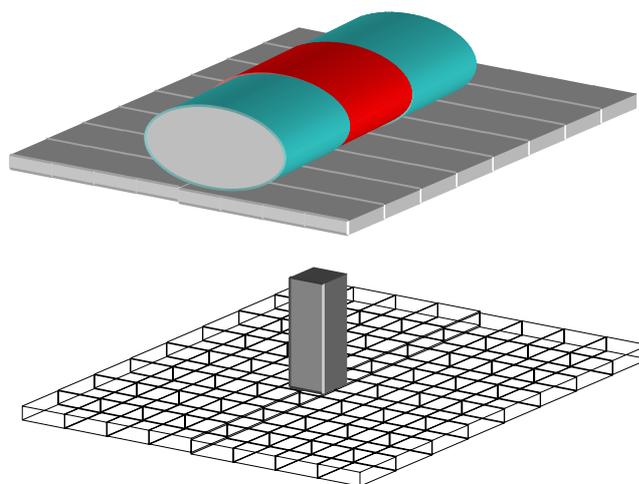


Fig. 5.12 – Representação esquemática de uma linha de projecção com a forma de um prisma quadrado (em baixo) correspondente a uma região de actividade do objecto observado pela gama câmara (em cima).

Para um modelo tão elementar como este ainda é possível pensar numa matriz sistema que poderia ser simplesmente a matriz unidade se houvesse uma correspondência de um-para-um entre linhas de projecção e pixels. A matriz sistema para este tipo de imagem é tal que uma das dimensões representa a linha de projecção e a outra dimensão representa o pixel:

$$\begin{array}{c}
 \ell_1 \quad \ell_2 \quad \dots \quad \ell_n \\
 p_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & 1 \end{bmatrix} \\
 p_2 \\
 \vdots \\
 p_n
 \end{array} = M \quad (5.21)$$

onde  $\ell_k$  representa a linha de projecção  $k$  e  $p_k$  o pixel  $k$ . Note-se, neste ponto, que construir um modelo que tenha em conta o *blurring* pode ser simplesmente implementado na matriz desde que se tenha em conta que para um determinado pixel contribuem linhas de projecção contíguas entre si com diferentes fracções.

Incluir o movimento na matriz sistema implica modificá-la de acordo com o movimento detectado. Portanto, para cada intervalo de aquisição é construída uma matriz adequada e a imagem adquirida nesse intervalo é tomada como os valores das linhas de projecção.

O cálculo da matriz sistema específica para um determinado movimento é uma questão geométrica simples no seu entendimento, porém bastante complexa na sua resolução. A Fig. 5.13 esquematiza o problema a duas dimensões:

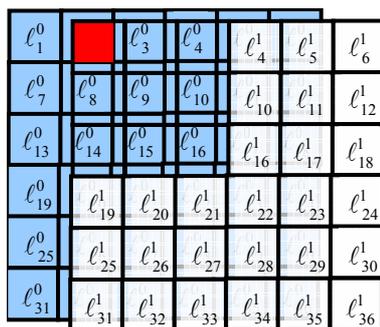


Fig. 5.13 – Representação de dois *frames* de movimentos distintos. A azul representa-se o *frame* inicial e a branco o *frame* seguinte em que se verificou uma translação (para a direita e para baixo) superior a um pixel. A vermelho representa-se a fracção de área que é usada para determinação da matriz sistema.

A determinação da matriz baseia-se no cálculo de fracções de áreas (ou volumes) correspondente a intersecções das linhas de projecções verificadas em cada intervalo de tempo (*frame*) de aquisição. Para situações bidimensionais é possível desenvolver soluções analíticas para o cálculo das fracções de área. No entanto, para as situações tridimensionais é necessário calcular intersecções de volumes e a complexidade aumenta, limitando o uso de soluções analíticas. Por essa razão, desenvolvemos um método de cálculo da matriz sistema que é aproximado (com precisão controlável) e baseado numa nuvem de pontos.

Na Fig. 5.14 pode observar-se uma situação simples de inclinação. Nesta situação a actividade medida ao longo de uma linha de projecção pode ser redistribuída pelas linhas de projecção que ela intersecta. A fracção de intersecção e as linhas de projecção envolvidas são codificadas na matriz sistema que por seu turno é usada para reconstruir a imagem corrigida.

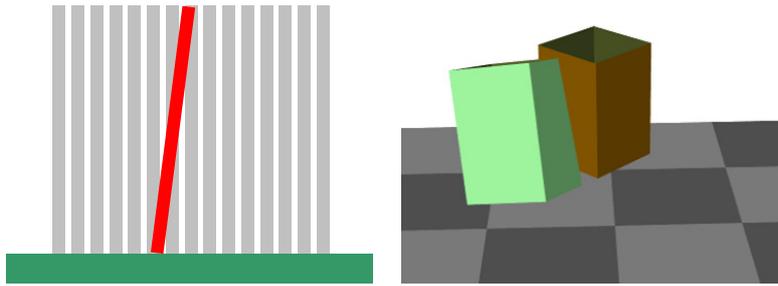


Fig. 5.14 – Esquema de uma situação de inclinação. A actividade de uma linha de projecção inclinada pode ser distribuída pelas outras linhas. À direita mostra-se o que pode acontecer a três dimensões em que a determinação dos volumes de intersecção constituem um problema geométrico complexo.

O movimento do objecto é equivalente ao movimento da gama câmara, mas em sentido contrário. É por este motivo que, apesar das linhas de projecção serem sempre ortogonais à gama câmara, podemos considerar diversas direcções para as linhas de projecção.

Para determinar então o volume de intersecção entre as diferentes linhas de projecção, distribui-se uniformemente uma nuvem de pontos sobre as mesmas e classifica-se cada ponto quanto a pertencer a uma dada linha de projecção. Depois de aplicar o movimento detectado sobre os pontos procede-se da mesma forma e calcula-se o volume de intersecção pelo número de pontos que pertencem conjuntamente às linhas de projecção antes e depois de aplicar o movimento aos pontos (Fig. 5.15).

A matriz sistema para um determinado *frame*  $t$  é simplesmente definida pela equação:

$$M^t(i, j) = \frac{\# [\text{PtsOnLOP}^0(i) \cap \text{PtsOnLOP}^t(j)]}{\# \text{PtsOnLOP}^0(i)}, \quad (5.22)$$

em que  $\#PtsOnLOP^t(j)$  representa o número de pontos existente na linha de projecção  $j$  ( $LOP - Line of Projection$ ) no intervalo de tempo  $t$ .

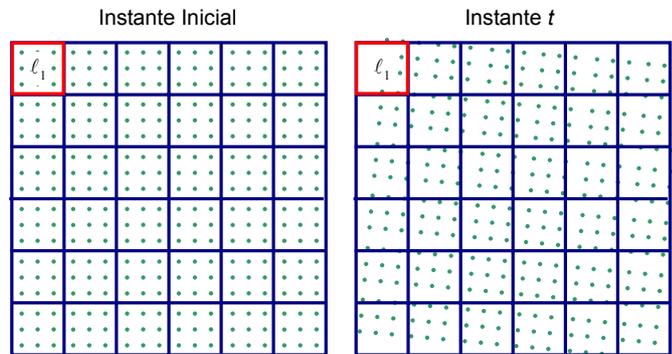


Fig. 5.15 – Representação esquemática da distribuição dos pontos em dois instantes distintos. A vermelho apresenta-se um exemplo de uma linha de projecção. O número de pontos que pertencem à mesma linha de projecção simultaneamente nos dois *frames* dá informação sobre o volume de intersecção entre as duas linhas.

Como o cálculo da matriz é feito com recurso a uma nuvem de pontos, torna-se um processo tão mais lento quantos mais pontos forem usados. Porém a precisão do cálculo depende de um grande número de pontos pelo que não é possível usar menos pontos com o objectivo de acelerar o processo. A solução que desenvolvemos foi paralelizar o processo e usar 10 computadores simultaneamente para o cálculo da matriz sistema. Testámos o impacto que a precisão do cálculo da matriz tem sobre a qualidade das imagens. Para o efeito calculámos para cada ensaio real duas matrizes sistema. Uma destas matrizes foi determinada com 27000 pontos por linha de projecção enquanto que para outra foram utilizados 640 pontos por linha de projecção.

A influência do número de pontos no tempo de cálculo é enorme. O cálculo de uma matriz sistema para imagens de 98x98 e 120 intervalos de movimentos demora cerca de 20 dias se se usarem 27000 pontos por linha de projecção. Contudo, a redução do número de pontos para 640 traduz-se num tempo de cálculo de cerca de 6 horas. Estes tempos seriam obtidos se apenas se utilizasse um computador (Intel Core2@1,58 GHz – 1 GB RAM), o que coloca em evidência a necessidade de paralelização computacional.

Para validação do algoritmo usámos dados de simulação e dados reais que descrevemos seguidamente.

### 5.3.2. Dados de simulação

Na simulação efectuada construímos um objecto digital a partir de um corte do fantoma digital de Jaszczak (Fig. 5.16) cujas dimensões eram de 64x64 pixels. O objecto foi então construído juntando 10 deste cortes.

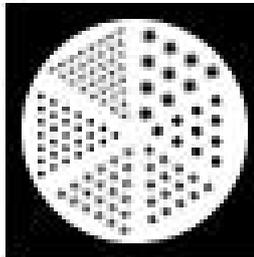


Fig. 5.16 – Corte do fantoma digital de Jaszczak.

Simularam-se 3 aquisições dinâmicas planares de 3 minutos com 1 segundo por *frame*. Durante a aquisição simulada incluiu-se movimento do objecto. Ou seja, a cada uma das aquisições correspondeu um padrão de movimento distinto: translação, inclinação e rotação. Apesar da rotação e da

inclinação implicarem rotação em torno de um eixo, distinguimos as duas pelo facto da primeira se referir a rotação em torno de um eixo perpendicular à imagem de projecção.

Para cada um dos movimentos testados simularam-se aquisições com 5 níveis de ruído Poissoniano, a saber: 0,1 Mcontagens, 0,5 Mcontagens, 1 Mcontagens, 5 Mcontagens e 10 Mcontagens por imagem. Para cada nível de ruído foram efectuadas 100 realizações de ruído.

Para cada realização de ruído calcularam-se 3 imagens: a que se obteria se não houvesse movimento, a que se obteria se não houvesse correcção de movimento e a que foi obtida pelo algoritmo de correcção de movimento. Na verdade, realizaram-se 20 iterações do algoritmo pelo que se calcularam 20 imagens corrigidas.

As 100 realizações de ruído permitiram determinar as imagens médias e compará-las entre si. Também se determinou a imagem média do erro absoluto definida pela expressão:

$$\bar{I}_{\text{erro absoluto}} = \left| I_{\text{corrigida}} - I_{\text{sem movimento}} \right| \quad (5.23)$$

Para se poder comparar quantitativamente os resultados determinou-se o erro relativo total imagem a imagem definido por:

$$\varepsilon_{\text{abs}}^k = \frac{\sum_i^N \sum_j^N \left| I_{\text{corrigida}}^k(i, j) - I_{\text{sem movimento}}^k(i, j) \right|}{C}, \quad (5.24)$$

em que  $C$  representa o número de contagens atribuído à imagem e  $k$  é o número da iteração.

Como erro relativo total é calculado para as 100 realizações de ruído é possível proceder-se a uma descrição estatística dos resultados, utilizando-se para o efeito gráficos *boxplot* e com barras de erro.

### 5.3.3. Dados reais

Os dados reais foram obtidos utilizando uma gama câmara GE Millenium MC - Double detector (2002). Foram efectuados sete ensaios com movimentos diferentes. As aquisições foram realizadas com um colimador de orifícios paralelos de baixa energia e alta resolução (LEHR). Cada imagem foi adquirida em modo dinâmico em que se realizaram 120 frames de 128x128 com 2 s de duração. O número de elementos da matriz sistema quando se utilizam imagens de 128x128 é superior a 200 milhões (268435456), que se traduz em 2048 MB de memória ocupada quando se representam os elementos da matriz em *double*. Este valor impõe vários tipos de limitações quer no uso de hardware quer do software, por isso, reduzimos as imagens a 98x98 pixels cortando as margens. Desta forma a memória ocupada pela matriz sistema reduziu-se a 704 MB o que, ainda assim, implicou que o cálculo da matriz fosse efectuado com o mínimo de memória RAM dos computadores ocupada.

Utilizou-se o fantoma de Jaszczak Deluxe (Fig. 5.17) para obtenção das imagens. O fantoma foi movimentado de forma controlada durante a aquisição através de uma plataforma construída especificamente para esse efeito.

Fizeram-se dois grupos de 3 ensaios com os mesmos movimentos (translação, inclinação e rotação) com actividades distintas. Para o primeiro grupo usou-se uma actividade de 0,3 mCi de tecnécio 99m e no segundo grupo foi utilizado 3,5 mCi de tecnécio 99m.

Fez-se ainda uma imagem adicional em que o movimento efectuado foi manual e, por conseguinte, não controlado.

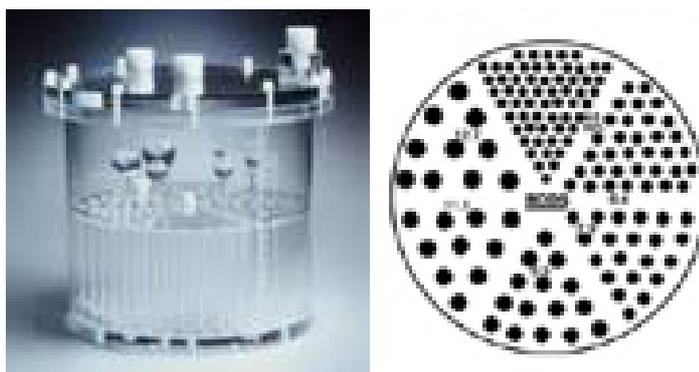


Fig. 5.17 – Fantoma de Jaszczak para SPECT. Do lado direito apresenta-se a imagem do fantoma obtida por uma câmara gama (facultada pelo fornecedor).

Para a detecção do movimento foram utilizadas duas câmaras de vídeo (IDS uEye-U 1440C) equipadas com ópticas de 12 mm. As câmaras possuem uma ligação USB 2.0 ao computador, o que permite taxas de aquisição razoáveis: (24 imagens/s) com uma dimensão de 640x480 pixels. Apesar das câmaras poderem operar em regime RGB, todas as imagens adquiridas foram de intensidade (em tons de cinzento). A aquisição das imagens (640x480) para correcção do movimento do fantoma foi efectuada com uma taxa de 2 imagens/s.

Foi colado ao fantoma um alvo (constituído por 4 quadrados negros em fundo branco – Fig. 5.19) para facilitar a posterior determinação do movimento, o qual foi calculado a partir da variação das posições do alvo ao longo do tempo.

O movimento controlado do fantoma foi assegurado por um dispositivo construído para o efeito com base em motores passo-a-passo (cf 5.6) e controlados por computador.

A Fig. 5.18 mostra uma panorâmica da disposição do equipamento durante a aquisição.



Fig. 5.18 – Disposição dos equipamentos durante a aquisição. Do lado direito podem ver-se as duas câmaras no respectivo suporte. Ao centro, o fantoma de Jaszczak encontra-se em cima da plataforma de movimentos que é controlada pelo computador mais à esquerda.

Durante a aquisição as câmaras de vídeo são colocadas por forma a focarem o fantoma (Fig. 5.19). Apesar do campo de visão ser limitado ainda é possível (sem oclusão) observar o fantoma na câmara gama ou mesmo um paciente. O suporte das câmaras permite um ajustamento fino da posição e orientação das mesmas além de garantir uma fixação robusta.

O fantoma é colocado em cima da plataforma de movimentos que o fará mover-se de forma controlada durante a aquisição, simulando desta forma o movimento de um hipotético sujeito. Os movimentos produzidos na plataforma são realizados por motores passo-a-passo que são controlados por um computador.

Embora na Fig. 5.18 seja apenas visível um computador é necessário um segundo computador para controlar as duas câmaras de vídeo. Os dois computadores operam de forma sincronizada com a câmara gama.

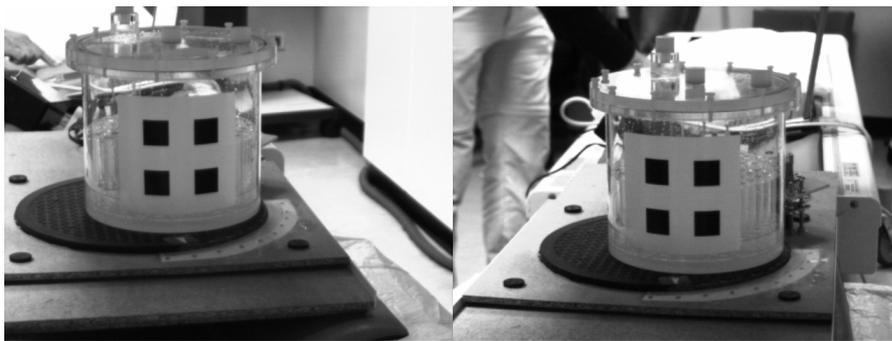


Fig. 5.19 – Imagem esquerda e direita obtidas pelo sistema estéreo de câmaras. O alvo colado no fantoma é perfeitamente visível.

Todo o sistema fica calibrado entre si através do uso de um alvo de calibração que é simultaneamente visto pelas câmaras de vídeo e pela câmara gama. Este alvo foi construído em acrílico e consiste num conjunto de quatro pequenos poços dispostos em quadrado que são preenchidos com tecnécio 99m. A posição destes poços é tal que se encontram no vértice de um quadrado que é visto pelas câmaras de vídeo. Desta forma garante-se que as marcas são visíveis aos dois sistemas. Para numerar as diferentes marcas utilizou-se uma estratégia diferente para os domínios do visível e da radiação gama. Assim, no primeiro caso, utilizaram-se simples marcas (pontos) desenhadas junto aos vértices do quadrado. Para a radiação gama fizeram-se poços, ainda mais pequenos, junto aos principais em número diferente de acordo com a numeração visível (Fig. 5.20).

O alvo é constituído por duas partes separáveis em acrílico que permitem um manuseamento simples e seguro da substância radioactiva. Para encher os pequenos poços remove-se a parte superior do alvo (retirando os dispositivos de aperto - visíveis na imagem) e com a ajuda de uma micropipeta coloca-se a substância radioactiva nos respectivos locais. Posteriormente, volta-se a colocar a parte superior, que apenas possui uma

posição de ajuste, e recolocam-se os dispositivos de aperto selando-se assim os poços.



Fig. 5.20 – Alvo de calibração do sistema. Os vértices do quadrado preto constituem as marcas fiduciais que se encontram numeradas pelos pontos próximos desenhados. Por baixo dos vértices (não visível na imagem) encontram-se pequenos poços que são preenchidos com tecnécio 99m.

## 5.4. Corregisto

O uso de câmaras de vídeo com o objectivo de detectar o eventual movimento dos sujeitos de estudo possibilitou a persecução de outro objectivo, a saber: o corregisto entre a imagem de medicina nuclear e a imagem das câmaras de vídeo.

O corregisto entre imagens de emissão e de reflexão é usado em imagiologia óptica de bioluminescência e em angiografia de fluorescência com retinografia. O que se propõe neste trabalho é também realizar corregisto entre imagens obtidas pela câmara gama e por câmaras de vídeo.

O alvo de calibração do sistema (Fig. 5.20) permite o estabelecimento de uma transformação entre as coordenadas da imagem nuclear e o referencial do laboratório. O mesmo alvo permite, igualmente, uma transformação entre as coordenadas do referencial do laboratório e as coordenadas nas imagens das câmaras de vídeo. Recorde-se neste ponto que a calibração das câmaras de vídeo (cf. 5.1) é imprescindível para obtenção desta transformação, sem a qual seria impossível projectar um ponto no sistema de eixos do laboratório nas respectivas imagens vídeo.

Na Fig. 5.21 mostra-se uma representação do referencial do laboratório, o qual é função da posição/orientação do alvo de calibração.

O registo é então baseado nas duas transformações que são determinadas através do alvo de calibração. As coordenadas de um ponto,  $P_N$ , observado na imagem de medicina nuclear são transformadas para o referencial do laboratório,  $P_L$ , pela expressão:

$$P_L = S_G R_G P_N + T_G, \quad (5.25)$$

em que  $S_G$  representa o factor de escala,  $R_G$  a rotação e  $T_G$  a translação existente entre os sistemas da câmara gama e o laboratório.

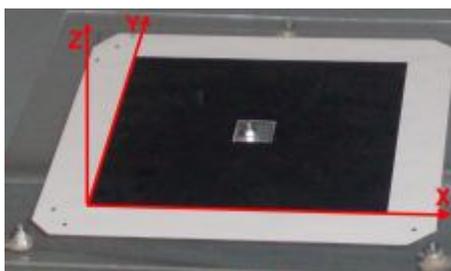


Fig. 5.21 – Representação do referencial do laboratório sobreposto ao alvo de calibração.

Uma vez determinados os pontos que se desejam corrigir no referencial do laboratório é necessário projectá-los para as imagens de vídeo, o que pode ser feito recorrendo às equações:

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \bar{u}_0 - f \frac{R_1(P_L - P_c)}{R_3(P_L - P_c)} \\ \bar{v} &= \bar{v}_0 - f \frac{R_2(P_L - P_c)}{R_3(P_L - P_c)}\end{aligned}\quad (5.26)$$

onde  $(\bar{u}, \bar{v})$  são as coordenadas do ponto  $P_L$  no sistema de eixos da câmara de vídeo respectiva,  $(\bar{u}_0, \bar{v}_0)$  são as coordenadas do ponto principal,  $f$  representa a distância focal da câmara,  $R_x \equiv [r_{x1} \ r_{x2} \ r_{x3}]$  é a linha  $x$  da matriz rotação referente à orientação da câmara e  $P_c$  é a posição do centro de projecção da câmara no referencial do laboratório.

Combinando então as Eqs. 5.25 e 5.26 é possível determinar o mapa que transforma um ponto na imagem de medicina nuclear num ponto na imagem de vídeo, ou seja, executa-se o correção entre as duas modalidades. Apesar do correção ser 2D-2D encerra no seu seio uma transformação 2D-3D-2D.

Um outro aspecto importante deste processo é a posterior fusão das imagens. Optámos por deixar liberdade ao utilizador para definir a região que deseja corrigir e fundir. Esta preferência implica a resolução de outro problema inerente à natureza das duas imagens que é o facto das imagens apresentarem diferentes resoluções.

A escolha de uma determinada região de interesse (ROI) na imagem da câmara gama acarreta a escolha de um certo conjunto de pontos (pixeis) que se transformam em pontos (pixeis) nas imagens vídeo. Acontece que o conjunto do lado da imagem nuclear é denso mas quando se transforma para imagens vídeo torna-se esparsa tornando a fusão das imagens

incompreensível. A solução passa por tornar o conjunto de pontos novamente em denso. Para isso determina-se, no espaço da imagem vídeo, o envelope convexo (*convex hull*) associado ao conjunto de pontos determinados. O passo seguinte é preencher o envelope com pontos de forma a tornar o conjunto denso.

Na fusão também optámos por “pintar” a ROI delimitada com as mesmas cores apresentadas originalmente na imagem da câmara gama dependendo, naturalmente, da escala de cores utilizada. Assim, apresentamos as imagens vídeo em formato RGB e para cada pixel seleccionado associamos a intensidade da imagem nuclear ao mapa da escala de cores (que não é mais que uma tabela de entradas – *lookup table*). Todavia, durante o processo de densificação verifica-se um aumento do número de pixels para os quais não existe informação de intensidade pelo que é necessário proceder à sua determinação. Este procedimento é realizado com base numa interpolação bidimensional e usando o método do vizinho mais próximo (*nearest neighbor*). O utilizador também dispõe da possibilidade de escolher um determinado nível de transparência para visualização da fusão das imagens, o qual é conseguido por uma combinação pesada dos valores RGB das duas imagens nas áreas comuns.

A fusão de imagens foi efectuada sobre diversos fantasmas nomeadamente o fantoma de Jaszczak e o alvo de calibração do sistema de imagens que foram utilizados para testar a correcção de movimentos.

Para além destes, foi utilizado um fantoma antropomórfico (Fig. 5.22) do cérebro (*RSD striatal phantom*). Este fantoma apresenta 5 cavidades distintas que podem ser preenchidas separadamente. As cavidades são os núcleos caudado e putamen esquerdo e direito e o resto do cérebro (fundo). É possível testar diferentes relações de actividades entre as cavidades. Os

volumes são de 1,260 ml para o fundo, 5,4 ml para o caudado e 6,0 ml para o putamen.



Fig. 5.22 – Fantoma antropomórfico do cérebro (*RSD striatal phantom*).

## 5.5. Software de apoio

O software desenvolvido com o objectivo de facilitar as tarefas envolvidas ao utilizador foi variado. Descrevemos seguidamente de forma breve algum do software mais relevante para a consecução do trabalho.

Todo o software foi desenvolvido em Matlab®.

### 5.5.1. VCS – Video Capture System

Um dos pontos capitais do projecto é a aquisição das imagens vídeo de forma simultânea. Para isso foi implementado um programa de computador com uma interface gráfica simples (Fig. 5.23) e intuitivo para o utilizador.

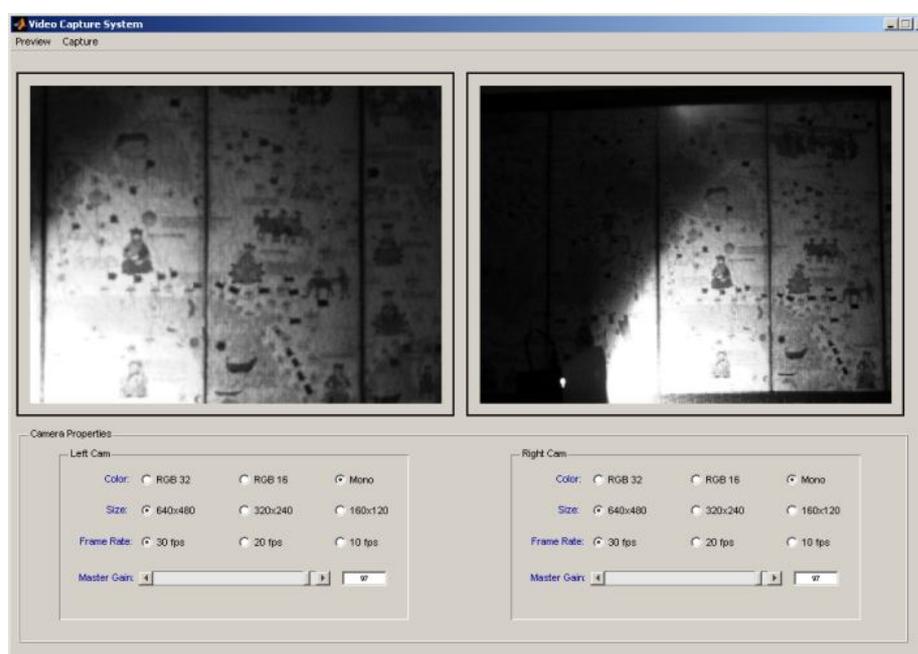


Fig. 5.23 – Interface gráfica do programa VCS. A aquisição das imagens esquerda e direita ocorre de forma simultânea.

Neste programa é possível definir o tipo de imagem a adquirir, a taxa de aquisição em *preview* e a taxa de captura das imagens. Também é possível definir o número de imagens a capturar e o instante em que se inicia a sua aquisição.

A aquisição de imagens para detecção do movimento é realizada a partir deste programa.

### 5.5.2. CCS – Camera Calibration System

Como foi já descrito anteriormente, a determinação da pose das câmaras é um passo imprescindível quer para a determinação do movimento quer para o correção. Por isso desenvolvemos uma rotina que permitisse

executar esta tarefa de forma simples. A Fig. 5.24 mostra a interface gráfica da rotina implementada.



Fig. 5.24 – Interface gráfica do programa para determinação da pose da câmara vídeo.

Para o cálculo da pose da câmara é necessário carregar a imagem de captura do alvo respectivo e a delimitação dos quatro pontos necessários (cruzes vermelhas na Fig. 5.24). Este procedimento é feito de forma semi-automática: o utilizador clica junto do vértice do quadrado respectivo e uma rotina de detecção do canto é inicializada com o ponto escolhido pelo utilizador, garantindo-se assim uma resolução subpixel. Para o processo de escolha dos vértices o desenho do apontador (*pointer*) do rato é modificado

para uma mira adequada de maneira a facilitar o processo de fixação do canto.

Para além da determinação dos pontos é necessário fornecer ao programa os parâmetros intrínsecos da câmara os quais são previamente calculados a partir da *Camera Calibration Toolbox for Matlab* [35]. A definição da posição dos cantos no sistema de eixos do laboratório também é necessária e tem de ser carregada. Estas posições são conhecidas no contexto do programa por *Target*.

Após a definição destes parâmetros pode, então, realizar-se o cálculo dos parâmetros extrínsecos e a sua posterior gravação num formato reconhecido por todas as rotinas que foram implementadas e que fazem o seu uso.

### **5.5.3. CGC – Camera Gamma Calibration**

A aquisição dos dados para a calibração da câmara gama ocorre simultaneamente com as câmaras vídeo. O programa CCS é usado para o cálculo das poses das câmaras de vídeo, mas não supre os requisitos necessários à calibração da câmara gama. Por conseguinte, foi necessário implementar software dedicado para solucionar este problema.

Como anteriormente, a abertura da imagem respectiva é um pré-requisito à delimitação das marcas fiduciais. O cálculo da posição das marcas envolvidas é realizado com a participação do utilizador, que delimita uma ROI à volta da marca pretendida. Posteriormente, a rotina determina a posição do centro de massa da ROI que se assume ser a posição da marca fiducial. Também nesta rotina é necessário fornecer informação sobre as posições no sistema de eixos do laboratório das marcas fiduciais (*Target*).

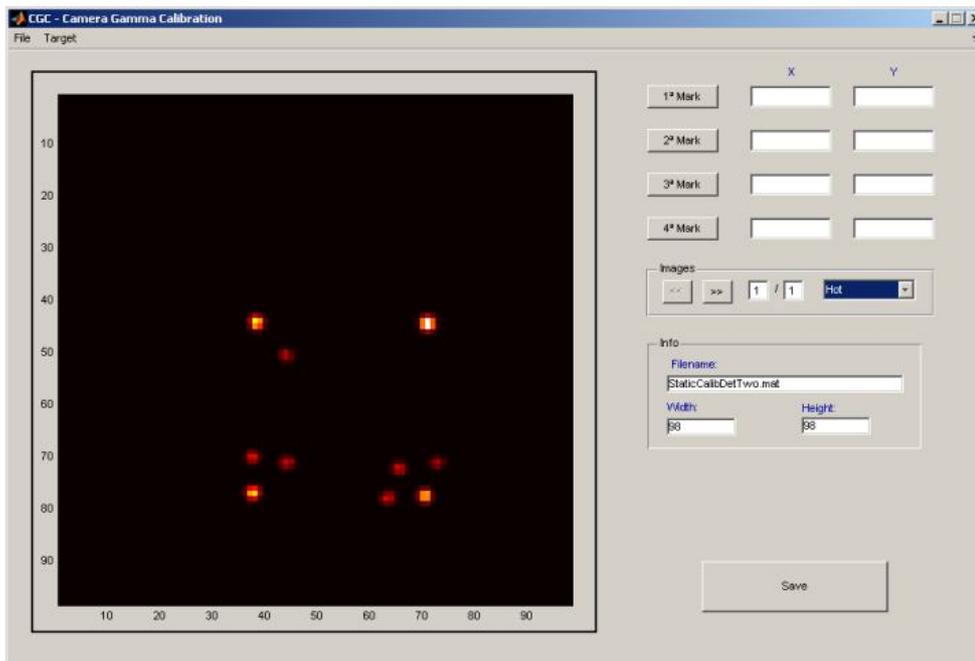


Fig. 5.25 – Interface gráfico da rotina para calibração da câmara gama. Cada marca é definida por delimitação de uma ROI específica e pelo cálculo do momento respectivo.

O processo de gravação dos parâmetros de calibração (escala, rotação e translação) está dividido em dois passos. No primeiro são calculados os parâmetros usando-se um algoritmo de orientação absoluta [112] e no segundo é gravado um ficheiro de texto com os parâmetros respectivos.

#### 5.5.4. Motion Analysis

A correcção do movimento depende da determinação do mesmo. Uma vez adquiridas as imagens vídeo durante a aquisição da câmara gama é necessário extrair a informação do movimento que as mesmas encerram. O programa desenvolvido para o efeito foi nomeado por *Motion Analysis*.

A utilização deste programa inicia-se carregando em memória todas as imagens adquiridas, que no caso dos ensaios efectuados eram 960 (480x2). Seguidamente, é necessário fornecer à rotina os parâmetros das duas câmaras vídeo e os parâmetros de calibração da câmara gama, os quais foram calculados anteriormente através das rotinas CCS e CGC, respectivamente.

Para a determinação do movimento começa-se por definir pontos de interesse no alvo do fântoma na primeira imagem adquirida. Esta definição é feita com intervenção do utilizador que escolhe os vértices da sua conveniência na imagem esquerda e direita definindo, simultaneamente, a sua correspondência exacta. Uma vez mais, a definição dos cantos é optimizada com a mesma rotina de detecção de cantos utilizada anteriormente. Uma vez definidos todos os pontos achados pertinentes para o processo é possível estender todo o processo às restantes imagens de forma automática. Para isso, utiliza-se como estimativa inicial a posição dos pontos já determinados e a mesma rotina de detecção de cantos. O processo revela-se bastante robusto na detecção dos pontos e no estabelecimento das correspondências correctas.

Terminado o processo de definição de pontos para todas as imagens adquiridas podem então determinar-se os parâmetros relativos ao movimento detectado.

O cálculo dos parâmetros do movimento é baseado no algoritmo de orientação absoluta aplicado aos pontos de uma imagem num instante qualquer e aos pontos da primeira imagem. Supõe-se desta forma que na primeira imagem ainda não houve qualquer movimento e, por isso, toma-se a mesma como referência.

Finalmente, guardam-se os parâmetros do movimento que serão utilizados para a definição da matriz sistema.

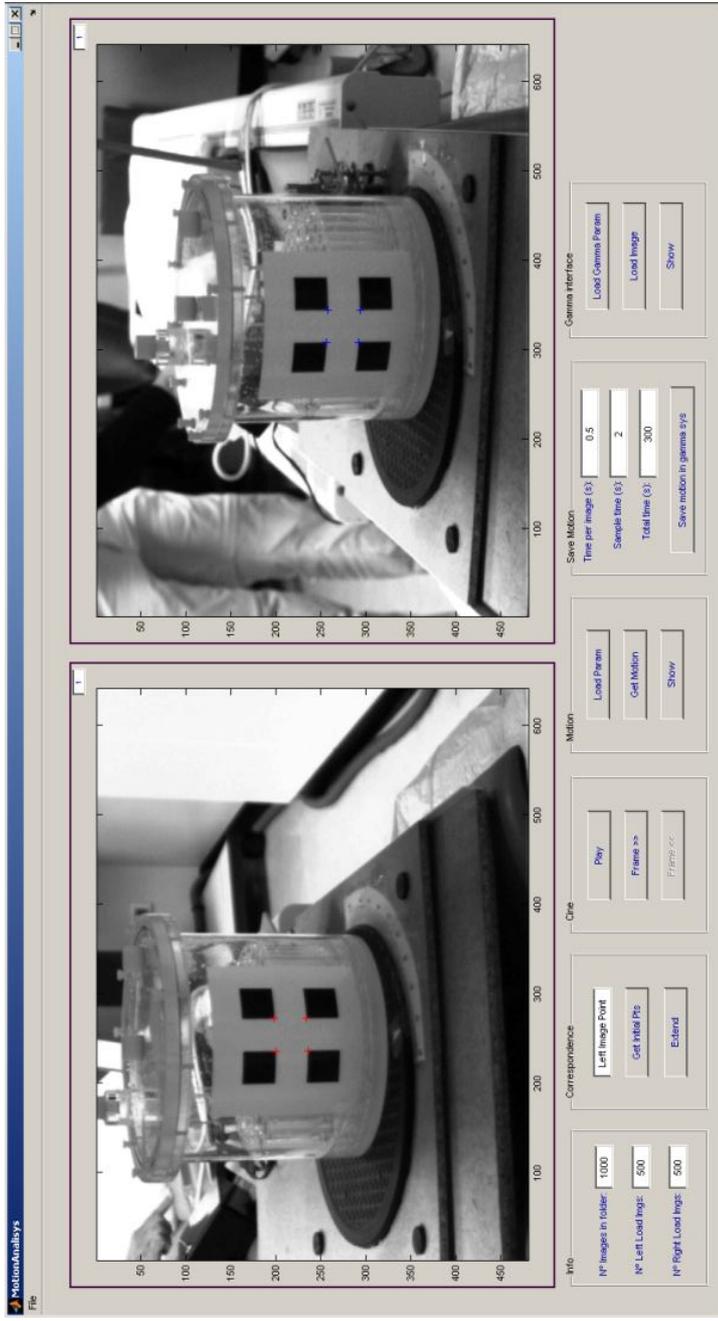


Fig. 5.26 – Interface gráfica da rotina Motion Analysis. Sobre as imagens esquerda e direita são definidos os pontos de interesse (cruzes a vermelho a azul, respectivamente).

### **5.5.5. FIS – Fusion Image System**

Para a realização e visualização da fusão entre as imagens implementamos a rotina FIS – Fusion Image System.

Neste programa o utilizador tem de abrir as imagens vídeo das câmaras esquerda e direita e da câmara gama correspondentes entre si (Fig. 5.27).

Para proceder ao correção é necessário dotar o algoritmo de todas as informações necessárias (cf. 5.4.) Por conseguinte, é necessário abrir os ficheiros de texto relativos aos parâmetros de calibração quer das câmaras de vídeo quer da câmara gama que entretanto forma gerados com as rotinas CCS e CGC.

Para proceder à fusão das imagens o utilizador define uma região de interesse sobre a imagem da câmara gama (esquerda Fig. 5.27) escolhendo desta forma a área que deseja fundir. A fusão é efectuada depois de premir o botão “Fusion Images”. A fusão é realizada simultaneamente sobre as imagens de vídeo das câmaras esquerda e direita. Sempre que o utilizador deseje fundir outra região deve escolher novamente uma nova região não necessitando de abrir novamente as imagens.

A fusão das imagens é realizada tendo em conta a escala de cores que se encontra definida na “combo box” respectiva.

O utilizador dispõe ainda de uma barra de controlo (slider bar) para seleccionar o nível de transparência com que deseja visualizar a fusão. O nível de transparência pode ainda ser alterado depois da fusão ter sido realizada.



Fig. 5.27 – Interface gráfica da rotina FIS – Fusion Image System. Do lado esquerdo encontra-se a imagem da gama da câmara. No meio e à direita as imagens esquerda e direita das câmara de vídeo.

## 5.6. Hardware de apoio

A realização dos ensaios para testar o algoritmo de correcção de movimentos exigiu a construção de alguns dispositivos necessários à sua concretização, nomeadamente alvos variados, suporte das câmaras e a plataforma de movimento controlados. De todos estes merece destaque a plataforma de movimentos pela sua dificuldade de construção tanto mecânica como electrónica.

As premissas que estiveram presentes na arquitectura desta plataforma foram: i) apresentar pequena atenuação nas aquisições da câmara gama e, ii) possuir um número mínimo de graus de liberdade.

Para o primeiro factor concorreram aspectos relacionados com a escolha do material de construção e a distância do fântoma à câmara gama, i.e., a espessura da estrutura. Quanto ao material a utilizar ponderou-se a madeira e o acrílico por apresentarem baixa atenuação à radiação gama. Optou-se pela madeira, apesar de higroscópica, por ser mais facilmente trabalhável.

Para a segunda condição, teve-se em conta o número de motores a usar e a sua disposição. Neste aspecto optou-se por garantir três graus de liberdade: rotação em torno de um eixo vertical (perpendicular à plataforma), inclinação e translação segundo uma única direcção. No que concerne o tipo de motores a utilizar, escolheram-se motores passo-a-passo pela sua precisão de controlo e também por que podem ser retirados de impressoras em fim de vida. A Fig. 5.28 mostra a plataforma e o esquema inicial da mesma.

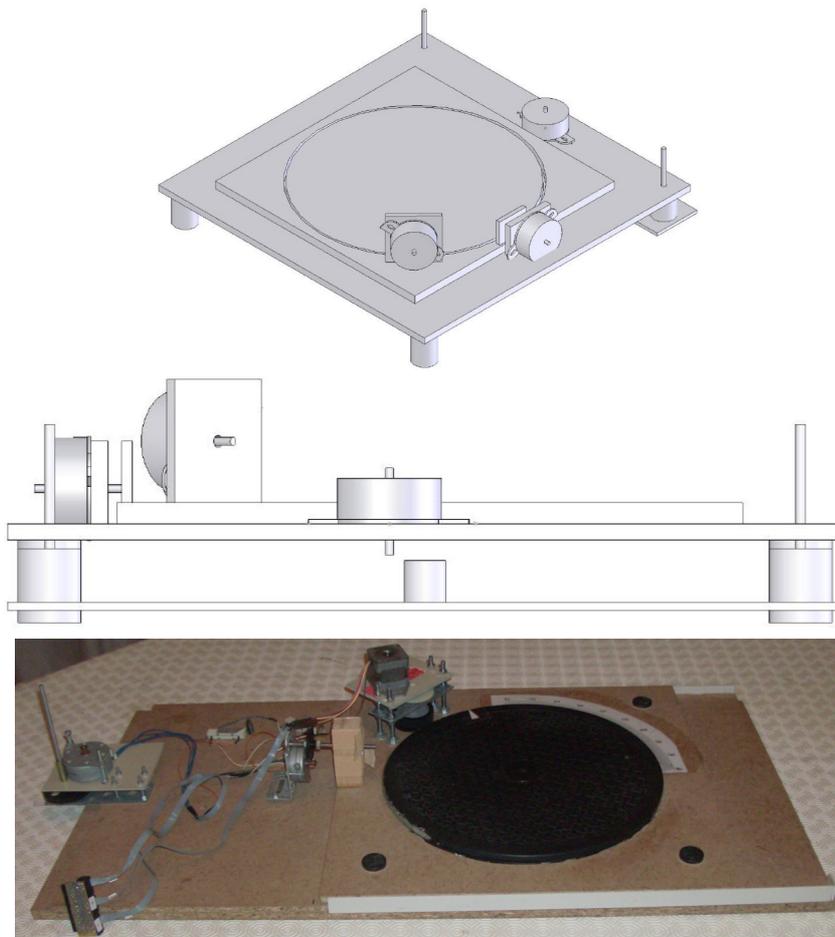


Fig. 5.28 – Plataforma de movimentos. Foram utilizados três motores passo-a-passo para garantir três graus de liberdade.

Um dos problemas associados aos motores utilizados neste trabalho foi o facto de apresentarem um binário reduzido ( $< 1\text{Ncm}$ ). Portanto houve a necessidade de redução de forças através do uso de rodas dentadas. Para cada um dos movimentos foram encontradas soluções distintas, adequadas às cargas solicitadas. A Fig. 5.29 mostra pormenores dos mecanismos usados em cada tipo de movimento.

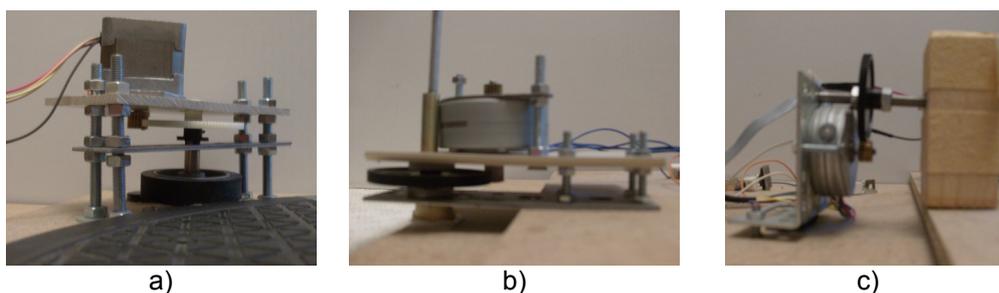


Fig. 5.29 – Detalhes dos mecanismos de movimento. a) mecanismo usado para o movimento de rotação; b) mecanismo do movimento de inclinação; c) mecanismo para a translação.

O movimento de rotação implicou o uso de uma placa giratória com baixo atrito que permitisse executar o movimento de forma estável e sem grande esforço. A solução encontrada implicou a utilização de uma placa comercial geralmente usada para suporte de televisões que encerra no seu interior um conjunto de esferas de ferro (Fig. 5.30). Infelizmente a atenuação do dispositivo não é uniforme, criando zonas frias junto às esferas de suporte. Estes artefactos são visíveis nas imagens adquiridas podendo ser confundidos com erros sistemáticos criados pelo algoritmo.



Fig. 5.30 – Pormenor da placa giratória de suporte utilizada na plataforma de movimentos. As esferas de ferro são perfeitamente visíveis.

Os motores passo-a-passo são dispositivos que se distinguem entre si essencialmente pelo número de bobinas que apresentam e pela forma de ligação das mesmas. O movimento do rotor é assegurado pela correcta sequência de ligação das bobinas. Este procedimento permite escolher o sentido de rotação sendo a velocidade do rotor depende da rapidez de reprodução da sequência. O controlo pode ser assegurado por um microcontrolador, no entanto, e uma vez que utilizámos apenas três motores, optámos por construir um circuito simples de potência operado a partir da porta paralela de um computador. Um dos aspectos centrais deste circuito é a utilização dos drivers de potência ULN2003 que actuam como um interruptor da alimentação externa dos motores. Para garantir um isolamento físico com o computador utilizámos *optocouplers* entre os drivers e a porta paralela. A Fig. 5.31 representa um bloco do esquemático do circuito (apenas um conjunto *optocoupler* e driver). O circuito completo engloba quatro destes blocos e as ligações a uma ficha de 25 pinos, para conexão ao computador, e uma de 34 pinos, para conexão aos motores e alimentação externa dos mesmos.

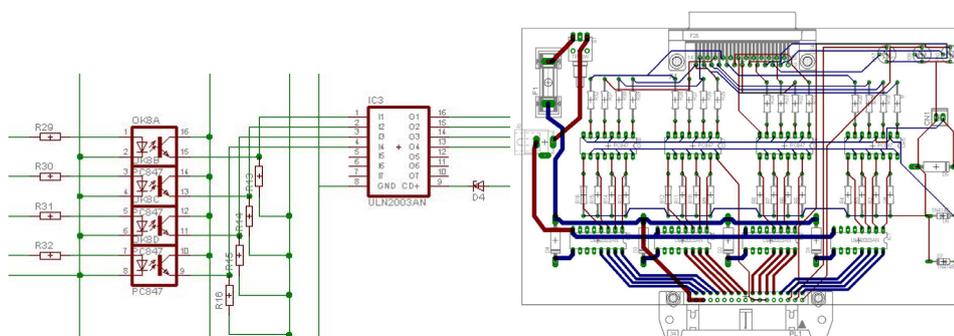


Fig. 5.31 – Parte do esquemático do circuito de controlo dos motores e respectivo PCB. Os drivers ULN2003 permitem o controlo das bobinas dos motores e a sua ligação ao computador é feita através de *optocouplers* que garantem uma separação física.

Desenhámos o esquemático do circuito no programa EAGLE que nos permitiu também o estabelecimento do respectivo PCB e os Gerber essenciais para a construção da placa de circuito impresso.

Depois de soldar todos os componentes necessários, a placa de circuito impresso foi montada numa pequena caixa de plástico (Fig. 5.32) assegurando-se assim a robustez mecânica necessária à sua operacionalidade.

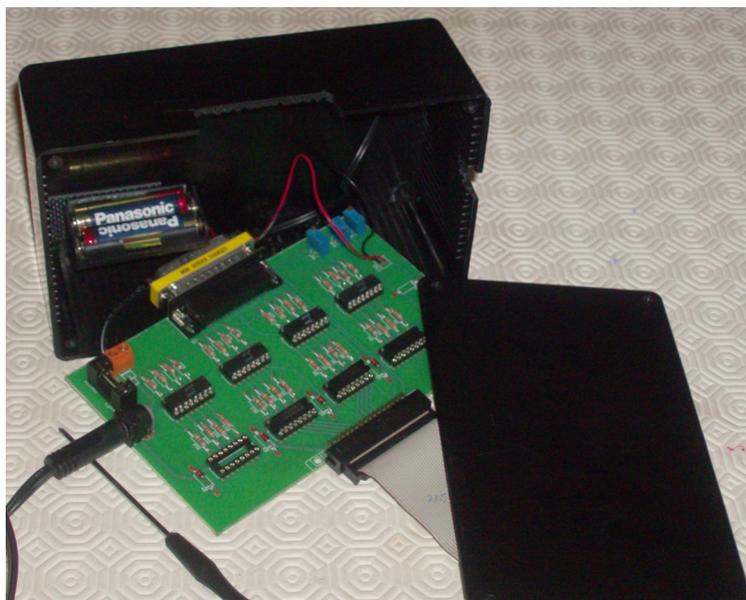


Fig. 5.32 – Aspecto geral do circuito impresso depois de montado numa pequena caixa de plástico.

# Capítulo 6

## 6. Resultados e discussão

No presente capítulo apresentam-se alguns dos resultados mais significativos obtidos ao longo do trabalho efectuado. Os resultados incidem sobre o algoritmo da determinação dos parâmetros extrínsecos da câmara, sobre o método estéreo de determinação de posições, sobre o algoritmo de correcção de movimento e sobre o correção entre as imagens de medicina nuclear e as imagens vídeo.

### 6.1. Determinação da pose da câmara

Os objectivos fundamentais do trabalho – a correcção de movimentos e o correção – dependem fortemente de uma determinação rigorosa do movimento observado. Por sua vez, o conhecimento da pose das câmaras é capital.

Uma vez que foi desenvolvido um novo algoritmo para a determinação dos parâmetros extrínsecos de uma câmara, impunha-se uma caracterização do mesmo. Como explanado anteriormente (cf 5.1.2.), realizaram-se testes usando dados sintéticos e reais.

### 6.1.1. Dados de simulação

De seguida apresentam-se os resultados obtidos por simulação para a posição e a orientação de uma câmara cujos parâmetros intrínsecos são conhecidos.

Os gráficos seguintes (*boxplot*) representam os erros relativos de posição e orientação (Eqs. 5.15 e 5.16) em função da pose. Apresentam-se, a título de exemplo, apenas 20 das 100 poses testadas para os dois alvos (Q e R). Os gráficos são uma amostra do tipo de resultados obtidos. As primeiras duas figuras representam o erro relativo da posição e da orientação para o alvo Q.

Para cada pose foram efectuadas 100 realizações de ruído, daí ser representada para cada pose uma barra de valores. O traço a vermelho no interior do rectângulo azul representa a mediana do conjunto de valores e a parte inferior e superior do rectângulos são o primeiro e terceiro quartil, respectivamente. Os limites inferior e superior das barras representam a amplitude dos valores se não existirem *outliers*; caso contrário encontram-se à distância de 1,5 vezes a distância interquartil. Por conseguinte, designam-se por *outliers* os valores que se encontram a uma distância superior a 1,5 vezes a distância interquartil do primeiro ou terceiro quartil, conforme se encontrem para baixo ou para cima respectivamente.

A observação dos gráficos (Fig. 6.1 e 6.2) indica que o erro relativo (Eq. 5.15) da posição varia de pose para pose apresentando em determinados casos (e.g. pose 13) valores bastante elevados: a mediana é superior a 5% e o terceiro quartil é próximo dos 10%. Verificam-se também a existência de *outliers* para algumas das poses, em geral aquelas que apresentam maior erro relativo. Outro facto facilmente observável é a relação directa que existe entre a determinação da posição e da orientação.

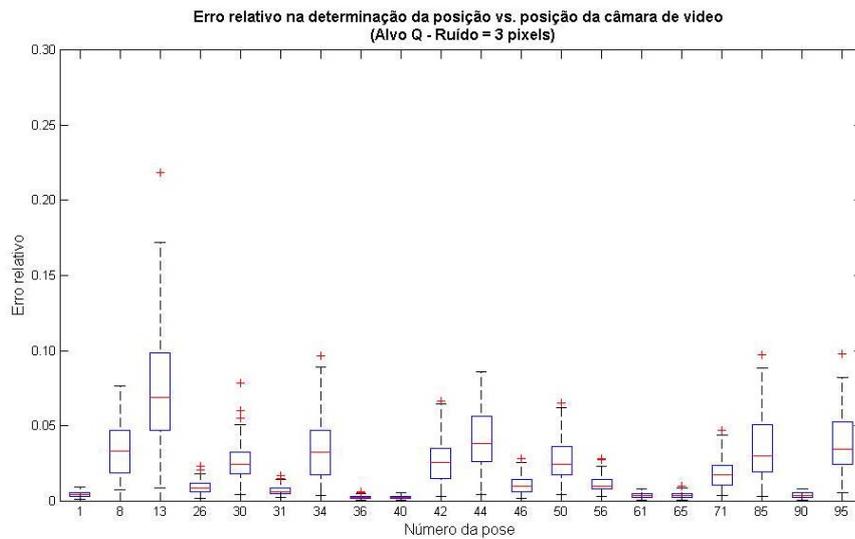


Fig. 6.1 – Erro relativo (Eq. 5.15) na determinação da posição para 20 poses. Cada barra representa um conjunto de 100 realizações de ruído para aquela pose. As cruces (a vermelho) são *outliers*.

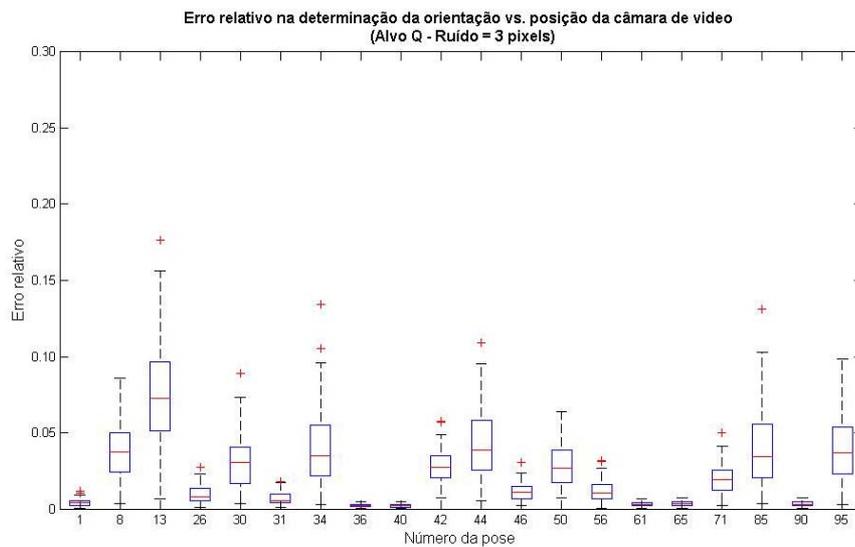


Fig. 6.2 – Erro relativo na determinação da orientação para 20 poses. Cada barra representa um conjunto de 100 realizações de ruído. As cruces (a vermelho) são *outliers*.

As figuras que se seguem também são referentes ao erro relativo na determinação da posição e da orientação mas agora para o alvo R.

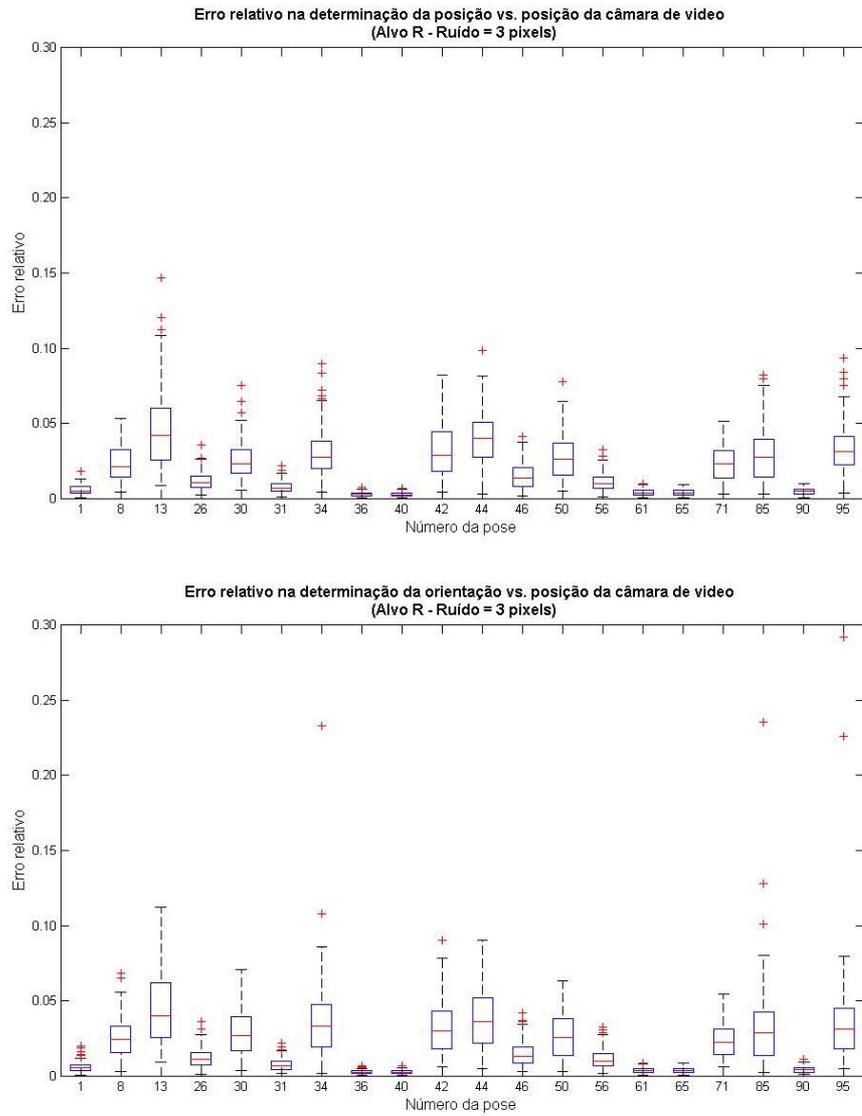


Fig. 6.3 – Erro relativo na determinação da posição (gráfico superior) e na determinação da orientação (gráfico inferior) para o alvo R.

Para o alvo R verifica-se um comportamento semelhante relativamente à determinação quer da posição quer da orientação da câmara. No entanto, para este alvo o erro relativo apresenta-se ligeiramente menor do que no alvo Q para as mesmas poses.

Outra forma de analisar os dados obtidos por simulação é examinar o erro relativo em função do nível de ruído. Com este objectivo optámos por considerar o erro relativo para todas as poses simultaneamente permitindo assim que a análise seja feita unicamente sobre o efeito do nível de ruído. Mostram-se seguidamente os gráficos do erro relativo considerado para todas as poses testadas em função do nível de ruído. Optou-se nestes gráficos não serem apresentados os valores *outliers*. As Fig. 6.4 e 6.5 referem-se ao alvo Q. Cada barra diz respeito a todas as poses testadas para um determinado nível de ruído. Para cada pose foram testadas 100 realizações de ruído e foram avaliadas 100 poses diferentes o que significa que cada barra representa aproximadamente 10000 valores de erro relativo.

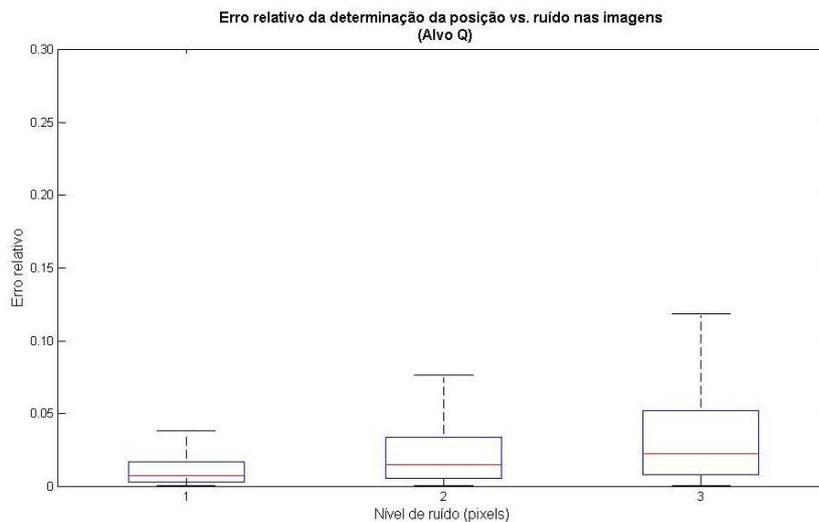


Fig. 6.4 – Gráfico do erro relativo na determinação da posição da câmara para todas as poses testadas em função do ruído (alvo Q).

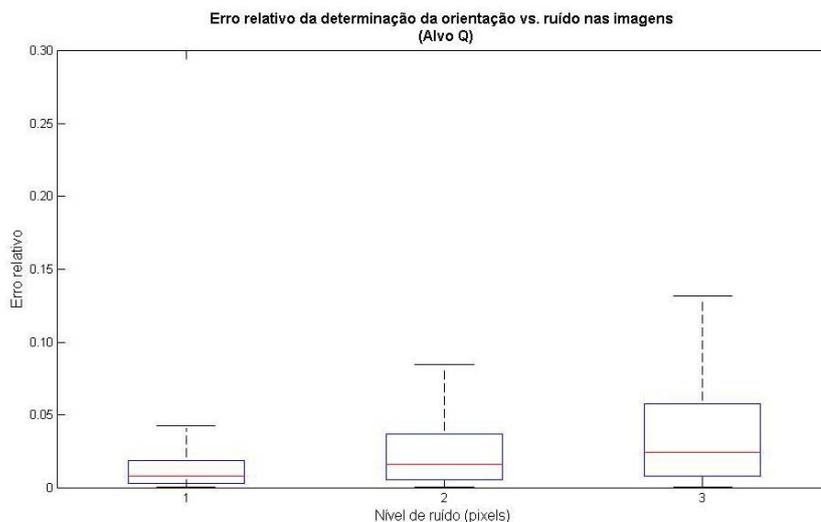


Fig. 6.5 – Gráfico do erro relativo na determinação da orientação da câmara para todas as poses testadas em função do ruído (alvo Q)

Uma das observações imediatas que decorre dos gráficos apresentados é a relação directa entre o nível de ruído e o erro relativo na determinação da posição e na determinação da orientação. Ou seja, à medida que o nível de ruído na posição das marcas fiduciais na imagem aumenta, a mediana do erro relativo na determinação da posição e da orientação da câmara também aumenta. Por outro lado, também a dispersão nos valores do erro relativo aumenta em proporção com o nível de ruído testado. Verifica-se, no entanto, que para valores de ruído baixos o erro relativo se mantém em valor bastante diminutos (75% dos valores são menores que 3%).

As Fig. 6.6 e 6.7 representam o erro relativo para todas as poses para o alvo R. Optou-se também não representar os *outliers*.

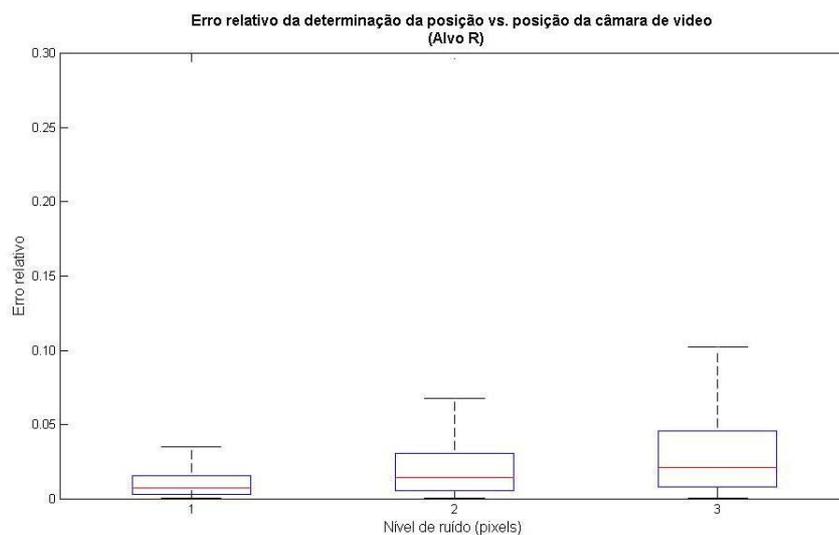


Fig. 6.6 – Gráfico do erro relativo na determinação da posição da câmara para todas as poses testadas em função do ruído (alvo R).

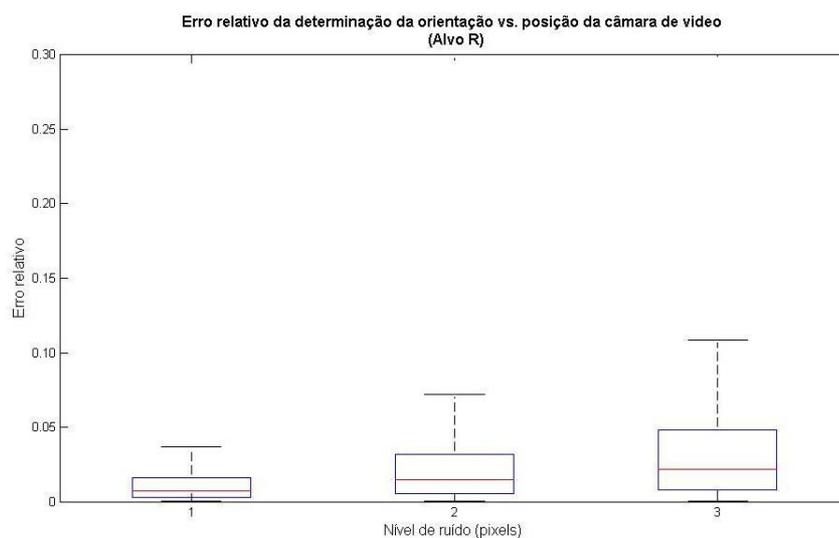


Fig. 6.7 – Gráfico do erro relativo na determinação da orientação da câmara para todas as poses testadas em função do ruído (alvo R)

Da análise dos gráficos infere-se que observações anteriores para o alvo Q são igualmente válidas para o alvo R.

### 6.1.2. Dados reais

Foram adquiridas 25 imagens com posições e orientações distintas para as duas câmaras, A e B, utilizadas no presente trabalho. Para cada uma destas imagens foram determinados 4 pontos em duas distribuições distintas (alvo Q e alvo R). A posição e orientação das câmaras foram então calculadas a partir das posições dos pontos considerados. O procedimento é melhor explicado em seguida.

Nas Fig. 6.8 e 6.9 mostram-se as imagens obtidas com um “tabuleiro de xadrez” utilizado para obtenção dos parâmetros extrínsecos das câmaras A e B, respectivamente.

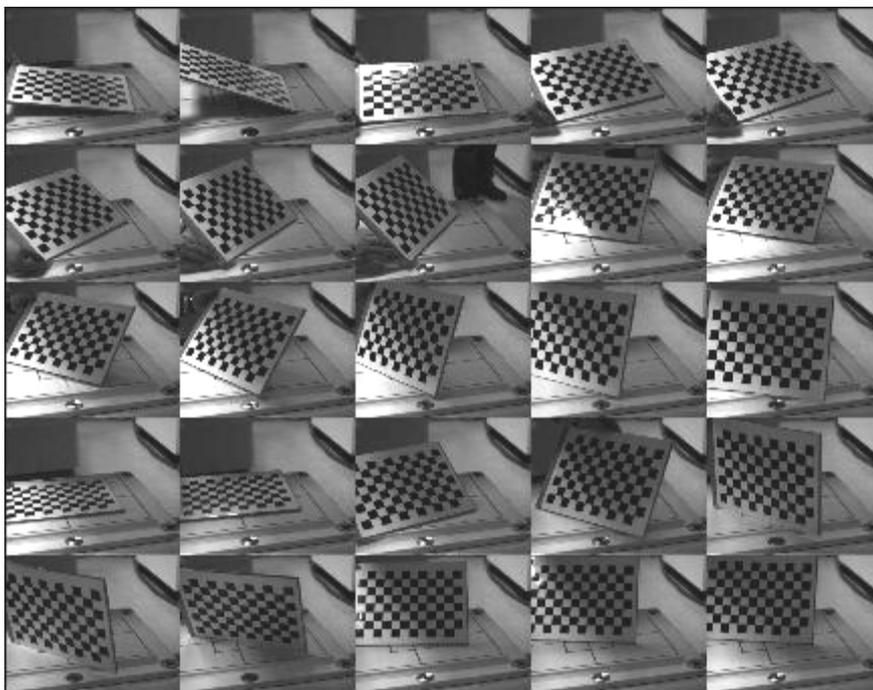


Fig. 6.8 – Imagens adquiridas pela câmara A. A cada posição diferente do tabuleiro irá corresponder uma posição diferente da câmara.

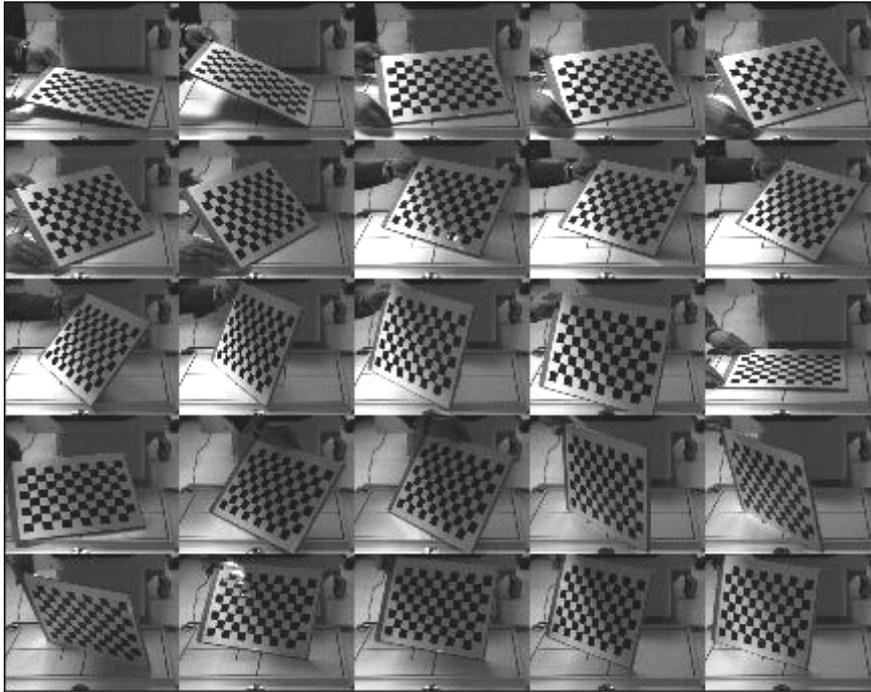


Fig. 6.9 – Imagens adquiridas pela câmara B. A cada posição diferente do tabuleiro corresponde uma posição diferente da câmara.

Para cada uma destas imagens foram delineados dois alvos, Q e R, e a partir destes determinada a pose da câmara (Fig. 6.10).

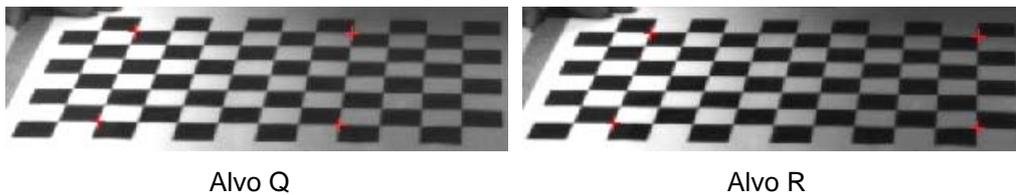


Fig. 6.10 – Utilização do mesmo tabuleiro de xadrez para criar dois alvos distintos, Q e R. As marcas fiduciais aparecem na imagem como cruces vermelhas.

Para os dois alvos foi calculada a posição e a orientação das duas câmaras e comparados os seus valores com os obtidos por um algoritmo padrão [35]. Os gráficos seguintes representam o erro relativo (Eq. 5.15 e Eq. 5.16) para os diversos casos.

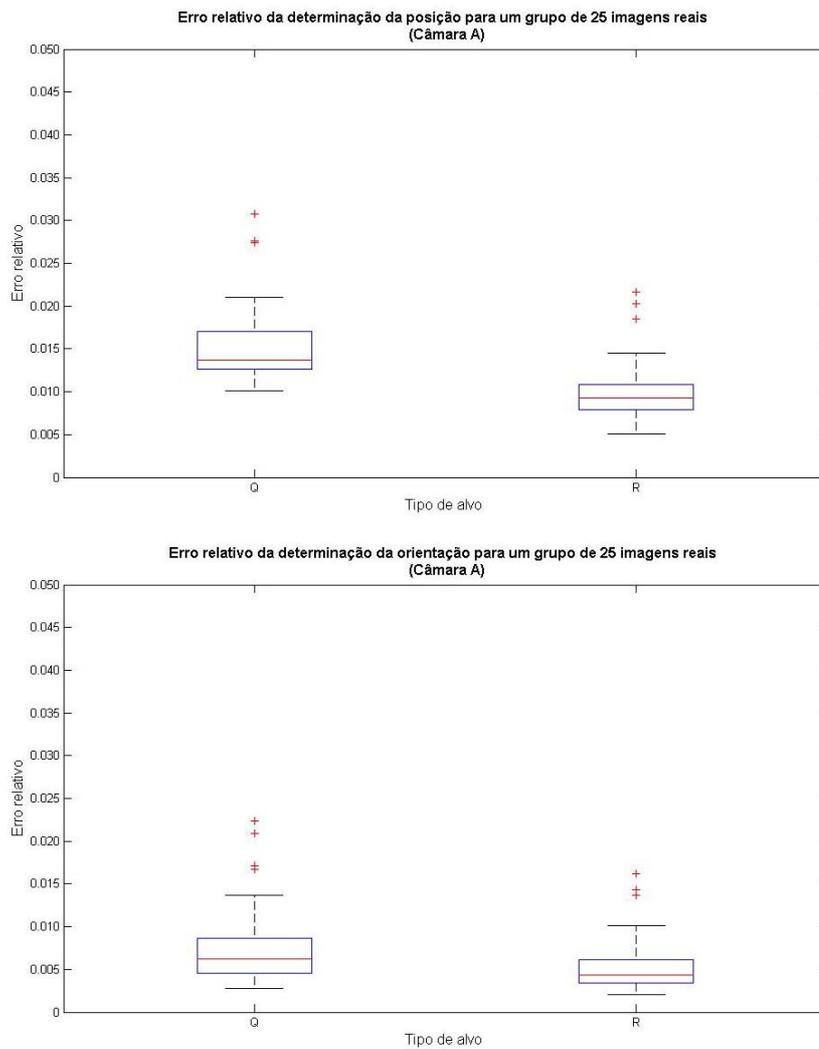


Fig. 6.11 – Gráfico *boxplot* da distribuição do erro relativo na determinação da posição e da orientação da câmara A para os dois alvos considerados.

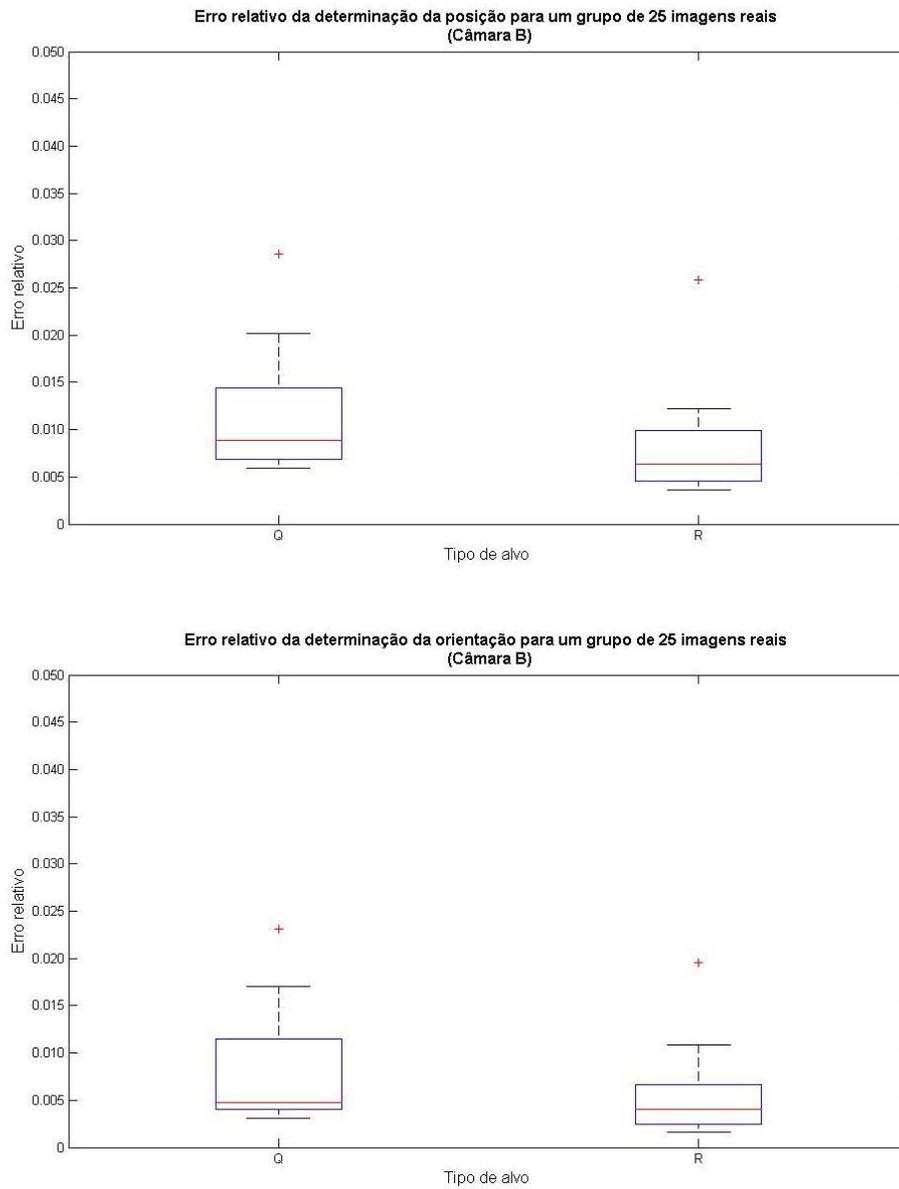


Fig. 6.12 – Gráfico *boxplot* da distribuição do erro relativo na determinação da posição e da orientação da câmara B para os dois alvos considerados.

Foi efectuado um teste de Wilcoxon unilateral à esquerda [179] à mediana do erro relativo para as situações consideradas. A tabela seguinte mostra os valores obtidos:

Tabela 6.1 – Resultados do teste de Wilcoxon ao erro relativo da posição e da orientação para a câmara A.

	Erro relativo na posição		Erro relativo na orientação	
	Valor testado	p	Valor testado	p
Alvo				
Q	0,02	< 0,01	0,01	< 0,01
R	0,02	< 0,01	0,01	< 0,01

Os valores obtidos no teste Wilcoxon permitem-nos afirmar que a discrepância para a posição entre os dois algoritmos testados para o alvo Q e R é inferior de 2,0% e para a orientação inferior a 1% para um grau de confiança de 99%. Note-se que no presente caso o sinal da diferença entre a média amostral e o valor testado é negativo.

O mesmo tipo de teste foi efectuado para a câmara B. A Tabela 6.2 resume os resultados obtidos:

Tabela 6.2 – Resultados do teste de Wilcoxon ao erro relativo da posição e da orientação para a câmara B.

	Erro relativo na posição		Erro relativo na orientação	
	Valor testado	p	Valor testado	p
Alvo				
Q	0,02	< 0,01	0,01	< 0,01
R	0,02	< 0,01	0,01	< 0,01

Os resultados obtidos para a câmara B são muito semelhantes aos da câmara A. Em ambos os casos verifica-se que o erro relativo entre os dois

algoritmos, quer para a obtenção da posição quer para a orientação, é pequeno, menor que 2% e menor que 1%, respectivamente.

## 6.2. Determinação de posições por visão estéreo

Após aquisição de cinco imagens distintas com o sistema estéreo de câmaras do alvo tridimensional definiram-se 20 pontos em cada par de imagens. A partir dos pares de pontos respectivos calculou-se a sua posição no referencial do laboratório e determinou-se a distância às posições preestabelecidas por régua.

O gráfico que se segue resume os dados obtidos.

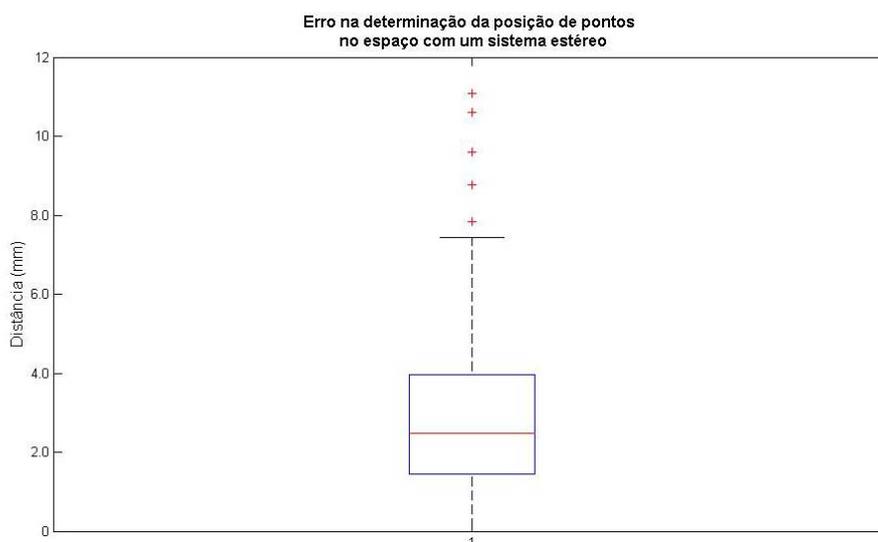


Fig. 6.13 – Distribuição da distância entre as posições calculadas a partir do sistema estéreo e a sua determinação com uma régua.

A mediana é aproximadamente igual 2,5 mm e observam-se a existência de *outliers*, cujo valor máximo é superior a 1 cm.

### 6.3. Correção de movimentos

A caracterização do algoritmo de correção de movimentos baseia-se em dados obtidos por simulação computacional e em dados reais. Seguidamente apresentam-se os resultados mais relevantes.

#### 6.3.1. Dados de simulação

Uma das formas utilizadas para a avaliação do algoritmo de correção de movimentos foi a simulação computacional. Inicialmente foram gerados três movimentos distintos, os quais foram aplicados a um fantoma digital de Jaszczak. Para a geração destes movimentos foi usada uma rotina que permite escolher de forma independente o valor das três variáveis relativas à translação e as três referentes à rotação em função do tempo. A definição do movimento designado por “inclinação” representa-se nas Fig. 6.14a e b.

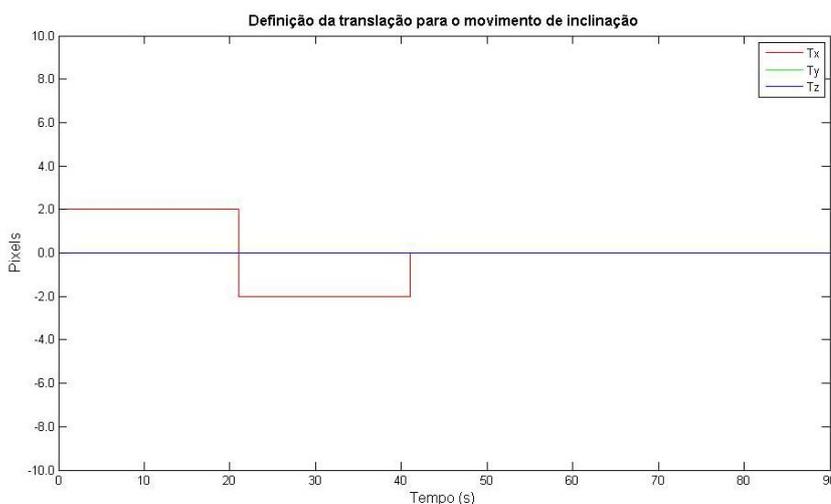


Fig. 6.14a – Definição da translação em função do tempo para o movimento designado por “inclinação”.  $T_x$ ,  $T_y$  e  $T_z$  representam a translação segundo xx, yy e zz, respectivamente.  $T_y$  encontra-se sobreposto a  $T_z$ .

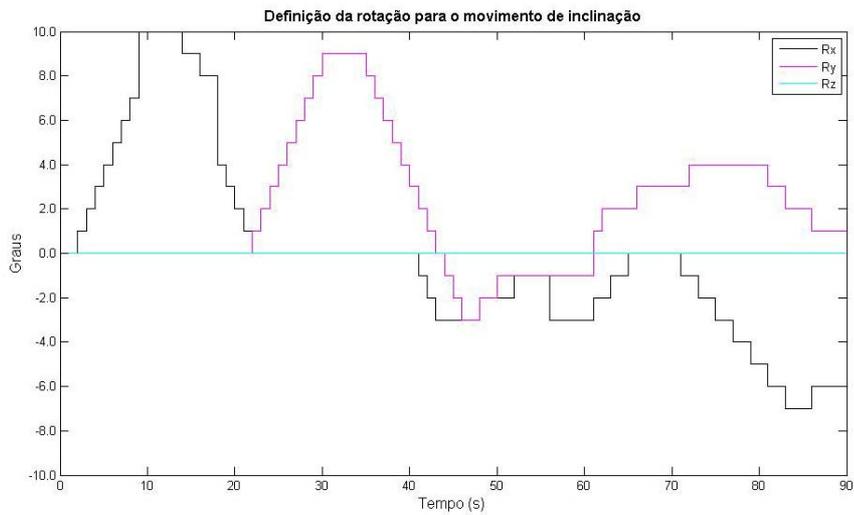


Fig. 6.14b – Definição da rotação em função do tempo para o movimento designado por “inclinação”.  $R_x$ ,  $R_y$  e  $R_z$  representam o ângulo de rotação em torno de  $xx$ ,  $yy$  e  $zz$ , respectivamente.

A definição do movimento designado por “rotação” representa-se nas Fig. 6.15a e b.

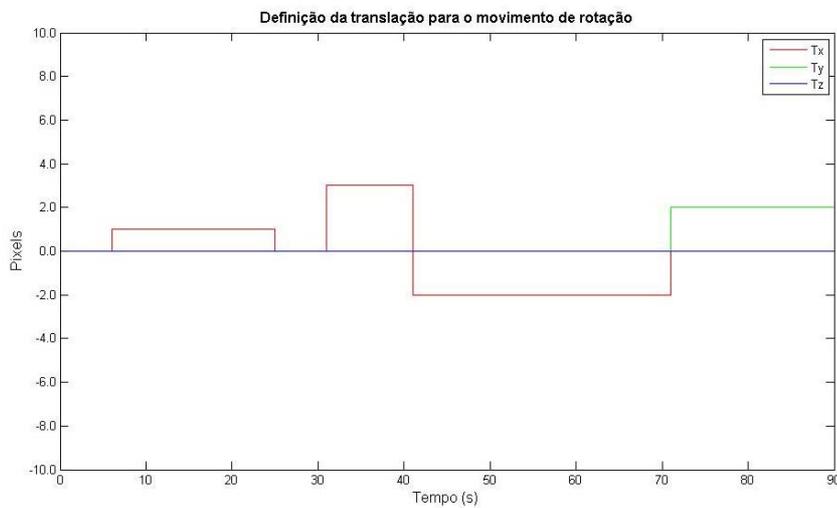


Fig. 6.15a – Definição da translação em função do tempo para o movimento designado por “rotação”.

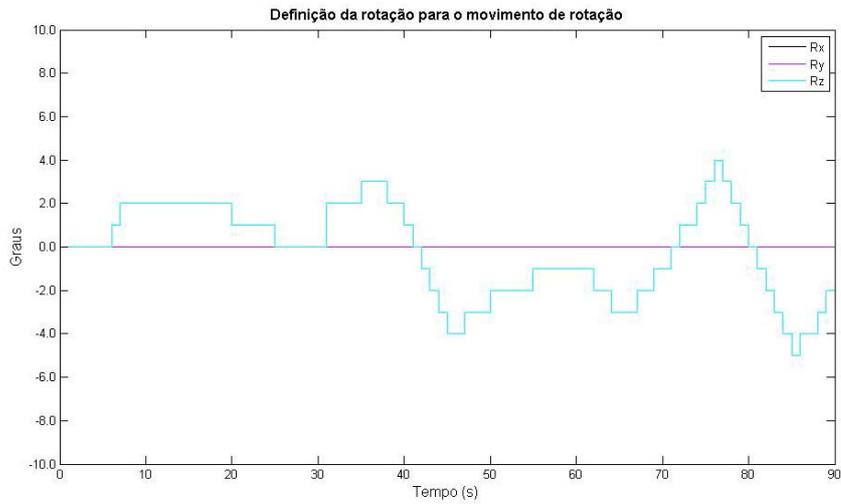


Fig. 6.15b – Definição da rotação em função do tempo para o movimento designado por “rotação”.

A definição do movimento designado por “translação” representa-se na Fig. 6.16. Como o nome indica, para este movimento não foi definida nenhuma rotação.

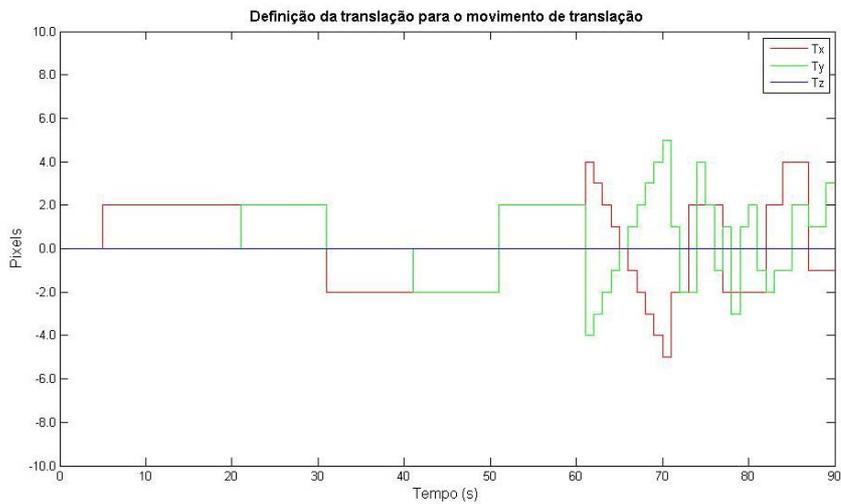


Fig. 6.16 – Definição da translação em função do tempo para o movimento designado por “translação”.

Os dados obtidos na simulação foram analisados segundo dois aspectos: visualização das imagens médias e quantitativamente, por representação em gráfico do erro relativo total (cf. Eq. 5.24). Para cada tipo de movimento e nível de contagens (logo, ruído) foram determinadas três imagens médias a partir das 100 realizações de ruído: a imagem da aquisição sem movimento, a imagem adquirida com movimento sem correção e a imagem com correção. Foi também calculada a imagem diferença entre a imagem média sem movimento e a imagem corrigida. Como a apresentação de todas as imagens para cada nível de contagens e iteração não acrescentaria informação útil optamos por representar apenas dois níveis de contagens para a iteração 20. Apresentam-se de seguida as imagens obtidas.

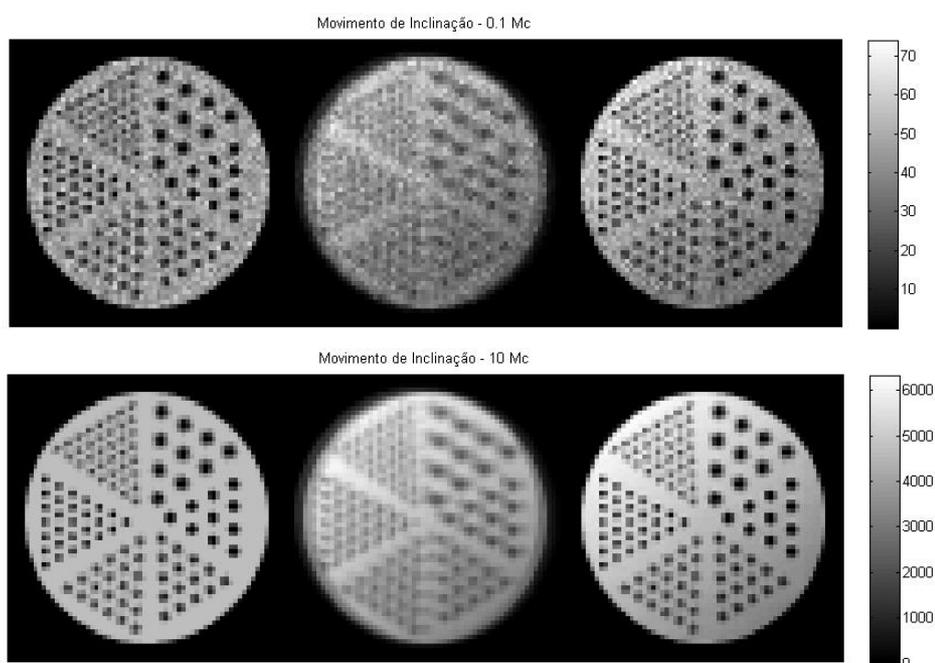


Fig. 6.17 – Imagens médias obtidas para o movimento de “inclinação”. Em cima correspondente a 0,1 Mc e em baixo a 10 Mc. Da esquerda para a direita: imagem correspondente à situação sem movimento; imagem sem correção de movimento; imagem com correção de movimento (iteração nº 20).

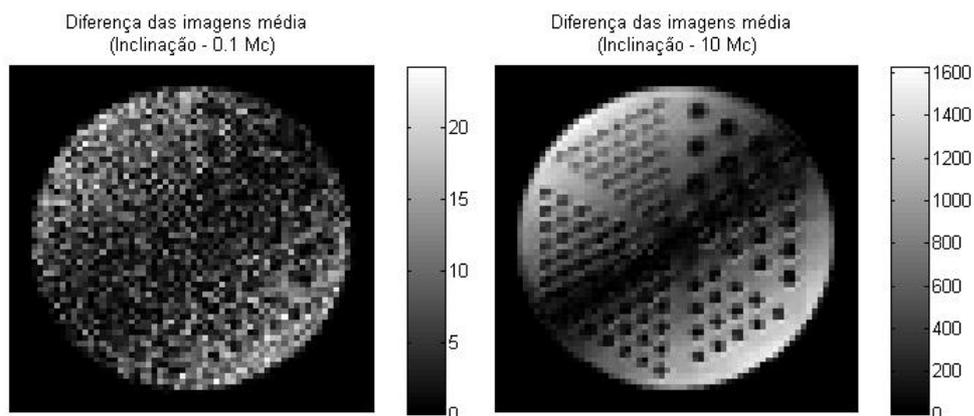


Fig. 6.18 – Imagem diferença entre a imagem média sem movimento e a imagem média corrigida, para o movimento de “inclinação”. Do lado esquerdo o número de contagens totais é de 0,1 Mc e do lado direito é de 10 Mc.

A recuperação produzida pelo algoritmo de correcção de movimentos é notória e observável pelos quadrantes que passam a ser perfeitamente distinguíveis (Fig. 6.17). No entanto, a imagem diferença mostra que a recuperação não é homogénea e que no caso da inclinação é mais evidente segundo uma das diagonais sendo menor nas bordas da imagem . A explicação deste facto pode residir na própria natureza do movimento testado e na forma como as linhas de projecção são afectadas. Por outro lado, a informação disponível para o algoritmo é superior no centro da imagem o que pode beneficiar o desempenho do algoritmo nesta área.

De notar que relativamente a este tipo de movimento o algoritmo estima informação, na medida em que apenas recorre às imagens projectadas no plano de aquisição e o movimento ocorre “fora” desse plano. O movimento resume-se a duas rotações em torno de eixos coplanares ao plano de aquisição.

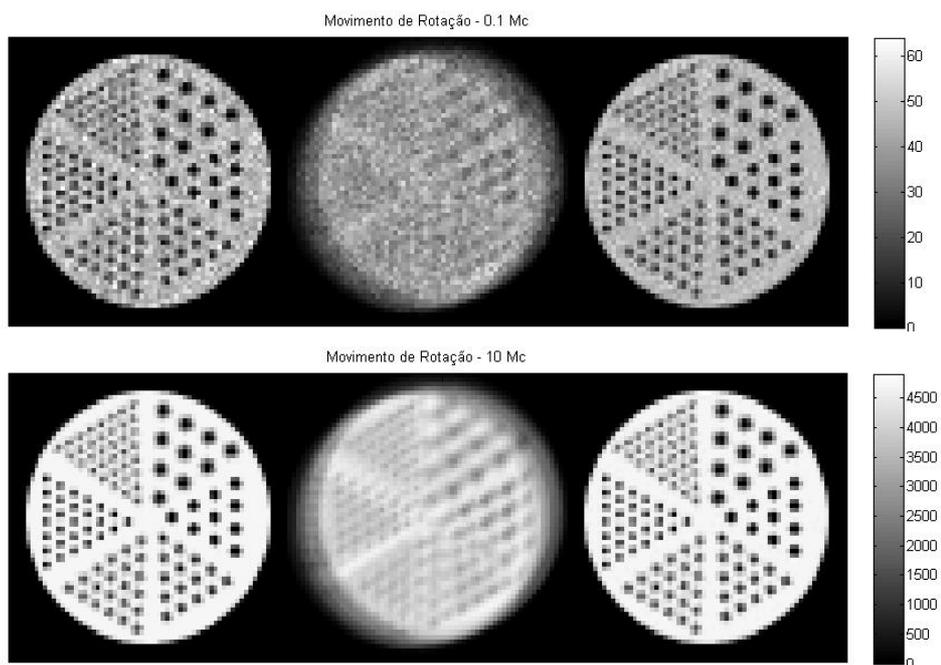


Fig. 6.19 – Imagens médias obtidas para o movimento de “rotação”. Em cima correspondente a 0,1 Mc e em baixo a 10 Mc. Da esquerda para a direita: imagem sem movimento; imagem sem correcção; imagem corrigida (iteração nº 20)

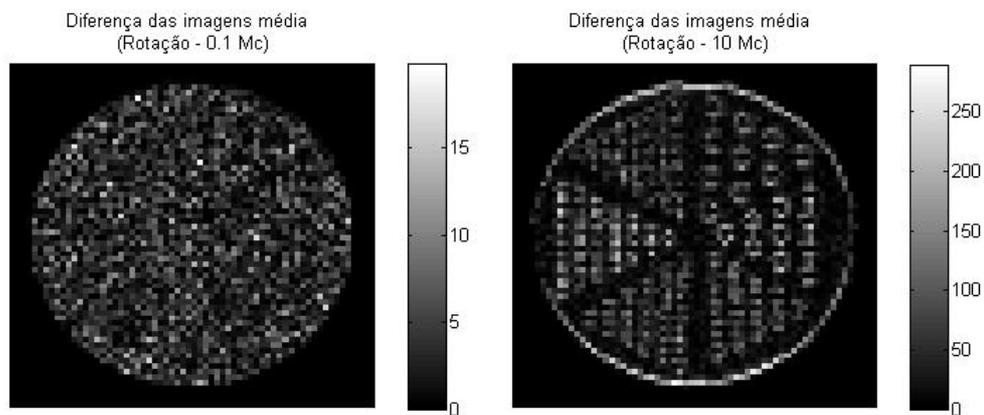


Fig. 6.20 – Imagem diferença entre a imagem média sem movimento e a imagem média corrigida. Do lado esquerdo o número de contagens totais é de 0,1 Mc e do lado direito é de 10 Mc.

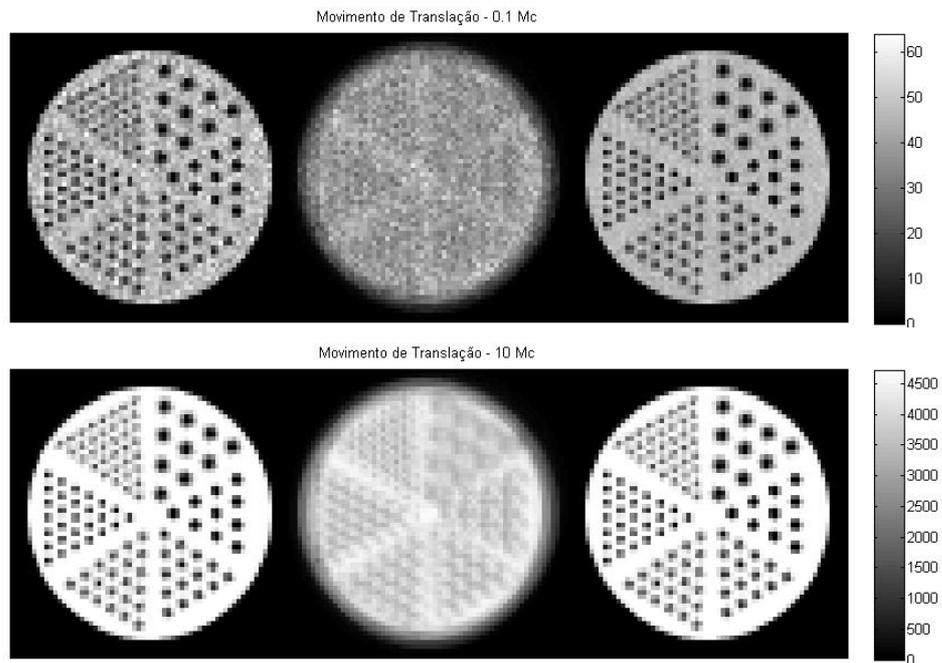


Fig. 6.21 – Imagens médias obtidas para o movimento de “translação”. Em cima correspondente a 0,1 Mc e em baixo a 10 Mc. Da esquerda para a direita: imagem sem movimento; imagem sem correcção; imagem corrigida (iteração nº 20).

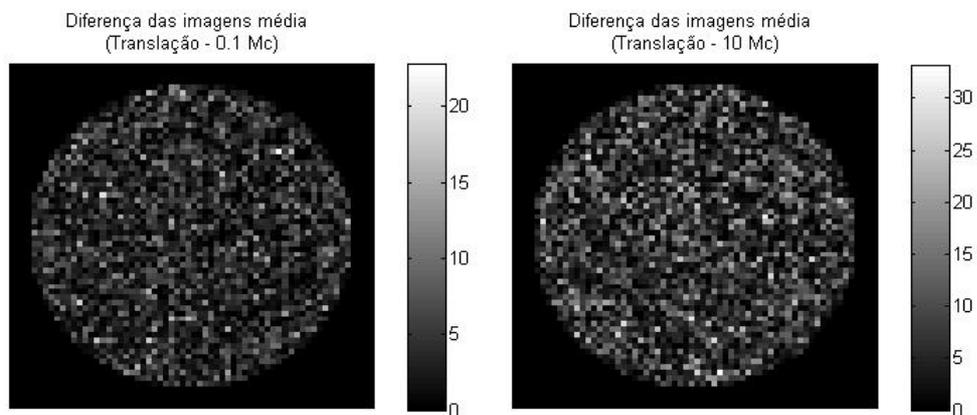


Fig. 6.22 – Imagem diferença entre a imagem média sem movimento e a imagem média corrigida. Do lado esquerdo o número de contagens totais é de 0,1 Mc e do lado direito é de 10 Mc.

A imagem diferença revela uma vez mais uma não uniformidade. Contudo, os padrões obtidos são diferentes do anterior o que poderá corroborar a hipótese do desempenho do algoritmo também depender do tipo de movimento. Tanto para o movimento de rotação como para o de translação as diferenças são em menor grau comparativamente com o de inclinação. Esta observação era previsível pela razão já enunciada anteriormente: a de que na inclinação a correção é realizada com base em estimativas, o que não acontece nos outros tipos de movimento.

Podemos agora avaliar de forma quantitativa (Eq. 5.24) o desempenho do algoritmo em função do número de contagens existentes na imagem para uma dada iteração do algoritmo, a qual impusemos uma vez mais como a iteração 20.

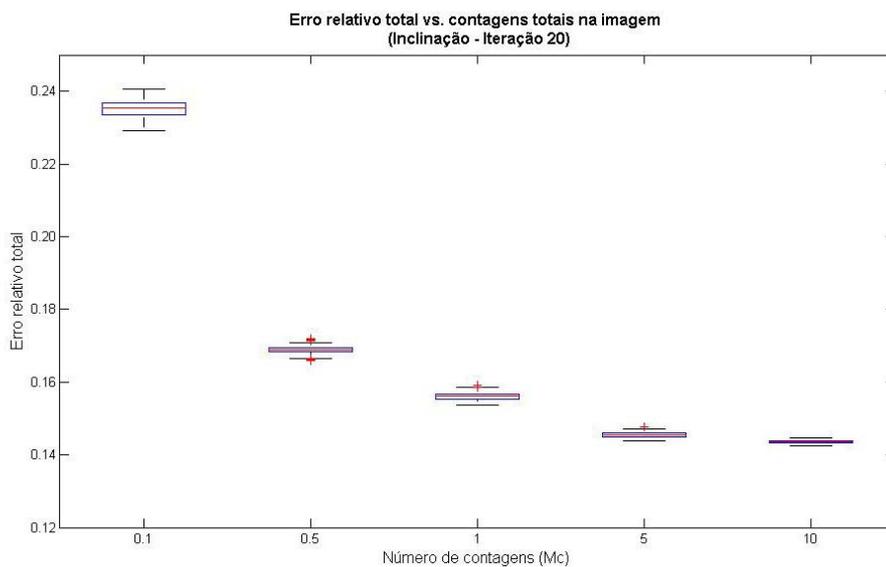


Fig. 6.23 – Erro relativo total para o movimento de inclinação em função do número de contagens na imagem. Os dados foram determinados para a iteração 20.

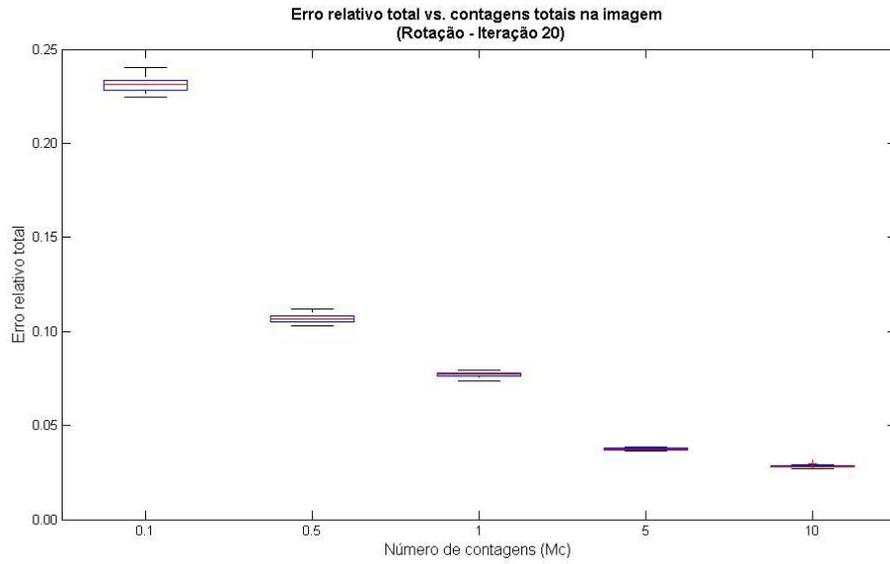


Fig. 6.24 – Erro relativo total para o movimento de rotação em função do número de contagens na imagem. Os dados foram determinados para a iteração 20.

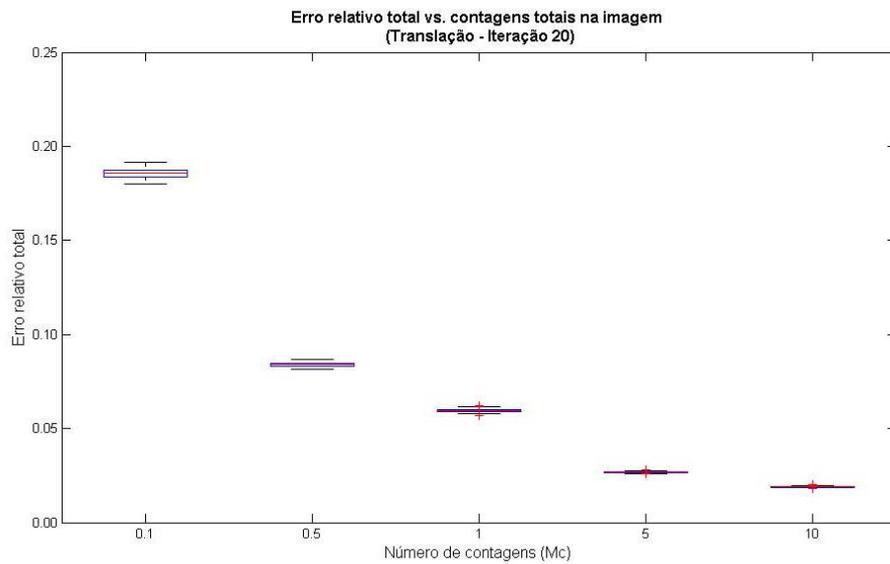


Fig. 6.25 – Erro relativo total para o movimento de translação em função do número de contagens na imagem. Os dados foram determinados para a iteração 20.

Nos gráficos anteriores (Figs. 6.23, 6.24 e 6.25) observa-se uma redução do erro relativo à medida que o número de contagens aumenta. O nível de erro depende do tipo de movimento testado, sendo sempre superior para o movimento de inclinação podendo-se aduzir uma vez mais o argumento usado anteriormente para explicar este facto.

O erro relativo admite uma interpretação percentual, i. e., caracteriza percentualmente quanto a soma dos desvios absolutos representam relativamente ao número de contagens totais. Podemos dizer que para o movimento de inclinação a soma dos desvios representa aproximadamente 23% para 0,1 Mc mas que decai para aproximadamente 14% quando o número de contagens aumenta para 10 Mc. Para o movimento de rotação e translação estes valores são bastante menores, verificando-se que para 10 Mc a soma dos desvios é menor do que 5%.

O algoritmo também foi avaliado em função do número de iterações. Os dados obtidos são apresentados graficamente de seguida.

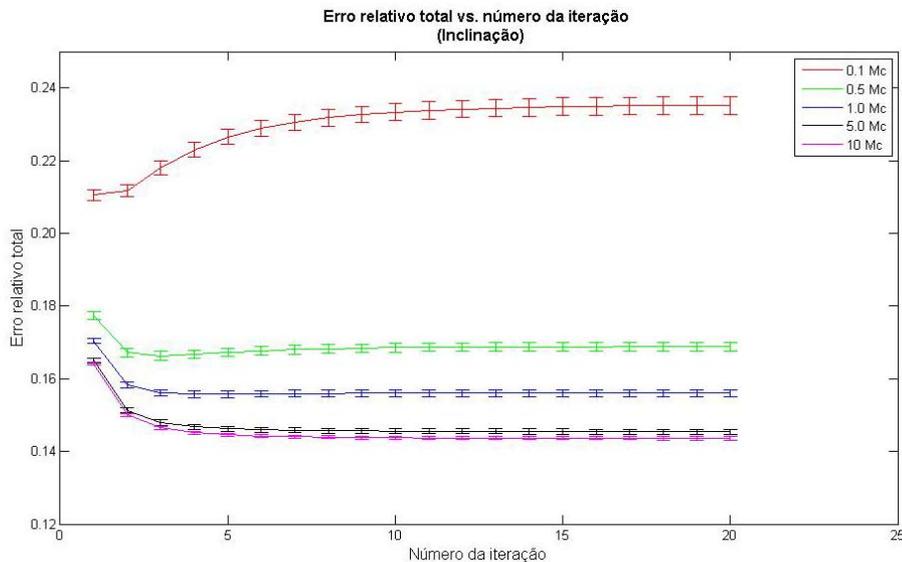


Fig. 6.26 – Erro relativo total para o movimento de inclinação em função do número de iterações.

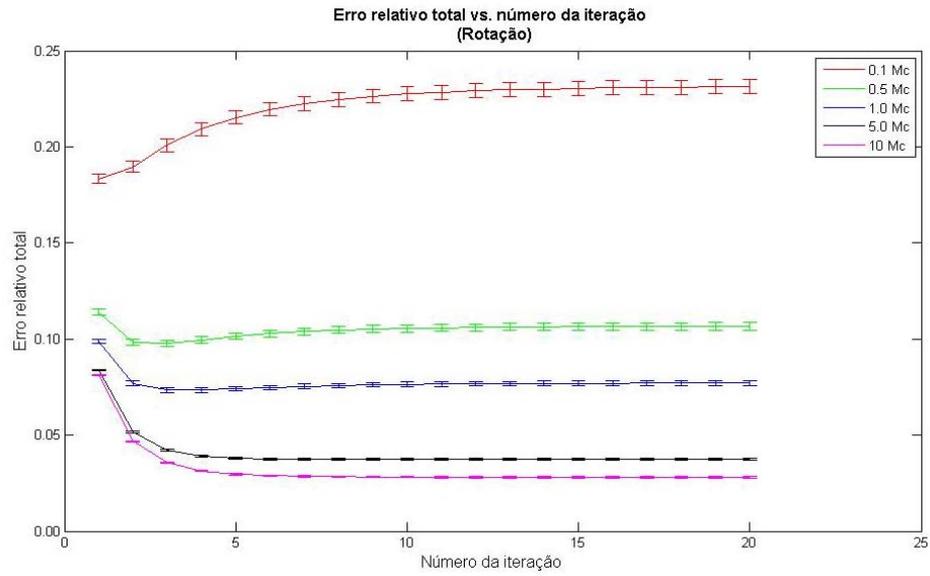


Fig. 6.27 – Erro relativo total para o movimento de rotação em função do número de iterações.

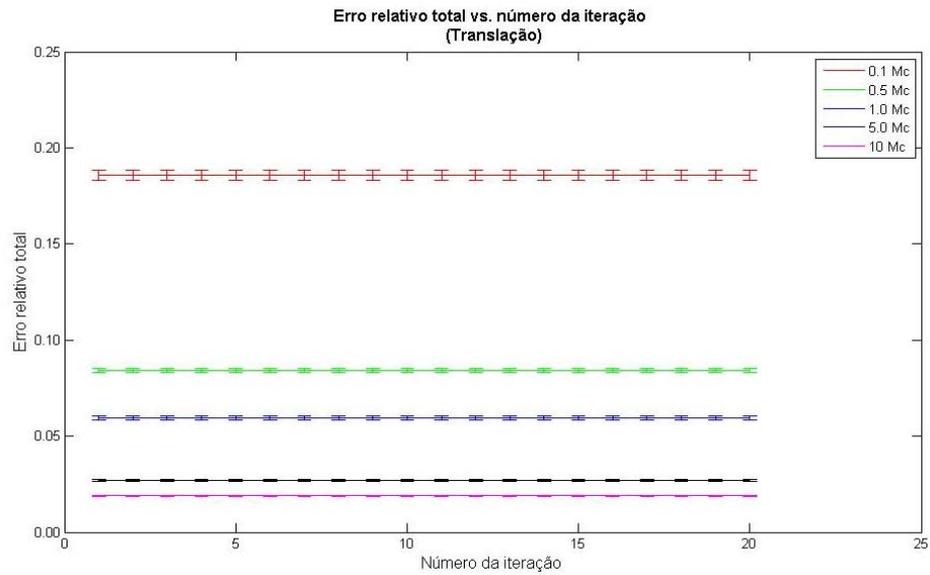


Fig. 6.28 – Erro relativo total para o movimento de translação em função do número de iterações.

Exceptuando para o movimento de translação verifica-se que de uma maneira geral o aumento do número de iterações beneficia o resultado. Porém, este facto não se verifica quando o ruído é demasiado elevado em que à medida que o número de iterações aumenta o erro relativo total também aumenta. Dependendo do número de contagens na imagem é possível encontrar um mínimo para o erro relativo em função do número de iterações. O número de iterações para o qual se verifica este mínimo será tanto maior quanto maior for a relação sinal/ruído. Não é possível observar a ocorrência do mínimo para alguns níveis de contagens por que não se realizou um número suficientemente elevado de iterações.

Um dos comportamentos associado a este algoritmo é que quando o número de iterações aumenta, as altas frequências também são aumentadas, ou seja, o contraste aumenta, mas pontos isolados também se tornam mais pronunciados. Numa situação em que a relação sinal ruído não é muito elevada é esperado que o aumento do número de iterações não vá favorecer a correcção (ou a reconstrução), pelo contrário, espera-se uma degradação da qualidade da imagem. O critério de paragem do algoritmo é assim fundamental por forma a obter um compromisso admissível entre o contraste e a uniformidade.

No caso da translação verifica-se um comportamento, aparentemente, estranho uma vez que depois da primeira iteração não se verifica uma melhoria visível. Este facto resulta de apenas se terem usado translações múltiplas da unidade de pixel. Assim, logo na primeira iteração a correcção é atingida não sendo de esperar melhorias a partir desta.

Observa-se também, como seria de esperar, que o número de contagens é um factor de melhoria no desempenho do algoritmo. Até ao momento, verificámos que na ausência de ruído o algoritmo tende para a solução correcta.

### 6.3.2. Dados reais

Foram realizados 6 ensaios com a plataforma de movimentos e um ensaio em que o movimento foi realizado de forma manual. Todos os ensaios, à excepção do manual, foram repetidos para duas actividades diferentes: 0,3 mCi e 3,5 mCi e o mesmo tempo de aquisição (4 min). Também foram testadas duas matrizes calculadas a partir de número de pontos distintos: no primeiro caso usaram-se 27000 pontos por linha de projecção e no segundo apenas 640 pontos. Designa-se a primeira matriz por “alta densidade” e a segunda por “baixa densidade”.

Os resultados obtidos são mostrados com a seguinte ordem: primeiro, é mostrado o movimento detectado ao longo de tempo (no sistema de eixos da imagem da gama câmara) e depois as imagens obtidas sem e com correcção usando as duas matrizes calculadas.

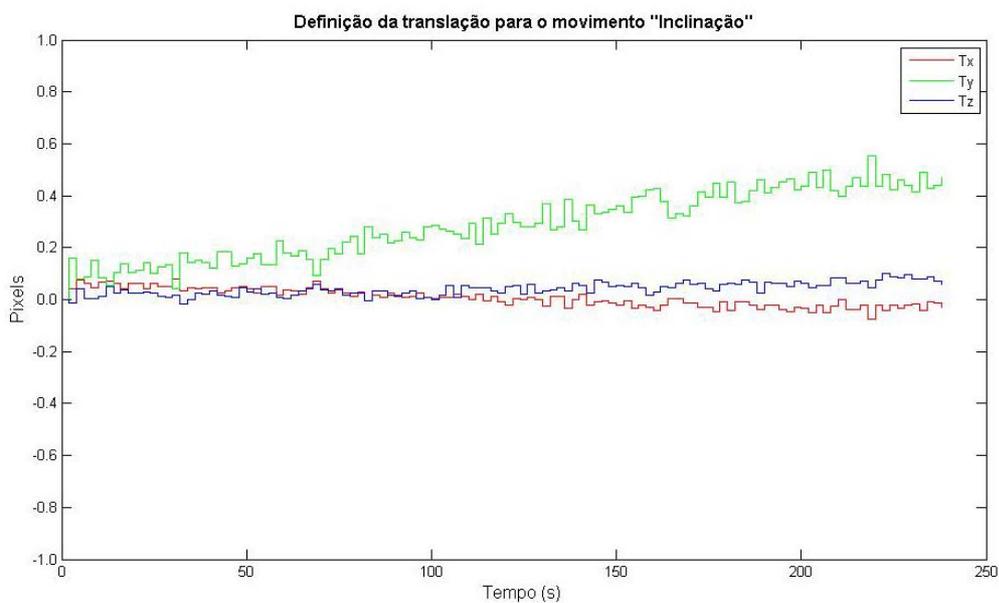


Fig. 6.29a – Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “inclinação” (0,3 mCi).

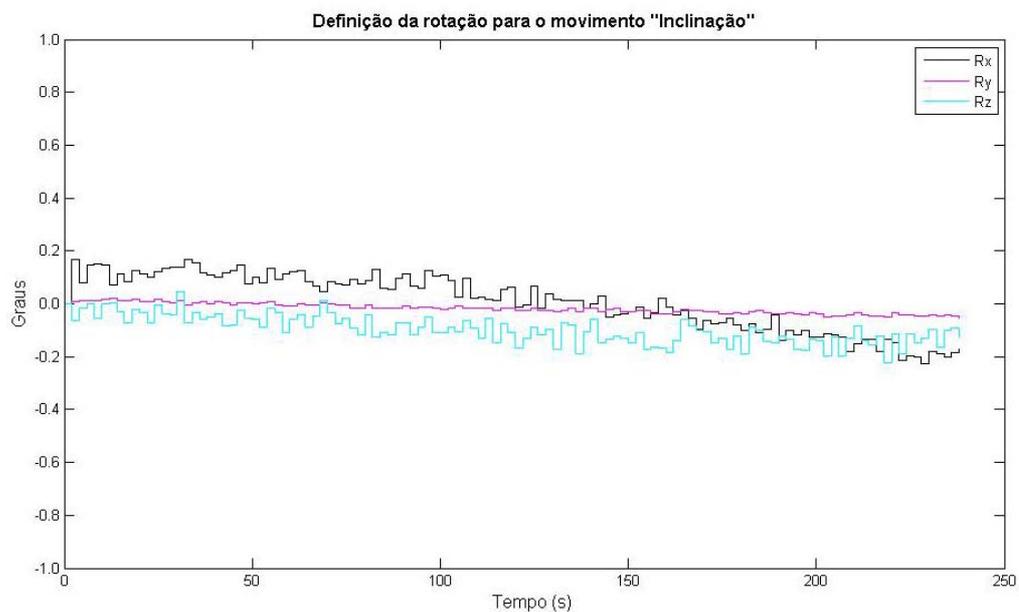


Fig. 6.29b – Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “inclinação” (0,3 mCi).



Fig. 6.30a – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de inclinação. Esquerda: imagem sem correção de movimento; Meio: imagem da 1ª iteração do algoritmo de correção de movimento; Direita: imagem da 20ª iteração. Matriz de “alta densidade”.



Fig. 6.30b – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de inclinação. Esquerda: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração do algoritmo de correcção de movimento; Direita: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “baixa densidade”.

O movimento de inclinação ensaiado foi de pequena intensidade - i.e. a rotação aplicada foi pequena - pelo que não se observa influência no resultado final. A imagem obtida sem correcção de movimentos tem uma qualidade razoável e não se observa melhoria significativa quando se aplica o algoritmo de correcção de movimentos. Entre a 1<sup>a</sup> e 20<sup>a</sup> iteração do algoritmo (imagem do meio e da direita da Fig. 6.30a, respectivamente) é possível notar um ligeiro aumento das frequências elevadas e até alguma degradação da qualidade da imagem.

No que concerne a comparação entre os dois tipos de matrizes sistema testados nota-se que há uma perda de qualidade na imagem quando se utiliza a matriz de baixa densidade no algoritmo de correcção de movimentos. Esta perda é ainda mais acentuada quando o número de iterações aumenta. Este facto pode estar relacionado com a acumulação de imprecisões ao longo da execução do algoritmo, os quais se verificam logo na primeira iteração (imagem do meio Fig. 6.30b).

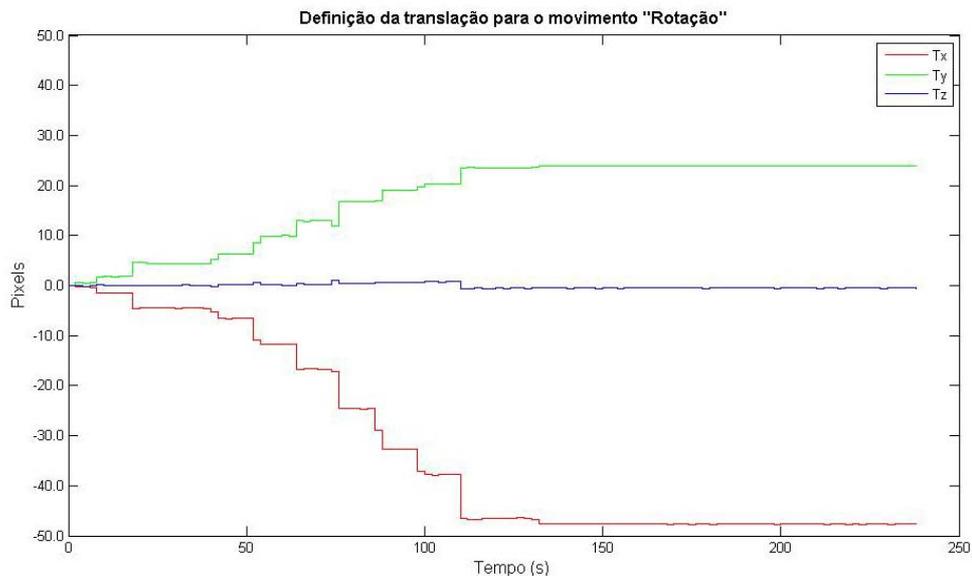


Fig. 6.31a – Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “rotação” (0,3 mCi).

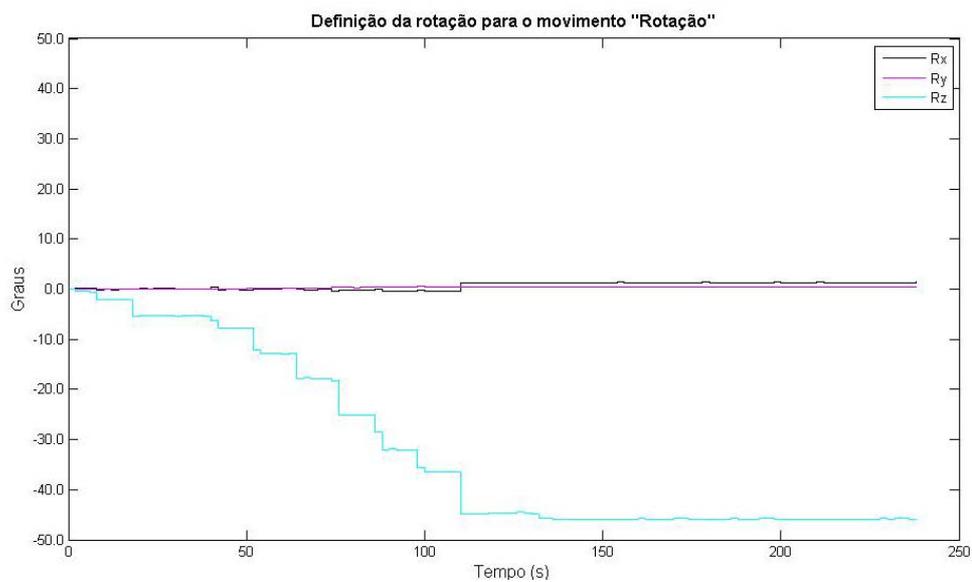


Fig. 6.31b – Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “rotação” (0,3 mCi).



Fig. 6.32a – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de rotação. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “alta densidade”.



Fig. 6.32b – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de rotação. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “baixa densidade”.

Para este ensaio verifica-se que o movimento teve influência no resultado final (imagem esquerda da Fig. 6.32). O algoritmo de correcção de movimentos consegue recuperar na 1<sup>a</sup> iteração uma pequena parte da estrutura do fantoma – os dois maiores sectores apresentam zonas que são perceptíveis. No entanto, na 20<sup>a</sup> iteração volta-se a observar a degradação da

imagem já anteriormente explicada. Na comparação entre os dois tipos de matrizes (Fig. 6.32a e Fig 6.32b) a conclusão não pode ser tão categórica como a anterior, i.e, com a matriz de baixa densidade as imagens obtidas não apresentam menor qualidade do que para a matriz de alta densidade. E para a 20ª iteração nota-se uma menor perda de definição nos contornos com a matriz de baixa densidade.

Comparando as imagens obtidas pelo algoritmo de correcção neste ensaio com o anterior (Fig. 6.30), onde praticamente não existiu movimento, verifica-se que a eventual melhoria na qualidade de imagem introduzida fica muito aquém do que se obteria se não existisse movimento. Este fraco desempenho do algoritmo de correcção poderá estar relacionado com a pequena actividade testada.

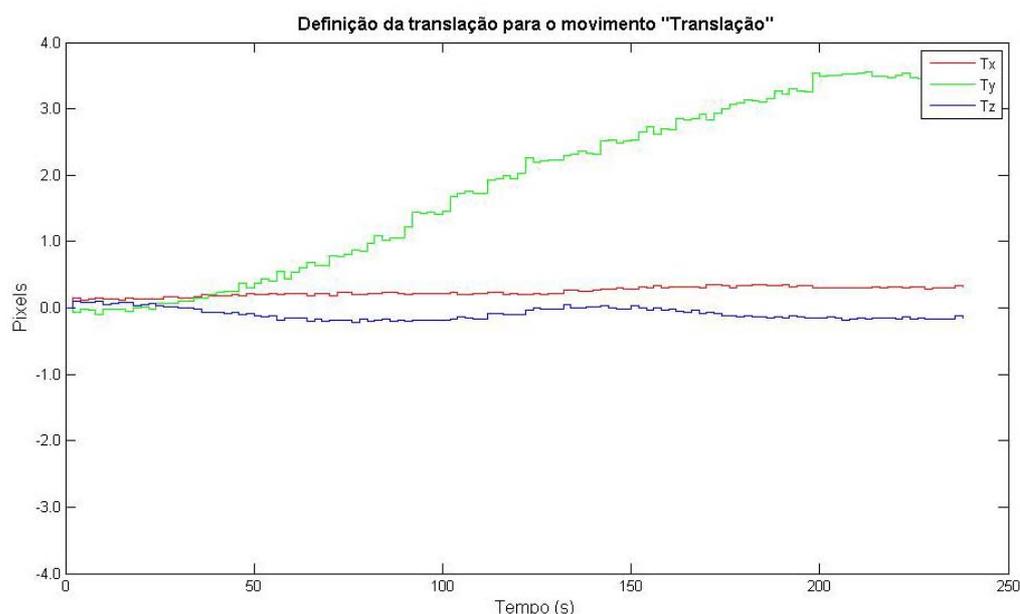


Fig. 6.33a – Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “translação” (0,3 mCi).

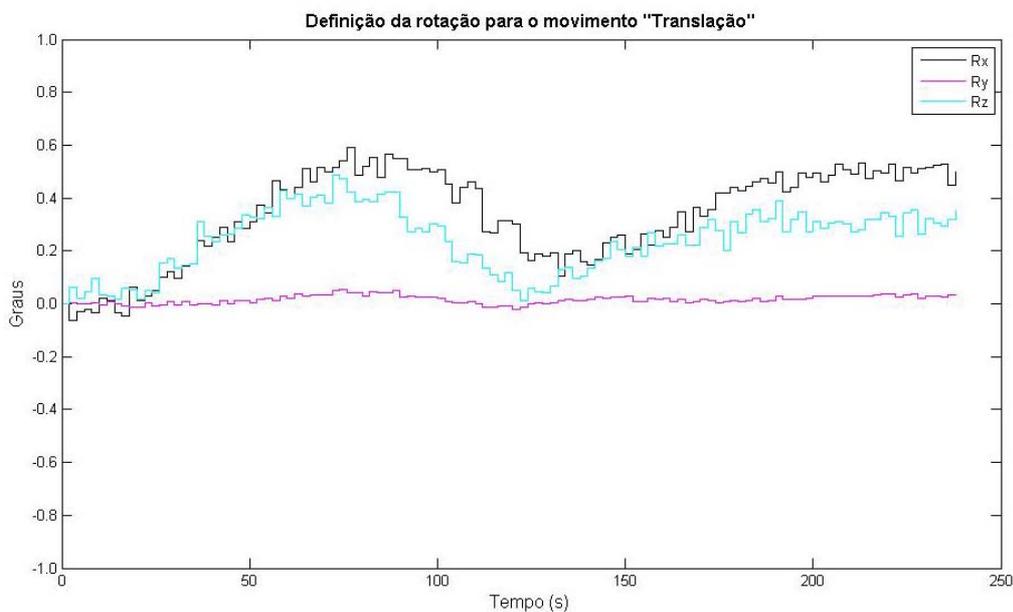


Fig. 6.33b – Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “translação” (0,3 mCi).



Fig. 6.34a – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de translação. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “alta densidade”.



Fig. 6.34b – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 0,3 mCi e movimento de translação. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “baixa densidade”.

Como seria de esperar pela análise da intensidade do movimento detectado, verifica-se que o movimento teve impacto sobre a imagem final (imagem esquerda da Fig. 6.33). A aplicação do algoritmo proposto resulta numa imagem de melhor qualidade logo na 1<sup>a</sup> iteração (imagem do meio Fig. 6.33), a qual é mais uniforme do que a imagem da 20<sup>a</sup> iteração (imagem direita Fig. 6.33). É possível discriminar os dois maiores sectores pelo que se se pode concluir que a resolução é melhorada. Já como no primeiro caso (Fig. 6.30), a matriz de baixa densidade implica um pior desempenho do algoritmo de correcção de movimentos, contudo não se verifica uma perda substancial de qualidade quando se aumenta o número de iterações.

De seguida apresentam-se os movimentos e respectivas imagens dos ensaios realizados com actividade de 3,5 mCi. O movimento detectado não é necessariamente igual ao anterior, essencialmente porque: i) o fantoma foi colocado em posições diferentes e, ii) na tentativa de corrigir algumas falhas detectadas ao nível da plataforma quando os primeiros ensaios foram efectuados, foram introduzidas alterações ao nível da definição computacional dos movimentos a realizar pela plataforma.

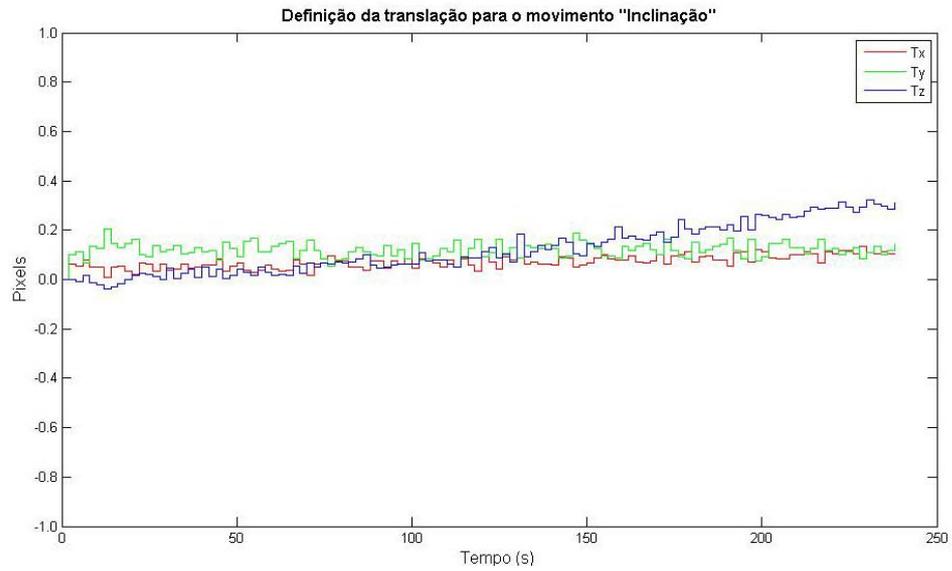


Fig. 6.35a – Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por "inclinação" (3,5 mCi).

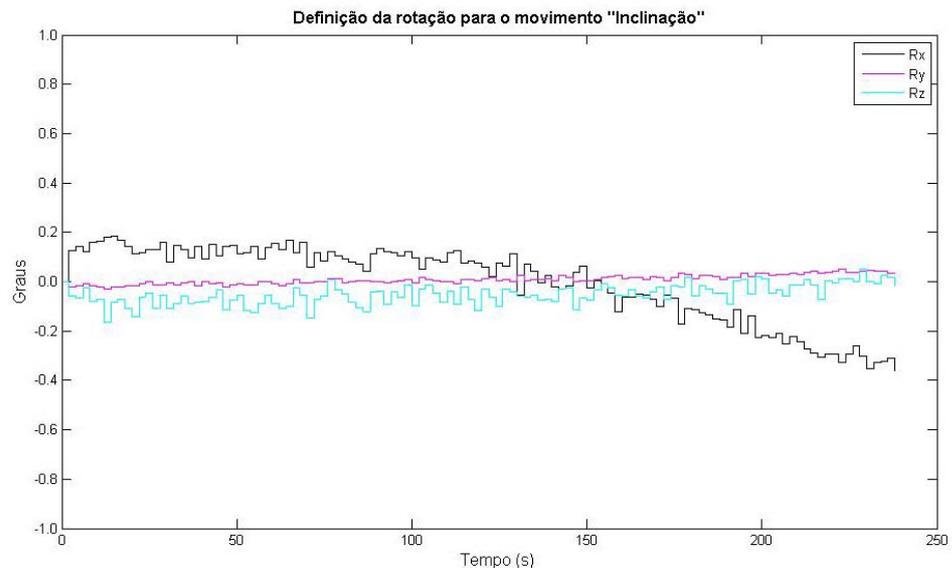


Fig. 6.35b – Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por "inclinação" (3,5 mCi).

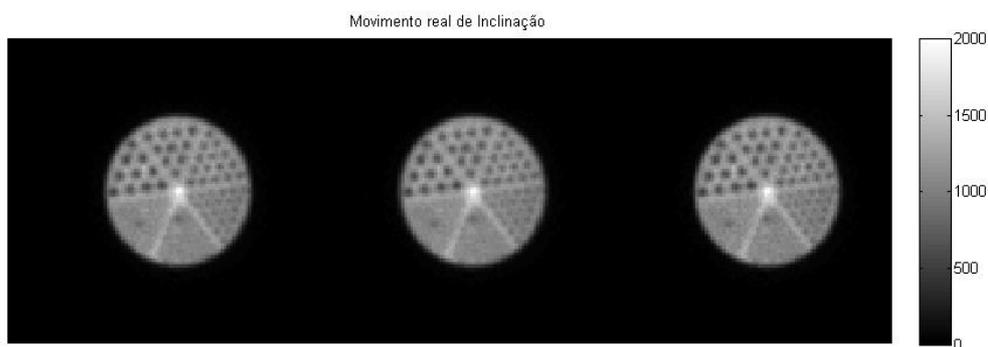


Fig. 6.36a – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de inclinação. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “alta densidade”.

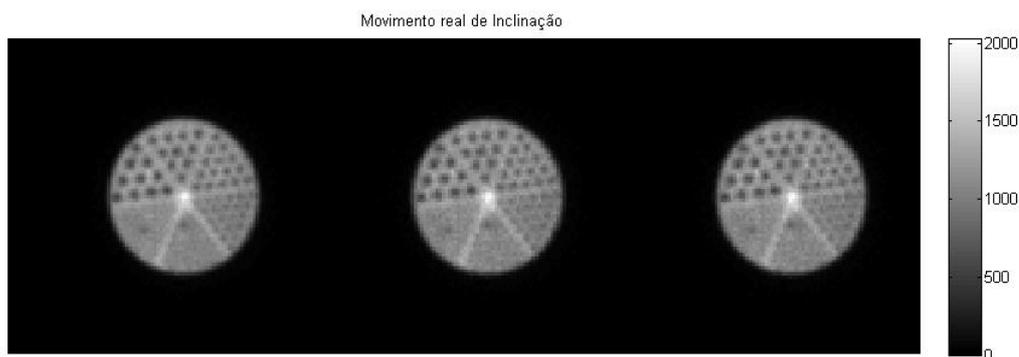


Fig. 6.36b – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de inclinação. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “baixa densidade”.

Apesar de neste ensaio se ter iniciado mais cedo o movimento de inclinação, o seu efeito foi ainda diminuto não se observando qualquer artefacto<sup>1</sup> nas imagens adquiridas.

Verifica-se com este teste que para uma actividade mais elevada, ou seja, uma relação sinal/ruído maior, a influência que a precisão do cálculo da matriz tem é menor do que nos casos anteriores. Aliás, esta observação mantém-se para os restantes movimentos testados que se apresentam seguidamente.

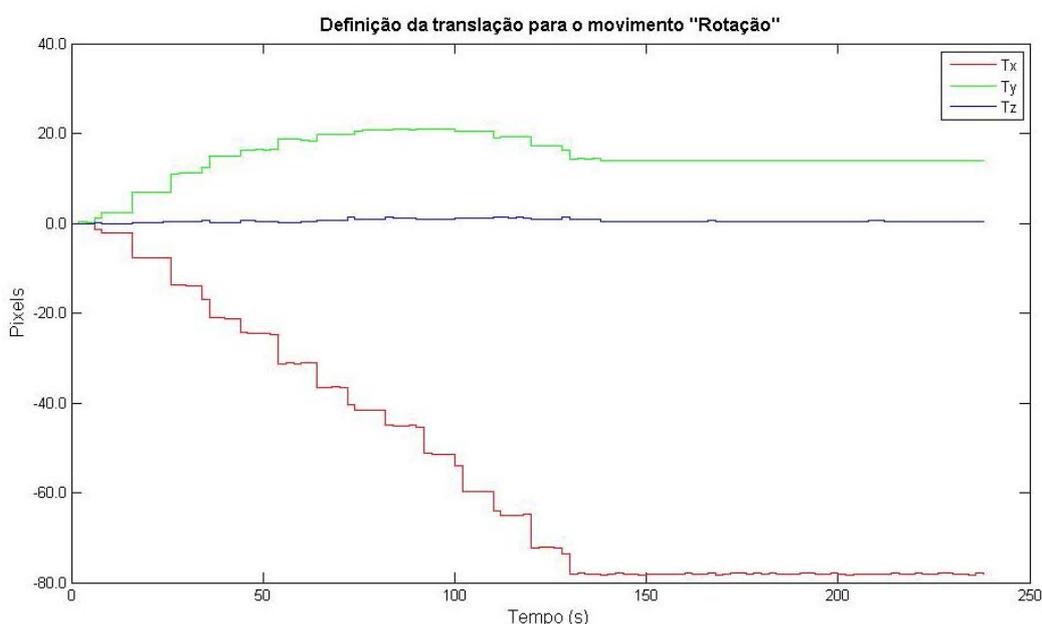


Fig. 6.37a – Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “rotação” (3,5 mCi).

<sup>1</sup> Nenhum artefacto para além das pequenas manchas “frias” nos quadrantes inferiores, mas que são devidas à atenuação das esferas responsáveis pelo movimento do disco de rotação. Aspecto já comentado em 5.5 e Fig. 5.30 (pag. 154).

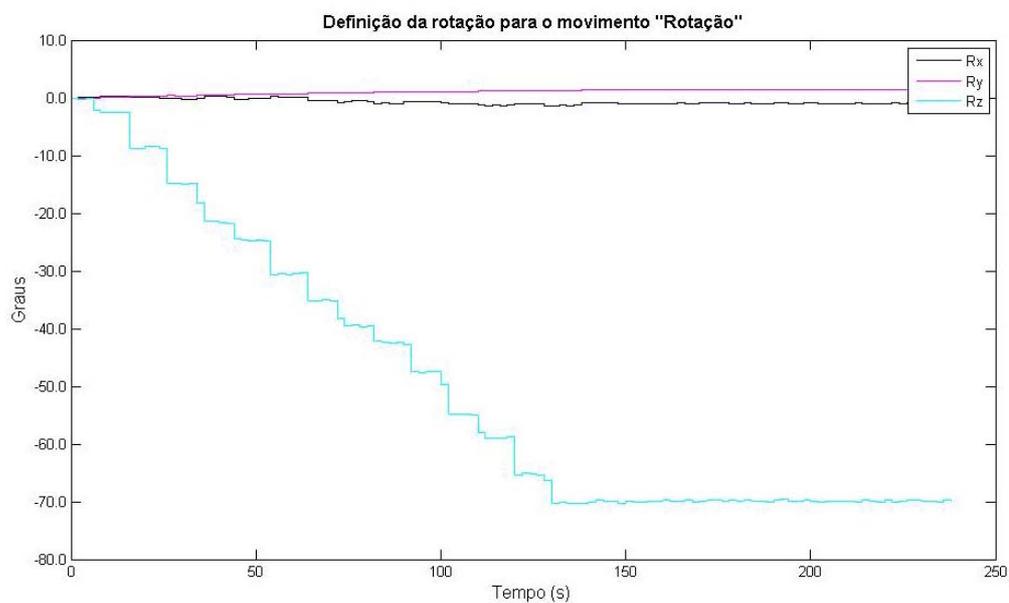


Fig. 6.37b – Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por "rotação" (3,5 mCi).

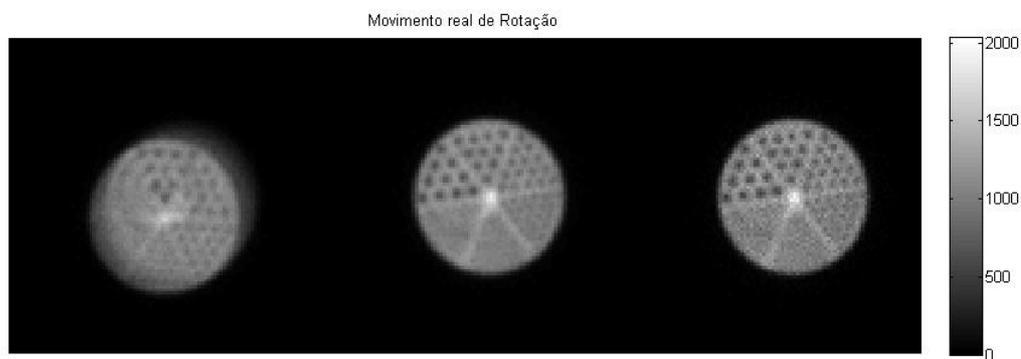


Fig. 6.38a – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de rotação. Esq<sup>a</sup>: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de "alta densidade".

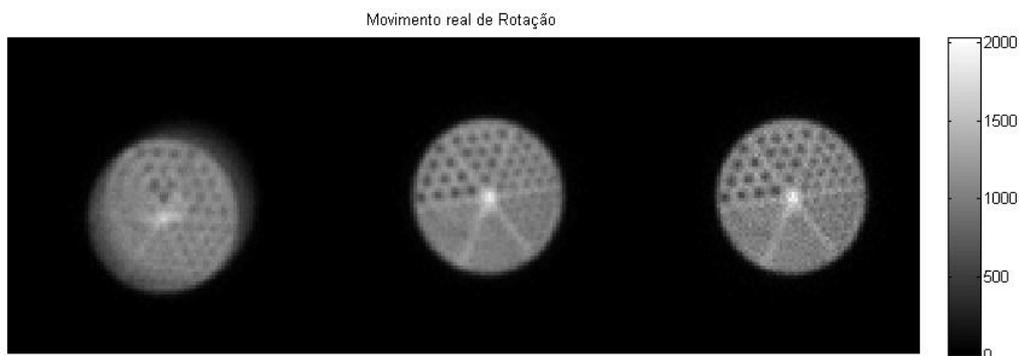


Fig. 6.38b – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de rotação. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “baixa densidade”.

Esta imagem apresenta aspectos particulares que motivam uma análise mais detalhada. Por um lado nota-se que o algoritmo de correcção funciona melhor para este nível de actividade do que no ensaio anterior para o mesmo tipo de movimento (Fig. 6.32). Por outro, nota-se que apesar de se observar uma melhoria geral da qualidade da imagem, pode afirmar-se que os sectores que são discriminados depois da aplicação do algoritmo já o eram, embora existam artefactos provocados pelo movimento. Este aspecto encontra-se relacionado com o tipo de movimento observado: note-se que somente na primeira metade do tempo de aquisição é que se observa movimento. Na segunda metade, o fantoma está parado embora numa posição diferente da inicial. Portanto, a partir dos 130 s, aproximadamente, a imagem que se adquire sobrepõe-se à anterior o que permite, mesmo sem correcção de movimento, resolver os sectores maiores os quais, atente-se, surgem rodados relativamente à imagem corrigida. Podemos, então, verificar o que sucede se considerarmos apenas os 120 s iniciais. Os resultados são apresentados na Fig. 6.39.



Fig. 6.39 – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de rotação para 120 s de aquisição. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “alta densidade”.

Nesta imagem é já visível a degradação que o movimento de rotação impõe e também a capacidade de correcção do algoritmo proposto.

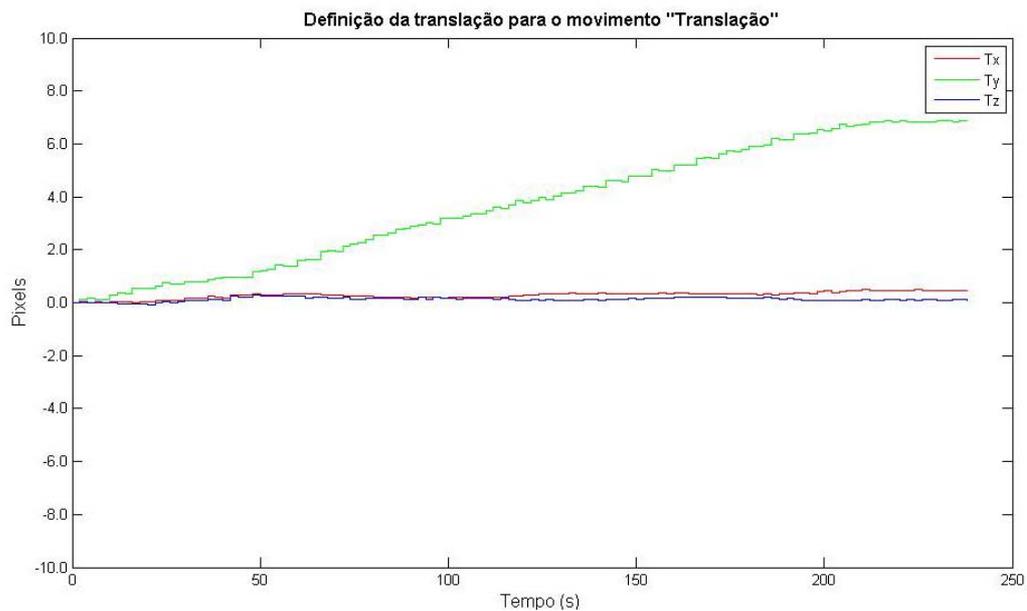


Fig. 6.40a – Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por “translação” (3,5 mCi).

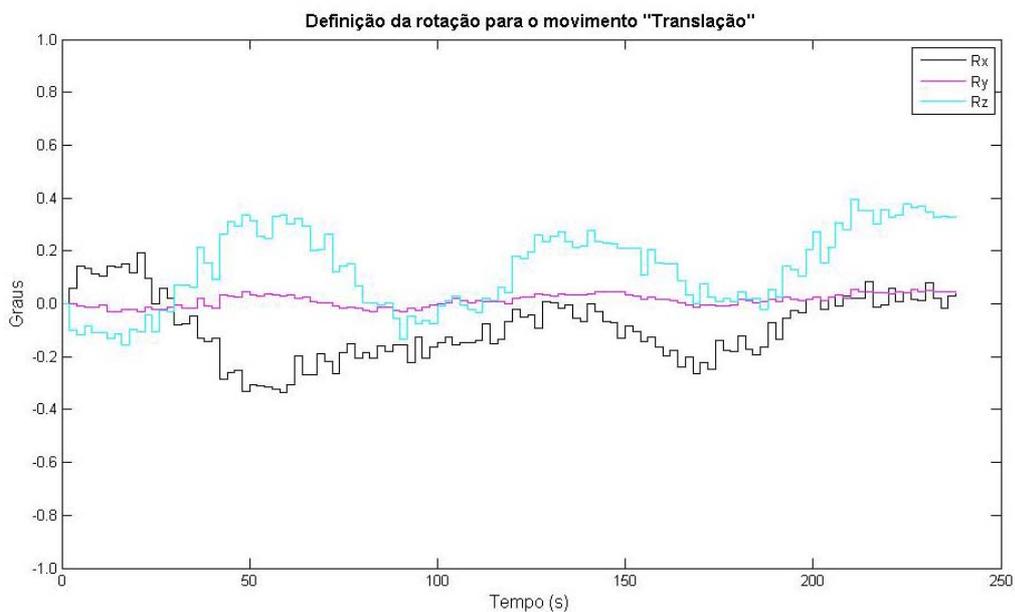


Fig. 6.40b – Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por “translação” (3,5 mCi).

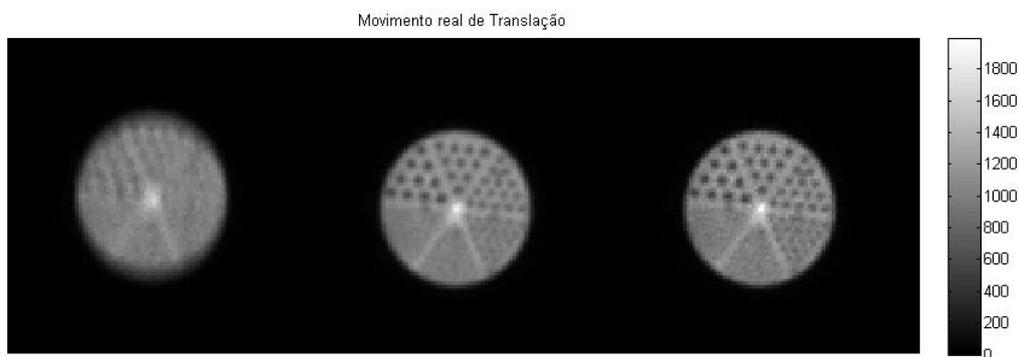


Fig. 6.41a – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de translação. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “alta densidade”.

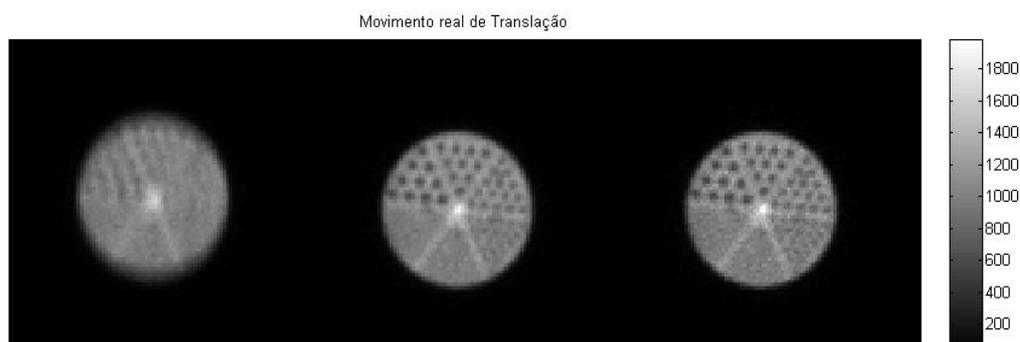


Fig. 6.41b – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento de translação. Esqª.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1ª iteração; Drtª: imagem da 20ª iteração. Matriz de “baixa densidade”.

O movimento detectado para este caso ocorre durante quase toda a aquisição e, como esperado, é sobretudo de translação. Verifica-se a ocorrência de ligeiras rotações que se devem à imprecisão de construção da plataforma de movimentos e que são difíceis de eliminar mesmo utilizando mecanismos mais robustos, mas que não têm grande influência nas imagens.

A aplicação do algoritmo proposto melhora substancialmente a imagem permitindo discriminar os três maiores sectores (imagens do meio e direita Fig. 6.41), o que não sucede na imagem sem correcção (imagem da esquerda Fig. 6.41). Nota-se também que o aumento do número de iterações torna a imagem menos uniforme podendo-se observar uma ligeira melhoria no contraste entre zonas “quentes” e “frias”. Este efeito é tanto mais interessante na medida em que já foi observado o seu inverso nas situações em que a relação sinal/ruído era menor.

Efectuámos um teste suplementar em que os movimentos durante a aquisição foram realizados manualmente, de forma aleatória e com uma intensidade superior (translação) aos já ensaiados. Os resultados são apresentados em seguida.

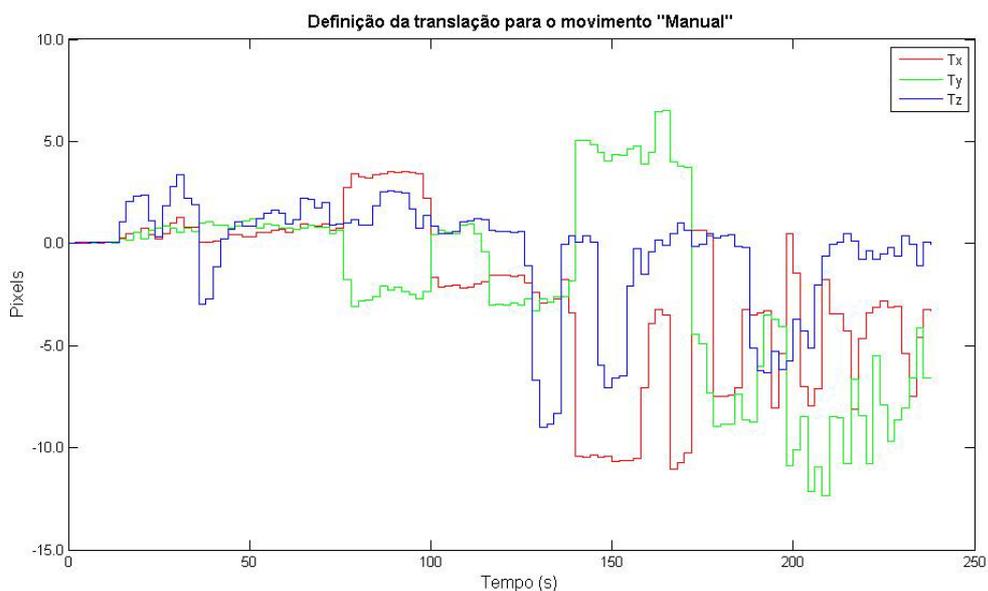


Fig. 6.42a – Definição da translação em função do tempo para o movimento real designado por "manual" (3,5 mCi).

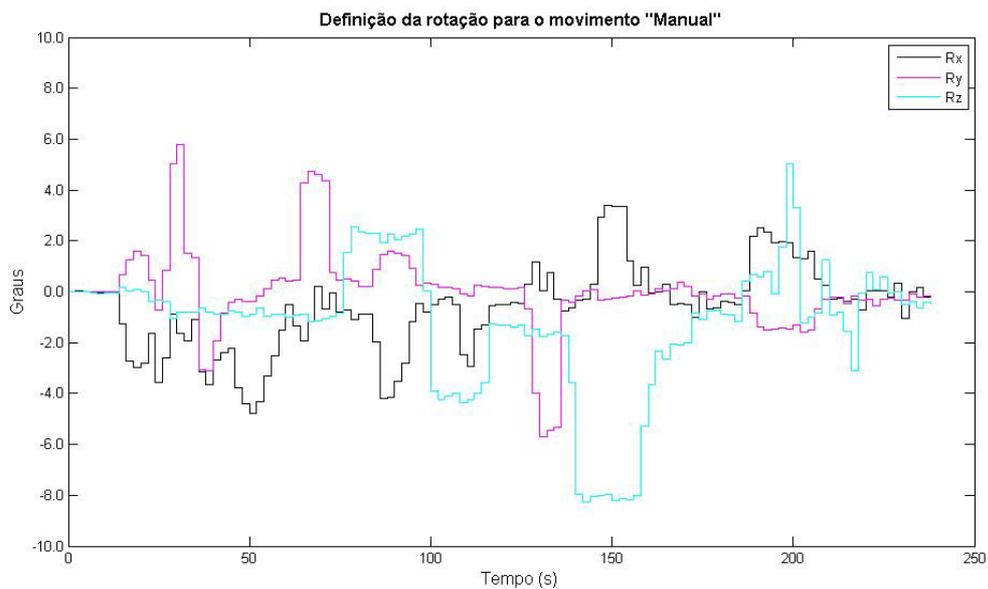


Fig. 6.42b – Definição da rotação em função do tempo para o movimento real designado por "manual" (3,5 mCi).

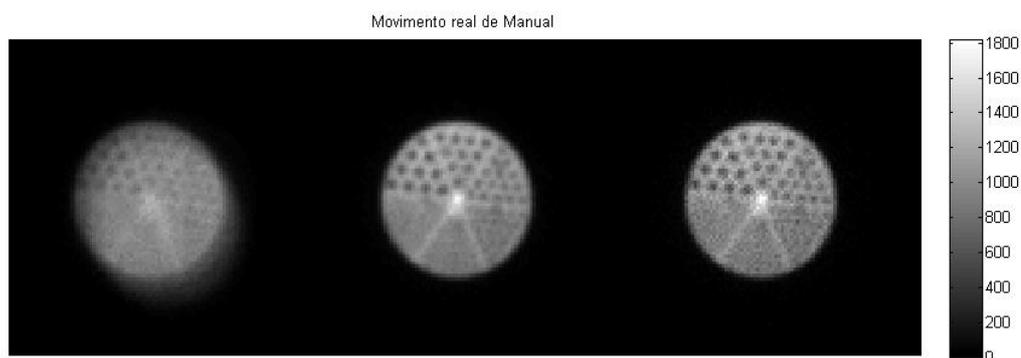


Fig. 6.43a – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento manual. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “alta densidade”.

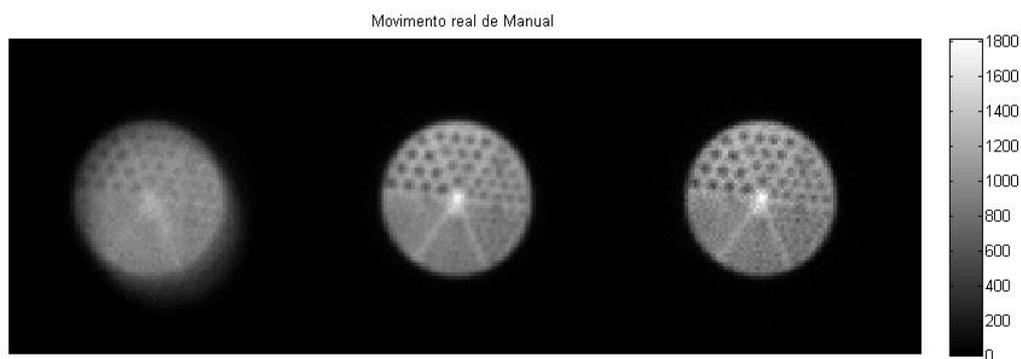


Fig. 6.43b – Imagens obtidas para o ensaio realizado com actividade igual a 3,5 mCi e movimento manual. Esq<sup>a</sup>.: imagem sem correcção de movimento; Meio: imagem da 1<sup>a</sup> iteração; Drt<sup>a</sup>: imagem da 20<sup>a</sup> iteração. Matriz de “baixa densidade”.

Este teste revela que mesmo em situações de movimento intenso e de grande velocidade o algoritmo de correcção pode recuperar a imagem. O aumento do número de iterações apresenta o mesmo comportamento verificado para os testes com o mesmo nível de actividade testado.

## 6.4. Corregisto

Para além da correcção de movimentos, constituiu também objectivo do presente projecto a fusão das imagens obtidas pela câmara gama com as que são obtidas pelas câmaras de vídeo. Os resultados que se seguem referem-se à fusão das imagens obtidas pelas diferentes câmaras. Na base desta fusão encontram-se os algoritmos de corregisto e de fusão de imagens explanados na secção 5.4 do capítulo anterior.

Na Fig. 6.44 é mostrado o resultado da fusão entre a imagem da câmara gama (à esquerda) e das imagens vídeo (meio e à direita) do alvo de calibração do sistema.

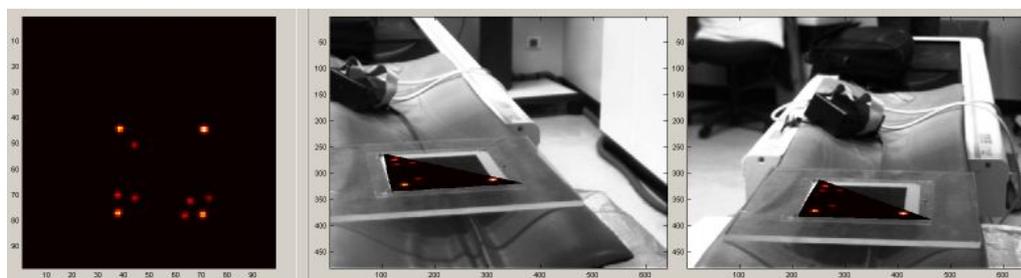


Fig. 6.44 – Fusão entre a imagem do alvo de calibração obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito).

Na Fig. 6.44 optou-se pela fusão de uma parte considerável da imagem da câmara gama em que são visíveis quase todas as marcas fiduciais. O utilizador escolhe a área que deseja corregistar, o mapa de cores que prefere visualizar e o nível de transparência. As Fig. 6.45 e 6.46 mostram variações relativamente à área corregistada e ao mapa de cores usado na fusão.

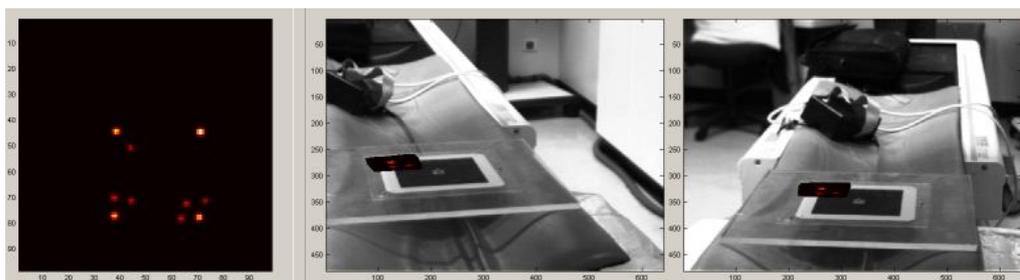


Fig. 6.45 – Fusão entre a imagem do alvo de calibração obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito). Para a fusão foi escolhida a área referente a apenas uma marca fiducial.

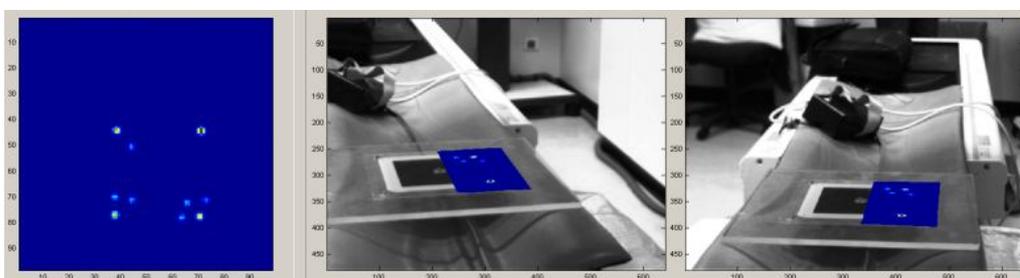


Fig. 6.46 – Fusão entre a imagem do alvo de calibração obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito). Para a fusão foi escolhida a área referente a duas marcas fiduciais e foi escolhido outro mapa de cores.

Sobre o fantoma de Jaszczak também realizámos fusão de imagem cujos resultados se apresentam seguidamente. Na Fig. 6.47 é mostrado um exemplo de fusão no qual o nível de transparência da imagem vídeo total (100%) pelo que a imagem da câmara gama se sobrepõe completamente. Foram delimitados apenas dois sectores correspondentes aos maiores cilindros do fantoma.

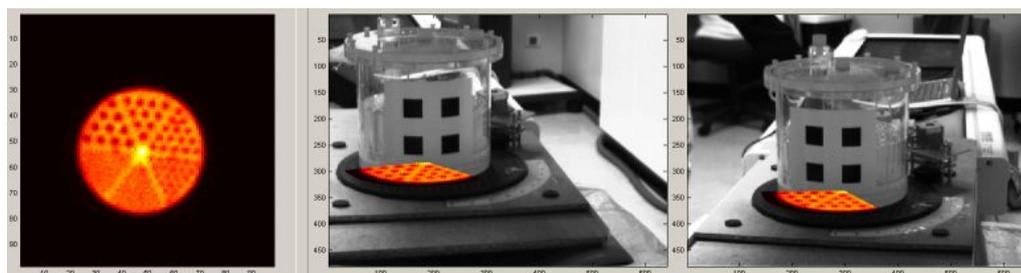


Fig. 6.47 – Fusão entre a imagem do fantoma de Jaszczak obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito). Na fusão foi definido o nível de transparência da imagens vídeo como 100%.

Diminuindo-se o nível de transparência é possível visualizar maiores áreas com percepção de profundidade (Fig. 6.48).



Fig. 6.48 – Fusão entre a imagem do fantoma de Jaszczak obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito). Na fusão foi definido o nível de transparência da imagens vídeo de 80%.

O registo e a conseqüente fusão das imagens permite uma localização relativa das áreas observadas na imagem de medicina nuclear que de outra forma seria mais difícil.

Outro ensaio, neste campo, que realizámos envolveu o uso de um fantoma antropomórfico do cérebro (*striatal phantom*).

As imagens obtidas são mostradas na Fig. 6.49.

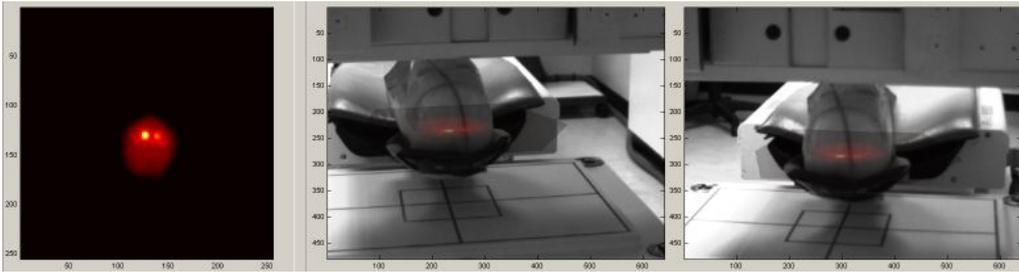


Fig. 6.49 – Fusão entre a imagem do fantoma antropomórfico dos gânglios da base obtida pela câmara gama (à esquerda) e as imagens das duas câmaras de vídeo (do lado direito). Na fusão foi definido o nível de transparência da imagens vídeo de 75%.

Para uma imagem tomográfica seria possível a definição de superfícies ou de planos ortogonais entre si, o que aumentaria a percepção de profundidade e de localização das estruturas visíveis na imagem da câmara gama.



# Capítulo 7

## 7. Discussão final e conclusões

No presente capítulo apresentam-se as considerações finais sobre o trabalho desenvolvido. É efectuada uma crítica global dos resultados obtidos e são retiradas algumas conclusões.

São também apontadas directrizes e pontos de atenção que podem ser desenvolvidos no futuro.

### 7.1. Determinação da pose da câmara

Um dos primeiros aspectos que ressalta do desenvolvimento do algoritmo de determinação da posição da câmara de vídeo é a sua pertinência. Na verdade, a maioria dos algoritmos que aborda este problema baseia-se num grande número de pontos da imagem e não são orientados para a situação mínima de dados, como é o caso do algoritmo desenvolvido neste trabalho. Por outro lado, os métodos disponíveis de forma livre na Internet caem na categoria anterior, i.e., utilizam um grande número de pontos, pelo que haveria sempre a necessidade de implementar este ou outro algoritmo capaz de lidar com uma situação em que fossem utilizados poucos pontos de referência, uma vez que se pretendia minimizar o número de fontes radioactivas. O facto de ter sido desenvolvido um algoritmo específico tem a

vantagem de o poder tornar mais controlável. Este desenvolvimento proporcionou também uma nova interpretação geométrica do problema que permitiu derivar uma nova formulação do mesmo.

Apesar dos resultados apontarem para um desempenho satisfatório quando se utilizam dados reais, verifica-se, em simulação, que por vezes os desvios são consideráveis. Uma análise mais pormenorizada a estas situações, que não se verificam para dados reais, permitiu aferir que as mesmas acontecem quando os pontos na imagem são quase colineares entre si. Note-se a este respeito que as poses da câmara foram geradas aleatoriamente e não houve a preocupação de excluir possíveis situações de colinearidade onde se esperava que o algoritmo falhasse – tal como falhariam os algoritmos alternativos baseados no mesmo número de pontos. Já no caso real estas situações são automaticamente filtradas na medida em que não são admitidas imagens em que haja colinearidade dos pontos de referência.

A comparação da posição da câmara e da orientação entre o algoritmo proposto e outro disponível na Internet não permite aferir de forma absoluta a acuidade do algoritmo proposto uma vez que se desconhece, também de forma absoluta, os desvios do método usado para comparação. A forma de medir de forma absoluta passaria pelo uso de um transdutor de posição e orientação para aferir a posição do centro de projecção da câmara e comparar esse valor com o calculado pelo algoritmo proposto. A dificuldade de tal procedimento reside, no entanto, na própria localização do centro de projecção. Ainda assim, adoptando um método diferencial e um transdutor de posição e orientação poder-se-ia avaliar melhor o desempenho absoluto do algoritmo. É nossa intenção realizar tais medidas recorrendo a um braço robotizado como forma de medir a posição e orientação da câmara.

O algoritmo proposto acrescenta aos métodos existentes uma nova formulação matemática baseada em toróides. Esta nova formulação tem duas

implicações interessantes no problema: por um lado, reduz a apenas duas as variáveis para a determinação da posição e, por outro, representando estas duas variáveis ângulos que permitem confinar a região do espaço onde se encontra a solução, a procura desta fica facilitada.

Um dos aspectos mais frágeis do algoritmo assenta no facto de ao utilizar-se apenas um toróide para redefinir as variáveis, não se utilizarem todos os dados disponíveis e portanto, poder ser mais afectado pelo ruído do que se se utilizassem todos os dados disponíveis. Note-se que a definição de um toróide assenta em apenas dois pontos de referência pelo que utilizando-se apenas um toróide não se aproveita completamente a informação que os outros pontos encerram. Esta fragilidade pode, contudo, ser superada se ao longo das iterações forem sendo utilizados diversos toróides.

## **7.2. Determinação de posições por visão estéreo**

A detecção do movimento assenta na determinação de pontos no referencial de laboratório em diferentes instantes de tempo. A análise nos diferentes tempos das posições dos pontos permite então calcular o movimento. Por conseguinte, a avaliação da correcção na determinação das posições a partir do sistema estéreo das câmaras constitui um passo fundamental na caracterização do sistema de detecção do movimento.

Para o erro na determinação dos pontos pelo sistema estéreo concorrem várias fontes de imprecisões, nomeadamente a determinação dos parâmetros intrínsecos das câmaras e o cálculo da pose das mesmas. No que se refere aos parâmetros intrínsecos, saliente-se o facto de não se ter tido em conta a eventual distorção das lentes e, por isso, não ter sido adoptado nenhum modelo de correcção das mesmas. A opção de não incluir nenhum modelo de distorção das lentes tornou mais simples tanto o algoritmo de determinação da pose das câmaras como o cálculo das posições dos

pontos. Contudo, não foi corrigido um possível erro sistemático que é, pelo menos, uma componente do erro verificado na análise da determinação das posições dos pontos (cf. 6.2).

Detectámos outras causas para o nível e dispersão do erro na determinação das posições de pontos. Uma delas encontra-se associada ao próprio algoritmo e relaciona-se com a determinação dos pontos nas imagens. Apesar de baseado num algoritmo de detecção de cantos observámos que o mesmo apresenta um certo grau de dependência da estimativa inicial, pelo que o ponto detectado pode variar ligeiramente entre dois ensaios consecutivos. Apesar desta observação, a disparidade de caso para caso era muito pequena e sempre a nível subpixel. Não foi avaliada a influência deste erro na determinação da posição, pelo que não podemos especular sobre a importância deste factor.

Outro factor de erro é a própria construção do alvo tridimensional (Fig. 5.11) que após análise cuidada demonstrou que a ortogonalidade entre as faces não estava completamente assegurada apresentando um desvio de cerca de  $0,2^\circ$ . Este erro sistemático tem impacto na determinação da posição dos pontos, de forma diferente consoante a posição dos mesmos: os mais prejudicados são os pontos que se encontram mais afastados das arestas definidas pelas três faces. Aliás, foi possível comprovar esta característica por observação dos resultados. Para além deste facto, também se apurou que alguns quadrados não se encontravam completamente justapostos entre si pelo que havia erros de algumas centésimas de milímetro. A falha na justaposição dos quadrados deve-se à forma de manufactura do alvo em que foram impressos os quadrados numa impressora (1600 dpi), recortadas as folhas impressas e coladas na estrutura em madeira. Este processo, gerou ainda outra fonte de erro, uma vez que nalguns pontos foi impossível garantir a aderência completa das folhas ficando ligeiramente levantadas ( $<1\text{mm}$ ).

Apesar da determinação da posição apresentar cerca de 2,5 mm de erro a posterior detecção de movimentos e a sua aplicação no algoritmo de correcção foi eficaz. Uma das explicações reside na própria resolução da câmara gama, que é cerca de 8 mm ou seja, superior ao eventual erro cometido. Outra explicação é que o movimento é determinado de forma relativa pelo que os erros sistemáticos podem encontrar-se diminuídos.

### **7.3. Correção de movimentos**

Após análise dos diversos resultados obtidos para o algoritmo de correcção de movimentos é possível afirmar que este é eficaz em diversas situações sendo o seu desempenho afectado sobretudo pela relação sinal/ruído e bastante menos pelo tipo de movimento verificado.

Os resultados relativos ao movimento real designado por “inclinação” permitem concluir que pequenos movimentos têm pouco impacto na imagem final e que o algoritmo não introduz artefactos perceptíveis nas imagens.

Já a conjugação dos resultados obtidos pela simulação e pelos ensaios reais para o algoritmo de correcção permitem fazer outro tipo de análise ao desempenho do mesmo. Por um lado, verificámos por simulação que o algoritmo é eficaz para vários tipos de movimento e que também é robusto para diversos níveis de contagens, ou seja, para diversos valores da relação sinal ruído. Na verdade, observou-se na simulação que quanto melhor fosse a relação sinal ruído, melhor seria o desempenho do algoritmo. Contudo, para as situações reais não se confirmou o mesmo. Constatou-se que quando o número de contagens é reduzido (elevado ruído estatístico) o algoritmo não era eficiente. Uma das grandes diferenças entre a simulação e a situação real assenta no facto de não ter sido simulado o efeito de esborratamento (*blurring*) e, também, não ter sido implementado no algoritmo de correcção um modelo de esborratamento. A simulação do esborratamento faria com que

os resultados da simulação se aproximassem mais dos reais e poder-se-ia constatar melhor as limitações do método de correcção. Ainda assim, é possível verificar que com o método proposto não é possível diminuir muito os intervalos de aquisição pois isso implicaria uma perda da relação sinal/ruído o que, como vimos, condicionaria o próprio algoritmo. Talvez a inclusão de um modelo de esborratamento no método de correcção possa contornar este aspecto ou, pelo menos, diminuir o limite temporal da aquisição entre *frames*.

O tempo de processamento que o método envolve é muito elevado, o que se deve sobretudo à sua falta de optimização. No presente trabalho não houve a preocupação de optimizar o algoritmo em dois aspectos particulares: o número de pontos usado na matriz sistema e o código fonte do algoritmo. Relativamente ao primeiro aspecto verificou-se que existe margem para diminuir o número de pontos, na medida em que, nos resultados para o segundo grupo de ensaios reais (Figs. 6.35 a 6.42) as imagens obtidas pelas matrizes de baixa e alta densidade se assemelham entre si. Este elemento tem uma grande influência no tempo de cálculo, como foi descrito anteriormente (cf. 5.3.1.), pelo que a sua optimização é essencial para a redução deste tempo. O algoritmo foi implementado em Matlab®, que é uma linguagem interpretada e que torna os algoritmos particularmente lentos quando se utilizam ciclos “for” ou “while”. No método são utilizados ciclos quer no cálculo da matriz quer na correcção da imagem. É possível então usando outra linguagem (compilada) ou recorrendo a rotinas externas ao Matlab® reduzir o tempo de cálculo. Para além das possibilidades ao nível do software, existe sempre a hipótese do recurso a hardware mais poderoso, o qual se encontra cada vez com mais facilidade nos departamentos de medicina nuclear.

O cálculo da matriz, que não pode ser pré-calculada, constitui sem dúvida o passo mais lento do algoritmo de correcção de movimentos, no entanto existem possibilidades que permitem acelerar a sua determinação

como foi discutido anteriormente. A morosidade do cálculo reside no facto de ser usado um método numérico baseado em pontos. A existência de uma solução analítica garantiria uma rapidez muito superior, porém anularia a versatilidade associada ao cálculo, que permite a sua aplicação directa a movimentos que incluam deformação. Uma das vantagens do algoritmo de correcção proposto é exactamente a sua capacidade de adaptação a qualquer tipo de movimento, bastando para isso a determinação da matriz sistema adequada, a qual também é possível determinar da forma proposta para qualquer tipo de movimento. Por conseguinte, desde que seja possível detectar e descrever um movimento não rígido, o algoritmo de correcção pode ser aplicado sem ser necessário introduzir nenhuma alteração.

Começam a surgir na literatura modelos que relacionam movimentos externos com os movimentos internos dos órgãos, fundamentalmente associados aos movimentos respiratórios os quais, por motivos óbvios, interessa corrigir. O método de correcção desenvolvido pode então aproveitar este conhecimento e ser utilizado directamente na correcção de movimentos respiratórios, para além dos movimentos rígidos dos pacientes.

A correcção em tomografia é também possível com o algoritmo proposto. Do ponto de vista da informação disponível é até desejável, uma vez que, quando se efectua correcção de movimento de rotação em torno de eixos coplanares ao plano da imagem se efectuam estimativas pressupondo-se que existe uniformidade do objecto ao longo do eixo perpendicular ao plano de aquisição. A tomografia permitiria resolver essas estimativas contribuindo dessa forma para a melhoria do resultado final. Note-se a este propósito que os resultados indicam que, se existe um tipo de movimento onde a probabilidade de malogro é maior, é exactamente o da rotação em torno de eixos coplanares ao plano da imagem.

Superadas as dificuldades inerentes ao tempo de cálculo, a aplicação na clínica deste método não apresenta constrangimentos excessivos. Existe a necessidade de aplicação de duas ou mais câmaras vídeo em local apropriado (e.g. fixas a uma parede), mas que pela dimensão das mesmas<sup>1</sup> não constitui transtorno à passagem de qualquer equipamento. Os protocolos de aquisição podem ter de ser ligeiramente alterados por forma a acomodarem aquisições dinâmicas ou *gating*. E, finalmente, pode haver a necessidade de fixar um alvo apropriado ao paciente. Uma vez instalado o sistema, só existe a necessidade de efectuar uma calibração, a qual pode/deve ser repetida no controlo da qualidade.

Uma das possibilidades permitida pelo algoritmo, mas que não foi explorada neste projecto, é a de melhorar a resolução das imagens através de super-resolução [50][52]. A inclusão desta técnica é directa e implica apenas uma redefinição da matriz sistema no número de linhas de projecção da imagem a reconstruir. No entanto, o bom desempenho para a situação real depende da inclusão do modelo de esborratamento já anteriormente referido. A super-resolução permitiria passar de uma situação em que o movimento é um factor de degradação da imagem para um factor de melhoria da resolução da mesma.

Outro objectivo mais ambicioso mas com uma probabilidade de fracasso superior é a tentativa de reconstrução 3D a partir das projecções adquiridas em diferentes ângulos. O movimento é equivalente à aquisição a partir de vistas diferentes, embora limitada em termos angulares. A aplicação de técnicas de *compressive sensing* [48][49] que utilizam uma quantidade de dados inferior ao número de incógnitas é um caminho possível e atractivo para intentar este tipo de reconstrução.

---

<sup>1</sup> A dimensão das câmaras usadas no projecto é aproximadamente de 75x30x30 mm, menor do que o rato de um computador, portanto.

## 7.4. Corregisto

No presente trabalho são apresentados alguns exemplos de corregisto e fusão entre cintigrafias e imagens de vídeo. Porém, não foi efectuado um estudo quantitativo sobre os eventuais desvios entre os dois tipos de imagens. As possíveis causas de erro, no entanto, são facilmente identificáveis. A precisão na construção do alvo de calibração do sistema (Fig. 5.21), a forma de detecção das marcas fiduciais nas imagens de vídeo e da câmara gama constituem as fontes de erro para o corregisto.

A filosofia utilizada no corregisto não é usual, uma vez que o mapeamento é feito de forma independente das imagens, isto é, determina-se a transformação entre dois espaços que é posteriormente aplicada “de forma cega” às imagens. Uma vez determinado o mapa que transforma as coordenadas da câmara gama nas imagens de vídeo, não é necessário proceder a novos cálculos de corregisto. Basta, simplesmente, aplicar às imagens adquiridas pela câmara gama e pelas câmaras vídeos a referida transformada.

A forma de executar o corregisto permite que ele seja realizado entre sistemas de imagem distintos, permitindo alinhamentos sucessivos. Esta capacidade pode facilitar o corregisto entre modalidades de imagem distintas e entre tempos diferentes, desde que o sistema de câmaras de vídeo se encontre implementado.

O possível interesse clínico desta técnica reside na possibilidade de localização relativamente à superfície externa das áreas “quentes” detectadas pelas imagens de medicina nuclear. Além de que torna uma eventual reconstrução com superfície externa muito mais realista do que as actualmente existentes.



# Anexo A

## Transformada de Radon

A transformada de Radon foi desenvolvida pelo matemático austríaco Johann Radon, em 1917.

A transformada de Radon,  $\mathfrak{R}(m,b)$ , de uma função bidimensional,  $f(x,y)$ , é o conjunto dos integrais de linha que tem declive  $m$  e ordenada na origem  $b$  (com  $m$  e  $b$  quaisquer).

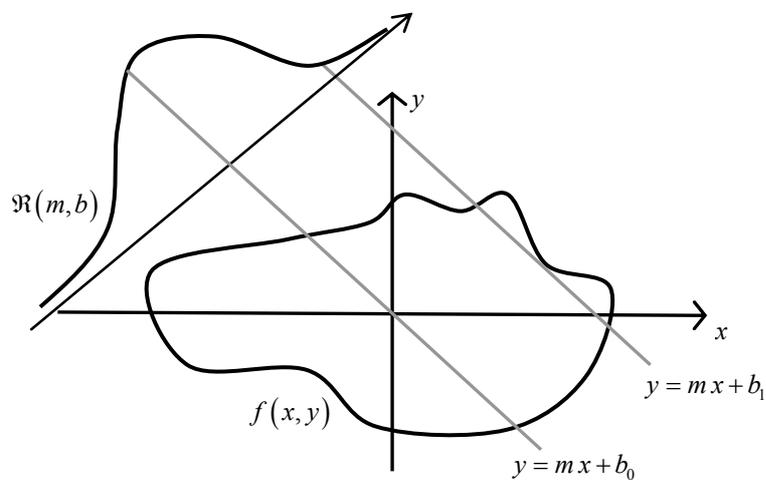


Fig. A.1 – A transformada de Radon da função  $f(x,y)$  é o conjunto dos integrais de linha sobre as rectas cuja equação reduzida é  $y = mx + b$ .

Algebricamente tem-se:

$$\mathfrak{R}(m,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, mx+b) dx, \quad (\text{A.1})$$

fazendo uso da função delta de Dirac, a Eq. A.1 pode reescrever-se sob a forma:

$$\mathfrak{R}(m,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \delta(y - (mx+b)) dx dy. \quad (\text{A.2})$$

A forma mais habitual em reconstrução de imagem de apresentar a transformada de Radon é:

$$\mathfrak{R}(r,\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \delta(r - (x \cos \alpha + y \sin \alpha)) dx dy \quad (\text{A.3})$$

em que  $r$  é a distância desde a origem a uma recta e  $\alpha$  é o ângulo do vector distância (Fig. A.2).

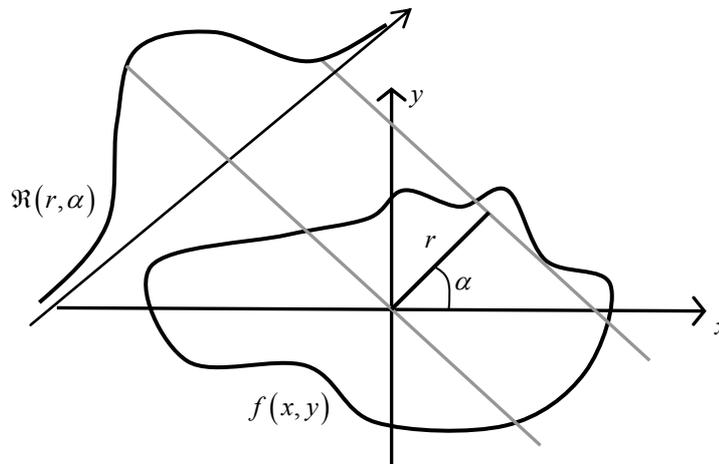


Fig. A.2 – A transformada de Radon da função  $f(x,y)$  é conjunto dos integrais de linha sobre as rectas cuja distância à origem é  $r$  e cujo vector unitário,  $\hat{n}$ , perpendicular à mesma é dado por  $\hat{n} = [\cos \alpha, \sin \alpha]^T$ .

Um dos aspectos mais importantes deste tema para o problema da reconstrução é que Johann Radon demonstrou que conhecida na totalidade a transformada de Radon para todos os ângulos é possível determinar a função que lhe deu origem [195].

O inverso da transformada de Radon é tal que a partir do conhecimento da transformada de Radon para todos os ângulos é possível determinar a função  $f(x, y)$  que lhe deu origem. Assim, para um dado ponto  $(x, y)$ , o valor da função  $f$  é a soma das contribuições da transformada de Radon para todos os ângulos:

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \mathfrak{R}(x \cos \alpha + y \sin \alpha, \alpha) d\alpha. \quad (\text{A.4})$$

A inversão pode também advir do Teorema da Secção Central, o qual estabelece que a transformada de Fourier a uma dimensão,  $\mathfrak{F}_1$ , da projecção segundo uma dada recta,  $p(\alpha)$ , da função bidimensional  $f(x, y)$  é igual à secção,  $c$ , que passa pela origem e é paralela à recta considerada, da transformada de Fourier a duas dimensões,  $\mathfrak{F}_2$ , da função bidimensional considerada.

Sem perda de generalidade vamos considerar a projecção segundo o eixo  $xx$ , pelo que teremos:

$$p(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy. \quad (\text{A.5})$$

Aplicando a transformada de Fourier a duas dimensões, à função  $f(x, y)$ , obtém-se:

$$\mathfrak{F}_2[f(x, y)] = F(w_x, w_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-2\pi i(xw_x + yw_y)} dx dy . \quad (\text{A.6})$$

O corte que passa pelo centro,

$$c(w_x, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-2\pi i(xw_x)} dx dy . \quad (\text{A.7})$$

Ou seja,

$$\begin{aligned} c(w_x, 0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy \right] e^{-2\pi i(xw_x)} dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) e^{-2\pi i(xw_x)} dx = . \\ &= \mathfrak{F}_1[p(x)] \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Se se pudesse assumir que os dados obtidos formavam um contínuo, a função  $f(x, y)$ , poderia ser obtida com recurso ao Teorema da Secção Central. A aplicação da transformada de Fourier a todas as projecções obtidas quando consideradas em conjunto corresponderiam à transformada de Fourier (bidimensional) da função considerada. Assim, a função poderia ser obtida directamente por aplicação da transformada inversa de Fourier ao conjunto de dados anterior. No entanto, uma vez que os dados não formam um contínuo, o conjunto das projecções após aplicação da transformada de Fourier não cobre todo o espaço, sendo necessário interpolar antes de aplicação da transformada inversa de Fourier. Outros métodos de reconstrução que conseguem de forma simples traduzir melhor as especificidades da aquisição acabaram por ser desenvolvidos e são correntemente mais aplicados à rotina clínica [31].

# Anexo B

## Gradiente e Hessiana na determinação da posição de uma câmara

A determinação da posição de uma câmara de vídeo foi efectuada com recurso à definição de uma função objectivo que foi minimizada pelo método de Newton. Neste anexo pretende-se apresentar as definições da função de custo, do gradiente e da Hessiana envolvidos no método.

O método de Newton traduz-se matematicamente pela expressão:

$$X_{n+1} = X_n - \frac{\nabla f(X_n)}{\nabla^2 f(X_n)}, \quad (\text{B.1})$$

em que  $\nabla f$  representa o gradiente,  $\nabla^2 f$  a Hessiana,  $X_n$  representa o ponto relativo à iteração  $n$  e  $f$  é a função objectivo que se pretende minimizar.

A função objectivo que foi usada na determinação da posição de uma câmara é dada pela expressão:

$$f = \sum_{i \neq j} [k_{ij} - t_{ij}]^2 \quad i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N \quad (\text{B.2})$$

onde  $N$  é o número de pontos de referência usados na calibração,  $k_{ij}$  representa o cosseno do ângulo formado pela tríade de pontos que são as imagens dos pontos de referência  $i$  e  $j$  e o ponto principal,  $c$ . E  $t_{ij}$  é o cosseno do ângulo formado pela tríade de pontos que são os pontos de referência  $i$  e  $j$  e a posição do centro de projecção,  $P'_c$ . A Eq. B.2 pode ser reescrita de uma forma mais compacta, em função dos resíduos  $R_k$ :

$$f = \langle R_k, R_k \rangle \quad \text{com } R_k = k_{ij} - t_{ij}. \quad (\text{B.3})$$

A definição matemática de  $k_{ij}$  e  $t_{ij}$  é:

$$k_{ij} = \frac{\langle p'_i - c, p'_j - c \rangle}{\|p'_i - c\| \|p'_j - c\|}, \quad (\text{B.4})$$

$$t_{ij} = \frac{\langle p_i - P'_c, p_j - P'_c \rangle}{\|p_i - P'_c\| \|p_j - P'_c\|}, \quad (\text{B.5})$$

$p_i$  representa a posição do ponto de referência  $i$  e  $p'_i$  a posição da sua imagem.

Os valores  $k_{ij}$  são fixos ao invés dos valores  $t_{ij}$  que dependem da posição do centro de projecção,  $P'_c$ , o qual por sua vez é função dos ângulos de azimute  $\theta$  e de elevação  $\varphi$ .

Vem então que o gradiente,  $\nabla f$ , a Hessiana,  $\nabla^2 f$ , são definidos por:

$$\nabla f = \left[ \frac{\partial f}{\partial \theta} \quad \frac{\partial f}{\partial \varphi} \right]^T \quad (\text{B.6})$$

$$\nabla^2 f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial \theta \partial \varphi} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi \partial \theta} & \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

Podemos agora definir cada um dos termos do gradiente:

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = 2 \left\langle R_k, \frac{\partial R_k}{\partial \theta} \right\rangle, \quad (\text{B.8})$$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = 2 \left\langle R_k, \frac{\partial R_k}{\partial \varphi} \right\rangle. \quad (\text{B.9})$$

E os elementos da Hessiana virão:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} = 2 \left\langle \frac{\partial R_k}{\partial \theta}, \frac{\partial R_k}{\partial \theta} \right\rangle + 2 \left\langle R_k, \frac{\partial^2 R_k}{\partial \theta^2} \right\rangle, \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \theta \partial \varphi} = 2 \left\langle \frac{\partial R_k}{\partial \theta}, \frac{\partial R_k}{\partial \varphi} \right\rangle + 2 \left\langle R_k, \frac{\partial^2 R_k}{\partial \theta \partial \varphi} \right\rangle, \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} = 2 \left\langle \frac{\partial R_k}{\partial \varphi}, \frac{\partial R_k}{\partial \varphi} \right\rangle + 2 \left\langle R_k, \frac{\partial^2 R_k}{\partial \varphi^2} \right\rangle, \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi \partial \theta} = 2 \left\langle \frac{\partial R_k}{\partial \varphi}, \frac{\partial R_k}{\partial \theta} \right\rangle + 2 \left\langle R_k, \frac{\partial^2 R_k}{\partial \varphi \partial \theta} \right\rangle. \quad (\text{B.13})$$

Precisamos agora de definir as derivadas dos resíduos,  $R_k$ . Antes, contudo, consideremos as seguintes variáveis auxiliares:

$$T_1 = \frac{\left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta}, P_j - P'_c \right\rangle}{\|P_i - P'_c\| \|P_j - P'_c\|} \quad (\text{B.14})$$

$$T_2 = \frac{\left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta} \right\rangle}{\|P_i - P'_c\| \|P_j - P'_c\|} \quad (\text{B.15})$$

$$P_1 = \frac{\left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi}, P_j - P'_c \right\rangle}{\|P_i - P'_c\| \|P_j - P'_c\|} \quad (\text{B.16})$$

$$P_2 = \frac{\left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi} \right\rangle}{\|P_i - P'_c\| \|P_j - P'_c\|} \quad (\text{B.17})$$

$$K_1 = 1 - \frac{\left\langle P_i - P'_c, P_j - P'_c \right\rangle}{\left\langle P_j - P'_c, P_j - P'_c \right\rangle} \quad (\text{B.18})$$

$$K_2 = 1 - \frac{\left\langle P_i - P'_c, P_j - P'_c \right\rangle}{\left\langle P_i - P'_c, P_i - P'_c \right\rangle} \quad (\text{B.19})$$

Usando então as variáveis auxiliares (B.14 a B19) fica mais fácil escrever as primeiras derivadas dos resíduos. Assim, vem:

$$\frac{\partial R_k}{\partial \theta} = T_1 K_1 + T_2 K_2 \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{\partial R_k}{\partial \varphi} = P_1 K_1 + P_2 K_2 \quad (\text{B.21})$$

As segundas derivadas são agora directas:

$$\frac{\partial^2 R_k}{\partial \theta^2} = \frac{\partial T_1}{\partial \theta} K_1 + T_1 \frac{\partial K_1}{\partial \theta} + \frac{\partial T_2}{\partial \theta} K_2 + T_2 \frac{\partial K_2}{\partial \theta} \quad (\text{B.22})$$

$$\frac{\partial^2 R_k}{\partial \varphi^2} = \frac{\partial P_1}{\partial \varphi} K_1 + P_1 \frac{\partial K_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial P_2}{\partial \varphi} K_2 + P_2 \frac{\partial K_2}{\partial \varphi} \quad (\text{B.23})$$

$$\frac{\partial^2 R_k}{\partial \varphi \partial \theta} = \frac{\partial T_1}{\partial \varphi} K_1 + T_1 \frac{\partial K_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial T_2}{\partial \varphi} K_2 + T_2 \frac{\partial K_2}{\partial \varphi} \quad (\text{B.24})$$

$$\frac{\partial^2 R_k}{\partial \theta \partial \varphi} = \frac{\partial P_1}{\partial \theta} K_1 + P_1 \frac{\partial K_1}{\partial \theta} + \frac{\partial P_2}{\partial \theta} K_2 + P_2 \frac{\partial K_2}{\partial \theta} \quad (\text{B.25})$$

Falta, agora, definir as derivadas das variáveis auxiliares:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \theta} = \frac{\left\langle -\frac{\partial^2 P'_c}{\partial \theta^2}, P_j - P'_c \right\rangle + \left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta}, -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta_c} \right\rangle - \left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta}, P_j - P'_c \right\rangle \left[ \frac{\left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta} \right\rangle}{\left\langle P_i - P'_c, P_i - P'_c \right\rangle} + \frac{\left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta}, P_j - P'_c \right\rangle}{\left\langle P_j - P'_c, P_j - P'_c \right\rangle} \right]}{\|P_i - P'_c\| \|P_j - P'_c\|}$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \theta} = \frac{\left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial^2 P'_c}{\partial \theta^2} \right\rangle + \left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta}, -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta_c} \right\rangle - \left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta_c} \right\rangle \left[ \frac{\left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta} \right\rangle}{\left\langle P_i - P'_c, P_i - P'_c \right\rangle} + \frac{\left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta}, P_j - P'_c \right\rangle}{\left\langle P_j - P'_c, P_j - P'_c \right\rangle} \right]}{\|P_i - P'_c\| \|P_j - P'_c\|}$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial \varphi} = \frac{\left\langle -\frac{\partial^2 P'_c}{\partial \varphi \partial \theta}, P_j - P'_c \right\rangle + \left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta}, -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi_c} \right\rangle - \left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta}, P_j - P'_c \right\rangle \left[ \frac{\left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi} \right\rangle}{\left\langle P_i - P'_c, P_i - P'_c \right\rangle} + \frac{\left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi}, P_j - P'_c \right\rangle}{\left\langle P_j - P'_c, P_j - P'_c \right\rangle} \right]}{\|P_i - P'_c\| \|P_j - P'_c\|}$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \varphi} = \frac{\left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial^2 P'_c}{\partial \varphi \partial \theta} \right\rangle + \left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \theta}, -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi_c} \right\rangle - \left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi_c} \right\rangle \left[ \frac{\left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi} \right\rangle}{\left\langle P_i - P'_c, P_i - P'_c \right\rangle} + \frac{\left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi}, P_j - P'_c \right\rangle}{\left\langle P_j - P'_c, P_j - P'_c \right\rangle} \right]}{\|P_i - P'_c\| \|P_j - P'_c\|}$$



$$\frac{\partial K_2}{\partial \theta} = \frac{-\langle P_i - P'_c, P_i - P'_c \rangle \left[ \left\langle -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi}, P_j - P'_c \right\rangle + \left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi} \right\rangle \right] - 2 \langle P_i - P'_c, P_j - P'_c \rangle \left\langle P_i - P'_c, -\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi} \right\rangle}{\langle P_i - P'_c, P_i - P'_c \rangle^2}$$

E, finalmente, as primeiras e segundas derivadas da posição do centro de projecção,  $P'_c$ . Antes, porém, recordemos a definição da posição do centro de projecção:

$$P'_c = R \left[ (c + a \cos \varphi) \cos \theta; (c + a \cos \varphi) \sin \theta; a \sin \varphi \right]^T + T \quad (\text{B.26})$$

em que  $R$  e  $T$  são a matriz rotação e o vector translação que reorientam segundo os pontos de referência. Os parâmetros  $a$  e  $c$  caracterizam o toróide. Temos então as derivadas:

$$\frac{\partial P'_c}{\partial \theta} = R \left[ -(c + a \cos \varphi) \sin \theta; (c + a \cos \varphi) \cos \theta; 0 \right]^T \quad (\text{B.27})$$

$$\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi} = R \left[ -a \sin \varphi \cos \theta; -a \sin \varphi \sin \theta; a \cos \varphi \right]^T \quad (\text{B.28})$$

$$\frac{\partial^2 P'_c}{\partial \theta^2} = R \left[ -(c + a \cos \varphi) \cos \theta; -(c + a \cos \varphi) \sin \theta; 0 \right]^T \quad (\text{B.29})$$

$$\frac{\partial^2 P'_c}{\partial \varphi^2} = R \left[ -a \cos \varphi \cos \theta; -a \cos \varphi \sin \theta; -a \sin \varphi \right]^T \quad (\text{B.30})$$

$$\frac{\partial P'_c}{\partial \varphi \partial \theta} = R \left[ a \sin \varphi \sin \theta; -a \sin \varphi \cos \theta; 0 \right]^T \quad (\text{B.31})$$

$$\frac{\partial P'_c}{\partial \theta \partial \varphi} = R \left[ a \sin \varphi \sin \theta; -a \sin \varphi \cos \theta; 0 \right]^T \quad (\text{B.32})$$

Adoptou-se nesta dedução um formalismo baseado no produto interno,  $\langle \rangle$ , por facilidade e simplificação das expressões. Foram deduzidas as regras de derivação para os operadores produto interno e norma de um vector o que facilitou ainda mais as operações.

A partir das equações apresentada é possível construir o algoritmo de optimização usado na determinação da posição da câmara.

# Bibliografia

- [1] [http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Photomultiplier\\_schema\\_de.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Photomultiplier_schema_de.png) (consultado em Abril 2008).
- [2] <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html> (consultado em Abril 2008).
- [3] <http://www.dspguide.com/ch25/5.htm> (consultado em Abril 2008).
- [4] <http://www.dspguide.com/ch25/5.htm> (consultado em Abril 2008).
- [5] <http://www.milabs.com/> (consultado em Setembro de 2008).
- [6] Y. I. Abdel-Aziz, H. M. Karara. Direct linear transformation into object space coordinates in close-range photogrammetry. Proc.Symp.Close-Range Photogrammetr, 1-18, 1971.
- [7] Manual of Photogrammetry. American Society of Photogrammetry, 37-101, 1980.
- [8] R. Tsai, T. Huang. Uniqueness and estimation of three-dimensional motion parameters of a rigid planar patch from three perspective views. Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '82, (7), 834-838, 1982.
- [9] J. Heikkila, O. Silvén. A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction, Proc.IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, (1) , 1106--1112, 1996.
- [10] F. Remondino, C. Fraser. Digital Camera Calibrations Methods: Considerations and Comparisons. ISPRS Commission V Symposium 'Image Engineering and Vision Metrology', XXXVI, 266-272, 2006..
- [11] L. G. Zeng, J. R. Galt, M. N. Wernick, R. A. Mintzer, J. N. Aarsvold. Single-Photon Emission Computed Tomography. . In Wernick M. N.,

- Aarsvold J. N., eds. Emission Tomography: The fundamentals of PET and SPECT, Elsevier, 127-150, 2004.
- [12] M. I. Prata, A. Abrunhosa. Radiofármacos: desenvolvimento e principais aplicações. In J. J. P. Lima ed. Física em Medicina Nuclear: Temas e Aplicações. Imprensa da Universidade de Coimbra, 119-151, 2008.
- [13] P. D. Acton, P. D. Mozley. Single photon emission tomography imaging in parkinsonian disorders: a review. *Behav Neurol*, (12),11–27, 2000.
- [14] A. De Agostini, R. Moretti, S. Belletti, G. Maira, G. C. Magri, M. Bestagno. A motion correction algorithm for an image realignment programme useful for sequential radionuclide renography. *Eur J Nucl Med*, (7), 476–483, 1992.
- [15] J. L. Andersson, A. Sundin, S. Valind. A method for coregistration of PET and MR brain images. *J Nucl Med*, 36(7):1307–1315, Jul 1995.
- [16] H. O. Anger. Scintillation camera with multichannel collimators. *J Nucl Med*, (5) 515–531, Jul 1964.
- [17] A. Antonini, R. DeNotaris. PET and SPECT functional imaging in Parkinson's disease. *Sleep Med*, 5(2) 201–206, Mar 2004.
- [18] K. S. Arun, T. S. Huang, S. D. Blostein. Least-squares fitting of two 3-d point sets. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 9(5) 698–700, 1987.
- [19] J. Ashburner, K. J. Friston. Nonlinear spatial normalization using basis functions. *Human Brain Mapping*, 7(4) 254–266, 1999.
- [20] N. H. Baimel, M. J. Bronskill. Optimization of analog-circuit motion correction for liver scintigraphy. *J Nucl Med*, 19(9) 1059–1066, Sep 1978.
- [21] R. Bajcsy, S. Kovacic. Multiresolution elastic matching. *Comput. Vision Graph. Image Process.*, 46(1) 1–21, 1989.
- [22] J. M. Balter, R. K. T. Haken, T. S. Lawrence, K. L. Lam, J. M. Robertson. Uncertainties in CT-based radiation therapy treatment planning associated with patient breathing. *Int J Radiat Oncol Biol Phys*, 36(1) 167–174, Aug 1996.
- [23] R. Bar-Shalom, N. Yefremov, L. Guralnik, D. Gaitini, A. Frenkel, A. Kuten, H. Altman, Z. Keidar, O. Israel. Clinical performance of PET/CT

- in evaluation of cancer: additional value for diagnostic imaging and patient management. *J Nucl Med*, 44(8) 1200–1209, Aug 2003.
- [24] D. C. Barber, W. B. Tindale, E. Hunt, A. Mayes, H. J. Sagar. Automatic registration of SPECT images as an alternative to immobilization in neuroactivation studies. *Phys Med Biol*, 40(3) 449–463, Mar 1995.
- [25] H. Barthel, U. Müller, T. Wächter, P. Slomka, C. Dannenberg, T. Murai, T. Kahn, P. Georgi. Multimodal SPECT and MRT imaging data analysis for an improvement in the diagnosis of idiopathic Parkinson's syndrome. *Radiology*, 40(10) 863–869, Oct 2000.
- [26] A. Berberan. Elementos de fotogrametria, 1-9, 2003.
- [27] T. Beyer, D. W. Townsend, T. M. Blodgett. Dual-modality PET/CT tomography for clinical oncology. *Q J Nucl Med*, 46(1) 24–34, Mar 2002.
- [28] T. Beyer, D. W. Townsend, T. Brun, P. E. Kinahan, M. Charron, R. Roddy, J. Jerin, J. Young, L. Byars, R. Nutt. A combined PET/CT scanner for clinical oncology. *J Nucl Med*, 41(8) 1369–1379, Aug 2000.
- [29] H. Zaidi, B. F. Hutton, J. Nuyts. Analytic Image Reconstruction Methods in Emission Computed Tomography. In H. Zaidi ed. *Quantitative Analysis in Nuclear Medicine Imaging*. Springer, 82-105, 2006.
- [30] P. M Bloomfield, T. J Spinks, J. Reed, L. Schnorr, A. M Westrip, L. Livieratos, R. Fulton, T. Jones. The design and implementation of a motion correction scheme for neurological PET. *Phys Med Biol*, 48(8) 959–978, Apr 2003.
- [31] E. C. Frey, B. M. W. Tsui. Iterative Reconstruction Methods. In H. Zaidi ed. *Quantitative Analysis in Nuclear Medicine Imaging*. Springer, 107-139, 2006.
- [32] J. Booij, G. Tissingh, A. Winogrodzka, E. A. Royen. Imaging of the dopaminergic neurotransmission system using single-photon emission tomography and positron emission tomography in patients with parkinsonism. *Eur J Nucl Med*, 26(2) 171–182, Feb 1999.
- [33] E. H. Botvinick, Y. Y. Zhu, W. J. O'Connell, M. W. Dae. A quantitative assessment of patient motion and its effect on myocardial perfusion SPECT images. *J Nucl Med*, 34(2) 303–310, Feb 1993.

- [34] L. Boucher, S. Rodrigue, R. Lecomte, F. Bénard. Respiratory gating for 3-dimensional PET of the thorax: feasibility and initial results. *J Nucl Med*, 45(2) 214–219, Feb 2004.
- [35] J. Y. Bouguet. [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/), Dezembro 2008.
- [36] J. Y. Bouguet. Visual Methods for three-dimensional modelling. PhD thesis, 8-52, 1999.
- [37] J. Bradley, W. L Thorstad, S. Mutic, T. R Miller, F. Dehdashti, B. A Siegel, W. Bosch, R. J Bertrand. Impact of FDG-PET on radiation therapy volume delineation in non-small-cell lung cancer. *Int J Radiat Oncol Biol Phys*, 59(1) 78–86, May 2004.
- [38] T. Brücke, S. Djamshidian, G. Bencsits, W. Pirker, S. Asenbaum, I. Podreka. SPECT and PET imaging of the dopaminergic system in Parkinson's disease. *J Neurol*, 247 Suppl 4:IV/2–IV/7, Sep 2000.
- [39] B. H. Brinkmann, T. J. O'Brien, B. P. Mullan, M. K. O'Connor, R. A. Robb, E. L. So. Subtraction ictal SPECT coregistered to MRI for seizure focus localization in partial epilepsy. *Mayo Clin Proc*, 75(6) 615–624, Jun 2000.
- [40] A. J. Britten, F. Jamali, J. N. Gane, A. E. Joseph. Motion detection and correction using multi-rotation 180 degrees single-photon emission tomography for thallium myocardial imaging. *Eur J Nucl Med*, 25(11) 1524–1530, Nov 1998.
- [41] M. Bro-Nielsen, C. Gramkow. Fast fluid registration of medical images. In *Proceedings of the 4th International Conference on Visualization in Biomedical Computing*, 267–276, 1996.
- [42] D. C. Brown. Close-range camera calibration. *Photogrammetric Engineering*, 37(8) 855–866, 1971.
- [43] L. G. Brown. A survey of image registration techniques. *ACM Comput. Surv.*, 24(4) 325–376, 1992.
- [44] M. Z. Brown, D. Burschka, G. D. Hager. Advances in computational stereo. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(8) 993–1008, August 2003.
- [45] P. P. Bruyant. Analytic and iterative reconstruction algorithms in SPECT. *J Nucl Med*, 43(10) 1343–1358, Oct 2002.

- 
- [46] P. P. Bruyant, S. Nadella, M. A. Gennert, M. A. King. Quality control of the stereo calibration of a visual tracking system (VTS) for patient motion detection in SPECT. In IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record, (5) 2599–2602, 2005.
- [47] D. L. G. Hill, C. Studholme, D. J. Hawkes. Multi-resolution voxel similarity measures for MR-PET registration. In Proc. IPMI 95, 187–198, 1995.
- [48] E.J. Candes, J. Romberg, T. Tao. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. IEEE Transactions on Information Theory In Information Theory, 52(2) 489–509, 2006.
- [49] E. J. Candes, T. Tao. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?. IEEE Transactions on Information Theory, 52(12) 5406–5425, 2006.
- [50] F. J. Caramelo, G. Almeida, L. Mendes, N.C. Ferreira. Study of an iterative super-resolution algorithm and its feasibility in high-resolution animal imaging with low-resolution SPECT cameras. In IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record NSS '07, (6) 4452–4456, 2007.
- [51] F. J. Caramelo; N. C. Ferreira, L. Fazendeiro, C. Souto. Image reconstruction by sinogram decomposition into sinusoidal curves. In Proceedings of the 8th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine, 2005.
- [52] F. J. Caramelo, N. C. Ferreira. Impact of positioning errors on an iterative super-resolution algorithm for SPECT. In EANM'08 - . Annual Congress of the European Association of Nuclear Medicine, Munich, 2008.
- [53] N. C. Ferreira, P. Crespo, F. J. Caramelo , C. Guerreiro . Métodos de Imagem. In J. J. P. Lima ed. Física em Medicina Nuclear: Temas e Aplicações. Imprensa da Universidade de Coimbra, 243-360, 2008.
- [54] F. J. Caramelo , N. C. Ferreira , J. J. P. Lima. Camera pose determination based on 4 coplanar points using tori parameters. In Proc. of Visualization, Imaging, and Image Processing, Benidorm, 2005.

- [55] E. De Castro, C. Morandi. Registration of translated and rotated images using finite fourier transforms. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 9(5) 700–703, 1987.
- [56] V. Cerny. Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45(1) 41–51, January 1985.
- [57] L. T. Chang. A method for attenuation correction in radionuclide computed tomography. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 25(1) 638–643, 1978.
- [58] G. E. Christensen, R. D. Rabbitt, M. I. Miller. Deformable templates using large deformation kinematics. *IEEE Transactions on Image Processing*, 5(10) 1435–1447, 1996.
- [59] R. Claessens, J. Nuyts, S. Stroobants, P. Dupont, F. Maeswork. Non-rigid image registration for temporal subtraction of whole-body nuclear emission images. In *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, (5) 3173–3175, 2003.
- [60] T. A. Clarke, J. G. Fryer. The development of camera calibration methods and models. *Photogrammetric Record*, 16(91) 51–66, April 1998.
- [61] A. Collignon, F. Maes, D. Delaere, D. Vandermeulen, P. Suetens, G. Marchal. Automated multimodality image registration based on information theory. *Computational Imaging and Vision*, (3) 263–274, 1995.
- [62] A. Collignon, D. Vandermeulen, P. Suetens, G. Marchal. 3D multi-modality medical image registration using feature space clustering. In *Proceedings of the First International Conference on Computer Vision, Virtual Reality and Robotics in Medicine*, 195–204, 1995.
- [63] J. A. Cooper, P. H. Neumann, B. K. McCandless. Effect of patient motion on tomographic myocardial perfusion imaging. *J Nucl Med*, 33(8) 1566–1571, Aug 1992.
- [64] J. A. Cooper, P. H. Neumann, B. K. McCandless. Detection of patient motion during tomographic myocardial perfusion imaging. *J Nucl Med*, 34(8) 1341–1348, Aug 1993.

- [65] D. C. Costa, Z. Walker, R. W. H. Walker, F. R. G. Fontes. Dementia with Lewy bodies versus Alzheimer's disease: role of dopamine transporter imaging. *Mov Disord*, 18 Suppl 7 S34–S38, Oct 2003.
- [66] J. Declerck, J. Feldmar, M. L. Goris, F. Betting. Automatic registration and alignment on a template of cardiac stress and rest reoriented SPECT images. *IEEE Trans Med Imaging*, 16(6) 727–737, Dec 1997.
- [67] A. P. Dempster, N. M. Laird, D. B. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society*, 39(Series B) 1–38, 1977.
- [68] S. E. Derenzo, W. W. Moses, M. J. Weber, A. C. West. Methods for a systematic, comprehensive search for fast, heavy scintillator materials. In *Proceedings Materials Research Society Symposium*, (1348) 39–49, Lawrence Berkeley Lab, 1994.
- [69] U. R. Dhond, J. K. Aggarwal. Structure from stereo - a review. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, 19(6) 1489–1510, November 1989.
- [70] H. Dolezelova, P. Slampa, B. Ondrova, J. Gombosova, S. Sovadinova, T. Novotny, K. Bolcak, J. Ruzickova, L. Hynkova, M. Forbelska. The impact of PET with  $^{18}\text{F}$ FDG in radiotherapy treatment planning and in the prediction in patients with cervix carcinoma: results of pilot study. *Neoplasma*, 55(5) 437–441, 2008.
- [71] D. Driver, H. J. Dobbs. Improvements in radiotherapy practice: the impact of new imaging technologies. *Cancer Imaging*, 4(2) 142–150, 2004.
- [72] S. Eberl, I. Kanno, R. R. Fulton, A. Ryan, B. F. Hutton, M. J. Fulham. Automated interstudy image registration technique for SPECT and PET. *J Nucl Med*, 37(1) 137–145, Jan 1996.
- [73] R. Eisner, A. Churchwell, T. Noever, D. Nowak, K. Cloninger, D. Dunn, W. Carlson, J. Oates, J. Jones, D. Morris. Quantitative analysis of the tomographic Thallium-201 myocardial bullseye display: critical role of correcting for patient motion. *J Nucl Med*, 29(1) 91–97, Jan 1988.
- [74] R. L. Eisner, T. Noever, D. Nowak, W. Carlson, D. Dunn, J. Oates, K. Cloninger, H. A. Liberman, R. E. Patterson. Use of cross-correlation function to detect patient motion during SPECT imaging. *J Nucl Med*, 28(1) 97–101, Jan 1987.

- [75] V. B. Elings, C. B. Martin, I. G. Pollock, J. T. McClintock. Electronic device corrects for motion in gamma camera images. *J Nucl Med*, 15(1) 36–37, Jan 1974.
- [76] Y. E. Erdi, S. A. Nehmeh, T. Pan, A. Pevsner, K. E. Rosenzweig, G. Mageras, E. D Yorke, H. Schoder, W. Hsiao, O. D Squire, P. Vernon, J. B. Ashman, H. Mostafavi, S. M. Larson, J. L. Humm. The CT motion quantitation of lung lesions and its impact on PET-measured suvs. *J Nucl Med*, 45(8) 1287–1292, Aug 2004.
- [77] K. Eriksson, A. P. Astrom. Bijective image registration using thin-plate splines. *Pattern Recognition*, 18th International Conference on, (3) 798–801, 2006.
- [78] P. D. Fiore. Efficient linear solution of exterior orientation. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 23(2) 140–148, 2001.
- [79] M. A. Fischler, R. C. Bolles. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Commun. ACM*, 24(6) 381–395, June 1981.
- [80] J. Fitzgerald, P. G. Danias. Effect of motion on cardiac SPECT imaging: recognition and motion correction. *J Nucl Cardiol*, 8(6) 701–706, 2001.
- [81] J. S. Fleming. A technique for motion correction in dynamic scintigraphy. *Eur J Nucl Med*, 9(9) 397–402, 1984.
- [82] L. Freire, A. Roche, J. Mangin. What is the best similarity measure for motion correction of fMRI time series. *IEEE Trans. Med. Imag.* (21) 470–484, 2002.
- [83] J. Friedman, D. S. Berman, K. Van Train, E. V. Garcia, J. Bietendorf, F. Prigent, A. Rozanski, A. Waxman, J. Maddahi. Patient motion in Thallium-201 myocardial SPECT imaging: an easily identified frequent source of artifactual defect. *Clin Nucl Med*, 13(5) 321–324, May 1988.
- [84] J. Friedman, K. Train, J. Maddahi, A. Rozanski, F. Prigent, J. Bietendorf, A. Waxman, D. S. Berman. "upward creep" of the heart: a frequent source of false-positive reversible defects during Thallium-201 stress-redistribution SPECT. *J Nucl Med*, 30(10) 1718–1722, Oct 1989.
- [85] A. D. Fright, W. R. Linney. Registration of 3-D head surfaces using multiple landmarks. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 12(3) 515–520, Sep 1993.

- [86] K. J. Friston, J. Ashburner, C. Frith, J. B. Poline, J. D. Heather, R. S. J. Frackowiak. Spatial registration and normalization of images. *Human Brain Mapping*, (2) 165–189, 1995.
- [87] R. R. Fulton, B. F. Hutton, M. Braun, B. Ardekani, R. Larkin. Use of 3D reconstruction to correct for patient motion in SPECT. *Phys Med Biol*, 39(3) 563–574, Mar 1994.
- [88] R. R. Fulton, S. Eberl, S. R. Meikle, B. F. Hutton, M. Braun. A practical 3D tomographic method for correcting patient head motion in clinical SPECT. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 46(3) 667–672, 1999.
- [89] W. J. Geckle, T. L. Frank, J. M. Links, L. C. Becker. Correction for patient and organ movement in SPECT: application to exercise Thallium-201 cardiac imaging. *J Nucl Med*, 29(4) 441–450, Apr 1988.
- [90] M. A. Gennert, P. P. Bruyant, M. V. Narayanan, M.A. King. Assessing a system to detect patient motion in SPECT imaging using stereo optical cameras. In *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, (3) 1567–1570, 2002.
- [91] G. Germano, T. Chua, P. B. Kavanagh, H. Kiat, D. S. Berman. Detection and correction of patient motion in dynamic and static myocardial SPECT using a multi-detector camera. *J Nucl Med*, 34(8) 1349–1355, Aug 1993.
- [92] G. Germano, P. B. Kavanagh, H. Kiat, K. Train, D. S. Berman. Temporal image fractionation: rejection of motion artifacts in myocardial SPECT. *J Nucl Med*, 35(7) 1193–1197, Jul 1994.
- [93] J. S. Goddard, S. S. Gleason, M. J. Paulus, S. Majewski, V. Popov, M. Smith, A. Weisenberger, B. Welch, R. Wojcik. Real-time landmark-based unrestrained animal tracking system for motion-corrected PET/SPECT imaging. In *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, (3) 1534–1537, 2002.
- [94] G. W Goerres, E. Kamel, T. H. Heidelberg, M. R. Schwitter, C. Burger, G. K. Schulthess. PET-CT image co-registration in the thorax: influence of respiration. *Eur J Nucl Med Mol Imaging*, 29(3) 351–360, Mar 2002.
- [95] R. Gordon, R. Bender, G. T. Herman. Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography. *J Theor Biol*, 29(3) 471–481, Dec 1970.

- [96] A. Goshtasby. Registration of images with geometric distortions. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 26(1) 60–64, Jan 1988.
- [97] C. Greco, K. Rosenzweig, G. L. Cascini, O. Tamburrini. Current status of PET/CT for tumour volume definition in radiotherapy treatment planning for non-small cell lung cancer (NSCLC). *Lung Cancer*, 57(2) 125–134, Aug 2007.
- [98] A. L. Grosu, M. Piert, W. A Weber, B. Jeremic, M. Picchio, U. Schratzenstaller, F. B. Zimmermann, M. Schwaiger, M. Molls. Positron emission tomography for radiation treatment planning. *Strahlenther Onkol*, 181(8) 483–499, Aug 2005.
- [99] S. Gu, J. E. McNamara, J. Mitra, H. C. Gifford, K. Johnson, M. A. Gennert, M. A. King. Body deformation correction for SPECT imaging. In *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record NSS '07*, (4) 2708–2714, 2007.
- [100] J. Hajnal, N. Saeed, E. Soar, A. Oatridge, I. Young, G. Bydder. A registration and interpolation procedure for subvoxel matching of serially acquired MR images. *Journal of Computer Assisted Tomography*, 19(2) 289–296, 1998.
- [101] R. J. Hamilton, P. J. Sweeney, C. A. Pelizzari, F. Z. Yetkin, B. L. Holman, B. Garada, R. R. Weichselbaum, G. T. Chen. Functional imaging in treatment planning of brain lesions. *Int J Radiat Oncol Biol Phys*, 37(1) 181–188, Jan 1997.
- [102] R. M. Haralick, C. Lee, K. Ottenberg, M. Nolle. Analysis and solutions of the three point perspective pose estimation problem. *IEEE Computer Society Conference on In Computer Vision and Pattern Recognition, Proceedings - CVPR '91*, 592-598, 1991.
- [103] R. M. Haralick, C. N. Lee, K. Ottenberg, M. Nolle. Review and analysis of solutions of the 3-point perspective pose estimation problem. *International Journal of Computer Vision*, 13(3) 331–356, December 1994.
- [104] C. Harris, M. Stephens. A combined corner and edge detector. In *Proceedings of The Fourth Alvey Vision Conference*, 147-151, 1988.
- [105] J. Hartiala, J. Knuuti. Imaging of the heart by MRI and PET. *Ann Med*, 27(1) 35–45, Feb 1995.

- 
- [106] R. I. Hartley. In defense of the eight-point algorithm. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(6) 580–593, June 1997.
- [107] P. F. Hemler, T. Sumanaweera, P. A. Elsen, S. Napel, J. Adler. A system for multimodality image fusion. In *Proceedings IEEE Seventh Symposium on Computer-Based Medical Systems*, 335–340, Jun 1994.
- [108] S. Henn. A levenberg-marquardt scheme for nonlinear image registration. *BIT Numerical Mathematics*, 43(4) 743–759, 2003.
- [109] G. T. Herman, L. B. Meyer. Algebraic reconstruction techniques can be made computationally efficient [positron emission tomography application]. *IEEE Trans Med Imaging*, 12(3) 600–609, 1993.
- [110] C. K. Hoh, M. Dahlbom, G. Harris, Y. Choi, R. A. Hawkins, M. E. Phelps, J. Maddahi. Automated iterative three-dimensional registration of positron emission tomography images. *J Nucl Med*, 34(11) 2009–2018, Nov 1993.
- [111] M. Holden, D. L. G. Hill, E. R. E. Denton, J. M. Jarosz, T. C. S. Cox, D. J. Hawkes. Voxel similarity measures for 3D serial MR brain image registration. In *Proceedings of the 16th International Conference on Information Processing in Medical Imaging*, 472–477, 1999.
- [112] B. K. P. Horn. Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. *Journal of the Optical Society of America. A*, 4(4) 629–642, Apr 1987.
- [113] B. K. P. Horn, H. M. Hilden, S. Negahdaripour. Closed-form solution of absolute orientation using orthonormal matrices. *J. Opt. Soc. Am. A*, 5(7) 1127-1135, 1988.
- [114] A. S. Houston, P. M. Kemp, M. A. Macleod. A method for assessing the significance of abnormalities in HMPO brain SPECT images. *J Nucl Med*, 35(2) 239–244, Feb 1994.
- [115] H. M. Hudson, R. S. Larkin. Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13(4) 601–609, 1994.
- [116] G. D. Hugo, N. Agazaryan, T. D. Solberg. The effects of tumor motion on planning and delivery of respiratory-gated IMRT. *Med Phys*, 30(6) 1052–1066, Jun 2003.

- [117] P. Hunold, T. Schlosser, J. Barkhausen. Magnetic resonance cardiac perfusion imaging—a clinical perspective. *Eur Radiol*, 16(8) 1779–1788, Aug 2006.
- [118] B. F. Hutton, M. Braun, L. Thurfjell, D. Y. H. Lau. Image registration: an essential tool for nuclear medicine. *Eur J Nucl Med Mol Imaging*, 29(4):559–577, Apr 2002.
- [119] O. Israel, M. Mor, D. Gaitini, Z. Keidar, L. Guralnik, A. Engel, A. Frenkel, R. Bar-Shalom, A. Kuten. Combined functional and structural evaluation of cancer patients with a hybrid camera-based PET/CT system using (18)F-FDG. *J Nucl Med*, 43(9) 1129–1136, Sep 2002.
- [120] J. Jankovic. Parkinson's disease: clinical features and diagnosis. *J Neurol Neurosurg Psychiatry*, 79(4) 368–376, Apr 2008.
- [121] Q. Ji, M. S. Costa, R. M. Haralick, L. G. Shapiro. A robust linear least-squares estimation of camera exterior orientation using multiple geometric features. *Photogrammetry & Remote Sensing*, (55) 75–93, 2000.
- [122] J. R. Hurley, R. B. Cattell. The procrustes program: Producing direct rotation to test a hypothesized factor structure. *Behavioral Science*, (7) 258–262, 1962.
- [123] L. Junck, J. G. Moen, G. D. Hutchins, M. B. Brown, D. E. Kuhl. Correlation methods for the centering, rotation, and alignment of functional brain images. *J Nucl Med*, 31(7) 1220–1226, Jul 1990.
- [124] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598) 671–680, 1983.
- [125] O. Klein, Y. Nishina. The scattering of light by free electrons according to dirac's new relativistic dynamics. *Nature*, (122) 398–399, Sep 1928.
- [126] P. Kluetz, C. Meltzer, V. Villemagne, P. Kinahan, S. Chander, M. Martinelli, D. Townsend. Combined PET/CT imaging in oncology. impact on patient management. *Clin Positron Imaging*, 3(6) 223–230, Nov 2000.
- [127] G. F. Knoll. Radiation detection and measurement. John Wiley and Sons, 272-304, 1979.
- [128] A. Koschan. What is new in computational stereo since 1989: A survey on current stereo papers. Technical Report, 2001.

- 
- [129] T. M. Lehmann, C. Gonner, K. Spitzer. Survey: interpolation methods in medical image processing. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(11) 1049–1075, Nov 1999.
- [130] W. D. Leslie, J. O. Dupont, D. McDonald, A. E. Peterdy. Comparison of motion correction algorithms for cardiac SPECT. *J Nucl Med*, 38(5) 785–790, May 1997.
- [131] J. A. Little, D. L. G. Hill, D. J. Hawkes. Deformations incorporating rigid structures. In *Proc. Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis*, 104–113, 1996.
- [132] H. C. Longuet-Higgins. A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections. *Nature*, 293 133–135, 1981.
- [133] Q. Luong, R. Deriche, O. Faugeras, T. Papadopoulo. On determining the fundamental matrix: Analysis of different methods. RR 1894, 2000.
- [134] Q. T. Luong, O. D. Faugeras. The fundamental matrix: Theory, algorithms, and stability analysis. *International Journal of Computer Vision*, 17(1) 43–75, Jan 1996.
- [135] L. Ma, S. Gu, S. Nadella, P. P. Bruyant, M. A. King, M. A. Gennert. A practical rebinning-based method for patient motion compensation in SPECT imaging. In *Proc. International Conference on Computer Graphics, Imaging and Vision: New Trends*, 209–214, 2005.
- [136] H. A. Macapinlac. Clinical applications of positron emission tomography/computed tomography treatment planning. *Semin Nucl Med*, 38(2) 137–140, Mar 2008.
- [137] F. Maes, A. Collignon, D. Vandermeulen, G. Marchal, P. Suetens. Multimodality image registration by maximization of mutual information. *IEEE Trans Med Imaging*, 16(2) 187–198, Apr 1997.
- [138] J. Maintz, M. Viergever. An overview of medical image registration methods. In *Symposium of the Belgian hospital physicists association*, Tech. Rep., 1996.
- [139] J. Maintz, M. Viergever. A survey of medical image registration. *Medical Image Analysis*, 2(1) 1–36, 1998.
- [140] T. Makela, P. Clarysse, O. Sipila, N. Pauna, Q. Pham, T. Katila, I. Magnin. A review of cardiac image registration methods. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(9):1011–1021, 2002.

- [141] A. Markoe. Fourier inversion of the attenuated x-ray transform. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 15(4) 718–722, 1984.
- [142] N. Matela. 2D Iterative Image Reconstruction for a Dual Planar Detector for Positron Emission Mammography. PhD thesis, Universidade de Lisboa - Faculdade de Ciências - Departamento de Física, 84 - 88, 2008.
- [143] N. Matsumoto, D. S. Berman, P. B. Kavanagh, J. Gerlach, S. W. Hayes, H. C. Lewin, J. D. Friedman, G. Germano. Quantitative assessment of motion artifacts and validation of a new motion-correction program for myocardial perfusion SPECT. *J Nucl Med*, 42(5) 687–694, May 2001.
- [144] M. McGuire. An image registration technique for recovering rotation, scale and translation parameters. *Techn. Rep., NEC Res. Inst. Tech. Rep.*, 1998.
- [145] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, E. Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemical Physics*, 21(6) 1087–1092, 1953.
- [146] S. Minoshima, R. A. Koeppe, K. A. Frey, D. E. Kuhl. Anatomic standardization: linear scaling and nonlinear warping of functional brain images. *J Nucl Med*, 35(9) 1528–1537, Sep 1994.
- [147] M. Mitchell. An introduction to genetic algorithms. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1996.
- [148] J. R. Moeller, S. C. Strother. A regional covariance approach to the analysis of functional patterns in positron emission tomographic data. *J Cereb Blood Flow Metab*, 11(2) A121–A135, Mar 1991.
- [149] J. R. Moeller, S. C. Strother, J. J. Sidtis, D. A. Rottenberg. Scaled subprofile model: a statistical approach to the analysis of functional patterns in positron emission tomographic data. *J Cereb Blood Flow Metab*, 7(5) 649–658, Oct 1987.
- [150] W. Moses, V. Gayshan, A. Gektin. The evolution of SPECT from Anger to today and beyond, *Radiation Detectors for Medical Applications*, 37-80, 2006.
- [151] M. T. Munley, L. B. Marks, C. Scarfone, G. S. Sibley, E. F. Patz, T. G. Turkington, R. J. Jaszczak, D. R. Gilland, M. S. Anscher, R. E. Coleman. Multimodality nuclear medicine imaging in three-dimensional

- radiation treatment planning for lung cancer: challenges and prospects. *Lung Cancer*, 23(2) 105–114, Feb 1999.
- [152] K. Murase, M. Ishine, M. Kataoka, H. Itoh, H. Mogami, A. Lio, K. Hamamoto. Simulation and experimental study of respiratory motion effect on image quality of single photon emission computed tomography (SPECT). *Eur J Nucl Med*, 13(5) 244–249, 1987.
- [153] M. Murphy, T. J. O'Brien, K. Morris, M. J. Cook. Multimodality image-guided epilepsy surgery. *J Clin Neurosci*, 8(6) 534–538, Nov 2001.
- [154] M. Murphy, T. J. O'Brien, K. Morris, M. J. Cook. Multimodality image-guided surgery for the treatment of medically refractory epilepsy. *J Neurosurg*, 100(3) 452–462, Mar 2004.
- [155] S. A. Nehmeh, Y. E. Erdi, C. C. Ling, K. E. Rosenzweig, O. D. Squire, L. E. Braban, E. Ford, K. Sidhu, G. S. Mageras, S. M. Larson, J. L. Humm. Effect of respiratory gating on reducing lung motion artifacts in PET imaging of lung cancer. *Med Phys*, 29(3) 366–371, Mar 2002.
- [156] S. A. Nehmeh, Y. E. Erdi. Respiratory motion in positron emission tomography/computed tomography: a review. *Semin Nucl Med*, 38(3) 167–176, May 2008.
- [157] D.J. Hawkes. Registration Methodology. In *Medical Image Registration* ed. M. R. Neuman, CRC Press, 11-38, 2001.
- [158] S. Nimmagadda, E. C. Ford, J. W. Wong, M. G. Pomper. Targeted molecular imaging in oncology: focus on radiation therapy. *Semin Radiat Oncol*, 18(2) 136–148, Apr 2008.
- [159] T. Nishioka, T. Shiga, H. Shirato, E. Tsukamoto, K. Tsuchiya, T. Kato, K. Ohmori, A. Yamazaki, H. Aoyama, S. Hashimoto, T. Chang, K. Miyasaka. Image fusion between  $^{18}\text{F}$ FDG-PET and MRI/CT for radiotherapy planning of oropharyngeal and nasopharyngeal carcinomas. *Int J Radiat Oncol Biol Phys*, 53(4) 1051–1057, Jul 2002.
- [160] R. Noumeir, G. E. Mailloux, R. Lemieux. Detection of motion during tomographic acquisition by an optical flow algorithm. *Comput Biomed Res*, 29(1) 1–15, Feb 1996.
- [161] R. Novikov. An inversion formula for the attenuated x-ray transformation. *Arkiv för Matematik*, 40(1) 145–167, April 2002.
- [162] T. J. O'Brien, M. K. O'Connor, B. P. Mullan, B. H. Brinkmann, D. Hanson, C. R. Jack, E. L. So. Subtraction ictal SPET co-registered to

- MRI in partial epilepsy: description and technical validation of the method with phantom and patient studies. *Nucl Med Commun*, 19(1) 31–45, Jan 1998.
- [163] T. J. O'Brien, E. L. So, B. P. Mullan, M. F. Hauser, B. H. Brinkmann, N. I. Bohnen, D. Hanson, G. D. Cascino, C. R. Jack, F. W. Sharbrough. Subtraction ictal SPECT co-registered to MRI improves clinical usefulness of SPECT in localizing the surgical seizure focus. *Neurology*, 50(2) 445–454, Feb 1998.
- [164] T. J. O'Brien, E. L. So, B. P. Mullan, M. F. Hauser, B. H. Brinkmann, C. R. Jack, G. D. Cascino, F. B. Meyer, F. W. Sharbrough. Subtraction SPECT co-registered to MRI improves postictal SPECT localization of seizure foci. *Neurology*, 52(1) 137–146, Jan 1999.
- [165] M. K. O'Connor, K. M. Kanal, M. W. Gebhard, P. J. Rossman. Comparison of four motion correction techniques in SPECT imaging of the heart: a cardiac phantom study. *J Nucl Med*, 39(12) 2027–2034, Dec 1998.
- [166] B. E. Oppenheim. A method using a digital computer for reducing respiratory artifact on liver scans made with a camera. *J Nucl Med*, 12(9) 625–628, Sep 1971.
- [167] M. M. Osman, C. Cohade, Y. Nakamoto, L. T. Marshall, J. P. Leal, R. L. Wahl. Clinically significant inaccurate localization of lesions with PET/CT: frequency in 300 patients. *J Nucl Med*, 44(2) 240–243, Feb 2003.
- [168] J. Pavia, D. Ros, A. M. Catafau, F. J. Lomeña, M. Huguet, J. Setoain. Three-dimensional realignment of activation brain single-photon emission tomographic studies. *Eur J Nucl Med*, 21(12) 1298–1302, Dec 1994.
- [169] C. Pellot-Barakat, M. Ivanovic, D. A. Weber, A. Herment, D. K. Shelton. Motion detection in triple scan SPECT imaging. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 45(4) 2238–2244, 1998.
- [170] R. L. Phillips, E. D. London, J. M. Links, N. G. Cascella. Program for PET image alignment: effects on calculated differences in cerebral metabolic rates for glucose. *J Nucl Med*, 31(12) 2052–2057, Dec 1990.
- [171] H. Pina. *Métodos Numéricos*. McGraw-Hill, 221-276, Lisboa, 1995.

- 
- [172] J. P. W. Pluim, J. B. A. Maintz, M. A. Viergever. Mutual-information-based registration of medical images: a survey. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(8) 986–1004, 2003.
- [173] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, B. Flannery. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2nd edition, 1992.
- [174] J. M. Links, J. L. Prince. *Medical Imaging Signals and Systems*. Pearson Prentice-Hall Bioengineering, 252-284, 2006.
- [175] L. Quan, Z. D. Lan. Linear n-point camera pose determination. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(8) 774–780, August 1999.
- [176] P. E. Radau, R. Linke, P. J. Slomka, K. Tatsch. Optimization of automated quantification of  $^{123}\text{I}$ -IBZM uptake in the striatum applied to Parkinsonism. *J Nucl Med*, 41(2) 220–227, Feb 2000.
- [177] B. S. Reddy, B. N. Chatterji. An FFT-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 5(8) 1266–1271, 1996.
- [178] M. Ricard. Imaging of gamma emitters using scintillation cameras. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 527(1-2) 124–129, July 2004.
- [179] B. Rosner. *Fundamentals of Biostatistics*. Thomson Brooks/Cole Publishing Co., 359-379, 2006.
- [180] R. Rubinstein, H. Karger, U. Pietrzyk, T. Siegal, J. M. Gomori, R. Chisin. Use of  $^{201}\text{Tl}$  brain SPECT, image registration, and semi-quantitative analysis in the follow-up of brain tumors. *Eur J Radiol*, 21(3) 188–195, Feb 1996.
- [181] P. Schönemann. A generalized solution of the orthogonal procrustes problem. *Psychometrika*, 31(1) 1–10, March 1966.
- [182] R. J. Seitz, C. Bohm, T. Greitz, P. E. Roland, L. Eriksson, G. Blomqvist, G. Rosenqvist, B. Nordell. Accuracy and precision of the computerized brain atlas programme for localization and quantification in positron emission tomography. *J Cereb Blood Flow Metab*, 10(4) 443–457, Jul 1990.
- [183] Y. Seppenwoolde, H. Shirato, K. Kitamura, S. Shimizu, M. Herk, J. V. Lebesque, K. Miyasaka. Precise and real-time measurement of 3D

- tumor motion in lung due to breathing and heartbeat, measured during radiotherapy. *Int J Radiat Oncol Biol Phys*, 53(4) 822–834, Jul 2002.
- [184] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27, 1948.
- [185] N. Sharma, D. Neumann, R. Macklis. The impact of functional imaging on radiation medicine. *Radiat Oncol*, 3-25, 2008.
- [186] L. A. Shepp, Y. Vardi. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1(2) 113–122, 1982.
- [187] S. Shimizu, H. Shirato, K. Kagei, T. Nishioka, X. Bo, H. Dosaka-Akita, S. Hashimoto, H. Aoyama, K. Tsuchiya, K. Miyasaka. Impact of respiratory movement on the computed tomographic images of small lung tumors in three-dimensional (3D) radiotherapy. *Int J Radiat Oncol Biol Phys*, 46(5) 1127–1133, Mar 2000.
- [188] E. Y. Sidky, X. Pan. Variable sinograms and redundant information in single-photon emission computed tomography with non-uniform attenuation. *Inverse Problems*, 18(6) 1483–1497, 2002.
- [189] P. J. Slomka, G. A. Hurwitz, J. Stephenson, T. Craddock. Automated alignment and sizing of myocardial stress and rest scans to three-dimensional normal templates using an image registration algorithm. *J Nucl Med*, 36(6) 1115–1122, Jun 1995.
- [190] P. J. Slomka, P. Radau, G. A. Hurwitz, D. Dey. Automated three-dimensional quantification of myocardial perfusion and brain SPECT. *Comput Med Imaging Graph*, 25(2) 153–164, 2001.
- [191] James Stewart. *Calculus*. Brooks/Cole Publishing Co., Pacific Grove, CA, USA, 770-793, 1999.
- [192] G. Taubin. An improved algorithm for algebraic curve and surface fitting. In *Proceedings Fourth International Conference on Computer Vision*, 658–665, 1993.
- [193] M. M. Ter-Pogossian, S. R. Bergmann, B. E. Sobel. Influence of cardiac and respiratory motion on tomographic reconstructions of the heart: implications for quantitative nuclear cardiology. *J Comput Assist Tomogr*, 6(6) 1148–1155, Dec 1982.
- [194] P. Thèvenaz, T. Blu, M. Unser. Image interpolation and resampling. *Handbook of medical imaging*, Academic Press, Inc., 393–420, 2000.

- 
- [195] P. Toft. The Radon Transform: Theory and Implementation. PhD thesis, Department of Mathematical Modelling - Technical University of Denmark, 1996.
- [196] E. Topkan, A. A. Yavuz, M. Aydin, C. Onal, F. Yapar, M. N Yavuz. Comparison of CT and PET-CT based planning of radiation therapy in locally advanced pancreatic carcinoma. *J Exp Clin Cancer Res*, 27-41, 2008.
- [197] D. W. Townsend, S. R. Cherry. Combining anatomy and function: the path to true image fusion. *Eur Radiol*, 11(10) 1968–1974, 2001.
- [198] D. W Townsend. Dual-modality imaging: combining anatomy and function. *J Nucl Med*, 49(6) 938–955, Jun 2008.
- [199] E Trucco, A Verri. Introductory techniques for 3-D computer vision. Prentice-Hall, 1998.
- [200] R. Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 3(4) 323–344, August 1987.
- [201] B. M. W. Tsui, W. P. Segars, D. S. Lalush. Effects of upward creep and respiratory motion in myocardial SPECT. 47(3) 1192–1195, 2000.
- [202] W. Tsui, H. Rusinek, P. Gelder, S. Lebedev. Fast surface-fitting algorithm for 3D image registration. *Medical Imaging 1993: Image Processing*, 1898(1) 14–23, 1993.
- [203] P. A. Elsen, E. J. D. Pol, M. A. Viergever. Medical image matching-a review with classification. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, (12) 26–39, 1993.
- [204] M. Herk, H. M. Kooy. Automatic three-dimensional correlation of CT-CT, CT-MRI, and CT-SPECT using chamfer matching. *Medical Physics*, 21(7) 1163–1178, 1994.
- [205] P. A. Viola. Alignment by maximization of mutual information. In *Proceedings of the Fifth International Conference on Computer Vision*, 16-23, 1995.
- [206] D. Visvikis, O. Barret, T. D. Fryer, F. Lamare, A. Turzo, Y. Bizais, C. C. Rest. Evaluation of respiratory motion effects in comparison with other parameters affecting PET image quality. *Conference Record of IEEE Nuclear Science Symposium*, (6) 3668–3672, Oct. 2004.

- [207] P. Véra, A. Kaminska, C. Cieuta, A. Hollo, J. L. Stiévenart, I. Gardin, D. Ville, J. F. Mangin, P. Plouin, O. Dulac, C. Chiron. Use of subtraction ictal SPECT co-registered to MRI for optimizing the localization of seizure foci in children. *J Nucl Med*, 40(5) 786–792, May 1999.
- [208] R. Wan, M. Li. An overview of medical image registration. In *ICCIMA '03: Proceedings of the 5th International Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications*, 385, 2003.
- [209] X. Wan, G. Xu. Camera parameters estimation and evaluation in active vision system. *Pattern Recognition*, 29(3) 439 – 447, 1996.
- [210] Z. Wang, A. Jepson. A new closed-form solution for absolute orientation. In *Proc. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 129–134, 1994.
- [211] A. G. Weisenberger, S. S. Gleason, J. Goddard, B. Kross, S. Majewski, S. R. Meikle, M. J. Paulus, M. Pomper, V. Popov, M. F. Smith, B. L. Welch, R. Wojcik. A restraint-free small animal SPECT imaging system with motion tracking. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 52(3) 638–644, 2005.
- [212] A. G. Weisenberger, B. Kross, S. S. Gleason, J. Goddard, S. Majewski, S. R. Meikle, M. J. Paulus, M. Pomper, V. Popov, M. F. Smith, B. L. Welch, R. Wojcik. Development and testing of a restraint free small animal SPECT imaging system with infrared based motion tracking. In *Conference Record IEEE Nuclear Science Symposium*, (3) 2090–2094, 2003.
- [213] W. Wells, P. Viola, H. Atsumi, S. Nakajima, R. Kikinis. Multi-modal volume registration by maximization of mutual information. *Medical Image Analysis*, 1(1) 35-51, 1996.
- [214] J. M. Wheat, G. M. Currie. Impact of patient motion on myocardial perfusion SPECT diagnostic integrity: Part 2. *J Nucl Med Technol*, 32(3) 158–163, Sep 2004.
- [215] D. Whitley. A genetic algorithm tutorial. *Statistics and Computing*, (4) 65–85, 1994.
- [216] D. Whitley. Genetic algorithms and evolutionary computing. *Van Nostrand's Scientific Encyclopedia*, 2002.
- [217] G. Wolberg, S. Zokai. Robust image registration using log-polar transform. In *Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing*, 493–496, 2000.

- 
- [218] R. P. Woods, S. R. Cherry, J. C. Mazziotta. Rapid automated algorithm for aligning and reslicing PET images. *J Comput Assist Tomogr*, 16(4) 620–633, 1992.
- [219] R. P. Woods, S. T. Grafton, C. J. Holmes, S. R. Cherry, J. C. Mazziotta. Automated image registration: I. general methods and intrasubject, intramodality validation. *J Comput Assist Tomogr*, 22(1) 139–152, 1998.
- [220] R. P. Woods, J. C. Mazziotta, S. R. Cherry. MRI-PET registration with automated algorithm. *J Comput Assist Tomogr*, 17(4) 536–546, 1993.
- [221] J. S. C. Yuan. A general photogrammetric method for determining object position and orientation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 5(2) 129–142, April 1989.
- [222] Z. Zeng, X. Wang. A general-solution of a closed-form space resection. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, (58) 327–338, 1992.
- [223] Z. Y. Zhang. Determining the epipolar geometry and its uncertainty: A review. *International Journal of Computer Vision*, 27(2) 161–195, Mar 1998.
- [224] Z. Y. Zhang. A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(11) 1330–1334, Nov 2000.
- [225] B. Zitova, J. Flusser. Image registration methods: a survey. *Image and Vision Computing*, 21(11) 977–1000, Oct 2003.
- [226] I. G. Zubal, S. S. Spencer, K. Imam, J. Seibyl, E. O. Smith, G. Wisniewski, P. B. Hoffer. Difference images calculated from ictal and interictal technetium-99m-HMPAO SPECT scans of epilepsy. *J Nucl Med*, 36(4) 684–689, Apr 1995.