



**Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra**

Contribuição para o estudo de viabilidade de tomógrafos PET com longo campo de visão axial baseados em RPCs

Cláudia Sofia Marques Ferreira

Projecto de 5º Ano da Licenciatura em Engenharia Biomédica

2006/2007



**Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra**

Contribuição para o estudo de viabilidade de tomógrafos PET com longo campo de visão axial baseados em RPCs

Cláudia Sofia Marques Ferreira

Trabalho realizado no âmbito do
Projecto de 5º Ano da Licenciatura em Engenharia Biomédica

Orientador Responsável:
Eng. Nuno Chichorro Ferreira

Supervisores:
Eng. Nuno Chichorro Ferreira
Eng. Miguel Couceiro

Trabalho desenvolvido no

IBILI (Instituto Biomédico de Investigação da Luz e da Imagem),
Faculdade de Medicina da Universidade de Coimbra.

Este é um trabalho incluído no projecto:

“Tomógrafo PET Humano de Alta Sensibilidade e Baixo Custo: Testes de Viabilidade”, financiado pela FCT (Fundação para a Ciência e Tecnologia) –
Projecto POCI/SAU-OBS/61642/2004.

de colaboração entre:

IBILI (Instituto Biomédico de Investigação da Luz e da Imagem)
LIP-Coimbra (Laboratório de Instrumentação e Física Experimental de
Partículas)
ADDF (Associação para o Desenvolvimento do Departamento de Física).

Índice

Índice.....	I
Índice de Figuras.....	III
Agradecimentos	VI
Resumo.....	VII
1 Motivação / Objectivo	1
2 Introdução	2
2.1 A PET	2
2.2 Os Radiofármacos usados em PET.....	5
2.3 Tipos de Eventos detectados em PET.....	6
2.4 Alguns Parâmetros Associados à PET	6
2.4.1 Tempo Morto do Sistema.....	6
2.4.2 Resolução Espacial	7
2.4.3 Resolução Temporal.....	7
2.4.4 Resolução em Energia.....	7
2.4.5 Sensibilidade.....	8
2.4.6 Noise Equivalent Counting Rate (NECR).....	8
2.5 Aquisição e Reconstrução de Dados.....	8
2.5.1 Aquisição 2D e 3D	9
2.5.2 Reconstrução 2D e 3D.....	10
2.5.3 <i>Rebinning</i> : SSRB, MSRB e FORE.....	11
2.6 State-of-the-Art	14
2.7 PET vs. PET-RPC	18
2.7.1 O <i>Hardware</i> : RPCs	19
2.7.2 O <i>Software</i>	20
3 Metodologia.....	24
3.1 Introdução das variáveis.....	26
3.2 Fourier Rebinning	28
3.2.1 Cálculo das variáveis	30

3.2.2	Implementação do algoritmo FORE.....	31
3.2.3	Implementação do algoritmo FORE-J.....	32
4	Resultados	35
4.1	Com dados reais adquiridos com o tomógrafo ECAT EXACT HR+.....	35
4.2	Com dados simulados com a ferramenta GEANT4 Monte Carlo	36
4.2.1	Para um tomógrafo com cristais de BGO	36
4.2.2	Para um tomógrafo PET-RPC.....	37
4.3	Com dados obtidos com um simulador analítico	37
4.3.1	Segmento 0 (não sujeito a <i>rebinning</i>)	38
4.3.2	SSRB	40
4.3.3	MSRB	41
4.3.4	FORE.....	42
4.3.5	FORE-J.....	43
4.3.6	Gráficos Actividade vs. Plano	44
4.3.7	Com dados com ruído de Poisson.....	45
4.3.8	A reconstrução segundo os diferentes métodos.....	46
5	Discussão.....	48
6	Conclusão	51
	Referências Bibliográficas	52
	Anexos	56
	Anexo 1 - Formato dos dados das simulações	56
	Anexo 2 – Código implementado em IDL	57

Índice de Figuras

Figura 1 – Exemplo de uma máquina de PET-CT.....	3
Figura 2 – Diagrama de aniquilação electrão-positrão.	3
Figura 3 – Representação esquemática da aquisição que permite a obtenção de imagens de cortes finos da zona em estudo.	4
Figura 4 – Imagem obtida usando PET/CT.	5
Figura 5 - Esquemas dos modos de aquisição 2D (A) e 3D (B).	9
Figura 6 - Soma de planos oblíquos: (A) formando um plano cruzado; (B) que são adicionados a um plano directo.	9
Figura 7 – Diferença máxima entre anéis (MRD).	10
Figura 8 - Esquema de actuação dos métodos de <i>rebinning</i>	11
Figura 9 - (a) Projecção do objecto ao longo dos vários ângulos azimutais Φ de 0 a π . (b) Sinograma correspondente em função do ângulo Φ e da distância s da LOR ao centro do campo de visão.	12
Figura 10 - SSRB em A e MSRB em B.	13
Figura 11 – Fourier Rebinning (FORE).....	14
Figura 12 - Alguns <i>scanners</i> PET.....	15
Figura 13 – Esquema de um sistema de PET actual, de pequeno AFOV (em cima). Esquema de um sistema PET-RPC com longo AFOV (em baixo).	18
Figura 14 – RPC: elemento de detecção.....	19
Figura 15 – Geometria paralela dos eléctrodos (<i>Multigap RPC</i>).	20
Figura 16 – Diagrama de um tomógrafo PET a operar em modo 3D.	21
Figura 17 – Distribuição de actividade dos dados obtidos com simulador analítico.....	26
Figura 18 – (a)Geometria de um <i>scanner</i> PET cilíndrico. (b) Definição de eixos e ângulos.....	26
Figura 19 – Definição das variáveis: exemplo de LOR oblíqua.	27
Figura 20 – As 3 regiões do espaço de Fourier.....	29
Figura 21 – Interpretação geométrica de uma fonte de coordenada axial z_0 ... 31	
Figura 22 – Reconstrução de um cilindro uniforme, a partir de dados reais obtidos com o tomógrafo ECAT EXACT HR+.	35

Figura 23 – FORE e FORE-J aplicados a dados de um cilindro uniforme simulados para um tomógrafo com cristais de BGO.	36
Figura 24 – Sinograma de um cilindro uniforme simulado para um tomógrafo PET-RPC (plano 287).	37
Figura 25 – Reconstrução FORE+OSEM-2D (à esquerda) e FORE-J+OSEM-2D (à direita) a partir de dados simulados para um tomógrafo PET-RPC.....	37
Figura 26 – a) Sinograma obtido com a distribuição de actividade apresentada na figura 17, para um plano de coordenada axial 144; b) Planos axiais para $\phi=168/2$	38
Figura 27 – Segmento 0 pré- <i>rebinning</i>	38
Figura 28 – Reconstrução do segmento 0 com OSEM (referência para reconstrução pós- <i>rebinning</i>).	39
Figura 29 - Segmento 50 pré- <i>rebinning</i>	39
Figura 30 – Sinogramas após <i>rebinning</i> com SSRB.	40
Figura 31 – Reconstrução com SSRB+OSEM	40
Figura 32 - Sinogramas após <i>rebinning</i> com MSRB.....	41
Figura 33 - Reconstrução com MSRB+OSEM	41
Figura 34 - Sinogramas após <i>rebinning</i> com FORE.	42
Figura 35 - Reconstrução com FORE+OSEM.....	42
Figura 36 - Sinogramas após <i>rebinning</i> com FORE-J.	43
Figura 37 - Reconstrução com FORE-J+OSEM.....	43
Figura 38 – Gráfico Actividade vs. Plano para o caso do SSRB usando como referência o segmento 0.....	44
Figura 39 - Gráfico Actividade vs. Plano para o caso do MSRB usando como referência o segmento 0.	44
Figura 40 - Gráfico Actividade vs. Plano para o caso do FORE usando como referência o segmento 0.....	44
Figura 41 - Reconstrução com SSRB + OSEM-2D (em cima à esquerda), MSRB + OSEM-2D (em cima à direita), FORE + OSEM-2D (em baixo à esquerda) e FORE-J + OSEM-2D (em baixo à direita) de dados com ruído....	45
Figura 42 - Gráfico Actividade vs. Plano para o caso do FORE-J, com dados com ruído de Poisson, usando como referência o segmento 0.....	45

Figura 43 – Reconstrução com os diferentes métodos.	46
Figura 44 – Imagem de referência correspondente ao segmento 0, para comparação com as anteriores.	47

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, o Professor Nuno Chichorro Ferreira, por toda a disponibilidade, apoio e paciência que teve para me enquadrar no projecto e esclarecer todas as dúvidas que foram surgindo durante a execução deste. O acompanhamento ao longo do ano foi, sem dúvida, determinante para ultrapassar as diversas etapas.

Quero também agradecer ao Eng. Miguel Couceiro, pelas simulações que realizou, de forma a fornecer dados necessários à execução deste projecto, assim como pelos esclarecimentos que me deu em várias ocasiões.

A todo o grupo de trabalho PET-RPC, cujo esforço dos diversos subgrupos e a interacção constante entre estes, permitiu-me um mais fácil enquadramento neste projecto. Em especial ao Professor Paulo Fonte, pela disponibilidade demonstrada para me explicar os pormenores relativos aos detectores que o seu subgrupo está a desenvolver.

Agradeço ainda ao Ricardo Bugalho, pelo *software* que me disponibilizou e pelos esclarecimentos que, sem dúvida, me ajudaram a “entrar” neste tema.

Às pessoas que deram vida ao Departamento de Biofísica e Biomatemática do IBILI (Instituto Biomédico de Investigação da Luz e da Imagem), aquando da minha permanência lá, e que tornaram esta divertida e cheia de recordações. Em especial ao Gil, à Joana e ao Eng. Francisco Caramelo, com os quais eu convivi quase diariamente, muito obrigada!

Por fim, mas não menos importante, agradeço aos meus pais e à minha irmã, pelo apoio que me deram durante a realização deste trabalho.

Resumo

Neste trabalho é abordada a possibilidade de introdução de uma melhoria na Tomografia por Emissão de Positrões (PET), proporcionada por um aumento do campo de visão axial de tomógrafos PET, com RPCs como detectores. Em particular, é aqui focado o *software* de reconstrução, para um sistema deste tipo.

Nesse sentido, recorreu-se a algoritmos de *rebinning* que partindo de um volume de dados 3D convertem-no num conjunto de dados bidimensionais, possibilitando uma posterior reconstrução com algoritmos 2D. Foram implementados os algoritmos FORE e FORE-J e testadas as combinações FORE + OSEM-2D e FORE-J + OSEM-2D, para diferentes dados. Realizou-se ainda a comparação com outros métodos de *rebinning*, verificando-se que quer o FORE, quer o FORE-J são mais precisos do que o SSRB e o MSRB, embora apenas o FORE-J seja descrito como apropriado para tomógrafos com grandes aberturas angulares.

No entanto, em estudos futuros, novas validações dos métodos de reconstrução devem ser efectuadas, em especial ao algoritmo de *rebinning* FORE-J.

1 Motivação / Objectivo

A Tomografia por Emissão de Positrões (em inglês PET – *Positron Emission Tomography*) é uma técnica usada em medicina e em pesquisa biomédica para captação de imagens 2D, 3D ou 4D do objecto em estudo. Com este exame, é possível mapear processos funcionais no organismo.

São cada vez mais as áreas de aplicação desta técnica e, por isso, verifica-se uma contínua procura de melhorias ao nível da resolução e sensibilidade dos *scanners*. Uma dessas melhorias consiste no desenvolvimento de tomógrafos com um campo de visão axial (AFOV - Axial Field of View) aumentado. Esta modificação permite que seja feita a aquisição de um volume corporal maior, do paciente, de uma só vez, reduzindo assim o reposicionamento deste e os artefactos inerentes, a dose de radiação e o tempo de exame. Este último factor traduz-se ainda na diminuição do desconforto para o doente, causado por grandes períodos de imobilidade relativos à aquisição, e também numa melhor rentabilização da máquina e, conseqüentemente, do serviço de Medicina Nuclear.

O aumento do campo de visão axial implica um considerável aumento do número de eventos detectados, o que proporciona uma melhoria da qualidade das imagens obtidas. No entanto, podem surgir diversas limitações quer ao nível do *hardware* envolvido na aquisição, quer ao nível do *software* de reconstrução. Neste sentido, pretende-se estudar a viabilidade de tomógrafos PET com longo campo de visão axial, em que os actuais e caros detectores de cristais são substituídos por uma nova tecnologia de detectores gasosos: as RPCs (Resistive Plate Chambers). Neste trabalho, o tema é abordado no que respeita ao *software* de reconstrução de imagens. Assim, o objectivo é implementar algoritmos de *rebinning*, que facilitam a reconstrução convertendo um volume 3D num conjunto de cortes bidimensionais e que, associados a algoritmos de reconstrução 2D, se mostrem adequados para grandes aberturas angulares.

2 Introdução

2.1 A PET

A Tomografia por Emissão de Positrões (PET) é uma técnica imagiológica, que, recorrendo ao uso de radiofármacos, possibilita a obtenção de imagens do metabolismo celular e detectar eventuais alterações. É um exame não invasivo e de grande sensibilidade, que se mostra complementar a outros como a Tomografia Axial Computorizada (TAC) ou a Ressonância Magnética (RM). [1] A informação ao nível funcional fornecida pela PET complementa a informação anatómica fornecida por outras técnicas.

A PET tem como grandes áreas de aplicação a oncologia, onde é utilizada para o diagnóstico dos tumores malignos, na determinação da extensão da doença e na avaliação da eficácia do tratamento; as doenças cerebrais, tais como a epilepsia e a doença de Alzheimer; e as doenças cardíacas, para avaliar a função do miocárdio nos pacientes com doença coronária ou miocardiopatias. A investigação, em áreas como a toxicoddependência, as doenças psiquiátricas e as doenças vasculares cerebrais (AVCs), é outro exemplo onde esta técnica tem sido utilizada. [2]

Num exame de PET, é administrada intravenosamente, uma substância radioactiva ao paciente. O marcador/radioisótopo é, geralmente, um químico que faz parte da composição normal do organismo, como o carbono, azoto ou oxigénio, que foi alterado de modo a que emita positrões. De forma a permitir a distribuição do radiofármaco, na maioria dos estudos, o paciente tem que aguardar algum tempo (normalmente 30 min.), após o qual é deitado numa “mesa” que desliza ao longo da máquina de PET (Figura 1). Esta máquina em forma de anel tem detectores de fotões gama, constituídos por cristais de cintilação acoplados a fotomultiplicadores (PMT).



Figura 1 – Exemplo de uma máquina de PET-CT. (Fonte: [3])

Neste exame, o radiofármaco, uma vez no interior do corpo, viaja através da corrente sanguínea até um alvo específico, como por exemplo o cérebro, o coração ou células tumorais, e desintegra-se emitindo positrões com energia cinética. O positrão sofre aniquilação com um electrão próximo gerando-se 2 fotões, com energias de 511 KeV, emitidos em direcções opostas (Figura 2). Graças à electrónica que liga os detectores, duas detecções que ocorram numa mesma janela temporal são consideradas uma coincidência, pois provêm da mesma aniquilação. O *scanner* vai apenas detectar eventos localizados ao longo de linhas de coincidência (ou de resposta), definidas pela união de dois detectores, e não a localização exacta do evento. A cada uma dessas linhas dá-se o nome de LOR (Line Of Response).

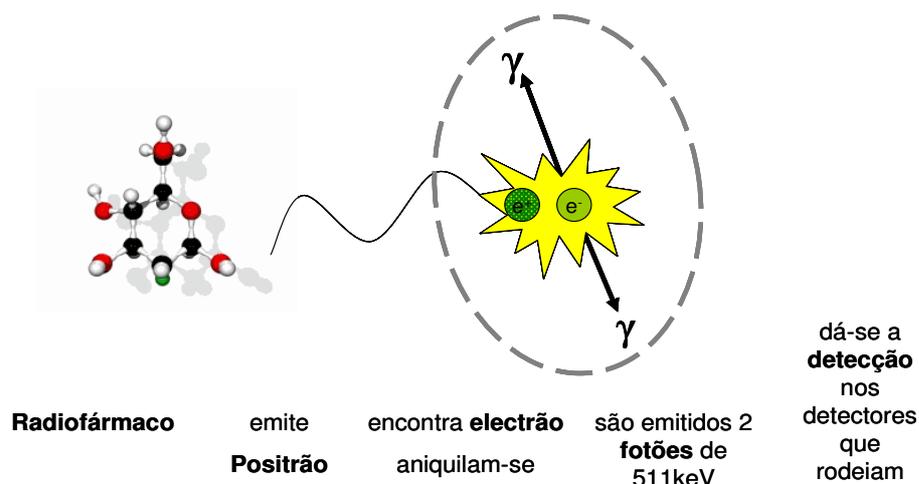


Figura 2 – Diagrama de aniquilação electrão-positrão, produzindo dois fotões de 511 KeV que são emitidos em direcções opostas.

A detecção dos fótons gama é feita pelos cristais de cintilação que rodeiam o paciente. Estes vão sofrer excitação quando um fóton interage com os seus átomos e transmitir luz aos fotomultiplicadores que a converte em sinais eléctricos e amplifica o sinal.

Num computador é feito o processamento dos eventos detectados (energia e localização), permitindo assim produzir imagens de cortes finos da distribuição do radiofármaco pelo organismo (Figura 3). O processo é repetido para outras posições da mesa onde o paciente está deitado e, no fim, agrupando as imagens reconstruídas, obtém-se uma representação tridimensional da zona em estudo.

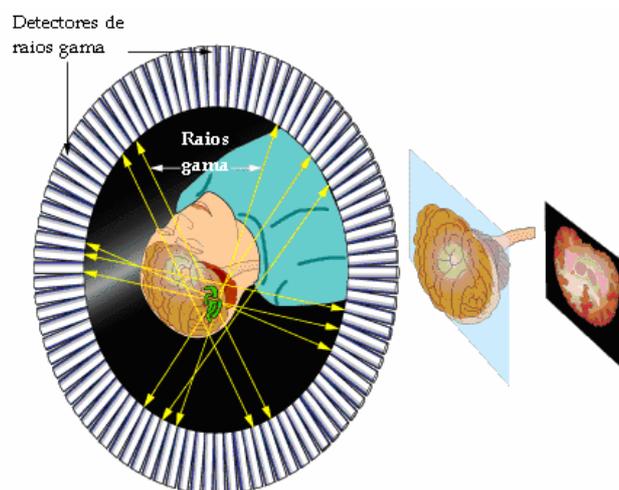


Figura 3 – Representação esquemática da aquisição que permite a obtenção de imagens de cortes finos da zona em estudo. (Adaptado de: [4])

O crescente interesse à volta deste exame deve-se ao facto de que com esta técnica torna-se possível obter imagens ao nível funcional e quantitativo dos órgãos de interesse. [5]

Para uma informação mais completa que proporcione um diagnóstico mais consistente, os *scanners* actuais são uma combinação entre PET e CT, aliando-se assim a informação funcional fornecida pela PET com a anatómica fornecida pela CT.

Um exemplo de imagens obtidas com PET/CT encontra-se na figura 4.



Figura 4 – Imagem obtida usando PET/CT. Doente de Cancro que apresenta extensas metástases. (Fonte [6])

2.2 *Os Radiofármacos usados em PET*

Um radiofármaco, também conhecido por radiotraçador, é um composto radioactivo constituído por um radionuclido e por um fármaco. São estes dois componentes que vão ditar qual o uso para o qual ele foi criado. Consoante o órgão a estudar, primeiro é escolhido o fármaco tendo por base a sua localização preferencial nesse órgão ou na participação numa função fisiológica. A esse fármaco junta-se então um radionuclido apropriado, que seja facilmente detectado pelos detectores e que atribua uma dose mínima de radiação para o paciente. [7]

Em PET são usados radiofármacos cujo radioisótopo decai por emissão de positrões, ou seja, está-se perante um núcleo deficiente em neutrões ou com um excesso de protões, que devido a essa instabilidade vai sofrer decaimento β^+ . Este processo caracteriza-se pela transformação de um protão em neutrão, emitindo uma partícula β^+ (positrão) e um neutrino: $p \rightarrow n + \beta^+ + \nu$.

Um dos radionuclidos mais usados em PET é o Flúor-18 que marca a Fluorodeoxiglicose (FDG), análogo da glicose, para estudo do metabolismo de órgãos e tecidos, útil para detectar células com alto consumo de glicose (caso das células tumorais).

Em estudos de perfusão sanguínea de um órgão é ainda usado, por exemplo, o Nitrogénio-13 e na avaliação do consumo de oxigénio por diferentes regiões do cérebro, o Oxigénio-15.

Os radionuclidos usados na PET são produzidos em ciclotrões, muitas vezes pertencentes ao próprio serviço de Medicina Nuclear, pois algumas destas moléculas apresentam períodos de decaimento bastante pequenos.

2.3 *Tipos de Eventos detectados em PET*

Num exame de PET pretende-se detectar pares de fotões que ocorram numa janela temporal muito curta. Quando isso acontece, tem-se uma coincidência, pois os fotões obtidos pertencem à mesma aniquilação positrão-electrão. Estes eventos também são designados por *True*. No entanto, o sistema de detecção detecta ainda outros tipos de eventos, como é o caso dos *Single events* ou *fotão simples*, nos quais é detectado apenas um único fotão, sendo nesse caso rejeitado.

Além destes, existem ainda os eventos *Scatter* e os *Random*. Os primeiros verificam-se quando há um desvio de um ou de ambos os fotões por efeito de Compton antes de serem detectados, enquanto nos *Random*, dois fotões de duas aniquilações diferentes são erroneamente atribuídos a um só evento. Quando estes eventos se verificam, introduzem incorrecções na determinação da distribuição do radiofármaco.

2.4 *Alguns Parâmetros Associados à PET*

2.4.1 Tempo Morto do Sistema

O tempo morto do sistema é o tempo durante o qual o sistema de detecção está impedido de detectar novos fotões γ , que se irão perder. Este é formado pela soma do tempo que os cristais demoram a sofrer desexcitação

após a absorção do fóton, com todo o tempo de processamento dos passos seguintes já descritos.

Quando se trabalha com taxas de contagem altas, as perdas de contagens são na maioria devido ao tempo morto do sistema. [5]

2.4.2 Resolução Espacial

A resolução espacial de um *scanner* reflecte a sua capacidade em distinguir duas fontes radioactivas distintas e muito próximas como tal. Os dois pontos distinguem-se quando a distância entre eles é maior do que a largura a meia-altura (FWHM - Full Width at Half Maximum) de uma gaussiana correspondente à função de resposta da máquina.

A resolução espacial final de um tomógrafo PET resulta de factores relacionados com a aniquilação dos positrões, com a performance dos cristais de cintilação ou até com electrónica usada. Um dos factores que mais provoca a degradação deste parâmetro é a limitada resolução espacial intrínseca dos cristais do sistema de detecção. [5], [8]

2.4.3 Resolução Temporal

A resolução temporal de um detector indica a aptidão para definir com precisão o momento da absorção de energia no detector. Esta precisão é tanto melhor quanto menor e mais intenso for o pulso.

2.4.4 Resolução em Energia

Esta resolução é definida como a FWHM de um foto-pico a uma determinada energia e reflecte a aptidão para discriminar raios- γ com energias ligeiramente diferentes.

2.4.5 Sensibilidade

A sensibilidade é um parâmetro que representa a relação entre as coincidências obtidas pelo sistema e a actividade real de uma fonte emissora de positrões. [5] A eficiência dos cristais, dependente das características que estes apresentam, é também aqui um factor que influencia este parâmetro. A sensibilidade é ainda dependente de factores relacionados com a geometria do *scanner*, como por exemplo, o seu tamanho e o número de detectores.

A sensibilidade do sistema a eventos *True* está directamente relacionada com o integral do ângulo sólido formado, ou seja, dependente do AFOV. [9]

2.4.6 Noise Equivalent Counting Rate (NECR)

Este parâmetro indica a componente de ruído presente nos dados. A Noise Equivalent Counting Rate é dada por: $NECR = T^2 / (T + S + R)$, em que T, S e R representam a taxa de contagem de eventos do tipo *True*, do tipo *Scatter* e do tipo *Random*, respectivamente. Desta forma, representa a taxa de contagem de eventos *True* em relação aos outros eventos detectados. [5] A presença de *scatter* e *single events* resulta na degradação da NECR. Janelas temporais de coincidências menores leva a que haja ganhos relativos a este parâmetro. A NECR mostra-se bastante dependente do tamanho do objecto.[9]

2.5 Aquisição e Reconstrução de Dados

Na PET são permitidos dois modos de aquisição de dados e de reconstrução.

2.5.1 Aquisição 2D e 3D

Modo 2D (com *septa*): Adquire coincidências que ocorrem segundo o mesmo ângulo, ao longo do eixo axial. A existência de *septa* não permite aquisições segundo outros ângulos (Figura 5 – A).

Modo 3D (sem *septa*): Além das coincidências obtidas em modo 2D, adquire as que ocorrem em planos oblíquos (Figura 5 – B). Leva à melhoria da sensibilidade do *scanner* graças ao maior número de LOR's medidas. [10]



Figura 5 - Esquemas dos modos de aquisição 2D (A) e 3D (B).

Devido ao grande número de planos oblíquos que é possível gerar a partir das LORs definidas por pares de detectores pertencentes a anéis diferentes, os tomógrafos apresentam a possibilidade de, no início da aquisição, ser definido um parâmetro chamado *span*, de forma a diminuir essa quantidade. De acordo com o valor escolhido para o *span* vai haver a soma de planos oblíquos que vão formar os planos cruzados e/ou vão ser somados aos planos directos (Figura 6).

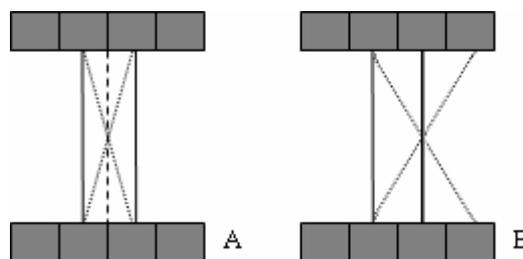


Figura 6 - Soma de planos oblíquos: (A) formando um plano cruzado; (B) que são adicionados a um plano directo. Na figura: linhas a cheio correspondem a planos directos, linha tracejada representa plano cruzado e linhas pontilhadas correspondem a planos oblíquos.

Um outro parâmetro que pode ser definido aquando da aquisição é a diferença máxima entre anéis (MRD – Maximum Ring Difference). Ao

estabelecer um valor para a MRD, está-se a impor um limite máximo para a aceitação de LORs oblíquas definidas por detectores situados em anéis com uma determinada distância entre si (Figura 7).



Figura 7 – Diferença máxima entre anéis (MRD). Em A, MRD=4 (MRD é máxima neste caso, em que o número de anéis é MRD+1=5). Em B, MRD=2.

Tendo em conta os dois parâmetros acima referidos, os planos vão encontrar-se dispostos segundo diferentes segmentos que formam diferentes ângulos polares θ entre as LORs e os cortes transaxiais (cortes perpendiculares ao eixo z). O ângulo máximo permitido será definido pela MRD e o número de segmentos pelo *span*.

2.5.2 Reconstrução 2D e 3D

Reconstrução 2D: Os planos são reconstruídos de forma independente originando cortes 2D, que empilhados formam um volume 3D.

Reconstrução 3D: É feita a partir dos dados adquiridos em modo 3D. Devido ao grande número de dados utilizado, este método é muito mais lento que a reconstrução 2D.

O aumento de sensibilidade no modo 3D deve-se ao facto de se dispor de mais dados que no modo 2D. Este aumento da estatística serve ainda para diminuir o ruído estatístico.

Para a reconstrução de dados, além da possibilidade de esta ser feita em 2D ou em 3D, os métodos utilizados podem ainda dividir-se em algoritmos analíticos e algoritmos iterativos. Os métodos de reconstrução iterativos geram imagens de qualidade superior, no entanto são muito mais lentos que os analíticos.

Alguns exemplos de métodos de reconstrução são apresentados na tabela 1.

Tabela 1 – Alguns exemplos de métodos de reconstrução usados em PET.

<u>Métodos</u> <u>Reconstrução</u>	<u>Métodos</u>	
	Analíticos	Iterativos
2D	Ex. FBP	Ex. MLEM OSEM ART
3D	Ex. 3DRP	Ex. 3D OSEM 3D RAMLA

2.5.3 *Rebinning*: SSRB, MSRB e FORE

Algo desejável seria aliar o aumento da sensibilidade, característico da aquisição 3D, à rapidez de processamento, inerente à reconstrução 2D. Neste sentido, surgem os **algoritmos de *rebinning***, os quais a partir de uma aquisição 3D, permitem uma posterior reconstrução 2D. Estes algoritmos rápidos convertem dados de planos oblíquos ($\theta \neq 0$) num conjunto de cortes paralelos ($\theta = 0$) a duas dimensões (Figura 8), permitindo assim uma posterior reconstrução de cada corte separadamente com um algoritmo 2D, para recuperação da imagem 3D. Para cada corte transaxial, os dados 2D estão organizados na forma de sinogramas. [10] e [11]

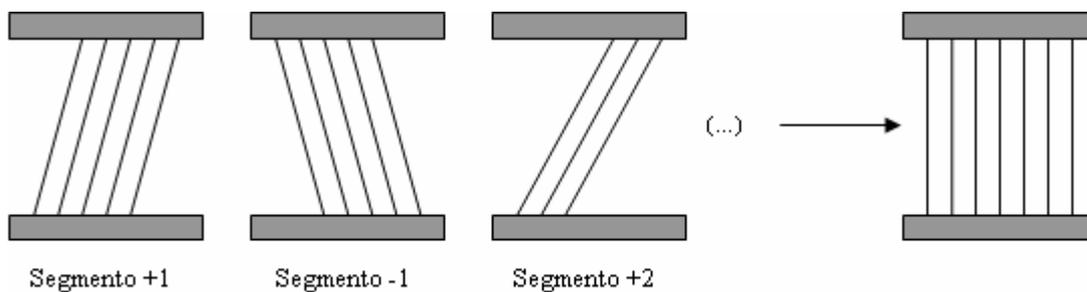


Figura 8 - Esquema de actuação dos métodos de *rebinning*.

Os sinogramas são obtidos a partir das projecções do objecto ao longo dos vários ângulos azimutais Φ de 0 a π (Figura 9). Linhas de projecção segundo a mesma direcção (que fazem um mesmo ângulo Φ) constituem uma linha do sinograma, correspondendo cada LOR a um ponto nesse sinograma. LORs com a mesma posição radial s são agrupadas na mesma coluna do sinograma. Matematicamente, o sinograma corresponde à discretização da transformada de Radon bidimensional de um objecto. Para uma aquisição 2D, obtêm-se $2N-1$ sinogramas (N planos directos e $N-1$ planos cruzados), em que N é o número de anéis do detector. Já numa aquisição 3D têm-se até N^2 sinogramas (N directos e $N(N-1)$ oblíquos), pois para além dos planos $\theta=0$, também são construídos sinogramas dos planos oblíquos, correspondentes a coincidências detectadas em anéis diferentes.

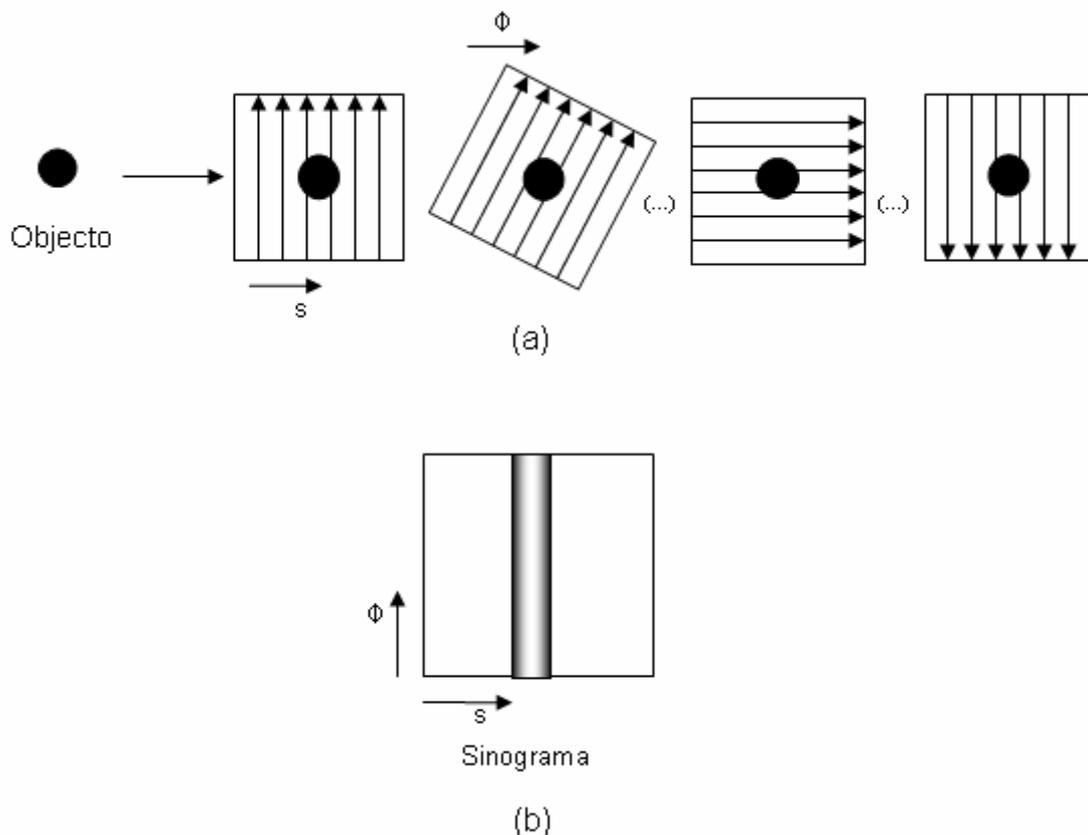


Figura 9 - (a) Projecção do objecto ao longo dos vários ângulos azimutais Φ de 0 a π . (b) Sinograma correspondente em função do ângulo Φ e da distância s da LOR ao centro do campo de visão.

Alguns algoritmos de *rebinning* mais conhecidos são:

- **Single-Slice Rebinning (SSRB)** – É feita a atribuição da LOR oblíqua ao plano não oblíquo cuja coordenada axial corresponde ao ponto médio entre os dois detectores em coincidência (Figura 10 - A).[10] As coincidências da LOR oblíqua são somadas a esse plano. É o método mais simples, mas provoca a deterioração da resolução espacial.
- **MultiSlice Rebinning (MSRB)** – A LOR oblíqua contribui para o sinograma de todos os cortes os quais ela atravessa, ou seja, a informação de uma LOR oblíqua vai ser distribuída equitativamente por planos não oblíquos (Figura 10 - B). É um algoritmo pouco estável na presença de ruído.[10]

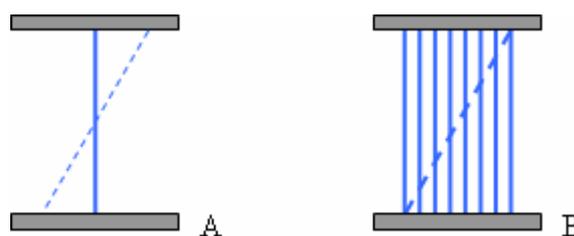


Figura 10 - SSRB em A e MSRB em B.

- **Fourier Rebinning (FORE)** – É um algoritmo baseado na aplicação da relação frequência-distância à transformada de Fourier 2D de cada sinograma oblíquo. A relação frequência-distância diz-nos que o valor da transformada de Fourier 2D de um sinograma na frequência (ω, k) recebe contribuições principalmente de fontes colocadas a uma distância fixa $t = -k/\omega$ ao longo das linhas de integração.[10] Esta relação é precisa apenas para grandes valores de frequência, sendo a precisão deste método diminuída com o aumento dos valores do ângulo θ entre as LORs e os cortes transaxiais. Para grandes aberturas axiais, a aproximação usando o FORE pode levar à degradação da resolução axial.[12]

É no espaço de Fourier, ou espaço das frequências, que é feita uma distribuição ponderada das contagens dos sinogramas pelos vários planos. Esta distribuição é baseada numa aproximação de altas-frequências, sendo assim necessário lidar com as altas e as baixas frequências separadamente. Nesse sentido, o plano (ω, k) , em que ω é a frequência radial e k representa a frequência azimutal, é subdividido em 3 regiões (Figura 11). Em cada região são usadas diferentes estimativas para fazer o *rebinning*. [10]

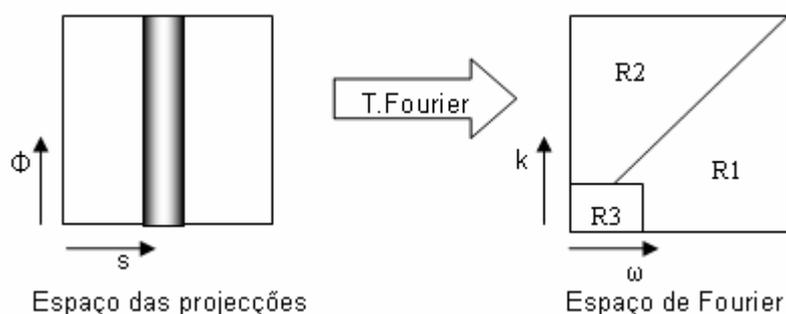


Figura 11 – Fourier Rebinning (FORE). É feita a Transformada de Fourier de cada sinograma passando a informação para o espaço das frequências onde, consoante se trate de altas ou baixas frequências, os pontos vão ser distribuídos por zonas e, conseqüentemente, por planos diferentes.

Após aplicar a transformada de Fourier inversa aos sinogramas resultantes, obtém-se um conjunto de sinogramas 2D.

2.6 State-of-the-Art

Existem, actualmente, vários fabricantes de tomógrafos PET, o que também implica alguma diversidade de características. Estes, cada vez mais, apostam na inovação, no sentido de obter melhores imagens, num menor espaço de tempo e com menor dose de radiação para o paciente. Assim, aliar os sistemas de PET a outros tipos de exame como a CT (Tomografia Computorizada) ou a Ressonância Magnética, ou a introdução de TOF (Time-

Of-Flight), tem sido uma constante ao longo da história de evolução deste exame de diagnóstico. Além destas possibilidades, começam também a surgir tomógrafos com campos de visão axial cada vez maiores, levando a um conseqüente aumento da sensibilidade. Modelos de algumas das marcas mais conhecidas são mostrados na Figura 12.

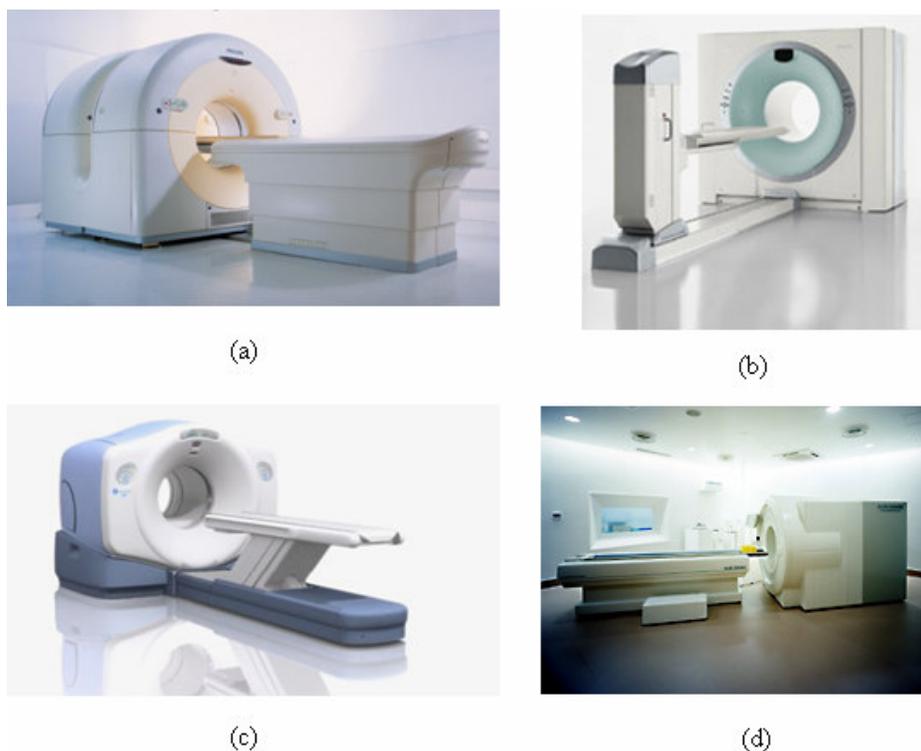


Figura 12 - Alguns *scanners* PET. (a) GEMINI, Philips Medical Systems (Fonte: [3]); (b) Biograph TruePoint PET•CT, Siemens Medical Solutions (Fonte: [13]); (c) Discovery STE, GE Healthcare (Fonte: [14]); (d) SHR92000, Hamamatsu Photonics (Fonte: [15]).

A gama de sistemas PET/CT da Philips Medical designa-se GEMINI. Este equipamento integra os dados anatómicos de CT com os dados metabólicos de PET. O *design* desta máquina tem a característica particular de os *scanners* PET e CT estarem separados, para um maior conforto do paciente (em especial aqueles que sofrem de claustrofobia). O GEMINI usa cristais de cintilação de GSO (*gadolinium oxyorthosilicate*), numa aquisição apenas em 3D, pois não possui *septa* a limitar os ângulos dos eventos a detectar. O AFOV é de 18cm.[16] Na procura por melhores soluções, a Philips lançou recentemente o GEMINI TF com tecnologia TruFlight, apostando nas

vantagens do Time-Of-Flight (TOF). Um sistema PET/CT com TOF permite que seja medida a diferença temporal entre a detecção de dois raios gama provenientes de uma mesma aniquilação. Esta diferença temporal é posteriormente usada na reconstrução, possibilitando uma localização mais exacta da origem da coincidência. Esta tecnologia permite não só obter melhores imagens, como também fazer um *scan* em menos tempo. Para estudos oncológicos, a Philips afirma que, com esta inovação, a duração aproximada de um *scan* de corpo inteiro é de 10min. e que são detectadas lesões mais pequenas, não visíveis sem TOF. Esta tecnologia traz ainda melhorias na qualidade de imagem em pacientes com grande volume corporal, nos quais os efeitos da atenuação e o *scatter* são significativamente grandes.[17]

Biograph é a designação que tomam os equipamentos PET/CT comercializados pela Siemens Medical Solutions. Os cristais usados nestas máquinas são cristais de LSO (*Lutetium Oxyorthosilicate*) e o AFOV é de 16,2cm. Recentemente, a Siemens lançou o Biograph TruePoint PET-CT, que apresenta um campo de visão axial (AFOV) de 21,6 cm, possibilitando uma detecção de fótons 78% maior para cada posição do paciente. Este AFOV alargado resulta num menor número de imagens individuais, pois um maior volume do paciente é adquirido de uma só vez, o que diminui, consideravelmente, o tempo de aquisição necessário a um *scan* de corpo inteiro. Além destas vantagens, a dose de radiação sofre uma redução de 50%. Ao fazer com que o paciente seja reposicionado menos vezes, haverá menos artefactos de movimento, proporcionando melhores imagens. [18] Uma outra novidade da Siemens apostando na alta definição é o HD-PET lançado este ano. O HD-PET proporciona melhorias ao nível da uniformidade da imagem, do contraste e da resolução espacial (2mm), pois utiliza um algoritmo de reconstrução que faz uso da PSF (Point Spread Function) para diminuir possíveis distorções da imagem final. Assim, este sistema é capaz de recuperar a forma dos objectos, pois conhece, à partida, a resposta em qualquer ponto do campo de visão a uma fonte pontual. [19]

Ainda na área do PET/CT, existe também a General Electric Medical Systems com a série *Discovery*. BGO (*Bismuth Germanate*) é o tipo de cristais usados por esta marca. O campo de visão axial destas máquinas é de 15,2cm.[20]

No campo dos longos AFOVs para *scan* de corpo inteiro, surge um novo *scanner* PET – Hamamatsu SHR-92000, com 68,5cm de campo de visão axial. O *scan* completo é possível com apenas dois reposicionamentos do paciente. Esta máquina apresenta um tipo de *septa* intermédio entre o PET-2D (com *septa*) e o PET-3D (sem *septa*). Esta característica permite a redução do *scatter*, mantendo uma grande sensibilidade de detecção. A Hamamatsu SHR-92000 usa cristais de BGO. A aquisição é feita em 3D e os dados são convertidos em 2D recorrendo ao algoritmo FORE e reconstruídos, usando o algoritmo iterativo DRAMA (Dynamic Row-Action Maximum Likelihood Algorithm). [21] Este é, no entanto, um sistema não comercial.

Na tabela 2, são referidas algumas das características destes sistemas.

Tabela 2 – Algumas características de determinados tomógrafos

	Gemini GXL (Philips)	Biograph TruePoint (Siemens)	Discovery DSTE (GE)	Hamamatsu SHR-92000 (Hamamatsu)
AFOV (cm)	18	21,6	15,2	68,5
Material detector	GSO	LSO	BGO	BGO
Sensibilidade	1,520 kcps/ μ Ci/cc (a 410keV)	7,9 cps/kBq (a 435keV)	8,5cps/kBq	9,72 cps/kBq
Resolução espacial Transaxial (3D;mm)	\approx 5,0	2 (com HD-PET)	\approx 5,0	-
NECR (kcps)	70 (NU-2 2001)	165 (a 32kBq/cc)	80 (12kBq/ml)	113,6 (a 10,5kBq/ml)
Fracção de scatter	35%	< 36%	36%	31.4%
Algoritmos de Reconstrução	3D RAMLA LOR-RAMLA FORE+FBP	FORE+ AW-OSEM	3D FORE+FBP WLS-OSEM	FORE+DRAMA

Fontes: [21] - [23]

Notas: (-) - Sem informação

GSO – Gadolinium Oxorthosilicate

LSO – Lutetium Oxorthosilicate

BGO – Bismuth Germanate

RAMLA: Row-Action
maximization-likelihood algorithm
AW-OSEM: Attenuation-Weighted
Ordered-Subsets Expectation
Maximization

FBP: Filtered-Backprojection
WLS-OSEM: Weighted Least
Squares

Em relação aos sistemas PET-MRI (Magnetic Resonance Imaging), estes começam a ser considerados. Devido às características destas técnicas, esta junção mostra-se bastante promissora para sistemas de corpo inteiro, sendo por isso esperados desenvolvimentos futuros nesta área.

2.7 PET vs. PET-RPC

A contínua procura de maior sensibilidade leva ao desenvolvimento de *scanners* com aberturas angulares cada vez maiores.[11] e [24] Esta melhoria permite a detecção de um maior número de eventos, pois mais LORs serão permitidas e, conseqüentemente, possibilita a formação de melhores imagens para uma avaliação clínica mais precisa (Figura 13). No entanto, várias limitações podem surgir, quer no que respeita ao *hardware*, quer ao *software* de reconstrução.

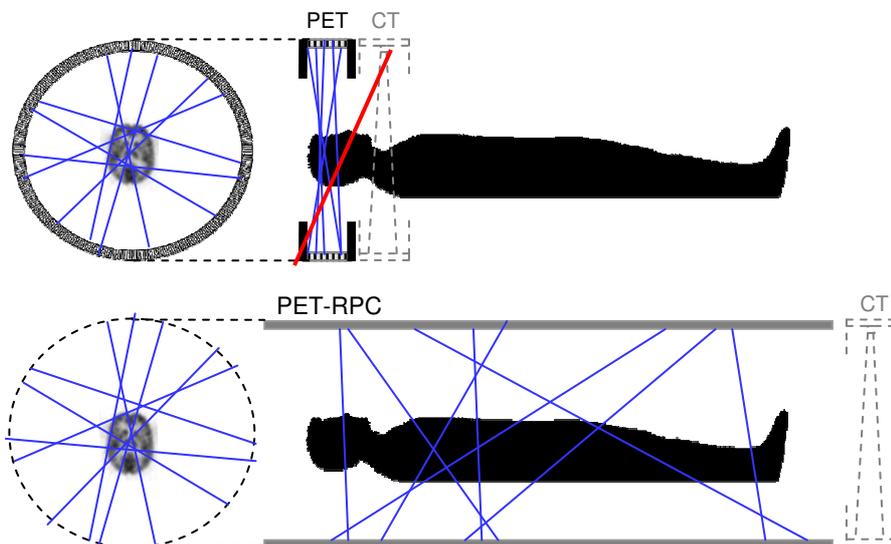


Figura 13 – Esquema de um sistema de PET actual, de pequeno AFOV, o qual apresenta uma grande limitação ao nível dos ângulos polares que são aceites na detecção de eventos (em cima). Esquema de um sistema PET-RPC com longo AFOV, no qual essa limitação é ultrapassada (em baixo). (Adaptado de: Prof. Nuno Ferreira).

2.7.1 O Hardware: RPCs

Um problema inerente ao aumento do campo de visão axial dos sistemas de PET consiste na viabilidade de um *scanner* deste tipo, no que respeita ao seu custo, visto os cristais de cintilação terem um preço elevado.

Neste sentido, foi desenvolvida, no âmbito da colaboração ALICE no CERN, uma nova tecnologia de detectores (Figura 14) – as Resistive Plate Chambers (RPCs). As câmaras de placas resistivas temporizadoras são detectores gasosos que apresentam uma resolução em tempo excelente (300ps FWHM para pares de fótons de 511 KeV). As RPCs oferecem também a possibilidade de TOF (Time-Of-Flight) para medição de tempos de voo, com uma resolução temporal melhor comparativamente à tecnologia TOF já existente baseada em cristais de cintilação e a um mais baixo custo.[25] e [26]

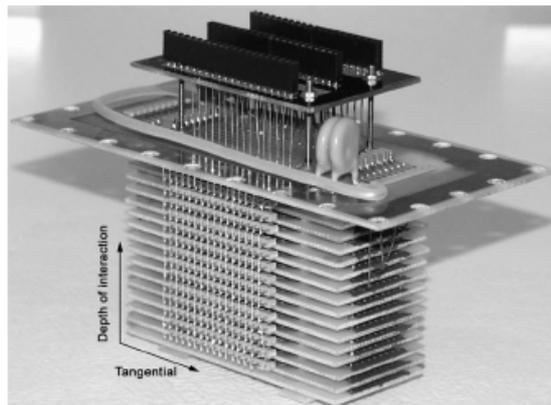


Figura 14 – RPC: elemento de detecção de 17 eléctrodos que definem 16 espaços de amplificação. (Fonte: [27])

Estes detectores apresentam ainda uma resolução espacial muito boa.

No entanto, uma desvantagem de um sistema PET com RPCs como células detectoras é a baixa eficiência de detecção, comparativamente aos sistemas actuais de PET que usam cristais de cintilação. A desvantagem ao nível da sensibilidade, poucas contagens por voxel (pixel em 3D), pode ser compensada com um grande aumento do AFOV.[26]

Desta forma, aliam-se factores como a boa resolução temporal e espacial e baixo custo dos RPCs e o aumento de sensibilidade proporcionado pelo aumento do AFOV.

O funcionamento destes detectores consiste na interacção de fotões com os eléctrodos, o que leva a que haja uma libertação de electrões para o gás existente nos espaços de amplificação. A geometria paralela dos eléctrodos (*Multigap RPC*) permite aplicar um campo eléctrico (E) constante (ver figura 15), havendo assim condução dos electrões no sentido deste campo. Ao longo da condução, os electrões colidem com as moléculas do gás gerando cascatas de electrões (amplificação).

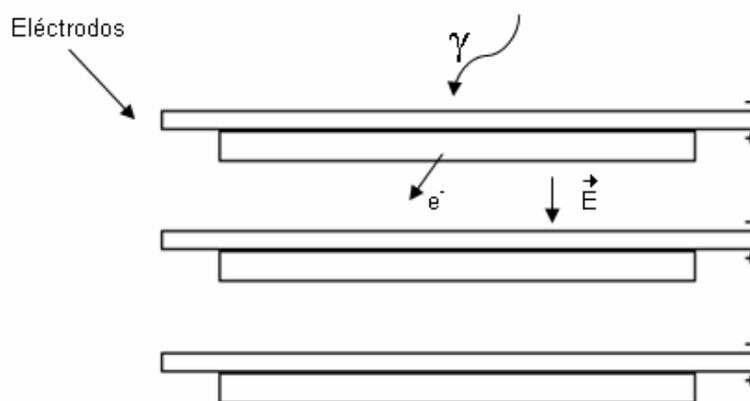


Figura 15 – Geometria paralela dos eléctrodos (*Multigap RPC*). Um fotão interage com um eléctrodo havendo libertação de um electrão, que vai ser conduzido através do gás existente no espaço de amplificação, graças ao campo eléctrico aplicado.

Mais detalhes acerca das RPCs podem ser encontrados, por exemplo, em P. Fonte, *Applications and New Developments in Resistive Plate Chambers* [28].

2.7.2 O Software

O Fourier Rebinning é um algoritmo muito usado por vários grupos e tem-se mostrado preciso em muitos estudos clínicos com os actuais tomógrafos PET de aberturas axiais que rondam $\theta_{\text{máx}} \approx 15^\circ$. [17] Os resultados mostram que o FORE é uma boa alternativa ao 3DRP, verificando-se também uma redução significativa no tempo de processamento. [9]

No entanto, este é um algoritmo aproximado que é apenas apropriado quando o ângulo máximo entre as LORs e os cortes transaxiais, a abertura

angular, não excede os 25º.[11] No sentido de ultrapassar esta limitação, surge um novo e exacto algoritmo de *rebinning*, o FORE-J. Este novo método é baseado na propriedade de que os dados de sinogramas oblíquos são soluções da equação diferencial parcial de segunda ordem estudada por F. John.[11],[12] e [24]

O FORE-J é um algoritmo de implementação muito semelhante ao FORE, sendo, contudo, introduzido um factor de correcção que é adicionado a cada sinograma oblíquo previamente ao *rebinning*, o que pode tornar o processamento um pouco mais lento. Esta correcção implica o cálculo de uma derivada de segunda ordem relativamente à variável axial z, que se vai traduzir num aumento de sensibilidade ao ruído.[12]

Uma outra alternativa seria o FORE-X, outro algoritmo exacto [24]. No entanto, embora este método seja um pouco mais preciso que o FORE-J é também muito mais lento e envolve ainda um passo prévio para preenchimento das zonas truncadas. Este efeito verifica-se em projecções paralelas com um certo θ que estejam incompletas, devido a factores como o tamanho do objecto ou do detector, o que vai implicar a não uniformidade da amostragem (Ver Figura 16). Esta necessidade de completar as projecções não existe nem no caso do FORE, nem do FORE-J, podendo estes algoritmos ser directamente aplicados a dados axialmente truncados.

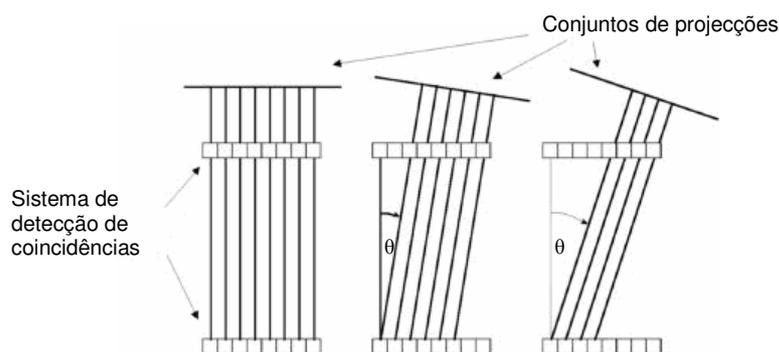


Figura 16 – Diagrama de um tomógrafo PET a operar em modo 3D. À medida que θ aumenta uma menor área é abrangida pelas projecções. (Adaptado de [29])

Assim sendo, o FORE-J mostra-se mais apropriado, no sentido de que combina uma rapidez semelhante ao FORE e uma precisão semelhante ao

FORE-X, apresentando ainda a vantagem de uma implementação muito mais simples. Na secção “Metodologia” será descrita a implementação dos algoritmos FORE e FORE-J.

Após proceder ao *rebinning*, torna-se necessário usar um método de reconstrução 2D, de forma a obter as imagens reconstruídas. Uma associação muito usada é o FORE – OSEM 2D, pois sendo o OSEM (Ordered Subsets Expectation-Maximization) um algoritmo estatístico rápido e um método de reconstrução iterativo, este é capaz de modelar e eliminar o ruído introduzido pelos métodos de *rebinning*. Comparativamente ao OSEM-3D, o FORE+OSEM não apresenta aparente degradação da imagem, mesmo tratando-se de uma aproximação.[30]

Nos métodos iterativos, partindo de uma estimativa inicial normalmente nula, por cada nova estimativa da distribuição da actividade é feita a comparação com as projecções realmente medidas, sendo introduzidas correcções até a diferença não ser significativa. Embora se obtenham resultados com boa qualidade usando métodos de EM (Expectation Maximization), estes são bastante exigentes a nível computacional e de convergência lenta. Usando o OSEM, acelera-se a convergência de um factor proporcional ao número de subconjuntos (*subsets*) usados. [31]

O OSEM é um método que, usando o princípio da máxima verosimilhança, e a partir de dados divididos em subconjuntos, estima em cada subconjunto uma distribuição de actividade. O resultado de um subconjunto é a estimativa inicial para o seguinte. Desta forma, dividindo os sinogramas em *subsets*, em cada iteração é feita mais que uma estimativa recorrendo a apenas uma parte dos dados que constam no sinograma, de cada uma das vezes. Como é usada uma quantidade de dados menor em cada estimativa, esta fica mais grosseira, mas em contrapartida mais rápida, fornecendo ainda uma estimativa inicial já aproximada para o próximo *subset*. Por exemplo, dividindo o sinograma em dois subconjuntos, em que um deles compreende as linhas de índice par do sinograma e o outro, as linhas de índice ímpar, a primeira estimativa é obtida usando apenas um destes subconjuntos. O resultado vai então servir de estimativa inicial, logo de seguida, para o outro

subconjunto. No fim de serem usados os dois *subsets*, é completada uma iteração e iniciada uma nova. A convergência e, conseqüentemente, o processo iterativo tornam-se assim mais rápidos.

Uma descrição mais exaustiva sobre OSEM é feita por Hudson e Larkin em [31].

3 Metodologia

Para a implementação dos algoritmos necessários à reconstrução, escolheu-se como linguagem de programação o IDL.

Numa fase de teste, foram usados dados reais obtidos com o tomógrafo ECAT EXACT HR+, dados esses já no formato de sinogramas. Algumas das características físicas desta câmara encontram-se na tabela 3.

Tabela 3 – Algumas características físicas da câmara ECAT EXACT HR+. (Fonte: [32])

Detector	Cristais BGO
Diâmetro do anel	82.7cm
Diâmetro do FOV	58.3cm
Largura do FOV Axial	15.5cm
Nº. de anéis	32
Nº. de detectores por anel	576

Já numa fase de validação dos algoritmos, foram simulados dados com a ferramenta GEANT4 Monte Carlo, para um *scanner* cilíndrico com cristais de BGO e para um sistema PET – RPC (120 plates) cilíndrico, ambos com um AFOV de 240cm (de forma a cobrir o paciente por completo). As características do *scanner* usadas na simulação encontram-se na tabela 4. O fantoma simulado foi um cilindro uniforme de 20cm de diâmetro e 175cm de comprimento, centrado no tomógrafo, segundo as normas NEMA 1994 (National Electrical Measurement Association).

Tabela 4 – Alguns parâmetros do *scanner* usados na simulação.

Detector	Cristais BGO	RPC – 120 plates
Diâmetro do anel	92.7cm	
Diâmetro do FOV	≈ 57cm	
Largura do FOV Axial	2400mm	
Nº. de anéis	288	
Nº de detectores por anel	672	

Os dados obtidos da simulação encontram-se no formato list-mode, ou seja, na forma de uma lista que agrupa informações relativas a cada evento. A lista ordenada dos parâmetros que constituem as informações referentes a cada coincidência pode ser encontrada no Anexo 1. Embora este formato permita armazenar mais informação do que o formato histograma, os dados têm que sofrer posterior conversão para a forma de sinogramas. Para isso, foi implementado código em IDL, que se encontra no Anexo 2.

Os procedimentos “txt2bin_BGO” e “txt2bin_RPC” abrem os ficheiros das simulações BGO e RPC, respectivamente, pela devida ordem e, recorrendo à função “read_simul_data”, lêem desses ficheiros a informação especificada na função. É feita a gravação para um novo ficheiro dessa selecção.

Após ter os dados de interesse gravados num novo ficheiro no formato binário, estes estão em condições de sofrer a transformação em sinogramas. Para isso, fez-se a adaptação do procedimento “makesinogram” (desenvolvido por Ricardo Bugalho), integrando-o nos algoritmos de *rebinning* FORE e FORE-J. Este procedimento recorre ao uso da classe “SinogramBinner_define” (R. Bugalho), que por sua vez, faz uso da função “Hist_ND” (software livre). Desta forma, os algoritmos FORE e FORE-J, descritos à frente, apresentam também a capacidade de criação de sinogramas, transformação esta anterior ao *rebinning*.

Além destes dados, também para validação dos algoritmos, usaram-se ainda dados obtidos com um simulador analítico. Foi simulado um *scanner* cilíndrico de 240 cm de AFOV, 288 anéis e 92,7 cm de diâmetro. A actividade foi distribuída nos planos 69 a 72, 142 a 150 e 210 a 228, segundo o esquema apresentado na figura 17.

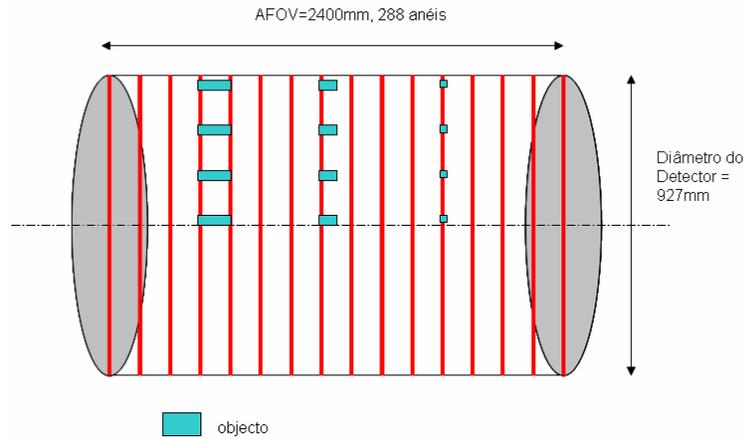


Figura 17 – Distribuição de actividade dos dados obtidos com simulador analítico. [Imagem original: Eng. Nuno Ferreira]

3.1 Introdução das variáveis

De seguida será feita apresentação das coordenadas de um sistema cilíndrico, de acordo com Defrise *et al* em [10].

Considerando um *scanner* cilíndrico de raio R e comprimento L , z é a coordenada axial, x e y são as coordenadas radiais, Φ é o ângulo azimutal, cujos valores se situam na gama $0 \leq \Phi < \pi$, θ é o ângulo polar (que idealmente, para um cilindro infinito seria $0 \leq \theta < \pi/2$) e δ é a tangente do ângulo θ (Figura 18).

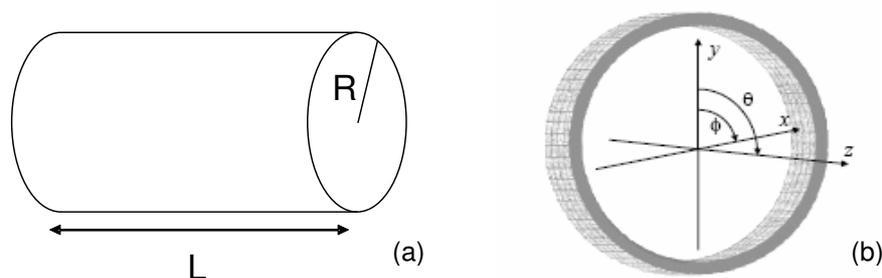


Figura 18 – (a) Geometria de um *scanner* PET cilíndrico. (b) Definição de eixos e ângulos. (Imagem original: Eng. Nuno Ferreira)

Sendo a função $f(x,y,z)$ a representação da distribuição do radiotraçador, definida num campo de visão Ω de raio $R_{\Omega} < R$, também de comprimento L e

coordenadas x , y e z de acordo com o definido anteriormente, o integral desta função é medido ao longo das LORs e a reconstrução é feita estimando $f(x,y,z)$ a partir destes dados.

Considerando N o número de anéis do *scanner*, o número de planos (planos directos + planos oblíquos) é dado por N^2 . Após *rebinning*, ter-se-ão $2N-1$ sinogramas não oblíquos, ou seja, N cortes localizados nos planos definidos pelos N anéis e $N-1$ cortes, correspondentes aos planos cruzados, localizados entre os planos anteriores. Para dois detectores de coordenadas axiais z_A e z_B em coincidência, Δ é o espaçamento axial entre esses dois detectores ($\Delta = z_A - z_B$) e z é o ponto médio entre z_A e z_B definido por $z = (z_A + z_B)/2$. Assim sendo, estamos perante um sinograma directo quando $\Delta = 0$, enquanto que para $\Delta \neq 0$ o sinograma diz-se oblíquo (Figura 19).

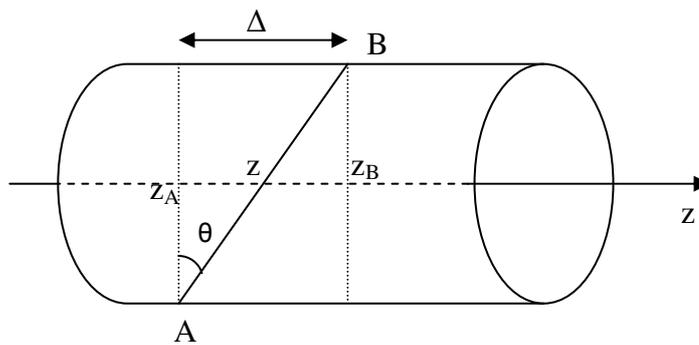


Figura 19 – Definição das variáveis: exemplo de LOR oblíqua.

A parametrização dos sinogramas é feita usando as variáveis Φ (ângulo formado pela projecção e o eixo dos yy) e s (distância entre o eixo axial z e a projecção da linha num plano transaxial; $|s| \leq R_\Omega$). Cada sinograma oblíquo tem N_s amostras radiais e N_Φ amostras angulares.

Na tabela 5, é feito um pequeno glossário das variáveis que vão ser usadas e que foram já definidas ao longo do texto, para uma mais fácil consulta.

Tabela 5 – Glossário das variáveis usadas ao longo do texto.

R	raio do <i>scanner</i>	N	nº de anéis do <i>scanner</i>
L	comprimento do <i>scanner</i>	Δ	espaçamento axial entre 2 detectores
x,y	coordenadas radiais	Δz	espaçamento entre anéis ou amostragem axial
z	coordenada axial / coordenada axial do ponto médio da LOR	s	distância ao eixo axial (eixo do tomógrafo)
Φ	ângulo azimutal	ω	frequência radial (espaço de Fourier)
θ	ângulo polar	k	frequência azimutal (espaço de Fourier)
δ	tangente do ângulo polar / diferença entre anéis	N_s	nº de amostras radiais (sinograma)
R_Ω	raio do FOV	N_Φ	nº de amostras angulares (sinograma)

3.2 Fourier Rebinning

Nos métodos de *rebinning* é feita a estimativa $p_{3D}(s, \Phi, z, \delta) \rightarrow p_{2D}(s, \Phi, z)$. Segundo Michel Defrise, a aproximação feita pelo Fourier Rebinning e que relaciona a transformada de Fourier bidimensional de um sinograma oblíquo (z, δ) com a transformada de Fourier bidimensional de um sinograma directo, de um corte deslocado axialmente por um *offset* $-k\delta/\omega$ dependente da frequência, é dada por:

$$P(\omega, k, z, \delta) \approx P(\omega, k, z - \frac{k\delta}{\omega}, 0) \quad (1)$$

No espaço de Fourier (ou espaço das frequências), o plano (ω, k) é subdividido em 3 regiões (Figura 20), definidas pelos parâmetros ω_{lim} e k_{lim} , e que obedecem às seguintes condições:

Região 1 (altas-frequências): $|k/\omega| < R_\Omega; |k| > k_{lim} \vee |\omega| > \omega_{lim}$

$$P_{2D}(\omega, k, z) = \frac{1}{\delta_1(\omega, k, z)} \int_0^{\delta_1} d\delta P(\omega, k, z + \frac{k\delta}{\omega}, \delta) \quad (2)$$

Região 2 (altas-frequências): $|k/\omega| \geq R_\Omega; |k| > k_{lim} \vee |\omega| > \omega_{lim}$

$$P_{2D}(\omega, k, z) = 0 \quad (3)$$

Região 3 (baixas-frequências): $|k| \leq k_{lim} \vee |\omega| \leq \omega_{lim}$

$$P_{2D}(\omega, k, z) = \frac{1}{\delta_2(z)} \int_0^{\delta_2} d\delta P(\omega, k, z, \delta) \quad (4)$$

De acordo com a equação (1), na região 1 do espaço de Fourier o *rebinning* dos dados é feito usando o Fourier Rebinning. Nesta região, $\delta_1(\omega, k, z) = \min\{(L/2-z) / (R+k/\omega), (L/2+z) / (R-k/\omega), \delta_{m\acute{a}x}\}$, onde $\delta_{m\acute{a}x}$ é a maior diferença entre anéis considerada. Já na região 2 a condição de consistência $P(\omega, k, z, 0) \approx 0; |\omega| < |k| / R_\Omega$ não é satisfeita e, portanto, é aplicada a expressão (2). Por fim, na região 3, o Fourier Rebinning não é aplicável, sendo então feita a estimativa usando apenas sinogramas oblíquos com um valor pequeno de $\delta \leq \delta_{lim}$. Esta estimativa equivale a fazer o SSRB. Aqui $\delta_2(z) = \min\{\delta_{lim}, (L/2-|z|) / R\}$. Os valores escolhidos de ω_{lim} , k_{lim} e δ_{lim} devem ser pequenos e devem assegurar um bom compromisso entre o erro sistemático e o erro estatístico.[10] Na implementação deste algoritmo, os valores usados foram: $\omega_{lim} = 2 \Delta\omega$, $k_{lim} = 2$ e $\delta_{lim} = 2 \Delta z / R$.

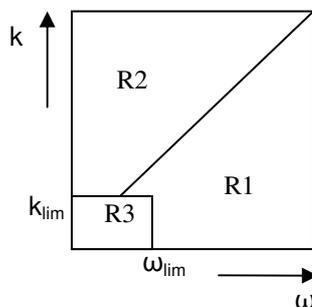


Figura 20 – As 3 regiões do espaço de Fourier.

3.2.1 Cálculo das variáveis

Antes de se avançar para a implementação do algoritmo FORE, torna-se necessário definir como proceder para calcular e determinar o valor das variáveis necessárias.

Caso os dados de que dispomos se encontrem já no formato de sinogramas, estes podem então ser sujeitos directamente ao método de *rebinning* descrito na secção seguinte. No entanto, caso os dados estejam no formato list-mode, tal como já referido, torna-se necessário fazer a conversão para sinogramas. Neste segundo caso, valores de N_s e N_ϕ têm de ser escolhidos de acordo com a resolução pretendida e tendo em conta que o produto entre ambos, ou seja, o número de elementos do sinograma, terá que ser igual ao número de LORs possíveis num plano (número de detectores \times número de detectores $- 1$). Tendo em consideração o que foi dito, os valores calculados para o caso dos dados simulados com a ferramenta GEANT4, foram os seguintes: $N_s = 168$ amostras (ou bins) radiais e $N_\phi = 672$ amostras (ou bins) angulares. Os mesmos valores foram usados para o caso do simulador analítico.

De forma a executar o FORE, torna-se ainda necessário calcular a coordenada axial do ponto médio dos vários planos oblíquos, de modo a fazer uma distribuição ponderada da informação contida nestes, pelos $2N-1$ planos não oblíquos obtidos pós-*rebinning*. Tendo em conta a equação (1), temos $z_0 = z - \delta k/\omega$, em que z é a coordenada axial do ponto médio entre dois detectores, $-\delta k/\omega$ é o *offset* já mencionado e z_0 é a coordenada axial do ponto onde ocorreu a coincidência.

A coordenada z é calculada fazendo:

$$z = -\frac{L - L/N}{2} + \frac{(i + j) \times L/N}{2}, \quad (5)$$

onde L/N é a espessura do anel e i e j são índices que vão de zero até $N - 1$. Desta forma, se $i=j=0$, o segundo termo da equação é igual a zero e pode-se dizer que o primeiro termo é a coordenada axial do centro do primeiro anel. [10]

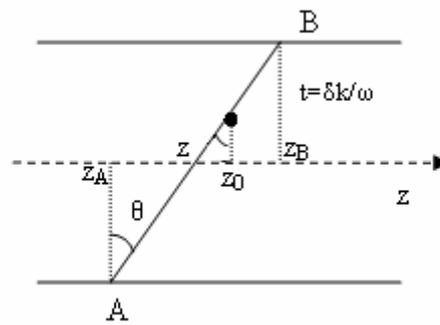


Figura 21 – Interpretação geométrica de uma fonte de coordenada axial z_0 .

3.2.2 Implementação do algoritmo FORE

De seguida serão descritos os passos necessários para a implementação do algoritmo segundo DeFRise *et al* em [10].

- 1) Inicializar um *array* de sinogramas *rebinned* com a Transformada de Fourier bidimensional $P_{2D}(\omega, k, z) = 0$.
- 2) Considerar sequencialmente cada par de sinogramas (z, δ) e $(z, -\delta)$:
 - a) se necessário, fazer *padding* em s e interpolar em Φ para obter N'_s e N'_ϕ de dimensões que sejam iguais a potências de dois;
 - b) usando a equação

$$P(\omega, k, z, \delta) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-R\Omega}^{+R\Omega} ds \cdot \exp(-ik\phi - i\omega s) p(s, \phi, z, \delta) \quad (6)$$

calcular a 2D FFT (Fast Fourier Transform) em relação a s e Φ , para obter $P(\omega, k, z, \delta)$.

Tendo em conta que os sinogramas oblíquos estão apenas amostrados para $0 \leq \Phi < \pi$, ter-se-á que usar a simetria $p(s, \Phi + \pi, z, \delta) = p(-s, \Phi, z, -\delta)$, ficando a expressão (1) na forma:

$$P(\omega, k, z, \delta) = \int_0^{\pi} d\phi \exp(-ik\phi) \int_{-R\Omega}^{+R\Omega} ds \cdot \{ \exp(-i\omega s) p(s, \phi, z, \delta) + (-1)^k \exp(+i\omega s) p(s, \phi, z, -\delta) \}; \quad (7)$$

(Na prática, corresponde a juntar aos pares os sinogramas correspondentes a (z, δ) e $(z, -\delta)$, de forma a obter-se sinogramas 2π .)

- c) para cada amostra (ω, k) na região 1, definida por $|k / \omega| < R_\Omega$; $|k| > k_{lim} \vee |\omega| > \omega_{lim}$, calcular $z_0 = z - \delta k / \omega$, usar interpolação linear para incrementar os dois planos mais próximos $z_1 < z_0 \leq z_2$:

somar $(z_2 - z_0) P(\omega, k, z, \delta)$ a $P_{2D}(\omega, k, z_1)$

somar $(z_0 - z_1) P(\omega, k, z, \delta)$ a $P_{2D}(\omega, k, z_2)$;

- d) se $\delta \leq \delta_{lim}$, considerar cada amostra (ω, k) na região 3, definida pela condição $|k| \leq k_{lim} \wedge |\omega| \leq \omega_{lim}$ e somar $P(\omega, k, z, \delta)$ a $P_{2D}(\omega, k, z)$.

- 3) Normalizar os dados *rebinned* (P_{2D}) de forma a ter em conta o número de contribuições para cada amostra ω, k, z . Para isso, aplicar os procedimentos 2c) e 2d) com $P(\omega, k, z, \delta) = 1$.
- 4) Fazer a transformada inversa de Fourier de $P_{2D}(\omega, k, z)$ para obter o conjunto de sinogramas $p_{2D}(s, \Phi, z)$.
- 5) Fazer o “corte” dos sinogramas em 2 metades (ver passo 2)), inverter uma dessas partes segundo um eixo vertical e somá-la à outra metade.
- 6) Reconstruir cada plano com o OSEM-2D ou outro algoritmo de reconstrução 2D.

3.2.3 Implementação do algoritmo FORE-J

Este algoritmo baseia-se na propriedade de que qualquer conjunto de dados da forma $p(s, \Phi, z, \delta)$ deve ser solução da equação parcial diferencial de segunda ordem, estudada por John:

$$\frac{\partial^2 p(s, \phi, z, \delta)}{\partial z \partial \phi} + \frac{\partial^2 p(s, \phi, z, \delta)}{\partial \delta \partial s} = -s \delta \frac{\partial^2 p(s, \phi, z, \delta)}{\partial z^2} \quad (8)$$

A implementação deste algoritmo é bastante semelhante à anterior, sendo a grande diferença a introdução de um factor de correcção para grandes aberturas angulares, ou seja, quando $\theta_{\text{máx}}$ é grande.

Desta forma, a expressão matemática para o FORE-J é dada por:

$$P_{\text{reb}}(\omega, k, z_0) = \frac{1}{\delta_{\text{máx}}} \int_0^{\delta_{\text{máx}}} d\delta (P(\omega, k, z_0 + \frac{k\delta}{\omega}, \delta) + \frac{\delta(\delta_{\text{máx}} - \delta)}{\omega} \frac{\partial^3 P(\omega, k, z_0 + \frac{k\delta}{\omega}, \delta)}{\partial \omega \partial z^2}) \quad \omega \neq 0, \quad (9)$$

em que $P_{\text{reb}}(\omega, k, z_0)$ é a transformada de Fourier bidimensional do sinograma *rebinned* para o plano transaxial de coordenada z_0 . Nesta equação, o primeiro termo diz respeito ao algoritmo FORE e o termo da segunda linha corresponde à correcção já referida que diferencia o FORE-J.[11], [12] e [24] Esta correcção implica o cálculo de uma derivada de segunda ordem em relação à variável axial z . Na implementação em IDL, esta derivada foi estimada fazendo a convolução com a máscara (1,-2,1).[12]

A implementação do FORE-J segue os seguintes passos (segundo Defrise e Liu em [24]):

- 1) Inicializar um *array* de sinogramas *rebinned* com a Transformada de Fourier bidimensional $P_{\text{reb}}(\omega, k, z) = 0$.
- 2) Considerar sequencialmente cada par de sinogramas (z, δ) e $(z, -\delta)$ e juntá-los de forma a obter um sinograma 2π :
 - a) se necessário, fazer *padding* em s e interpolar em Φ para obter uma matriz de dimensões que sejam iguais a potências de dois;
 - b) Calcular a 2D FFT em relação a s e Φ para obter $P(\omega, k, z, \delta)$;
 - c) Calcular o termo adicional $Q(\omega, k, z, \delta)$ de acordo com

$$Q(\omega, k, z, \delta) = -i \frac{\delta \{ \delta_{\text{máx}} (\omega, k, z - (k / \omega) \delta) - \delta \}}{\omega} \quad (10)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{-is\omega} \int_0^{2\pi} d\phi e^{-ik\phi} s \frac{\partial^2 p(s, \phi, z, \delta)}{\partial z^2};$$

- d) para cada amostra (ω, k) na região 1, definida por $|k / \omega| < R_\Omega$; $|k| > k_{lim} \vee |\omega| > \omega_{lim}$, calcular $z_0 = z - \delta k / \omega$. Usar interpolação linear para incrementar os dois planos mais próximos $z_1 < z_0 \leq z_2$:
- somar $(z_2 - z_0)(P(\omega, k, z, \delta) + Q(\omega, k, z, \delta))$ a $P_{reb}(\omega, k, z_1)$
- somar $(z_0 - z_1)(P(\omega, k, z, \delta) + Q(\omega, k, z, \delta))$ a $P_{reb}(\omega, k, z_2)$;
- e) se $\delta \leq \delta_{lim}$, considerar cada amostra (ω, k) na região 3, definida pela condição $|k| \leq k_{lim} \wedge |\omega| \leq \omega_{lim}$ e somar $P(\omega, k, z, \delta)$ a $P_{reb}(\omega, k, z)$.
- 3) Normalizar os dados *rebinned* (P_{reb}) de forma a ter em conta o número de contribuições para cada amostra (ω, k, z_0) . Para isso, aplicar os procedimentos 2d) e 2e) com $P(\omega, k, z, \delta) = 1$ e $Q(\omega, k, z, \delta) = 0$.
 - 4) Fazer a transformada inversa de Fourier de P_{reb} para obter para cada corte transaxial z_0 um sinograma $p_{reb}(s, \Phi, z)$.
 - 5) Fazer o “corte” dos sinogramas em 2 metades (ver passo 2)), inverter uma dessas partes segundo um eixo vertical e somá-la à outra metade.
 - 6) Reconstruir cada plano com o OSEM-2D ou outro algoritmo de reconstrução 2D.

4 Resultados

Os algoritmos FORE e FORE-J foram implementados em IDL 6.3. Para reconstrução dos planos bidimensionais obtidos com estes métodos, usou-se o OSEM-2D. De seguida, é feita a apresentação dos resultados.

4.1 Com dados reais adquiridos com o tomógrafo ECAT EXACT HR+

Numa primeira fase, para testar ambos os métodos, usaram-se dados reais adquiridos com o tomógrafo ECAT EXACT HR+, de características já referidas (ver Tabela 3). Obtiveram-se os seguintes resultados, num computador com processador de 1.80GHz e 512MB de RAM:

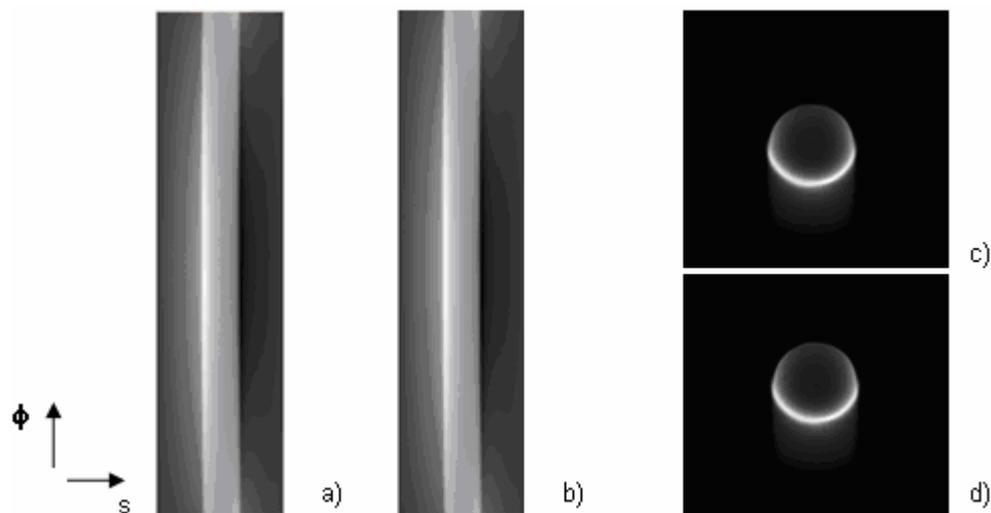


Figura 22 – Reconstrução de um cilindro uniforme, a partir de dados reais obtidos com o tomógrafo ECAT EXACT HR+. a) Sinograma obtido após rebinning usando o algoritmo FORE; b) Sinograma obtido após rebinning usando o algoritmo FORE-J; c) Plano reconstruído (FORE + OSEM-2D); d) Plano reconstruído (FORE-J + OSEM-2D).

O tempo requerido para o *rebinning* dos dados foi 98 s, usando o algoritmo FORE e 291 s com o FORE-J. Após o rebinning, reconstruíram-se os 63 planos utilizando o método OSEM-2D, o que demorou aproximadamente 415 s.

4.2 Com dados simulados com a ferramenta GEANT4 Monte Carlo

Numa fase de validação dos métodos, utilizaram-se dados simulados com a ferramenta GEANT4 Monte Carlo, para um tomógrafo e fantoma já definidos (ver Tabela 4). Os resultados, obtidos num computador com as mesmas características que o anterior, são apresentados de seguida.

4.2.1 Para um tomógrafo com cristais de BGO¹

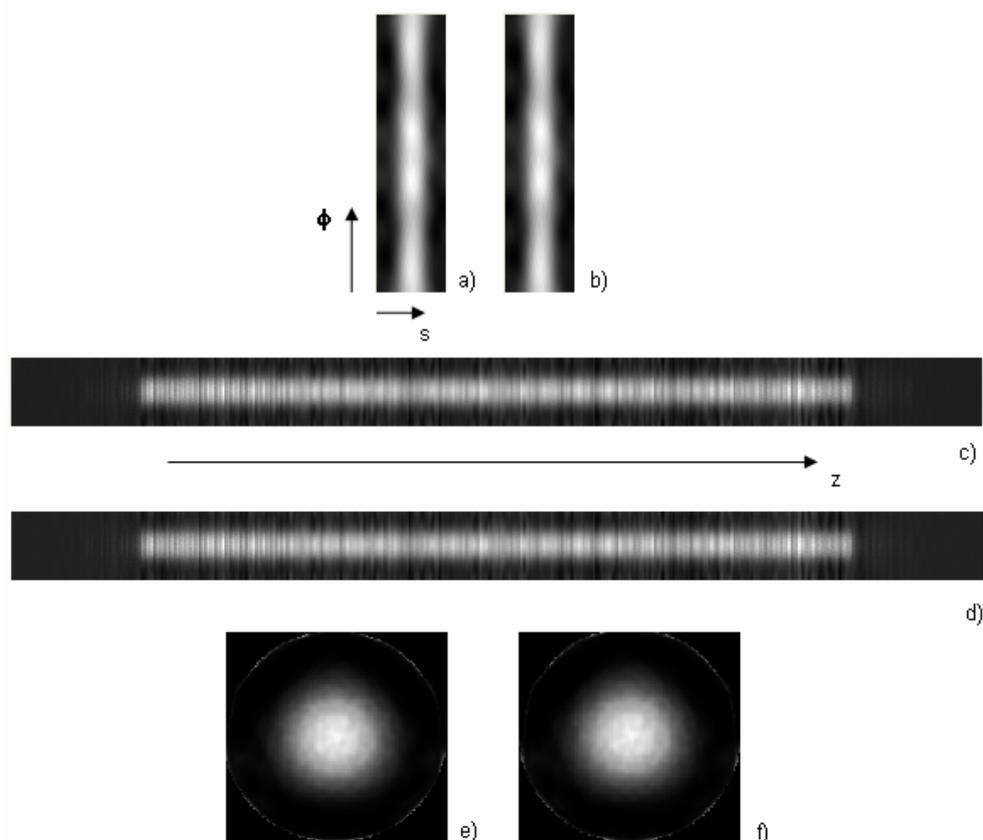


Figura 23 – FORE e FORE-J aplicados a dados de um cilindro uniforme simulados para um tomógrafo com cristais de BGO. a) e b) sinogramas *rebinned* com FORE e FORE-J, respectivamente (plano 287); c) e d) vista ao longo do eixo axial (*rebinned*); e) e f) reconstrução do plano 287 com FORE+OSEM-2D e FORE-J+ OSEM-2D, respectivamente.

Os tempos de cálculo foram 862 s para *rebinning* com FORE e 2159 s com FORE-J. O OSEM-2D demorou aproximadamente 1000s.

¹ Nos resultados apresentados, o número de bins em s e em Φ e, portanto, o tamanho dos sinogramas, foram reduzidos a $\frac{1}{4}$ do número/tamanho original (168 x 672), de forma a diminuir o tempo de computação.

4.2.2 Para um tomógrafo PET-RPC²

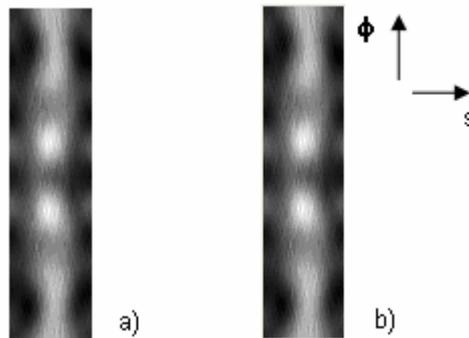


Figura 24 – Sinograma de um cilindro uniforme simulado para um tomógrafo PET-RPC (plano 287). a) *Rebinning* com o algoritmo FORE; b) *Rebinning* com algoritmo FORE-J.

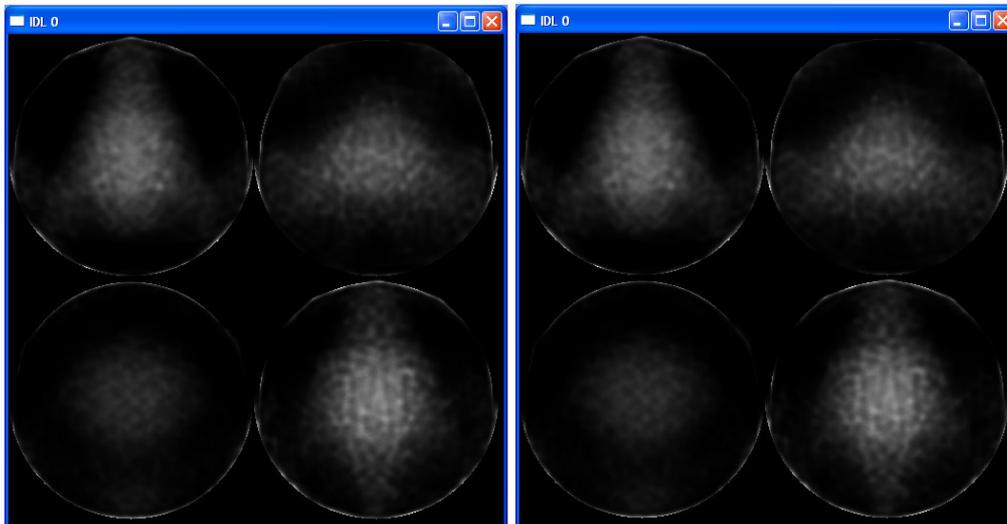


Figura 25 – Reconstrução FORE+OSEM-2D (à esquerda) e FORE-J+OSEM-2D (à direita) a partir de dados simulados para um tomógrafo PET-RPC. Planos 286 a 289.

Os tempos de cálculo foram 726 s e 2277 s para FORE e FORE-J, respectivamente. O OSEM-2D demorou aproximadamente 1100 s (575 planos).

4.3 *Com dados obtidos com um simulador analítico*³

Para a distribuição de actividade apresentada na figura 17, os sinogramas têm o aspecto apresentado na figura 26.

² O mesmo que a nota 1.

³ Também aqui, tal como nas notas 1 e 2, os sinogramas foram reduzidos de um factor de 4, para aumentar a velocidade de processamento.

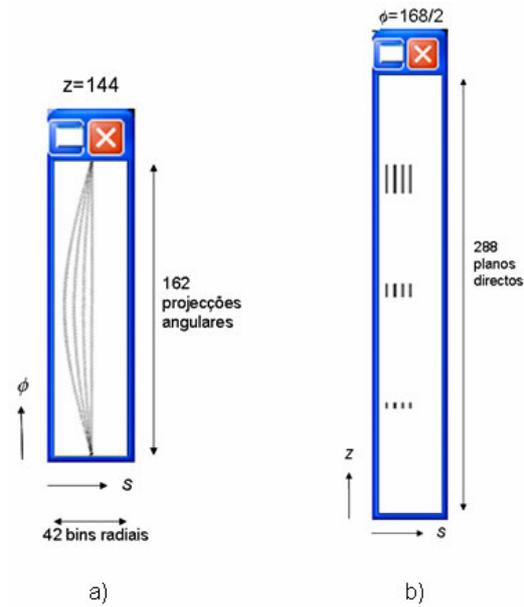


Figura 26 – a) Sinograma obtido com a distribuição de actividade apresentada na figura 17, para um plano de coordenada axial 144; b) Planos axiais para $\phi=168/2$.

4.3.1 Segmento 0 (não sujeito a *rebinning*)

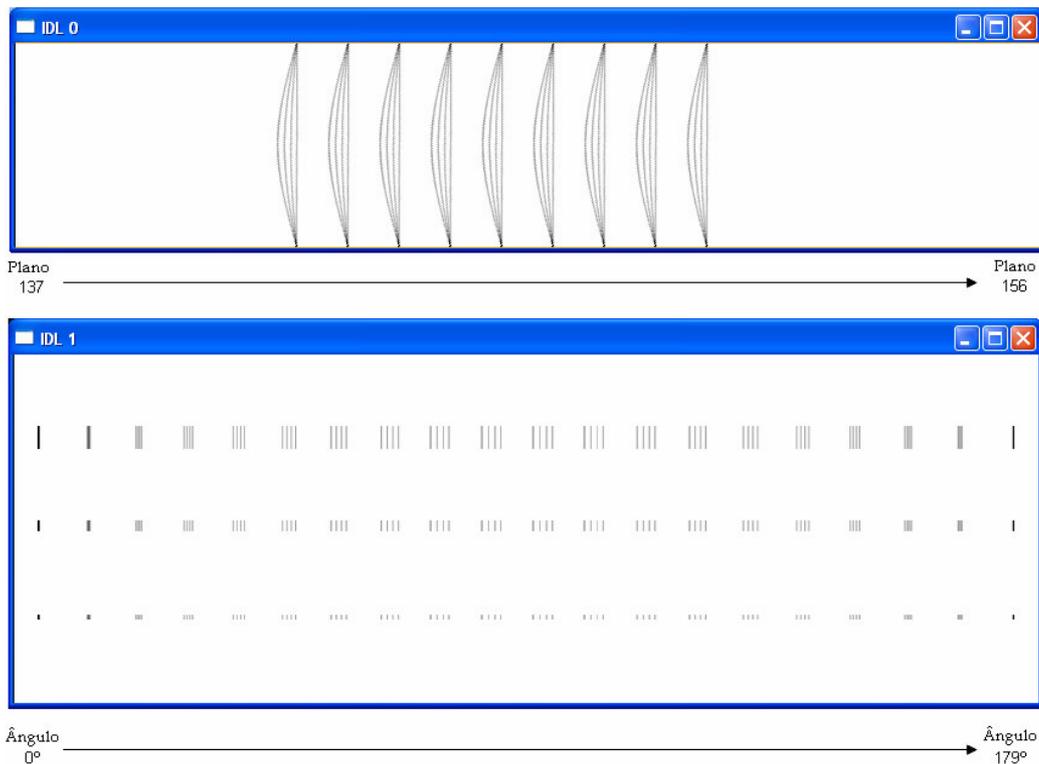


Figura 27 – Segmento 0 pré-*rebinning*. Sinogramas dos planos directos 137 a 156 (em cima). Sinogramas ao longo dos vários ângulos (em baixo).

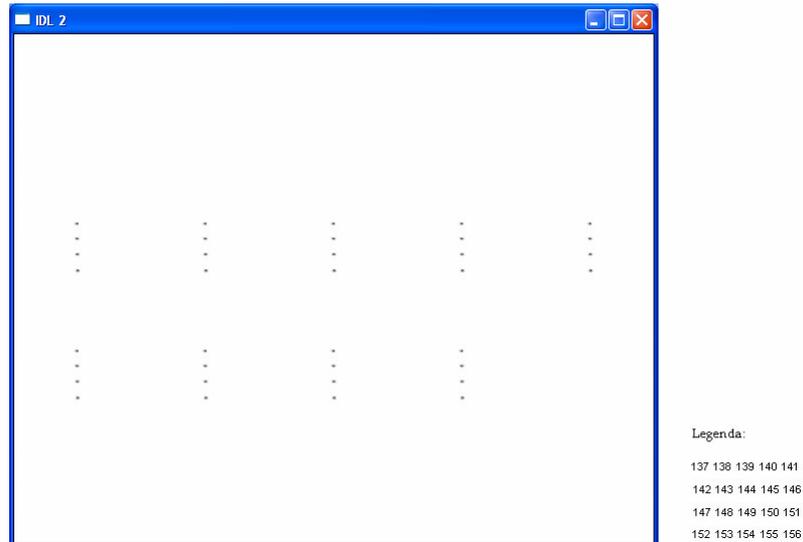


Figura 28 – Reconstrução do segmento 0 com OSEM (referência para reconstrução pós-rebinning).

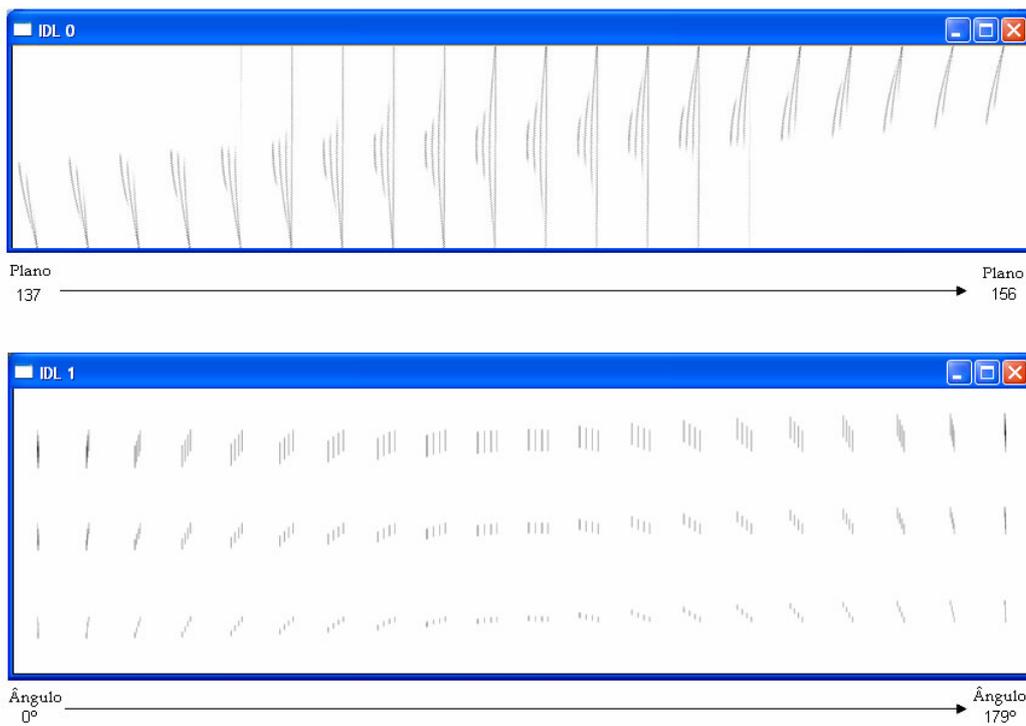


Figura 29 - Segmento 50 pré-rebinning. Sinogramas dos planos directos 137 a 156 (em cima). Sinogramas ao longo dos vários ângulos (em baixo). É visível uma distorção no padrão em relação à figura 24, que piora com o aumento do índice do segmento (maior inclinação dos planos).

4.3.2 SSRB

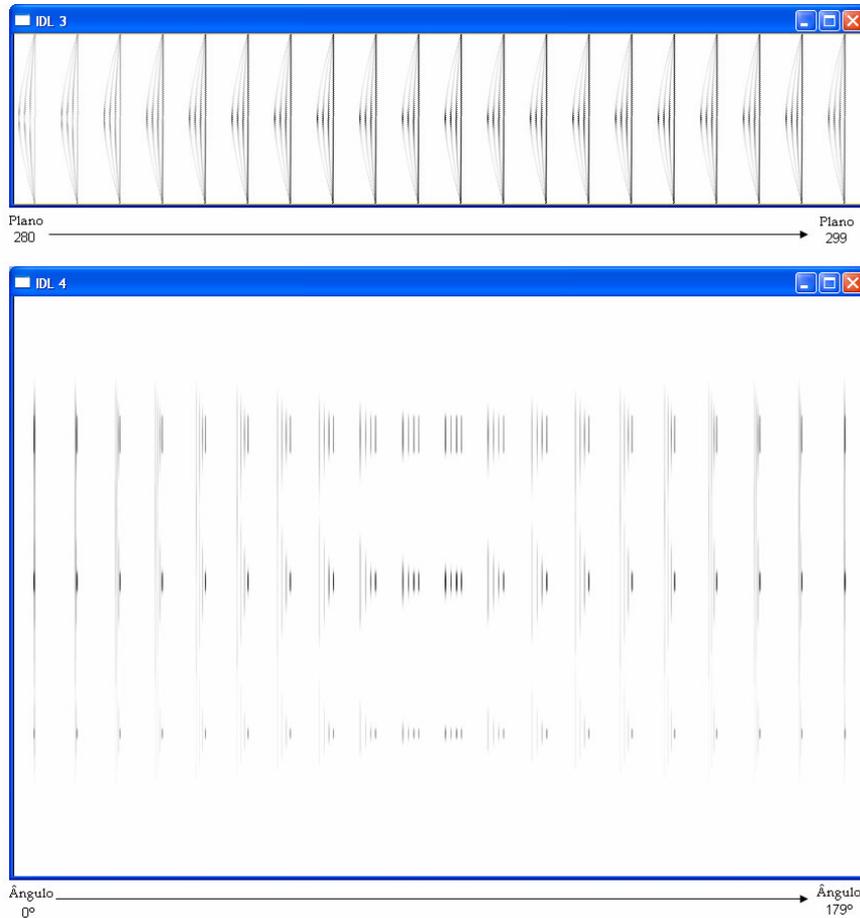


Figura 30 – Sinogramas após *rebinning* com SSRB. Em baixo, é visível a dispersão da actividade ao longo do eixo axial z do *scanner*.

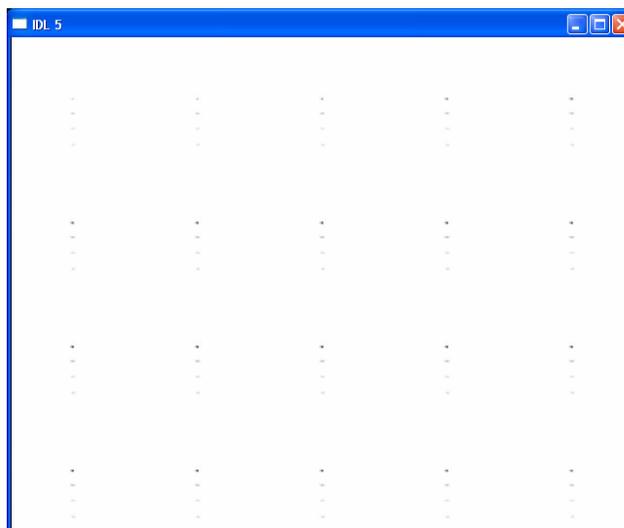


Figura 31 – Reconstrução com SSRB+OSEM (planos directos e cruzados - índices 280 a 299).

4.3.3 MSRB

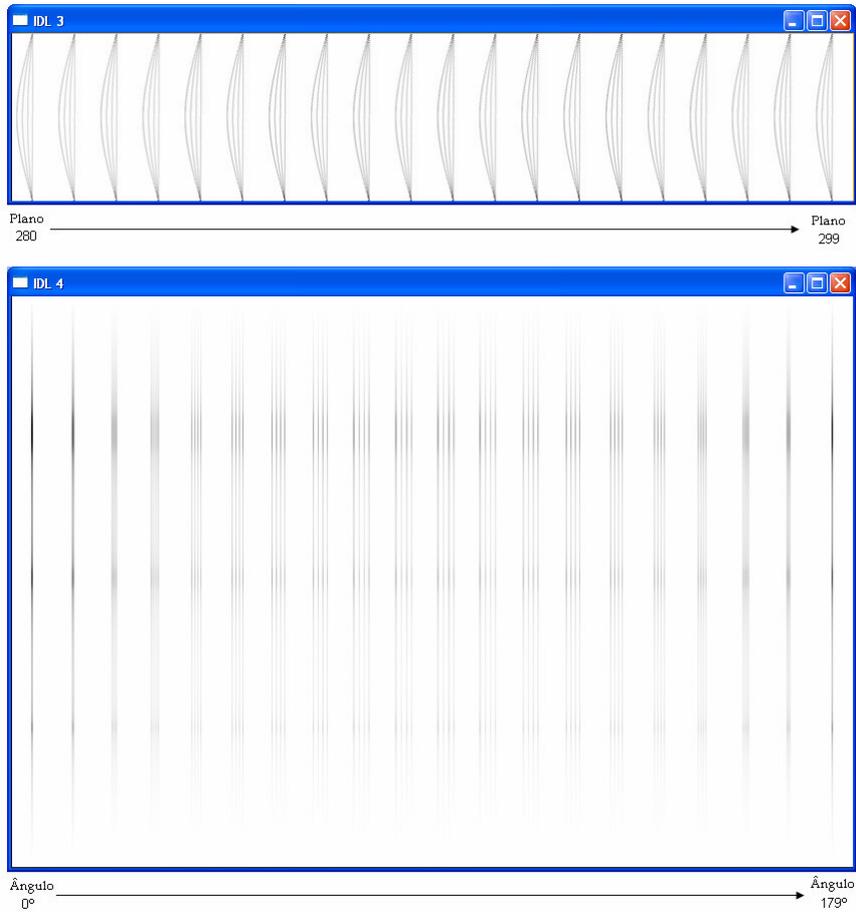


Figura 32 - Sinogramas após *rebinning* com MSRB. Em baixo, é visível uma dispersão da actividade, ao longo do eixo axial z do *scanner*, maior do que usando o SSRB.



Figura 33 - Reconstrução com MSRB+OSEM (planos directos e cruzados - índices 280 a 299).

4.3.4 FORE

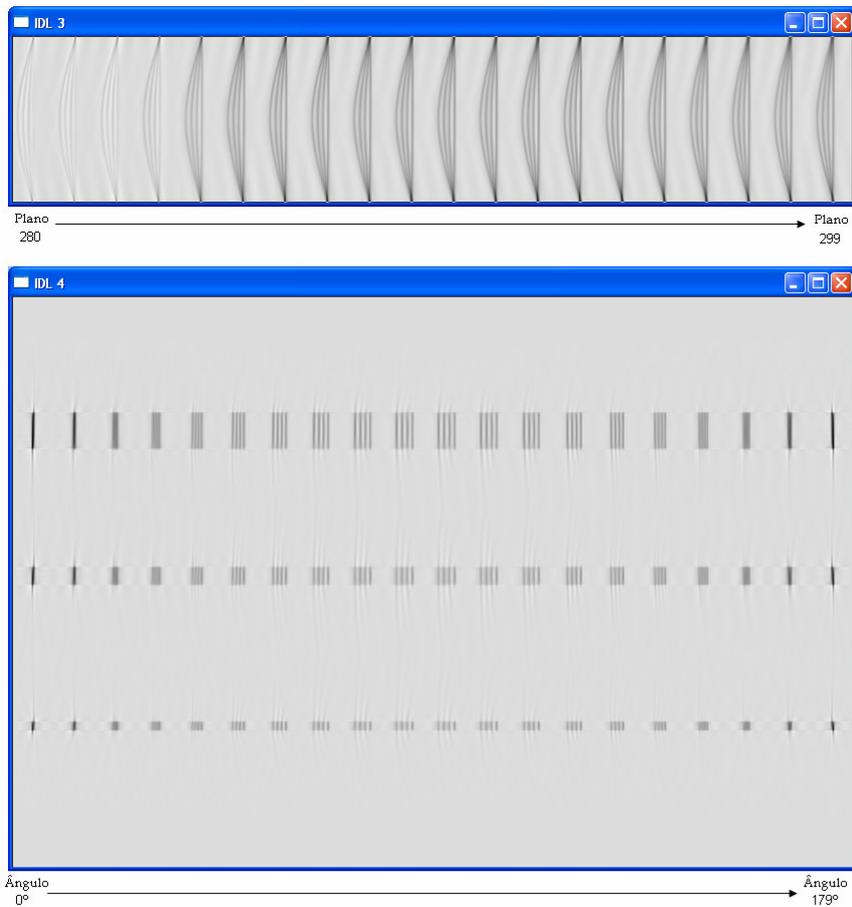


Figura 34 - Sinogramas após *rebinning* com FORE. Em baixo, é visível uma dispersão da actividade, ao longo do eixo axial z do *scanner*, menor do que usando o SSRB ou o MSRB.

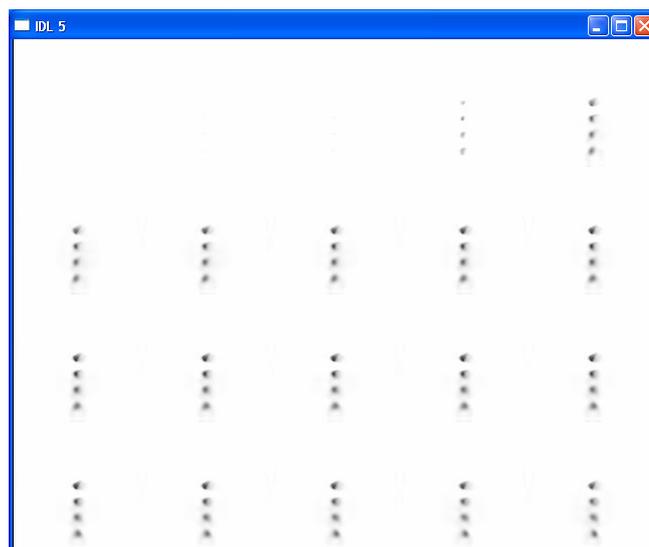


Figura 35 - Reconstrução com FORE+OSEM (planos directos e cruzados - índices 280 a 299).

4.3.5 FORE-J

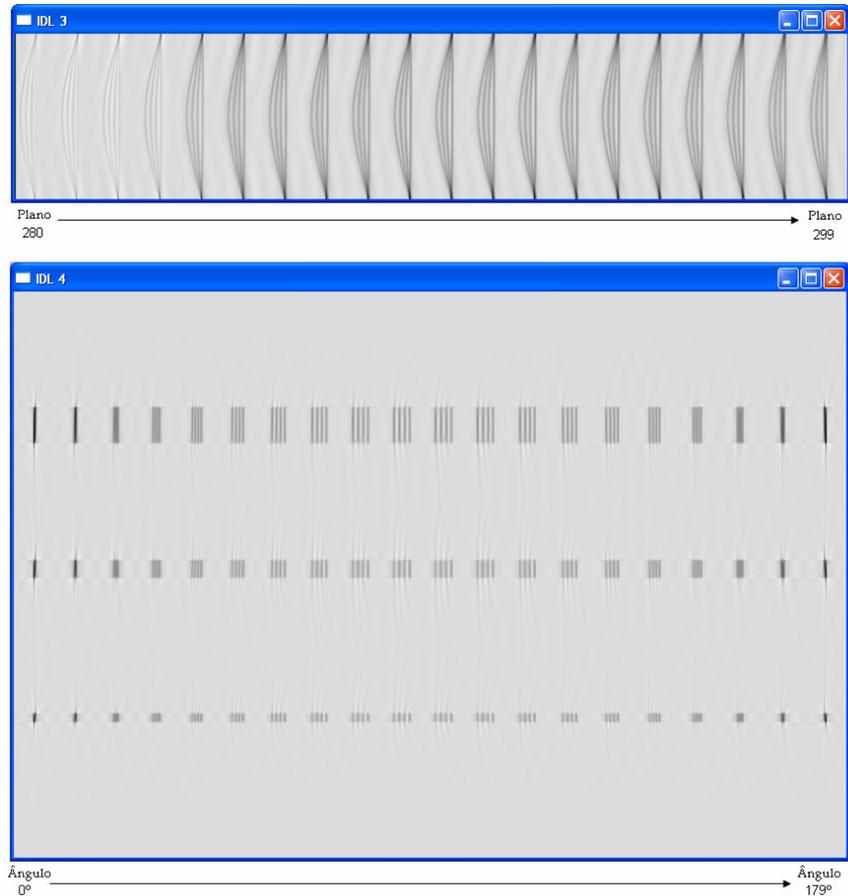


Figura 36 - Sinogramas após *rebinning* com FORE-J. Em baixo, é visível uma dispersão da actividade, ao longo do eixo axial z do *scanner*, menor do que usando o SSRB ou o MSRBe semelhante ao obtido com o método FORE.

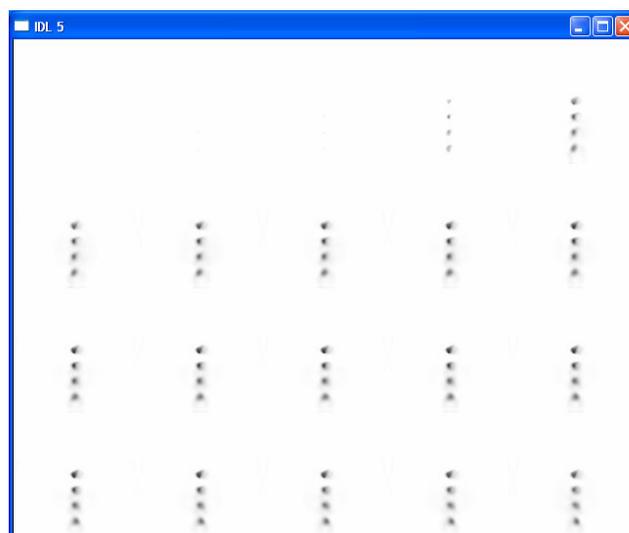


Figura 37 - Reconstrução com FORE-J+OSEM (planos directos e cruzados - índices 280 a 299).

4.3.6 Gráficos Actividade vs. Plano

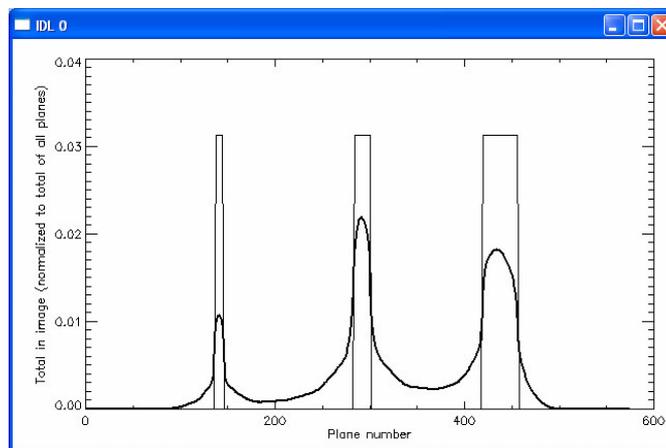


Figura 38 – Gráfico Actividade vs. Plano para o caso do SSRB usando como referência o segmento 0 (linha mais fina).

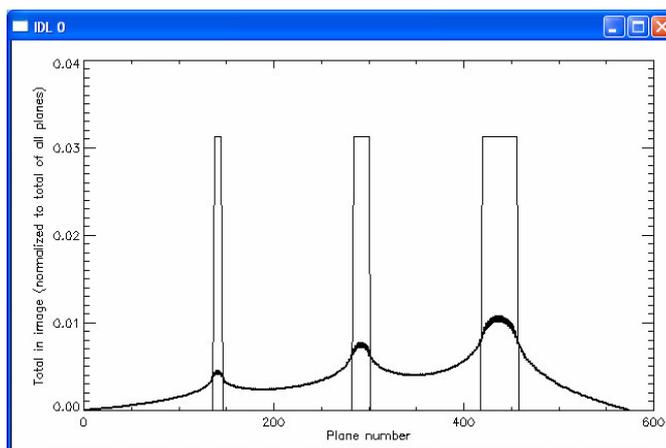


Figura 39 - Gráfico Actividade vs. Plano para o caso do MSRB usando como referência o segmento 0 (linha mais fina).

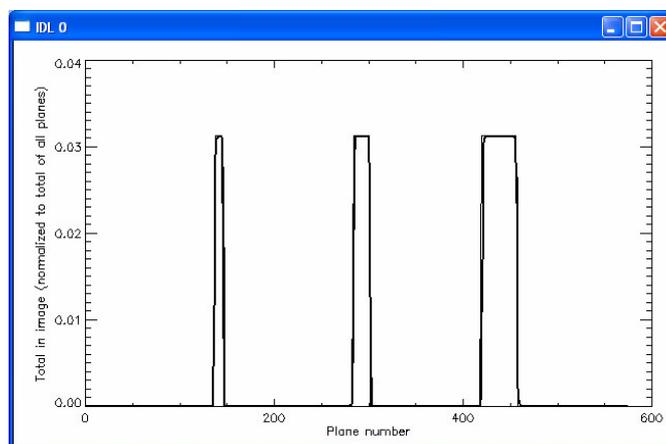


Figura 40 - Gráfico Actividade vs. Plano para o caso do FORE usando como referência o segmento 0 (linha mais fina). Para o caso do FORE-J o gráfico é semelhante.

4.3.7 Com dados com ruído de Poisson

Total de contagens = 348531, distribuídas por todos os segmentos.

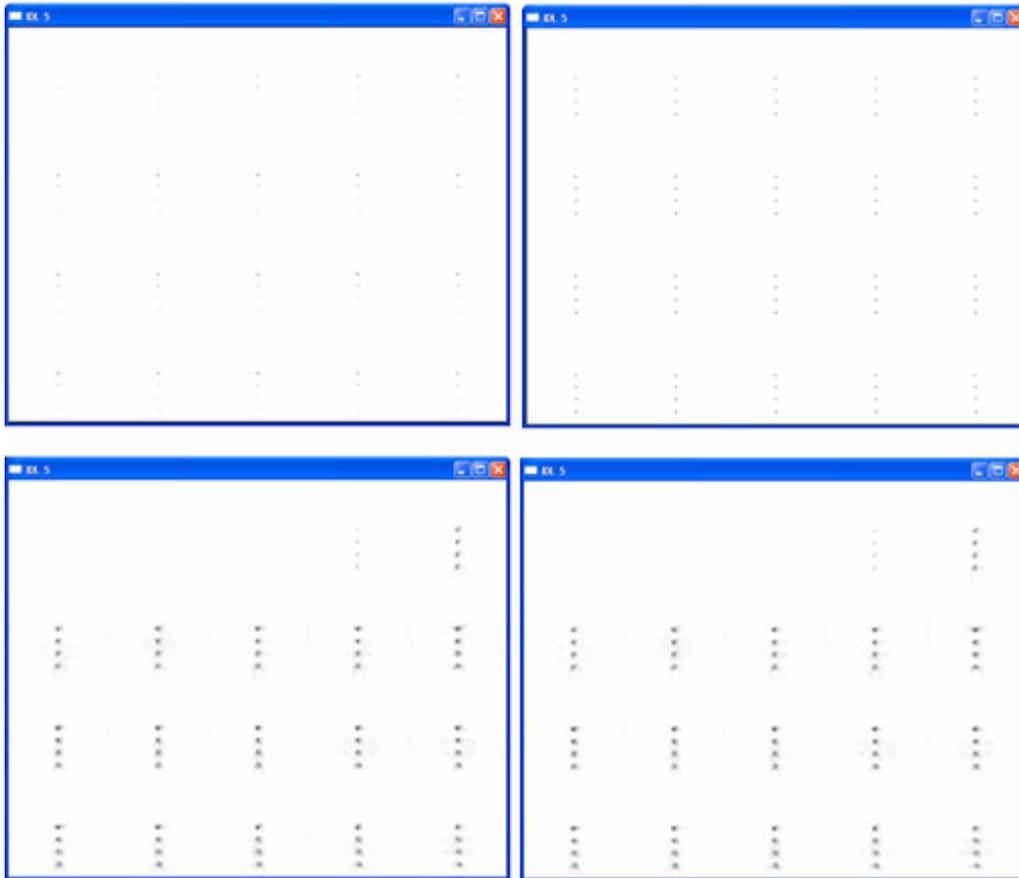


Figura 41 - Reconstrução com SSRB + OSEM-2D (em cima à esquerda), MSRB + OSEM-2D (em cima à direita), FORE + OSEM-2D (em baixo à esquerda) e FORE-J + OSEM-2D (em baixo à direita) de dados com ruído (planos directos e cruzados – índices 280 a 299).

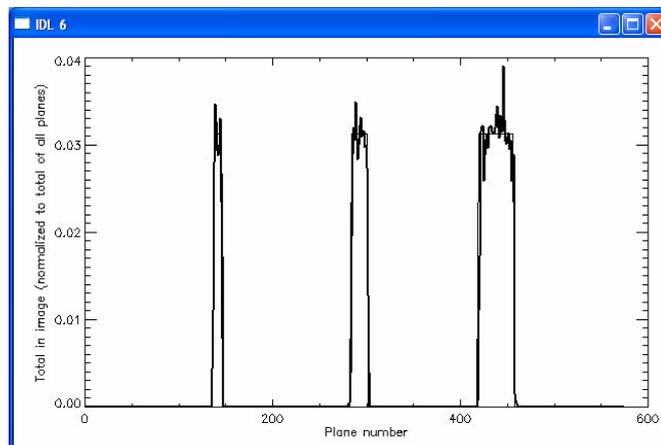


Figura 42 - Gráfico Actividade vs. Plano para o caso do FORE-J, com dados com ruído de Poisson, usando como referência o segmento 0 (linha mais fina).

4.3.8 A reconstrução segundo os diferentes métodos

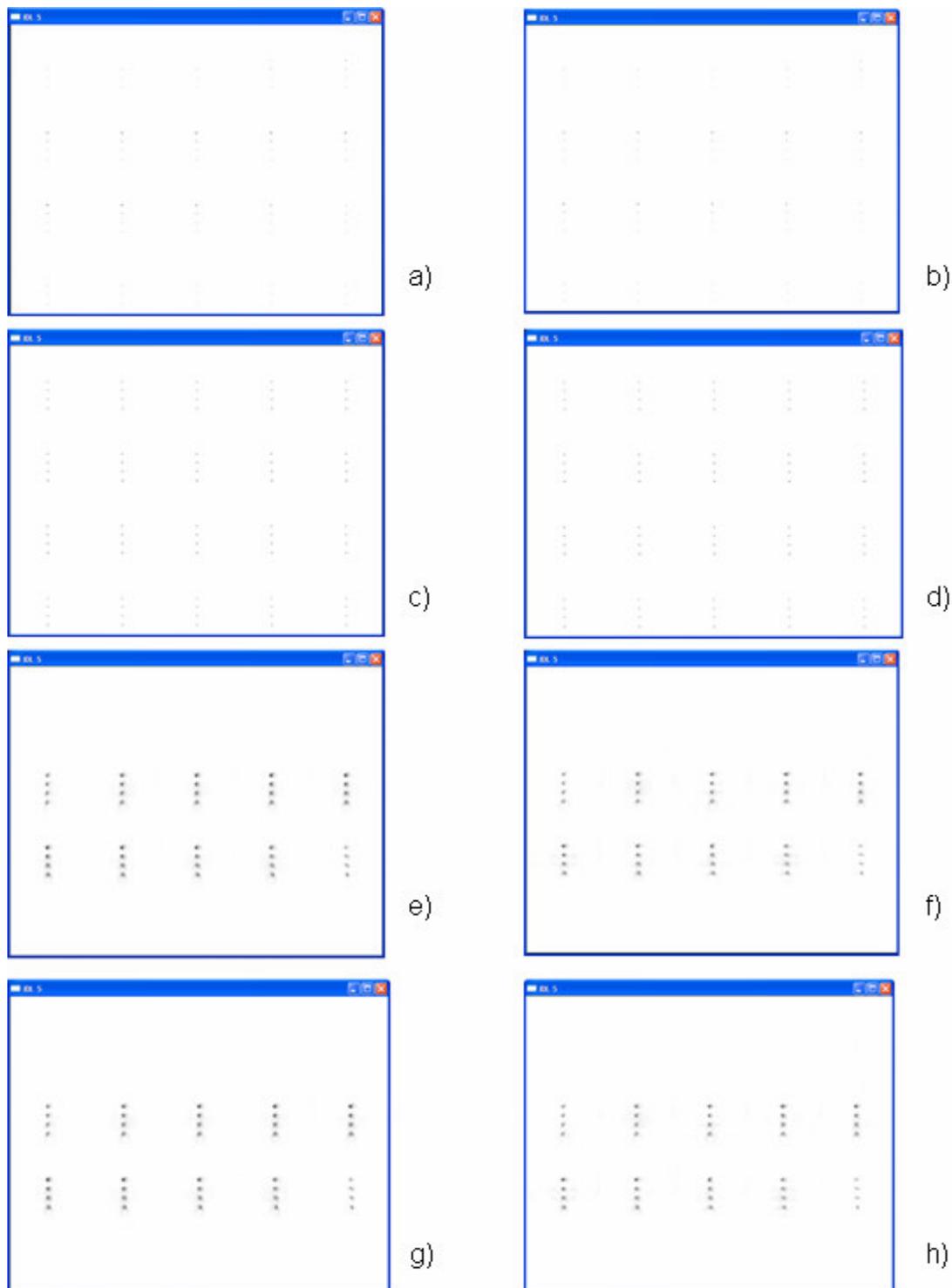


Figura 43 – Reconstrução com os diferentes métodos. Na coluna da esquerda estão os resultados obtidos a partir de dados sem ruído e na coluna direita de dados com ruído. Reconstrução com SSRB – 1ª linha, MSRB – 2ª linha, FORE – 3ª linha e FORE-J – 4ª linha. Para efeitos de comparação com o segmento 0, apenas são apresentadas nas imagens os planos directos. Planos 274 a 312.



Figura 44 – Imagem de referência correspondente ao segmento 0, para comparação com as anteriores.

Os tempos de cálculo foram: 143 s com o algoritmo de *rebinning* SSRB, 2540 s com o MSRB e 1123 s com o FORE. Os tempos de reconstrução com OSEM 2D foram: para os resultados obtidos com o SSRB 1267 s, com o MSRB 1484 s e com o FORE 1032 s. Na obtenção destes resultados usou-se um computador com um processador de 1.7 MHz e 512MB de memória.

5 Discussão

Ao analisar os resultados obtidos com os dados do tomógrafo ECAT EXACT HR+, verifica-se que para este *scanner* de 15,5 cm de AFOV não há diferenças visíveis nas imagens reconstruídas com as combinações de algoritmos FORE+OSEM-2D e FORE-J+OSEM-2D. Esta observação é explicada tendo em conta que a diferença no *rebinning* com FORE e FORE-J é visível apenas para longos AFOVs. A existência de zonas mais claras nos contornos do objecto, sugere que os algoritmos possam ainda precisar de alguns ajustes, de forma a evitar esses efeitos. Do tempo necessário a cada uma das reconstruções, pode-se inferir que o FORE-J é um algoritmo mais lento que o FORE e que ambos podem ser melhorados no sentido de se tornarem mais rápidos.

Com os dados simulados com a ferramenta GEANT4 Monte Carlo, para um fantoma cilíndrico, quer no caso do tomógrafo com cristais BGO, quer no caso do tomógrafo PET-RPC, verifica-se que os resultados obtidos são muito semelhantes com o algoritmo FORE e com o FORE-J. Este facto pode dever-se ao baixo número de eventos detectados, que não permite a formação de imagens mais nítidas, que possibilitem diferenciar estes dois métodos de *rebinning*.

Observa-se ainda que, para o tomógrafo PET-RPC, o número de eventos detectados é menor (baixa eficiência de detecção dos RPCs), comparativamente ao caso BGO, o que leva à consequente reconstrução de imagens mais difusas (secções 4.2.1 e 4.2.2). Este efeito seria de esperar, tendo em conta que está-se a comparar dois tomógrafos de igual geometria.

No entanto, o baixo número de eventos simulados, não permite considerar estas constatações conclusivas.

Nos dados obtidos com o simulador analítico, observa-se na figura 29, correspondente ao segmento 50 sem *rebinning*, um efeito de desvio da posição

da actividade ao longo da coordenada z que não é visível no segmento 0 (figura 27). Esse efeito piora com o aumento do índice do segmento (maior obliquidade dos planos) e tenta-se corrigir com os métodos de *rebinning*.

Na secção 4.3.2, são apresentados os resultados obtidos após aplicação do método SSRB aos dados. Verifica-se que o efeito de deslocação em z , já descrito, é ligeiramente corrigido. No entanto, tomando como referência a imagem do segmento 0, o qual não sofreu *rebinning*, com este método observa-se um efeito de dispersão da actividade ao longo do eixo axial z (figura 30), o que evidencia a sua falta de precisão.

Na secção seguinte (4.3.3), os resultados da aplicação do MSRB voltam a mostrar uma dispersão da actividade ao longo de z , já observada com o SSRB. Este efeito é mais acentuado com este método do que com o anterior, o que pode ser justificável tendo em conta a forma de actuação deste algoritmo. A distribuição equitativa da actividade ao longo de vários planos seguidos, feita para um conjunto de pequenos objectos, separados e bem definidos, vai introduzir bastantes erros, como se verifica na figura 32.

Quer usando o método SSRB, quer usando o MSRB, verifica-se uma distribuição das contagens por planos que não atravessam o objecto. Com o FORE e com o FORE-J, o objecto deixa de ser visível nesses planos, resultado de uma menor dispersão ao longo de z , proporcionada por estes algoritmos. É também verificado que ambos corrigem o efeito de deslocação da actividade axialmente. Os resultados obtidos após utilizar o FORE mostram-se semelhantes aos obtidos ao aplicar o FORE-J, o que, tendo em conta que o factor de correcção deste segundo algoritmo apresenta uma derivada de 2ª ordem em relação a z , pode ser devido a estes resultados serem referentes a dados sem ruído e a objectos de estudo pouco variantes ao longo de z .

Ao analisar os gráficos Actividade vs. Plano para cada método, é evidente que, tomando como comparação os valores para o segmento 0, o Fourier Rebinning é o que mais se aproxima à realidade. As curvas correspondentes ao segmento 0 e ao FORE quase não se distinguem, o mesmo acontecendo para o FORE-J.

Ao adicionar ruído de Poisson (números aleatórios que seguem uma distribuição de Poisson) e analisando o resultado da reconstrução com os vários algoritmos, observa-se que os resultados obtidos ao fazer *rebinning* com FORE ou com FORE-J apresentam-se mais visíveis, mas ao mesmo tempo mais “esborratados”. Este efeito indesejável poderá ser indicativo da necessidade de realização de *padding* aquando da implementação destes algoritmos. No gráfico da figura 42, é ainda evidenciada uma precisão razoável do FORE-J em relação ao segmento 0 e também o comportamento deste algoritmo na presença de ruído, consequência da derivada de 2ª ordem em z que ele apresenta.

Na secção 4.3.8, é feita a comparação dos resultados obtidos com os diferentes métodos. Aqui, volta-se a evidenciar o efeito “esborratado” do FORE e do FORE-J em relação ao SSRB e ao MSRB. É também visível a atribuição de contagens a planos que não atravessam o objecto, pelo MSRB.

No que respeita aos tempos de cálculo, a diferença verificada aquando da reconstrução com o OSEM-2D deve-se ao facto deste algoritmo, para planos com zero contagens, não chegar a reconstruí-los e devolver uma imagem igual a zero. Os valores apresentados são apenas para dar uma ideia ao leitor, visto estes serem dependentes de vários factores como das características do computador usado e de possíveis melhorias ao código implementado, ao nível da rapidez.

6 Conclusão

A PET é uma técnica que tem vindo, ao longo do tempo, a sofrer constantes melhorias, relativamente ao *hardware* e ao *software*, no sentido de proporcionar melhores resultados.

Neste trabalho, foi explorada a possibilidade, no que respeita aos algoritmos de reconstrução de imagem, de um aumento do campo de visão axial de tomógrafos PET para 240cm, de forma a aumentar a sensibilidade da técnica. Nesse sentido, foram implementados os algoritmos de *rebinning* FORE e FORE-J, descritos como apropriados para o tratamento dos dados tridimensionais adquiridos pelos tomógrafos PET. Este tipo de algoritmos converte um volume de dados 3D em 2D, sendo, no entanto, o FORE apenas adequado para pequenas aberturas angulares.

Concluiu-se que, por comparação com outros métodos de *rebinning* e com a disposição original de actividade, FORE e FORE-J se apresentam mais precisos do que o SSRB e o MSRB, no que respeita à distribuição de contagens pelos planos *rebinned*. No entanto, alguns efeitos indesejáveis são visíveis nos resultados obtidos, pelo que algumas melhorias serão necessárias relativamente à implementação dos dois primeiros algoritmos.

Desta forma, estudos futuros deverão ser realizados, recorrendo a simulações de dados com mais estatística para tomógrafos baseados em RPCs e usando fantasmas variados, que permitam fazer uma melhor avaliação da viabilidade destes *scanners*. Outros possíveis desenvolvimentos prendem-se com a optimização dos algoritmos ao nível da rapidez e a adaptação destes à tecnologia TOF.

Referências Bibliográficas

- [1] Administração Regional de Saúde do Norte, Manual *Tomografia por Emissão de Positrões (PET)*, Março de 2006.
- [2] *arsc.online* – Site da Administração Regional de Saúde do Centro, visitado em Novembro de 2006
<http://www.arsc.online.pt/scripts/cv.dll?sec=infosaude/exames&pass=PET>.
- [3] Site da PHILIPS Medical Systems, visitado em Abril de 2007
<http://www.medical.philips.com/main/products/pet/products/gemini/imagegallery/index.html>.
- [4] Site *Howstuffworks*, visitado em Novembro de 2006
<http://science.howstuffworks.com/nuclear-medicine1.htm>.
- [5] Tarantola G., Zito F., Gerundini P.; *PET Instrumentation and Reconstruction Algorithms in Whole-Body Applications*; The Journal of Nuclear Medicine, Vol. 44, No. 5, 756-769, May 2003.
- [6] Townsend D., Cancer Imaging and Tracer Development Program, University of Tennessee, disponível no site da Siemens em *Biograph Clinical Image Book*, em Setembro de 2007
http://www.medical.siemens.com/siemens/en_INT/gg_nm_FBAs/files/brochures/Biograph/Biograph_Image_Booklet.pdf.
- [7] Saha G. B., *Fundamentals of Nuclear Pharmacy*, Fifth Edition, Springer, 2004.
- [8] Townsend D. W., *Physical Principles and Technology of PET Imaging*, Review Article, Vol. 33, No.2, 133-145, March 2004.
- [9] Badawi R. D., Kohlmyer S. G., Harrison R.L., Vannoy S. D., Lewellen T. K., *The Effect of Camera Geometry on Singles Flux, Scatter Fraction and True and Randoms Sensitivity for Cylindrical 3D PET – a Simulation Study*, IEEE Transactions of Nuclear Science, Vol.47, No.3, 1228-1232 June 2000.

- [10] Defrise M., Kinahan P. E., Townsend D. W., Michel C., Sibomana M., Newport D.F., *Exact and Approximate Rebinning Algorithms for 3-D PET Data*, IEEE Transactions on Medical Imaging, Vol.16, NO.2, 145-158, April 1997.
- [11] Defrise M., Xuan L., *Fast and exact Fourier rebinning using John's equation*, IEEE, 869-873, 2000.
- [12] Liu X., Michel C., Vollmar S., Wienhard K., Casey M., Defrise M., *Evaluation of an exact Fourier rebinning algorithm for a large aperture PET scanner*.
- [13] Site da Siemens Medical Solutions, visitado em Abril de 2007
<http://www.medical.siemens.com/webapp/wcs/stores/servlet/ProductDisplay?storeId=10001&langId=-11&catalogId=-11&catTree=100010,1007660,1011525,1011533,1011518&productId=143899>
- [14] Site da GE Healthcare, visitado em Abril de 2007
<http://www.gehealthcare.com/usen/pet/discovery/ste.html>
- [15] Site da Hamamatsu, visitado em Abril de 2007
<http://jp.hamamatsu.com/hamamatsu/domain/kenko/whatispet.html>
- [16] Site da PHILIPS Medical Systems, visitado em Abril de 2007
<http://www.medical.philips.com/main/products/pet/products/gemini/>
- [17] Philips, *Nuclear Medicine Today*, Summer 2006
- [18] Site da Siemens Medical Solutions, visitado em Abril de 2007
<http://www.medical.siemens.com/>
- [19] Siemens, Brochura *Are You HD Ready?*, disponível para *download* a Junho de 2007 em:
https://www.smed.com/snm/?utm_source=AM&utm_medium=EEE&utm_content=Product&utm_campaign=MI-G+6/19/07+AM+EEE
- [20] Site GE Healthcare, visitado em Abril de 2007
<http://www.gehealthcare.com/usen/pet/discoverysers.html>
- [21] Watanabe M, *A High-Throughput Whole-Body PET Scanner Using Flat Panel PS-PMTs*, IEEE Transactions on Nuclear Medicine, Vol.51, No.3, 796-800 June 2004.

- [22] Philips, Brochura *Gemini GXL*, disponível em Abril de 2007, em http://www.medical.philips.com/main/products/pet/assets/docs/XNGT-0240098_GeminiGXL_Brochure.pdf
- [23] Siemens, *Biograph TruePoint Specification Sheet*, disponível em Abril de 2007, em http://www.medical.siemens.com/siemens/en_INT/gg_nm_FBAs/files/brochures/Biograph/Biograph_spec_sheet_0507.pdf
- [24] Defrise M., Liu X., *A fast rebinning algorithm for 3D positron emission tomography using John's equation*, *Inverse problems*, 15, 1047-1065, 1999.
- [25] Fonte, P; Smirnitski, A I; Williams, C., *A new high-resolution TOF technology*, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, vol. A443 (2000), 201-204, 2000.
- [26] Couceiro M., Blanco A., Ferreira N. C., Marques R. F., Fonte P., Lopes L., *RPC – PET: status and perspectives*, Elsevier Science, 2005.
- [27] Blanco A. et al, *RPC-PET: A New Very High Resolution PET Technology*, *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol. 53, No. 5, October 2006
- [28] P. Fonte, *Applications and New Developments in Resistive Plate Chambers*, *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol. 49, No.3, 2002.
- [29] Site visitado em Maio de 2007
http://depts.washington.edu/nucmed/IRL/pet_intro/
- [30] Liu X., Comtat C., Michel C., Kinahan P., Defrise M., Townsend D., *Comparison of 3-D Reconstruction With 3-D OSEM and With FORE+OSEM for PET*, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. 20, No. 8, August 2001
- [31] Hudson H. M., Larkin R. S., *Accelerated Image Reconstruction using Ordered Subsets of Projection Data*, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. XX, No. Y, 1994.
- [32] Ferreira N. C., *Contribuição para a quantificação em Tomografia por Emissão de Positrões no modo 3D*, Tese de Doutoramento, 2001

Outra bibliografia consultada

- Haykin S., Veen B. V., *Signals and Systems*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- Gonzalez R. C., Woods R. E., *Digital Image Processing*, Second Edition, Prentice Hall, 2002.
- Dunn S. M., Constantinides A., Moghe P. V., *Numerical Methods in Biomedical Engineering*, Elsevier, 2006.

Anexos

Anexo 1 - Formato dos dados das simulações

Column 1 = 0 - randoms, 1 - trues, 2 - scatters

Column 2 = ring number of triggering photon

Column 3 = phi direction crystal number of triggering photon

Column 4 = block number of triggering photon

Column 5 = module number of triggering photon

Column 6 = Delta ring of LOR

Column 7 = Delta crystal Phi of LOR

Column 8 = Delta block of LOR

Column 9 = Delta module of LOR

Column 10 = t of triggering photon

Column 11 = TOF

Column 12 = X of triggering photon

Column 13 = Y of triggering photon

Column 14 = Z of triggering photon

Column 15 = Delta X of LOR

Column 16 = Delta Y of LOR

Column 17 = Delta Z of LOR

Anexo 2 – Código implementado em IDL

A1 - Procedimento txt2bin_BGO

```
pro txt2bin_BGO

;preparado para ler ficheiros com um numero de dados ate 400000

filename="/home/claudiafe/Desktop/programas_finais/Dados_finais/Coincidence-
DataBGO/PET_RPC-Data-NEMA_1994-Coincidence-Data-*.csv"

    file = file_search(filename, COUNT=nfiles)
    ordem = sort(file)
    file = file(ordem)

file_out="/home/claudiafe/Desktop/programas_finais/test/BGO"

openw, lun, file_out, /get_lun    ;abre/cria um novo ficheiro com o caminho especificado
for i=0, nfiles-1 do begin
    a=read_simul_data(400000, file[i])
    writeu, lun, a
endfor
close, lun
free_lun, lun

;makesinogram

END
```

A2 - Procedimento txt2bin_RPC

```
pro txt2bin_RPC

;preparado para ler ficheiros com um numero de dados ate 400000

filename= "/home/claudiafe/Desktop/programas_finais/Dados_finais/Coincidence-
DataRPC/PET_RPC-Data-NEMA_1994-Coincidence-Data-*.csv"

    file = file_search(filename, COUNT=nfiles)
    ordem = sort(file)
    file = file(ordem)

file_out="/home/claudiafe/Desktop/programas_finais/test/RPC"

openw, lun, file_out, /get_lun    ;abre/cria um novo ficheiro com o caminho especificado
for i=0, nfiles-1 do begin
    a=read_simul_data(400000, file[i])
    writeu, lun, a
endfor
close, lun
free_lun, lun

;makesinogram

END
```

A3 – Read_simul_data

```
;+
;
; Projecto PET-RPC
;
; READ_SIMUL_DATA
;
; Lê ficheiros de dados da simulação Monte Carlo de Miguel Couceiro.
; *****
; ***** NOTA: POR DEFEITO LÊ APENAS 10000 eventos. *****
; *****
;
; Parâmetros opcionais
; maxevents: nº de eventos a ler (=10000 por defeito)
;
; Keywords (opcionais)
; FILESPEC: ficheiro(s) a ler (aceita wildcards)
; SHOW: se =1, mostra os dados que está a ler (no maximo 1000)
;
; Nuno Chichorro, Nov 2006
;-
FUNCTION read_simul_data, maxevents, filename, SHOW=show
IF n_elements(maxevents) EQ 0 then maxevents=10000L
if keyword_set(show) then fShow=1 else fShow=0

fDone=0
nev=0L
a=""
ev = {true_coinc, x1:0., y1:0., z1:0., x2:0., y2:0., z2:0.} ; fica só a informação necessária para
construir o sinograma
ev = replicate({true_coinc},maxevents)
tmp = {true_coinc}
openr, lun, filename, /GET_LUN
print, "Reading data from file: ", filename
WHILE ~ EOF(lun) DO BEGIN
  if nev EQ maxevents then break
  READF, lun, a
  item = strsplit(a,',', COUNT=nitems, /EXTRACT)
;   if nitems EQ 17 and float(item[0]) EQ 1 then begin
if nitems EQ 17 then begin
;
;   ; Cábula: estrutura de dados de cada linha do ficheiro
;
;   ; 0: type
;   ; 1: ring
;   ; 2: phi
;   ; 3: block
;   ; 4: module
;   ; 5: dring
;   ; 6: dphi
;   ; 7: dblock
;   ; 8: dmodule
;   ; 9: t
;   ; 10: dt
;   ; 11: x
;   ; 12: y
```

```
; 13: z
; 14: dx
; 15: dy
; 16: dz
;
tmp.x1 = float(item[11])
tmp.y1 = float(item[12])
tmp.z1 = float(item[13])
tmp.x2 = float(tmp.x1)+float(item[14])
tmp.y2 = float(tmp.y1)+float(item[15])
tmp.z2 = float(tmp.z1)+float(item[16])
ev[nev] = tmp
;if fShow AND nev LE 1000 then print, FORMAT=('"Event ",I0,": "'), nev, tmp
;if nev MOD 1000 EQ 0 then print, nev
nev++
endif
ENDWHILE
free_lun, lun
print, FORMAT=('"Done. ", I0, " events read."'), nev
return, ev[0:nev-1]
END
```

A4 – FORE

```

;+
; NAME:
; FORE
;
;
; PURPOSE:
; Rebinning algorithm.
; Sorts the 3D data into an ordinary 2D data set containing one sinogram for each transaxial
slice to be reconstructed.
;
;
; CALLING SEQUENCE:
; reb = FORE()
;
;
;
; NOTATION USED:
; According with the article "Exact and Approximate Rebinning Algorithms for 3-D PET Data"
; by Michel Defrise et al in IEEE Transactions on Medical Imaging, Vol.16,No.2, April 1997
; and "A fast rebinning algorithm for 3D positron emission tomography using John's equation"
; by Michel Defrise and Xuan Liu, 1999, Inverse problems, 15, 1047-1065
; and "Evaluation of an exact Fourier rebinning algorithm for a large aperture PET scanner"
; by Xuan Liu, Christian Michel, Stefan Vollmar, Klaus wienhard, Mike Casey, Michel Defrise
;
;
;
;-
```

```

;-----
```

```

FUNCTION FORE, SBINS = sbins, phibins = phibins, $
      AFOV = afov, NRINGS = nrings, RING_DIAM = ring_diam,$
      FOV_DIAM = fov_diam, SINO = sino
```

```
t0 = systime(1)
```

```

If N_ELEMENTS (sbins) EQ 0 then sbins = 168./4 $ ;number of bins in the radial direction
Else sbins = float(sbins)
If N_ELEMENTS (phibins) EQ 0 then phibins = 672./4 $ ;number of bins in the phi direction
Else phibins = float(phibins)
If N_ELEMENTS (afov) EQ 0 then afov = 2400. $ ;axial field of view (length in mm)
Else afov = float (afov)
If N_ELEMENTS (nrings) EQ 0 then nrings = 288. $ ;number of rings (axial direction)
Else nrings = float(nrings)
If N_ELEMENTS (ring_diam) EQ 0 then ring_diam = 927.$ ;ring diameter (mm)
Else ring_diam = float(ring_diam)
If N_ELEMENTS (fov_diam) EQ 0 then fov_diam = 570. $ ;FOV diameter (mm)
Else fov_diam = float(fov_diam)
```

```

;VARIABLES DEFINITION
```

```

delta_z = afov / nrings ; axial sinogram sampling (ring spacing)(mm)
Rfov = fov_diam / 2
nbins_w = sbins
nbins_k = phibins * 2
bin_size_s = fov_diam / sbins
bin_size_phi = !PI / phibins
w = shift((((findgen(nbins_w) - (nbins_w / 2)) / nbins_w) # (fltarr(nbins_k)+1)) * (1 /
bin_size_s)), (nbins_w/2), 0)
```

```
k = shift((((fltarr(nbins_w)+1) # ((findgen(nbins_k) - (nbins_k / 2)) / nbins_k)) * (1 /
bin_size_phi)), 0, (nbins_k/2))
bin_size_w = (1 / bin_size_s) / nbins_w
delta_w = bin_size_w ; radial frequency sampling
wlim = 2 * delta_w
klim = 2
tmp = where(w EQ 0, count)
w(tmp) = 1e-6 ; (tiny value)
R = ring_diam / 2. ; radius of the detector ring
delta_max = afov / ring_diam
delta_lim = 2 * delta_z / R

;Set this keyword only to convert the data into sinogram form necessary for FORE.
IF KEYWORD_SET(sino) THEN BEGIN
  ;Makesinogram

  point = {POINT, x:float(0), y:float(0), z:float(0)}
  event = {EVENT, a:{point}, b:{point}}

  file = pickfile()
  openr, lun, file, /GET_LUN
  info = FStat(lun)

  nEvents = (info.size)/(6*4ULL)
  print,'Num events = ', nEvents
  data = REPLICATE(event, nEvents)

  READU,lun,data
  FREE_LUN,lun

  oBinner = obj_new('sinogrambinner', L=afov, R=Rfov, SBINS=sbins, PHIBINS=phibins,
NRINGS=nrings)
  r = oBinner->LoadEventList(data)

ENDIF ELSE file = pickfile()

;Initialize a stack of rebinned 2D Fourier transformed sinograms
p2dffft = fltarr(nbins_w, nbins_k, 2 * nrings - 1)
;Normalization
norm = fltarr(nbins_w, nbins_k, 2 * nrings - 1)

;MASK FOR REGION1
;reg1 = ((abs(k/w) LT Rfov) and ((abs(k) GT klim) or (abs(w) GT wlim)))
reg1 = (abs(k/w) LT Rfov and abs(k) GT klim) or (abs(k/w) LT Rfov and abs(w) GT wlim)
;MASK FOR REGION3
reg3 = (abs(k) LE klim and abs(w) LE wlim)

;window, 0
;wset,0
;;show_image, reg1
;tvsc1, reg1
;window, 1
;wset,1
;;show_image, reg3
```

```
;tvsc1, reg3
```

```
;Does the Fourier Transform
```

```
For i = 0, nrings-1 do begin
```

```
  If KEYWORD_SET(sino) THEN BEGIN
```

```
    segm = oBinner->getSegment(i)
```

```
    segm_ = oBinner->getSegment(-i)
```

```
  ENDIF
```

```
  nplanes = N_ELEMENTS(segm (0, 0, *))
```

```
  print, "Doing segments: ", i, -i
```

```
  pfft_vol = fltarr(nbins_w, nbins_k, nplanes)
```

```
  z = fltarr(nplanes)
```

```
  for j = 0, nplanes-1 do begin
```

```
    p = [[reform(segm(*, *; j)), [reverse(reform(segm_(*, *; j)), 1)]]
```

```
    pfft_vol(*, *; j) = FFT(p)
```

```
    ;Calculo da coordenada axial do ponto medio entre 2 detectores
```

```
    zz = -(afov - delta_z)/2 + (2*j+i) * delta_z / 2
```

```
    z(j) += zz ;axial coord. of the point midway between the 2 detect.
```

```
  endfor
```

```
  delta = i * delta_z / ring_diam ; mm ;tan(theta(angle between a LOR and the transaxial plane))
```

```
  for j = 0, nplanes-1 do begin
```

```
    print, "Plane: ", j
```

```
    pfft = pfft_vol(*, *; j)
```

```
    zprime = z(j) - delta * k/w
```

```
    p1 = floor(2*(zprime + afov/2) / delta_z)
```

```
    p2 = p1 + 1
```

```
    z1 = p1 * delta_z/2 - afov/2
```

```
    z2 = p2 * delta_z/2 - afov/2
```

```
    valid = (p1 GE 0) and (p1 LT 2*nrings-1) and (p2 GE 0) and (p2 LT 2*nrings-1)
```

```
    for m=0, nbins_w-1 do begin
```

```
      for n=0, nbins_k-1 do begin
```

```
        if reg1(m,n) NE 0 then begin
```

```
          ;region 1
```

```
          pft = pfft(m,n)
```

```
          zp = zprime(m,n)
```

```
          r1 = reg1(m,n)
```

```
          if valid(m,n) then begin
```

```
            p2dffft(m,n,p1(m,n)) += (z2(m,n)-zp) * pft * r1
```

```
            p2dffft(m,n,p2(m,n)) += (zp-z1(m,n)) * pft * r1
```

```
            norm(m,n,p1(m,n)) += (z2(m,n)-zp) * r1
```

```
            norm(m,n,p2(m,n)) += (zp-z1(m,n)) * r1
```

```
          endif
```

```
        endif
```

```
      if delta LE delta_lim then begin
```

```
        if reg3(m,n) NE 0 then begin
```

```
; region 3
pft = pfft(m,n)
r3 = reg3(m,n)
if valid(m,n) then begin
    p2dfft(m,n,p1(m,n)) += pft * r3
    p2dfft(m,n,p2(m,n)) += pft * r3
    norm(m,n,p1(m,n)) += r3
    norm(m,n,p2(m,n)) += r3
endif
endif
endfor
endfor
endfor
endfor
p2dfft_norm = p2dfft / (norm > 1e-6)
rebinned = fltarr(nbins_w, nbins_k, 2 * nrings - 1)
for i=0, 2*nrings-2 do rebinned(*, *,i) = fft(p2dfft_norm(*, *,i), /INV)

reb = rebinned (0:nbins_w-1, 0:nbins_k/2-1, *)
reb2 = REVERSE(rebinned (0:nbins_w-1, nbins_k/2:nbins_k-1, *))
reb += reb2

print, systime(1)-t0, " seconds"

xvolume_views, reb
openw, lun, /GET_LUN, "C:\Documents and Settings\SofiaFerreira\Ambiente de
trabalho\PET_RPC\test\test_fore_final"
writeu, lun, reb
close, lun

obj_destroy, oBinner
a=check_math(/print)
free_lun, lun
close, lun

return, reb
END
```

A5 – FORE-J

```
;+
; NAME:
;   FORE_J
;
; PURPOSE:
;   Rebinning algorithm.
;   Sorts the 3D data into an ordinary 2D data set containing one sinogram for each transaxial
;   slice to be reconstructed.
;
; CALLING SEQUENCE:
;   reb = FORE_J()
;
;
;
; NOTATION USED:
;   According with the article "Exact and Approximate Rebinning Algorithms for 3-D PET Data"
;   by Michel Defrise et al in IEEE Transactions on Medical Imaging, Vol.16,No.2, April 1997
;   and "A fast rebinning algorithm for 3D positron emission tomography using John's equation"
;   by Michel Defrise and Xuan Liu, 1999, Inverse problems, 15, 1047-1065
;   and "Evaluation of an exact Fourier rebinning algorithm for a large aperture PET scanner"
;   by Xuan Liu, Christian Michel, Stefan Vollmar, Klaus wienhard, Mike Casey, Michel Defrise
;
;
;
;-----
FUNCTION FORE_J, SBINS = sbins, phibins = phibins, $
    AFOV = afov, NRINGS = nrings, RING_DIAM = ring_diam,$
    FOV_DIAM = fov_diam, SINO = sino

t0 = systime(1)

If N_ELEMENTS (sbins) EQ 0 then sbins = 168./4    $ ;number of bins in the radial direction
Else sbins = float(sbins)
If N_ELEMENTS (phibins) EQ 0 then phibins = 672./4 $ ;number of bins in the phi direction
Else phibins = float(phibins)
If N_ELEMENTS (afov) EQ 0 then afov = 2400.    $ ;axial field of view (length in mm)
Else afov = float (afov)
If N_ELEMENTS (nrings) EQ 0 then nrings = 288.    $ ;number of rings (axial direction)
Else nrings = float(nrings)
If N_ELEMENTS (ring_diam) EQ 0 then ring_diam = 927.$ ;ring diameter (mm)
Else ring_diam = float(ring_diam)
If N_ELEMENTS (fov_diam) EQ 0 then fov_diam = 570. $ ;FOV diameter (mm)
Else fov_diam = float(fov_diam)

;VARIABLES DEFINITION
delta_z = afov / nrings    ; axial sinogram sampling (ring spacing)(mm)/2 (counting with planes
between the direct ones)
Rfov = fov_diam / 2
nbins_w = sbins
nbins_k = phibins * 2
bin_size_s = fov_diam / sbins
bin_size_phi = !PI / phibins
```

```
w = shift((((findgen(nbins_w) - (nbins_w / 2)) / nbins_w) # (fltarr(nbins_k)+1)) * (1 /
bin_size_s)), (nbins_w/2), 0)
k = shift((((fltarr(nbins_w)+1) # ((findgen(nbins_k) - (nbins_k / 2)) / nbins_k)) * (1 /
bin_size_phi)), 0, (nbins_k/2))
s = ((findgen(sbins) # (fltarr(phibins)+1) - (sbins/2)) * bin_size_s)
s = [[reform(s), [reverse(reform(s),1)]]
bin_size_w = (1 / bin_size_s) / nbins_w
delta_w = bin_size_w ; radial frequency sampling
wlim = 2 * delta_w
klim = 2
tmp = where(w EQ 0, count)
w(tmp) = 1e-6 ; (tiny value)
R = ring_diam / 2. ; radius of the detector ring
delta_lim = 2 * delta_z / R

;Set this keyword only to convert the data into sinogram form necessary for FORE.
IF KEYWORD_SET(sino) THEN BEGIN
  ;Makesinogram

  point = {POINT, x:float(0), y:float(0), z:float(0)}
  event = {EVENT, a:{point}, b:{point}}

  file = pickfile()
  openr, lun, file, /GET_LUN
  info = FStat(lun)

  nEvents = (info.size)/(6*4ULL)
  print,'Num events = ', nEvents
  data = REPLICATE(event, nEvents)

  READU,lun,data
  FREE_LUN,lun

  oBinner = obj_new('sinogrambinner', L=afov, R=Rfov, SBINS=sbins, PHIBINS=phibins,
NRINGS=nrings)
  r = oBinner->LoadEventList(data)

ENDIF ELSE file = pickfile()

;Initialize a stack of rebinned 2D Fourier transformed sinograms
p2dffft = fltarr(nbins_w, nbins_k, 2 * nrings - 1)
;Normalization
norm = fltarr(nbins_w, nbins_k, 2 * nrings - 1)

;MASK FOR REGION1
;reg1 = ((abs(k/w) LT Rfov) and ((abs(k) GT klim) or (abs(w) GT wlim)))
reg1 = (abs(k/w) LT Rfov and abs(k) GT klim) or (abs(k/w) LT Rfov and abs(w) GT wlim)
;MASK FOR REGION3
reg3 = (abs(k) LE klim and abs(w) LE wlim)

;window, 0
;wset,0
;;show_image, reg1
;tvsc1, reg1
```

```
;window, 1
;wset, 1
;;show_image, reg3
;tvsc, reg3

;Does the Fourier Transform
For i = 0, nrings-1 do begin
  If KEYWORD_SET(sino) THEN BEGIN
    segm = oBinner->getSegment(i)
    segm_ = oBinner->getSegment(-i)

  ENDIF
  nplanes = N_ELEMENTS(segm (0, 0, *))

  print, "Doing segments: ", i, -i
  pfft_vol = fltarr(nbins_w, nbins_k, nplanes)
  Qfft = fltarr(nbins_w, nbins_k, nplanes)
  q1 = fltarr(nbins_w, nbins_k, nplanes)
  z = fltarr(nplanes)
  p3D = fltarr(nbins_w, nbins_k, nplanes)
  for j = 0, nplanes-1 do begin
    p = [[reform(segm(*, j)), [reverse(reform(segm_(*, j)), 1)]]
    pfft_vol(*, j) = FFT(p)
    p3D (*, j) = p

    ;Axial coordinate of the point mid-way between two detectors
    zz = -(afov - delta_z)/2 + (2*j+i) * delta_z / 2
    ;if j EQ 0 then z0=zz ; z coordinate of the first plane of segment i
    z(j) += zz
  endfor

; *****

IF nplanes GT 3 THEN BEGIN
  dP2_dz2 = CONVOL(p3D,[[[1]],[-2]],[[1]]], delta_z^2, EDGE_WRAP=1, NAN=1)
ENDIF ELSE dP2_dz2 = 0

s3D = fltarr(nbins_w, nbins_k, nplanes)
for j = 0, nplanes-1 do s3D (*, j) = s
q1 = s3D * dP2_dz2

for j = 0, nplanes-1 do Qfft(*, j) = FFT(q1(*, j))

delta = i * delta_z / ring_diam ; mm ;tan(theta(angle between a LOR and the transaxial
plane))

; *****

delta_max = fltarr(nbins_w, nbins_k)
for j = 0, nplanes-1 do begin
  print, "Plane: ", j
  pfft = pfft_vol(*, j)

  zprime = z(j) - delta * k/w
```

```
for m=0, nbins_w-1 do begin
  for n=0, nbins_k-1 do begin
    cond = (((afov - 2 * zprime(m,n)) * R)/afov)
    if (k(m,n)/w(m,n)) GE cond then delta_max (m,n) = ((afov-zprime(m,n))/(R +
k(m,n)/w(m,n)))
    if (k(m,n)/w(m,n)) LE cond then delta_max (m,n) = (zprime(m,n)/(R - k(m,n)/w(m,n)))
  ENDFOR
ENDFOR

Q = -complex(0,1)*((delta * (delta_max - delta)) / w) * Qfft(*,*,j) ; FFT(s * dP2_dz2(*,*,j))

p1 = floor(2*(zprime + afov/2) / delta_z)
p2 = p1 + 1

z1 = p1 * delta_z/2 - afov/2
z2 = p2 * delta_z/2 - afov/2

valid = (p1 GE 0) and (p1 LT 2*nrings-1) and (p2 GE 0) and (p2 LT 2*nrings-1)

for m=0, nbins_w-1 do begin
  for n=0, nbins_k-1 do begin
    if reg1(m,n) NE 0 then begin
      ;region 1
      pft = pfft(m,n)
      zp = zprime(m,n)
      r1 = reg1(m,n)
      if valid(m,n) then begin
        ;p2dffft(m,n,p1(m,n)) += (z2(m,n)-zp)*(pft + Q(m,n,j))*r1
        ;p2dffft(m,n,p2(m,n)) += (zp-z1(m,n))*(pft + Q(m,n,j))*r1
        p2dffft(m,n,p1(m,n)) += (z2(m,n)-zp)*(pft + Q(m,n))*r1
        p2dffft(m,n,p2(m,n)) += (zp-z1(m,n))*(pft + Q(m,n))*r1
        norm(m,n,p1(m,n)) += (z2(m,n)-zp)*r1
        norm(m,n,p2(m,n)) += (zp-z1(m,n))*r1
      endif
    endif

    if delta LE delta_lim then begin
      if reg3(m,n) NE 0 then begin
        ; region 3
        pft = pfft(m,n)
        r3 = reg3(m,n)
        if valid(m,n) then begin
          p2dffft(m,n,p1(m,n)) += pft * r3
          p2dffft(m,n,p2(m,n)) += pft * r3
          norm(m,n,p1(m,n)) += r3
          norm(m,n,p2(m,n)) += r3
        endif
      endif
    endif
  endfor
endfor
endfor

p2dffft_norm = p2dffft / (norm > 1e-6)
rebinned = fttarr(nbins_w, nbins_k, 2 * nrings - 1)
for i=0, 2*nrings-2 do rebinned(*,*,i) = fft(p2dffft_norm(*,*,i), /INV)
```

```
reb = rebinned (0:nbins_w-1, 0:nbins_k/2-1, *)
reb2 = REVERSE(rebinned (0:nbins_w-1, nbins_k/2:nbins_k-1, *))
reb += reb2

print, systime(1)-t0, " seconds"

xvolume_views, reb
openw, lun, /GET_LUN, "C:\Documents and Settings\SofiaFerreira\Ambiente de
trabalho\PET_RPC\test\test_fore_j9_BGO"
writeu, lun, reb
close, lun

obj_destroy, oBinner
a=check_math(/print)
free_lun, lun
close, lun

return, reb
END
```

A – FORE2OSEM

PRO FORE2OSEM

t0 = systime(1)

file=pickfile()

vol=fltarr(168/4, 672/4, 575)

openr, lun, file, /GET_LUN

readu, lun, vol

free_lun,lun

close, lun

img = fltarr(256,256)

final_vol = fltarr(256, 256, 575)

for i = 0, 574 do begin

 sino = vol(*,*,i)

 OSEM_testing, sino, img, [4, 8]

 final_vol(*,*,i) = img

 print, i

 tvscf, img, i mod 4

endfor

print, systime(1)-t0, " seconds"

END