

João Pedro Paiva Alves

# CyberNav

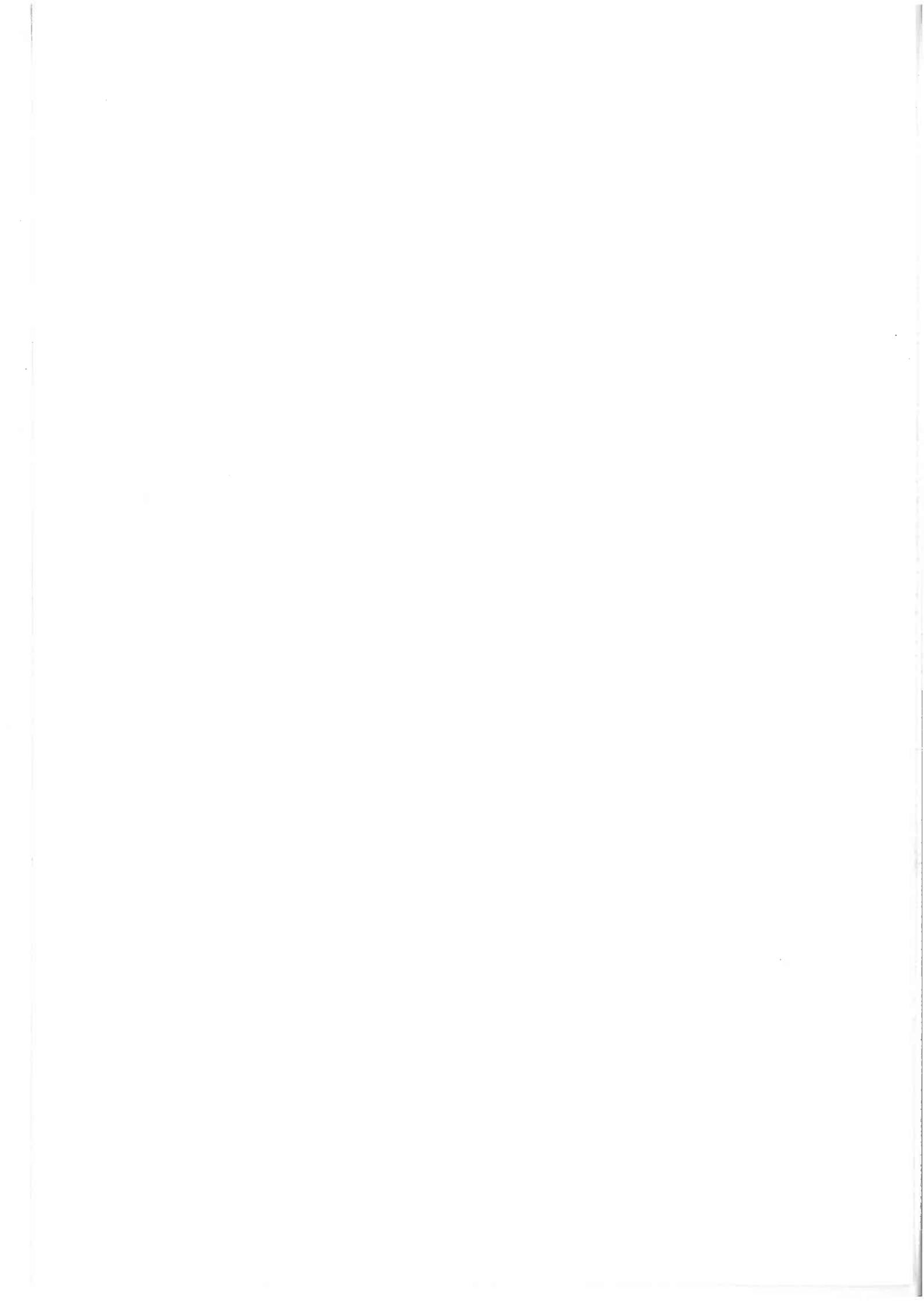
## Um sistema de navegação para veículos autónomos



*Tese submetida à Faculdade de Ciências e  
Tecnologia da Universidade de Coimbra para obtenção do grau  
de Mestre em Eng. Electrotécnica e de Computadores*

Departamento de  
Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Coimbra, Novembro de 2004



## Agradecimentos

O autor deseja agradecer em especial ao professor Jorge Dias pela sua orientação, sem a qual o trabalho não teria sido efectuado, e agradecer ainda ao Instituto de Sistemas e Robótica pela cedência do espaço e do material necessário para levar este trabalho a bom termo.

Um agradecimento especial vai ainda para a família do autor que o apoiou em todos os momentos e que o compreendeu quando este não se pode ausentar do trabalho para os visitar.

O autor deseja ainda agradecer ao colega de laboratório, Alberto, pela sua ajuda sem a qual teria sido quase impossível a realização de testes experimentais. Um agradecimento pela ajuda prestada vai ainda para os colegas de mestrado, Abel e Luís. Por fim o autor agradece ao amigo Nuno Cid por toda a ajuda e incentivo que deu no sentido da entrega desta dissertação.



# Resumo

Um veículo autónomo necessita de saber a sua posição e orientação em cada momento, de forma a poder planear a trajectória a seguir em direcção a um objectivo. O sistema de navegação do veículo encontra-se encarregue de lhe fornecer esta informação e o trabalho que deu origem a esta dissertação, foca o processo de desenvolvimento de um sistema de navegação para um veículo autónomo terrestre. O sistema baseia-se em medições provenientes de um receptor GPS, de três acelerómetros e de três sensores de razão angular. O objectivo é o de fundir toda a informação, criando um sistema de navegação que aproveite as melhores características de cada tipo de sensor. É obtido um modelo para sistemas inerciais compostos por acelerómetros e sensores de razão angular e criado um procedimento, baseado num pêndulo, para efectuar a calibração das medições obtidas pelo sistema inercial. As várias medições são então integradas recorrendo a um filtro de Kalman e a algumas técnicas de tratamento de dados. É ainda criado o *software* que permite a aplicação e execução, em tempo real, do sistema de navegação no veículo. Por fim são apresentados os resultados do sistema de navegação desenvolvido ao ser aplicado num veículo de teste.



# Abstract

An autonomous vehicle needs to know its current position and orientation, in order to plan the trajectory it needs to follow to achieve some goal. The navigation system of the vehicle is in charge of providing that information to the vehicle and the work that originated this dissertation focus on the development process of a navigation system for an autonomous land vehicle. The system is based on measurements from a GPS receiver, three accelerometers and three rate gyros. The objective is to fuse all the information, creating a navigation system that takes advantage of the best properties of each type of sensor. A model is obtained for inertial systems composed by accelerometers and rate gyros, and a procedure is created to perform the calibration of the inertial system measurements, based on the use of a pendulum. The several measurements are then integrated using a Kalman filter and some data processing techniques. Additionally, it is created the software which allows the real time execution of the navigation system on the vehicle. In the end, some results are presented for the application of the developed navigation system in a test vehicle.



# Conteúdo

Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de abreviaturas e símbolos	1
<b>1 Introdução</b>	<b>3</b>
1.1 Estado da Arte . . . . .	4
1.1.1 Produtos comerciais . . . . .	10
1.2 Panorama desta dissertação . . . . .	12
<b>2 Sistemas de Navegação</b>	<b>13</b>
2.1 Sistemas de Navegação por Satélite — o GPS . . . . .	13
2.1.1 DGPS – GPS Diferencial . . . . .	16
2.1.2 Medição da fase da portadora . . . . .	17
2.2 Sistemas de Navegação Inercial . . . . .	19
2.3 Vantagens na Integração . . . . .	20
2.4 Sumário . . . . .	23
<b>3 Definições e Fundamentos Teóricos</b>	<b>25</b>

3.1	Notações . . . . .	25
3.1.1	Sistemas de Coordenadas . . . . .	25
3.1.2	Entidades - Pontos e Vectores . . . . .	25
3.1.3	Transformação entre sistemas de coordenadas . . . . .	26
3.2	Sistemas de Coordenadas . . . . .	26
3.2.1	Sistema { <b>RPY</b> } — “Roll–Pitch–Yaw” . . . . .	26
3.2.2	Sistema { <b>ECEF</b> } — “Earth-Centred Earth-Fixed” . . . . .	27
3.2.2.1	Modelação da Superfície Terrestre . . . . .	27
3.2.3	Sistema { <b>ENU</b> } — “East–North–Up” . . . . .	29
3.2.4	Transformações . . . . .	29
3.3	Filtro de Kalman . . . . .	30
3.4	Quaterniões . . . . .	32
3.4.1	Representação de rotações . . . . .	34
3.4.2	Composição de rotações . . . . .	34
3.4.3	Obtenção dos ângulos de Euler . . . . .	35
3.5	Sumário . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Descrição e Modelos dos sistemas</b>	<b>37</b>
4.1	Sistema de Navegação Inercial . . . . .	37
4.2	Sistema de Posicionamento Global . . . . .	37
4.3	Modelos de erro . . . . .	39
4.3.1	Sistema Inercial . . . . .	39
4.3.2	Sistema Posicionamento Global (GPS) . . . . .	41
4.4	Caracterização dos Erros e Calibração da IMU . . . . .	45

4.4.1	Calibração intrínseca . . . . .	45
4.4.1.1	Calibração estática . . . . .	45
4.4.2	Calibração usando um pêndulo . . . . .	45
4.4.3	Dependência da temperatura . . . . .	49
4.4.4	Testes e Resultados . . . . .	49
4.4.5	Comparação com outras IMUs . . . . .	53
4.5	Sumário . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Integração de informação inercial com GPS</b>	<b>57</b>
5.1	Hardware do Sistema Protótipo . . . . .	57
5.2	Arquitetura do Sistema . . . . .	58
5.3	Filtro de Kalman . . . . .	61
5.4	Tratamento das medições inerciais . . . . .	62
5.4.1	Determinação da rotação de {RPY} para {ENU} . . . . .	64
5.4.1.1	Rotação inicial . . . . .	64
5.4.1.2	Actualização da rotação . . . . .	66
5.5	Tratamento dos dados do GPS . . . . .	67
5.6	Sintonização das matrizes do filtro . . . . .	68
5.6.1	Matrizes de covariância do ruído . . . . .	68
5.6.2	Actualização assíncrona do filtro . . . . .	68
5.6.3	Condicionamento de matrizes . . . . .	69
5.7	Considerações de tempo real . . . . .	69
5.8	Ensaio experimental . . . . .	70
5.8.1	Software de suporte . . . . .	70

5.8.1.1	Aplicação de visualização . . . . .	72
5.8.2	Procedimentos de teste . . . . .	73
5.8.3	Resultados experimentais . . . . .	76
5.8.3.1	Comparação de resultados . . . . .	78
5.9	Sumário . . . . .	79
<b>6</b>	<b>Conclusões e Discussão</b>	<b>81</b>
	<b>Referências</b>	<b>84</b>

# Lista de Tabelas

1.1	Erros RMS na estimativa de posição . . . . .	6
4.1	Comparação dos parâmetros obtidos para os sensores inerciais a duas temperaturas diferentes, com os parâmetros especificados pelo fabricante.	50



# Lista de Figuras

1.1	Configuração de antena tripla para obtenção de orientação tridimensional num avião . . . . .	8
2.1	Os três segmentos do sistema GPS . . . . .	14
2.2	GPS diferencial para uma solução de navegação mais precisa . . . . .	16
2.3	Unidades de medição inercial . . . . .	19
2.4	Sistema típico de operação, ilustrando os referenciais usados na navegação por satélite e na navegação inercial . . . . .	21
2.5	Comparação de precisões de navegação . . . . .	22
3.1	Ilustração do sistema de coordenadas {RPY} . . . . .	27
3.2	Ilustração dos sistemas de coordenadas {ECEF} e {ENU} . . . . .	28
4.1	Sistemas físicos utilizados. O receptor de GPS, modelo GPS35-HVS da Garmin <sup>®</sup> , fixo no topo da IMU, modelo DMU-FOG da Crossbow <sup>®</sup> . . . . .	38
4.2	Estação base para o sistema de GPS diferencial. . . . .	39
4.3	Tipos de erros comuns em sensores . . . . .	40
4.4	Resposta dos sensores: (a) acelerómetro, (b) giroscópio . . . . .	40
4.5	Erro na solução de latitude e longitude, obtida pelo GPS . . . . .	43
4.6	Densidade espectral de potência para o erro de latitude . . . . .	43
4.7	Densidade espectral de potência para o erro de longitude . . . . .	44

4.8	(a) Pêndulo usado na calibração dos sensores inerciais, (b) Forças actuantes num pêndulo em movimento . . . . .	46
4.9	Resultados da integração dos dados inerciais calibrados usando o método aqui descrito. . . . .	51
4.10	Resultados da integração dos dados dos acelerómetros calibrados usando o método aqui descrito, usando o ângulo real do pêndulo em vez da estimativa. . . . .	52
4.11	Resultados da integração dos dados inerciais calibrados usando os parâmetros do fabricante. . . . .	53
5.1	Protótipo do sistema de navegação incluído no CyberCar . . . . .	58
5.2	Arquitectura de integração fracamente acoplada . . . . .	58
5.3	Arquitectura de integração fortemente acoplada . . . . .	59
5.4	Arquitectura do sistema de navegação . . . . .	60
5.5	Diagrama de blocos representando o tratamento necessário aos dados dos sensores inerciais . . . . .	63
5.6	Arquitectura da aplicação de suporte ao algoritmo de navegação. . . . .	71
5.7	Interface da aplicação de visualização dos dados de posicionamento. . . . .	72
5.8	Ilustração do percurso de teste com os pontos de medida . . . . .	74
5.9	(a) <i>Webcam</i> utilizada nos testes; (b) Imagem capturada da <i>webcam</i> onde se pode observar uma marcação no chão. . . . .	75
5.10	Resultados do GPS como solução única (apenas nos instantes com solução válida) . . . . .	76
5.11	Resultados de posição para o sistema de navegação integrando GPS e sensores inerciais . . . . .	77
5.12	Resultados de orientação para o sistema de navegação integrando GPS e sensores inerciais . . . . .	78

## Lista de abreviaturas e expressões

- Baseline** Denominação da distância ente dois sensores que se encontram no mesmo sistema e usualmente medem quantidades semelhantes.
- Bias** Tipo de erro devido a um sensor apresentar uma saída diferente de zero quando a entrada é zero.
- CEP** “Circular Error Probable” – Parâmetro usado para medir a precisão de sistemas. O CEP é definido como o raio de um círculo que engloba 50% da distribuição de erro, quando centrado na localização correcta, ou seja, sem erro.
- CyberCar** Veículo autónomo em que se pretende aplicar o sistema de navegação aqui desenvolvido. Pretende-se que este veículo se possa deslocar em ambientes urbanos juntamente com outros CyberCars.
- DGPS** “Differential GPS” – Solução de posicionamento baseada no GPS em que existe uma estação base que determina e transmite correcções para alguns dos erros do GPS.
- Drift** Tipo de erro em que este flutua, podendo crescer sem limite.
- ECEF** “Earth Centered Earth Fixed” – Sistema de coordenadas fixo à Terra, com a sua origem no centro de massa desta.
- EKF** “Extended Kalman Filter” – Tipo de filtro de Kalman não linear mais utilizado.
- ENU** “East North Up” – Sistema de coordenadas tangente à superfície terrestre num ponto, com os eixos coordenados orientados na direcção Este, Norte e Cima.
- GDOP** “Geometric Dilution of Precision” – Medida da diluição de precisão devida à geometria instantânea dos satélites usados para determinar a solução GPS.
- Gimballed** Denominação dada a um sistema de navegação inercial suspenso, que recorre a um conjunto de articulações para manter a plataforma de medições sempre estável em relação a um referencial inercial.
- GLONASS** “Global Navigation Satellite System” – Sistema de navegação por satélite desenvolvido pela União Soviética e actualmente mantido pela Rússia.

- GPS** “Global Positioning System” – Denominação comum para o sistema militar norte-americano de navegação por satélite.
- ILS** “Iterative Least Squares” – Método dos mínimos quadráticos, utilizado no filtro de Kalman tradicional para obter uma estimativa.
- IMU** “Inertial Measuring Unit” – Unidade de medições inerciais, usualmente composta por acelerómetros e sensores de razão angular.
- INS** “Inertial Navigation System” – Sistema de navegação baseado em medições de sensores inerciais.
- LED** “Light Emitting Diode” – Díodo que emite luz ao ser atravessado por corrente eléctrica.
- NMEA 0183** Protocolo padrão de interface, definido pela “The National Marine Electronics Association” e usado pelos receptores GPS para transmitir dados.
- RMS** “Root Mean Square” – Raiz quadrada da média quadrática de uma quantidade. Usualmente um parâmetro usado para medir o erro.
- RPY** “Roll Pitch Yaw” – Sistema de coordenadas fixo a um corpo, e onde normalmente se exprimem as medições dos sistemas inerciais “strap-down”.
- RTK-GPS** “Real-Time Kinematics GPS” – Forma de DGPS baseada na medição da fase da portadora do sinal GPS e que permite precisões que podem chegar aos 2cm.
- SA** “Selective Availability” – Degradação intencional do sinal GPS pelos militares norte-americanos. A SA era responsável pela maior parte do erro no GPS, mas foi desligada a 2 de Maio de 2000, encontrando-se assim actualmente.
- Strap-down** Denominação dada a um sistema de navegação inercial rígido, em que a plataforma de medições de encontra fixa ao veículo.
- UKF** “Unscented Kalman Filter” – Tipo de filtro de Kalman não linear.
- WGS 84** “World Geodetic System” de 1984 – O WGS 84 é um sistema de coordenadas fixo à Terra, que inclui um modelo desta.

# Capítulo 1

## Introdução

Os veículos e de um modo especial os veículos autónomos, podem beneficiar grandemente do conhecimento da sua posição através da utilização de sistemas de navegação.

O objectivo do trabalho que dá origem a esta tese, é o de desenvolver um sistema de navegação adequado à utilização em veículos autónomos que se deslocam na superfície terrestre. Pretende-se que o sistema forneça posicionamento absoluto bidimensional, com informação de orientação. Deve apresentar um bom desempenho em excursões longas, com um erro de posicionamento limitado; deve também apresentar elevada precisão e altas taxas de actualização de modo a responder a movimento que apresente características altamente dinâmicas durante breves instantes de tempo.

Um sistema de navegação que integre sistemas de navegação por satélite, como o sistema norte-americano GPS (“Global Positioning System”), e sistemas de navegação inercial (INS - “Inertial Navigation System”), potencialmente tem a capacidade de atingir as características especificadas para o sistema de navegação a desenvolver. Essa é uma das razões que leva muitos dos engenheiros envolvidos com robôs móveis a se debruçarem sobre estes dois tipos de sistemas de navegação e sobre a sua integração. A solução utilizada para realizar a integração dos dois sistemas baseia-se quase exclusivamente na utilização de um filtro de Kalman no processo de estimação da solução de navegação.

## 1.1 Estado da Arte

O interesse da comunidade científica pela área da integração sensorial e de um modo especial pela integração do GPS com INS, é bastante elevado como se observa pelo número de publicações que se debruçam sobre o assunto.

Muito do trabalho realizado até aos últimos anos era baseado na utilização de unidades de medições inerciais (IMU - "Inertial Measurement Unit") de alta qualidade. Embora estas unidades de sensores permitam um bom desempenho de navegação, o factor económico torna impraticável a sua utilização em aplicações generalistas. Muito do trabalho mais recente tem abordado a utilização de IMUs de menor custo e por consequência pior qualidade, como possíveis alternativas. O trabalho desta tese segue a abordagem de utilizar IMUs de baixo a médio custo pois é aí que actualmente se encontra o maior desafio e também o maior interesse pela parte dos integradores de sistemas.

Para obter o melhor desempenho possível de um filtro de Kalman, é necessário ter um modelo o mais correcto possível dos erros dos sensores; vários artigos se debruçam, quase exclusivamente sobre a modelação dos sensores e dos seus erros, mas ainda mais são os que abordam esse ponto para extrair um melhor desempenho dos seus sistemas.

[Nebot e Durrant-Whyte, 1999] apresenta um algoritmo eficiente para calibração inicial e alinhamento de uma IMU de baixo custo, com seis graus de liberdade. Para esse efeito, começa por apresentar um modelo para os erros dos giroscópios e dos acelerómetros e mostra que não é possível fazer o alinhamento inicial usando acelerómetros de baixo custo; é necessária informação adicional de inclinação para poder distinguir os *bias* dos acelerómetros dos ângulos de desalinhamento.

O orientação inicial e os *bias* da IMU são obtidos com o veículo estacionário e recorrendo à informação de dois giroscópios pendulares que pertencem ao equipamento da IMU. A posição usada como referência é obtida recorrendo a um sistema DGPS com uma precisão de 37cm CEP.

Foram obtidos bons resultados experimentais em que, usando apenas a IMU, se conseguiram durante aproximadamente 100s, erros de velocidade inferiores a 1m/s, e erros de posição inferiores a 20m.

Também [Kong et al., 1999] aborda a modelação dos erros dos sensores inerciais. Apre-

senta modelos de erros para a velocidade e para a posição e um modelo *ângulo-psi* para grandes desalinhamentos. Estes modelos são utilizados para realizar o alinhamento e calibração de uma IMU de baixo custo auxiliada por DGPS, mais especificamente RTK-GPS (Real-Time Kinematic GPS). É usado um filtro não linear para implementar o algoritmo desenvolvido de fusão sensorial entre a IMU e o RTK-GPS. Os resultados mostram que a solução apresentada consegue em 15 segundos reduzir a incerteza do desalinhamento de  $[-180, 180]$  grau para 0.05 grau. Os três eixos do IMU estão continuamente a ser alinhados e calibrados para uma precisão de 0.05 grau.

No trabalho desta tese, a abordagem para a modelação dos erros do sistema inercial será um pouco diferente, consistindo na determinação de um modelo adequado para os sensores utilizados e numa calibração prévia em que se determinam parâmetros desse modelo, nomeadamente os desalinhamentos dos eixos, factores de escala e *bias*. Para os erros do GPS ir-se-á efectuar o estudo de um modelo, seguindo a abordagem apresentada em [Nebot et al., 1998] onde o modelo para as fontes de erros do GPS, é gerado aplicando técnicas do domínio da frequência. Nesse artigo é obtida, a partir do modelo, a informação sobre qual o tipo de informação sensorial adicional que é necessária para descorrelacionar os erros do GPS. Conclui-se que os métodos do domínio da frequência são capazes de descrever modelos de erros de sensores complexos e mostrar *a priori* como é que a informação de cada sensor é usada na tarefa de navegação.

Um aspecto de grande importância na implementação do filtro de Kalman é a definição do modelo a usar para descrever o processo. O filtro de Kalman clássico, é aplicável a processos lineares, pelo que processos não lineares terão que ser aproximados por um modelo linear para tornar possível a aplicação do filtro de Kalman. Ao se procurar estimar a velocidade ou posição a partir das medições das pseudo-distâncias aos satélites, como é efectuada pelos receptores GPS, obtém-se um processo de estimação não linear, pelo que facilmente se conclui que ao ser linearizado, irão ser introduzidos erros que limitam o desempenho do processo de estimação. A solução é a de desenvolver um modelo não linear para o processo e utilizar filtros não lineares para obter a estimativa de localização. O filtro não linear mais utilizado actualmente é o Filtro de Kalman Estendido (EKF – Extended Kalman Filter), embora existam outras opções.

Existem alguns trabalhos em que são desenvolvidos modelos não lineares para o processo de estimação de posição e velocidade e se utilizam filtros não lineares para a

	Erro RMS (m)		
	X	Y	Z
ILS	6.3477	15.1827	7.1841
EKF	4.9100	10.7425	5.4105
UKF	3.8478	6.7910	3.8050

Tabela 1.1: Erros RMS na estimativa de posição  
[Mao et al., 2002]

construção do sistema de navegação. Um exemplo disso encontra-se em [Mao et al., 2002], em que são apresentados os resultados da aplicação de técnicas modernas de filtragem não linear, à estimação de posição baseada em GPS. No artigo é desenvolvido um modelo não linear para a estimação de posição, de modo a se justificar o uso da filtragem não linear. Este modelo é usado para investigar dois filtros não lineares distintos. O primeiro é o Filtro de Kalman Estendido e o segundo é o “Unscented Kalman Filter” (UKF), sendo proposta a sua utilização para posicionamento por GPS através da exposição dos pontos fortes deste tipo de filtro. O UKF prediz correctamente a média e covariância até ao quarto termo da série de Taylor ao contrário do EKF que apenas prediz correctamente a média até à segunda ordem e a covariância até à quarta ordem. Um outro ponto forte do UKF é o facto de não necessitar do cálculo do Jacobiano ou de qualquer derivada parcial, o que o torna de muito mais fácil implementação.

Na tabela 1.1, retirada de [Mao et al., 2002], comparam-se os erros RMS<sup>1</sup> associados à estimativa de posição obtida por três algoritmos diferentes. Os resultados mostram que o EKF e o UKF têm melhor desempenho que o tradicional ILS<sup>2</sup>, indicando ainda que o desempenho do UKF é superior ao do EKF.

Vários outros trabalhos abordam a utilização de filtros não lineares. Embora não estejam directamente relacionados com o trabalho a desenvolver no âmbito desta tese, mencionam-se em seguida alguns desses trabalhos.

Em [Johnson et al., 2002], são propostos dois métodos para melhorar o tradicional filtro de Kalman estendido para navegação de veículos autónomos não tripulados. Um dos métodos baseia-se na utilização de regras difusas para a escolha de parâmetros de

<sup>1</sup>Root Mean Squared

<sup>2</sup>Iterative Least Square

um filtro de Kalman adaptativo, mostrando-se adequado para a navegação de robôs móveis, em especial em ambientes tridimensionais. O outro método usa o paralelismo inerente para acelerar as iterações nas computações do filtro de Kalman.

Também [Panzieri et al., 2001] apresenta um algoritmo de localização baseado num filtro de Kalman estendido, o qual funde a informação de um receptor de GPS simples com sensores inerciais e, por vezes, dados incertos baseados num mapa. Os resultados atingidos são relativamente bons para o tipo de sensores utilizados, tendo-se conseguido uma precisão de  $0.5m$  em espaço aberto com boa visibilidade do céu. Uma das conclusões do trabalho foi a de que é muito importante conhecer a geometria dos satélites usados na solução, para poder estimar o erro.

No trabalho desta tese irão ser tidas em consideração as questões de tolerância a falhas no algoritmo de fusão sensorial entre o GPS e um INS, sendo seguido o trabalho desenvolvido em [Sukkarieh et al., 1998] e em [Sukkarieh et al., 1999]. Nestes trabalhos, a detecção de falhas é centrada nas falhas de baixa frequência do INS, causadas pelos *bias* e pelas flutuações (“drifts”) dos sensores, e nas falhas de alta frequência do GPS, causadas por erros de caminho múltiplo e modificações na geometria dos satélites utilizados. O método implementado usa um filtro de Kalman numa arquitectura de integração fracamente acoplada. O filtro de Kalman tem como objectivo estimar os erros de posição, velocidade e orientação tridimensional do INS, pelo que o modelo de estado do filtro de Kalman é um modelo de erros do INS.

A solução apresentada para corrigir as falhas do INS consiste em fazer a medição dos *bias* sempre que o veículo se encontra estacionário. Já a solução para corrigir as falhas de alta frequência do GPS, consiste em aplicar uma função limitadora que apenas aceita as medidas de GPS que se encontrem dentro de um elipsóide determinado em função da incerteza do IMU. Quando uma medição do GPS não é aceite, o processo de fusão permanece na fase de predição e o INS determina o estado de navegação. Com este algoritmo de tolerância a falhas foram obtidos bons resultados na correcção da orientação do veículo.

Uma utilização interessante de fusão sensorial entre sensores inerciais e receptores GPS com capacidade de medir a fase da portadora, mas que não se relaciona directamente com o trabalho a desenvolver no âmbito desta tese, encontra-se nos artigos [Hayward et al., 1997], [Barrows et al., 1996], [Hayward et al., 1998] e [Gebre-Egziabher et al., 1998] que apresentam um sistema de determinação de orientação tridimensional para



Figura 1.1: Configuração de antena tripla para obtenção de orientação tridimensional num avião

um avião genérico usando integração entre GPS e giroscópios de baixo custo. É usada uma configuração de antena tripla com *baselines* bastante pequenas – de dois a três comprimentos de onda da portadora do sinal GPS. Na figura 1.1 encontra-se ilustrada uma configuração com *baseline* de  $36 \times 50\text{cm}$ , o que permite que esta seja instalada na fuselagem do avião. A precisão do sistema é de  $0.1^\circ$ ,  $0.15^\circ$  e  $0.2^\circ$  rms respectivamente para os ângulos *pitch*, *roll* e *yaw*. Para perdas do sinal do GPS com duração inferior a 2 minutos, o sistema integrado de GPS com giroscópios mantém um erro de orientação inferior a 6 grau.

Nesta tese serão tidos em conta os requisitos de tempo real, que se apresentam de grande importância para um veículo autónomo. A abordagem a seguir, para os requisitos de tempo real, será idêntica à seguida em [Petovello et al., 2001], onde é construído um sistema de navegação que integra GPS com INS e onde são abordados os requisitos de tempo real deste. Este sistema utiliza um sistema RTK-GPS em conjunto com uma IMU. O ênfase é dado no tratamento dos requisitos de tempo real, onde este sistema segue a abordagem de ir fazendo as actualizações apenas baseadas no IMU enquanto espera pelas medições do GPS. Ao receber as medições do GPS, combina-as com as medições do IMU respeitantes ao mesmo instante temporal e faz a actualização das estimativas de posição desde esse instante até ao instante actual. Deste modo garante-se uma resposta relativamente rápida, com a estimativa mais correcta possível face às medições recebidas até determinado instante. O sistema atinge precisões de posicionamento na ordem dos centímetros, em tempo real.

Para efeitos de exposição do que é feito hoje em dia, na área de fusão sensorial em

sistemas de navegação que incluem GPS e sensores inerciais, serão indicados de seguida alguns trabalhos que embora não apresentem relação directa com o trabalho desta tese, também se debruçaram sobre muitos dos aspectos comuns a todos os sistemas de navegação baseados na integração de GPS com sensores inerciais.

[Bosse e Teller, 2000] combina GPS, sensores inerciais e odometria, para determinar a posição e orientação tridimensional de uma câmara digital. Deste modo pode-se associar a cada imagem os seus parâmetros extrínsecos, de forma a posteriormente poder ser reconstruída a cena 3D representada pelas várias imagens. A precisão é de cerca de  $3m$  na posição,  $2^\circ$  em *yaw* e  $0.5^\circ$  em *pitch* e *roll*.

[Gebre-Egziabher et al., 2001] propõe um sistema de navegação constituído pela integração de sensores de baixo custo, como sensores inerciais, sensores de fluxo de ar e sensores magnéticos, auxiliados por uma rede de radio-navegação. Este sistema tem como objectivo, ser utilizado para apoiar o serviço GPS.

Em [Oliveira, 1999] foi implementado um sistema que integra, para além de GPS e INS, um sensor de altitude barométrica. Concluiu-se que esta solução atingia bons resultados em posicionamento tridimensional, desde que fossem usados sensores inerciais com qualidade razoável.

O artigo [Schönberg et al., 1995] lida com um sistema de navegação para um veículo autónomo. Este integra medidas de DGPS, sensores inerciais, tacómetro e de um dispositivo óptico de medição, através da utilização de um filtro de Kalman. Foi atingido um erro contínuo na estimação da posição inferior a  $0.3m$ .

Em [Brown e Sullivan, 2002] é apresentada uma técnica para que nos sistemas integrados de GPS com INS, durante o tempo em que o GPS está indisponível, o INS seja auxiliado por dados de imagem para que a sua estimativa não divirja sem limite. Os resultados obtidos foram satisfatórios, tendo este sensor auxiliar mantido o erro abaixo de  $1m$  durante um período de  $100s$  em que o GPS estava indisponível.

[Wang et al., 2001] discute em detalhe o conceito de integração entre GPS, INS e pseudo-satélites (pseudolites). A colocação de pseudolites a cobrir áreas que tenham problemas na visualização do céu, proporciona a um sistema de navegação adaptado a eles, operar indistintamente dentro ou fora dos edifícios. Os sistemas que integram GPS, INS e pseudolites, apresentam um grande potencial, pelo que se prevê que o avanço com a instalação das infra-estruturas necessárias (os pseudolites) seja um passo

a dar num futuro próximo, já se encontrando em funcionamento em algumas áreas.

### 1.1.1 Produtos comerciais

De seguida indicam-se alguns produtos disponíveis comercialmente que realizam integração entre GPS e INS. A grande aposta nestes sistemas, verificada pela grande diversidade existente, vem demonstrar o interesse da indústria por estas tecnologias e a sua potencialidade.

[Reid et al., 1997] apresenta um sistema de determinação de posição e orientação para geo-referência directa. Este é um sistema pronto a usar que integra GPS com sensores inerciais, realizando medições de posição e orientação com precisões da ordem dos 10 a 20cm (RMS) em posição e 20 a 30 segundos de arco (RMS) em orientação.

Um sistema comercial que incorpora integração de GPS com INS é o sistema de geo-referência directa *Applanix POS/DG 310*, o qual é avaliado em [Cramer et al., 2000], tendo revelado uma enorme precisão. Em [Cramer, 2001] são testados mais dois sistemas comerciais: o *Applanix POS/AV 510 DG* e o *IGI AEROcontrol IId*, os quais apresentam ambos precisões (RMS) de 10 – 20cm para a componente horizontal e 20 – 30cm para a componente vertical.

Em [Brown, 1998] é descrito o sistema *GI-Eye* desenvolvido pela NAVSYS®. Este sistema consiste de um navegador resultante da integração entre GPS e INS, junto com uma câmara digital de alta resolução para geo-registar precisamente a posição e orientação tridimensional das imagens digitais. A precisão de posicionamento deste sistema era inferior a 1m na altura do artigo, em que a SA<sup>3</sup> ainda estava activa no sinal do GPS, pelo que se pode inferir que agora a precisão é significativamente melhor.

A segunda versão do *GI-Eye*, o *GI-Eye II<sup>TM</sup>* da NAVSYS®, é definido como um sistema de navegação comercial que utiliza uma arquitectura fortemente acoplada para realizar a fusão dos dados do GPS com os dados dos sensores inerciais. Em [Sullivan e Brown, 2002] são descritas as fases de projecto e implementação do *GI-Eye II<sup>TM</sup>*. A solução

---

<sup>3</sup>SA — “Selective Availability”. Disponibilidade selectiva é o nome pelo qual é conhecida a degradação intencional do sinal pelos militares dos Estados Unidos da América e tem a intenção de prevenir que as forças militares adversárias usem os sinais de alta precisão do GPS. A SA era responsável pela maior parte do erro na localização, mas foi desligada a 2 de Maio de 2000, encontrando-se actualmente desactivada.

de navegação é sincronizada com imagens retiradas de uma câmara digital, de modo a permitir a utilização em aplicações de geo-localização de alvos ou de geo-referência de imagens. Este sistema atinge precisões de posicionamento da ordem dos 1–2cm, e erros de orientação tridimensional abaixo de 1mrad, estas precisões devem-se especialmente à utilização de um sistema RTK-GPS.

O  $\mu$ INS [Mic, 1999] da Microbotics® é um sistema integrado, originalmente planeado para funcionar como sistema integrante de dados inerciais com GPS interno e um magnetómetro externo, de modo a disponibilizar a orientação tridimensional de um avião. No entanto este equipamento pode também funcionar como IMU simples, ou em modo embebido em que com o auxílio de uma placa-mãe, pode realizar funções como as de piloto automático num sistema autónomo não tripulado.

Em [Gurr et al., 2001] é apresentado um *software* comercial dedicado à fusão de dados sensoriais que, como não podia deixar de ser, contempla a fusão de GPS com INS.

Existem muito mais produtos comerciais a utilizar fusão de GPS com INS como por exemplo o *LN-270 Position and Land Navigation System (PLANS)* da Litton® Guidance & Control Systems que integra um INS com giroscópios de fibra óptica (FOG) com o GPS. A Litton® possui outros sistemas de navegação também baseados na combinação de GPS com INS, como por exemplo o *LN-211G*, o *LN-212G*, o *LN-213G* e o *LN-214G*. Outro sistema comercial é o *Seaborne Navigation System (SEANAV)* da Kearfott® (<http://www.kearfott.com/>) o qual também contém um sistema de navegação que integra GPS com INS usando um filtro de Kalman sofisticado que permite o auxílio pela parte de vários sensores incorporados no equipamento, como GPS, Sonar/Doppler, etc. A Kearfott® ainda tem outros sistemas de navegação como o *Miniature Land Navigation System (MILNAV)* baseado também na fusão sensorial entre GPS e sensores inerciais. A divisão Inercial da BEI Systron Donner® também oferece uma solução de navegação baseada na combinação da sua unidade de medições inerciais *Solid-state Digital Quartz Inertial Measurement Unit (DQI)* e do receptor de GPS comercial *MicroTracker™ LP*. O sistema é chamado de *C-MIGITS II* e também utiliza um filtro de Kalman para obter a solução de navegação. A Honeywell® também tem a sua solução de navegação baseada em fusão de GPS com INS, chamada de *H-764G*. O *H-764G* é baseado no giroscópio digital de laser em anel, *GG1320AN* da Honeywell®, nos acelerómetros *QA-2000* da Honeywell® e em receptores de GPS embutidos.

## 1.2 Panorama desta dissertação

Nesta dissertação apresenta-se o estudo de análise e os procedimentos de desenvolvimento de um sistema de navegação que integra dois sistemas de navegação, o GPS e o INS. No capítulo seguinte, será feita uma breve introdução aos sistemas de navegação utilizados, terminando-se com a indicação de quais as vantagens esperadas da integração dos dois sistemas. O terceiro capítulo introduz a notação que se usa na dissertação, define alguns conceitos necessários à compreensão do texto e faz uma breve introdução às técnicas mais frequentemente utilizadas neste domínio, como o filtro de Kalman e a utilização de quaterniões. Segue-se um capítulo dedicado à descrição dos sistemas de navegação utilizados no trabalho e determina-se um modelo para os erros destes. O capítulo termina com uma secção dedicada à calibração da unidade de medições inerciais, onde são apresentados alguns resultados comparativos entre procedimentos de calibração e também entre unidades de medições inerciais. O quinto capítulo apresenta a solução de integração sensorial adoptada para este trabalho. É apresentado o protótipo do sistema de navegação construído, tanto a parte de *hardware* como a de *software*, sendo abordados os vários aspectos tidos em conta no processo de integração da informação sensorial, desde a arquitectura do sistema de navegação até aos pormenores de implementação do filtro de navegação. O capítulo termina com a definição dos procedimentos para avaliação do desempenho do sistema e a apresentação de resultados experimentais. A dissertação termina com um capítulo onde se tiram as conclusões finais e se discutem os resultados obtidos.

## Capítulo 2

# Sistemas de Navegação

Neste capítulo será feita uma introdução aos sistemas de navegação abordados nesta tese, nomeadamente os sistemas de navegação por satélite e os sistemas de navegação inercial. Por fim apresentam-se as vantagens que podem advir da integração destes dois sistemas e que motivaram à realização deste trabalho.

### 2.1 Sistemas de Navegação por Satélite — o GPS

Os sistemas de navegação por satélite são sistemas de posicionamento absoluto, que se baseiam em triangulação para determinar a posição do utilizador. Actualmente encontram-se em funcionamento dois destes sistemas, o GPS (“Global Positioning System”) e o GLONASS, embora se espere para breve (2006/2008) a disponibilização do sistema europeu Galileo, o qual promete uma precisão e disponibilidade melhorada, especialmente se for usado em simultâneo com os outros sistemas já existentes. O GPS é o sistema de navegação por satélite mais utilizado na actualidade, pelo que apenas se descreverá este, no entanto, as características são semelhantes às do GLONASS.

O GPS é um sistema de navegação por satélite que permite a um utilizador, com equipamento adequado, saber a sua localização espacial e temporal em qualquer ponto do planeta. O sistema GPS consiste de três segmentos, ilustrados na figura 2.1:

**Segmento Espacial** — Consiste em, pelo menos, 24 satélites distribuídos por seis órbitas em torno da Terra. Os satélites encontram-se numa órbita a cerca de

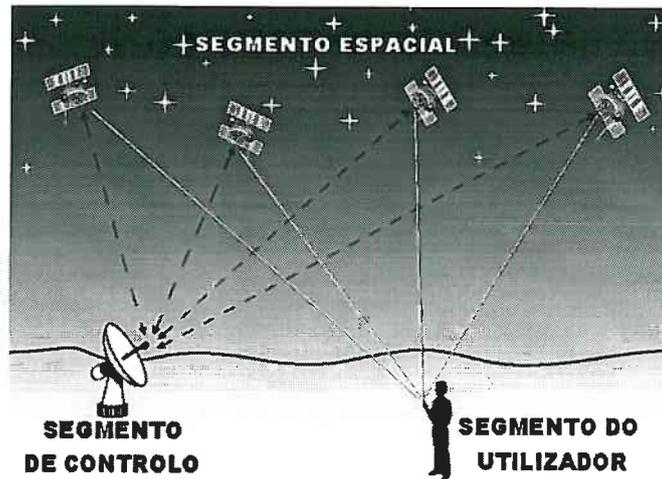


Figura 2.1: Os três segmentos do sistema GPS

20200 quilómetros acima da superfície terrestre, o que permite que os sinais cubram uma grande área. Os satélites encontram-se dispostos na sua órbita de forma a que um receptor de GPS na superfície da Terra, quando em área desobstruída, consiga sempre receber sinal de pelo menos quatro dos satélites.

Os satélites viajam a uma alta velocidade, efectuando uma volta completa à Terra em aproximadamente 12 horas. Cada satélite transmite um sinal de alinhamento que contém a Mensagem de Navegação. Esta mensagem contém a órbita do satélite, informação temporal, mensagens de estado do sistema e um modelo para o atraso introduzido pela ionosfera, permitindo ao receptor determinar a sua posição actual e o desajuste entre o seu relógio e o relógio atómico de elevada precisão a bordo do satélite.

**Segmento de Controlo** — Consiste num conjunto de quatro estações de monitorização distribuídas pelo mundo e numa estação principal de controlo. Elas controlam os satélites do GPS seguindo-os e então transmitindo-lhes a informação correcta de órbita e relógio. As estações de monitorização constantemente recebem dados dos satélites e enviam esses dados para a estação principal de controlo. Esta estação procede então à correcção dos dados dos satélites e, juntamente com outros dois lugares com antena, transmite a informação para os satélites do GPS.

**Segmento do Utilizador** — Consiste simplesmente dos receptores GPS e da comu-

nidade de utilizadores do sistema. Os receptores GPS estimam a sua posição, velocidade e tempo, baseados nos sinais que recebem dos satélites.

O sinal do GPS é emitido em duas frequências: um sinal na frequência primária de 1575.42 MHz (L1) e outro sinal nos 1227.60 MHz (L2). Estes sinais são gerados sincronamente para que um utilizador ao receber ambos os sinais possa medir o atraso causado pela ionosfera e aplicar as correcções apropriadas. O sinal L1 contém dois sinais pseudo-aleatórios: o código protegido (denominado por “P code”, “P(Y) code” ou “Y code”) e o código de aquisição vulgar (“Coarse/Acquisition (C/A) code”). Cada satélite transmite um código único, permitindo ao receptor a identificação dos sinais. O código protegido é alterado de forma a garantir que apenas pode ser acedido por utilizadores autorizados, a esta alteração chama-se de “anti-spoofing”. O sinal L2, actualmente, apenas contém o código protegido.

Quando activo, cada satélite envia ambos os sinais a tempos conhecidos exactamente, ditados pelo relógio atómico a bordo. Cada receptor possui também um relógio para poder medir o tempo de chegada do sinal do satélite. Visto ser conhecida a velocidade de propagação da onda electromagnética ( $v$ ), a distância entre o satélite e o receptor ( $\rho_i$ ) pode ser obtida pela multiplicação desta velocidade pelo intervalo de tempo ( $\Delta T_i$ ) entre a transmissão do sinal pelo satélite e a sua recepção pelo receptor como indicado na equação (2.1).

$$\rho_i = v \cdot \Delta T_i \quad (2.1)$$

Para cada satélite, com posição conhecida ( $x_i, y_i, z_i$ ), obtém-se uma equação como (2.2) para auxiliar na determinação da posição do receptor ( $X, Y, Z$ ).

$$\rho_i = v \cdot \Delta T_i = \sqrt{(x_i - X)^2 + (y_i - Y)^2 + (z_i - Z)^2} \quad (2.2)$$

Pelo facto de o relógio do receptor se poder encontrar dessincronizado com o relógio dos satélites, o tempo de viagem do sinal,  $\Delta T_i$ , difere do intervalo de tempo medido pelo receptor ( $\Delta T'_i$ ) por uma constante desconhecida  $\delta_T$ , que representa o erro do relógio do receptor, em relação ao relógio atómico de alta precisão instalado em cada um dos satélites. A equação (2.2) pode então ser reescrita, obtendo-se a equação (2.3).

$$v \cdot (\Delta T'_i + \delta_T) = \sqrt{(x_i - X)^2 + (y_i - Y)^2 + (z_i - Z)^2} \quad (2.3)$$

Após ter sido reunida informação de pelo menos quatro satélites, a posição espacial do receptor, a três dimensões, pode ser determinada, juntamente com uma temporização

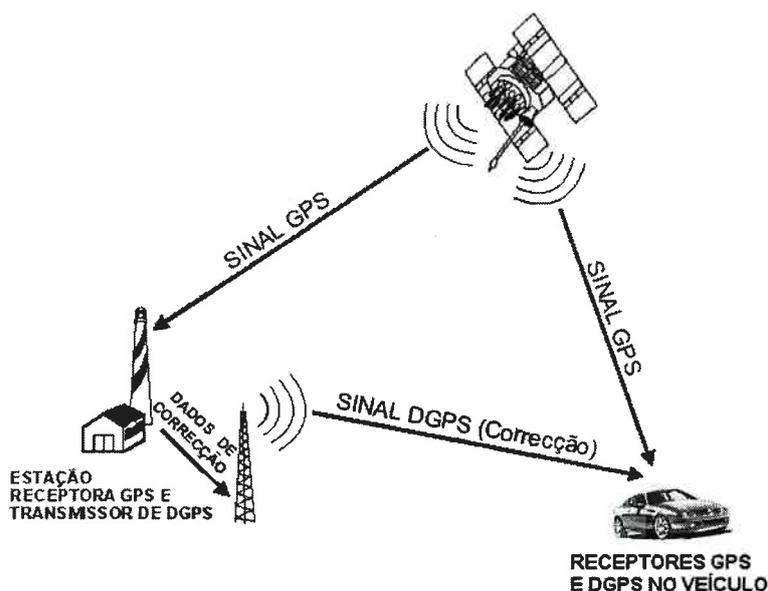


Figura 2.2: GPS diferencial para uma solução de navegação mais precisa

precisa. Pelo facto de a equação (2.3) ser uma equação quadrática, usando quatro satélites, existem duas soluções possíveis; a ambiguidade é resolvida pelo utilizador que inicialmente indica uma estimativa da sua localização, extraindo-se daí a informação sobre se o utilizador está acima ou abaixo dos satélites. Este processo de determinação da localização do receptor é comumente designado por triangulação, embora para ser mais correcto se deva chamar de “trilateração”, pois não existem ângulos envolvidos.

Devido ao facto de as medições das distâncias aos satélites efectuadas pelo receptor de GPS não se encontrarem isentas de erro, estas são denominadas de pseudo-distâncias.

### 2.1.1 DGPS – GPS Diferencial

A precisão do sistema GPS pode ser melhorada combinando dois receptores de GPS num modo de funcionamento diferencial, de forma a reduzir alguns dos erros inerentes ao sistema. Este modo de funcionamento diferencial é usualmente referido por DGPS (“Differential GPS”).

Na figura 2.2 encontra-se ilustrado um sistema de GPS diferencial típico. O GPS diferencial baseia-se na colocação de um receptor de GPS (denominado de estação base) numa localização conhecida. Visto a estação base saber a sua localização exacta,

esta pode determinar os erros nos sinais dos satélites. Isto é feito determinando as pseudo-distâncias a cada satélite usando os sinais recebidos, comparando-as em seguida com as distâncias que deviam ser lidas, usando o conhecimento da posição da estação base e da órbita dos satélites. A diferença entre as distâncias medidas e calculadas para cada satélite visível torna-se uma “correção diferencial”. As correções diferenciais para cada um dos satélites seguidos são formatadas numa mensagem de correção e transmitidas para os receptores de DGPS. Estas correções diferenciais são então aplicadas aos cálculos do receptor de GPS, removendo muitos dos erros comuns e melhorando a precisão. O nível de precisão obtida é uma função do receptor de GPS e da semelhança do seu meio com o da estação base, especialmente a sua proximidade à estação.

A maioria dos receptores de GPS actualmente comercializados, possibilitam a recepção de correções DGPS. Exemplos de alguns destes receptores são as séries GPS35 e GPS36 da Garmin®, o G8 da Ashtech® ou o Allstar da CMC Electronics®. O último destes possibilita ainda o funcionamento como estação base.

### 2.1.2 Medição da fase da portadora

Uma forma de se poder melhorar ainda mais a precisão do sistema GPS é pela utilização de receptores de GPS com capacidade de medir a “fase da portadora” – esta é a fase do sinal de GPS, cujo comprimento de onda é de  $19\text{cm}$  para o sinal L1, e de  $24\text{cm}$  para o sinal L2. A fase destes sinais pode ser medida com uma precisão de cerca de 1%. O problema desta técnica encontra-se no facto de que o sinal se repete a cada comprimento de onda, pelo que a técnica apenas indica que o receptor de GPS se encontra a um múltiplo do comprimento de onda do sinal contado a partir do satélite. O processo de determinar a solução para a localização não é fácil, mas é auxiliado de várias formas:

- A solução baseada nas pseudo-distâncias (solução clássica para o GPS) dá uma posição aproximada do receptor, diminuindo deste modo o conjunto de soluções possíveis.
- O conhecimento do movimento do satélite ajuda bastante no caso do receptor se manter na mesma posição. Falando de uma maneira geral, se o receptor escolhe

a solução errada, o satélite não segue a trajectória prevista e então o receptor tenta uma solução diferente.

Caso se deseje usar esta técnica em tempo real e para veículos em movimento, torna-se necessário diferenciar entre o movimento do receptor e o do satélite. É aqui que entram os sistemas RTK GPS<sup>1</sup> os quais fazem uso de uma estação base, tal como no DGPS simples, que transmite as suas próprias medições de fase da portadora, de modo a que o receptor móvel possa distinguir, na alteração medida, a componente devida ao seu movimento e a componente devida ao movimento do satélite. Uma das diferenças principais entre o sistema DGPS clássico e o RTK GPS é o facto de o DGPS clássico calcular uma solução completa para a localização em cada ciclo, enquanto que o RTK GPS tem sempre em conta a solução passada ao construir a nova solução.

Começa já a haver uma grande possibilidade de escolha em termos de receptores de GPS avançados, com possibilidade de fazer medição de fase da portadora, suportar o sistema GLONASS em simultâneo com o sistema GPS ou utilizar ambos os sinais transmitidos pelos satélites GPS. Exemplos de alguns desses receptores são o GG-RTK da Ashtech® o qual integra os sistemas GPS e GLONASS, apresentando precisões de 1–2cm quando operado em modo RTK GPS; ou o OEM4-RT2 da NovAtel® que usa ambos os sinais L1 e L2 para atingir precisões de 2cm em modo RTK GPS.

Os receptores GPS têm vindo a ser melhorados com o aparecimento de novas técnicas de processamento de sinal e o desenvolvimento das tecnologias. Já é usual o uso de receptores com vários canais, de modo a que cada canal se possa sincronizar com o sinal de um satélite e deste modo facilitar a aquisição do seu sinal. O uso de GPS diferencial é uma prática que também começa a ser comum, visto que se pode obter, em muitos casos, um melhor desempenho sem grande custo adicional. A utilização de RTK GPS é uma solução que apesar de bastante atractiva em termos de desempenho, não é economicamente viável para muitas aplicações, devido ao alto custo dos receptores.

Para obter informação mais detalhada e completa sobre sistemas de navegação por satélite e em especial o GPS, aconselha-se o leitor a consultar outras publicações que se debrucem sobre o assunto, como as referências bibliográficas [Kaplan, 1996], [Kayton e Fried, 1997] e [Grewal et al., 2001].

---

<sup>1</sup>RTK GPS — “Real-Time Kinematics GPS” é uma forma de DGPS baseada na medição da fase da portadora do sinal GPS e que permite precisões que podem chegar aos 2cm

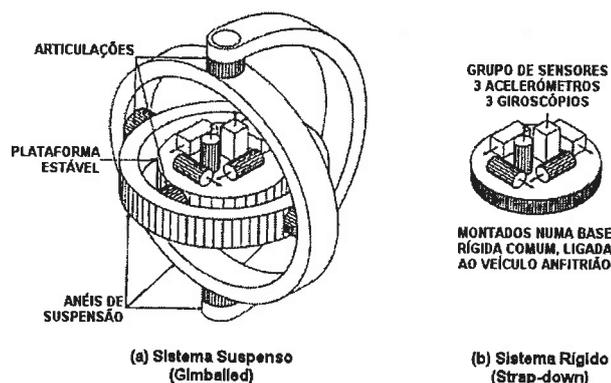


Figura 2.3: Unidades de medição inercial

## 2.2 Sistemas de Navegação Inercial

Um Sistema de Navegação Inercial (INS – “Inertial Navigation System”) consiste de uma unidade de medições inerciais (IMU – “Inertial Measurement Unit”) contendo habitualmente três sensores de razão angular e três acelerômetros dispostos segundo três eixos ortogonais. Tanto os sensores de razão angular como os acelerômetros são denominados de sensores inerciais visto que exploram as propriedades da inércia<sup>2</sup> para medir, movimento angular no caso dos sensores de razão angular, e modificações no movimento linear no caso dos acelerômetros. O Sistema de Navegação Inercial processa então os dados destes sensores de forma a obter uma solução de navegação, que consistirá de informação de posicionamento relativo, visto o sistema não ter nenhuma referência externa de posição.

Nesta tese, daqui em diante, usar-se-á o nome giroscópio indistintamente para referir um sensor de razão angular ou o sistema mecânico propriamente dito.

Os Sistemas de Navegação Inercial de alta qualidade eram normalmente sistemas suspensos (“gimballed”) (ver figura 2.3a) que em resposta aos movimentos angulares sentidos orientavam a plataforma dos sensores de modo a que esta mantivesse sempre a orientação desejada (para medição das acelerações). Estes sistemas dependem de componentes mecânicos dispendiosos e usam sensores de alta qualidade para ultrapassar os graves problemas de divergência devidos à dupla integração das medições dos acelerômetros para se determinar a posição. Apesar do preço dos sistemas suspensos

<sup>2</sup>Resistência que um corpo oferece a alterações do seu movimento

ter baixado devido aos avanços tecnológicos, continua bastante elevado para muitas aplicações.

Com o desenvolvimento da tecnologia dos sensores e de técnicas cada vez mais avançadas para o processamento dos dados, os sistemas rígidos (“strap-down”), em que a plataforma dos sensores se encontra fixa ao veículo (ver figura 2.3b), estão-se a tornar mais precisos e adequados à grande parte das aplicações. Como nestes sistemas a plataforma dos sensores se move com o veículo, usa-se a informação dos giroscópios para determinar matematicamente uma plataforma virtual estável. Os sistemas “strap-down” proporcionam um desempenho e fiabilidade aceitáveis a um preço acessível, consomem menos potência e são mais compactos e leves. Com o aumento do poder de computação dos sistemas computacionais actuais, a tendência é a de utilizar sistemas “strap-down” em detrimento dos sistemas “gimballed”. Hoje em dia, os sistemas “gimballed” são quase exclusivamente usados em aplicações onde seja requerida uma elevada precisão durante longos períodos de tempo, sem actualizações externas.

Uma solução típica para sistemas “strap-down” de média precisão é a combinação de giroscópios de fibra óptica com acelerómetros micro-maquinados em silício. Esta solução possibilita agrupar um sistema inercial completo numa área reduzida, enquanto que mantém um desempenho razoável. O exemplo de um destes sistemas é a unidade de medições inerciais DMU-FOG da Crossbow®.

Para uma informação mais completa sobre sensores inerciais e sistemas de navegação inercial aconselha-se o leitor a consultar publicações que se debrucem sobre o assunto, como as referências bibliográficas [Lobo et al., 1998], [Ausman et al., 1962] e [Grewal et al., 2001].

### 2.3 Vantagens na Integração

Ambos os sistemas de navegação descritos têm os seus pontos fortes e os seus pontos fracos. O GPS apresenta um erro limitado, mas a sua precisão é da ordem de alguns metros. Mesmo com soluções sofisticadas como o RTK GPS, este encontra-se sempre sujeito à perda dos sinais dos satélite, o que leva a erros na solução de localização, ou mesmo à impossibilidade de a determinar. Por outro lado os sensores de Navegação

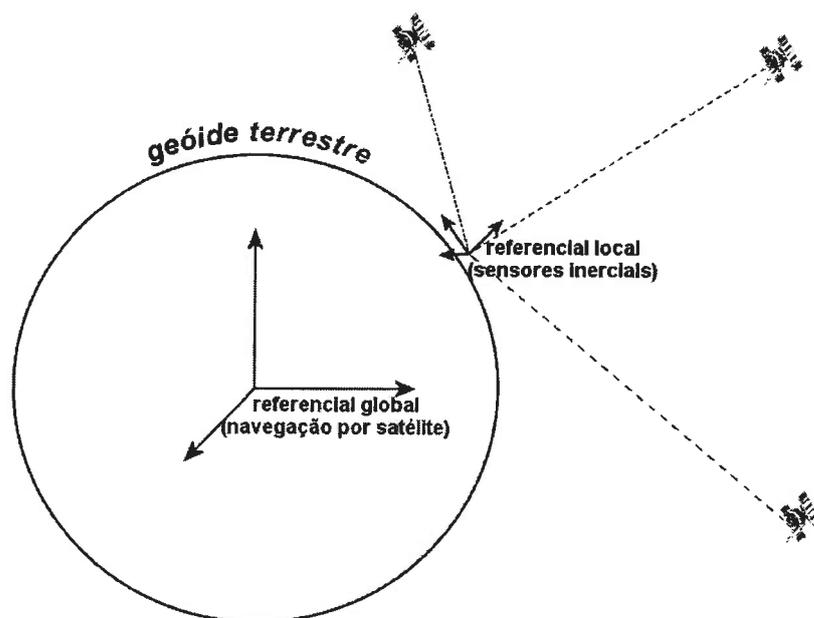


Figura 2.4: Sistema típico de operação, ilustrando os referenciais usados na navegação por satélite e na navegação inercial

Inercial podem ter precisões de milímetros, mas a sua precisão degrada rapidamente com o tempo devido a erros de integração.

Na figura 2.4 encontra-se ilustrado, de forma grosseira, um sistema típico para operação de um sistema de navegação que conjuga navegação por satélite com navegação inercial. Enquanto o sistema de navegação por satélite, visto indicar posição absoluta em relação ao planeta Terra, necessita de ter como referência um sistema de coordenadas fixo ao planeta, o sistema de navegação inercial utiliza um referencial local pois apenas obtém medições diferenciais de posicionamento. Como já indicado, os sistemas de navegação por satélite, realizam as medições de posicionamento recorrendo a uma trilateração. Este factor leva a que a geometria espacial dos satélites usados para obter a solução de posicionamento, esteja directamente relacionada com a precisão que se pode obter. A “geometric dilution of precision” (GDOP) [consultar Kaplan, 1996], é uma medida instantânea que indica qual a precisão que se pode obter para uma dada configuração espacial de satélites. Pelo facto de a distribuição espacial dos satélites, para um receptor à superfície da Terra, ser mais uniforme na horizontal que na vertical (os satélites estão todos “acima” do receptor), facilmente se constata que a precisão de posicionamento na vertical será inferior à precisão de posicionamento da horizontal.

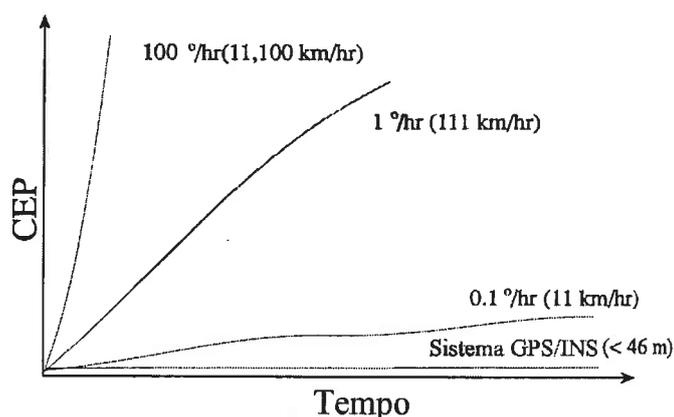


Figura 2.5: Comparação de precisões de navegação  
[Kaplan, 1996]

Também os sensores inerciais têm maiores problemas com o posicionamento vertical devido à aceleração gravítica variar com a altitude o que provoca instabilidade no posicionamento vertical. Deste modo, um sistema de posicionamento baseado apenas nos sistemas GPS e INS apresentará sempre maiores problemas no posicionamento em altitude.

Devido a que as características do GPS e do INS se complementam mutuamente, à excepção do posicionamento vertical, é prática comum integrar os dois sistemas em aplicações que necessitem de alta precisão e fiabilidade continuamente.

O sistema inercial fornece posicionamento relativo preciso, a curto-prazo, e o GPS fornece posicionamento absoluto, com erro limitado.

Um dos factores indicativos da qualidade de um sistema inercial é a flutuação (“drift”) dos giroscópios, medida em grau/hora. O fabrico de giroscópios com baixa flutuação é muito caro, e flutuações típicas podem chegar aos 100 grau/hora.

Na figura 2.5, adaptada de [Kaplan, 1996], são comparadas as precisões de vários sistemas de navegação inercial, diferindo na precisão dos giroscópios utilizados, com a precisão de um sistema genérico com integração de navegação inercial com GPS. Deve-se frisar que estes dados servem apenas para comparação relativa, visto que a comparação foi efectuada antes de ter sido desligada a SA do sinal do GPS, a qual reduzia a precisão do GPS para cerca de 100m CEP.

O parâmetro usado para medir a precisão dos sistemas é a distribuição de erro CEP

("circular error probable"). O CEP é definido como o raio de um círculo que engloba 50% da distribuição de erro, quando centrado na localização correcta, ou seja, sem erro.

As curvas superiores da figura 2.5 mostram o desempenho de três classes de sensores inerciais, a curva inferior mostra o desempenho do sistema que integra GPS com INS. Facilmente se verifica que, como mencionado acima, os erros de navegação inercial são limitados pela precisão do sistema GPS. Também se verifica que um sistema inercial, se não auxiliado, tem um erro que rapidamente diverge com o tempo.

## 2.4 Sumário

Neste capítulo foi feita uma introdução aos sistemas de navegação a utilizar, nomeadamente o GPS e o INS. O GPS é um sistema de posicionamento absoluto que indica uma solução de posicionamento com um erro limitado. O INS usa sensores que medem velocidades angulares e acelerações lineares, pelo que é necessário integrar esses dados ao longo do tempo para obter a solução de posicionamento. Deste modo o INS responde bem à informação de alta frequência do movimento, mas o seu erro de posicionamento diverge sem limite, devido à integração de dados afectados por ruído. A solução de combinar os dois sistemas é apelativa já que permite obter um novo sistema de navegação com características dos dois. O grande ponto fraco comum aos dois sistemas é a determinação da altitude, mas isso torna-se pouco importante para um sistema de navegação integrado num veículo terrestre, como o que se pretende.



# Capítulo 3

## Definições e Fundamentos Teóricos

### 3.1 Notações

Nesta secção, ir-se-ão definir as notações utilizadas no restante do texto desta tese.

#### 3.1.1 Sistemas de Coordenadas

Os sistemas de coordenadas serão definidos na forma  $\{\mathbf{REF}\}$ , em que REF é a designação do referencial.

#### 3.1.2 Entidades - Pontos e Vectores

Para indicar que um ponto  $P$  se encontra representado num sistema de coordenadas  $\{C\}$ , é adoptada a representação  ${}^C P$ . A mesma representação é usada para vectores, podendo estes ser representados alternativamente, quando apropriado, com uma seta por cima em vez da letra a negrito, como expresso em (3.1).

$${}^C \vec{v} \equiv {}^C \mathbf{v} \tag{3.1}$$

### 3.1.3 Transformação entre sistemas de coordenadas

A transformação entre sistemas de coordenadas, para efeitos de navegação, consiste essencialmente na determinação da rotação entre os sistemas de coordenadas. Esta rotação pode ser expressa de várias formas, sendo neste documento adoptada a representação em matrizes de rotação ou em quaterniões unitários.

Para as matrizes de rotação entre sistemas de coordenadas é usada a notação  ${}^{destino}\mathbf{R}_{origem}$  em que o sistema de coordenadas  $\{\mathbf{destino}\}$  é o sistema de coordenadas destino e o sistema de coordenadas  $\{\mathbf{origem}\}$  é o sistema de coordenadas origem, ou seja, a transformação de um ponto  $\mathbf{P}$  entre o sistema de coordenadas  $\{\mathbf{O}\}$  e o sistema de coordenadas  $\{\mathbf{D}\}$ , centrados na mesma origem, é dada pela expressão (3.2).

$${}^D\mathbf{P} = {}^D\mathbf{R}_O \cdot {}^O\mathbf{P} \quad (3.2)$$

A notação utilizada neste documento para representar os quaterniões unitários, introduzidos mais à frente neste capítulo, é  ${}^{destino}\mathbf{q}_{origem}$  para uma rotação equivalente à apresentada com as matrizes de rotação. Ao longo do documento, quando numa expressão se multiplicam vectores e quaterniões, está implícita a utilização do quaternião imaginário correspondente ao vector.

## 3.2 Sistemas de Coordenadas

De seguida apresentam-se os sistemas de coordenadas utilizados nesta tese e definem-se as transformações entre estes. Estes pontos são de extrema importância em qualquer trabalho que envolva fusão sensorial, visto que para realizar esta fusão, as medições dos vários sensores devem estar expressas num sistema de coordenadas comum.

### 3.2.1 Sistema $\{\mathbf{RPY}\}$ — “Roll–Pitch–Yaw”

O sistema de coordenadas “Roll–Pitch–Yaw” encontra-se fixo ao veículo, como representado na figura 3.1, e é neste sistema de coordenadas que se exprimem muitos dos parâmetros de movimento do veículo, como por exemplo as medições dos sensores inerciais – velocidade angular e aceleração linear.

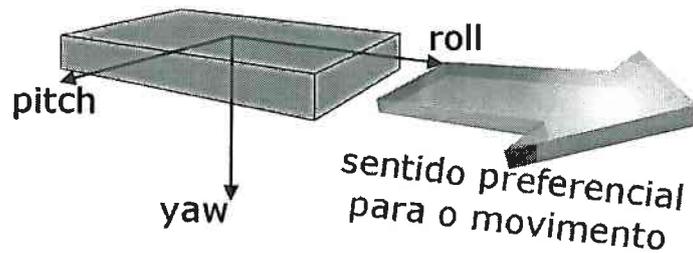


Figura 3.1: Ilustração do sistema de coordenadas {RPY}

### 3.2.2 Sistema {ECEF} — “Earth-Centred Earth-Fixed”

Um sistema de coordenadas bastante importante, quando se utiliza o sistema GPS é o “Earth Centred Earth Fixed” ({ECEF}), visto que as posições calculadas pelo receptor GPS e transmitidas na mensagem de navegação, se encontram especificadas neste sistema de coordenadas, mais precisamente as mensagens reportam a posição segundo o modelo do “World Geodetic System” de 1984 (WGS 84), que irá ser especificado na próxima subsecção. O sistema de coordenadas {ECEF} tem a sua origem no centro de gravidade da terra. O primeiro eixo do sistema passa pelo ponto de intersecção do meridiano principal (meridiano de Greenwich) com a linha do equador; o terceiro eixo tem direcção paralela ao eixo de rotação da terra (eixo polar norte) e o segundo eixo é definido de forma a tornar o sistema num sistema de coordenadas ortogonal directo, advindo daí a numeração indicada para os eixos. A figura 3.2 ilustra o sistema de coordenadas descrito.

#### 3.2.2.1 Modelação da Superfície Terrestre

Como a superfície terrestre não é esférica, a transformação das várias medidas para um sistema de coordenadas comum onde possa ser realizada a integração, não é trivial e implica que se conheça um modelo da superfície terrestre. Com esse intuito, ao longo dos tempos foram construídos vários modelos para a superfície terrestre. Em Março de 1989, o Conselho da Organização Internacional de Aviação Civil (ICAO – “International Civil Aviation Organization”) adoptou, como padrão, a referência geodésica WGS 84 (World Geodetic System 1984).

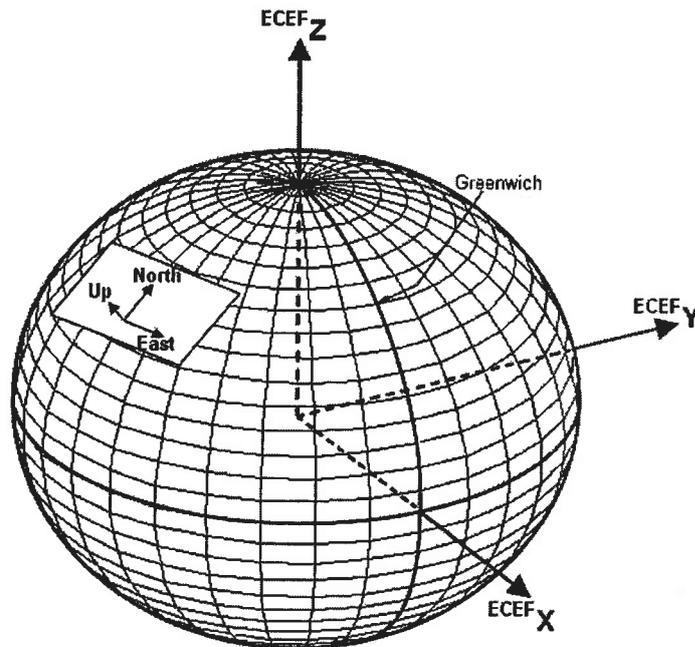


Figura 3.2: Ilustração dos sistemas de coordenadas {ECEF} e {ENU}

O WGS 84 é um sistema de coordenadas fixo à Terra, que inclui um modelo desta. Este é definido por um conjunto de parâmetros primários e secundários:

- Os parâmetros primários definem a forma do elipsóide terrestre, a sua velocidade angular e a massa terrestre incluída no elipsóide de referência.
- Os parâmetros secundários definem um modelo gravítico detalhado da Terra.

Este sistema é o utilizado pelo GPS, como já foi referido, pelo que se mostra de importância fundamental para o caso da integração entre o GPS e sistemas de navegação inercial. O sistema mostra-se também adequado para utilizar na fase de tratamento dos dados dos sensores inerciais, pois inclui todos os parâmetros necessários a este tratamento.

Mais informações sobre este sistema e transformações geodésicas entre este sistema e outros, podem ser encontradas em [EUR, 1998] e nas referências aí encontradas.

### 3.2.3 Sistema {ENU} — “East–North–Up”

Para um sistema de navegação cujo funcionamento se desenrolará na superfície terrestre, é conveniente utilizar um sistema de coordenadas com origem na superfície terrestre e com eixos facilmente determináveis nesta. O sistema de coordenadas “East–North–Up” ({ENU}), ilustrado na figura 3.2, mostra-se adequado para este tipo de aplicação, apresentando ainda a possibilidade de se poder posicionar livremente a origem do sistema de coordenadas, o que é atractivo quando se utilizam dados dos sensores inerciais, visto que destes apenas podemos obter informação de posicionamento relativo. Este sistema de coordenadas, como o próprio nome indica, tem o primeiro eixo orientado para Este, o segundo eixo para Norte e o terceiro para cima. O plano formado pelo primeiro e segundo eixo (Este e Norte) é tangencial à superfície terrestre no ponto de origem do sistema de coordenadas.

### 3.2.4 Transformações

De modo a que se possam fundir os dados do GPS com os dos sensores inerciais, é necessário que ambos se encontrem expressos num sistema de coordenadas comum. A fusão dos dados será efectuada no sistema de coordenadas {ENU}, pelo que se torna necessário definir as transformações dos sistemas de coordenadas em que se efectuam as medições, sistemas de coordenadas {ECEF} e {RPY}, para o sistema de coordenadas {ENU}.

A matriz de rotação que transforma as medidas expressas no sistema de coordenadas {ECEF} para o sistema de coordenadas {ENU} encontra-se definida na equação (3.3), em que  $\theta$  representa a longitude e  $\phi$  representa a latitude geodésica na origem do sistema de coordenadas {ENU} considerado.

$${}^{ENU}\mathbf{R}_{ECEF} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ -\cos(\theta)\sin(\phi) & -\sin(\theta)\sin(\phi) & \cos(\phi) \\ \cos(\theta)\cos(\phi) & \sin(\theta)\cos(\phi) & \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

A transformação do sistema de coordenadas {RPY} para o sistema de coordenadas {ENU} depende da *attitude* do veículo, ou seja dos ângulos roll(R), pitch(P) e yaw(Y), em relação a uma posição inicial em que o eixo de pitch está orientado para sul e

o eixo de yaw orientado para baixo, resultando o eixo de roll orientado para este. A matriz de rotação definida na equação (3.4), exprime a rotação entre estes dois sistemas de coordenadas, onde  $C_X$  e  $S_X$  são formas abreviadas para indicar  $\cos(X)$  e  $\sin(X)$ , respectivamente. No entanto, neste trabalho, a transformação entre o sistema de coordenadas  $\{\mathbf{RPY}\}$  e o sistema de coordenadas  $\{\mathbf{ENU}\}$  irá sempre ser realizada recorrendo a quaterniões unitários.

$${}^{ENU}\mathbf{R}_{RPY} = \begin{bmatrix} S_Y C_P & C_R C_Y + S_R S_Y S_P & -S_R C_Y + C_R S_Y S_P \\ C_Y C_P & -C_R S_Y + S_R C_Y S_P & S_R S_Y + C_R C_Y S_P \\ S_P & -S_R C_P & -C_R C_P \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

### 3.3 Filtro de Kalman

Após se terem os dados expressos num referencial comum, torna-se necessário proceder à fase da integração sensorial propriamente dita. A solução normalmente adoptada é a de utilizar um estimador denominado por filtro de Kalman, o qual é, segundo [Grewal et al., 2001], “um procedimento extremamente eficiente e versátil para combinar saídas de sensores com ruído, para estimar o estado de um sistema com dinâmica incerta”.

Ao manter uma estimativa da sua própria incerteza de estimação, e uma incerteza relativa para as várias saídas dos sensores, o filtro de Kalman consegue combinar toda a informação sensorial de forma “óptima”<sup>1</sup>, no sentido que a estimativa resultante minimiza qualquer função quadrática do erro de estimação, incluindo a média quadrática de qualquer combinação linear dos erros de estimação do estado.

Nesta secção será apresentado brevemente o filtro de Kalman, mais precisamente o filtro de Kalman discreto, remetendo-se o leitor interessado num conhecimento mais aprofundado do filtro de Kalman para a referência [Grewal e Andrews, 2001].

A terminologia utilizada na apresentação do filtro de Kalman é a seguinte:

$\mathbf{x}_k$  é o vector de estado, cujo valor se quer estimar.

$\Phi_k$  é a matriz de transição de estado.

$\mathbf{z}_k$  é o vector de medidas ou vector de observação.

<sup>1</sup>O filtro de Kalman é óptimo se forem verificadas as condições de o sistema ser linear e o ruído das medidas obedecer a uma distribuição gaussiana

$\mathbf{H}_k$  é a matriz de sensibilidade das medidas ou matriz de observação.

$\mathbf{Q}_k$  é a covariância do ruído de perturbação dinâmico.

$\mathbf{R}_k$  é a covariância do ruído do sensor ou incerteza de medida.

$\bar{\mathbf{K}}_k$  é o ganho de Kalman.

$\mathbf{P}_k(-)$  é o valor previsto, ou *a priori*, da covariância de estimação.

$\mathbf{P}_k(+)$  é o valor corrigido, ou *a posteriori*, da covariância de estimação.

$\hat{\mathbf{x}}_k(-)$  é o valor previsto, ou *a priori*, do vector de estado estimado.

$\hat{\mathbf{x}}_k(+)$  é o valor corrigido, ou *a posteriori*, do vector de estado estimado.

O filtro de Kalman utiliza uma representação em espaço de estados, tendo por objectivo estimar o estado actual, baseado nos estados passados e nas medições actuais.

O processo a ser estimado pelo filtro de Kalman deve poder ser modelado pela equação de transição de estado (3.5).

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \quad \mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_k) \quad (3.5)$$

Assim como deve ser possível relacionar as medições com o estado do filtro, como expresso pela equação de medidas (3.6).

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad \mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_k) \quad (3.6)$$

O filtro de Kalman é um processo de dois passos, normalmente denominados por “predição” e “correção”, podendo começar em qualquer um deles. De seguida apresentam-se as equações do filtro de Kalman para cada um destes passos.

O passo de correção faz correções a uma estimativa e utiliza essencialmente três equações: a equação (3.7) que corrige a matriz de ganhos de Kalman, a equação (3.8) que corrige a estimativa de estado e a equação (3.9) que corrige a matriz de covariância.

$$\bar{\mathbf{K}}_k = \mathbf{P}_k(-)\mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k\mathbf{P}_k(-)\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (3.7)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k(+) = \hat{\mathbf{x}}_k(-) + \bar{\mathbf{K}}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k(-)) \quad (3.8)$$

$$\mathbf{P}_k(+) = \mathbf{P}_k(-) - \bar{\mathbf{K}}_k\mathbf{H}_k\mathbf{P}_k(-) \quad (3.9)$$

No passo de predição a estimativa do vector de estado e a matriz de covariância de incerteza de estimação associada, são propagadas de um instante de tempo para o seguinte recorrendo ao modelo do processo físico subjacente. Este passo utiliza essencialmente duas equações: a equação (3.10) em que é realizada a predição do vector de estado e a equação (3.11) em que é predita a matriz de covariância.

$$\hat{\mathbf{x}}_k(-) = \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}(+) \quad (3.10)$$

$$\mathbf{P}_k(-) = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}(+) \Phi_k^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (3.11)$$

### 3.4 Quaterniões

Sempre que se usam sistemas inerciais numa configuração “strapdown”, torna-se necessário manter o conhecimento da orientação da plataforma com os sensores, já que esta se encontra fixa ao veículo. Essa orientação torna-se possível de determinar recorrendo às leituras dos giroscópios, no entanto, devido à necessidade de integrar os dados dos giroscópios, torna-se necessário recorrer a métodos numéricos extremamente estáveis para a estimação desta orientação, de modo a que o erro introduzido pelo método seja minimizado ao máximo. Uma ferramenta matemática actualmente muito utilizada para a determinação desta orientação em sistemas “strapdown” são os quaterniões unitários.

O termo quaterniões refere-se a uma álgebra em quatro dimensões descoberta pelo físico e matemático W.R. Hamilton no século dezanove. A utilidade dos quaterniões para representar rotações já era conhecida antes dos sistemas “strapdown” e rápido se tornou o padrão para a representação de transformação de coordenadas em sistemas “strapdown”. Um quaternião  $\hat{\mathbf{q}}$  pode ser escrito como na expressão (3.12), onde  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  são as componentes imaginárias ou parte vectorial,  $\mathbf{v}$ , do quaternião  $\hat{\mathbf{q}}$  e  $q_0$  é a componente escalar.

$$\hat{\mathbf{q}} = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k} = (q_0, \mathbf{v}) \quad (3.12)$$

A magnitude de um quaternião é definida como (3.13).

$$\|\hat{\mathbf{q}}\| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \quad (3.13)$$

A conjugação de um quaternião é análoga à conjugação de um número complexo, em que a parte real permanece na mesma e as outras partes mudam de sinal, como representado na expressão (3.14).

$$\mathring{q}^* = q_0 - q_1i - q_2j - q_3k = (q_0, -v) \quad (3.14)$$

A expressão (3.15) define a inversa de um quaternião.

$$\mathring{q}^{-1} = \frac{1}{\mathring{q}} = \frac{\mathring{q}^*}{\mathring{q}\mathring{q}^*} \quad (3.15)$$

No caso particular de um quaternião unitário, *i.e.*  $\|\mathring{q}\| = 1$ , a inversa do quaternião é a sua conjugada,  $\mathring{q}^{-1} = \mathring{q}^*$ , pois  $\mathring{q}\mathring{q}^* = 1$ .

$$\mathring{a} = a_0 + a_1i + a_2j + a_3k \quad (3.16)$$

$$\mathring{b} = b_0 + b_1i + b_2j + b_3k \quad (3.17)$$

Considerando os dois quaterniões,  $\mathring{a}$  e  $\mathring{b}$ , representados em (3.16) e (3.17), a sua adição define-se na expressão (3.18).

$$\mathring{a} + \mathring{b} = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)i + (a_2 + b_2)j + (a_3 + b_3)k \quad (3.18)$$

A multiplicação de quaterniões não é comutativa, ou seja, o resultado depende da ordem de multiplicação. Na expressão (3.19), define-se o produto ordenado  $\mathring{a}\mathring{b}$  dos dois quaterniões.

$$\begin{aligned} \mathring{a}\mathring{b} &= (a_0b_0 - a_1b_1 - a_2b_2 - a_3b_3) \\ &\quad + (a_1b_0 + a_0b_1 - a_3b_2 + a_2b_3)i \\ &\quad + (a_2b_0 + a_3b_1 + a_0b_2 - a_1b_3)j \\ &\quad + (a_3b_0 - a_2b_1 + a_1b_2 + a_0b_3)k \end{aligned} \quad (3.19)$$

Um vector pode ser representado por um quaternião puramente imaginário. Um ponto no espaço, dado pelo vector  $\mathbf{p}$  pode ser representado pelo quaternião  $\mathring{p} = (0, \mathbf{p})$ .

### 3.4.1 Representação de rotações

Os quaterniões unitários podem ser usados para representar rotações. A rotação de  $\theta$  rad em torno do vector unitário  $\mathbf{u}$  é dada pelo quaternião unitário expresso em (3.20).

$$\mathring{\mathbf{q}} = \cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \mathbf{u} \quad (3.20)$$

A aplicação da rotação  $\mathring{\mathbf{q}}$  ao ponto representado pelo quaternião  $\mathring{\mathbf{p}}$ , é definida como expresso em (3.21)

$$\mathring{\mathbf{p}}_{rodado} = \mathring{\mathbf{q}} \mathring{\mathbf{p}} \mathring{\mathbf{q}}^{-1} = \mathring{\mathbf{q}} \mathring{\mathbf{p}} \mathring{\mathbf{q}}^* \quad (3.21)$$

### 3.4.2 Composição de rotações

Considerando que se aplica ao mesmo ponto uma segunda rotação,  $\mathring{\mathbf{r}}$ , após a rotação  $\mathring{\mathbf{q}}$ , o quaternião que representa o ponto resultante é dado por (3.22).

$$\mathring{\mathbf{p}}_{rodado,2} = \mathring{\mathbf{r}} \mathring{\mathbf{p}}_{rodado} \mathring{\mathbf{r}}^* = \mathring{\mathbf{r}} (\mathring{\mathbf{q}} \mathring{\mathbf{p}} \mathring{\mathbf{q}}^*) \mathring{\mathbf{r}}^* \quad (3.22)$$

Facilmente se verifica que  $\mathring{\mathbf{q}}^* \mathring{\mathbf{r}}^* = (\mathring{\mathbf{r}} \mathring{\mathbf{q}})^*$ , pelo que se pode rescrever (3.22), como em (3.23).

$$\mathring{\mathbf{p}}_{rodado,2} = (\mathring{\mathbf{r}} \mathring{\mathbf{q}}) \mathring{\mathbf{p}} (\mathring{\mathbf{r}} \mathring{\mathbf{q}})^* \quad (3.23)$$

A rotação completa aplicada ao ponto representado pelo quaternião  $\mathring{\mathbf{p}}$ , é então representada pelo quaternião unitário  $\mathring{\mathbf{r}} \mathring{\mathbf{q}}$ . Verifica-se então que a composição de rotações corresponde à multiplicação dos quaterniões unitários correspondentes.

Convém notar que a multiplicação de dois quaterniões implica menos operações aritméticas que a multiplicação de duas matrizes  $3 \times 3$ . Visto os cálculos não se realizarem com precisão infinita, o produto de matrizes ortonormais pode resultar numa matriz não ortonormal, tal como o produto de quaterniões unitários pode resultar num quaternião não unitário. No entanto torna-se muito simples obter o quaternião unitário mais próximo, enquanto que se torna bastante difícil encontrar a matriz ortonormal mais próxima. Estes factores tornam os quaterniões unitários como um instrumento de

grande valor em áreas como a da navegação, em que se necessita constantemente de transformar medições entre sistemas de coordenadas.

### 3.4.3 Obtenção dos ângulos de Euler

A partir de um quaternião unitário  $\hat{q}$  que representa uma rotação, podem-se obter os ângulos de Euler, ou seja, os ângulos em torno dos eixos *roll*, *pitch* e *yaw* do sistema de coordenadas fixo ao corpo.

O conjunto de expressões em (3.24) permite interpretar os ângulos de Euler em termos do quaternião unitário  $\hat{q}$ .

$$\begin{aligned} roll &= \tan^{-1} \left( 2 \frac{q_0 q_1 + q_2 q_3}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2} \right) \\ pitch &= \sin^{-1} (2 (q_0 q_2 - q_1 q_3)) \\ yaw &= \tan^{-1} \left( 2 \frac{q_0 q_3 + q_1 q_2}{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

## 3.5 Sumário

Neste capítulo apresentou-se a notação utilizada e introduziram-se conceitos necessários para entender o restante da dissertação. Foram apresentados os sistemas de coordenadas {ECEF} e {RPY} que são os sistemas de coordenadas onde se expressam as medições do receptor GPS dos sensores inerciais, respectivamente. Foi também apresentado o sistema de coordenadas {ENU} onde será efectuada a integração dos dois sistemas e onde o sistema de navegação desenvolvido reporta a sua solução de posicionamento. Foram ainda apresentadas as matrizes de transformação necessárias para transformar entre estes sistemas de coordenadas. Na parte final deste capítulo, foi feita uma introdução breve ao filtro de Kalman discreto e uma outra introdução aos quaterniões e a sua aplicação para exprimir rotações.



## Capítulo 4

# Descrição e Modelos dos sistemas

Neste capítulo irão ser descritos os sistemas físicos que foram utilizados para a realização deste trabalho e serão desenvolvidos os modelos para o erro inerente a estes sistemas. É apresentado um procedimento para a calibração dos sensores inerciais, sendo este posteriormente validado recorrendo a algumas experiências.

### 4.1 Sistema de Navegação Inercial

Neste trabalho foi utilizada uma unidade de medições inerciais (IMU), DMU-FOG da Crossbow®. Esta IMU consiste de um sistema “strap-down”, combinando três giroscópios de fibra óptica com três acelerómetros micro-maquinados em silício. A amostragem dos dados dos sensores inerciais é feita a uma frequência de aproximadamente 100Hz.

Na figura 4.1 pode-se observar a IMU utilizada, a qual se assemelha a um cubo. A comunicação com o computador é efectuada usando o protocolo RS-232.

### 4.2 Sistema de Posicionamento Global

Na figura 4.1 pode-se também observar o receptor GPS de onde se obtêm as leituras para o sistema de navegação. Este é um receptor da Garmin®, modelo GPS35-HVS, que efectua a comunicação com o computador recorrendo também ao protocolo RS-232.



Figura 4.1: Sistemas físicos utilizados. O receptor de GPS, modelo GPS35-HVS da Garmin<sup>®</sup>, fixo no topo da IMU, modelo DMU-FOG da Crossbow<sup>®</sup>.

Este receptor calcula e transmite uma solução de posicionamento a cada segundo.

Neste trabalho utiliza-se uma configuração diferencial para o GPS, necessitando-se para isso de ter ainda uma estação base que constrói e transmite as mensagens diferenciais. Na figura 4.2 apresentam-se os componentes que formam a estação base.

O receptor GPS utilizado na estação base é um Allstar da CMC Electronics<sup>®</sup> que apresenta a possibilidade de operar como estação base de DGPS, gerando uma mensagem de correção do tipo 1 a cada segundo e uma mensagem de correção do tipo 3 de 10 em 10 segundos. As mensagens de correção do tipo 1 contêm correções para as pseudo-distâncias obtidas do código de aquisição vulgar (código C/A) e as mensagens de correção do tipo 3 contêm as coordenadas da estação base juntamente com outra informação sobre esta.

Um computador comunica com o receptor GPS através do protocolo RS-232, lendo as mensagens de correção e enviando-lhe comandos quando necessário. Para este trabalho foi criada uma aplicação que executa nesse computador e se encarrega de toda essa comunicação para além de fornecer um serviço, através da pilha protocolar TCP/IP. Este serviço consiste na disponibilização das mensagens de correção, recebidas do receptor GPS, a qualquer cliente que se ligue a um determinado porto TCP da máquina.



Figura 4.2: Estação base para o sistema de GPS diferencial.

## 4.3 Modelos de erro

### 4.3.1 Sistema Inercial

Na figura 4.3 ilustram-se os tipos de erro mais comuns, intrínsecos a cada sensor individual. Estes são:

- (a) **Bias**, indicado pelo facto do sensor apresentar uma saída diferente de zero quando a quantidade a medir é zero;
- (b) **Factor de escala**, que normalmente é resultante do envelhecimento do equipamento ou de tolerâncias de fabrico;
- (c) **Não-linearidade**, a qual se encontra presente em praticamente todos os sensores, até certo ponto;
- (d) **Factores de escala dependentes do sinal**, normalmente devido a amplificadores push-pull mal combinados;
- (e) **Zona morta**, devida normalmente a bloqueio ou inércia mecânica [para um giroscópio de anel laser (ring laser gyroscope – RLG)];
- (f) **Erro de quantificação**, o qual está inerente a qualquer sistema digital.

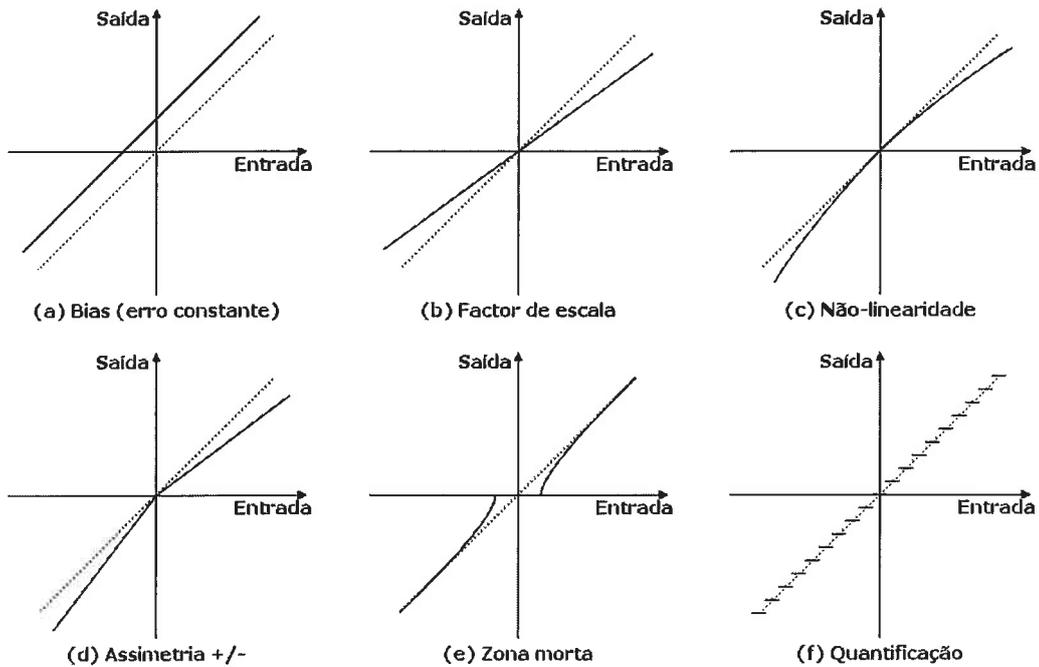


Figura 4.3: Tipos de erros comuns em sensores

Quando se trabalha com conjuntos de sensores discretos ou sensores de vários eixos, existe ainda um outro tipo de erro a considerar que é o mau alinhamento dos eixos de medida dos sensores com os eixos indicados no invólucro da unidade. É comum que um sensor de vários eixos contenha indicação que os seus eixos de medida se encontram dispostos ortogonalmente, mas isso nem sempre se verifica. Nestes casos torna-se necessário ter em atenção esse desalinhamento de eixos.

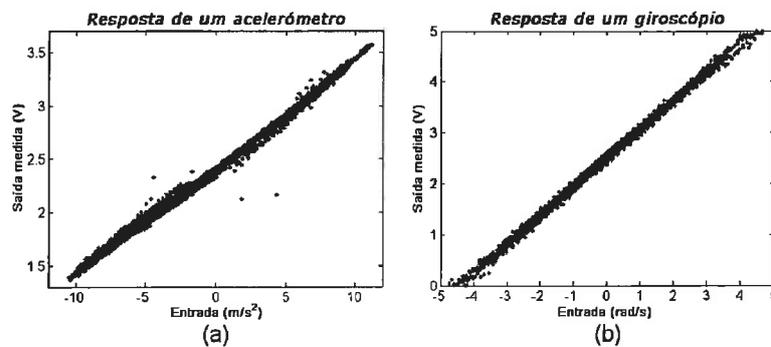


Figura 4.4: Resposta dos sensores: (a) acelerómetro, (b) giroscópio

Observando a resposta dos sensores, ilustrada na figura 4.4 para um acelerómetro e um giroscópio particular, pode se verificar que esta resposta é praticamente linear e por essa razão, neste trabalho, irá ser usado um modelo linear para os sensores inerciais. Não se justifica a apresentação das respostas dos outros sensores visto serem muito semelhantes às apresentadas.

A equação (4.1), representa um modelo simples para cada conjunto de três acelerómetros ou giroscópios não complanares. Este modelo contempla as três fontes de erro principais nestes sensores: *bias*, factor de escala e desalinhamento de eixos.

$$\begin{aligned} z_o &= M \cdot z_i + b \\ &= \begin{bmatrix} s_{xx} & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{yx} & s_{yy} & s_{yz} \\ s_{zx} & s_{zy} & s_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_{ix} \\ z_{iy} \\ z_{iz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.1)$$

As quantidades a ser medidas (valor real), são representadas pelo vector  $z_i$ , enquanto que  $z_o$  representa a saída dos sensores (valor medido). O vector  $b$  representa o *bias* para cada sensor individual, enquanto  $s_{kk}$  é a sensibilidade (ou factor de escala) do sensor orientado preferencialmente segundo o eixo  $k$ , e  $s_{kl}$  a sensibilidade do sensor orientado segundo o eixo  $k$  a quantidades exercidas segundo o eixo  $l$ .

### 4.3.2 Sistema Posicionamento Global (GPS)

Os receptores GPS apresentam erros na localização, resultado da acumulação de erros principalmente de algumas das seguintes fontes de erro:

**Atrasos na Ionosfera e Troposfera** — O sinal do satélite abranda ao atravessar a atmosfera. O sistema usa um “modelo” incorporado que calcula uma média, mas não um valor exacto, do atraso.

**Múltiplos caminhos de sinal** — Quando o sinal do GPS é reflectido em objectos tais como edifícios altos ou grandes superfícies de pedra antes de atingir o receptor, o tempo de viagem do sinal aumenta, resultando em erros de localização.

**Erros no relógio do receptor** — Visto não ser prático ter um relógio atómico em cada receptor de GPS, o relógio interno pode apresentar ligeiros erros de temporização.

**Erros de órbita** — Também conhecidos por erros de efeméride, estes são devidos a inexactidões na localização indicada por cada satélite.

**Número de satélites visíveis** — Quantos mais satélites o receptor tiver em linha de vista, maior a precisão. Edifícios, terreno, interferência electrónica ou mesmo folhagem mais densa, podem ser responsáveis por bloquear a recepção dos sinais, causando erros de localização ou mesmo impossibilitando o receptor de determinar uma solução de posicionamento. Quanto mais limpo o campo visual, melhor será a recepção; razão pela qual os receptores, tipicamente não funcionam no interior de edifícios, debaixo de água, ou no subsolo.

**Geometria dos satélites** — A posição relativa dos satélites num dado instante pode não ser a mais indicada para a determinação da localização. A geometria ideal para os satélites verifica-se quando estes se encontram com ângulos grandes entre si, relativamente ao receptor. Uma fraca geometria resulta dos satélites se encontrarem alinhados ou agrupados numa pequena zona.

**Degradação intencional do sinal** — A degradação intencional do sinal pelos militares dos Estados Unidos da América é conhecida por disponibilidade selectiva (SA - "Selective Availability") e tem a intenção de prevenir que as forças militares adversárias usem os sinais de alta precisão do GPS. A SA era responsável pela maior parte do erro na localização, mas foi desligada a 2 de Maio de 2000, encontrando-se actualmente desactivada.

A SA, quando activa, juntamente com os atrasos na atmosfera e os erros de relógio, são as grandes fontes de erro que causam um erro de baixa frequência na solução. Também são introduzidos alguns erros de baixa frequência pela utilização de uma configuração diferencial, em tempo real, devido ao atraso na recepção das correcções. Já as múltiplas reflexões do sinal e a mudança na geometria dos satélites usados para a solução, introduzem alguns erros de mais alta frequência.

Na figura 4.5, ilustra-se o erro na solução do GPS, para a latitude e a longitude, ao longo de cerca de 5 dias, em que o receptor foi mantido na mesma posição. Como se pode observar, o erro apresenta um padrão que se repete exactamente a cada 12 horas. Sendo este o período de revolução de um satélite em torno do planeta Terra, pode-se afirmar que o erro está relacionado com a configuração dos satélites visíveis, como seria de esperar.

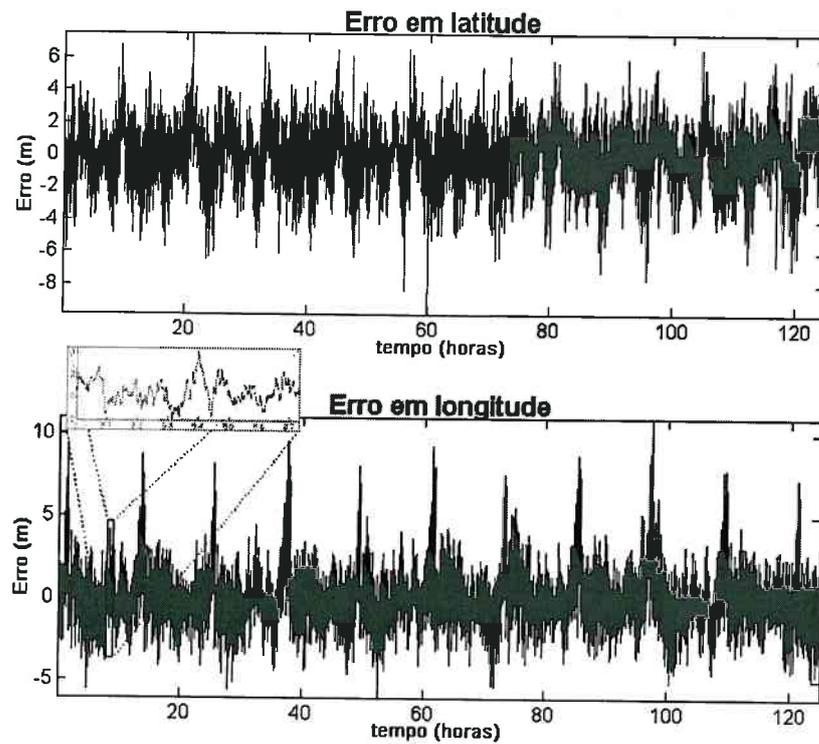


Figura 4.5: Erro na solução de latitude e longitude, obtida pelo GPS

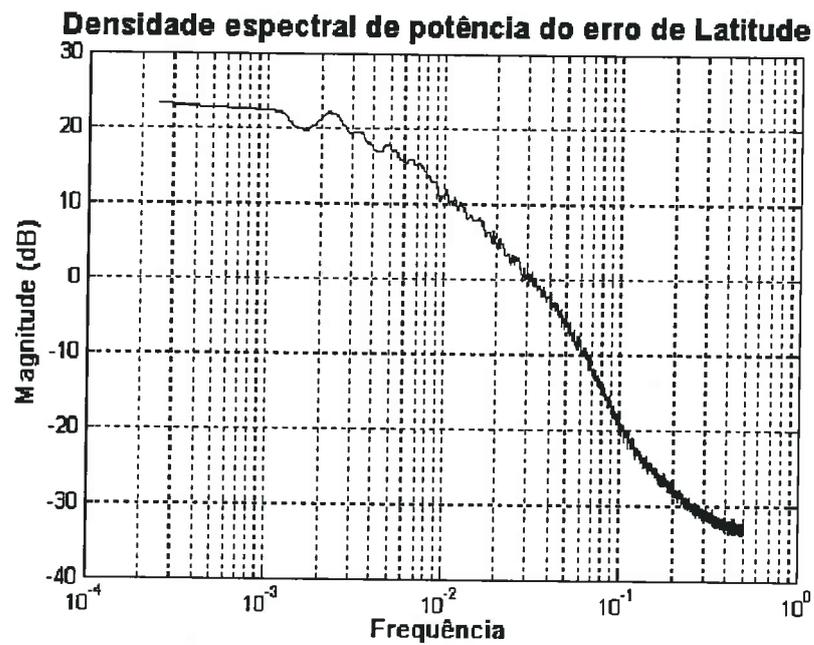


Figura 4.6: Densidade espectral de potência para o erro de latitude

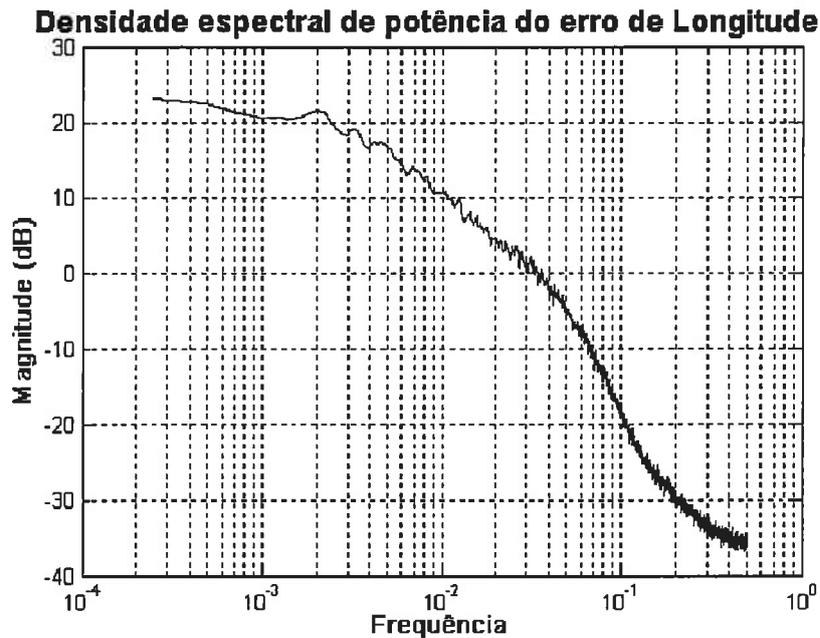


Figura 4.7: Densidade espectral de potência para o erro de longitude

Observando a densidade espectral de potência para cada um destes erros, ilustrada nas figuras 4.6 e 4.7, vê-se que ambos os espectros são semelhantes, tendo um ganho de cerca de 22 dB abaixo dos 2 mHz, seguido de uma descida à taxa de 20 dB/década até cerca dos 60 mHz, altura em que a magnitude passa a decrescer a cerca de 40 db/década.

Os métodos de estimação do tipo do filtro de Kalman, assumem que o ruído das medições é ruído branco e como se pode ver pelos espectros de potência do erro do GPS, este não é o caso. Convém portanto determinar uma função de transferência que aceite ruído branco à entrada, produzindo à saída, ruído colorido como o observado. Deste modo torna-se possível descrever a dinâmica do ruído colorido e decorrelacionar este ruído dos valores reais de longitude e latitude, como proposto em [Nebot et al., 1998].

Embora se tenham aqui apresentado estes passos, neste trabalho não se procedeu à modelação dos erros do GPS visto esta abordagem ter sido seguida tardiamente e iria implicar algumas modificações de fundo no trabalho, como seja a criação de um modelo completamente diferente para os sensores inerciais e a possível introdução de sensores adicionais para que se pudesse decorrelacionar a informação desejada, do

ruído colorido. Foi portanto considerado que o erro do GPS é aproximadamente ruído branco, caracterizado no filtro por uma variância obtida experimentalmente.

## 4.4 Caracterização dos Erros e Calibração da IMU

### 4.4.1 Calibração intrínseca

Alguns dos parâmetros dos sensores inerciais podem ser determinados efectuando operações simples e medindo as saídas dos sensores, outros não podem ser determinados tão facilmente.

#### 4.4.1.1 Calibração estática

É possível determinar alguns dos parâmetros dos sensores inerciais, colocando-os em repouso numa superfície perpendicular ao campo gravítico terrestre e sabendo o ângulo entre este plano e o eixo de rotação da terra. No entanto, como é difícil obter esse plano para os sensores e desse modo não se determinam correctamente os factores de escala dos giroscópios nem o desalinhamento dos eixos, optou-se por utilizar um procedimento único com o objectivo de determinar todos os parâmetros dos sensores. Constatou-se no entanto que os parâmetros obtidos na calibração dinâmica se encontravam muito próximos dos obtidos por uma calibração estática, havendo algumas diferenças que se devem a erros inerentes a cada um dos procedimentos.

#### 4.4.2 Calibração usando um pêndulo

Para determinar os parâmetros dos sensores inerciais recorreu-se à utilização de um pêndulo, que se pode observar na figura 4.8(a).

Optou-se por usar um pêndulo visto que esta configuração tem um movimento simples e portanto torna-se relativamente fácil determinar as quantidades reais que os sensores estão a medir. Para se ter uma indicação do movimento real do pêndulo e portanto, das quantidades que os sensores devem medir, o pêndulo foi instrumentado com um codificador absoluto de alta resolução fixo ao seu eixo de rotação, permitindo a cada

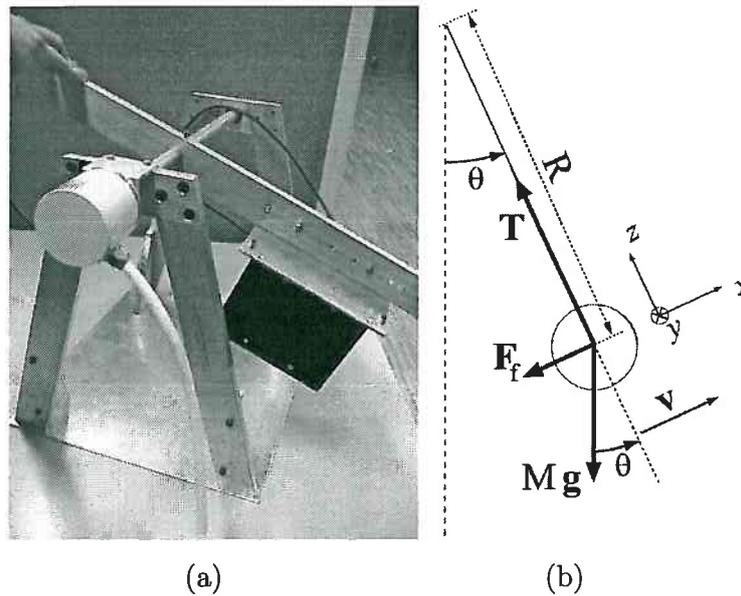


Figura 4.8: (a) Pêndulo usado na calibração dos sensores inerciais, (b) Forças actuantes num pêndulo em movimento

instante saber a posição angular do pêndulo e conseqüentemente a pose da unidade de medições inerciais.

Na figura 4.8(b) representam-se as forças que actuam no pêndulo em movimento. Uma força de fricção,  $\mathbf{F}_f$ , é representada com sentido oposto ao sentido da velocidade instantânea do pêndulo, de modo a tomar em conta todos os tipos de fricção inerentes ao movimento do pêndulo.

O somatório de todas as forças que actuam no pêndulo induz uma aceleração neste, a qual caracteriza a equação de movimento do pêndulo. Desta equação de movimento, as componentes de aceleração segundo os eixos  $x$  e  $z$ , como ilustradas na figura 4.8, podem ser escritas como:

$$a_x = -\|g\| \sin \theta - \frac{\|\mathbf{F}_f\|}{M} \operatorname{sgn}(\|v\|) \quad (4.2)$$

$$a_z = \frac{\|\mathbf{T}\|}{M} - \|g\| \cos \theta = \frac{v^2}{R} \quad (4.3)$$

Nestas equações,  $\operatorname{sgn}()$  é a função sinal, definida por:

$$\text{sgn}(v) = \begin{cases} +1, & v > 0 \\ 0, & v = 0 \\ -1, & v < 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

Os acelerómetros medem a aceleração sentida pela massa de prova dentro da unidade de medida acoplada ao pêndulo. As acelerações medidas são causadas por forças que actuam na unidade de medida, mas não na massa de prova. Como a força gravítica actua tanto na unidade de medida como na massa de prova, o acelerómetro não a mede, medindo apenas as outras forças: a tensão,  $\mathbf{T}$ , e a força de fricção,  $\mathbf{F}_f$ . As acelerações medidas segundo os eixos  $x$  e  $z$ ,  $\tilde{a}_x$  e  $\tilde{a}_z$ , são dadas por:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x &= -\frac{\|\mathbf{F}_f\|}{M} \text{sgn}(\|v\|) = a_x + \|\mathbf{g}\| \sin \theta \\ &= \alpha R + \|\mathbf{g}\| \sin \theta \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_z &= \frac{\|\mathbf{T}\|}{M} = \frac{v^2}{R} + \|\mathbf{g}\| \cos \theta \\ &= \omega^2 R + \|\mathbf{g}\| \cos \theta \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde  $\omega$  e  $\alpha$  representam a velocidade angular e aceleração angular do pêndulo, respectivamente.

Os valores para  $\theta$ ,  $\omega$  e  $\alpha$  são obtidos das leituras do codificador e das suas derivadas em ordem ao tempo. Como as medições do codificador sofrem de erros de quantificação, e uma amostragem a frequência limitada, foi efectuada uma interpolação das suas medições, usando uma curva suave até à segunda derivada, obtendo desta curva um valor mais fiável para as derivadas da posição do pêndulo.

As medições dos giroscópios, são as componentes da velocidade angular do pêndulo, significando que o único giroscópio que mede um sinal não nulo é o que se encontra orientado perpendicularmente ao plano do movimento. Usando novamente a figura 4.8 como referência, apenas o giroscópio alinhado com o eixo  $y$  deverá medir alguma velocidade angular, i.e.

$$\tilde{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\omega}_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{d\theta}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

A unidade de medições deve-se fixar ao pêndulo em três poses, ortogonais entre elas, de modo a que possam ser recolhidos dados suficientes para calibrar os três acelerómetros e os três giroscópios da unidade de medições inerciais usada. A calibração consiste em determinar os nove factores de escala,  $s_{kl}$ , e os três *bias*,  $b_k$ , do modelo sensorial descrito em (4.1). Rescrevendo o sistema de equações (4.1) em função das incógnitas  $s_{kl}$  e  $b_k$ , obtém-se o sistema de equações (4.8), em que  $M'$  é o vector com os doze parâmetros a determinar.

$$z_o = A \cdot M' = \begin{bmatrix} z_{i,x} & z_{i,y} & z_{i,z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_{i,x} & z_{i,y} & z_{i,z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{i,x} & z_{i,y} & z_{i,z} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{xx} \\ s_{xy} \\ s_{xz} \\ s_{yx} \\ s_{yy} \\ s_{yz} \\ s_{zx} \\ s_{zy} \\ s_{zz} \\ b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Cada medição fornece três equações como se pode observar em (4.8). Os valores reais a serem medidos,  $z_i$ , são obtidos ao aplicar as leituras do codificador e as suas derivadas, nas equações (4.5), (4.6) e (4.7); as saídas dos sensores,  $z_o$ , são os valores directamente medidos destes. Para obter uma solução para os doze parâmetros desconhecidos em  $M'$ , são necessários um mínimo de quatro medições, mas visto as medições estarem perturbadas por ruído aleatório, deve ser considerado um conjunto significativamente maior de medições.

Uma solução de mínimos quadrados para os parâmetros é então obtida usando a equação (4.9), onde  $A^\dagger$  denota a pseudo-inversa da matriz  $A$  obtida pelo processo de decomposição em valores singulares [Leon, 1998].

$$M' = A^\dagger \cdot z_o \quad (4.9)$$

De notar que é necessário resolver dois sistemas de equações, um para determinar os parâmetros dos acelerómetros e outro para determinar os parâmetros dos giroscópios.

#### 4.4.3 Dependência da temperatura

Um facto bem conhecido é que os parâmetros dos sensores inerciais variam com a temperatura. O modelo aqui apresentado não tem isso em consideração já que a relação, entre os parâmetros dos sensores e a temperatura, usualmente não é linear, podendo mesmo variar para cada um dos sensores individuais. A solução adoptada, para funcionamento em diferentes temperaturas, é a de criar uma tabela com os parâmetros para várias temperaturas e então determinar os parâmetros apropriados para uma dada temperatura, interpolando os conteúdos da tabela.

#### 4.4.4 Testes e Resultados

Os sensores inerciais foram calibrados usando o método descrito. A unidade de medições inerciais foi fixa ao pêndulo por três vezes, em três orientações ortogonais, para cada pose o pêndulo foi movimentado tendo-se registado um número significativo de medições em cada uma das configurações. Foram registadas as saídas dos sensores inerciais e a pose do pêndulo, obtida através do codificador no seu eixo. Estas medições aplicaram-se nas equações (4.5), (4.6) e (4.7).

Como a unidade de medições inerciais usada é de qualidade média, o fabricante fornece uma tabela de calibração individual, que pode ser usada como termo de comparação para avaliar o desempenho deste procedimento de calibração.

A tabela 4.1 apresenta os parâmetros fornecidos pelo fabricante e compara-os com os obtidos pelo procedimento atrás descrito. Deve-se ter em atenção que na tabela, para facilitar a leitura, a sensibilidade é comparada em (g/V) e (grau/seg/V), que são o inverso dos factores de escala,  $s_{kk}$ , como definidos na equação (4.1).

A tabela 4.1 apresenta os parâmetros obtidos em duas temperaturas diferentes, de modo a se poder avaliar a influência da temperatura nos parâmetros dos sensores. A

Tabela 4.1: Comparação dos parâmetros obtidos para os sensores inerciais a duas temperaturas diferentes, com os parâmetros especificados pelo fabricante.

	Acelerómetros			Giroscópios			
	X	Y	Z	X	Y	Z	
<i>Sensibilidade</i>	<i>(g/V)</i>			//	<i>(grau/seg/V)</i>		
Fabricante (29.82°C)	1.008	1.000	1.017	102.731	101.643	102.388	
Obtido (29.68°C)	1.015	1.026	1.022	102.202	102.085	102.216	
Obtido (24.45°C)	0.999	1.027	1.030	102.115	102.155	102.054	
<i>Bias (V)</i>							
Fabricante (29.82°C)	2.485	2.519	2.455	2.499	2.499	2.499	
Obtido (29.68°C)	2.539	2.514	2.456	2.500	2.500	2.499	
Obtido (24.45°C)	2.526	2.510	2.446	2.502	2.500	2.500	

temperatura interna da unidade de medições inerciais, estabiliza passado algum tempo (de cinco a dez minutos) e apenas após esse tempo é que os testes de calibração foram efectuados, de modo que todos os dados foram obtidos à mesma temperatura. Como o fabricante apenas apresenta os parâmetros de calibração para uma temperatura interna de 29.82°C, estes deverão apenas ser comparados com os obtidos a uma temperatura semelhante (29.68°C), que foi a temperatura interna em que a unidade estabilizou quando a temperatura ambiente era de cerca de 22°C. No que diz respeito à variação dos parâmetros com a temperatura, facilmente se observa que estas variações diferem entre cada sensor individual.

O fabricante não apresenta quaisquer parâmetros relativos a sensibilidade entre eixos na unidade de medições inerciais, no entanto, os resultados do procedimento aqui apresentado indicam uma sensibilidade entre eixos de cerca de 0.6%.

Quando o objectivo é o de estimar posição através da integração dos dados dos sensores, qualquer erro na calibração dos sensores irá ser traduzido num erro crescente de posição ao longo do tempo. Para demonstrar a importância de uma calibração eficiente e ao mesmo tempo validar a calibração efectuada, foi realizado um teste onde se compara a calibração do fabricante com a obtida por este procedimento. O teste consistiu em colocar o pêndulo a oscilar durante algum tempo, com a temperatura interna da unidade perto da especificada na folha de calibração do fabricante. A oscilação foi por vezes forçada, outras vezes o pêndulo foi deixado a oscilar livremente. Os dados dos

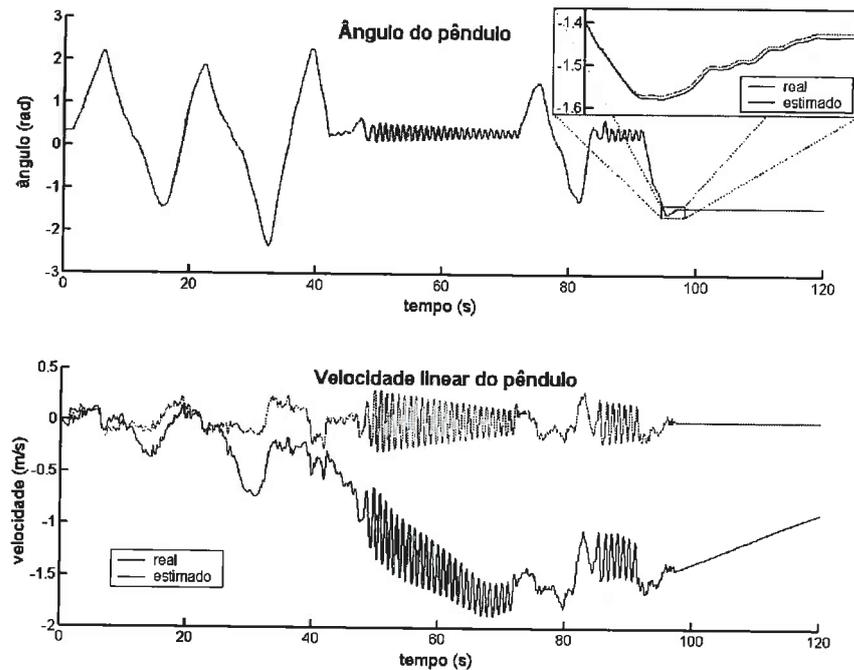


Figura 4.9: Resultados da integração dos dados inerciais calibrados usando o método aqui descrito.

sensores foram registados e em seguida as saídas dos giroscópios foram integradas em ordem ao tempo de modo a obter o ângulo do pêndulo a cada instante. Por sua vez os dados dos acelerómetros também foram integrados em ordem ao tempo para obter a velocidade linear do ponto do pêndulo onde se fixaram os sensores (considerando-os pontuais e no centro da IMU).

A figura 4.9 apresenta os resultados obtidos pela simples integração dos dados inerciais após estes terem sido calibrados usando os parâmetros obtidos pelo procedimento acima descrito. O resultado da integração dos dados dos giroscópios, para obter o ângulo do pêndulo, apresenta apenas ligeiras diferenças do valor real, lido do codificador, como se pode ver pela dificuldade de distinguir as duas curvas relativas ao ângulo, na figura 4.9.

O resultado da integração dos dados dos acelerómetros, para obter a velocidade linear num ponto do pêndulo, mostra-se menos animadora. A velocidade estimada diverge da velocidade real, não só pelos erros inerentes à calibração dos acelerómetros, mas também porque um dos dados necessários à estimação desta velocidade linear é a inclinação da unidade de medição e para este dado foi usada a estimação do ângulo

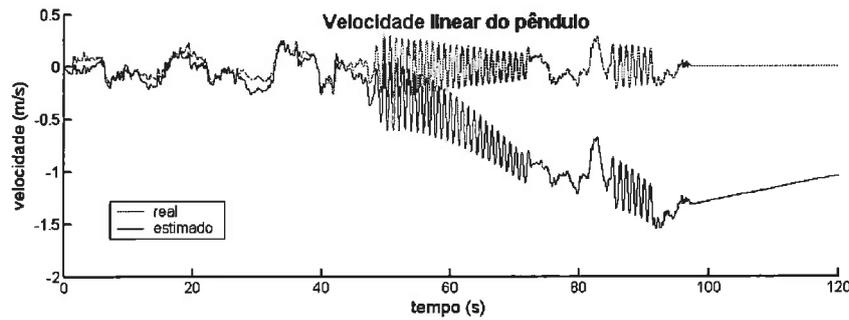


Figura 4.10: Resultados da integração dos dados dos acelerómetros calibrados usando o método aqui descrito, usando o ângulo real do pêndulo em vez da estimativa.

do pêndulo a qual já tem um erro associado, mesmo que baixo.

Na figura 4.10 apresentam-se os resultados para a estimação da velocidade linear no mesmo ponto do pêndulo, se for utilizado o ângulo real do pêndulo em vez da sua estimativa obtida por integração dos dados dos giroscópios. Embora a diferença não seja muito significativa nota-se que, em especial nas zonas em que a informação de aceleração é menos dinâmica, a velocidade estimada diverge menos da real do que no caso em que o ângulo do pêndulo também é obtido por estimação.

Embora estes resultados não sejam os idealmente desejáveis, convém fazer uma comparação destes resultados com os que se obteriam apenas usando a calibração fornecida pelo fabricante. Na figura 4.11, apresentam-se os resultados para a mesma experiência, com a diferença que aqui os dados dos sensores inerciais foram calibrados usando a folha de calibração fornecida pelo fabricante. Como se observa facilmente, a estimativa do ângulo do pêndulo diverge significativamente, apresentando piores resultados que no caso em que se usam os parâmetros de calibração obtidos pelo procedimento aqui apresentado. O valor estimado para a velocidade linear, usando os parâmetros de calibração especificados pelo fornecedor, diverge muito rapidamente do valor real, vendo-se que à escala apresentada, a curva que representa a velocidade real assemelha-se a um segmento de recta. Para este grande erro na estimação da velocidade linear num ponto do pêndulo, entra o facto de que ao usar a estimativa do ângulo do pêndulo, que já apresenta algum erro, se está a contabilizar a quantidade incorrecta de aceleração gravítica como aceleração tangencial à trajectória do pêndulo.

Os resultados obtidos com a calibração mostraram-se satisfatórios, embora insuficientes para que possamos ter um sistema de navegação que se baseie apenas na

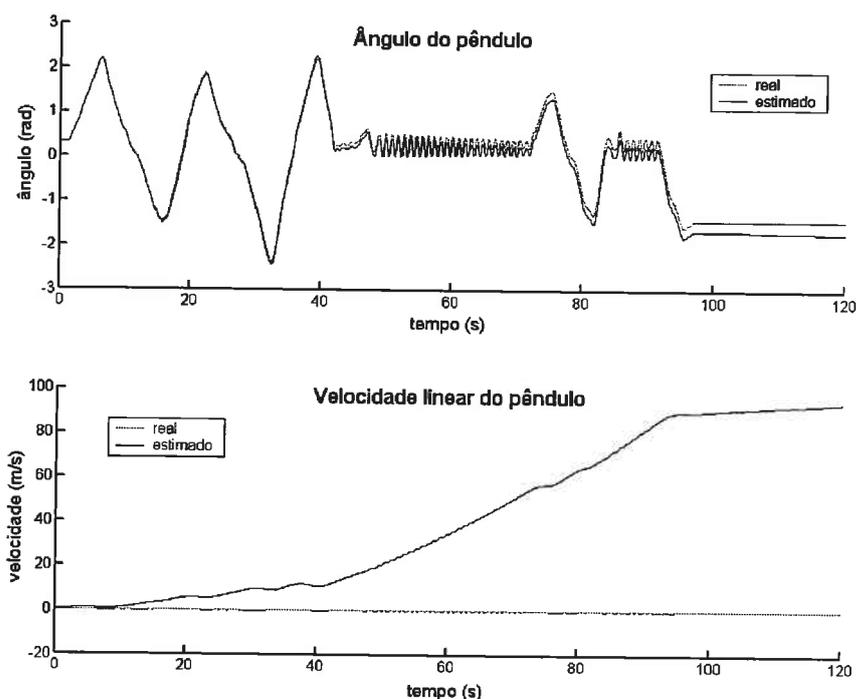


Figura 4.11: Resultados da integração dos dados inerciais calibrados usando os parâmetros do fabricante.

informação inercial por longos períodos de tempo. O procedimento de calibração apresentado foi capaz de reduzir drasticamente o erro inerente aos sensores, tendo determinado os parâmetros dos sensores inerciais com uma precisão razoavelmente alta para permitir a integração dos dados inerciais durante breves períodos de tempo.

#### 4.4.5 Comparação com outras IMUs

Visto se ter realizado apenas uma integração simples dos dados dos acelerómetros e o erro ter já sido considerável, resolveu-se comparar o nível de erro desta unidade de medições inerciais com uma outra, sendo esta o modelo MT9-B da Xsens®.

O método de comparação utilizado foi o da análise comparativa dos elipsóides de incerteza para os vários conjuntos de sensores, nomeadamente acelerómetros e giroscópios, de ambas as unidades de medições inerciais. O elipsóide de incerteza pode ser construído a partir do conhecimento dos valores próprios e correspondentes vectores próprios da matriz de covariância do erro de cada conjunto de sensores. As direcções

dos eixos principais do elipsóide são dadas pelos vectores próprios da matriz de covariância do erro e o comprimento de cada um desses eixos é dado por  $2\sqrt{\lambda_k}$  em que  $\lambda_k$  é o valor próprio associado ao vector próprio  $\hat{e}_k$ .

Cada unidade de medições inerciais foi colocada em diferentes poses, tendo sido determinada a matriz de covariância do erro e elipsóide de incerteza associado, para cada uma dessas poses. Aqui serão mostrados os resultados para duas dessas poses, para cada IMU, já que para as outras poses os resultados foram semelhantes.

A primeira pose foi com a unidade colocada com o eixo OX perpendicular à força gravítica, actuando esta predominantemente segundo o eixo OY da IMU. Os resultados para os valores próprios e vectores próprios da matriz de covariância do erro apresentam-se em (4.10) e (4.11) para a IMU da Crossbow<sup>®</sup> e em (4.12) e (4.13) para a IMU da Xsens<sup>®</sup>. As letras que antecedem o  $\lambda_k$  e o  $\hat{e}_k$ , referem qual a IMU, o grupo de sensores e a pose a que se referem. Por exemplo  $C_{,a,2}\lambda_1$ , é o maior valor próprio da matriz de covariância do erro para o grupo de acelerómetros (letra  $a$ ), da IMU da Crossbow<sup>®</sup> (letra  $C$ ), quando se encontra na pose 1.

$$\begin{aligned} C_{,a,1}\lambda_1 &= 0.2588 \cdot 10^{-5}, & C_{,a,1}\hat{e}_1 &= \begin{bmatrix} -0.0858 & 0.9960 & 0.0235 \end{bmatrix}^T \\ C_{,a,1}\lambda_2 &= 0.1532 \cdot 10^{-5}, & C_{,a,1}\hat{e}_2 &= \begin{bmatrix} -0.0264 & 0.0213 & -0.9994 \end{bmatrix}^T \\ C_{,a,1}\lambda_3 &= 0.1190 \cdot 10^{-5}, & C_{,a,1}\hat{e}_3 &= \begin{bmatrix} -0.9960 & -0.0863 & 0.0245 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} C_{,g,1}\lambda_1 &= 0.2732 \cdot 10^{-4}, & C_{,g,1}\hat{e}_1 &= \begin{bmatrix} -0.8994 & 0.4297 & -0.0796 \end{bmatrix}^T \\ C_{,g,1}\lambda_2 &= 0.2644 \cdot 10^{-4}, & C_{,g,1}\hat{e}_2 &= \begin{bmatrix} -0.4356 & -0.8964 & 0.0824 \end{bmatrix}^T \\ C_{,g,1}\lambda_3 &= 0.2376 \cdot 10^{-4}, & C_{,g,1}\hat{e}_3 &= \begin{bmatrix} -0.0359 & 0.1088 & 0.9934 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} X_{,a,1}\lambda_1 &= 0.1807 \cdot 10^{-5}, & X_{,a,1}\hat{e}_1 &= \begin{bmatrix} -0.6451 & 0.7636 & 0.0277 \end{bmatrix}^T \\ X_{,a,1}\lambda_2 &= 0.1225 \cdot 10^{-5}, & X_{,a,1}\hat{e}_2 &= \begin{bmatrix} 0.0123 & -0.0260 & 0.9996 \end{bmatrix}^T \\ X_{,a,1}\lambda_3 &= 0.0743 \cdot 10^{-5}, & X_{,a,1}\hat{e}_3 &= \begin{bmatrix} 0.7640 & 0.6452 & 0.0074 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} X_{,g,1}\lambda_1 &= 0.3032 \cdot 10^{-4}, & X_{,g,1}\hat{e}_1 &= \begin{bmatrix} -0.7140 & 0.0406 & -0.6989 \end{bmatrix}^T \\ X_{,g,1}\lambda_2 &= 0.2895 \cdot 10^{-4}, & X_{,g,1}\hat{e}_2 &= \begin{bmatrix} -0.6917 & 0.1135 & 0.7132 \end{bmatrix}^T \\ X_{,g,1}\lambda_3 &= 0.2644 \cdot 10^{-4}, & X_{,g,1}\hat{e}_3 &= \begin{bmatrix} 0.1083 & 0.9927 & -0.0529 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (4.13)$$

Observa-se que o elipsóide de incerteza para qualquer dos grupos de acelerómetros tem um aspecto achatado, significando que o erro tem uma direcção privilegiada. Já para os grupos de giroscópios, o elipsóide de incerteza tem um aspecto quase esférico, significando que o erro é semelhante para qualquer sensor individual. Nos acelerómetros da IMU da Crossbow<sup>®</sup>, nota-se que o eixo de maior incerteza é o eixo OY, onde se sente mais a força gravítica.

A segunda pose que se apresenta nesta exposição de resultados diz respeito a uma situação em que o eixo OY da IMU se encontrava perpendicular à força gravítica, recaindo esta predominantemente sobre o eixo OX.

$$\begin{aligned} C_{,a,2}\lambda_1 &= 0.1612 \cdot 10^{-5}, & C_{,a,2}\hat{e}_1 &= \begin{bmatrix} -0.9663 & 0.2542 & 0.0400 \end{bmatrix}^T \\ C_{,a,2}\lambda_2 &= 0.1426 \cdot 10^{-5}, & C_{,a,2}\hat{e}_2 &= \begin{bmatrix} -0.2569 & -0.9617 & -0.0953 \end{bmatrix}^T \\ C_{,a,2}\lambda_3 &= 0.1154 \cdot 10^{-5}, & C_{,a,2}\hat{e}_3 &= \begin{bmatrix} 0.0142 & -0.1024 & 0.9946 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} C_{,g,2}\lambda_1 &= 0.2606 \cdot 10^{-4}, & C_{,g,2}\hat{e}_1 &= \begin{bmatrix} -0.6834 & 0.7299 & -0.0159 \end{bmatrix}^T \\ C_{,g,2}\lambda_2 &= 0.2544 \cdot 10^{-4}, & C_{,g,2}\hat{e}_2 &= \begin{bmatrix} -0.7277 & -0.6827 & -0.0664 \end{bmatrix}^T \\ C_{,g,2}\lambda_3 &= 0.2307 \cdot 10^{-4}, & C_{,g,2}\hat{e}_3 &= \begin{bmatrix} -0.0593 & -0.0338 & 0.9977 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} X_{,a,2}\lambda_1 &= 0.1896 \cdot 10^{-5}, & X_{,a,2}\hat{e}_1 &= \begin{bmatrix} -0.6626 & 0.7487 & 0.0202 \end{bmatrix}^T \\ X_{,a,2}\lambda_2 &= 0.1118 \cdot 10^{-5}, & X_{,a,2}\hat{e}_2 &= \begin{bmatrix} 0.0037 & -0.0238 & 0.9997 \end{bmatrix}^T \\ X_{,a,2}\lambda_3 &= 0.0747 \cdot 10^{-5}, & X_{,a,2}\hat{e}_3 &= \begin{bmatrix} 0.7490 & 0.6624 & 0.0130 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} X_{,g,2}\lambda_1 &= 0.3057 \cdot 10^{-4}, & X_{,g,2}\hat{e}_1 &= \begin{bmatrix} -0.7287 & 0.0008 & -0.6848 \end{bmatrix}^T \\ X_{,g,2}\lambda_2 &= 0.2957 \cdot 10^{-4}, & X_{,g,2}\hat{e}_2 &= \begin{bmatrix} -0.6683 & 0.2173 & 0.7114 \end{bmatrix}^T \\ X_{,g,2}\lambda_3 &= 0.2716 \cdot 10^{-4}, & X_{,g,2}\hat{e}_3 &= \begin{bmatrix} 0.1493 & 0.9761 & -0.1578 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (4.17)$$

Observando os resultados obtidos para esta segunda pose das IMUs, verifica-se que novamente os giroscópios apresentam um elipsóide de incerteza com uma forma aproximadamente esférica, em que os eixos principais do elipsóide nem coincidem com os eixos da unidade. Os giroscópios da IMU da Crossbow<sup>®</sup> apresentam no entanto uma forma esférica mais perfeita que a dos giroscópios da Xsens<sup>®</sup>, reflectindo uns sensores individuais mais semelhantes entre si.

Os resultados para os acelerómetros são significativamente diferentes, inclusive são diferentes entre as duas IMUs. Em ambas as IMUs se volta a verificar um elipsóide de incerteza um pouco achatado, no entanto com algumas diferenças entre as duas unidades. A IMU da Xsens<sup>®</sup> apresenta praticamente o mesmo elipsóide que apresentava para a primeira pose, o que significa que apresenta mais erro em determinadas direcções e embora estranho, essas direcções de maior incerteza não coincidem com nenhum eixo do sistema inercial. Por outro lado, a IMU da Crossbow<sup>®</sup> apresenta algumas grandes diferenças no elipsóide de incerteza, entre as duas poses. Na primeira pose o eixo de maior incerteza era o OY e na segunda pose passou a ser o eixo OX que apresenta a maior incerteza. Estes eixos coincidem com os eixos que sofrem mais a acção da força gravítica, pelo que se pode supor que alguns dos erros de medida destes acelerómetros se possam dever a processos internos ao sensor, como o processo de equilíbrio da massa de prova de modo a tornar a resposta do sensor mais linear. Para além desta observação, também se observam nestes resultados uma tendência de haver mais incerteza segundo o eixo OY do conjunto de acelerómetros da IMU da Crossbow<sup>®</sup>. Essa tendência foi também observada nos resultados relativos a outras poses não apresentadas aqui.

As diferenças encontradas entre estas duas IMUs testadas não justificam que se troque de unidade de medições inerciais, já que se prevê que outras IMUs da mesma gama apresentem características de erro semelhantes.

## 4.5 Sumário

Neste capítulo começou-se por apresentar os sistemas físicos que fornecem as medidas para o sistema de navegação desenvolvido. Continuou-se com a apresentação das fontes de erro para cada sistema de medição, assim como um estudo do erro para cada sistema. Em seguida derivou-se um modelo linear para os sensores inerciais, onde se recorreu a um pêndulo para efectuar a calibração dos sensores. A calibração efectuada provou ser satisfatória, no entanto insuficiente para se garantir uma boa precisão de posicionamento durante grandes períodos de tempo, recorrendo apenas à unidade de medições inerciais. Para garantir que o problema não era simplesmente desta unidade de medições inerciais utilizada, foi efectuada uma comparação do erro entre duas IMUs, tendo-se verificado que ambas apresentam um tipo de erro semelhante.

## Capítulo 5

# Integração de informação inercial com GPS

Neste capítulo irá ser abordado o processo de integração e fusão da informação inercial com os dados do GPS, juntamente com o desenvolvimento dos sistemas de suporte ao algoritmo de fusão. Irão ser mencionados os aspectos mais importantes que foram tidos em consideração, assim como as soluções seguidas para os problemas que foi necessário solucionar.

O capítulo termina com a especificação do *software* necessário para fazer o interface com o equipamento de medida e com a apresentação dos resultados experimentais obtidos com o sistema de navegação desenvolvido.

### 5.1 Hardware do Sistema Protótipo

Como indicado anteriormente, pretende-se construir um sistema de navegação para integrar num veículo autónomo, como é o caso do CyberCar. De forma a atingir esse objectivo é necessário ter um sistema físico que implemente o sistema de navegação, comunicando a sua solução ao veículo.

O sistema protótipo desenvolvido consiste, para além dos sensores inerciais e do receptor GPS, de uma unidade de processamento onde é executado o algoritmo de navegação. Para essa função foi utilizado um sistema embebido da Advantech<sup>®</sup>,



Figura 5.1: Protótipo do sistema de navegação incluído no CyberCar

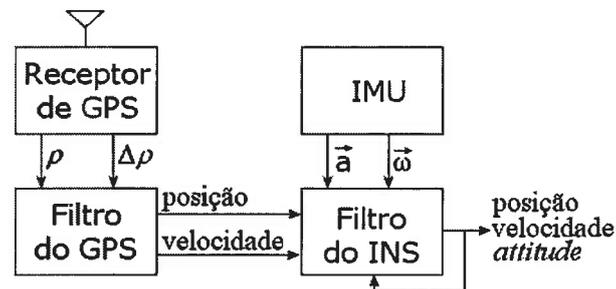


Figura 5.2: Arquitectura de integração fracamente acoplada

modelo PCM-9577F-00A1, com um processador Pentium III da Intel®. Na figura 5.1 podem observar-se todos os componentes do protótipo do sistema de navegação já incluídos no CyberCar.

## 5.2 Arquitectura do Sistema

O projecto do sistema de navegação foi iniciado com a decisão de qual a informação do GPS e dos sensores inerciais que deveria ser utilizada na integração. Tipicamente existem duas alternativas para a arquitectura do sistema: a integração fracamente acoplada (em inglês designada por “loosely-coupled integration”) e a integração fortemente acoplada (em inglês designada por “tightly-coupled integration”).

Na arquitectura de integração fracamente acoplada, ilustrada na figura 5.2, o receptor

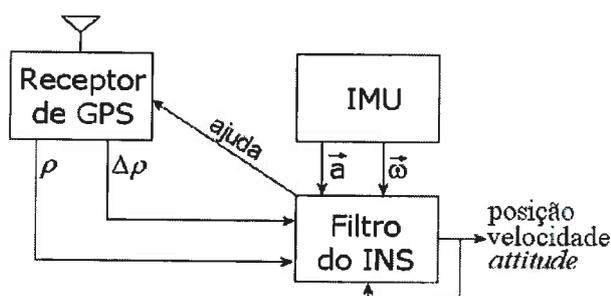


Figura 5.3: Arquitectura de integração fortemente acoplada

GPS processa internamente os sinais dos satélites e fornece os dados da sua posição e velocidade para actualizar o filtro do sistema inercial. Por outro lado, na arquitectura de integração fortemente acoplada, ilustrada na figura 5.3, ambos os sistemas funcionam como simples sensores, sendo no processador de navegação, externo ao receptor GPS, que é determinada a solução de navegação do GPS. Nesta arquitectura o receptor GPS usa ainda informação de movimento do veículo para auxiliar no seguimento e aquisição dos sinais dos satélites.

A arquitectura de integração fracamente acoplada sofre do problema que o receptor de GPS necessita de ter em vista quatro ou mais satélites para que uma solução tridimensional possa ser determinada. Isto leva a que o processador de navegação receba a solução do GPS com algum atraso e que, em caso de ter poucos satélites em vista, não chegue a receber nenhum auxílio da parte do GPS para obter a solução de navegação. No entanto, esta é a arquitectura de mais fácil implementação e com menores custos, já que nem todos os receptores GPS possibilitam o funcionamento como sensor puro. Sendo uma arquitectura em que os dois sistemas têm um funcionamento independente, a arquitectura de integração fracamente acoplada apresenta alguma tolerância a falhas nos componentes individuais do sistema.

Pelo facto de o receptor GPS utilizado não ter possibilidade de receber informação para auxílio no seguimento dos satélites, juntamente com os outros factores já referidos, a arquitectura de integração seguida neste trabalho foi a fracamente acoplada. Os trabalhos apresentados em [Sukkarieh et al., 1998], [Sukkarieh et al., 1999] e [Petovello et al., 2001] usam também este tipo de arquitectura tendo obtido bons resultados, pelo que a abordagem seguida foi semelhante à destes trabalhos.

Na figura 5.4 encontra-se representada a arquitectura completa para o sistema de

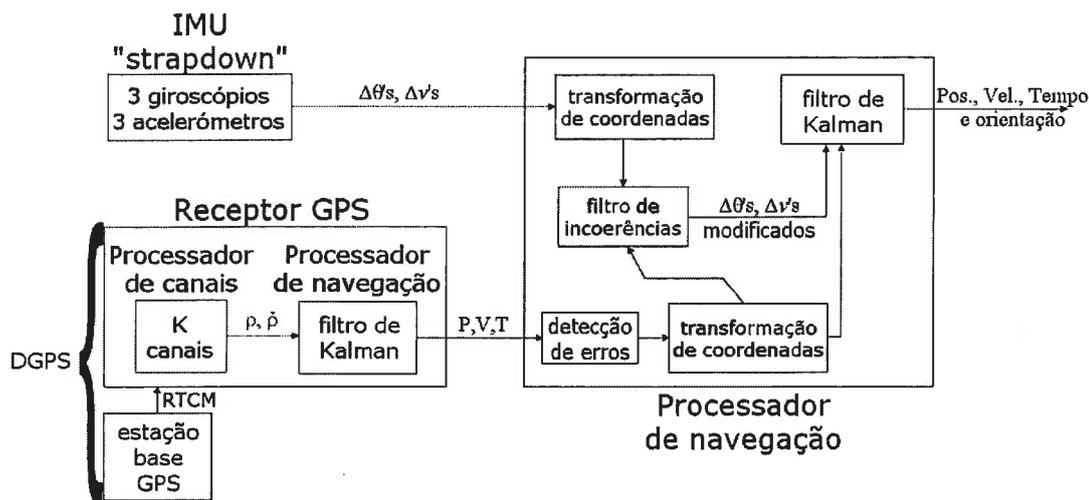


Figura 5.4: Arquitectura do sistema de navegação

navegação desenvolvido, o qual integra os dados de GPS com medições inerciais.

Como já foi referido antes, tanto o GPS como os sensores inerciais apresentam erros elevados no posicionamento vertical. O GPS apresenta um erro elevado devido a que todos os satélites visíveis se encontram acima do receptor, o que leva a uma fraca geometria para o posicionamento vertical. Os sensores inerciais, como precisam adicionar a aceleração da gravidade às medições efectuadas, e esta aceleração diminui com a altitude, torna muito instável o posicionamento vertical, já que este sofre de uma realimentação positiva – quanto maior o erro de altitude, mais aumenta a aceleração vertical no sentido do erro. Como o sistema de navegação é para aplicar num veículo terrestre, a solução adoptada é a de ignorar a estimativa da altitude já que esta é desnecessária.

No sistema de navegação desenvolvido, os sensores inerciais são amostrados a uma taxa de aproximadamente 100Hz e o receptor GPS indica a sua estimativa de posição a uma taxa de 1Hz. A frequência de saída do sistema de navegação foi definida como sendo de 10Hz, no entanto internamente o processo de fusão executa a uma taxa de aproximadamente 100Hz de modo a poder processar todos os dados sensoriais logo que estes se encontrem disponíveis.

### 5.3 Filtro de Kalman

O processo de fusão sensorial utilizado neste sistema de navegação, baseia-se na utilização de um filtro de Kalman que integra as várias medidas de acordo com os seus graus de incerteza.

Como já foi referido, o algoritmo de navegação opera no sistema de coordenadas {ENU}, no qual estão expressas tanto as entradas como as saídas do filtro de Kalman. A solução de navegação obtém-se das variáveis de estado do filtro de Kalman as quais são 15, nomeadamente a posição, velocidade e aceleração tridimensional do veículo, juntamente com a orientação e velocidade angular tridimensional. A posição e velocidade em altitude são desnecessárias visto se considerar que o veículo se desloca na superfície terrestre, mas foram consideradas no filtro tendo em consideração uma futura solução mais genérica. O vector de medidas usado no filtro consiste de 12 medidas, sendo estas constituídas pela solução fornecida pelo receptor GPS, mais especificamente posição e velocidade tridimensional, juntamente com as saídas dos sensores inerciais, nomeadamente aceleração linear e velocidade angular tridimensional. Resulta então que a matriz de observação completa para o filtro é a indicada na equação (5.1).

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

O modelo utilizado para o sistema é um modelo linear que considera que o veículo se desloca com aceleração linear constante e velocidade angular constante durante

um período de amostragem, pois estas são as derivadas de mais alta ordem da pose do veículo, medidas directamente pelos sensores inerciais. Deste modo a matriz de transição de estado é dada por (5.2).

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

## 5.4 Tratamento das medições inerciais

Enquanto que o filtro de Kalman é o ponto fulcral na integração das várias medidas, o processo de fusão sensorial não se resume à simples aplicação do filtro de Kalman. O tratamento dos dados a injectar no filtro de Kalman e a afinação das matrizes a utilizar no filtro são processos que requerem especial atenção pois deles depende o sucesso da aplicação do filtro.

Os sensores inerciais efectuem as medições relativamente ao referencial móvel, pelo que estas terão que ser transformadas para o referencial de navegação. Após se terem as medidas dos sensores inerciais calibradas,  ${}^{RPY}\mathbf{v}$ , estas terão que ser transformadas de acordo com a equação (5.3) de modo a se terem os dados no sistema de coordenadas {ENU} onde a fusão sensorial é efectuada.

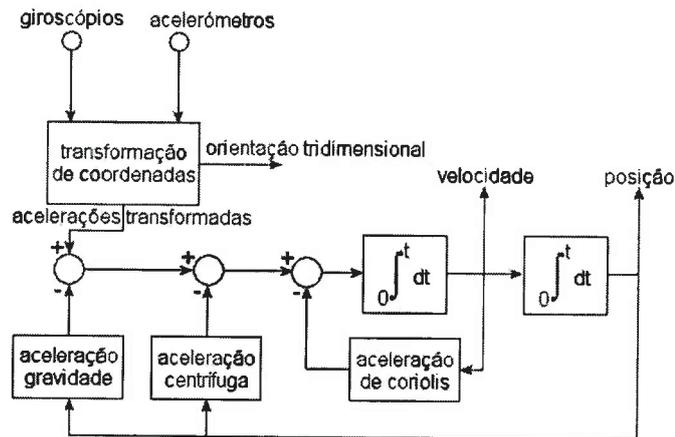


Figura 5.5: Diagrama de blocos representando o tratamento necessário aos dados dos sensores inerciais

$${}^{ENU} \mathbf{v} = {}^{ENU} \dot{\mathbf{q}}_{RPY} \cdot {}^{RPY} \mathbf{v} \cdot {}^{ENU} \mathbf{q}_{RPY}^* \quad (5.3)$$

Na sub-secção seguinte indica-se o procedimento utilizado neste trabalho para determinar o quaternião  ${}^{ENU} \dot{\mathbf{q}}_{RPY}$  que representa a rotação entre o sistema de coordenadas  $\{RPY\}$  e o sistema de coordenadas  $\{ENU\}$ .

Outro factor a ter em conta quando se usam sensores inerciais é que estes efectuem as medições relativamente a um referencial inercial, pelo que neste trabalho foi necessário aplicar a transformação das medições para um referencial terrestre. Esta transformação é necessária porque devido ao movimento de rotação da Terra, nenhum sistema de coordenadas fixo a ela, pode ser considerado inercial. Para o caso dos acelerómetros, é necessário entrar em conta com as forças centrífuga e de coriolis causadas pela rotação da Terra. Já para o caso dos giroscópios, a orientação do seu referencial tem que ser modificada de modo a que rode juntamente com a Terra.

Outra particularidade dos acelerómetros é que, devido à sua construção, estes são incapazes de medir a força gravítica a que estão sujeitos, medindo no entanto as forças de reacção a esta força gravítica. Torna-se portanto necessário ter em conta o campo gravítico terrestre a que os sensores se encontram submetidos. De modo a que a instabilidade do posicionamento vertical não afecte o posicionamento horizontal, a aceleração gravítica é considerada constante, sem haver compensação da aceleração gravítica dependente da altitude.

Na figura 5.5 representa-se um diagrama de blocos que ilustra uma forma genérica utilizada actualmente para tratar os dados dos sensores inerciais tendo em conta os factores representados acima.

Uma forma utilizada para minimizar o erro do sistema de navegação é a de apresentar uma filtragem dos dados do IMU, baseada nos dados do GPS, como vem ilustrado na arquitectura do sistema de navegação (figura 5.4). Esta filtragem baseia-se na assunção de que o movimento é efectuado predominantemente no sentido do eixo *roll* do sistema de coordenadas {RPY}, e caso o receptor GPS confirme essa direcção de movimento, as medições de aceleração serão contabilizadas de forma a anular a velocidade do veículo nas direcções perpendiculares a essa.

### 5.4.1 Determinação da rotação de {RPY} para {ENU}

#### 5.4.1.1 Rotação inicial

Como os sensores de que se dispõe não fornecem informação angular absoluta, torna-se necessário introduzir um processo de inicialização onde se determina a rotação inicial do corpo. Nesta fase de inicialização, considerando que o corpo permanece em repouso, pode-se utilizar a medição dos acelerómetros,  ${}^{RPY}\mathbf{g}$ , como uma medição da aceleração gravítica o que permite determinar a rotação necessária para alinhar o sistema de coordenadas do corpo com o plano tangente à superfície da terra.

Caso o sistema de coordenadas do corpo não se encontre já tangente à superfície terrestre, a equação (5.4) indica o ângulo que tem que ser rodado para que isso se verifique. Denominemos esse sistema de coordenadas, que apenas sabemos ser tangente à superfície terrestre com o terceiro eixo a apontar para cima, por {TST}.

$$\theta_0 = \cos^{-1} \left( \frac{{}^{RPY}\mathbf{g} \cdot {}^{ENU}\mathbf{g}}{\|{}^{RPY}\mathbf{g}\| \cdot \|{}^{ENU}\mathbf{g}\|} \right) = \cos^{-1} \left( \frac{{}^{RPY}\mathbf{g}}{\|{}^{RPY}\mathbf{g}\|} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \quad (5.4)$$

A equação (5.5) indica qual o eixo de rotação em torno do qual se tem que rodar caso  $\theta_0 \neq k\pi$ , indicando-se em (5.6) o quaternião  ${}^{TST}\hat{\mathbf{q}}_{RPY}$  que exprime essa rotação.

$$\mathbf{u}_0 = \frac{RPY \mathbf{g}}{\|RPY \mathbf{g}\|} \times \frac{ENU \mathbf{g}}{\|ENU \mathbf{g}\|} = \frac{RPY \mathbf{g}}{\|RPY \mathbf{g}\|} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$${}^{TST} \hat{\mathbf{q}}_{RPY} = \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \frac{\mathbf{u}_0}{\|\mathbf{u}_0\|} \quad (5.6)$$

Após esta rotação inicial, apenas o terceiro eixo do sistema de coordenadas {RPY} se encontra alinhado com o terceiro eixo do sistema de coordenadas {ENU}. É agora necessária uma outra referência para determinar a rotação em torno deste terceiro eixo que leve os dois sistemas a se alinharem completamente. Como os sensores utilizados não fornecem esta referência, neste trabalho recorreu-se ao auxílio de uma bússola para obter uma referência do norte,  ${}^{RPY} \mathbf{n}$ , no sistema de coordenadas do corpo.

Transformando esta medição do norte no sistema de coordenadas do corpo, para o sistema de coordenadas {TST} obtém-se a direcção do norte neste sistema de coordenadas, como expresso em (5.7). A terceira componente da direcção norte foi forçada a zero para que a direcção norte fosse tangencial à superfície terrestre.

$${}^{TST} \mathbf{n}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot ({}^{TST} \hat{\mathbf{q}}_{RPY} \cdot {}^{RPY} \mathbf{n} \cdot {}^{TST} \hat{\mathbf{q}}_{RPY}^*) \quad (5.7)$$

Agora procede-se do mesmo modo que atrás para obter a rotação do sistema de coordenadas {TST} para o sistema de coordenadas {ENU}. O ângulo de rotação é dado pela equação (5.8) e o eixo de rotação pela equação (5.9).

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left( \frac{{}^{TST} \mathbf{n}_0 \cdot {}^{ENU} \mathbf{n}}{\|{}^{TST} \mathbf{n}_0\| \cdot \|{}^{ENU} \mathbf{n}\|} \right) = \cos^{-1} \left( \frac{{}^{TST} \mathbf{n}_0}{\|{}^{TST} \mathbf{n}_0\|} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (5.8)$$

$$\mathbf{u}_1 = \frac{{}^{TST} \mathbf{n}_0}{\|{}^{TST} \mathbf{n}_0\|} \times \frac{ENU \mathbf{n}}{\|ENU \mathbf{n}\|} = \frac{{}^{TST} \mathbf{n}_0}{\|{}^{TST} \mathbf{n}_0\|} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

O quaternião que expressa esta rotação é então dado pela equação (5.10).

$${}^{ENU}\dot{\mathbf{q}}_{TST} = \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \frac{\mathbf{u}_1}{\|\mathbf{u}_1\|} \quad (5.10)$$

Tendo estas duas rotações, o quaternião que expressa a rotação completa entre o sistema de coordenadas  $\{\mathbf{RPY}\}$  e o sistema de coordenadas  $\{\mathbf{ENU}\}$  no instante inicial é dado pela equação (5.11).

$${}^{ENU}\dot{\mathbf{q}}_{RPY,0} = {}^{ENU}\dot{\mathbf{q}}_{TST} \cdot {}^{TST}\dot{\mathbf{q}}_{RPY} \quad (5.11)$$

Considerando que o veículo se desloca durante algum tempo num plano horizontal e apenas segundo o eixo “Roll” do sistema de coordenadas  $\{\mathbf{RPY}\}$  pode evitar-se a utilização da bússola, recorrendo-se à velocidade reportada pelo receptor GPS para determinar o último ângulo. Este procedimento está muito sujeito a erro se a velocidade for baixa, mas é uma forma de determinar uma aproximação para o ângulo no plano tangente à superfície terrestre, sem uso de sensores adicionais.

#### 5.4.1.2 Actualização da rotação

A medição dos três giroscópios dispostos ortogonalmente, após uma calibração adequada, indica qual a velocidade angular instantânea do corpo a que estes se encontram fixos, como expresso em (5.12).

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Daí se pode retirar que a magnitude dessa velocidade angular é a magnitude do vector,  $\|\boldsymbol{\omega}\|$ , e a direcção dessa velocidade é dada pelo vector unitário  $\frac{\boldsymbol{\omega}}{\|\boldsymbol{\omega}\|}$  que indica também o eixo à volta do qual a rotação instantânea ocorreu. Considerando a velocidade de rotação constante durante o período de amostragem dos giroscópios,  $\Delta t$ , tem-se que a rotação sofrida pelo corpo durante esse intervalo de tempo se pode representar pelo quaternião  $\Delta\dot{\mathbf{q}}$  em (5.13) desde que a amplitude da rotação não seja nula.

$$\Delta\dot{\mathbf{q}} = \cos\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) + \sin\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) \frac{\boldsymbol{\omega}}{\|\boldsymbol{\omega}\|} \quad (5.13)$$

O quaternião  ${}^{ENU}\dot{\mathbf{q}}_{RPY, k}$  que representa a rotação entre o sistema de coordenadas  $\{RPY\}$  fixo ao corpo e o sistema de coordenadas  $\{ENU\}$  onde se efectua a navegação, pode agora ser actualizado como expresso na equação (5.14), para reflectir a nova pose no instante  $k$ .

$${}^{ENU}\dot{\mathbf{q}}_{RPY, k} = {}^{ENU}\dot{\mathbf{q}}_{RPY, k-1} \cdot \Delta\dot{\mathbf{q}}^{-1} = {}^{ENU}\dot{\mathbf{q}}_{RPY, k-1} \cdot \Delta\dot{\mathbf{q}}^* \quad (5.14)$$

De notar que se está a determinar a rotação da pose actual para a pose no sistema de coordenada  $\{ENU\}$ , razão pela qual se utiliza a rotação instantânea inversa à medida pelos sensores.

## 5.5 Tratamento dos dados do GPS

Os dados provenientes do receptor GPS também necessitam de tratamento, em especial é necessário efectuar a transformação do sistemas de coordenadas  $\{ECEF\}$  para o sistema de coordenadas  $\{ENU\}$ , utilizando a matriz de rotação expressa em (3.3). Como a navegação é realizada no sistema de coordenadas  $\{ENU\}$ , o qual não é absoluto, considera-se a posição inicial do corpo reportada pelo receptor GPS,  ${}^{ECEF}\mathbf{X}_0$ , como sendo a origem do sistema de coordenadas  $\{ENU\}$ . Deste modo, a posição reportada pelo GPS no instante de tempo  $k$ , expressa no sistema de coordenadas  $\{ENU\}$  é dada pela equação (5.15).

$${}^{ENU}\mathbf{X}_k = {}^{ENU}\mathbf{R}_{ECEF} \cdot ({}^{ECEF}\mathbf{X}_k - {}^{ECEF}\mathbf{X}_0) \quad (5.15)$$

Quando o receptor GPS perde momentaneamente a visibilidade de satélites suficientes para produzir uma solução de posição, entra num modo de estimativa da posição considerando que a velocidade instantânea se mantêm. Estas situações têm que ser identificadas e tratadas para evitar que os erros se propaguem para a solução de navegação deste sistema. A solução adoptada é a de não deixar o receptor GPS manter-se neste estado por muito tempo, sendo isso configurável no receptor utilizado neste trabalho. Para além disso, enquanto o GPS se encontra nesse modo, a solução reportada por este vai sendo considerada cada vez menos fiável através do aumento da variância associada às medições do GPS, no filtro de Kalman.

## 5.6 Sintonização das matrizes do filtro

### 5.6.1 Matrizes de covariância do ruído

As matrizes do filtro de Kalman necessitam de ser afinadas de modo a reflectirem correctamente o tipo dos dados a integrar e a sua incerteza. A matriz de covariância do ruído dos sensores,  $\mathbf{R}_k$ , reflecte a grandeza do ruído dos sensores inerciais, sendo composta por valores determinados experimentalmente e considerada constante. Reflecte ainda a incerteza da estimação de posição e velocidade pelo filtro de Kalman interno do receptor GPS. Esta incerteza é obtida em cada instante, a partir da geometria dos satélites usados para a solução. Também a matriz de covariância do ruído de perturbação dinâmico,  $\mathbf{Q}_k$ , reflecte o ruído inerente aos erros no modelo do sistema.

### 5.6.2 Actualização assíncrona do filtro

Para que a solução de navegação produzida pelo filtro, reflecta toda a informação sensorial disponível, torna-se necessário que essa informação seja processada sem grandes atrasos. Como os sensores inerciais e o receptor GPS não reportam as suas medições de forma síncrona entre eles, o que se optou por fazer neste trabalho foi processar cada medição de forma assíncrona, mal estas se encontrem disponíveis. Como o receptor GPS reporta a sua solução a uma taxa muito inferior à das medições dos sensores inerciais, este procedimento proporciona ainda uma forma de poder conciliar as medições destes dois sistemas num único filtro.

O método utilizado para processar individualmente as medições de cada sistema num único filtro de Kalman, foi o de modificar a matriz de observação,  $\mathbf{H}_k$ , em cada iteração do filtro de Kalman, colocando a zero as linhas da matriz correspondentes aos elementos do vector de medidas que não se encontram disponíveis nessa iteração. Para acomodar mais facilmente entradas assíncronas, a matriz de transição de estado,  $\Phi_k$ , é recalculada em cada iteração já que depende do intervalo de amostragem,  $\Delta t$ .

### 5.6.3 Condicionamento de matrizes

Um outro ponto que vale a pena mencionar é o facto de o filtro de Kalman poder entrar em instabilidade numérica se as matrizes do filtro não forem bem condicionadas. Um procedimento frequentemente utilizado, e que foi utilizado também neste trabalho, é o de forçar a matriz de covariância da estimação,  $\mathbf{P}_k$ , a ser simétrica pela aplicação da equação (5.16).

$$\mathbf{P}_k = \frac{1}{2} (\mathbf{P}_k + \mathbf{P}_k^T) \quad (5.16)$$

## 5.7 Considerações de tempo real

Os sistemas de seguimento de trajectória nos veículos autónomos necessitam de respostas imediatas e com requisitos de tempo real, pelo que a informação necessária à tomada de decisões necessita de estar disponível com a menor latência possível. Infelizmente, isto impõe uma restrição de difícil resolução no módulo de integração. A principal razão para isto é o facto de as medidas do GPS, enviadas pelo receptor de GPS, se encontrarem bastante atrasadas em relação às da unidade de medições inerciais. Os atrasos típicos podem chegar a meio segundo de acordo com [Petovello et al., 2001], ou seja, uma medição do GPS ao ser recebida pela aplicação de integração, pode conter uma identificação temporal que corresponde a um instante de tempo meio segundo atrás da identificação temporal da última medição dos sensores inerciais. Esta diferença de tempos é crucial, visto que erros de temporização entre os sensores podem prejudicar enormemente o desempenho do sistema de navegação.

Mais crítico ainda, é o caso duma arquitectura de integração fracamente acoplada, visto que o receptor de GPS tem que dispendir de algum tempo para determinar a posição e velocidade antes de a poder passar ao filtro do INS, que só então irá ser actualizado.

Existem dois métodos relativamente óbvios de lidar com este problema. O método mais simples é o de ir armazenando os dados inerciais até que estejam disponíveis os dados do GPS correspondentes ao mesmo instante temporal e apenas nessa altura processar os dados. Esta aproximação é pouco apropriada, pois todas as medições

acabam por ter um grande atraso. Como consequência, se imaginarmos que o veículo viaja a  $60\text{Km/h}$  e o atraso dos dados do GPS em relação aos da unidade de sensores inerciais for de  $0.3\text{s}$ , o veículo desloca-se  $5\text{m}$  enquanto se espera pelos dados do GPS.

O outro método consiste em ir processando os dados dos sensores inerciais e gerando uma solução. Simultaneamente esses dados são armazenados junto com as soluções obtidas e quando os dados do GPS estiverem disponíveis estes são aplicados aos dados apropriados de acordo com a identificação temporal. A solução daí resultante necessita então de ser actualizada com os dados dos sensores inerciais armazenados desde o instante temporal da medição do GPS até ao instante actual, para se obter uma estimativa actualizada para o instante actual. Neste trabalho foi adoptado este último método para lidar com as diferenças nos atrasos da informação de movimento.

## **5.8 Ensaio experimental**

Após se terem definidos os algoritmos de navegação torna-se necessário validar o seu desempenho, com a aplicação do sistema num veículo e a realização de alguns ensaios experimentais.

### **5.8.1 Software de suporte**

Embora o algoritmo de navegação estudado e desenvolvido no âmbito desta tese tenha sido implementado em *Matlab*<sup>®</sup> de forma a facilitar o seu desenvolvimento, para a operação em tempo real no veículo, torna-se necessário implementar todo o sistema de navegação numa linguagem compilada, que executa mais rapidamente e é mais apropriada para cumprir os requisitos de tempo real desejados.

Embora os resultados apresentados mais à frente tenham sido obtidos num pós-processamento, foi necessário construir o software que suportará o sistema de navegação. Este software efectua a aquisição dos dados dos sensores inerciais e do receptor GPS e estabelece a comunicação entre a estação base do DGPS e o receptor GPS no veículo. O software permite ainda registar os dados lidos, juntamente com uma identificação temporal de quando foram lidos, permitindo assim que estes sejam processados posteriormente para efeitos de identificação e resolução de eventuais problemas.

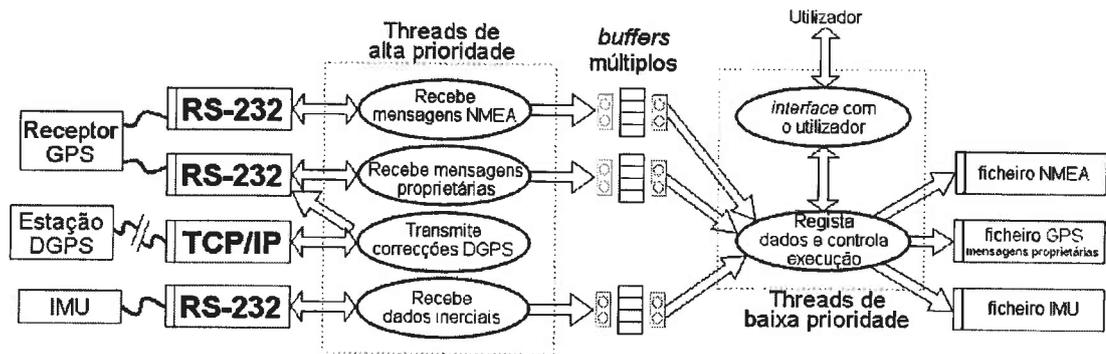


Figura 5.6: Arquitectura da aplicação de suporte ao algoritmo de navegação.

Na figura 5.6 apresenta-se a arquitectura desta aplicação que consiste de um processo com vários “fios de execução” (*threads*). A escolha por esta abordagem é a de maximizar o desempenho da aplicação e minimizar a latência associada às comunicações com os sensores. Todas as operações que poderiam afectar a resposta rápida à chegada de informação, como a comunicação com o utilizador ou a escrita em disco, foram colocadas em *threads* separadas, com prioridades inferiores e com *buffers* circulares a separá-las das *threads* críticas, de modo a que possam receber os dados com requisitos de tempo real muito mais flexíveis.

O receptor GPS dispõe de dois portos de comunicação, um deles usa o protocolo NMEA 0183<sup>1</sup>, e o outro um protocolo proprietário da Garmin<sup>®</sup> por onde se enviam as correcções DGPS e se podem também receber informações de posicionamento. A utilidade desta segunda fonte de informação de posicionamento é que neste segundo porto os dados vêm em modo binário enquanto no protocolo NMEA 0183 vêm em modo texto, implicando uma transmissão mais demorada.

Existe uma *thread* que comunica com o porto NMEA do receptor GPS e outra que comunica com o segundo porto do GPS. Uma terceira *thread* também escreve no segundo porto do GPS, de forma sincronizada com a *thread* encarregue de ler os dados de posicionamento desse mesmo porto. Esta terceira *thread* estabelece a ligação entre a estação base do serviço DGPS e o receptor GPS no veículo. Uma quarta *thread* encarrega-se da comunicação com a unidade de medições inerciais. Qualquer das *threads* que lê a informação dos sensores, adiciona-lhe uma marca temporal e coloca-a

<sup>1</sup>Protocolo padrão de interface, definido pela “The National Marine Electronics Association” e usado pelos receptores GPS para transmitir dados.

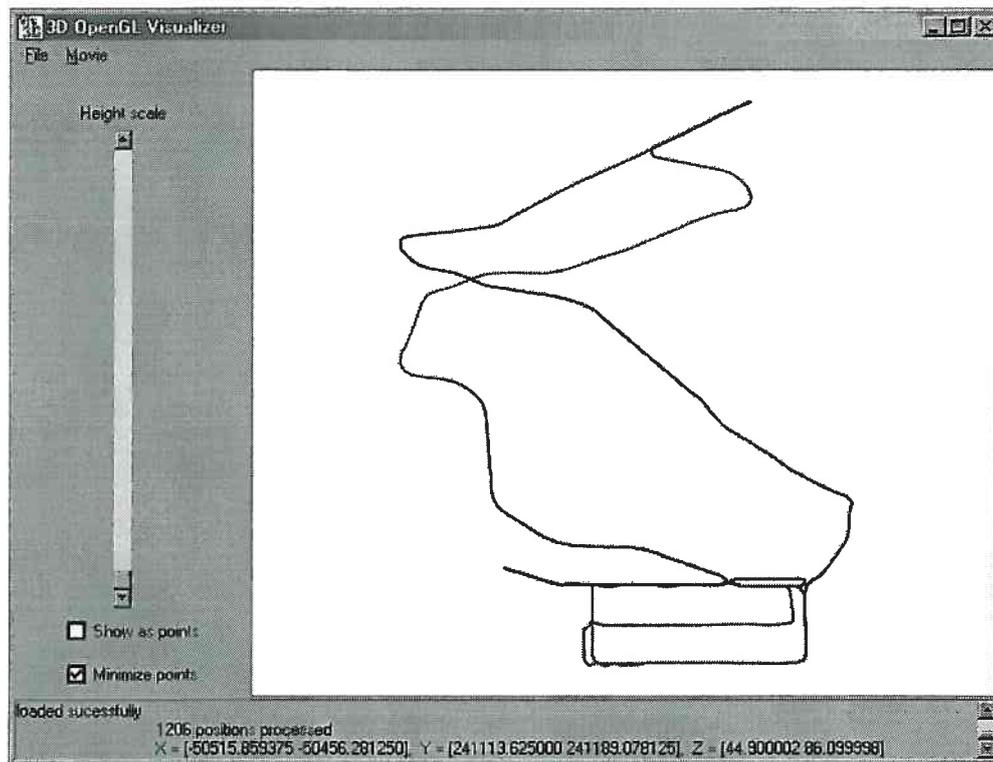


Figura 5.7: Interface da aplicação de visualização dos dados de posicionamento.

numa posição livre do *buffer* circular para ser lido pela *thread* encarregue de fazer o registo dos dados em ficheiro. Tem-se ainda uma outra *thread* encarregue de receber os comandos do utilizador e informá-lo do que se está a passar.

Ao inserir o algoritmo de navegação nesta aplicação, este deverá situar-se num novo nível, entre os *buffers* múltiplos e as *threads* de baixa prioridade, ligando-se a estas também através de um *buffer*.

#### 5.8.1.1 Aplicação de visualização

Foi ainda criada no âmbito deste trabalho, uma aplicação para auxiliar na visualização dos resultados de posicionamento. Para criar esta aplicação recorreu-se às bibliotecas do OpenGL e à sua biblioteca de utilitários, a GLU. Ilustra-se na figura 5.7 o *interface* com esta aplicação, o qual é muito simples, permitindo fazer a leitura da informação de posicionamento e posteriormente movimentarmos-nos no ambiente de visualização com o auxílio do dispositivo apontador do computador, comumente designado por

“rato”. As funções de visualização implementadas são a translação em X e Y, bastando para isso pressionar o botão esquerdo do “rato” na janela e mover o “rato”. Se simultaneamente se pressionar na tecla *SHIFT*, a função passa a translação em Z, que pode ser vista como uma alteração na ampliação (um *zoom*), visto se usar um modelo em perspectiva. Se em vez do botão esquerdo do “rato” se pressionar o direito, passa-se ao modo de rotação. Pode-se rodar o mapa em torno de um eixo horizontal ou vertical, que passe pelo centro do volume de visualização.

Devido à instabilidade da componente vertical do posicionamento obtido por qualquer dos sistemas utilizados, a escala da altitude pode ser modificada por um factor multiplicativo de 0 a 1.

### 5.8.2 Procedimentos de teste

De forma a avaliar consistentemente o desempenho do algoritmo desenvolvido para a fusão sensorial de GPS com sensores inerciais, foi definido um procedimento para os testes e para a avaliação do desempenho de navegação.

A característica principal a avaliar num sistema de navegação é a precisão com que este indica a posição do veículo. Para avaliar este desempenho, torna-se necessário conhecer a trajectória que o sistema de navegação indica e a trajectória real seguida pelo veículo, necessitando esta última de ser conhecida com uma precisão significativamente mais elevada que a do sistema que se deseja avaliar.

Como a posição absoluta, num referencial global, é difícil de determinar com uma precisão elevada sem recorrer a serviços especializados, começaram-se por efectuar medições num referencial local. No entanto, foi efectuada uma média das medições do GPS em dois pontos da trajectória e essas medições foram usadas como sendo as verdadeiras coordenadas absolutas desses pontos. Assim, foi possível efectuar a transformação das medições no referencial local para o referencial global usado pelo GPS.

O procedimento seguido avalia o desempenho do sistema de navegação apenas em alguns pontos discretos da trajectória, tendo sido impraticável ter uma solução para a trajectória real durante todo o percurso efectuado. Foram definidos cinco pontos de medida no percurso de teste. Três destes pontos encontram-se junto a curvas no

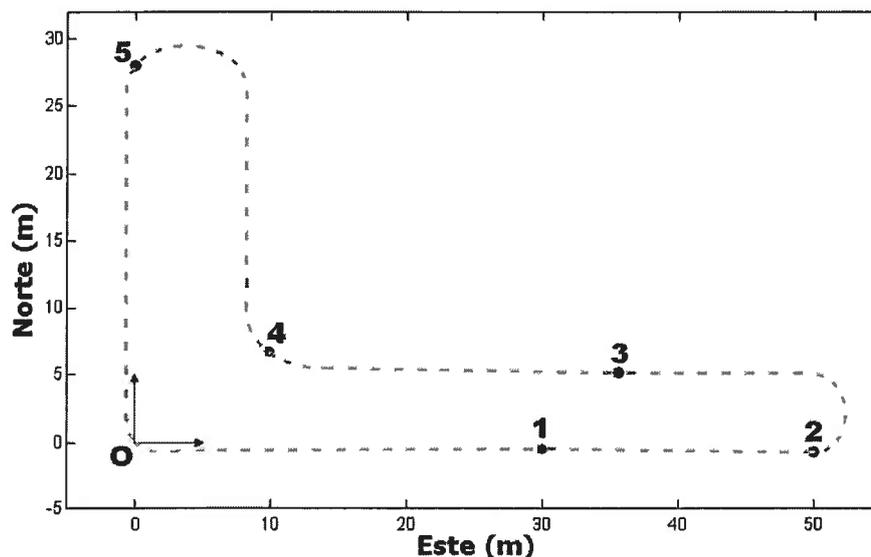


Figura 5.8: Ilustração do percurso de teste com os pontos de medida

percurso, um no início de uma curva, outro a meio de uma curva e o terceiro no fim de uma curva. Os outros dois pontos de medida foram colocados em pontos do trajecto em que o veículo segue uma linha recta. As medições das coordenadas desses pontos foram feitas recorrendo a uma fita métrica. Na figura 5.8 pode-se observar o mapa do trajecto efectuado, com os pontos de medida já especificados.

Para avaliar a precisão da solução de posicionamento ao passar pelos pontos de medida, é necessário recorrer a um sistema auxiliar. A solução adoptada foi a de equipar o veículo com uma *webcam*, usando técnicas de visão para determinar o instante de passagem pelos pontos de medida. Os pontos de medida foram marcados no chão, com uma cruz, em que o lado maior da cruz foi desenhado apontando para o norte, obtido de uma bússola. Deste modo torna-se possível avaliar também a orientação indicada pelo sistema de navegação.

Na figura 5.9 pode observar-se a *webcam* utilizada e uma imagem capturada por esta onde se pode ver a marcação no chão que indica o ponto de medida número cinco. Como não se garante que a *webcam* obtenha uma imagem da marcação na altura exacta que o veículo se encontra sobre ela, a *webcam* é calibrada previamente e pela análise da imagem obtém-se a posição do veículo relativamente à marcação. Outro problema resolvido foi o de que o atraso na aquisição de imagem da *webcam* é desconhecido

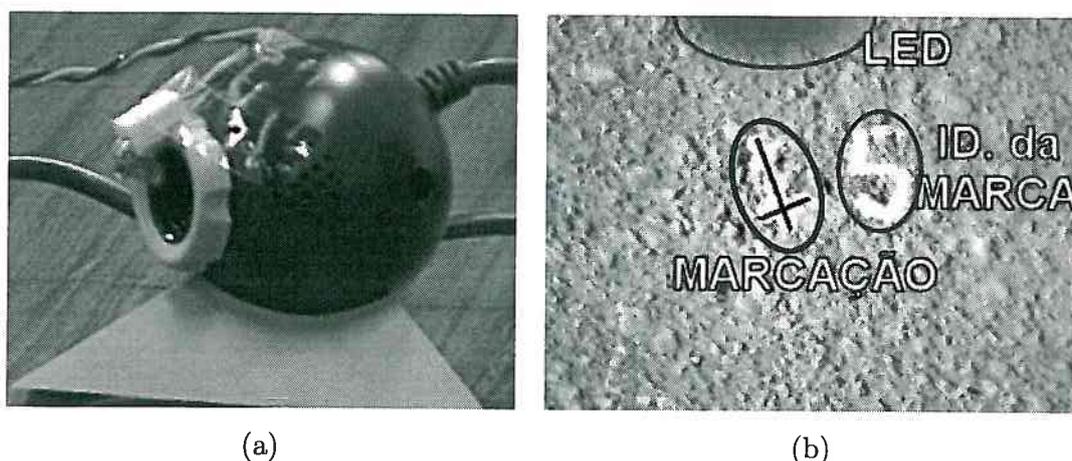


Figura 5.9: (a) Webcam utilizada nos testes; (b) Imagem capturada da webcam onde se pode observar uma marcação no chão.

e é necessário sincronizar as imagens com os dados sensoriais. Para solucionar este problema foi colocado um L.E.D. em frente à webcam, também visível na figura 5.9, o qual é controlado pelo programa de aquisição de dados e pisca uma vez no início e outra no fim da aquisição dos dados sensoriais. Deste modo obtém-se uma sincronização entre o filme capturado pela webcam e os dados obtidos dos sensores inerciais e do receptor GPS.

O teste experimental consistiu em fazer o veículo percorrer o percurso de teste num total de nove vezes, podendo seguir trajectórias ligeiramente diferentes entre os pontos de medida. A área de teste era relativamente ampla de modo a se ter uma boa visibilidade dos satélites GPS. A estação base para o GPS diferencial foi colocada a uma pequena distância, distanciando aproximadamente 100m do percurso de teste, de modo a que as correcções diferenciais sejam o mais úteis possível, aumentando assim a precisão do sistema GPS utilizado. O veículo foi guiado manualmente, pelo que se compreende que a trajectória entre os pontos de medida seja ligeiramente diferente para cada uma das voltas ao percurso. Como o algoritmo de navegação não se encontra a funcionar em tempo real, os dados dos sensores foram registados para posterior processamento pelo algoritmo de navegação.

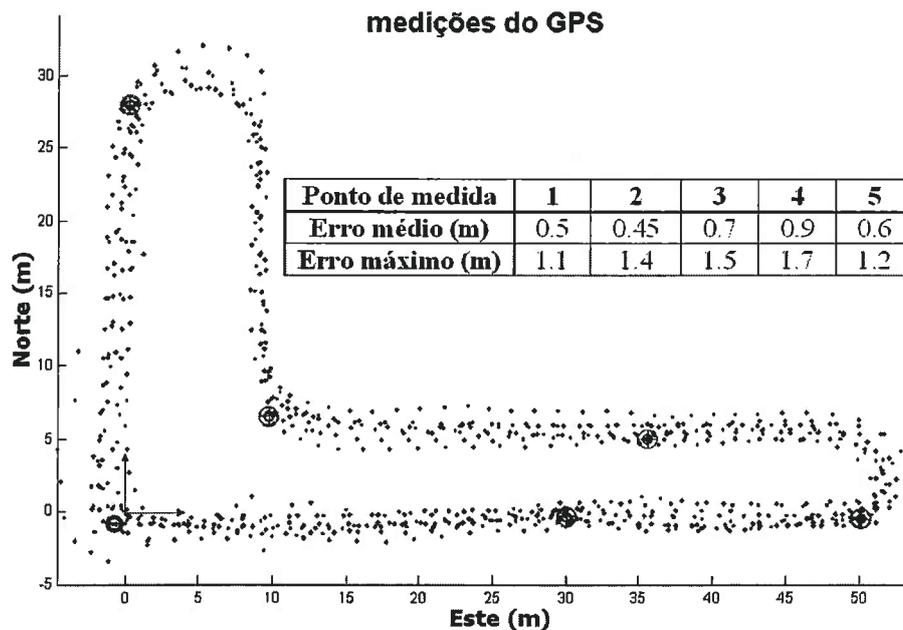


Figura 5.10: Resultados do GPS como solução única (apenas nos instantes com solução válida)

### 5.8.3 Resultados experimentais

O veículo foi colocado na origem do sistema de coordenadas do mapa do percurso (ver figura 5.8), tendo este sido percorrido no sentido anti-horário.

A figura 5.10 mostra a trajetória indicada pelo GPS no conjunto das nove voltas. Também se ilustram os cinco pontos de medida definidos na secção anterior, juntamente com o erro médio da solução GPS em cada um desses pontos. Os dados GPS apresentados na figura já se encontram filtrados de soluções obtidas por simples estimativa, já que estas resultam de instantes em que o GPS não tinha suficientes satélites em vista para determinar uma solução de posicionamento.

Deve notar-se que embora os erros apresentados sejam aceitáveis para uma configuração GPS diferencial simples, estes devem-se a uma vista relativamente ampla do céu que não é o cenário habitual em muitos ambientes urbanos.

Utilizando os algoritmos desenvolvidos para fundir estes dados com os dados dos sensores inerciais, foram obtidos os resultados ilustrados na figura 5.11 para a primeira

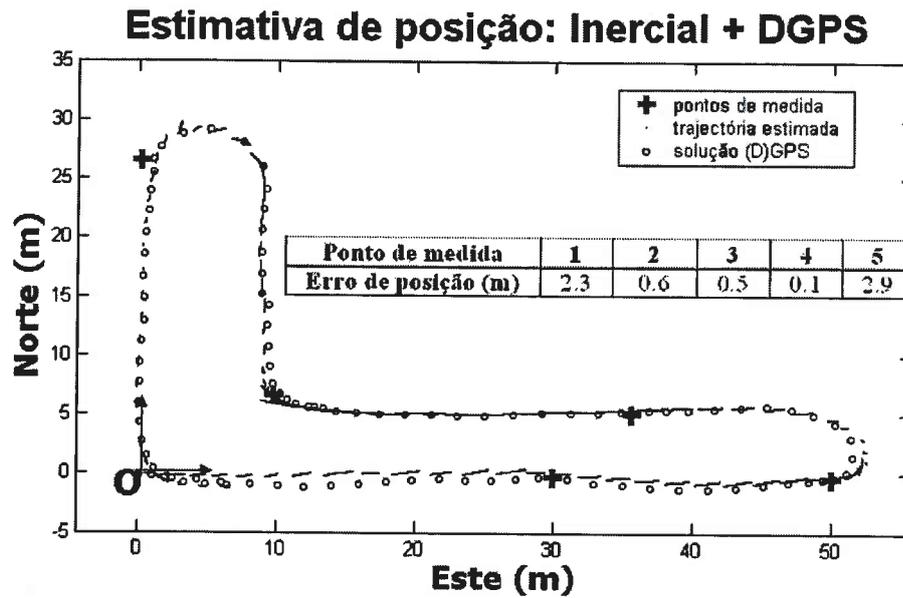


Figura 5.11: Resultados de posição para o sistema de navegação integrando GPS e sensores inerciais

das voltas de teste. A solução de navegação é atraída para a solução GPS nos instantes em que esta é tornada disponível, limitando assim o erro da solução. Comparando estes resultados com os resultados para o GPS a funcionar sozinho, nota-se que o erro do sistema de navegação desenvolvido apresenta erros inferiores em trajetórias lineares, mas erros substancialmente superiores nas curvas da trajetória. Suspeita-se que este comportamento se deva à necessidade de integrar os dados ruidosos dos acelerómetros que indicam uma componente da aceleração da gravidade como pertencente ao plano horizontal, devido ao erro na determinação da orientação do veículo. Estes erros na aceleração levam a que a velocidade estimada comece a divergir da velocidade real, pelo que, quando existe uma alteração na direcção do movimento, o estimador de posição continua a considerar que o veículo ainda mantém alguma velocidade na direcção em que se encontrava a mover anteriormente.

Os resultados para a estimação da orientação do veículo no plano tangente à Terra, durante uma volta ao percurso, ilustram-se na figura 5.12 em que o ângulo está definido no intervalo  $[-\pi, \pi]$ . Estes resultados mostram estar de acordo com a trajetória seguida.

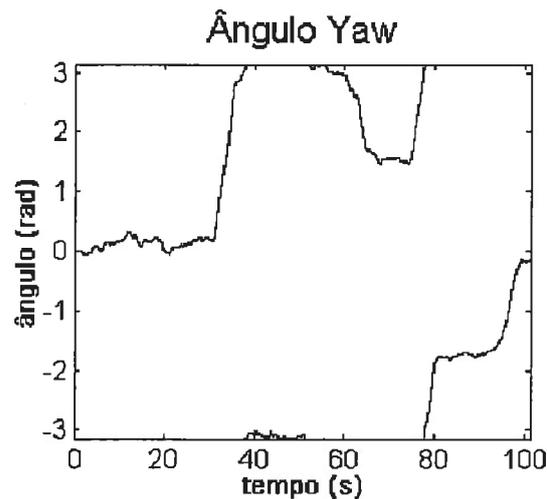


Figura 5.12: Resultados de orientação para o sistema de navegação integrando GPS e sensores inerciais

Os erros de orientação, obtidos usando as marcações no pavimento como referência, foram todos por volta dos  $10^\circ$ . Este facto parece dever-se mais aos erros na referência do ângulo, já que a inclinação das marcações foi efectuada recorrendo a uma bússola, tendo as marcações sido pintadas manualmente. Deste modo não se apresentam esses resultados, já que a precisão das medidas de referência é inferior à precisão das medições efectuadas no ensaio.

### 5.8.3.1 Comparação de resultados

Ao comparar os resultados obtidos com resultados de outros trabalhos na área notam-se algumas semelhanças, mas também algumas diferenças significativas.

A grande diferença está ao nível dos receptores GPS utilizados. A maioria dos trabalhos analisados usa receptores GPS dos mais avançados tecnologicamente. Como a precisão do sistema depende muito da precisão do GPS, estes sistemas apresentam um bom desempenho. O trabalho apresentado em [Sukkarieh et al., 1998], embora tenha sido realizado na altura em que a disponibilidade selectiva (SA) do GPS ainda se encontrava activa, apresenta resultados semelhantes aos deste trabalho. O erro é por vezes superior, mas isso deve-se aos erros introduzidos pela SA.

O trabalho em [Petovello et al., 2001] foi desenvolvido quando a SA já se encontrava desligada e utiliza um receptor GPS com precisão de 2cm. Daí é fácil de verificar que a precisão do sistema final seja bastante elevada, no entanto os resultados que tiveram são semelhantes aos deste trabalho no sentido de se ter uma divergência semelhante para o erro dos sensores inerciais.

Qualquer dos receptores usados nestes trabalhos apresenta a solução de posicionamento a uma taxa elevada, comparativamente com a taxa de 1Hz utilizada na maioria dos receptores. Este factor permite-lhes corrigir o filtro de integração mais frequentemente e conseqüentemente ter um menor erro.

De uma forma geral a precisão do sistema de navegação está muito dependente da precisão do receptor GPS e nesse sentido o sistema aqui desenvolvido tem um desempenho inferior aos referidos anteriormente. No entanto, considerando que o objectivo era obter um sistema de navegação de baixo custo, os resultados obtidos mostram-se satisfatórios quando comparados com os desses sistemas bem mais dispendiosos.

## 5.9 Sumário

Este capítulo apresenta o sistema de navegação desenvolvido no âmbito desta tese. Apresentou-se o protótipo do sistema e passou-se à definição da arquitectura de integração a utilizar para o sistema. Decidiu-se que se optaria por uma arquitectura de integração fracamente acoplada tendo-se apresentado de seguida o modelo do sistema para o filtro de Kalman, que considera que o veículo se movimenta com aceleração linear constante e velocidade angular constante. Passou-se de seguida para uma exposição das técnicas utilizadas para melhorar a solução de navegação. Foi indicado qual o tratamento aplicado às medições inerciais, incluindo o procedimento de actualização do quaternião que exprime a pose do veículo. Foi indicado como se procede à determinação da pose inicial deste, baseada na direcção da aceleração gravítica e na direcção do norte magnético. Foi ainda indicado o tratamento que foi aplicado às medições do receptor GPS e abordaram-se os aspectos relacionados com as considerações de operação do algoritmo em tempo real e a resposta rápida do filtro a novas medições.

De seguida passou-se à parte mais experimental, tendo sido apresentado o *software*

desenvolvido para a aplicação do sistema de navegação no veículo autónomo, tendo sido dada especial atenção aos requisitos de tempo real que o *software* de aquisição de dados tem que respeitar. Seguiu-se a definição dos procedimentos de teste e avaliação de desempenho para os algoritmos de navegação. A avaliação da precisão de posicionamento é efectuada apenas em alguns pontos discretos da trajectória seguida, recorrendo-se a uma *webcam* e a marcações no pavimento. Por fim apresentam-se os resultados de um teste, em que o sistema de navegação é utilizado para indicar a posição do veículo. O capítulo conclui-se com uma breve comparação a outros trabalhos na área.

## Capítulo 6

### Conclusões e Discussão

Nesta tese foi apresentado o estudo e passos de desenvolvimento de um sistema de navegação adequado a um veículo terrestre, integrando informação inercial e informação do GPS, proveniente de sensores de baixo ou médio custo. Foi de início decidido que a solução a indicar seria apenas no plano tangente à superfície da Terra, já que ambos os sistemas de navegação apresentam uma solução instável para o posicionamento vertical.

Foi obtido um modelo matemático para os sensores inerciais e efectuada a calibração dos sensores em relação ao modelo proposto. Esta calibração provou diminuir drasticamente o erro destes em relação à utilização da folha de calibração fornecida pelo fabricante. Os dados dos acelerómetros mostraram ser mais ruidosos que os dos giroscópios. Foi efectuada uma comparação dos erros dos sensores entre duas unidades de medições inerciais e este foi considerado semelhante, verificando-se que na unidade sensorial utilizada o erro dos acelerómetros era predominante na direcção sujeita a um maior valor de aceleração.

A integração das medidas dos sensores inerciais com as do GPS foi efectuada recorrendo a uma arquitectura de integração fracamente acoplada, em que o GPS e a IMU funcionam de modo independente. Foi utilizado um filtro de Kalman para efectuar a referida integração, mas houve a necessidade de efectuar algum pré-processamento de filtragem dos dados para garantir que a solução não diverge muito. Uma das considerações mais importantes deste pré-processamento foi a de que o veículo se desloca predominantemente segundo o eixo *roll* do sistema de coordenadas {RPY},

podendo então ser descartadas as medições que se afastem muito desse pressuposto.

Foram analisados os requisitos para a operação do sistema de navegação em tempo real e foi criado o *software* de suporte a essa operação. Também foram definidos os procedimentos para avaliação do desempenho do sistema, tendo sido realizados alguns ensaios experimentais.

Os resultados obtidos para o sistema de navegação desenvolvido, apresentam uma precisão superior à utilização de qualquer dos sistemas componentes em modo independente, visto que temos o erro limitado pela solução do GPS e os sensores inerciais realizam uma actualização da solução durante os instantes em que não estão disponíveis soluções do GPS. Foi no entanto verificado que o sistema diverge muito rapidamente caso se perca a solução do GPS. Pela observação dos resultados obtidos, conclui-se que é necessária mais alguma inspecção dos erros da unidade de medições inerciais utilizada. O desempenho do sistema inercial ainda está muito aquém do que seria desejável para uma aplicação num veículo autónomo. Verifica-se que outros trabalhos na área se baseiam em receptores GPS mais sofisticados, e conseqüentemente mais dispendiosos. Esse facto permite-lhes obter boas soluções de posicionamento, já que a precisão do GPS é a que limita o erro do sistema total.

Conclui-se ainda que muitos dos problemas verificados se devem às soluções adoptadas, que não solucionaram os problemas iniciais de forma óptima. Nomeadamente a arquitectura do sistema utilizado apresenta alguns inconvenientes, já que a solução do GPS podia ser melhorada com o conhecimento da dinâmica do movimento que o sistema inercial proporciona. Também o modelo para o sistema, usado no filtro de Kalman, não apresenta uma solução que tende a convergir. Embora seja interessante colocar o filtro de navegação a determinar directamente a posição e orientação do veículo, deve-se investigar qual a melhoria que se obtém ao estimar os parâmetros de erro dos sensores, como se observa em muitos dos trabalhos na área.

O estudo aqui efectuado mostrou que a integração de GPS com medições inerciais apresenta o potencial de criar um sistema de navegação com uma taxa de actualização substancialmente mais elevada que a do GPS e uma precisão idêntica à da solução GPS utilizada. No entanto a precisão atingida não é suficiente para um veículo autónomo se deslocar em ambientes de pequenas dimensões como se espera para o veículo CyberCar. Este sistema pode fornecer informação valiosa ao veículo, mas deverá ser auxiliado por um sistema de posicionamento absoluto alternativo, como um sistema de visão, para

não deixar a solução de navegação divergir na ausência de uma solução do GPS.

Com o advento do sistema Galileo esperam-se obter precisões superiores na solução do sistema de navegação por satélite (GPS), mesmo usando receptores pouco dispendiosos, o que irá consequentemente aumentar a precisão deste sistema. Ao ter um sistema de posicionamento global com precisão elevada torna-se ainda possível efectuar correcções mais precisas aos parâmetros dos sensores inerciais, levando a um novo aumento da precisão deste tipo de sistemas.



## Referências

- [Ausman et al., 1962] J. Stanley Ausman, Thomas J. Burns, David P. Chandler, Robert L. Doty e Alvin N. Drucker. *Inertial Guidance*. John Wiley & Sons, Inc., 1962.
- [Barrows et al., 1996] Andrew K. Barrows, Demoz Gebre-Egziabher, Roger Hayward, Renxin Xia e J. David Powell. GPS-based attitude and guidance displays for general aviation. Em *IEEE Emerging Technologies and Factory Automation '96*, Kauai, HI, Novembro 1996. Disponível em [waas.stanford.edu/~wwu/gebre/](http://waas.stanford.edu/~wwu/gebre/).
- [Bosse e Teller, 2000] Michael Bosse e Seth Teller. Navigation sensor fusion for a geo-referenced camera (extended abstract), 2000. Disponível em [citeseer.nj.nec.com/bosse00navigation.html](http://citeseer.nj.nec.com/bosse00navigation.html).
- [Brown e Sullivan, 2002] Alison Brown e Dan Sullivan. Inertial navigation electro-optical aiding during GPS dropouts. Em *Proceedings of the Joint Navigation Conference 2002*, Orlando, FL, Maio 2002. NAVSYS Corporation. Disponível em [www.navsys.com/Papers/0205001.pdf](http://www.navsys.com/Papers/0205001.pdf).
- [Brown, 1998] Alison K. Brown. High accuracy targeting using a GPS-aided inertial measurement unit. Em *ION 54th Annual Meeting*, Denver, CO, Junho 1998. NAVSYS Corporation. Disponível em [www.navsys.com/Papers/9806003.pdf](http://www.navsys.com/Papers/9806003.pdf).
- [Cramer, 2001] Michael Cramer. On the use of direct georeferencing in airborne photogrammetry. Em *Proceedings 3rd. International Symposium on Mobile Mapping Technology*, Cairo, Janeiro 2001. Disponível em [www.ifp.uni-stuttgart.de/publications/2001/pub2001.html](http://www.ifp.uni-stuttgart.de/publications/2001/pub2001.html).
- [Cramer et al., 2000] Michael Cramer, Dirk Stallmann e Norbert Haala. Direct georeferencing using GPS/inertial exterior orientations for photogrammetric

- applications. *IAPRS*, XXXIII(Part B3/1):198-206, 2000. Disponível em [www.ifp.uni-stuttgart.de/publications/2000/pub2000.html](http://www.ifp.uni-stuttgart.de/publications/2000/pub2000.html).
- [EUR, 1998] *WGS84 Implementation Manual*. EUROCONTROL and IfEN, Fevereiro 1998. Disponível em [www.wgs84.com/files/wgsman24.pdf](http://www.wgs84.com/files/wgsman24.pdf).
- [Gebre-Egziabher et al., 2001] D. Gebre-Egziabher, J. D. Powell e P. K. Enge. Design and performance analysis of a low-cost aided dead reckoning navigation system. Em *The International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg Russia, Maio 2001. Disponível em [waas.stanford.edu/~wwu/gebre/](http://waas.stanford.edu/~wwu/gebre/).
- [Gebre-Egziabher et al., 1998] Demoz Gebre-Egziabher, Roger C. Hayward e J. David Powell. A low-cost GPS/inertial attitude heading reference system (AHRS) for general aviation applications. Em *IEEE PLANS '98*, Rancho Mirage, CA, Abril 1998. Disponível em [waas.stanford.edu/~wwu/gebre/](http://waas.stanford.edu/~wwu/gebre/).
- [Grewal e Andrews, 2001] Mohinder S. Grewal e Angus P. Andrews. *Kalman Filtering: Theory and Practice using MATLAB*. Wiley Interscience, 2 edição, 2001. ISBN 0-471-39254-5.
- [Grewal et al., 2001] Mohinder S. Grewal, Lawrence R. Weill e Angus P. Andrews. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*. Wiley Interscience, 2001. ISBN 0-471-35032-X.
- [Gurr et al., 2001] Richard Gurr, Allen Khosrowabadi, William Tagliaferro e Gary Glazner. Relative kinematics and real-time moses operations. Em *5th Annual ITEA Test Instrumentation Workshop*, Abril-Maio 2001. Disponível em <http://www.edwards.af.mil/itea/papers01.htm>.
- [Hayward et al., 1998] Roger C. Hayward, Demoz Gebre-Egziabher e J. David Powell. GPS-based attitude for aircraft. Em *The International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg Russia, Maio 1998. Disponível em [waas.stanford.edu/~wwu/gebre/](http://waas.stanford.edu/~wwu/gebre/).
- [Hayward et al., 1997] Roger C. Hayward, Demoz Gebre-Egziabher, Matt Schwall, J. David Powell e John Wilson. Inertially aided GPS based attitude heading reference system (AHRS) for general aviation aircraft. Em *ION GPS'97*, Kansas City, Missouri, Setembro 1997. Stanford university. Disponível em [einstein.stanford.edu/gps/](http://einstein.stanford.edu/gps/).

- [Johnson et al., 2002] Roger Johnson, Jerzy Sasiadek e Janusz Zalewski. Kalman filter enhancement for UAV navigation. Em *SCS 2002 Collaborative Technologies Symposium*, San Antonio, Texas, Janeiro 2002. Disponível em [www-ece.engr.ucf.edu/~jza/down/publs.html](http://www-ece.engr.ucf.edu/~jza/down/publs.html).
- [Kaplan, 1996] E. D. Kaplan. *Understanding GPS: Principles and Applications*. Artech House, Março 1996. ISBN 0890067937.
- [Kayton e Fried, 1997] Myron Kayton e Walter R. Fried. *Avionics Navigation Systems*. John Wiley & Sons, Inc., 2 edição, 1997. ISBN 0-471-54795-6.
- [Kong et al., 1999] Xiaoying Kong, Eduardo M. Nebot e Hugh Durrant-Whyte. Development of a non-linear psi-angle model for large misalignment errors and its application in INS alignment and calibration. Em *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, Maio 1999.
- [Leon, 1998] Steve J. Leon. *Linear Algebra With Applications*. Prentice Hall, 5 edição, 1998.
- [Lobo et al., 1998] Jorge Lobo, Lino Marques, Jorge Dias, Urbano Nunes e Aníbal T. de Almeida. Sensors for mobile robot navigation. Em Aníbal T. Almeida e Oussama Khatib, editores, *Autonomous Robotic Systems*, volume 236 de *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, páginas 51–81. Springer, 1998. ISBN 1-85233-036-8.
- [Mao et al., 2002] Xuchu Mao, Massaki Wada e Hideki Hashimoto. Investigation on nonlinear filtering algorithms for GPS. Em *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium 2002 (IV'2002)*, Versailles, France, Junho 2002.
- [Mic, 1999]  $\mu$ INS SYSTEM OVERVIEW. Microbotics Inc, Abril 1999.
- [Nebot et al., 1998] E. M. Nebot, H. Durrant Whyte e S. Scheduling. Frequency domain modeling of aided for vehicle navigation systems. *Journal of Robotics and Autonomous Systems*, páginas 73–82, 1998.
- [Nebot e Durrant-Whyte, 1999] Eduardo Nebot e Hugh Durrant-Whyte. Initial calibration and alignment of low cost inertial navigation units for land vehicle applications. *Journal of Robotics Systems*, 16(2):81–92, Fevereiro 1999.

- [Oliveira, 1999] H. Oliveira. Integração do GPS com micro sensores inerciais e altitude barométrica para uma aeronave não tripulada. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, 1999.
- [Panzieri et al., 2001] S. Panzieri, F. Pascucci e G. Ulivi. An outdoor navigation system using GPS and inertial platform. Em *2001 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Proceedings*, páginas 1346–1351, 2001.
- [Petovello et al., 2001] M.G. Petovello, M.E. Cannon, G. Lachapelle, J. Wang, C.K.H. Wilson, O.S. Salychev e V.V. Voronov. Development and testing of a real-time GPS/INS reference system for autonomous automobile navigation. Em *Proceedings of ION GPS-01*, Salt Lake City, UT, Setembro 2001. Disponível em [lgs.webzone.ru/papers/pap10.pdf](http://lgs.webzone.ru/papers/pap10.pdf).
- [Reid et al., 1997] D.B. Reid, E. Lithopoulos e Joe Hutton. Automatic sensor orientation using integrated inertial/GPS: The POS/DG system, 1997. Applanix Corporation Toronto, Canada, Commission III, Working Group 1. Disponível em [citeseer.nj.nec.com/22686.html](http://citeseer.nj.nec.com/22686.html).
- [Schönberg et al., 1995] T. Schönberg, M. Ojala, J. Suomela, A. Torpo e A. Halme. Positioning an autonomous off-road vehicle by using fused DGPS and inertial navigation. Em *2nd IFAC Conference on Intelligent Autonomous Vehicles*, páginas 226–231, Helsinki, Finland, 1995. Disponível em [www.automation.hut.fi/publ/publ1995.html](http://www.automation.hut.fi/publ/publ1995.html).
- [Sukkarieh et al., 1998] Salah Sukkarieh, Eduardo M. Nebot e Hugh F. Durrant-Whyte. Achieving integrity in an INS/GPS navigation loop for autonomous land vehicle applications. Em *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, volume 4, páginas 3437–3442, Leuven, Bélgica, Maio 1998.
- [Sukkarieh et al., 1999] Salah Sukkarieh, Eduardo M. Nebot e Hugh F. Durrant-Whyte. A high integrity IMU/GPS navigation loop for autonomous land vehicle applications. Em *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, volume 15, 3, páginas 572–578, Junho 1999.
- [Sullivan e Brown, 2002] Daniel Sullivan e Alison Brown. High accuracy autonomous image georeferencing using a GPS/inertial-aided digital imaging system. Em

*Proceedings of ION National Technical Meeting 2002*, San Diego, CA, Janeiro 2002. NAVSYS Corporation. Disponível em [www.navsys.com/Papers/0201002.pdf](http://www.navsys.com/Papers/0201002.pdf).

[Wang et al., 2001] Jinling Wang, Liwen Dai, Toshiaki Tsujii, Chris Rizos, Dorota Grejner-Brzezinska e Charles Toth. GPS/INS/pseudolite integration: Concepts, simulation and testing. Em *14th Int. Tech. Meeting of the Satellite Division of the U.S. Inst. of Navigation*, Salt Lake City, Utah, Setembro 2001. Disponível em [www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/wang\\_etal2001d.pdf](http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/wang_etal2001d.pdf).

