

OPTIMIZAÇÃO DA FORMA DE BARRAGENS SUJEITAS A ACÇÕES SISMICAS

SHAPE OPTIMIZATION OF DAMS FOR DYNAMIC RESPONSE

José A. M. Lapa^{I)}

Luis M.C. Simões^{II)}

SUMÁRIO

O objectivo deste trabalho é apresentar um algoritmo baseado no formalismo da entropia máxima para a optimização da forma de barragens submetidas a acções sísmicas. Para efectuar a análise dinâmica da barragem, utiliza-se o método dos elementos finitos associado quer à técnica de integração passo a passo, quer à análise modal. O cálculo das sensibilidades é efectuado por via analítica com base nessas técnicas de integração no tempo. A resposta sísmica inclui as interacções barragem-reservatório e barragem-fundação. Para optimizar a forma de uma barragem de gravidade define-se um conjunto de objectivo: pretende reduzir-se simultaneamente o volume de betão, as tensões e aumentar a segurança em relação ao deslizamento e derrube. As variáveis de decisão são os parâmetros geométricos que definem a forma da barragem. Com base no formalismo da entropia máxima, obtém-se uma solução de Pareto através da minimização de uma função escalar sem restrições.

ABSTRACT

The purpose of this paper is to show an application of the maximum entropy formalism to the shape optimization of dams subject to seismic loading. The structural system is discretized by the finite element method. The dynamic response analysis is computed by modal analysis or step by step integration procedures. Emphasis is placed on the derivation of the sensitivity analysis equations done by the analytic method and based on the dynamic analysis procedure to be employed. The earthquake response includes dam-reservoir and dam-foundation interactions. The shape optimization of a concrete gravity dam is posed as a multiobjective optimization with goals of minimum volume of concrete, stresses and maximum safety against overturning and sliding. By using the maximum entropy formalism it is shown that a Pareto solution may be found indirectly by the unconstrained optimization of a scalar function.

I) Assistente, Departamento de Engenharia Civil

II) Professor Associado Agregado, Departamento de Engenharia Civil
Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra

INTRODUÇÃO

Na maior parte dos trabalhos em optimização de estruturas, admite-se um comportamento estático destas. Contudo, os sistemas estruturais estão na prática sujeitos a acções dinâmicas induzidas pelos ventos, veículos ou sismos. Em virtude da resposta dinâmica das estruturas aos sismos ser ignorada o dimensionamento de barragens baseado no comportamento estático é deficiente. As tensões que surgem numa barragem de gravidade devidas a cargas estáticas pouco se assemelham com a resposta dinâmica ao movimento do solo. Por um lado os coeficientes sísmicos são muito reduzidos em comparação aos que seriam obtidos a partir das coordenadas do espectro de potência correspondente a sismos intensos para o período fundamental das barragens de betão. Além disso, ao supor um coeficiente sísmico distribuído de uma forma homogénea segundo o paramento montante, ignora-se a distribuição dos coeficientes sísmicos que correspondem aos modos de vibração mais baixos da barragem. Por outro lado, a análise estática dos monolitos não prevê tensões de tracção elevadas associadas à fendilhação do betão que podem surgir durante os sismos, bem como as regiões em que se desenvolvem essas tensões críticas.

A estrutura a ser optimizada é discretizada pela técnica dos elementos finitos. Para contabilizar a resposta da estrutura aos sismos podem utilizar-se as técnicas de análise modal e de integração passo-a-passo. O método de integração passo a passo é aplicável a estruturas submetidas a carregamentos de qualquer tipo e admitindo comportamento não-linear. O método de análise modal reduz substancialmente o tempo de computação, embora o seu campo de aplicação se restrinja a sistemas lineares. São dimensionadas barragens de betão sujeitas a acções sísmicas, onde se incluem as interacções barragem-reservatório-fundação. Para além das pressões hidrostáticas associadas aos sismos, considera-se o efeito hidrodinâmico da água através de aproximações das expressões de Yang¹, que consistem na modificação da teoria de Westergaard para paramentos inclinados.

Embora o custo de uma barragem de gravidade de betão seja função de vários aspectos, tais como cofragem, volume de escavação e volume de betão, admite-se que este último é um factor dominante. Além do volume de betão, pretende-se minimizar um conjunto de objectivos tais como tensões e melhorar a estabilidade da estrutura ao derrube e deslizamento. A optimização de estruturas submetidas a efeitos dinâmicos normalmente envolve grandes dificuldades, porque os deslocamentos, velocidades e acelerações são funções implícitas não-lineares das variáveis de decisão. Para evitar efectuar a análise não-linear poder-se-ia tomar como um dos objectivos a minimização da(s) frequência(s) mais baixa(s). Contudo, apesar de ser mais dispendioso do ponto de vista computacional é preferível utilizar o método de integração de Newmark, que permite incorporar no módulo de análise da estrutura o comportamento não-linear decorrente do mecanismo de propagação das fendas e/ou critérios de cedência não-lineares.

Tendo por base o formalismo da entropia máxima de Jaynes, transforma-se o problema de optimização com objectivos múltiplos na minimização de uma função escalar implícita. Resolve-se esta optimização através de uma sequência de problemas aproximados explícitos que utilizam os resultados da análise dinâmica da estrutura para aquela forma e as sensibilidades determinadas. Cada um destes problemas é resolvido através de um algoritmo para minimização de funções de várias variáveis sem restrições, baseado no método de Newton. A derivação dos gradientes das respostas em ordem às variáveis de decisão é fundamental tendo em vista a sua aplicação no algoritmo de optimização. Indicam-se as expressões necessárias para efectuar a análise das sensibilidades quando se obtêm as respostas dinâmicas por integração passo a passo ou através de análise modal, de acordo com o método de análise dinâmica utilizado.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Representação da Forma

Nesta formulação escolhem-se alguns dos pontos da malha de elementos finitos para controlar as coordenadas dos nós que definem os paramentos e as direcções segundo as quais estes nós se deslocam. Para definir o contorno da barragem utilizam-se polinómios ou segmentos de recta em que estão inscritos os nós de controle. Deste modo pretende garantir-se que a malha de elementos finitos,

que é alterada durante o processo de optimização permita obter resultados com a precisão desejada. Em barragens de gravidade as variáveis de decisão x_1 são normalmente as coordenadas e tangentes aos nós de controle (Fig.1).



Figura 1

Análise Estática da Estrutura

Como a barragem a ser optimizada está submetida a acções estáticas (peso próprio, peso próprio e pressão hidrostática) e dinâmicas (peso próprio e sismo, peso próprio, pressão hidrostática, pressão hidrodinâmica e sismo), descrevem-se sumariamente as técnicas de análise estrutural utilizadas. Indica-se na Fig.2 a malha de elementos finitos que corresponde à configuração inicial da barragem de gravidade. Utilizam-se quadriláteros de 8 nós da família "serendipity" associados a um campo de deslocamentos quadrático.

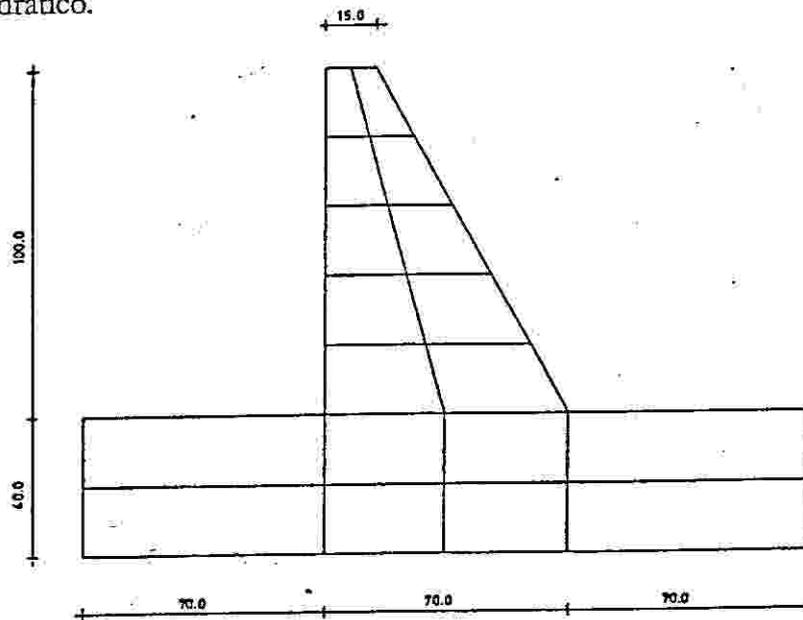


Figura 2

Consideram-se 18 elementos, 8 dos quais são representativos da fundação e 154 graus de liberdade (90 na barragem e 64 na fundação). Formulando em termos de deslocamentos o método dos elementos finitos, a análise estática da estrutura consiste em resolver o sistema de equações de equilíbrio:

$$K u = P \tag{1}$$

onde K é a matriz de rigidez da estrutura, que é construída por agrupamento das matrizes de rigidez K_e dos elementos, u é o vector dos deslocamentos nodais que se calculam e P é o vector de carga genérico, que inclui o peso próprio da estrutura e a pressão hidrostática. Logo que os deslocamentos nodais sejam conhecidos, todas as outras incógnitas da análise da estrutura podem ser calculadas. Qualquer resposta da estrutura pode ser relacionada com os deslocamentos nodais através da matriz Q :

$$R = Q u \tag{2}$$

Análise Dinâmica da Estrutura

As equações de movimentos da análise dinâmica no instante t para uma estrutura discretizada em elementos finitos são:

$$M \ddot{u}(t) + C \dot{u}(t) + K u(t) = P(t) \quad (3)$$

onde M , C e K são, respectivamente, as matrizes de massas, amortecimento e rigidez da estrutura. Estas matrizes são funções do tempo ou constantes em sistemas lineares e funções dos deslocamentos e velocidades em sistemas não-lineares. As quantidades indicadas na equação (3) são funções do vector x (das variáveis decisão) cujos elementos são os parâmetros que permitem definir a forma de estrutura. Para efectuar a análise dinâmica da estrutura utilizam-se métodos de integração passo a passo e análise modal. O método de análise modal só pode ser aplicado a sistemas lineares. Segundo este método, a eq.(3) para vibrações livres sem amortecimento reduz-se à equação de valores próprios:

$$K \phi_r - \lambda_r M \phi_r = 0 \quad (4)$$

onde ϕ_r é o vector próprio que corresponde ao valor próprio λ_r . A expressão para a transformação modal é:

$$u = \phi q \quad (5)$$

onde ϕ é a matriz dos modos e q o vector das coordenadas generalizado. Premultiplicando a eq.(3) pela transposta do vector próprio ϕ_r conduz a

$$\phi_r^t M \phi q + \phi_r^t C \phi q + \phi_r^t K \phi q = \phi_r^t P \quad (6)$$

As condições de ortogonalidade,

$$\phi_r M \phi_s = 0 \quad r \neq s \quad (7a)$$

$$\phi_r K \phi_s = 0 \quad r \neq s \quad (7b)$$

obrigam a que, com excepção do modo r , se anulem todos os termos nas expressões da matriz das massas e de rigidez. Admitindo que as mesmas condições de ortogonalidade se aplicam à matriz de amortecimento, a expressão correspondente pode também ser simplificada:

$$\phi_r C \phi_s = 0 \quad r \neq s \quad (7c)$$

O valor próprio ϕ_r é normalizado de modo a ter-se:

$$\phi_r M \phi_r = 1 \quad (8)$$

Deste modo a eq.(3) pode ser resolvida através das r equações de movimento independentes,

$$q_r + 2 \xi_r \omega_r q_r + \omega_r^2 q_r = P_r \quad (9)$$

onde ξ_r , ω_r e P_r são obtidos a partir de,

$$\omega_r^2 = \lambda_r = \phi_r^t K \phi_r \quad (10a)$$

$$2 \xi_r \omega_r = 2 \mu_r = \phi_r^t C \phi_r \quad (10b)$$

$$P_r = \phi_r^t P \quad (10c)$$

Na prática só se considera a eq.(9) para os l primeiros modos onde $l \leq m$. Os deslocamentos u são obtidos a partir da eq.(5) depois de se calcular q_r

$$q_r = 1/\omega_r' \int_0^T P_r(t) \exp[-\xi_r \omega_r (T-t)] \sin[\omega_r' (T-t)] dt \quad (11)$$

onde,

$$\omega_r' = \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad (12)$$

e que corresponde a resolução de eq.(9).

Enquanto o método de análise modal só pode ser aplicado a sistemas lineares, a técnica de integração passo a passo pode ser utilizada quer em sistemas lineares, quer não-lineares. Na integração passo a passo calcula-se a resposta da estrutura para uma sequência de incrementos que distam entre si

pequenos intervalos de tempo δt , geralmente constantes por conveniência computacional. Os deslocamentos e velocidades no instante $t + \delta t$ são:

$$u(t + \delta t) = u(t) + \delta t \dot{u}(t) + (1/2 - \beta) \delta t^2 \ddot{u}(t) + \beta \delta t^2 \ddot{u}(t + \delta t) \quad (13a)$$

$$\dot{u}(t + \delta t) = \dot{u}(t) + \delta t/2 [\ddot{u}(t) + \ddot{u}(t + \delta t)] \quad (13b)$$

onde $0 \leq \beta \leq 1/6$. Para o intervalo δt escolhe-se 1/5 a 1/6 do período natural mais baixo da estrutura. Substituindo as eq.(13a-b) em (3) tem-se no instante $(t + \delta t)$:

$$\ddot{u}(t + \delta t) = [M + \delta t/2 C + \beta \delta t^2 K]^{-1} \{P(t + \delta t) - C[\dot{u}(t) + \delta t/2 \ddot{u}(t)] - K[u(t) + \delta t \dot{u}(t) + (1/2 - \beta) \delta t^2 \ddot{u}(t)]\} \quad (14)$$

OPTIMIZAÇÃO

Formulação Minimax

O principal objectivo do dimensionamento é chegar a uma solução económica e segura. Um dos factores convencionalmente adoptados é o custo, directamente associado ao volume de betão V . Este valor é obtido somando os volumes dos elementos finitos da barragem,

$$V = \sum_e v_e \quad (15)$$

Um segundo conjunto de objectivos resulta da imposição de limites nos valores das tensões

$$\sigma(x) \leq \sigma^u \quad \sigma(x) \geq -\sigma^l \quad (16)$$

onde são as tensões admissíveis à compressão, respectivamente. As tensões podem ser de qualquer tipo: tensões normais, tensões de corte e tensões principais.

Para assegurar a estabilidade ao deslizamento, tem-se:

$$c_1 F_h + c_2 F_v - c_0 \leq 0 \quad (17)$$

em que c_0, c_1 e c_2 são constantes e F_h, F_v correspondem à soma das forças horizontais e verticais, respectivamente. A segurança ao derrube é verificada em relação à base da barragem:

$$c_3 [F_h (v - v_0) - F_v (h - h_0)] - c_4 b F_v \leq 0 \quad (18)$$

onde b é a espessura da base da barragem, c_3 e c_4 são constantes e v e h são as coordenadas das linhas de acção das resultantes verticais e horizontais. (h_0, v_0) são as coordenadas do ponto na base da barragem no paramento juzante que se mantem fixo durante a optimização. Com base nesta expressão, é possível calcular a excentricidade das acções actuantes na base e impor-lhe limites:

$$e(x) \leq e^u \quad e(x) \geq -e^l \quad (19)$$

O coroamento da barragem tem de possuir uma espessura mínima para resistir ao choque de objectos flutuantes, permitir a circulação de tráfego e para proporcionar uma altura livre acima do nível máximo da água.

$$l(x) \geq l^l \quad (20)$$

O método de optimização utilizado neste trabalho e descrito a seguir requer que todos estes objectivos sejam normalizados. Se V representar o volume de referência, melhora-se este objectivo se:

$$g_1(x) = \frac{V(x)}{V} - 1 \leq 0 \quad (21a)$$

Os restantes objectivos serão alcançados se,

$$g_2(x) = \frac{\sigma(x)}{\sigma^u} - 1 \leq 0 \quad (21b)$$

$$g_3(x) = -\frac{\sigma(x)}{\sigma^l} + 1 \leq 0 \quad (21c)$$

$$g_4(x) = c_1 F_h(x)/c_0 + c_2 F_v/c_0 - 1 \leq 0 \quad (21d)$$

$$g_5(x) = e(x)/e^u - 1 \leq 0 \quad (21e)$$

$$g_6(x) = -e(x)/e^u + 1 \leq 0 \quad (21f)$$

$$g_7(x) = -\frac{1}{i^l} + 1 \leq 0 \quad (21g)$$

Para determinar o conjunto de incógnitas x que minimizam todos estes objectivos define-se o problema de optimização minimax:

$$\text{Min}_x \text{Max}_j (g_1, \dots, g_j \dots g_7) = \text{Min}_x \text{Max}_{j=1,7} \langle g_j(x) \rangle \quad (22)$$

Como o problema minimax é descontínuo e não diferenciável quaisquer destas características fazem com que a solução directa por meios numéricos seja difícil. Na referência 2 foi estudado o papel do formalismo da entropia máxima em optimização minimax. Demonstra-se a partir da desigualdade de norma p que se pode obter uma solução de Pareto através da minimização de uma função escalar contínua e diferenciável:

$$\text{Min}_x \text{Max}_{j=1,7} \langle g_j(x) \rangle = \text{Min} (1/p) \log \{ \sum_{j=1,7} \exp[p g_j(x)] \} \quad (23)$$

em ordem às variáveis x para uma sequência crescente de valores $p \geq 1$.

Optimização da Função Escalar

Os objectivos $g_j(x)$ indicados no problema de optimização escalar não tem forma algébrica explícita em ordem às variáveis x_i . Por esse motivo o problema de minimização indicado no lado direito da eq.(23) é resolvido iterativamente com base em aproximações explícitas. Formula-se o problema explícito tomando os desenvolvimentos em série de Taylor de todos os objectivos $g_j(x)$ truncados a seguir ao termo linear:

$$\text{Min} (1/p) \log \{ \sum_{j=1,7} \exp [g_j(x_0) + \sum_{i=1,N} \left(\frac{\partial g_j}{\partial x_i} \right)_0 (x_i - x_0)] \} \quad (24)$$

Uma vez conhecidos os valores de todos os $g_j(x_0)$ e $\partial g_j(x_0)/\partial x_i$, pode resolver-se o problema (24) por um método qualquer para optimização de funções de várias variáveis sem restrições. Entre estes, é preferível utilizar um método gradiente. Resolve-se iterativamente (24), sendo x_0 definido a partir da solução óptima da iteração anterior. O novo dimensionamento tem de ser analisado obtendo-se novos valores para $g_j(x_1)$ e $\partial g_j(x_1)/\partial x_i$ que substituem os que correspondem a x_0 . Repete-se este procedimento até que as variações em x de iteração para iteração sejam pequenas.

ANALISE DE SENSIBILIDADES

Método Semi-analítico

Para formular e resolver o problema de escolha de direcções utilizada na minimização da função escalar é necessário calcular os valores numéricos das funções $g_j(x)$ e das suas derivadas em ordem às variáveis de decisão. Como as matrizes Q , K e o vector P são funções das variáveis de decisão x_i , a obtenção das expressões para $\partial K/\partial x_i$, $\partial P/\partial x_i$ e $\partial Q/\partial x_i$ não é imediata. Utiliza-se o método semi-analítico para cálculo das sensibilidades das respostas obtidas para os carregamentos estáticos e consiste nos seguintes passos:

1- Obter o vector de carga virtual Q_p por diferenças finitas, fazendo $\Delta x_i = (0, 0, \dots, \Delta x_i, \dots, 0)$

$$Q_p = \sum_{e \in E} (-K_e(x + \Delta x_i) u + K_e(x) u + P_e(x + \Delta x_i) - P_e(x)) / \Delta x_i \quad (25)$$

em que o índice e e o conjunto E só se refere aos elementos finitos que dependem da variável de decisão x_i

2- Calcula-se $\partial u/\partial x_i$ a partir de,

$$\partial u/\partial x_i = K^{-1} Q_p \quad (26)$$

3- Determina-se a aproximação linear para os parâmetros $x + \Delta x_i$,

$$u(x + \Delta x_i) \cong u(x) + \partial u / \partial x_i \Delta x_i \quad (27)$$

4- Obtêm-se as sensibilidade das respostas R por diferenças finitas:

$$\partial R / \partial x_i \cong [R(x + \Delta x_i, u + \Delta u) - R(x, u)] / \Delta x_i \quad (28)$$

Indicam-se em seguida as expressões necessárias para obter $\partial u(t) / \partial x_i$ e que dependem do tipo de método adoptado para a análise dinâmica³. As restantes respostas da estrutura provocadas pelo sismo são calculadas a partir dos passos 3 e 4 do método semi-analítico.

Análise Modal

Os gradientes dos deslocamentos são calculados diferenciando a eq.(6) em ordem a x_i :

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_r q_r \phi_r = \sum_r q_r \frac{\partial \phi_r}{\partial x_i} + \frac{\partial q_r}{\partial x_i} \phi_r \quad (29)$$

Mas para calcular $(\partial q_r / \partial x_i)$ são necessárias as quantidades,

$$\frac{\partial \omega_r'}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial \lambda_r}{\partial x_i} - 2 \mu_r \frac{\partial \mu_r}{\partial x_i} (\lambda_r - \mu_r^2)^{-1/2} \quad (30)$$

e,

$$\frac{\partial \mu_r}{\partial x_i} = \phi_r^t C \frac{\partial \phi_r}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \phi_r^t \frac{\partial C}{\partial x_i} \phi_r \quad (31)$$

O cálculo dos gradientes dos valores próprios e vectores próprios é indispensável para obter os lados direitos das eq.(29-31).

Para se obter os gradientes dos valores próprios, diferencia-se em primeiro lugar ambos os lados da eq.(4) em ordem a cada variável x_i ,

$$(K - \lambda_r M) \frac{\partial \phi_r}{\partial x_i} + \frac{\partial K}{\partial x_i} \phi_r - \lambda_r \frac{\partial M}{\partial x_i} \phi_r - \frac{\partial \lambda_r}{\partial x_i} M \phi_r \quad (32)$$

Prémultiplicando a eq.(32) por ϕ_r^t e utilizando a simetria de M e K conduz ao cálculo dos gradientes dos valores próprios,

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial x_i} = \phi_r^t \frac{\partial K}{\partial x_i} \phi_r - \lambda_r \frac{\partial M}{\partial x_i} \phi_r \quad (33)$$

Determina-se em seguida a expressão que permite obter as derivadas dos vectores próprios. Para,

$$B = K - \lambda_r M \quad (34)$$

quando todos os valores próprios são diferentes (o que normalmente acontece), o traço de B é (m - 1). Isto permite particionar a eq.(6):

$$\begin{vmatrix} B_{11} & b_{12} \\ b_{12}^t & b_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \phi_{r1} \\ \phi_{r2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (35)$$

onde ϕ_{r2} é um escalar e b_{12} um vector coluna.

Diferenciando a eq.(35) em ordem a x_i dá:

$$\begin{vmatrix} \partial B_{11}/\partial x_i & \partial b_{12}/\partial x_i \\ \partial b_{12}/\partial x_i^t & \partial b_{22}/\partial x_i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \phi_{r1} \\ \phi_{r2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} B_{11} & b_{12} \\ b_{12}^t & b_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \partial \phi_{r1}/\partial x_i \\ \partial \phi_{r2}/\partial x_i \end{vmatrix} = 0 \quad (36)$$

Resolve-se a eq.(36) em ordem a $(\partial \phi_r/\partial x_i)$, obtendo-se uma solução em termos do escalar $\partial \phi_{r2}/\partial x_i$:

$$\frac{\partial \phi_r}{\partial x_i} = \frac{\partial \phi_{r2}}{\partial x_i} a + A_i \phi_r \quad (37)$$

onde,

$$a = \begin{vmatrix} -B_{11}^{-1} b_{12} \\ b_{22}^{-1} b_{12}^t B_{11}^{-1} b_{12} \end{vmatrix} \quad (38a)$$

e,

$$A = \begin{vmatrix} B_{11}^{-1} \partial B_{11}/\partial x_i & -B_{11}^{-1} \partial b_{12}/\partial x_i \\ b_{22}^{-1} (-\partial b_{12}/\partial x_i^t + b_{12}^t B_{11}^{-1} \partial B_{11}/\partial x_i) & b_{22}^{-1} (-\partial b_{22}/\partial x_i + b_{12}^t B_{11}^{-1} \partial b_{12}/\partial x_i) \end{vmatrix} \quad (38b)$$

Deste modo é necessário determinar a quantidade, $(\partial \phi_{r2}/\partial x_i)$. Para consegui-lo, diferencia-se em primeiro lugar a eq.(8) em ordem a x_i

$$\phi_r^t M \partial \phi_r/\partial x_i + \phi_r^t \partial M/\partial x_i \phi_r = 0 \quad (39)$$

Por substituição da eq.(37) em (39) e rearranjando obtém-se,

$$\frac{\partial \phi_{r2}}{\partial x_i} = \frac{2 \phi_r^t M A_i \phi_r + \phi_r^t \partial M/\partial x_i \phi_r}{2 \phi_r^t M a} \quad (40)$$

Utilizando a eq.(37),

$$\frac{\partial \phi_{r1}}{\partial x_i} = -B_{11}^{-1} \begin{vmatrix} \partial B_{11} & \partial b_{12} & \partial \phi_{r2} \\ \partial x_i & \partial x_i & \partial x_i \end{vmatrix} \quad (41)$$

Integração Passo a Passo

Para calcular os gradientes das acelerações diferencia-se a eq.(14) em ordem a cada uma das variáveis de decisão. Chega-se a:

$$\partial \ddot{u}(t+\delta t)/\partial x_i = [M + \delta t/2 C + \beta \delta t^2 K]^{-1} \left\{ A_1 u(t) + A_2 \dot{u}(t) + A_3 \ddot{u}(t) + K \frac{\partial u(t)}{\partial x_i} + A_4 \frac{\partial \dot{u}(t)}{\partial x_i} + A_5 \frac{\partial \ddot{u}(t)}{\partial x_i} + A_6 \ddot{u}(t+\delta t) \right\} \quad (42)$$

onde $A_1 = \partial K/\partial x_i$; $A_2 = \partial C/\partial x_i + \delta t \partial K/\partial x_i$

$A_3 = \delta t/2 \partial C/\partial x_i + (1/2 - \beta) \delta t^2 \partial K/\partial x_i$; $A_4 = C + \delta t K$

$A_5 = \delta t/2 C + (1/2 - \beta) \delta t^2 K$; $A_6 = \partial M/\partial x_i + \delta t/2 \partial C/\partial x_i + \beta \delta t^2 \partial K/\partial x_i$

Pode utilizar-se a eq.(42) directamente para cálculo das sensibilidades. De facto, como os deslocamentos e velocidades podem ser calculados por substituição da eq.(14) nas eq. (13a) e (13b), os gradientes destas quantidades são obtidos por diferenciação directa em ordem a cada uma das variáveis de decisão.

Para a velocidade obtém-se:

$$\partial u(t+\delta t)/\partial x_i = \partial/\partial x_i \{u(t) + \delta t/2 [u(t) + u(t+\delta t)]\} \quad (43a)$$

Do mesmo modo as sensibilidades dos deslocamentos são:

$$\partial u(t+\delta t)/\partial x_i = \partial/\partial x_i \{u(t) + \delta t u(t) + (1/2-\beta) \delta t^2 u(t) + \beta \delta t^2 u(t+\delta t)\} \quad (43b)$$

É necessário ter em atenção que só se podem calcular as derivadas dos deslocamentos, depois de conhecidos os gradientes das acelerações e velocidades.

EXEMPLO

Escolheu-se uma barragem de gravidade para ilustrar o método de optimização descrito (Ref.4, para cargas estáticas). A geometria da barragem é definida a partir de 3 (Caso I) e 5 (Caso II) variáveis de forma. A barragem tem 100m de altura e 6m de espessura mínima. Tomam-se para tensões admissíveis à compressão e tracção do betão 10.000 kN/m^2 e 1000 kN/m^2 , respectivamente. O módulo de elasticidade é $2.1 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$, o coeficiente de Poisson $\nu=0.2$ e o peso específico $2.4 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^3$. Para propriedades da fundação considera-se $E=10^7 \text{ kN/m}^2$ e $\nu=0.15$. O coeficiente de amortecimento é 0.05.

Consideram-se os seguintes carregamentos: 1) peso próprio; 2) peso próprio e pressão da água; 3) peso próprio, pressão da água e sismo; 4) peso próprio e sismo.

A segurança relativamente ao derrube para as combinações de acções 1 e 2 verifica-se quando $V \times 0.8/H \geq 1.5$, onde V e H são, respectivamente, a resultante das cargas verticais e horizontais. Para garantir a segurança ao derrube $le \leq 1/6$ da largura da base, onde e é a excentricidade da resultante. Quando se consideram acções sísmicas, as expressões para a segurança ao deslizamento e derrube são $V \times 0.8/h \geq 1.2$ e $le \leq 1/3$.

Na Fig.3 são comparadas as geometrias determinadas pelo programa de optimização, quando os efeitos sísmicos são calculados através de coeficientes estáticos e por análise dinâmica.

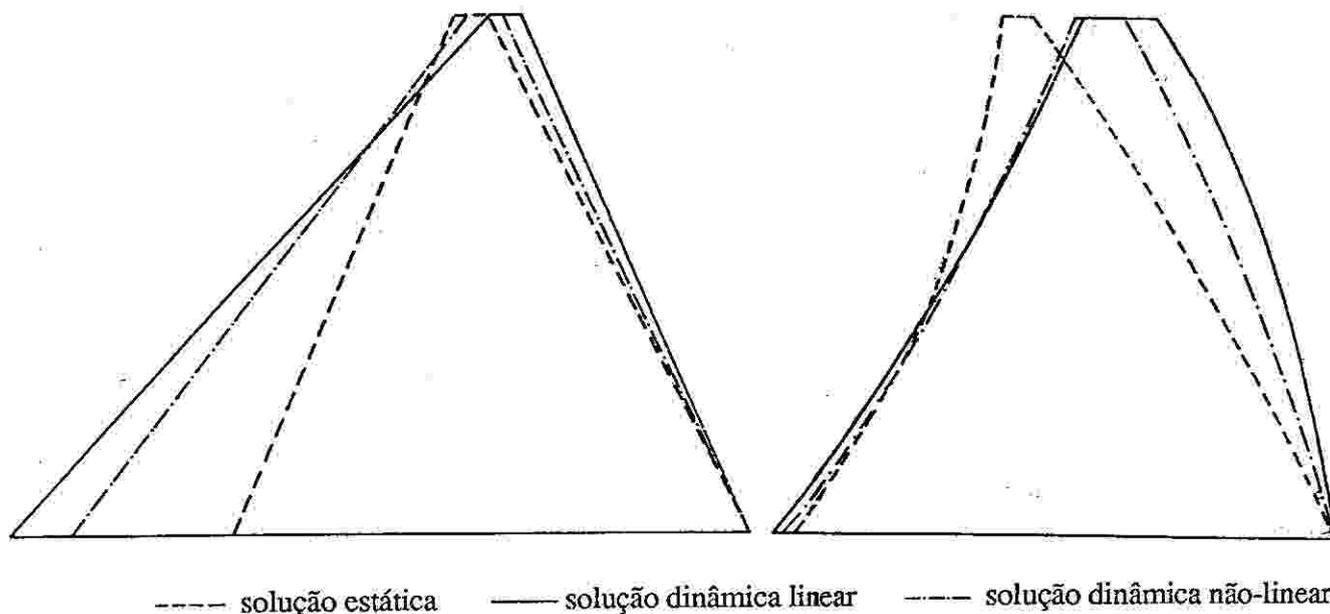


Figura 3

Graças à maior flexibilidade na descrição da forma da barragem, o volume diminui à medida que o número de parâmetros aumenta. Nas soluções encontradas verifica-se que as geometrias são muito diferentes, bem como os objectivos críticos. Os objectivos mais importantes para o dimensionamento estático são o derrube e o deslizamento, em virtude de se desprezar a componente vertical da resposta da estrutura ao sismo, e a espessura mínima no coroamento da barragem. Quando se efectua a análise dinâmica da estrutura verifica-se que as tensões de tracção no paramento juzante são dominantes. Por outro lado, as massas no coroamento da barragem que não aumentam as tensões calculadas na análise estática, quando submetidas a sismos provocam um aumento substancial de tensões de tracção no topo

estática, quando submetidas a sismos provocam um aumento substancial de tensões de tração no topo da barragem.

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Quando se efectua a análise dinâmica da estrutura dimensionada com base em critérios estáticos, verifica-se que as tensões de tração no paramento juzante chegam a ser 2.5 vezes superiores aos valores máximos estipulados. Por esse motivo se afigura indispensável ter em atenção no dimensionamento os modos de vibração da barragem. Por outro lado, a optimização tendo por base a resposta dinâmica linear conduz a um aumento importante no volume de material utilizado. Como as tensões de tração no paramento juzante são dominantes, o módulo de análise deve contemplar o mecanismo de propagação de fendas, estudado explicitamente através da mecânica da fractura ou implicitamente por meio de critérios de cedência não-lineares. Deste modo será possível diminuir as tensões de tração instaladas nesse paramento, diminuindo o volume de betão necessário.

Por esse motivo o método que se propõe neste trabalho consiste na combinação de dois algoritmos, sendo um de análise estrutural e outro de optimização. Para a análise da barragem sujeita aos sismos utiliza-se a integração passo-a-passo de Newmark. Obtêm-se soluções para o problema de optimização com objectivos múltiplos com base no formalismo da entropia máxima de Jaynes. Foi apresentado um método semi-analítico para o cálculo das sensibilidades, concebido para tirar partido das técnicas de integração no tempo utilizadas.

Normalmente consideram-se fenómenos hidrodinâmicos que se adicionam às pressões hidrostáticas. Esses efeitos são contabilizados através de fórmulas que dependem essencialmente da profundidade e do ângulo que o paramento faz com a horizontal. Segundo as hipóteses básicas dessas fórmulas admite-se que a água é incompressível e o maciço rígido. Contudo, a deformabilidade da barragem e a compressibilidade da água são importantes na resposta da estrutura sujeita a sismos, aumentando substancialmente os fenómenos hidrodinâmicos, pelo que se justifica a sua modelação por elementos finitos⁵. Muitas vezes a análise sísmica só entra com a componente horizontal. A contribuição da componente vertical no comportamento de barragens é significativa porque os efeitos hidrodinâmicos que actuam segundo a direcção horizontal no paramento montante e a interacção entre a água e a fundação provovam resposta lateral. Em barragens de pequena altura a resposta a esta componente é muito importante, podendo mesmo exceder o efeito da componente horizontal. Embora essa importância diminua com a altura da barragem devem ser sempre considerados os efeitos da componente vertical dos sismos.

AGRADECIMENTOS

Os autores desejam agradecer o apoio financeiro concedido pela JNICT (Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica, Proj. 87.230).

REFERÊNCIAS

1. C.Y. Yang, S. Chen, H. Wang e F.J. Sanchez-Sesma (1979) "Hydrodynamic Pressures on Dams with inclined Face", J. Engrg. Mechanics Div., ASCE, Vol.105, pp. 717-722.
2. L.M.C. Simões and A.B. Templeman (1989) "Entropy-based Synthesis of Pretensioned Cable Net Structures", Eng. Opt. Vol.15, 121-140.
3. H. Yamakawa (1984) "Optimum Structural Design for Dynamic Response" in New Directions in Optimum Structural Design, E. Atrek, R.H. Gallagher, K.M. Ragsdell and O.C. Zienkiewicz Ed., J.Wiley, 249-266.
4. K. Wassermann (1983-84) "Three Dimensional Shape Optimization of Arch Dams with prescribed Shape Functions", J. Struct. Mechanics, Vol.11, 465-489.
5. A.K. Chopra e P. Chakrabarty (1981) "Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dams including Dam-water-foundation Rock Interaction", Earth. Engrg. Struct. Dynamics, Vol.9, 363-383.