

# OPTIMIZAÇÃO DE PONTES PEDONAIS COM TIRANTES ACTIVOS

Fernando L.S. Ferreira<sup>1</sup> e Luis M.C. Simões<sup>2</sup>

1: Dep. Eng. Civil  
Universidade do Porto  
Portugal  
e-mail: [fernando\\_f2006@portugalmail.pt](mailto:fernando_f2006@portugalmail.pt)

2: Departamento de Engenharia Civil  
Universidade de Coimbra  
Portugal  
e-mail: [lcsimoes@dec.uc.pt](mailto:lcsimoes@dec.uc.pt)

**Palavras-chave:** pontes de tirantes, controlo da estrutura, optimização com objectivos múltiplos

**Resumo:** *Nas últimas décadas tem crescido o interesse pela investigação na área do controlo aplicado a estruturas de engenharia civil, sendo possível melhorar o desempenho da estrutura utilizando este tipo de técnicas. Para efectuar o controlo são colocados dispositivos que utilizam a informação disponibilizada por sensores de modo a modificar as propriedades dinâmicas.*

*Neste trabalho é desenvolvida uma estratégia que permite otimizar uma ponte de tirantes pedonal com controlo activo de modo a aumentar a segurança relativa ao carregamento dinâmico, em particular a vibração provocada pelos utilizadores.*

*Pontes pedonais metálicas são normalmente muito flexíveis o que, associado a um amortecimento baixo, amplifica a sua resposta a acções dinâmicas. A ponte de tirantes dimensionada pretende garantir que os estados limites de utilização não são ultrapassados no decurso de uma prova de atletismo.*

*O problema de optimização consiste em minimizar custo, tensões, acelerações e deslocamentos. É formulado como um problema com objectivos múltiplos, sendo determinada uma solução de Pareto. Para obter uma solução mini-max, a importância dos objectivos é definida de acordo com a entropia de informação do modelo, sendo utilizado um algoritmo que consiste na minimização sequencial de uma função escalar. São obtidas as soluções óptimas associadas a pontes com tirantes activos e passivos e comparam-se os seus desempenhos.*

## 1. INTRODUÇÃO

As estruturas e dispositivos para o seu controlo são normalmente dimensionados separadamente. Neste trabalho é proposta uma metodologia integrada que é aplicada a uma ponte de tirantes pedonal. Tzan & Pantelides [1] efectuaram o dimensionamento de um pórtico com dispositivos activos submetido a uma excitação sísmica que tem como objectivo minimizar o volume da estrutura impondo restrições aos deslocamentos dos andares e tensões. Khot [2] abordou sistemas estruturais aero-espaciais utilizando como objectivos o volume, força de controlo e o tempo para suprimir as oscilações. Em 2008 Cimellaro [3] apresentaram uma metodologia de optimização em duas fases para pórticos com dispositivos activos. Cimellaro em 2009 [4] generalizou a sua metodologia ao abordar estruturas com comportamento não-linear.

As pontes pedonais são normalmente muito flexíveis o que, associado a um amortecimento baixo, amplifica a sua resposta a acções dinâmicas. SETRA [5] publicou um estudo detalhado para esse tipo de estruturas, realçando a importância das propriedades dinâmicas. A ponte de tirantes aqui representada pretende garantir que são cumpridos os estados limites de utilização no decorrer de uma prova de atletismo.

Como só se considera a vibração vertical é utilizado um modelo bi-dimensional. O objectivo é determinar os dimensionamentos óptimos para uma ponte de tirantes passiva e uma idêntica com um cabo activo e comparar os seus desempenhos. Para dimensionar utilizam-se os eurocódigos EC0 e EC1. O problema é formulado com objectivos múltiplos sendo determinada uma solução de Pareto. Para obter uma solução mini-max, a importância dos objectivos é definida de acordo com a entropia de informação do modelo, sendo utilizado um algoritmo que consiste na minimização sequencial de uma função escalar. Deste modo obtêm-se as soluções óptimas associadas a pontes com tirantes activos e passivos e comparam-se os seus desempenhos.

## 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

### 2.1. Descrição do modelo

A ponte de tirantes tem um vão total de 70 m e a altura da torre sob o tabuleiro de 6 m. A largura é de 6 m para permitir trânsito de peões.

Foi adoptada a geometria indicada na Fig.2 com três cabos passivos no vão esquerdo e dois no direito para o dimensionamento com um cabo activo. Se todos os tirantes forem passivos seriam utilizados quatro no vão esquerdo e dois no direito.

Considera-se a fundação suficientemente rígida para ser ignorada a interacção solo-estrutura. O encontro direito impede o deslocamento horizontal do tabuleiro. O tabuleiro é constituído por uma laje em betão apoiada numa viga metálica cujo perfil HEB pode diferir no vão esquerdo e direito. Foi adoptada uma secção metálica rectangular oca para a torre.

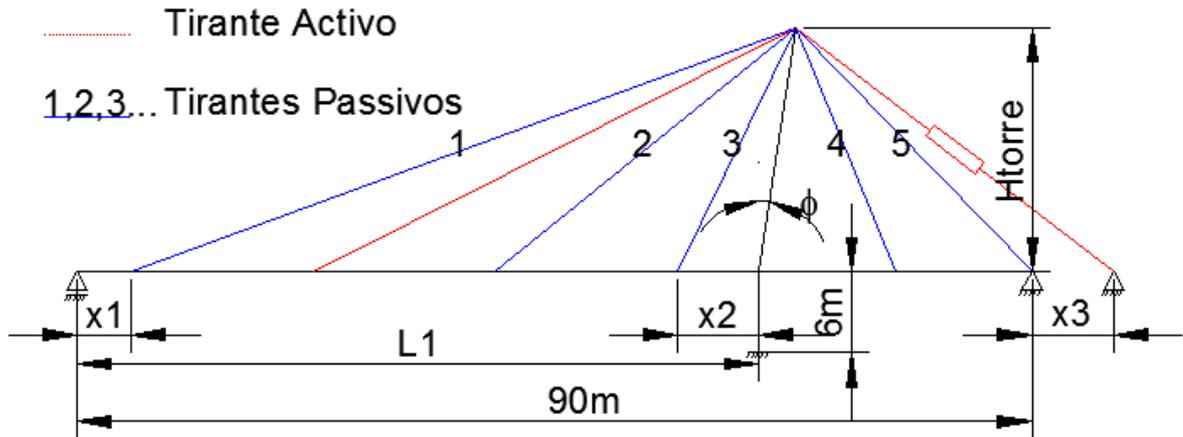


Figura 1 Geometria da ponte

A estrutura é constituída por aço S275. A tensão máxima nos tirantes é 700 MPa. Admite-se que o cabo activo suporta 1200 kN de força máxima. Para calcular o custo entra-se com 11000€m<sup>3</sup> para o aço do tabuleiro, 15000€m<sup>3</sup> para o aço da torre, 20000€m<sup>3</sup> para o aço dos cabos e 500€m<sup>3</sup> para a laje em betão.

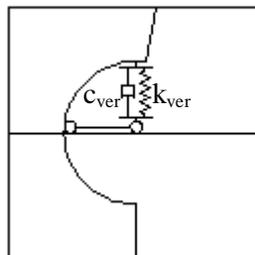


Figura 2 Ligação torre-tabuleiro

## 2.2. Variáveis de decisão

No problema com controlo activo considera-se um total de 29 variáveis de decisão descritas na Tabela 1. No caso passivo não se consideram as variáveis de controlo bem como o tirante activo. A rigidez e amortecimento das ligações verticais entre o tabuleiro e torre são variáveis de decisão. Bem como o comprimento do vão esquerdo, a altura e ângulo da torre, o posicionamento do primeiro e último cabo no tabuleiro esquerdo.

## 2.3. Dimensionamento Estático

Os quatro tipos de carregamento são: peso próprio, sobrecarga, vento e força de pré-esforço nos tirantes. Os coeficientes de combinação e redução dos carregamentos decorrem do EC0. Para calcular a estrutura consideram-se 3 estados limites de utilização e três estados limites últimos.

VD n°	Descrição	VD n°	Descrição
1	Vão esquerdo da ponte (L1)	16	Pré-esforço no 1° tirante
2	Ancoragem do 1° cabo (x1)	17	Pré-esforço no 2° tirante
3	Ancoragem do último cabo (x2)	18	Pré-esforço no 3° tirante
4	Altura da torre (Htorre)	19	Pré-esforço no 4° tirante
5	Altura HEB no vão esquerdo	20	Pré-esforço no 5° tirante
6	Altura HEB no vão direito	21	Pré-esforço no 6° tirante
7	Comprimento na base da torre	21	Pré-esforço no tirante activo ( $T_0^{AT}$ )
8	Largura na base da torre	22	$k_1$ do controlo activo
9	Espessura na base da torre	23	$k_2$ do controlo activo
10	Comprimento no topo da torre	24	Espessura da laje em betão
11	Largura no topo da torre	25	Rigidez da ligação vertical ( $k_{ver}$ )
12	Largura no topo da torre	26	Ângulo da torre ( $\phi$ )
13	Área dos cabos no vão esquerdo	27	$c_1$ do controlo activo
14	Área dos cabos no vão esquerdo	28	$c_2$ do controlo activo
15	Amarração do tirante activo (x3)	29	Amortecimento da ligação vertical ( $c_{ver}$ )

Tabela 1: Varáveis de decisão (VD)

Nome	Combinação de acções de cálculo	Actuação nos vãos
<b>ELUt-1</b>	“ $G_k$ ”+” $P$ ”	-
<b>ELUt-2</b>	“ $G_k$ ”+” $P$ ”+0.2” $W_k$ ”+ 0.3” $Q_k$ ”	Figura 3 a)
<b>ELUt-3</b>	“ $G_k$ ”+” $P$ ”+0.5” $Q_k$ ”+0” $W_k$ ”	Figura 3 b)
<b>ELUI-1</b>	“ $G_k$ ”+1.15” $P$ ”+1.5” $W_k$ ”+ 1.5*0.7” $Q_k$ ”	Figura 3 a)
<b>ELUI-2</b>	1.35” $G_k$ ”+0.85” $P$ ”+1.5” $Q_k$ ”+ 1.5*0.6” $W_k$ ”	Figura 3 b)
<b>ELUI-3</b>	1.35” $G_k$ ”+” $P$ ”+1.5” $Q_k$ ”+ 1.5*0.6” $W_k$ ”	Figura 3 c)

Tabela 2: Combinação das acções de cálculo

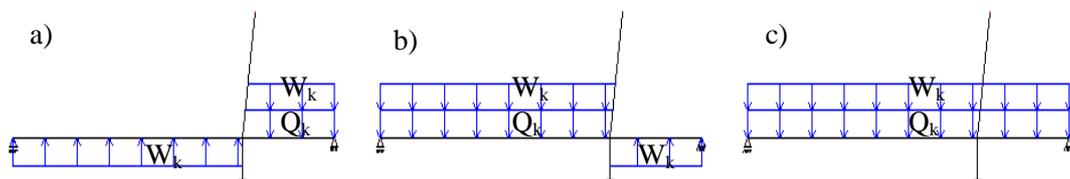


Figura 3: Carregamento

Na tabela 3 são representadas as variáveis de estado (SV). Para as normalizar e utilizar o algoritmo de optimização, são todas divididas pelos valores admissíveis máximos. Pretende-se determinar o custo mínimo da estrutura garantindo que todas as variáveis de estado se mantenham dentro dos limites definidos.

<i>Restrição de cálculo</i>	<i>Combinação usada</i>	<i>Limites</i>
Tensão no tabuleiro	ELUI-1,2 and 3	Limite elástico
Tensão na torre	ELUI -1,2 and 3	Limite elástico e encurvadura
Tensão no tirante	ELUI -1,2 and 3	Entre 15 e 100% do limite elástico
Tensão no tirante activo	ELUt -1	Entre 240 e 960 kN
Tensão no tirante activo	ELUI -1,2 and 3	Entre 180 e 1200 kN
Deslocamentos na torre e tabuleiro	ELUt -1	L/1500
Deslocamentos na torre e tabuleiro	ELUt-2 and 3	L/500

Tabela 3 Variáveis de Estado (Objectivos)

#### 2.4. Dimensionamento Dinâmico

A ponte pedonal está concebida para permitir a sua utilização durante uma prova de atletismo. Os deslocamentos verticais e acelerações têm de garantir o conforto dos atletas. As variáveis dinâmicas e os limites são descritos na Tabela 4.

<i>Restrição de cálculo</i>	<i>Limites</i>
Aceleração do tabuleiro e torre	2.5 m/s <sup>2</sup>
Aumento da tensão no cabo activo	120 kN
Deslocamento na torre e tabuleiro	L/500
Força no amortecedor	30kN

Tabela 4: Critérios de dimensionamento dinâmico

Considera-se um conjunto de corredores, densidade  $d$  de 1 corredor/m<sup>2</sup>, à velocidade de 4,5 m/s e frequência entre 2 e 4 Hz. O dimensionamento considera as frequências de passadas dos corredores 2, 2,5 3 e 3,5 Hz e também frequências coincidentes com as da ponte no mesmo intervalo. O carregamento dinâmico dos corredores é caracterizado pela sua frequência e a partir desta é possível definir as restantes propriedades e a sua variação no tempo [5].

1. Quociente entre a força máxima e o peso estático do corredor –  $kp$
2. Tempo de contacto da passada –  $tp$

A partir da frequência é possível determinar a variação da carga com o tempo (Figura 4)

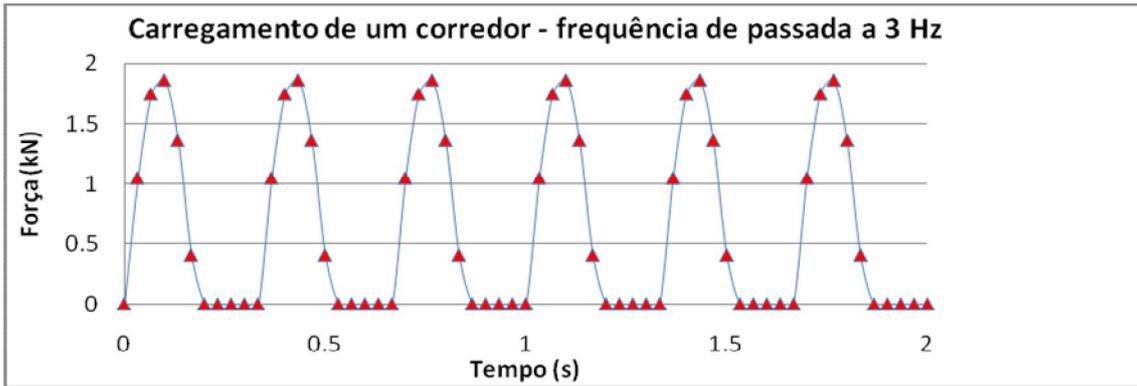


Figura 4: Variação temporal da carga para um corredor

Os corredores são estudados como se constituíssem uma série de cargas móveis que se deslocam de acordo com a variação no tempo indicada. Para efeitos de cálculo admite-se que tem a mesma frequência sendo a fase aleatória. O número de corredores que se deslocam com a mesma frequência ( $N_{eq}$ ) é obtido (eq. 2) a partir do número total de utilizadores  $N$  (eq. 1).

$$N = d \times \text{vão} \times \text{largura} = 420 \text{ corredores} \quad (1)$$

$$N_{eq} = 1.85 \times \sqrt{N} \approx 38 \text{ corredores} \quad (2)$$

## 2.5. Amortecedor passivo e tirante com controlo activo

O tirante activo utiliza a informação dos sensores localizados nos pontos 1 e 2 (Fig.5) que permitem determinar deslocamentos e velocidades. Este tirante vai introduzir uma carga axial  $T$  em todo o comprimento, sendo esta desviada no topo da torre. O cabo activo é ancorado no tabuleiro e num bloco de amarração localizado fora da ponte pedonal.

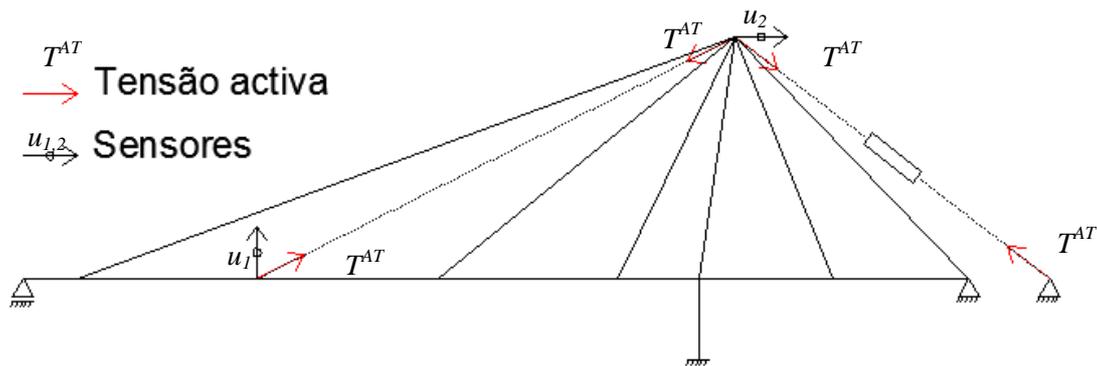


Figura 5: Localização do sensor e tracção no tirante activo

Os parâmetros da lei de controlo são variáveis de decisão. Pretende-se encontrar um sistema de controlo estável adicionando amortecimento à solução inicial.

$$T^{AT} = T_0^{AT} + [k_1 \quad k_2] \times \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + [c_1 \quad c_2] \times \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Obtêm-se as matrizes  $K^{AT}$  e  $C^{AT}$  que correspondem ao efeito do tirante activo na estrutura em termos de rigidez e amortecimento (eq. 4-7).

$$K^{AT} = -f_{un}^{AT} \times [0 \quad \dots \quad k_1 \quad \dots \quad k_2 \quad \dots] \quad (4)$$

$$C^{AT} = -f_{un}^{AT} \times [0 \quad \dots \quad c_1 \quad \dots \quad c_2 \quad \dots] \quad (5)$$

$$K^{structAT} = K^{struct} + K^{AT} \quad (6)$$

$$C^{structAT} = C^{Rayleigh} + C^{AT} + C^{ver} \quad (7)$$

onde:

- $K^{structAT}$  Matriz de rigidez da estrutura incluindo a influência do tirante activo
- $C^{structAT}$  Matriz de amortecimento da estrutura incluindo a influência do tirante activo
- $K^{struct}$  Matriz de rigidez da estrutura
- $C^{ver}$  Amortecimento da restrição vertical
- $f_{un}^{AT}$  Força unitária no tirante activo

O amortecimento que caracteriza a estrutura foi determinado utilizando a matriz de amortecimento de Rayleigh. Considera-se o amortecimento crítico de 0.4% para as frequências 2 e 4 Hz. Uma vez que se encontram nesta gama as frequências que interessa considerar, utiliza-se uma aproximação do lado da segurança. Esta aproximação tem a vantagem adicional de permitir obter a sensibilidade do amortecimento relativamente à frequência da estrutura e deste modo o algoritmo de optimização vai pesquisar frequência fora desta gama amortecida. O amortecimento real integra os efeitos resultantes do tirante activo e restrições verticais.

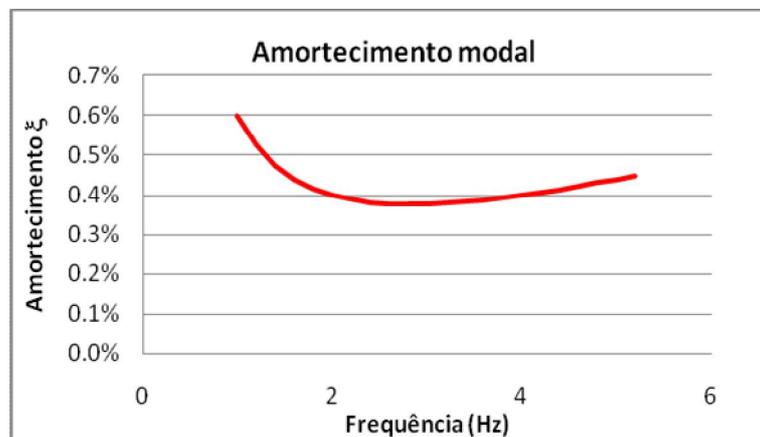


Figura 6: Amortecimento de Rayleigh

### 3. ESTRATÉGIA DE OPTIMIZAÇÃO

#### 3.1. Optimização multi-objectivo

Pretende determinar-se uma solução de Pareto para o problema de optimização com objectivos múltiplos. Utiliza-se uma técnica baseada em entropia de informação para obter uma solução minimax através da minimização de uma função escalar. Utilizando a entropia máxima, o problema é formulado através da função Kreisselmeyer-Stainhauser.

Deste modo obtém-se uma aproximação convexa de todos os objectivos. A precisão aumenta se o valor de  $\rho$  utilizado for elevado.

$$\text{Minimizar } \frac{1}{\rho} \ln \left[ \sum_{i=1}^{N_{SV}} e^{\rho \left[ F^i(\bar{v}) + \sum_{j=1}^{N_{DV}} \left( \frac{\partial F^i(\bar{v})}{\partial v_j} \times \Delta v_j \right) - 1 \right]} \right] \quad (8)$$

onde:

$N_{SV}$  Número de objectivos (variáveis de estado)

$N_{DV}$  Número de variáveis de decisão

$F^i(v)$  Variável de estado  $i$

$v_j$  Variável de decisão  $j$

$\Delta v_j$  Variação da variável de decisão  $j$

### 3.2. Método de Resolução

As variáveis estáticas e dinâmicas são sempre divididas pelos seus valores máximos pretendendo-se que estes objectivos sejam todos inferiores a 1. O custo de referência é actualizado em cada iteração de modo a que esta variável de estado seja igual a 1. Se a estrutura não satisfizer todos os critérios de segurança, o algoritmo de optimização vai produzir uma solução que os satisfaça. Em seguida o algoritmo de optimização reduz o custo satisfazendo simultaneamente todos os restantes objectivos.

O algoritmo de optimização utiliza 131 variáveis de estado sob carregamento estático. Para a acção dinâmica é necessário avaliar a evolução de cada uma destas variáveis com o tempo. Deste modo, se fossem utilizados todos os intervalos, o volume de cálculo seria muito elevado. Por esse motivo só foram retidos três valores extremos de cada um dos objectivos, o que resulta em 936 variáveis de estado para o carregamento dinâmico. Em cada iteração para além das variáveis de estado, são calculadas as sensibilidades em ordem às variáveis de decisão usando diferenças finitas. Chega-se a um vector com 1068 variáveis de estado e à matriz dos gradientes (1068x29). Estes resultados são introduzidos no algoritmo de optimização, que fornece as variações óptimas das variáveis de decisão. São introduzidos limites nestas variações, de modo a garantir uma boa aproximação dada a não linearidade das variáveis de estado.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Dimensionamento da Ponte

Os resultados da optimização da ponte com um tirante activo e no caso passivo são descritos a seguir. A ponte passiva tem uma topologia semelhante à activa, uma vez que foi substituído o tirante activo no vão esquerdo por um cabo passivo. O algoritmo de optimização pode conduzir a dois cenários diferentes:

1. Solução não admissível (pelo menos um dos coeficientes de normalização superior a 1)
2. Óptimo local (com o maior dos coeficientes de normalização igual a 1).

Dada as características do problema só é possível garantir a convergência para uma solução local. Foram utilizados vários pontos de partida para aumentar a probabilidade de se encontrar o óptimo global. O óptimo na ponte passiva difere da solução encontrada utilizando um tirante activo.

#### 4.1.1 Ponte com tirante activo

Na Tabela 5 estão indicadas as soluções iniciais e óptimas e os limites máximos e mínimos impostos às variáveis de decisão. A negrito são indicadas as variáveis que convergem para esses limites.

<i>Variáveis de Decisão</i>	<i>Iniciais</i>	<i>Finais</i>	<i>Max</i>	<i>Min</i>	<i>Unidades</i>
Vão esquerdo do tabuleiro (L1)	43,0	44,5	60	35	m
Primeira ancoragem (x1)	5,0	2,6	8	2	m
Última ancoragem (x2)	5,2	<b>8,0</b>	<b>8</b>	3	m
Altura da torre (Htorre)	13,3	11,2	30	10	m
Altura do HEB no vão esquerdo	0,65	HEB700	1	0,1	m
Altura do HEB no vão direito	0,65	HEB450	1	0,1	m
Comprimento na base da torre	0,50	<b>0,50</b>	3	<b>0,5</b>	m
Largura na base da torre	1,0	<b>1,0</b>	4	<b>1</b>	m
Espessura na base da torre	0,05	<b>0,05</b>	0,3	<b>0,05</b>	m
Comprimento no cimo da torre	0,44	<b>0,30</b>	2	<b>0,3</b>	m
Largura no cimo da torre	0,50	<b>0,50</b>	3	<b>0,5</b>	m
Espessura no cimo da torre	0,02	<b>0,02</b>	0,1	<b>0,02</b>	m
Área dos tirantes do vão esquerdo	15	12	100	7	cm <sup>2</sup>
Área dos tirantes no vão direito	24	15	100	10	cm <sup>2</sup>
Ancoragem do tirante activo (x3)	6,0	5,7	20	2	m
Pré-esforço do 1º tirante	367	<b>400</b>	<b>400</b>	50	kN
Pré-esforço do 2º tirante	400	345	400	50	kN
Pré-esforço do 3º tirante	264	261	400	50	kN
Pré-esforço do 4º tirante	800	533	1000	100	kN
Pré-esforço do 5º tirante	796	503	1000	100	kN
Pré-esforço do tirante activo (T <sub>0</sub> <sup>AT</sup> )	200	442	1000	100	kN
k <sub>1</sub> controlo activo	-3000	-3617	-20000	-100	kN/m
k <sub>2</sub> controlo activo	3000	1942	20000	-20000	kN/m
Espessura da laje de betão	0,15	0,10	1	0,01	m
Rigidez da ligação vertical (k <sub>ver</sub> )	1000	2351	20000	10	kN/m
Ângulo da torre (φ)	7,9	9,1	27	0	°
c <sub>1</sub> do controlo activo	-400	-360	-2000	-10	kNs/m
c <sub>2</sub> do controlo activo	-200	-202	-2000	2000	kNs/m

Tabela 5: Variáveis de decisão

A comparação entre as geometrias da solução inicial e final está indicada na Figura 7. Dos resultados verifica-se que na ponte activa:

1. A torre está localizada a cerca de 2/3 do vão;
2. No vão esquerdo os tirantes estão mais próximos do apoio;
3. A altura da torre diminui para um valor próximo do limite especificado;
4. O perfil HEB do vão esquerdo é maior que o do vão direito provocado pela posição do cabo activo;
5. Há uma redução muito significativa da secção na torre e tirantes;

6. Foi determinada a rigidez óptima para a ligação vertical entre a torre e o tabuleiro. Quando actuam na ponte acções dinâmicas, esta ligação considera-se rígida;
7. As variáveis de controlo permitem otimizar o amortecimento e a rigidez da estrutura.

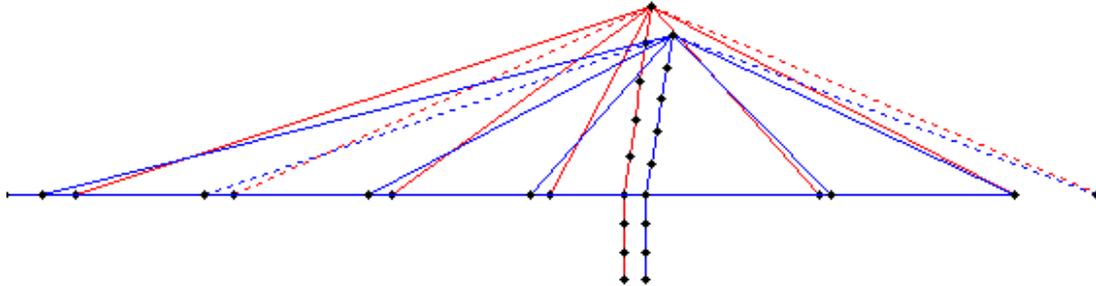


Figura 7: Comparação entre a geometria inicial (vermelho) e final (azul) na ponte com tirante activo

A Figura 8 transmite informação sobre o processo iterativo. Verifica-se que a solução inicial não é admissível, sendo em primeiro lugar procurada uma solução que cumpra os condicionamentos prescritos. Estas iterações conduzem a um aumento do custo. Depois de ser obtida uma solução admissível, verifica-se uma redução do custo nas iterações seguintes. Como a secção do tabuleiro é um perfil HEB o processo iterativo é reiniciado na iteração 100 com secções discretas, aumentando ligeiramente o custo nas iterações seguintes antes de ser reduzido. O custo óptimo obtido é 103.931€ Depois de se determinar uma solução admissível, por vezes as iterações seguintes conduziram a secções não admissíveis. Isto decorre da aproximação linear efectuada, para todos os objectivos, ser imprecisa, pelo que seria necessário reduzir as variações máximas de algumas variáveis de decisão associadas ao comportamento acentuadamente não linear. Contudo uma redução acentuada dessas variações máximas (limites móveis) conduziria a um processo iterativo moroso e pouco eficaz, pelo que se tem de encontrar um compromisso que garanta a eficácia e qualidade das aproximações.

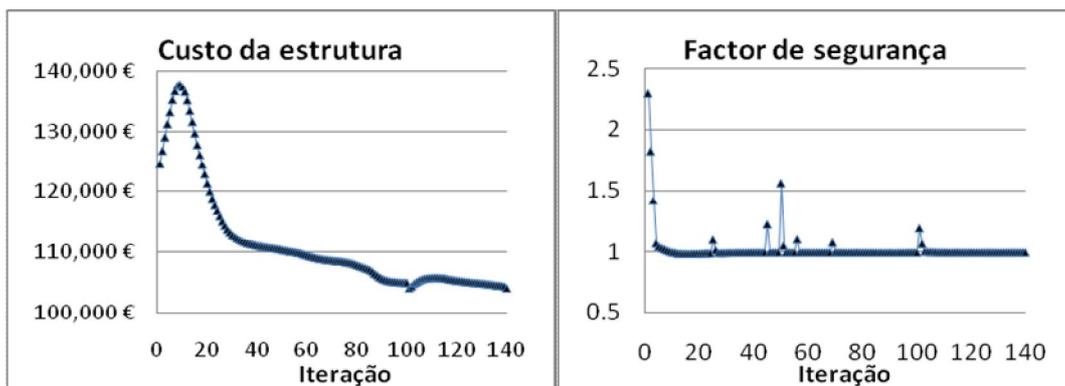


Figura 8: Evolução do processo iterativo da ponte activa durante a optimização;

A Figura 9 indica o valor inicial e final das variáveis de estado. Estes valores são representados detalhadamente nas Tabelas 6-8 e Figuras 10-11. Nestas figuras estão indicadas como ordenadas as unidades medidas (e não o valor normalizado), por exemplo a aceleração  $2.5 \text{ m/s}^2$  corresponde a 1 em unidades de variáveis de estado. A estrutura inicial tem diversos problemas (assinalados a vermelho). As tensões máximas nos tirantes 5 e cabo activo são 15% inferiores ao máximo admissível para o

ELUI 1 (Tabela 6). A torre sofre deslocamentos significativos quando actua o peso próprio da estrutura (Tabela 8). Verificam-se acelerações significativas no tabuleiro (Figura 10a) resultando da frequência de vibração 4,07 Hz que é pouco amortecida (Tabela 13). Por outro lado, nem as acelerações da torre (Fig. 10b) nem a força no tirante activo (Fig. 11) são críticas. A solução óptima cumpre todos os objectivos, verificando-se que grande parte está próximos dos limites (a verde).

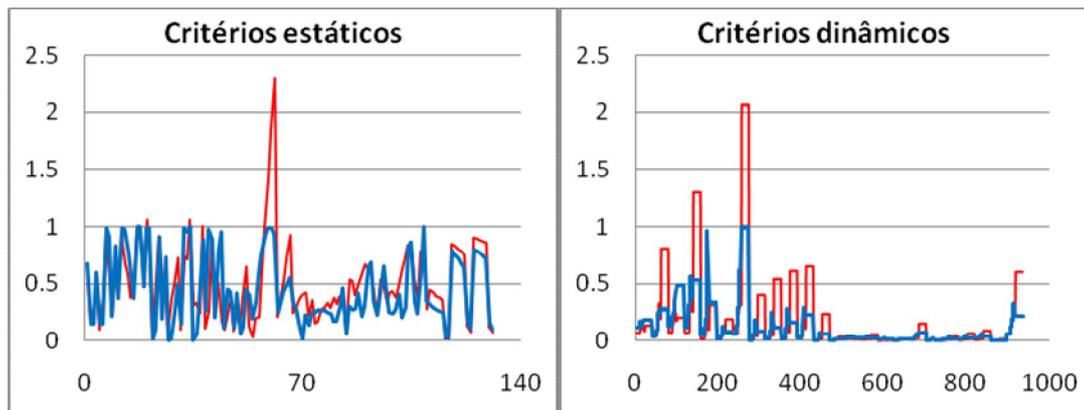


Figura 9: Vector das variáveis de estado iniciais (vermelho) e finais (azul) na ponte activa

Número do tirante	<i>Inicial</i>				<i>Final</i>			
	ELUI-1	ELUI-2	ELUI-3	ELUt-1	ELUI-1	ELUI-2	ELUI-3	ELUt-1
<b>1</b>	0,54	0,38	0,54	-	0,68	0,15	0,38	-
<b>2</b>	0,17	0,97	0,93	-	0,15	0,99	0,99	-
<b>3</b>	0,25	0,54	0,67	-	0,15	0,91	0,98	-
<b>4</b>	0,44	0,22	0,58	-	0,60	0,22	0,77	-
<b>5</b>	0,1	0,56	0,38	-	0,15	0,83	0,58	-
<b>Tirante activo</b>	0,1	0,74	0,71	0,2	0,15	0,99	0,95	0,71

Tabela 6: Tensões dos tirantes normalizadas (ponte activa)

Zona	<i>Inicial</i>			<i>Final</i>		
	ELUI-1	ELUI-2	ELUI-3	ELUI-1	ELUI-2	ELUI-3
Vão esquerdo do tabuleiro	0,393	0,674	0,84	0,291	0,683	0,865
Vão direito do tabuleiro	0,331	0,501	0,701	0,461	0,659	0,996
Base da torre	0,027	0,129	0,118	0,041	0,169	0,160
Torre	0,446	0,851	0,903	0,317	0,788	0,802

Tabela 7: Flexão composta normalizada

Zona	<i>Inicial</i>			<i>Final</i>		
	ELUt-1	ELUt-2	ELUt-3	ELUt-1	ELUt-2	ELUt-3
Vão esquerdo do tabuleiro	0,888	0,388	0,646	0,981	0,449	0,451
Vão direito do tabuleiro	0,509	0,284	0,214	0,955	0,424	0,584
Torre	2,303	0,927	0,426	0,991	0,556	0,319

Tabela 8: Deslocamentos normalizados na ponte activa

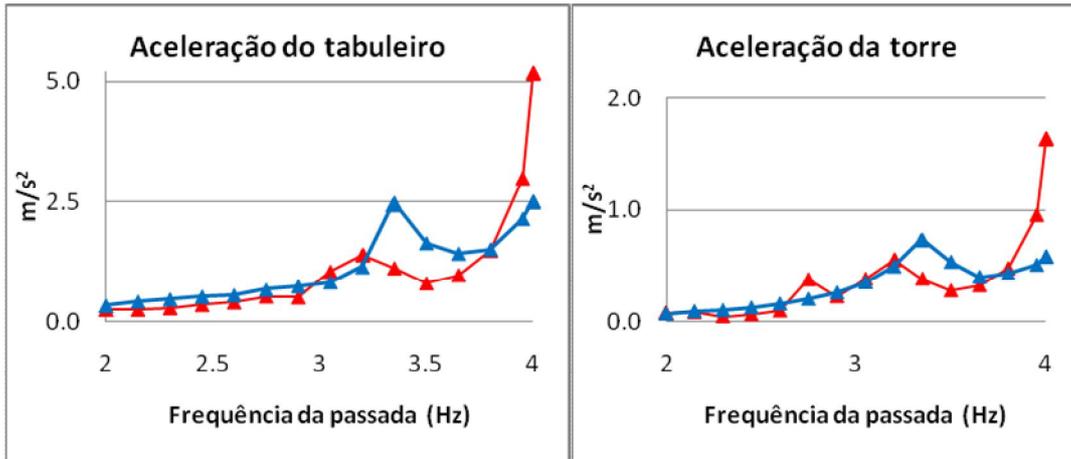


Figura 10: Resposta inicial (vermelho) e final (azul) da ponte activa vs frequência da passada dos corredores

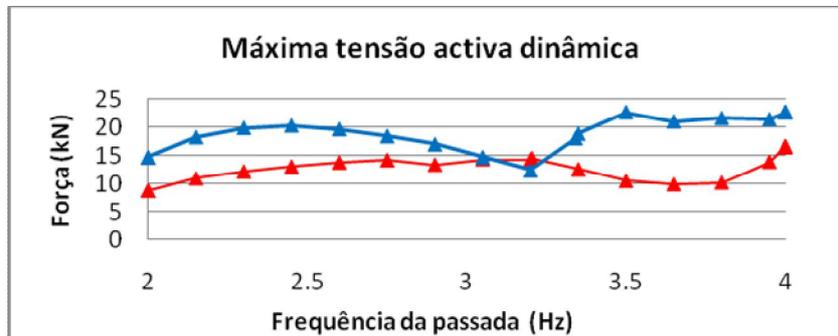


Figura 11: Força inicial (vermelho) e final (azul) no tirante activo vs frequência da passada dos corredores

#### 4.1.2 Ponte Passiva

O procedimento para efectuar o dimensionamento da ponte passiva foi ligeiramente diferente. Depois de serem examinadas as diferentes concepções, verificou-se não ser fácil encontrar uma solução que conduza a acelerações no tabuleiro inferiores ao limite imposto ( $2,5 \text{ m/s}^2$ ). A maior parte das soluções iniciais convergiu para soluções não admissíveis. Para garantir uma solução admissível, parte-se de uma solução sobredimensionada que inclui uma laje de betão com 0,4 m de espessura de modo a reduzir as acelerações. Os valores iniciais e óptimos das variáveis de decisão (e os limites) são indicados na tabela 9. Algumas destas variáveis (a negrito) convergem para um dos limites.

<i>Variáveis de Decisão (VD)</i>	<i>Iniciais</i>	<i>Finais</i>	<i>Max</i>	<i>Min</i>	<i>Unidades</i>
Vão esquerdo do tabuleiro (L1)	50	42,8	60	35	m
Primeira ancoragem (x1)	4	5,0	8	2	m
Última ancoragem (x2)	6	5,2	8	3	m
Altura da torre (Htorre)	18	13,2	30	10	m
Altura do HEB no vão esquerdo	0,7	HEB650	1	0,1	m
Altura do HEB no vão direito	1	HEB650	1	0,1	m
Comprimento na base da torre	1,5	<b>0,50</b>	3	<b>0,5</b>	m
Largura na base da torre	3	<b>1,0</b>	4	<b>1</b>	m
Espessura na base da torre	0,15	<b>0,05</b>	0,3	<b>0,05</b>	m
Comprimento no cimo da torre	0,9	0,40	2	0,3	m
Largura no cimo da torre	1,4	<b>0,50</b>	3	<b>0,5</b>	m
Espessura no cimo da torre	0,08	<b>0,02</b>	0,1	<b>0,02</b>	m
Área dos tirantes do vão esquerdo	60	15	100	7	cm <sup>2</sup>
Área dos tirantes no vão direito	90	23	100	10	cm <sup>2</sup>
Pré-esforço do 1º tirante	600	363	400	50	kN
Pré-esforço do 2º tirante	600	212	400	50	kN
Pré-esforço do 3º tirante	600	<b>400</b>	<b>400</b>	50	kN
Pré-esforço do 4º tirante	600	238	1000	100	kN
Pré-esforço do 5º tirante	1000	800	1000	100	kN
Pré-esforço do 6º tirante	1000	775	1000	100	kN
Espessura da laje de betão	0,4	0,15	1	0,01	m
Rigidez da ligação vertical (k <sub>ver</sub> )	1000	1075	20000	10	kN/m
Ângulo da torre (φ)	8,6	7,9	27	0	°
Amortecimento da ligação vertical (c <sub>ver</sub> )	50	65	40000	1	kNs/m

Tabela 9: Variáveis de decisão

A Fig. 12 representa a comparação entre a geometria inicial e a final. No caso da ponte passiva:

1. A torre está localizada a 2/3 do vão;
2. A altura da torre diminui significativamente;
3. O perfil HEB do vão esquerdo é idêntico ao do vão direito;
4. A maior parte da redução das dimensões relativamente à solução inicial verifica-se a torre e nos cabos;
5. A espessura da laje do tabuleiro passa para 0,15m;
6. O algoritmo melhora as propriedades dinâmicas de modo que a restrição vertical torre/tabuleiro conduz a um valor óptimo para o amortecimento e rigidez.

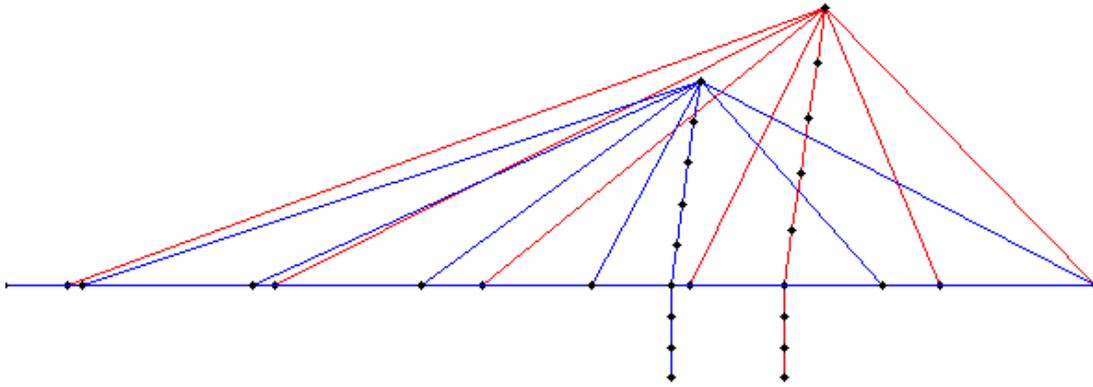


Figura 12: Comparação entre a geometria inicial (vermelho) e final (azul) na ponte passiva

A Fig. 13 indica a informação do processo iterativo. Pode verificar-se que a solução inicial, mesmo dispendiosa, não satisfaz os critérios de projecto. O custo aumenta no início e diminui significativamente depois de se encontrar uma solução admissível. O custo óptimo é 125.160€

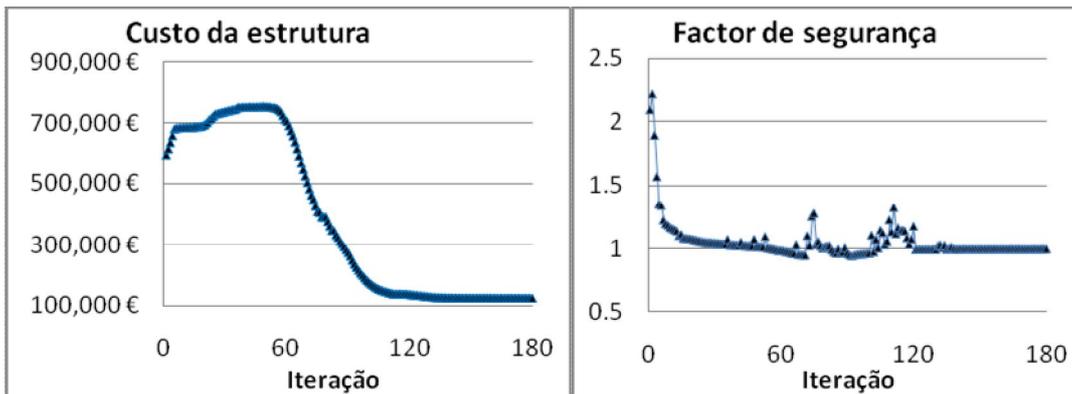


Figura 13: Evolução do processo iterativo na ponte passiva durante a optimização

O vector das variáveis de estado iniciais e finais está representado na Fig.14. Estes valores são indicados nas tabelas 10 e 12. O projecto inicial tinha alguns problemas (assinalados a vermelho). A tensão nos tirantes era baixa em virtude do seu sobredimensionamento. No lado esquerdo do tabuleiro surgem tensões e deslocamentos elevados. A solução óptima consegue suprir estes problemas e manter as acelerações dentro de limites aceitáveis. Isto só foi possível devido ao dimensionamento do amortecedor passivo. Na solução óptima não são críticas nem as acelerações da torre nem a força de amortecimento passiva.

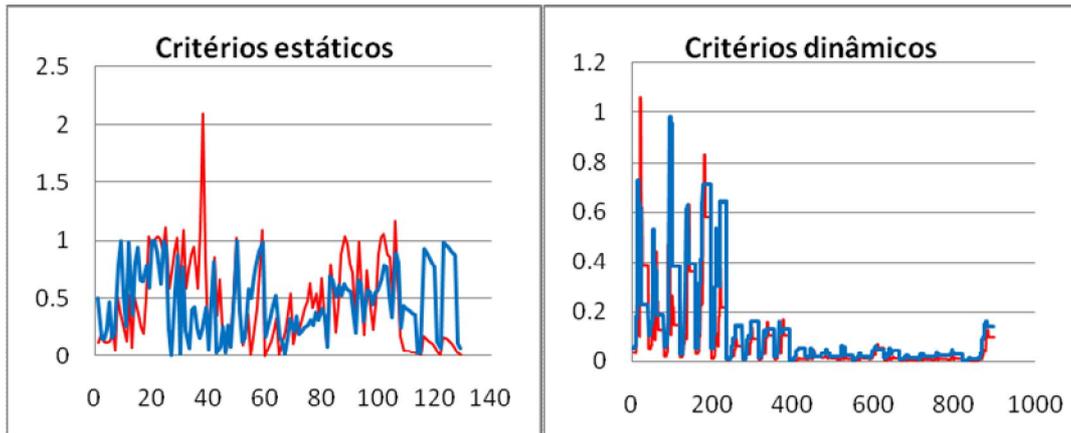


Figura 14: Vector das variáveis de estado iniciais (vermelho) e finais (azul) na ponte passiva

Tirante	<i>Inicial</i>			<i>Final</i>		
	ELUI-1	ELUI-2	ELUt-3	ELUI-1	ELUI-2	ELUI-3
1	0,12	0,05	0,08	0,50	0,20	0,35
2	0,19	0,50	0,50	0,15	0,80	0,81
3	0,14	0,37	0,37	0,15	1,00	0,94
4	0,12	0,23	0,25	0,24	0,52	0,66
5	0,14	0,13	0,19	0,47	0,26	0,64
6	0,22	0,52	0,50	0,16	0,99	0,79

Tabela 10: Tensões normalizadas nos tirantes da ponte passiva

Zona	<i>Inicial</i>			<i>Final</i>		
	ELUI-1	ELUI-2	ELUI-3	ELUI-1	ELUI-2	ELUI-3
Vão esquerdo do tabuleiro	0,675	1,030	1,172	0,41	0,69	0,90
Vão direito do tabuleiro	0,369	0,562	0,653	0,34	0,62	0,81
Base da torre	0,018	0,027	0,028	0,03	0,12	0,11
Torre	0,043	0,176	0,167	0,43	0,93	0,99

Tabela 11: Flexão composta normalizada

Zona	<i>Inicial</i>			<i>Final</i>		
	ELUt-1	ELUt-2	ELUt-3	ELUt-1	ELUt-2	ELUt-3
Vão esquerdo do tabuleiro	2,093	0,663	1,029	0,42	0,25	0,99
Vão direito do tabuleiro	0,861	0,254	0,366	0,82	0,27	0,58
Base da torre	1,086	0,333	0,541	0,99	0,53	0,33

Tabela 12: Deslocamentos estáticos normalizados na ponte passiva

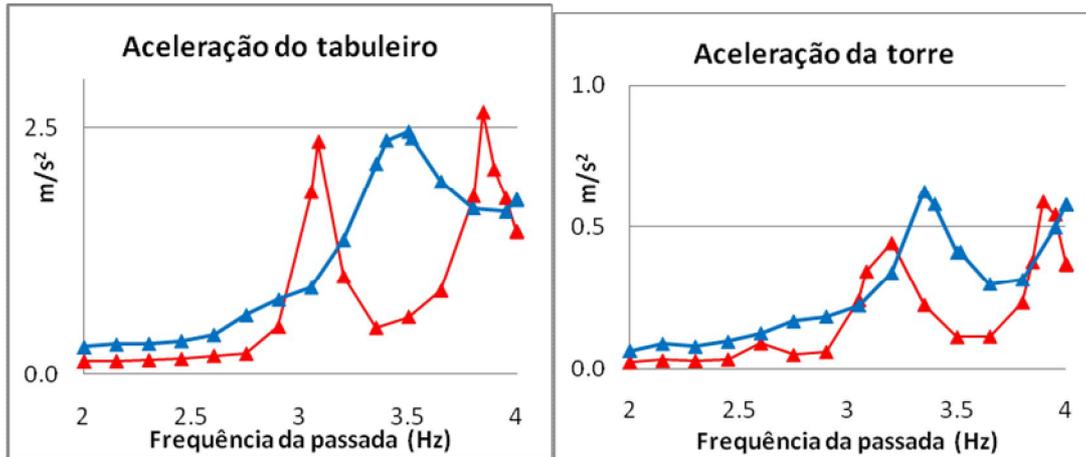


Figura 15: Resposta inicial (vermelho) e final (azul) da ponte passiva vs frequência da passada dos corredores

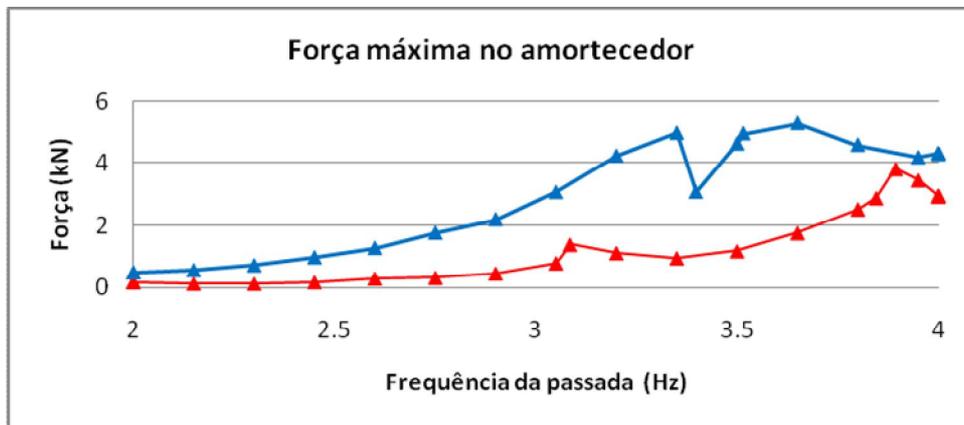


Figura 16: Força inicial (vermelho) e final (azul) máxima de amortecimento na ponte passiva

#### 4.1.3 Ponte activa vs passiva

A comparação entre as geometrias está indicada na Fig. 17. A ponte activa é mais esbelta e tem a torre mais baixa. A torre da ponte activa está localizada mais à direita, o que pode ser explicado pela ancoragem do cabo de pré-esforço activo estar localizado fora da ponte.

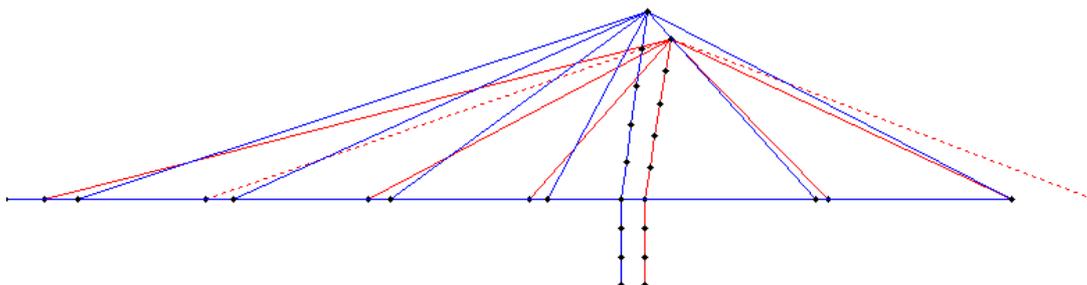


Figura 17: Comparação entre as geometrias óptimas no caso da ponte activa (vermelho) e passiva (azul)

As propriedades dinâmicas das pontes foram os maiores condicionamentos para o dimensionamento. A maior dificuldade consistiu no controlo das acelerações do tabuleiro.

Modo	Ponte activa				Ponte passiva			
	Inicial		Ótimo		Inicial		Ótimo	
	f (Hz)	$\xi$	f (Hz)	$\xi$	f (Hz)	$\xi$	f (Hz)	$\xi$
1	1,63	37%	1,86	25%	1,52	0,50%	1,52	0,50%
2	3,2	1,70%	3,34	5,40%	3,08	0,50%	3,4	2,60%
3	4,07	0,80%	4,24	3,30%	3,85	0,70%	3,52	6,40%
4	5,44	4,50%	6,77	2,00%	3,89	3,30%	4,18	1,60%
5	8,23	2,30%	8,94	0,80%	6,48	0,50%	5,62	0,50%
6	8,53	2,60%	11,3	1,30%	7,83	0,80%	8,12	0,70%

Tabela 13: Propriedades dinâmicas com e sem controlo activo

A Fig. 18 representa os modos de vibração da ponte activa e passiva. Foram obtidos considerando a não só a matriz de rigidez e de massa mas também a de amortecimento. Os valores próprios têm assim uma componente imaginária, estando representadas as contribuições mais importantes.

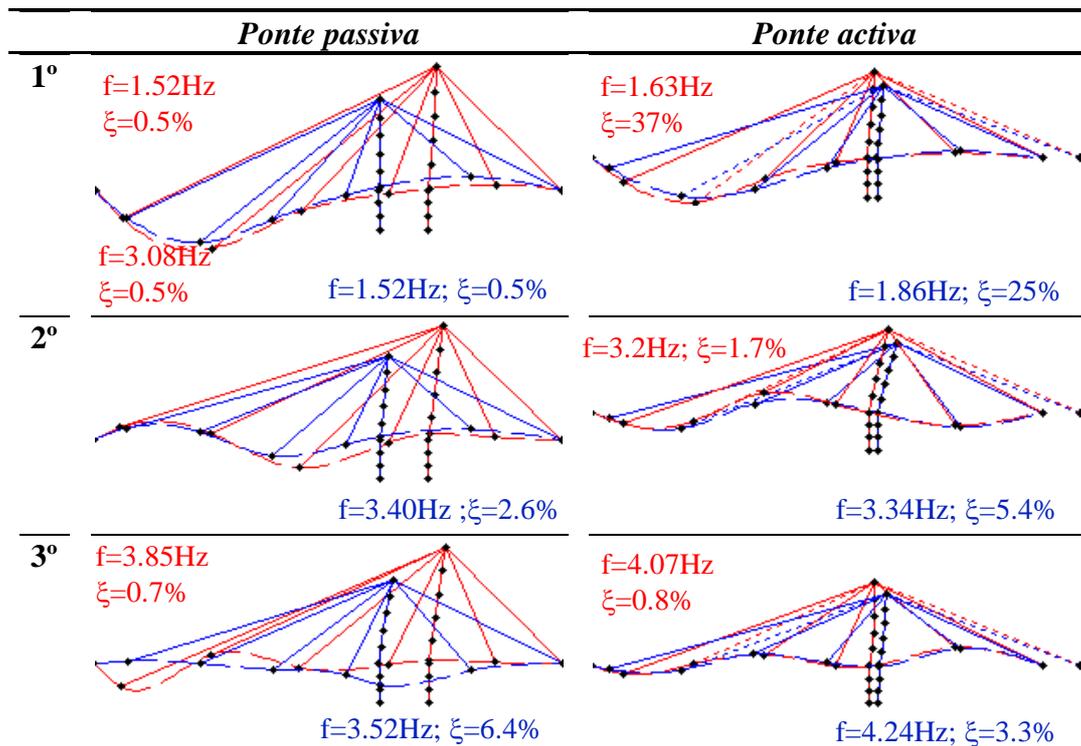


Figura 18: Modos de vibração iniciais (vermelho) e finais (azul) nas pontes passiva e activa

## 5. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um algoritmo que determina os dimensionamentos óptimos de uma ponte pedonal de tirantes incluindo ou não dispositivos de controlo passivo. A

metodologia apresentada demonstra como estes problemas podem ser resolvido com eficácia. Na estrutura activa, as variáveis de controlo, se incorrectamente dimensionadas podem conduzir a uma estrutura instável. O algoritmo proposto fornece os valores dos parâmetros de controlo que alteram as frequências da estrutura e aumentam o amortecimento. Na estrutura passiva o valor óptimo do coeficiente de amortecimento da ligação tem uma evolução convexa. Se este valor for baixo, não há aumento de amortecimento. Caso o valor seja alto aumentam os valores das frequências mais, não sendo também neste caso aumentado o amortecimento. O algoritmo foi eficaz ao determinar parâmetros capazes de amortecer os diversos modos de vibração. Dada a natureza não convexa do problema, obtêm-se soluções de Pareto. Por esse motivo é necessário repetir o algoritmo gerando-se diferentes soluções iniciais.

Com base nos dados utilizados, o custo do material utilizado na ponte passiva foi 17% superior ao da ponte activa. A ponte activa seria uma solução viável se o custo do tirante activo mais os custos operacionais não ultrapassarem esta diferença. O tirante activo é concebido tendo como primeira prioridade a dissipação de energia. O valor máximo dessa dissipação é 995 W. O consumo máximo de energia do tirante (na fase não dissipativa) é 106W, sendo o consumo médio 4 W (valor muito baixo).

## REFERÊNCIAS

- [1] Tzan SR, Pantelides CP. Convex model for seismic design of structures—II: Design of conventional and active structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 25:945–963 (1996).
- [2] Khot NS. Multicriteria optimization for design of structures with active control. *Journal of Aerospace Engineering (ASCE)* ; 11(2):45–51 (1998).
- [3] Cimellaro GP, Soong TT, Reinhorn AM. Invited paper: optimal integrated design of controlled structures. *Third International Conference CIMTEC 2008 S.M.A.R.T. Materials Structures Systems*, Acireale, Sicily, Italy, 8–13 June 2008.
- [4] Cimellaro GP, Soong TT, Reinhorn AM. Integrated design of inelastic controlled structural systems. *Structural Control and Health Monitoring*, 16:689–702 (2009)
- [5] SETRA/AFGC, *Footbridges – Assessment of dynamic behaviour under the action of pedestrians*, Guidelines. Sétra, March 2006.
- [6] EN 1990, *Eurocode 0 – Basis of structural design*. European Committee for Standardization, 2002.
- [7] EN 1991-2, *Eurocode 1– Actions on structures, Part 2: Traffic loads on bridges*. European Committee for Standardization, 2002.
- [8] Simões, L.M.C. and Templeman A.B. 1984, Entropy Based Optimization of Cable Net Structures. *Journal of Engineering Optimization*, Vol 15, pp 120-140 (1984).