O génio de Euler na matemática e na física

Carlos Fiolhais
Centro de Física Computacional e Departamento de Física
Universidade de Coimbra
3004-516 Coimbra

tcarlos@teor.fis.uc.pt

O suíço Leonard Euler (1707-1783) (Fig. 1) é um dos maiores génios de todos os tempos na Matemática e na Física. A ocasião da passagem dos três séculos depois do seu nascimento serviu, na Suíça assim como na Rússia e na Alemanha (os países onde ele viveu e trabalhou durante longos anos), para prestar homenagem a um raro talento. A sua obra brilha no século das luzes, o século que viu ser consolidadas e ampliadas as duas grandes criações científicas do século anterior, que estão intimamente associadas - o cálculo infinitesimal e a mecânica de Newton.

Fig. 1 Retrato de Leonard Euler da autoria do pintor suíço Emanuel Handman, 1756.

A marca mais notável da obra de Euler é a sua prodigiosa quantidade. Entre livros e artigos, ela inclui mais de 800 itens, um número absolutamente singular na história matemática. Nunca ninguém escreveu tanto como ele, nem antes nem depois. A *"Opera Omnia"* de Euler que pretende reunir toda a sua obra num conjunto de cerca de 80 volumes ainda não está, quase três séculos após os trabalhos originais, completa. Curiosamente, foi no século XVIII que apareceram também os mais prolíficos criadores de música: os autores barrocos Johann Sebastian Bach (1685-1750) e George Philipp Telemann (1681-1767) e Joseph Haydn (1732-1809) escreveram cada um deles uma obra musical que um músico de hoje teria dificuldade em copiar durante o tempo da sua vida. O mesmo se pode dizer da obra de matemática e física de Euler. Tal como esses compositores cultivaram vários géneros musicais, também Euler se dedicou a vários ramos da matemática e da física, deixando a sua marca indelével em todos eles.

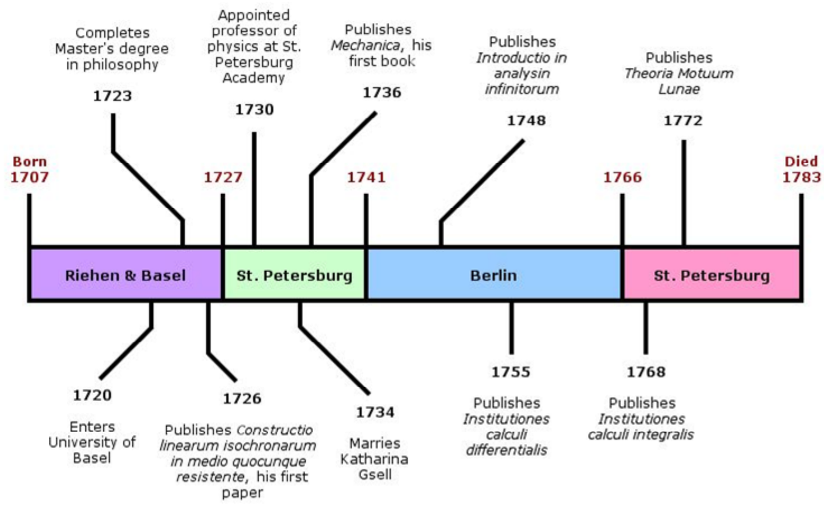


Fig. 2 Cronologia de Leonhard Euler (extraída do Arquivo de Euler em linha, http://www.math.dartmouth.edu/~euler/)

Nascido na cidade de Basileia, na fronteira entre a Suíça e a Alemanha, o jovem Euler (Fig. 2) viveu em Riehen, uma pequena localidade perto dessa cidade (na altura, uma cidade cosmopolita e muito desenvolvida do ponto de vista científico; basta lembrar que a primeira edição no estrangeiro da "*Opera*" do nosso maior matemático, Pedro Nunes, foi publicada em Basileia em 1566). O pai era um pastor protestante e a mãe era filha de um pastor da mesma religião. Com essa tradição familiar, não admira que ao jovem Leonhard estivesse destinada, através de adequada preparação, uma carreira eclesiástica. Contudo, o jovem cedo revelou o seu invulgar talento para a matemática. Por sorte os pais tiveram a oportunidade de lhe proporcionar uma educação proporcionada por um dos melhores matemáticos desse tempo, Johann Bernoulli (1667-1748), que deu aulas particulares a Leonard juntamente com o seu próprio filho, Daniel Bernoulli (1700-1782). A família dos Bernoulli (Fig. 4), que tinha fugido da Bélgica para a Suíça devido a perseguições aos protestantes, é famosa na história das ciências por vários dos seus membros terem seguido carreiras – e carreiras bem sucedidas – na matemática e na física. Durante um século, destacaram-se oito Bernoullis nessas disciplinas!

Fig. 3 As imperatrizes Catarina I e Catarina II da Rússia

Euler foi o que se pode chamar uma criança prodígio. Em 1720, com apenas 13 anos, entrou na Universidade de Basileia para aí se formar em Filosofia passados três escassos anos. O seu primeiro artigo científico, escrito aos 19 anos (em 1726), intitulava-se *“Constructio linearum isochronarum in medio quocunte resistente”* (“*Construção de curvas isócronas lineares num meio resistente*”). O original foi escrito em latim, que era a língua franca da ciência da época; a maioria dos trabalhos de Euler foram aliás também escritos em latim. Tratava-se de um problema de cálculo de mínimos, um tipo de questões que na época estava muito em voga. Mas nem por isso Euler teve facilidade em arranjar o primeiro emprego.

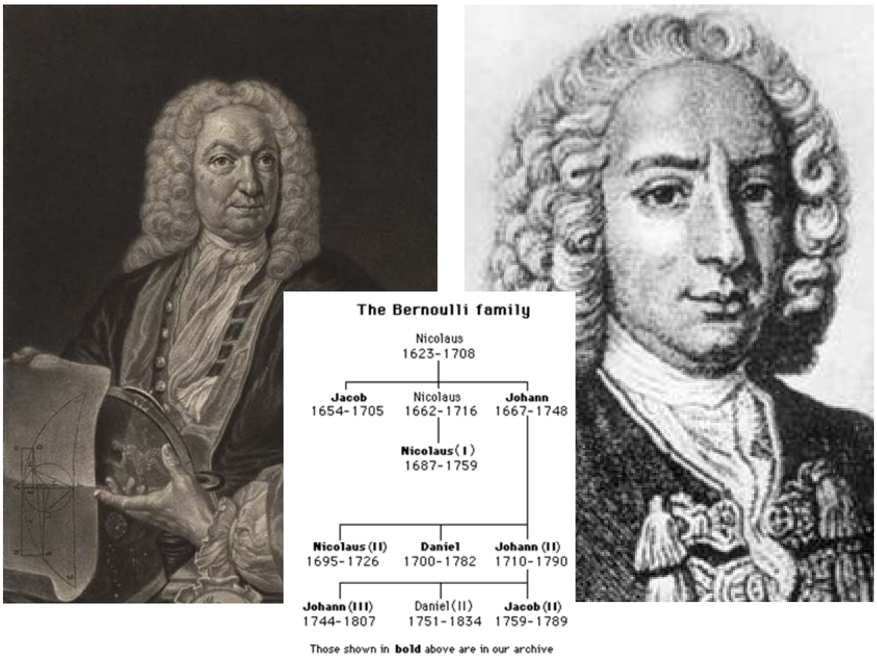


Fig. 4 Johann (à esquerda) e o seu filho Daniel Bernoulli (à direita), com uma árvore genealógica parcial da família Bernoulli (no meio).

Fig. 5 A Academia das Ciências de São Petersburgo, na Rússia. O antigo edifício da Academia é hoje um museu (o “Kunstkammer”).

Acabou por o encontrar no estrangeiro. Juntando-se ao seu colega e amigo Daniel Bernoulli e ao irmão deste Nicolau (II), respondeu em 1727 a uma chamada efectuada por Catarina I (1684-1727), que governou a Rússia após a morte do esposo de 1725 a 1727 para um lugar na recém-formada Academia de Ciências de São Petersburgo (Fig. 5), mais tarde Academia de Ciências da Rússia. Em Portugal era, recorde-se, o tempo em que se completava a construção da Biblioteca Joanina, na Universidade de Coimbra, mandada erguer pelo rei D. João V e cuja construção tinha começado em 1917. São Petersburgo era, como o próprio nome indica, a cidade fundada em 1703 pelo czar Pedro o Grande. A Academia dessa cidade foi, por sua vez, fundada por ele em 1724.

Euler ocupou um lugar de professor de Medicina (não esqueçamos que em tempos anteriores também Galileu Galilei e, entre nós, Pedro Nunes tinham estudado medicina), mas não demorou a obter um lugar de assistente de Matemática (ainda em 1727, em substituição de Nicolau, que faleceu nesse ano) e depois de professor de Física em 1731 e também de Matemática (foi o próprio lugar de Daniel, porque este entretanto regressou à Suíça). Em 1734 casou com Katherine Gsell, uma suíça filha de um artista que também residia em São Petersburgo (que, na altura, atraía, portanto, não só cientistas mas também artistas). Dela viria a ter 13 filhos, dos quais só cinco chegaram à idade adulta. Katherine faleceu em 1773, tendo Euler casado pouco depois com uma meia-irmã dela, de quem não teve descendentes.

Em 1734 Euler publicou o seu primeiro livro: *"Mechanica"* (Fig. 7) ("Mecânica"), uma obra notável por juntar pela primeira vez os trabalhos principais de Newton (1643 - 1727) e de Leibniz (1646 - 1716) nessa área da física. Os *"Principia Mathematica"* de Newton continham raciocínios muito geométricos e o cálculo diferencial newtoniano recorria a uma notação própria, mais complicada do que a de Leibniz (esta é basicamente a notação que ainda hoje se utiliza). A disputa entre Newton e Leibniz sobre a primazia na criação do cálculo infinitesimal foi seguida por uma polémica sobre o lugar de Deus do mundo (havia enorme diferença entre o Deus diligente de Newton, que tinha se intervir amiúde no mundo para efectuar algumas correcções, e o Deus preguiçoso de Leibniz, que descansava para sempre depois de ter feito o trabalho inicial de criação!). Essas disputas impediram que tivesse ocorrido antes uma síntese entre as duas formas de cálculo que, no fundo, eram confluentes.

Fig. 6 O imperador Frederico II da Prússia e o edifício actual da Academia de Ciências de Berlim.

Em 1741 Euler moveu-se da corte da Rússia para outra corte não menos importante, a corte da Prússia, em Berlim, ocupada pelo imperador Frederico II, o Grande (1712-1786). Na prática, e embora não tendo ocupado o cargo de Presidente da Academia das Ciências da Prússia (fundada em 1700 por Leibniz, hoje Academia das Ciências de Berlin - Brandenburg), Euler sucedeu na direcção dessa instituição ao francês Pierre-Louis Maupertuis (1698 - 1759), o autor do princípio da acção mínima como um axioma unificador da mecânica. Aí se conservaria, numa fase muito produtiva da sua vida, até ao ano de 1766. Datam dessa época dois livros notáveis para o desenvolvimento do cálculo infinitesimal *"Introductio in Analysin Infinitorum"* ("*Introdução à Análise de Infinitos*") (Fig. 7) e *"Institutiones Calculo Differentiales" ("Fundamentos do Cálculo Diferencial"),* publicados respectivamente em 1748 e 1755 (neste ano deu-se o grande terramoto de Lisboa). É na primeira dessa obra que se encontram a famosa fórmula de Euler para a exponencial de um imaginário puro, que tem como caso particular famosa identidade de Euler que relaciona os dois números irracionais mais conhecidos, o pi e o número de Euler, com o número imaginário puro e o número real -1 (esta identidade tem sido considerada uma das mais belas expressões matemáticas de todos os tempos). De resto, Euler foi o introdutor de várias notações matemáticas que ainda hoje se usam: o símbolos pi e *e* são dele, assim como o *i.* Em Berlin escreveu um livro que hoje um clássico da divulgação científica: "*Cartas a uma Princesa Alemã*"(publicado mais tarde, em 1768). Porém, em 1766, devido a algumas dificuldades na relação com o imperador (Euler não era muito conversador e não brilhava na corte, como outros cientistas e filósofos que frequentavam o palácio imperial – basta referir o francês Voltaire), Euler volta à Rússia, onde agora a imperatriz é Catarina II, a Grande (1729-1796) (Fig. 3).

Continuou aí o seu labor científico, sem nunca abrandar o ritmo. Publicou em 1768 o livro "*Institutiones Calculo Integralis" ("Fundamentos do Cálculo Integral").* Apesar da sua deficiente visão (tinha cegado do olho direito em 1738 devido à realização de experiências de óptica – baseado na experiência, Euler defendia a teoria ondulatória da luz, da autoria do holandês Christiaan Huygens (1629-1695). Em 1766 cegou do outro olho devido a doença oftalmológica. Um retrato a óleo (Fig. 1) mostra Euler com uma deficiência no olho direito (Frederico II chamava-lhe pouco amavelmente "*o meu ciclope*"). Ficou célebre a frase que proferiu quando cegou completamente: "*Agora tenho menos distracções."* Publicou em São Petersburgo em 1772, o ano da Reforma Pombalina na Universidade de Coimbra, um livro sobre o movimento do nosso satélite natural: "*Theoria Motuum Lunae" ("Teoria do movimento da Lua").* Faleceu subitamente aos 77 anos por acidente cardiovascular nessa cidade, onde hoje está sepultado, num dia em que tinha não só trabalhado como brincado com um seu neto.

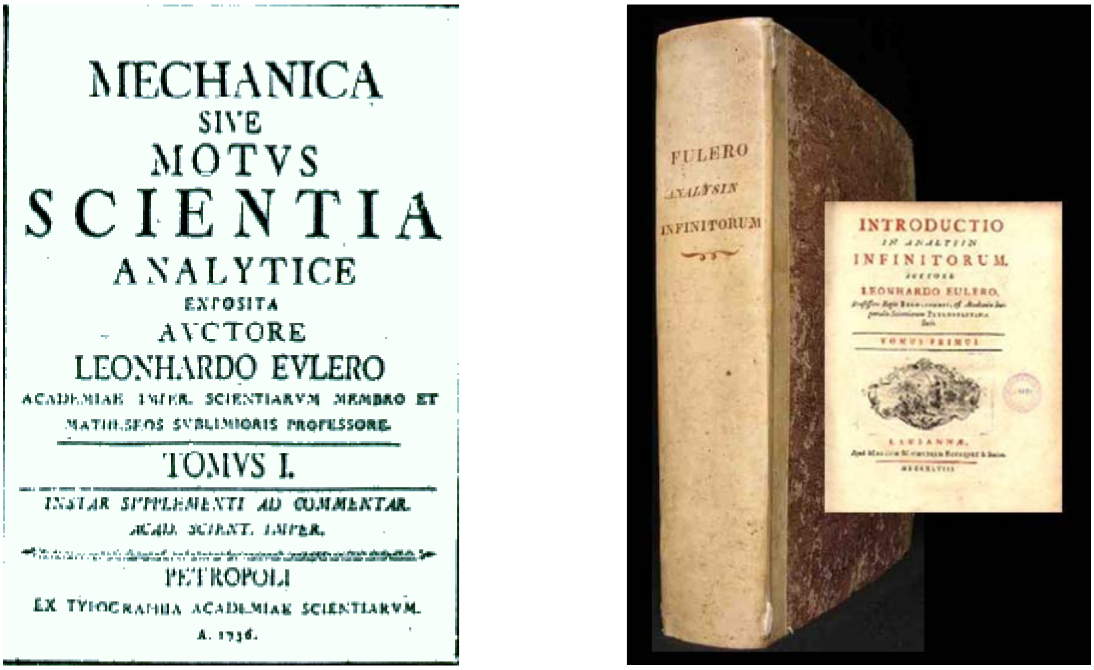


Fig. 7. Frontispício do livro de Euler “*Mechanica*”, São Petersburgo, 1736 (esquerda) e Lombada e frontispício do livro de Euler “*Introductio in Analysin Infinitorum*”, Lausanne, 1748. A edição original é em dois volumes (direita)

Da enorme obra físico-matemática de Euler, quero destacar as que são, na minha opinião, as suas três maiores contribuições nessa área:

1) Métodos numéricos para a resolução de equações diferenciais.
2) Cálculo variacional.
3) Estudo dos movimentos de três corpos celestes.

Não será demais destacar a importância de cada uma delas. O método de Euler é o mais simples para a resolução de equações diferenciais ordinárias, mas está na base dos outros métodos que servem para tratar no computador equações daquele tipo. O cálculo variacional, por seu lado, é um capítulo da matemática estabelecido por Euler, que tem tido uma influência crescente na formulação das teorias físicas: não apenas a mecânica de Newton se pode deduzir de um princípio de acção mínima (as chamadas equações de Euler-Lagrange, cuja dedução se faz a partir de um princípio variacional, são equivalentes às equações de Newton) como o mesmo se passa na generalidade dos outros ramos da física (modernamente, as teorias de campo resultam de um princípio de acção mínima). Finalmente, Euler inaugurou o tratamento do problema astronómico de três corpos, simplificando-o e descobrindo soluções particulares, estando por isso na base da moderna teoria dos sistemas dinâmicos (só no início do século XX o francês Henri Poincaré (1854-1912) haveria de ver que o caos “está escondido no céu”). Vejamos com algum pormenor cada uma delas.

1) Métodos numéricos para a resolução de equações diferenciais

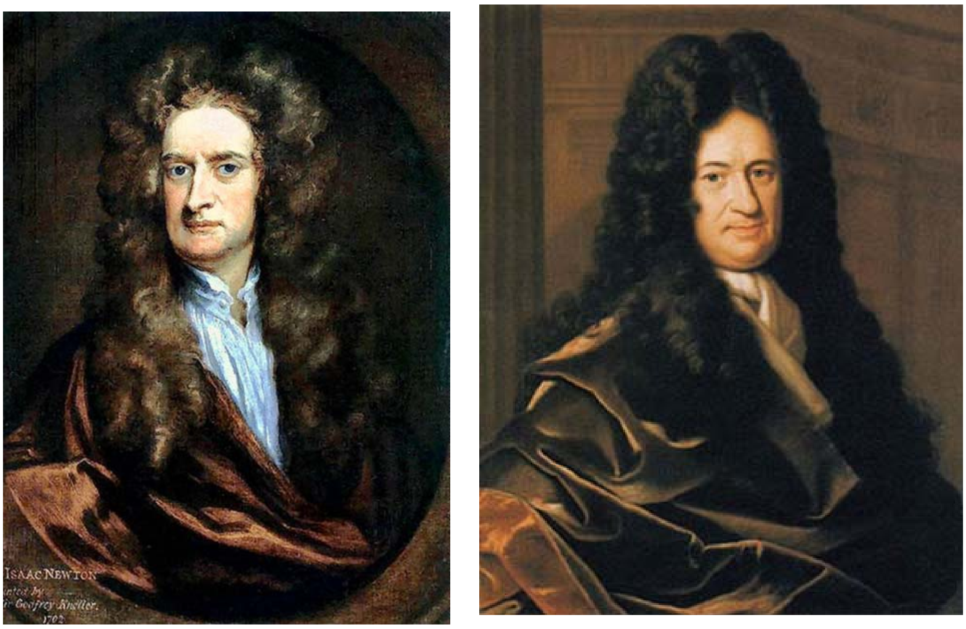


Fig. 8 Os criadores do cálculo infinitesimal e grandes rivais: Isaac Newton (à esquerda) e Gottfried Leibniz (à direita)

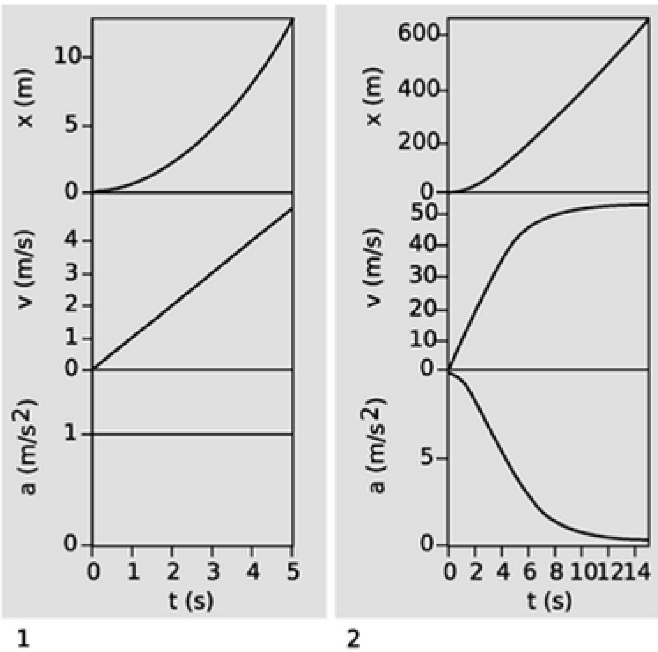


Fig. 9 Gráficos que descrevem o movimento da queda de um corpo largado do repouso sem (1) e com (2) resistência do ar. De cima para baixo representam-se a

posição, a velocidade e a aceleração, todas em função do tempo. O comportamento é semelhante no início, mas muito diferente no final.

O cálculo diferencial e integral, criado praticamente em simultâneo por Newton e por Leibniz, surgiu da necessidade de descrever quantitativamente os movimentos de corpos tanto na Terra como nos céus. Newton conseguiu erguer-se aos ombros de dois gigantes: Galileu (1564-1642), que tinha estudado o movimento da queda dos graves na Terra, e Kepler, que tinha estudado o movimento dos astros no céu. A equação fundamental da dinâmica a uma dimensão é uma equação diferencial de segunda ordem

$$F_x = ma_x$$

com F_x a força a, *m* a massa e a a_x *x* aceleração de um corpo qualquer, pode escrever-se na forma de duas equações diferenciais de primeira ordem

$$\frac{dv_x}{dt} = F_x$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x$$

Estas duas equações descrevem na perfeição o movimento de queda vertical de um corpo que é simplesmente largado de uma certa altura. Galileu, embora não tendo feito a experiência lendária da queda dos corpos do cimo da torre de Pisa, pode ser considerado o pai da Física no sentido em que foi o primeiro a dar consistência matemática às leis da Física ("*O Livro da Natureza está escrito em caracteres matemáticos*", escreveu ele). E uma das primeiras leis da física exemplificava a simplicidade e a elegância que a matemática proporciona às afirmações da Física… A lei da queda dos graves (que Galileu descobriu não em experiências de queda dos graves na vertical, que são demasiado rápidas à superfície da Terra, mas sim em experiências em planos inclinados, que permitem um controlo adequado da aceleração) pode, no caso de um corpo que é simplesmente largado da origem das coordenadas, escrever-se

$$v_x = gt$$

$$x = \frac{1}{2}gt^2$$

com g a aceleração da gravidade (constante num dado local e praticamente constante à superfície da Terra). É, de facto, mais conciso escrever a segunda das equações anteriores do que dizer que as distâncias percorridas por um objecto são directamente proporcionais aos quadrados dos tempos.

Na prática, graças às forças de resistência do ar, a anterior lei do movimento $x= x(t)$ só se verifica aproximadamente, verificando-se ser tanto melhor quanto mais perto se estiver início da largada do corpo (para um corpo esférico no ar, as forças de resistência do ar são proporcionais ao quadrado da velocidade do corpo e, quando a velocidade é pequena, são desprezáveis face à força da gravidade ou peso). A Fig. 9 exemplifica a diferença entre a queda de graves sem e com resistência do ar. Sem resistência do ar, a velocidade é directamente proporcional ao tempo ao passo que, com resistência do ar, a velocidade é, de início, directamente proporcional ao tempo para depois diminuir e passar a ser constante (quando a força de resistência do ar iguala o peso, a força resultante fica nula e a velocidade passa a ser constante – esta chama-se então velocidade terminal). Por sua vez, no caso de haver resistência do ar, a posição é apenas proporcional ao quadrado da velocidade no início do movimento, passando depois a crescer linearmente com a velocidade (regime de velocidade terminal). Existe uma expressão analítica para a velocidade e para a posição no caso que estamos a tratar de queda de um corpo na vertical com uma força de resistência do ar proporcional ao quadrado da velocidade. A fórmula, que não é muito conhecida, mas que se encontra no famoso manual de Courant de cálculo diferencial e integral (R. Courant, "*Differential and Integral Calculus*", John Wiley), reduz-se, no caso de o coeficiente de resistência do ar ser nulo, à lei do movimento mais simples de Newton que se aprendem no ensino secundário. Mas a lei de Newton inclui os dois casos (e todos os outros!). E é precisamente o cálculo diferencial e integral que permite obter as leis do movimento, que são soluções da equação diferencial de Newton. Nos dois casos há possibilidade de integração analítica (isto é, a solução é representada por funções conhecidas). Em geral, quando a força é qualquer, tem de se recorrer a métodos numéricos.

Ora, o primeiro método numérico deve-se precisamente a Euler. No problema matemático geral da equação diferencial com a forma

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

com a condição inicial $y(x = 0) = y_0$, Euler dividiu o eixo das abcissas em muitos intervalos iguais *h* e substituiu a função desconhecida *y (x)* em cada instante por um valor adivinhado com base na tangente da função no instante anterior:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h$$

com $y_i = y(x = ih) = 0,1,...$ O erro será obviamente tanto menor quanto menor for o intervalo de tempo escolhido.

No caso da mecânica, a variável independente é o tempo, isto é, $h = \Delta t$, podendo escrever-se para a velocidade

$$v_{x,i+1} = v_{x,i} + a_{x,i}h$$

e para a posição

$$x_{i+1} = x_i + v_{x,i}h$$

Hoje em dia, existem métodos mais sofisticados do que o de Euler, nomeadamente o método de Runge e Kutta proposto no início do século XX pelos matemáticos com esses nomes. Porém, em 1981, foi proposta uma modificação muito simples do método de Euler que o melhora substancialmente, devido a cancelamento de erros. Trata-se do método de Euler modificado ou de Euler-Cromer (A. Cromer, "Stable solutions using the Euler approximation", *American Journal of Physics* 49, 455 (1981)) que aparece em muitos livros de Física Computacional. Partiu, curiosamente, de um erro de uma aluna universitária norte-americana que, ao programar a equação para actualizar a posição, usou a nova velocidade, acabada de calcular, em vez da antiga. Esse "erro", ao contrário do que acontece com muitos outros, revelou-se muito fértil. Ele mostra como um algoritmo pode ser melhorado não aumentando nem o tempo de cálculo nem a complexidade do programa.

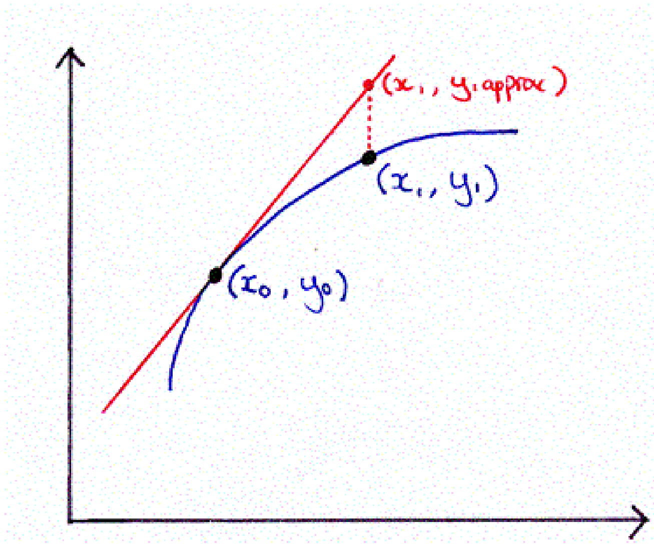


Fig. 10 Substituição, na aproximação de Euler, do valor de uma função pelo valor da tangente que passa pela abcissa anterior.

2) Métodos variacionais

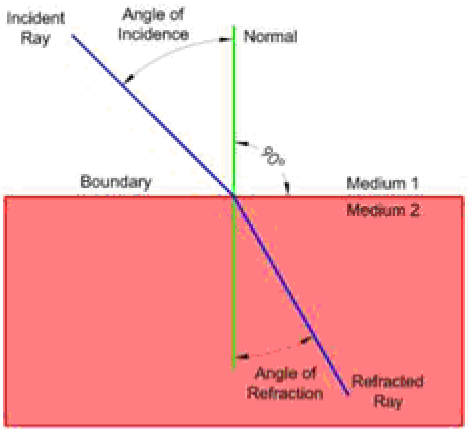


Fig. 11. Princípio do tempo mínimo aplicado a um raio de luz que passa do ar para a água. O raio incidente aproxima-se da normal no ponto de incidência na água.

Um exemplo era o problema da braquistócrona: a curva que corresponde ao tempo mínimo de descida de um corpo entre dois pontos afastados horizontalmente: a solução é a ciclóide, a curva que é descrita por um ponto na circunferência da base um cilindro quando este rola sobre uma mesa.

No século XVI o francês René Descartes (1596 - 1650) tinha estudado o fenómeno da refracção, que consiste no desvio de um raio luminoso quando muda de meio. Essa refracção obedece a uma lei que hoje está também associada ao nome de Snell. Mas pode ser descrito de uma maneira muito simples pelo princípio do tempo mínimo. A luz não vai em linha recta de um ponto de um meio para um ponto de outro meio simplesmente porque a velocidade da luz é diferente nos dois meios. A luz não vai pelo caminho mais curto, mas sim pelo caminho de tempo mais curto. Foi o francês Pierre de Fermat (1601-1665), o mesmo do célebre "último teorema de Fermat", quem formulou este princípio do tempo mínimo. Muitos problemas de mínimo surgiram então tendo Euler fornecido contributos decisivos ao cálculo variacional, o ramo então emergente da matemática que trata esse tipo de questões. O francês Pierre Maupertuis tentou dar a um princípio de mínimo a dignidade de um axioma da mecânica. Mas ele, impregnado de ideias religiosas, alimentou uma visão quase mística desse princípio. Além disso, a quantidade que ele tentou minimizar não era a mais adequada para a universalidade do princípio. Foi um contemporâneo de Euler, o francês Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) quem definiu uma quantidade – a acção - que é o integral no tempo entre os instantes inicial e final de uma função, a função lagrangiana ou simplesmente lagrangiano (diferença entre a energia cinética e a energia potencial). A minimização dessa quantidade conduz directamente às equações de Newton. As equações de minimização de qualquer quantidade chamam-se equações de Euler mas, no caso particular da mecânica, fala-se em equações de Euler-Lagrange. O método variacional é tão poderoso que se utiliza, como um princípio unificador, no electromagnetismo, na teoria quântica, na teoria da relatividade, etc. De um modo geral, é usado em teoria de campos. Na moderna teoria unificada de campos procura-se uma acção, quer dizer uma função lagrangiana, cuja minimização origine as equações dos campos.

Fig. 12. Pierre Maupertuis, o criador do princípio de acção mínima e Academia das Ciências de Berlim

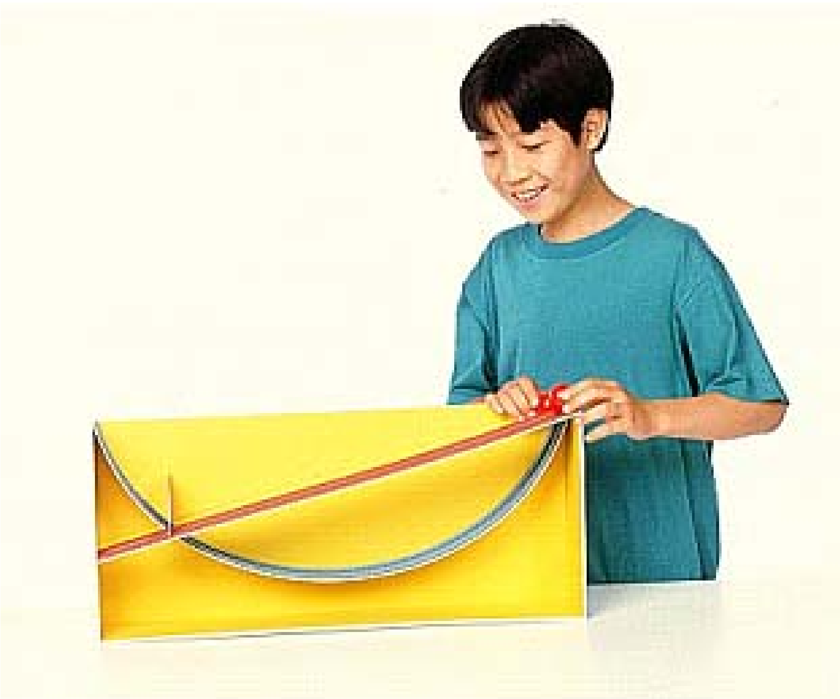


Fig. 13 Experiência de procura do tempo mínimo sendo a escolha entre uma rampa em linha recta e uma rampa com a forma de uma ciclóide.

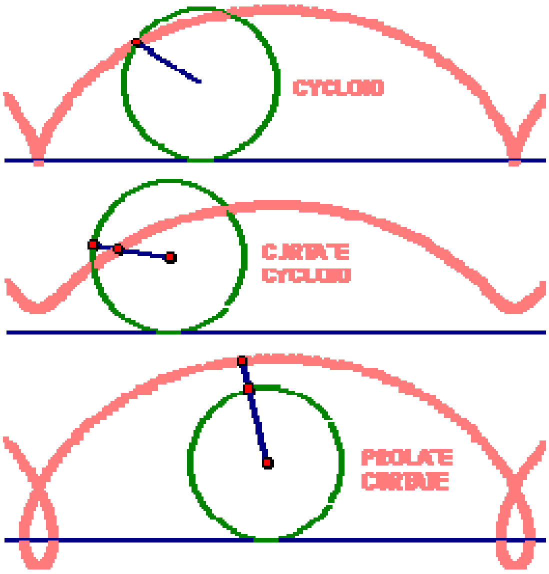


Fig. 14 A ciclóide é a braquistócrona. A figura mostra três tipos de ciclóide, que são as trajectórias percorridas por um ponto na circunferência giratória ou por outros, situados na direcção radial, mas que distam do centro menos ou mais do que um raio.

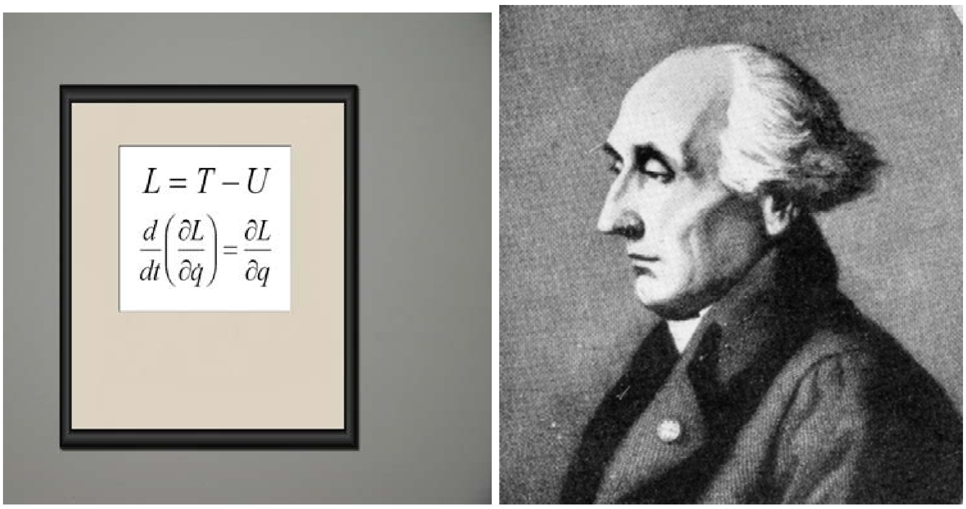


Fig. 15 O lagrangiano e as equações de Euler-Lagrange (do lado esquerdo) e Joseph-Louis Lagrange, criador dessa quantidade e dessas equações (à esquerda).

3) As equações de Newton encontraram aplicações quer nas equações da queda dos graves na Terra quer nas equações do movimento dos astros no céu. Mas o chamado problema de Kepler, que descreve o movimento de um planeta e do seu satélite ou de uma estrela e um planeta e que tem solução analítica bem conhecida (a órbita é uma elipse) – não tem, de facto, correspondente exacto nos céus. A Lua não gira apenas á volta da Terra: gira à volta da Terra, que por sua vez gira em volta do Sol (Fig. 16), existinndo interacções entre todos estes astros. Do mesmo modo a Terra não descreve exactamente uma órbita elíptica em torno do Sol, pois os outros planetas do sistema

solar – o maior dos quais é Júpiter – perturbam a órbita terrestre. Os problemas em mecânica celeste não são de dois corpos (para os quais existe uma solução analítica, pois se reduzem ao problema de um corpo em torno de um centro de força), mas de três e mais corpos. Pois foi Euler quem, pela primeira vez, considerou o problema de três corpos, propondo uma modelação simples desse modelo. Considerou o caso em que a massa de um dos astros se pode considerar desprezável em comparação com a dos outros dois. Um exemplo é um planeta que gravita em torno de uma estrela dupla (duas estrelas semelhantes que giram em torno uma da outra). No sistema de eixos rotativo solidário com a linha que une as duas estrelas, o planeta descreve uma trajectória que pode ser determinada pelas leis de Newton, desde que a força seja não apenas a força da gravidade mas que se incluam além dela forças não inerciais. Esse problema de três corpos é o chamado sistema de Euler. Euler estudou um caso particular de trajectórias em linha recta. Foi só no final do século XIX que o matemático francês Henri Poincaré, ao estudar o problema dos três corpos, vislumbrou que havia soluções caóticas, isto é, soluções extraordinariamente sensiveis às condições iniciais.

No final do século XIX o rei Óscar II da Suécia tinha oferecido um prémio a quem resolvesse o problema dos *n* corpos celestes. Poincaré ganhou esse prémio, apesar de não ter resolvido completamente a questão. Uma solução na forma de uma série (evitando o tratamento dos casos de colisão) foi alcançada pelo matemático finlandês Karl Sundman em 1912. Mais modernamente, esse resultado foi generalizado a mais do que três corpos pelo matemático chinês Qiudong Wang no início dos anos 90 (The Global Solution of N-body Problem, *Celestial Mechanics* 50 (1991) p. 73). Mas a solução na forma de séries pode não ser útil na prática (devido a convergência demasiado lenta), sendo por isso necessários métodos numéricos.

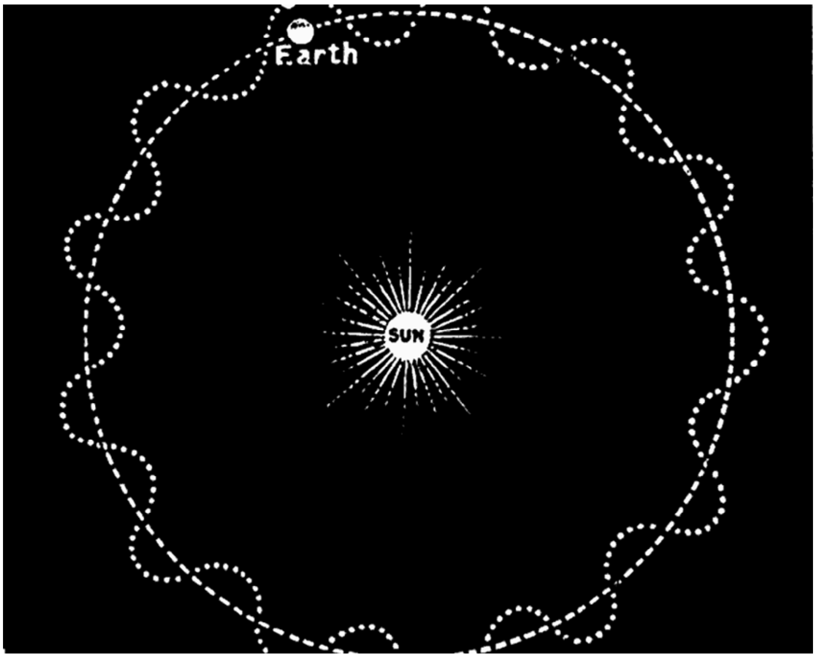


Fig. 16 Sistema de três corpos celestes: o Sol, a Terra e a Lua, numa gravura astronómica antiga. A Lua gira em volta da Terra que, por sua vez, gira em volta do Sol.

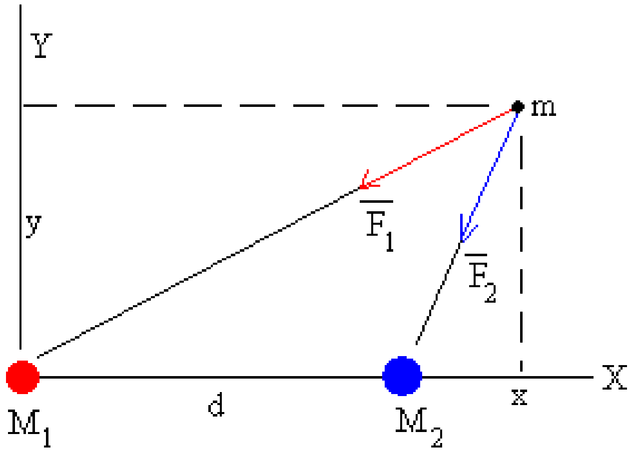


Fig. 17 O problema dos três corpos restrito ou problema de Euler. Os corpos de massas M_1 e M_2 encontram-se fixos, criando o campo no qual se move o corpo de massa *m*, que é muito pequena em comparação.

E em Portugal? Entre nós o século XVIII foi também um "século de luzes". Os três reis do nosso século XVIII foram D. João V (1689-1750), que reinou a partir de 1707, D. José (1714-1777), que como é sabido, tinha os seus poderes delegados no poderoso primeiro-ministro Sebastião José de Carvalho e Melo, o Marquês de Pombal (1699-1782), e D. Maria I (1734-1836), a rainha que demitiria o Marquês e que, como é sabido, depois de um começo de reinado auspicioso (deve-se a ela a fundação da Academia das Ciências de Lisboa em 1779) viria a enlouquecer, entregando a regência do reino a seu filho. A ciência em Portugal durante o período barroco foi dominada pelas duas únicas universidades da época, a de Coimbra e a de Évora (esta extinta em 1759, com a expulsão dos jesuítas pelo Marquês de Pombal).

Fig. 18 Interior da Biblioteca Joanina da Universidade de Coimbra, começada a construir em 1717 e concluída em 1728.

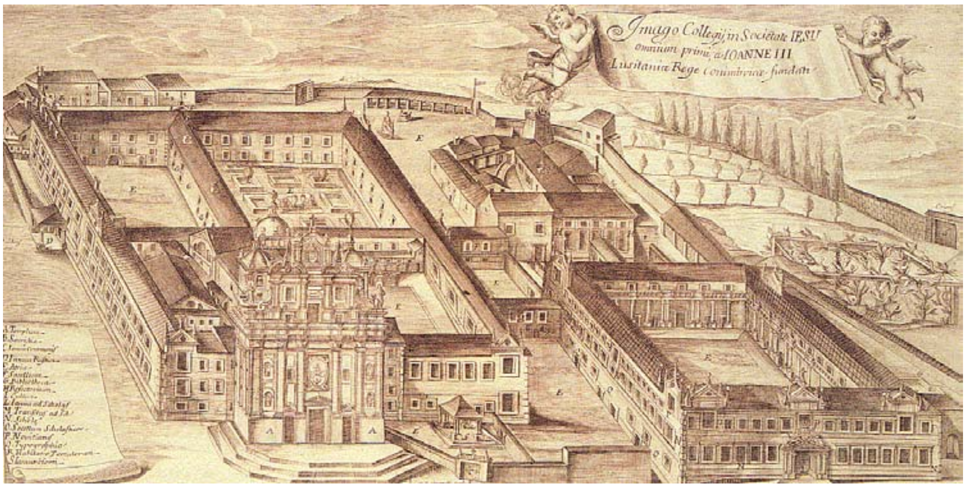
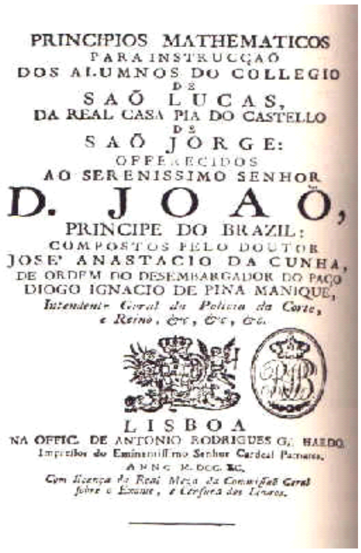


Fig. 19 A Universidade de Coimbra no século XVIII (gravura da época). O edifício ligado à Igreja da Sé Nova, no lado espquerdo, é o Colégio de Jesus. Do outro lado encontra-se o Colégio das Artes.

Fig. 20 Edifício principal da Universidade de Évora (Colégio do Espírito Santo) e retrato do Marquês de Pombal, que a mandou encerrar.

O acontecimento mais marcante da ciência em Portugal no século XVIII foi talvez a Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra que teve lugar em 1772. Foi nesse ano que foram criadas duas novas Faculdades – as Faculdades de Matemática e de Filosofia – que tinham uma certa ligação entre si. Entre os nomes mais marcantes dos primórdios da Faculdade de Matemática contam-se Anastácio da Cunha e José Monteiro da Rocha. Os dois matemáticos, que não se entenderam muito bem, foram dos primeiros professores de Matemática na Faculdade com esse nome em Coimbra. O primeiro escreveu o notável tratado de 1782 *"Principios Matemáticos"* ("*Principes Mathématiques*", na tradução francesa que saiu em 1811) tendo sido também poeta. Na parte final da sua vida foi perseguido pela Inquisição (o escritor moderno Aquilino Ribeiro escreveu sobre o assunto o romance "*O Lente Penitenciado*"). O segundo estudou num colégio de jesuítas no Brasil, país onde escreveu um livro descrevendo as suas observações do cometa Halley. Esteve na base do estabelecimento do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra, que, após se terem gorado outros planos, acabou por ser construído perto da Biblioteca Joanina, no pátio da Universidade.


PRINCIPIOS MATHEMATICOS
PARA INSTRUCÇAÕ
DOS ALUMNOS DO COLLEGIO
DE
SAÕ LUCAS,
DA REAL CASA PIA DO CASTELLO
DE
SAÕ JORGE:
OFFERECIDOS
AO SERENISSIMO SENHOR
D. JOAÕ,
PRINCIPE DO BRAZIL:
COMPOSTOS PELO DOUTOR
JOSE' ANASTACIO DA CUNHA,
DE ORDEM DO DESEMBARGADOR DO PAÇO
DIOGO IGNACIO DE PINA MANIQUE,
Intendente Geral da Policia da Corte,
e Reino, &c, &c, &c.

LISBOA
NA OFFIC. DE ANTONIO RODRIGUES GALHARDO
Impressor do Eminentissimo Senhor Cardeal Patriarca.
ANNO M. DCC. XC.
Com licença da Real Meza da Commissaõ Geral
sobre o Exame, e Censura dos Livros.


PRINCIPES
MATHÉMATIQUES
DE FEU
JOSEPH-ANASTASE DA CUNHA,
PAR J. M. D'ABREU.

A BORDEAUX,
DE L'IMPRIMERIE D'ANDRÉ BAGLE.
1811.

Fig. 21. Os "*Principios Mathematicos*" de José Anastácio da Cunha e sua tradução em francês.

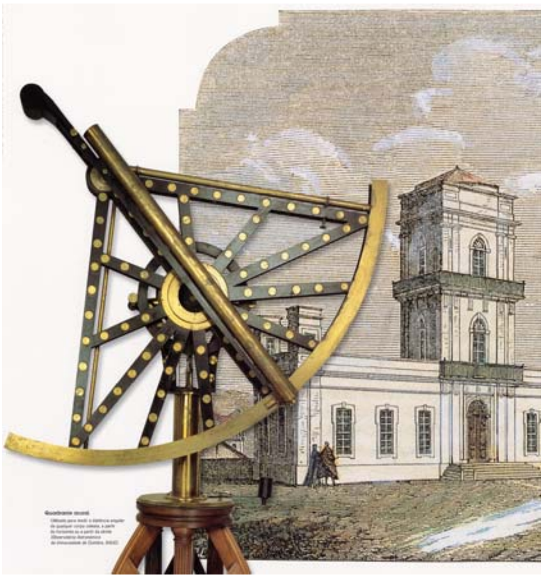


Fig. 22 Quadrante astronómico da Universidade de Coimbra e gravura do Observatório Astronómico da mesma Universidade, no Pátio da Universidade.

A esses matemáticos não foi estranha a obra de Euler, seu contemporâneo. Anastácio da Cunha refere a fórmula de Euler. Mas há outras ligações entre Portugal e o grande matemático suíço. Na época do Marquês (e até antes) vários portugueses notáveis estiveram exilados. São os chamados “estrangeirados”, destacando-se entre eles o nome de António Ribeiro Sanches (Fig. 23). Médico de origem judaica nascido em Penamacor e formado na Universidade de Salamanca, trabalhou na corte da Rússia de 1731 a 1947, no tempo de Catarina II, é provável que aí tenha encontrado Euler. É ele o autor das “*Cartas sobre a Educação da Mocidade*” (1760), que influenciaram as reformas educativas do Marquês de Pombal. No gigantesco arquivo de Euler que está em crescimento na Internet encontra-se referência a cartas entre Leonhard Euler e aquele notável sábio português, escritas entre 1740 to 1766. Essa correspondência compreende cinco cartas, das quais duas foram escritas por Euler. Por outro lado, Euler foi sócio correspondente da Academia de Ciências de Lisboa, tendo o Marquês de Condorcet, no elogio fúnebre que lhe fez na Academia de Ciências, de Paris referido essa afiliação.

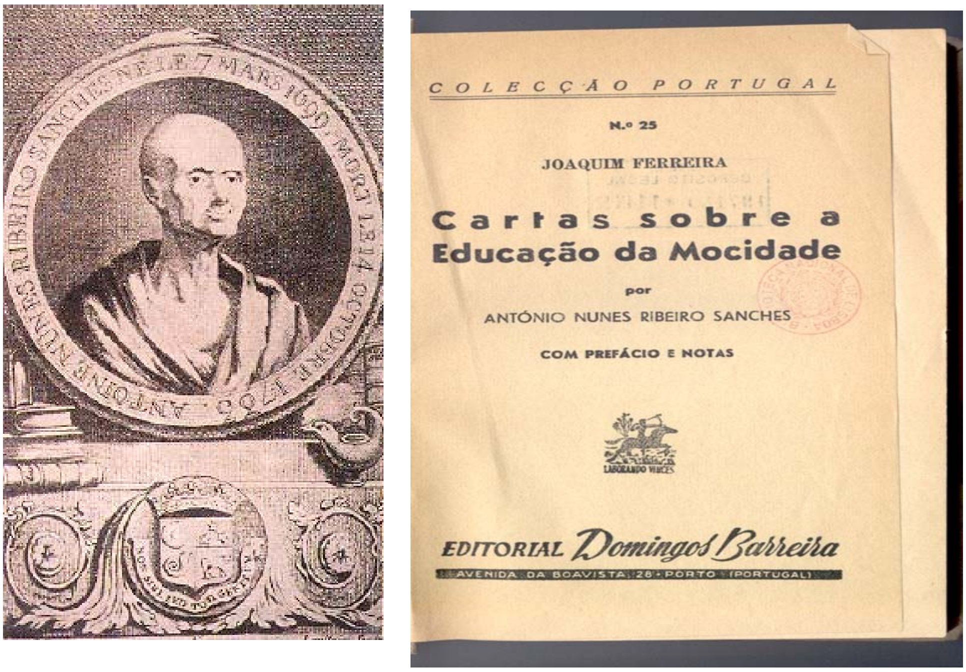


Fig. 23: António Ribeiro Sanches: retrato e frontispício de uma edição moderna da sua obra mais conhecida (trata-se de uma edição digitalizada na Internet, no sítio da Biblioteca Nacional, http://purl.pt/148).

Bibliografia para saber mais sobre Euler:

- William Dunham (1999), *Euler: The Master of Us All* , Mathematical Association of America, Washington DC.

- Emil A. Fellma (2007), *Leonhard Euler*, traduzido do alemão por Erika Gautschi and Walter Gautschi, Birkhäuser, Basel.

- Andreas K. Heyne, Alice K. Heyne, Elena S. Pini, and Tahu Matheson (2007) *Leonhard Euler: A Man to Be Reckoned with* , Birkhauser, Basel (banda desenhada)

- Paul Nahin (2006). *Dr. Euler's Fabulous Formula*, Princeton University Press, New Jersey: Princeton.