

OPTIMIZAÇÃO COM CRITÉRIOS PROBABILÍSTICOS DE PONTES PEDONAIS ATIRANTADAS DE MADEIRA

João H. O. Negrão*, Luis M. C. Simões

* Departamento de Engenharia Civil,
Universidade de Coimbra, 3030 Coimbra, PORTUGAL
e-mail: lcsimoes@dec.uc.pt, web <http://www.dec.uc.pt/labest/polo.html>

Palavras chave: Estruturas, madeira, pontes, tirantes, glulam, optimização.

Resumo. *Descreve-se neste trabalho um procedimento para determinar o óptimo de pontes pedonais atirantadas de madeira, admitindo um comportamento aleatório de propriedades dos materiais. Utiliza-se um programa de elementos finitos para análise da estrutura. Este programa dispõe de um módulo para realizar a análise de sensibilidades das respostas da estrutura a alteração nos valores das variáveis de projecto por via analítica. A optimização consiste na minimização de tensões, deslocamentos, fiabilidade e custo médio da ponte. Este problema é do tipo minimax, não diferenciável e não-linear, sendo transformado numa sequência de minimizações de funções escalares convexas, obtendo-se no final uma solução de Pareto. Apresentam-se exemplos numéricos que ilustram a metodologia adoptada.*

1. INTRODUÇÃO

A optimização de pontes de tirantes pode ser representada pela minimização do custo ou volume da estrutura e das tensões máximas. Outros objectivos incluem deslocamentos e a garantia que as variáveis de decisão não são menores que limites inferiores especificados. O trabalho dos autores iniciou-se com a optimização das dimensões utilizando um modelo 2-D para análise da estrutura sujeita a carregamento estático. O problema foi então generalizado para análise tridimensional e consideraram-se fases construtivas [1]. Mais tarde foram acrescentados efeitos sísmicos na optimização, utilizando o método de sobreposição modal espectral e integração passo a passo [2]. Como na maior parte dos estudos anteriores se utilizou para modelar o tabuleiro uma solução com as grelhas apoiando vigas na direcção transversal, foi também proposta a utilização de secções em caixão [3]. Para corrigir as forças nos cabos durante as fases construtivas, foram introduzidas variáveis de dimensionamento de pré-esforço no modelo de optimização. A optimização determinística caracterizada pela utilização de critérios de fiabilidade e formulada adoptando um comportamento aleatório para algumas grandezas designa-se optimização com critérios probabilísticos. A aplicação generalizada destes conceitos ainda apresenta limitações, em grande parte devido à arquitectura entrelaçada deste tipo de procedimentos, que inclui a análise estrutural por elementos finitos, análise de fiabilidades, análise de sensibilidades e optimização.

O comportamento de estruturas complexas é normalmente analisado utilizando o método dos elementos finitos. As tensões e deslocamentos da estrutura podem ser calculados conhecendo os valores (determinísticos) do carregamento, geometria e comportamento do material. Alguns códigos especificam uma probabilidade de rotura máxima durante um período de referência (anual ou durante a vida útil da estrutura). Esta probabilidade de rotura traduz-se em factores de segurança parciais e coeficientes de combinação, que vão ser aplicados reduzindo a resistência e aumentando a carga de modo a obterem-se os valores de projecto. Estes valores ao serem utilizados como dados num programa de análise por elementos finitos produzem resultados que vão ser comparados aos estados limites últimos e de serviço indicados nos códigos. Pressupõe-se que uma estrutura que satisfaça os estados limites também satisfaz os critérios de fiabilidade. Contudo a realidade é diferente. Em primeiro lugar os métodos do nível I (baseado em códigos), ao utilizar factores de segurança parciais, só garantem os critérios de fiabilidade para estruturas habituais. Por outro lado, os factores de segurança parciais são especificados com base na experiência, não se estabelecendo normalmente a ligação com a teoria de fiabilidade estrutural. Por último, há a incluir o comportamento do sistema estrutural: os factores de segurança são estabelecidos para membros da estrutura, tais como pilares e vigas e a estrutura comporta-se como um sistema constituído por estes componentes. Por esse motivo, e dependendo do tipo de sistema, uma estrutura poderá ser mais ou menos fiável que os seus membros. A vantagem dos métodos do nível I (que utilizam factores de segurança parciais) é que os estados limites vão ser verificados para um número reduzido de combinações de variáveis. A desvantagem é a falta de precisão, dado desconhecer-se a fiabilidade da estrutura no seu conjunto. Estes problemas podem ser ultrapassados utilizando métodos de fiabilidade mais sofisticados designadamente

os do nível II (FORM- aproximação de 1ª ordem das médias e desvios padrões) e nível III (Monte Carlo). O problema deste método consiste no esforço computacional, considerável quando utilizado em combinação com o método dos elementos finitos.

Neste trabalho foram utilizados métodos de análise de fiabilidades de 1ª ordem e a informação de sensibilidades foi obtida por via analítica. Num trabalho futuro, será proposto o método de simulação combinado com superfícies de resposta.

2. ANALISE DA ESTRUTURA

O código de elementos finitos MODULEF foi utilizado como ferramenta básica para a análise da estrutura dada a disponibilidade do código onde seriam introduzidos os diversos desenvolvimentos. Dos vários elementos disponíveis na biblioteca de elementos, só foram retidos e adaptados os necessários à modelação de pontes estaiadas por cabos de 2D e 3D. Consistem em elementos barra, viga (formulação Euler-Bernoulli) e modelos para placa-membrana serendipity de 4 e 8 nós (formulação de Reissner-Mindlin).

3. VARIÁVEIS DE DECISÃO

A resposta estrutural de uma ponte estaiada é condicionada por um grande número de parâmetros, designadamente secções transversais e dimensões, geometria genérica da ponte, forças de pré-esforço aplicadas, ligações tabuleiro-pilar, etc. Enquanto que algumas só desempenham um papel secundário no comportamento da ponte, outras, tais como o padrão dos cabos e forças de pré-esforço têm maior importância para fins de segurança e fiabilidade.

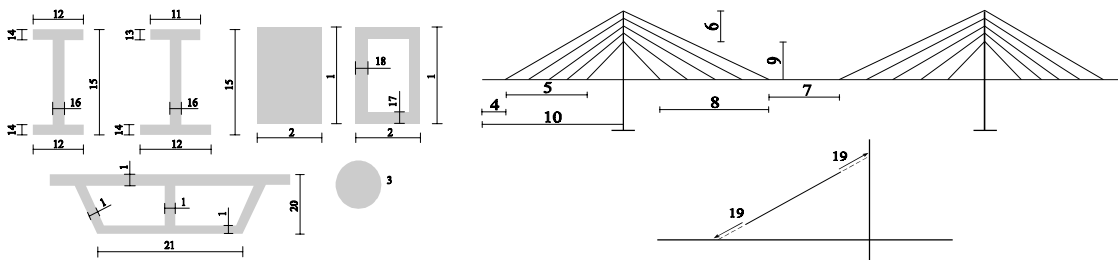


Figura 1 – Variáveis de dimensionamento e híbridas Figura 2 – Variáveis de forma e mecânicas

Consideraram-se três tipos de variáveis de decisão: dimensionamento, forma e mecânica. As variáveis de dimensionamento são as secções transversais das barras, viga e elementos placa (altura da alma, largura do banço, espessura da placa). Alterações nos valores destas variáveis não implica a necessidade de alterar a malha de elementos finitos. As variáveis de forma vão produzir alterações à geometria e, por este motivo, requerem a actualização das coordenadas nodais ou a reformulação da malha. Outro tipo de variáveis de decisão caracteriza-se como sendo híbrido uma vez que definem a forma da secção em caixão ou geometria do tabuleiro, necessitando apenas da actualização das coordenadas nodais. Por último, a força de pré-esforço é uma variável de decisão mecânica, que não está relacionada

com qualquer tipo de quantidade geométrica. Os tipos de variáveis correntemente disponíveis estão representadas nas figura 1 e 2.

Estas variáveis têm finalidades complementares para a otimização da estrutura. As variáveis de decisão de dimensionamento conduzem à redução do volume/ custo da estrutura. As variáveis de decisão mecânicas e de forma têm uma influência reduzida no custo da estrutura, mas permitem uma melhor distribuição de tensões, que por sua vez permite reduzir os valores das variáveis de dimensionamento. As variáveis de decisão de pré-esforço são essenciais para obter a razante tomando para carregamento o peso da estrutura. O comportamento final de pontes de tirantes vai depender fortemente do processo adoptado para as fases construtivas. Entre os procedimentos mais usuais, os avanços sucessivos permitem o lançamento de grandes vãos cumprindo regras restritivas de execução. A sequência cronológica de construção conduz a um conjunto independente de subestruturas, cada uma das quais corresponde a uma fase construtiva.

Isto é feito automaticamente através do gerador da malha. É também permitido representar vários parâmetros através do mesmo índice das variáveis de decisão. O número de carregamentos da estrutura final, considera a combinação do vento, sismo e sobrecarga actuando em diversas posições no vão.

4. OPTIMIZAÇÃO BASEADA EM FIABILIDADE

A rotura é definida através de um relação funcional, a função do estado limite, como:

$$F = \{g(x) \leq 0\} \quad (1)$$

A probabilidade de rotura é calculada através do seguinte integral:

$$p_F = \int_{g(x) < 0} f_x(x) dx \quad (2)$$

onde $f_x(x)$ é a função de densidade probabilística conjunta das variáveis aleatórias x . Este integral não é simples de resolver. Têm sido propostas várias metodologias para o solucionar, incluindo técnicas numéricas de integração, a simulação de Monte Carlo e expansões assintóticas de Laplace. As técnicas de integração numérica são ineficientes quando o vector x envolve um grande número de variáveis. As técnicas de Monte Carlo podem ser usadas embora igualmente envolvam um esforço computacional considerável. Este trabalho irá versar os métodos de segundo momento, que estão de acordo com as soluções obtidas pelas expansões integrais assintóticas de Laplace. Se a função de estado limite $g(x)$ for linear nas variáveis aleatórias com distribuição normal, a probabilidade de rotura pode ser descrita nos termos da margem de segurança linear M como:

$$P_F = P\{g(x) \leq 0\} = P(M \leq 0) \quad (3)$$

sendo necessário apenas determinar os valores da função normal acumulada

$$p_F = \Phi(-\beta) \quad (4)$$

onde β é o índice de fiabilidade, dado por

$$\beta = \mu_M / \sigma_M \quad (5)$$

A probabilidade de rotura é obtida por manipulação algébrica simples a partir das médias e desvios padrão das variáveis aleatórias básicas. Quando a função de estado limite não for linear nas variáveis aleatórias X , Hasofer e Lind sugeriram efectuar a linearização da função de estado limite no ponto da superfície de rotura representada no espaço normalizado U que desta menos da origem das variáveis aleatórias padronizadas.

A interpretação geométrica do índice de fiabilidade consiste na distância entre a linha (ou o hiperplano) formando a fronteira entre o domínio seguro e o de rotura e a origem das variáveis normais padronizadas.

$$U_i = (X_i - \mu_{xi}) / \sigma_{xi} \quad (6)$$

Como não se sabe antecipadamente esta localização, tem que ser obtida iterativamente. Desde que a função de estado limite seja diferenciável, o seguinte esquema de iteração pode ser seguido:

$$\alpha_i = - \partial g(\beta \alpha) / \partial u_i \left[\sum_{j=1}^n \partial g(\beta \alpha)^2 / \partial u_i \right]^{-1/2} \quad (7)$$

$$G(\beta \alpha_1, \beta \alpha_2, \dots \beta \alpha_n) = 0 \quad (8)$$

que conduzirá ao ponto U^* , assim como permitirá obter o índice de fiabilidade β .

Para avaliar a probabilidade de rotura do sistema estrutural, o cálculo de fiabilidade exige a enumeração dos índices de fiabilidade associados às funções de estado limite. Como os modos de colapso estão normalmente correlacionados através das cargas e resistências, a determinação exacta da probabilidade é impraticável ou mesmo impossível de representar numericamente. Por esta razão, diversos investigadores resolveram este problema sugerindo limites para p_F ou soluções aproximadas. Geralmente a probabilidade de rotura admissível para a estrutura é muito baixa. Uma primeira estimativa de p_F pode ser calculada através limite de primeira ordem proposto por Cornell:

$$\underset{allk}{Max} [\Pr(Z_k)] \leq p_F \leq \sum_{k=1,m} \Pr[Z_k \leq 0] \quad (9)$$

O limite inferior, que representa a probabilidade de ocorrência do modo mais crítico (modo dominante) é obtido assumindo os modos de rotura Z_k perfeitamente dependentes, e o limite superior considera a independência entre os modos de rotura. Portanto, a abordagem de limite superior de primeira ordem de Cornell é muito conservadora porque negligencia a correlação entre os modos de rotura, que é em muitos casos elevada. Podem ser obtidos limites mais apertados tendo em conta as probabilidades dos modos de rotura ocorrerem em simultâneo, ou seja, a probabilidade de rotura conjunta $P(F_i \cap F_j)$. Os limites superior e inferior daí resultantes são:

$$p_F \geq (F_1) + \sum_{i=2}^m \text{Max} \left\{ \left[P(F_i) - \sum_{j=1}^{i-1} P(F_i \cap F_j) \right]; 0 \right\} \quad (10)$$

$$p_F \leq \sum_{i=1}^m P(F_i) - \sum_{i=2}^m \text{Max}_{j<i} P(F_i \cap F_j) \quad (11)$$

Os limites acima descritos podem ser ainda mais estreitados utilizando o método dos limites condicionais de Ditlevsen para encontrar a probabilidade dos acontecimentos conjuntos. Segundo este procedimento, no espaço da distribuição de Gauss é sempre possível determinar β_i , β_j e o coeficiente de correlação ρ_{ij} para cada par de modos de colapso F_i e F_j . O conceito da decomposição do modo de rotura de Vanmarcke, que tem em conta a probabilidade condicional do modo (i-1) sobreviva quando o modo i ocorre pode ser igualmente utilizado. Assumindo que a probabilidade de ocorrência do modo i , $P(F_i) = \Phi(\beta_i)$ depende de β_i apenas, a probabilidade condicional $P(S_j | F_j)$ é avaliada em termos de índice de segurança β_i e β_j e o coeficiente de correlação ρ_{ij} entre os modos de rotura F_i e F_j . O PNET é um método aproximado que evita ter de calcular as probabilidades condicionais entre modos de rotura. Neste caso é necessário obter os coeficientes de correlação entre quaisquer dois modos de rotura i e j e é baseado na noção de coeficiente de correlação de demarcação ρ_0 . Pressupõe que os modos de rotura com alta correlação ($\rho_{ij} \geq \rho_0$) sejam perfeitamente correlacionados e aqueles com baixa correlação ($\rho_{ij} < \rho_0$) sejam estatisticamente independentes. Este método não é muito conveniente pois as soluções estão fortemente dependentes do coeficiente de demarcação definido.

5. ANALISE DE SENSIBILIDADES

Foi adoptado método de análise directa para efectuar a análise de sensibilidades dada a disponibilidade do código, o padrão da estrutura discretizada e o grande número restrições envolvidas. Para problemas estáticos lineares, as derivadas das restrições cinemáticas (deslocamentos) são obtidas através da resolução de um sistema estrutural com cargas virtuais. As derivadas das tensões são obtidas analiticamente através da derivação em cadeia da matriz de tensão de cada elemento finito.

$$\underline{\sigma} = \underline{D} \underline{B}_e \underline{u}_e \quad (12)$$

$$\frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial x_i} = \frac{\partial (\underline{D} \underline{B}_e)}{\partial x_i} \underline{u}_e + \underline{D} \underline{B}_e \frac{\partial \underline{u}_e}{\partial x_i} \quad (13)$$

O primeiro termo do lado direito pode ser directamente calculado durante a computação da contribuição do elemento para o sistema global, se as expressões das derivadas forem pré-programadas e chamadas nesse estágio. O segundo termo do lado direito é um tanto mais difícil de calcular porque não existe uma relação explícita entre o vector de deslocamento e o conjunto de variáveis decisão. Pré-programando e armazenando a matriz de rigidez e as

derivadas do lado direito tal como foram descritas para a matriz das tensões, as derivadas dos deslocamentos podem ser calculadas através da solução de um conjunto de N pseudo-cargas. As derivadas das tensões são posteriormente obtidas directamente. A forma explícita da matriz das derivadas depende do tipo de elemento. Para elemento tipo barra e viga 2 D e 3D o cálculo é directo. No que respeita a elementos de membrana/placa, é requerida a diferenciação da formulação de todo o elemento finito.

6. OPTIMIZAÇÃO

O princípio económico de Pareto está a ganhar aceitação na optimização de problemas com objectivos múltiplos. Em problemas de minimização a solução é óptimo de Pareto, se não existir nenhum outro vector admissível que possa reduzir uma função objectiva sem aumentar pelo menos uma outra. O vector óptimo existe normalmente em problemas práticos e não é único. O objectivo global do dimensionamento de pontes de tirante é alcançar uma solução económica e segura. Neste estudo não há intenção de incluir todos os factores que influenciam o custo da estrutura. Um dos factores convencionalmente adoptados é o custo do material utilizado. Um segundo conjunto de objectivos resulta da necessidade de que as tensões devem ser as menores possíveis. O método de optimização requer que todos estes objectivos sejam normalizados. Outro conjunto de objectivos provém da imposição de limites inferiores e superiores nas variáveis de dimensionamento, designadamente nas secções mínimas dos tirantes para evitar mudanças de topologia e dimensões exequíveis para a rigidez do tabuleiro e secções das torres. Têm que ser considerados limites semelhantes para as variáveis de forma. Estabelecem-se ainda limites variáveis de forma de modo a garantir que nenhuma violação geométrica ocorra quando estas variáveis são actualizadas. Podem ser estabelecidos objectivos adicionais para garantir um conjunto de requisitos geométricos durante o processo de optimização (discretização da malha, relações que estabelecem a variação no espaçamento entre cabos no tabuleiro e nas torres, etc). Para estes, a abordagem escolhida foi fornecer inicialmente todas as informações necessárias através de um conjunto de coeficientes geométricos que descrevem estas condições.

Existem diversas formulações para obter soluções óptimas envolvendo comportamento aleatório. Uma revisão bibliográfica sobre estas metodologias pode ser encontrada em [4]. O custo do material, conjuntamente com a probabilidade máxima de rotura, medidas do desempenho estrutural, requisitos técnicos e de fabrico são os objectivos a ser minimizados. Dimensões, forma, configuração de material e parâmetros de carga podem mudar durante o processo de optimização. Estabelecem-se limites para a média das variáveis de dimensionamento e geométricas a fim de obter soluções executáveis e as características estéticas requeridas.

O objectivo é minimizar todos estes objectivos considerando as variáveis de decisão de dimensionamento e geométricas. Este problema é descontínuo e diferenciável e, por isso, difícil de resolver. Contudo, através da utilização de uma abordagem baseada na entropia, Templeman mostrou que a sua solução é equivalente à de uma função escalar convexa sem restrições, dependendo somente de um parâmetro de controlo. Este problema de minimização

pode ser resolvido pelos métodos convencionais quasi-Newton. Quanto ao parâmetro de controlo, deve garantir-se que este seja aumentado no decurso do processo de optimização. A função scalar é muito semelhante à de Kreisselmeyer-Stainhauser, derivada para problemas de controlo:

$$F(\underline{x}) = \frac{1}{\rho} \cdot \ln \left[\sum_{j=1}^M e^{\rho(g_j(\underline{x}))} \right] \quad (14)$$

O problema (14) não tem restrições e é não diferenciável o que, em teoria, permite uma utilização dos diversos métodos numéricos disponíveis. Contudo, dado que grande parte das funções $g_j(x,z)$ não têm uma forma algébrica explícita, a estratégia adoptada foi solucionar (14) através de uma sequência iterativa de modelos aproximados explícitos. Formula-se uma aproximação explícita considerando os desenvolvimentos em série de Taylor de todos os objectivos $g_j(x,z)$ truncados após o termo linear:

$$F(\underline{x}) = \frac{1}{\rho} \cdot \ln \left[\sum_{j=1}^M e^{\rho \left(g_{oj}(\underline{x}_o) + \sum_{i=1}^N \frac{\partial g_{oj}(\underline{x}_o)}{\partial x_i} \Delta x_i \right)} \right] \quad (15)$$

onde N e M são, respectivamente, o número das variáveis de decisão de dimensionamento e geometria e o número de funções objectivos. g_{oj} e $\partial g_{oj} / \partial x_i$ são objectivos e as suas derivadas avaliadas no dimensionamento corrente (x_o, z_o) , para o qual são efectuados as expansões em séries de Taylor. Resolver (15) para valores numéricos particulares de g_{oj} forma apenas uma iteração da solução final do problema (14). O vector (x_1, z_1) obtido no final dessa iteração representa um novo ponto que tem de ser analisado, fornecendo novos valores para g_{ij} , $\partial g_{ij} / \partial x_i$ e (x_1, z_1) para substituir aqueles que correspondem a (x_o, z_o) em (15). As iterações continuarão até que as mudanças nas variáveis de decisão sejam inferiores a limites previamente definidos.

7. EXEMPLO NUMÉRICO

Apresenta-se nesta secção um exemplo numérico para ilustrar as possibilidades do método. O dimensionamento inicial, indicado na figura 3, corresponde à ponte de tirante de dois vãos assimétrica representada na figura 3. Consideram-se 28 variáveis de dimensionamento, forma e mecânicas. O primeiro tipo de variáveis está ilustrado na figura 4 e diz respeito às dimensões da para vigas em glulam, torres de aço e áreas das secções dos cabos. As variáveis de decisão geométrica estão representadas na figura 2, enquanto que variáveis mecânicas são forças de pré-esforço nos cabos e o modulo de elasticidade para vigas laminadas coladas. Os valores iniciais das variáveis de forma são dadas na tabela 1 e o seu significado pode ser depreendido nas figuras 2 e 3.

Os tabuleiros são constituídos por glulam GL24h. As características mecânicas foram estabelecidas pela EN1194. O facto de a força de compressão ser mais alta do que a força de tracção também favorece o uso deste material nas pontes de tirantes, porque a compressão é o

estado dominante de tensão neste sistema estrutural. É considerada uma largura fixa de 150mm enquanto que a altura da secção constitui a variável de dimensionamento #1. Dada a altura das laminagens ser comparativamente reduzida, considera-se possível uma variação contínua deste parâmetro. A mesma hipótese é seguida para o módulo de elasticidade que é

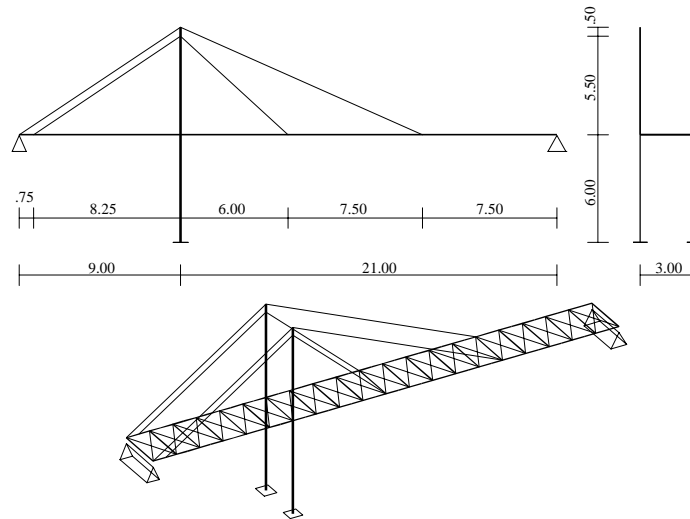


Figura 3 – Geometria do modelo da ponte – Projecto inicial

atribuído para designar a variável #2. Se a solução óptima conduzir a um valor de $E_{o,mean,g}$ que não corresponda a um dos tipos glulam previstos na prEN1194, poderá ser seguida uma estratégia enumerativa para escolher entre os mais próximos. Nos exemplos aqui apresentados o algoritmo conduziu a uma solução óptima feita de GL20h. A análise de sensibilidade respeitante a este tipo de variável de decisão tem que entrar com as mudanças de parâmetros que directa ou indirectamente afectam o custo da estrutura: a tensão característica, a massa e o próprio custo do glulam.

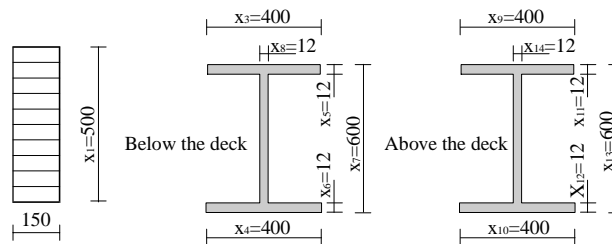


Figura 4 – Valores iniciais das variáveis de dimensionamento para o tabuleiro e os pilares

Se o melhoramento da resistência, associado à variação do módulo de elasticidade for suficientemente elevado para compensar o aumento do peso estrutural e a utilização de vigas glulam mais caras, o algoritmo conduzirá a um material de qualidade superior. Para esta relação ser devidamente considerada, foram introduzidas relações aproximadas entre o

módulo de elasticidade e a assistência característica, massa e custo. Estas são as seguintes:

$$f_{c,0,g,k} = 2.15 E_{0,mean,g} \quad (16)$$

$$\rho_{g,k} = 0.16 + 0.02 E_{0,mean,g} \quad (17)$$

$$\epsilon = \text{€}0 (E_{0,mean,g} - 1) \quad (18)$$

com $f_{c,0,g,k}$ expresso em MPa, $E_{0,mean,g}$ em Gpa, ρ_{gk} em toneladas e o custo em Euros.

As relações (16) e (17) conduzem a valores um pouco diferentes daqueles especificados na prEN1194, mas o erro não é suficientemente grande para mudar a indicação de aumentar ou diminuir o módulo de elasticidade. A equação (18) é uma estimativa que pode ser reescrita para cada país e condições de mercado específicos. O objectivo principal deste estudo é encontrar uma solução fiável de acordo com os dados disponíveis de uma forma automática.

O custo do volume unitário de 10000 euros foi determinado para aço corrente e de 25000 euros para cabos de pré-esforço. As torres serão em aço executadas a partir da soldadura de secções assimétricas em I, sendo o plano da alma paralelo ao plano longitudinal da ponte. Uma viga fictícia articulada simula a rigidez horizontal produzida no tabuleiro e necessária para suportar carregamentos transversais ou excêntricos. Todos os cabos de pré-esforço têm inicialmente uma secção transversal de 3 cm^2 (variáveis de decisão 15/18) e uma força de pré-esforço de 50KN (variáveis de decisão 19-22). De referir que estas são as forças de tracção necessárias para ligar os cabos às ancoragens na estrutura não deformada, e não as forças nos tirantes após a remoção do equipamento de pós-tensão e que são mais pequenas devido à recuperação da deformação dos tirantes.

As regras do EC1 foram usadas para definir 3 combinações de acções para o estado limite último de resistência. Estes correspondem à acção da sobrecarga em todo o vão ou a actuar em cada lado da torre. Considerou-se uma sobrecarga uniformemente distribuída no tabuleiro com o valor característico de 4 KN/m^2 . Para simplificar, cada uma destas distribuições de peso foi considerada independente. Para cargas permanentes tomou-se o peso da estrutura e um carregamento uniforme de 0.5 KN/m^2 no tabuleiro. Foram considerados coeficientes de variação (COV) para carga permanente e sobrecarga de 0.10 e 0.20, respectivamente. Os factores de segurança correspondentes para o estado limite último de resistência foram 1,35 e 1,50. Dada a irrelevância para os assuntos abordados neste estudo, não foi considerado um factor de redução de força K_{mod} .

Também não foram incluídas as determinações da ENV1995-2 (EC5- parte2: Pontes) que impõem limites às frequências horizontais e verticais da ponte uma vez que elas estão a ser presentemente implementadas no código. O problema principal deste ponto é a necessidade de seguir o procedimento geral descrito na cláusula 7.2.1(5), dado que a ligação tirante-tabuleiro não permite a utilização dos modelos simplificados descritos na tabela 7.1. Foi adoptado para a madeira laminada colada uma função de densidade probabilística gaussiana com um coeficiente de variação de 15%. Para que seja de cálculo compatível com o tradicional estado limite último de resistência (aproximação nível 1), a resistência à flexão $f_{m,g,d}=18,5 \text{ Mpa}$ foi usada para os elementos glulam. Foi utilizado Fe510 para a torre e um aço de pré-esforço com

$f_{s,y,d}$ para os tirantes. Com o factor de segurança habitual de 1,30 para vigas estruturais e o coeficiente de variação dado, obtêm-se valores médios de 31,9 Mpa. Dadas condições de produção serem controladas e para simplificar, foi adoptado um COV=0 para o aço. Contudo, foram posteriormente testados no estudo paramétrico uma variedade de valores, representados na figura 5.

Os parâmetros de forma e dimensão indicados na tabela 1 foram inicialmente considerados como variáveis aleatórias com coeficientes de variação de 0,01. Contudo, os resultados não mostraram diferenças significativas em relação aos obtidos quando estes valores são determinísticos. Dada a forte correlação entre o módulo de elasticidade e a resistência à flexão, admite-se que se encontram totalmente correlacionados.

| VD | Valor inicial | Valor Optimizado | | DV | Valor inicial | Valor Optimizado |
|----|---------------|------------------|--|----|---------------|------------------|
| 1 | .49500 | .54349 | | 2 | 11.00000 | 10.00000 |
| 3 | .40000 | .20000 | | 4 | .40000 | .20000 |
| 5 | .01200 | .01000 | | 6 | .01200 | .01000 |
| 7 | .60000 | .30000 | | 8 | .01200 | .01000 |
| 9 | .40000 | .20000 | | 10 | .40000 | .20000 |
| 11 | .01200 | .01000 | | 12 | .01200 | .01000 |
| 13 | .50000 | .30000 | | 14 | .01200 | .01000 |
| 15 | .00030 | .00042 | | 16 | .00030 | .00015 |
| 17 | .00030 | .00047 | | 18 | .00030 | .00010 |
| 19 | 50.00000 | 245.61128 | | 20 | 50.00000 | 88.70785 |
| 21 | 50.00000 | 189.93720 | | 22 | 50.00000 | 39.50334 |
| 23 | .75000 | 1.54763 | | 24 | .50000 | .30000 |
| 25 | 7.50000 | 5.25753 | | 26 | 7.50000 | 5.64119 |
| 27 | 5.50000 | 4.00000 | | 28 | 9.00000 | 9.36154 |

Tabela 1 – Valores iniciais e finais (óptimos) das variáveis de decisão

Neste exemplo, a probabilidade de rotura diz respeito a tensões críticas ao longo da estrutura, produzidas pelos carregamentos. Contudo, outros métodos ou critérios de rotura também poderão ser usados, tal como o deslocamento vertical excessivo ou cabo descomprimido. O projecto inicial foi optimizado utilizando o procedimento para critérios múltiplos descrito na secção 6, utilizando o índice de fiabilidade e os limites bimodais em ambos os casos. Os valores iniciais das variáveis de dimensionamento e os resultantes do algoritmo de optimização estão descritos na tabela 1. A redução do custo total foi de cerca de 39%. Foram encontrados para o dimensionamento inicial um índice de fiabilidade $\beta=3.47$, com uma probabilidade de rotura a ele associado de $\phi(-\beta)=2.6E-0$ e os limites de segunda ordem de $2.55E-04 \leq P_f \leq 2.57E-04$. Os valores para a solução optimizada foram $\beta=4.14$, $\phi(-\beta)=1.75-05$ e $1.75-06 \leq P_f \leq 3.55E-05$. O intervalo dos limites mostra que grande parte dos quase 1000 estados limites considerados estão altamente correlacionados. Também foi conduzida uma análise paramétrica para avaliar a influência dos vários parâmetros aleatórios

envolvidos. A figura 5 resume esses resultados.

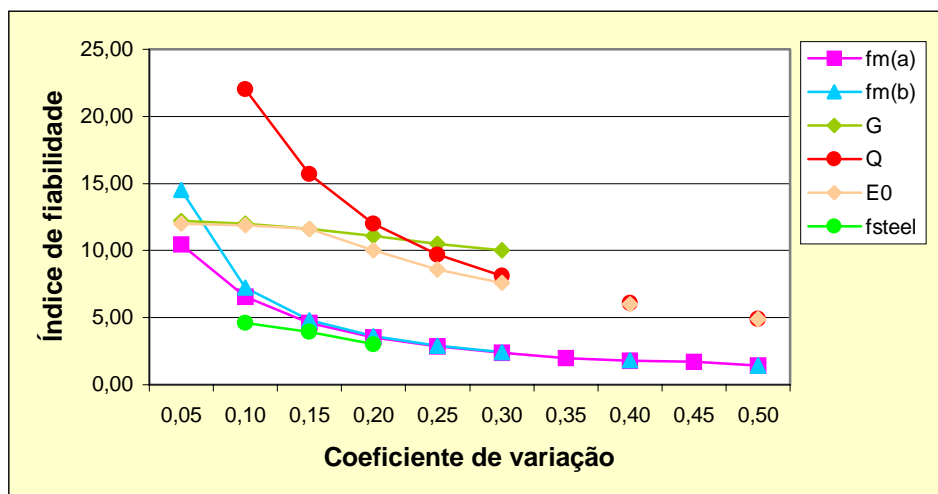


Figura 5 – Análise paramétrica da influência de vários parâmetros aleatórios

REFERENCIAS

- [1] Negrão, J.H. and Simões, L.M.C., “Optimization of Cable-stayed bridges with 3-dimensional modelling”, *Computers & Structures*, **64**, 741-758 (1997)
- [2] Simões, L.M.C. and Negrão, J.H., “Optimization of Cable-stayed bridges subjected to earthquakes with non-linear behaviour”, *Engineering Optimization*, **31**, 457-478(1999).
- [3] Negrão, J.H. and Simões, L.M.C., *Shape and sizing optimisation of box-girder decks of cable-stayed bridges*, S.Hernandez, A.J.Kassab & C.A. Brebbia eds., *OPTI 99 (Sixth Int. Conf. on Computer Aided Optimum Design of Structures)*, WITpress, pp. 323-332 (1999).
- [4] Thoft-Christensen, P., *On Reliability-based Structural Optimization*, A.Der Kiureghian and P. Thoft Christensen Edts., *Reliability and Optimization of Structural Systems, Proc. 3rd WG 7.5 IFIP Conf., Berkeley 1990*, Berlin, pp. 387-402 (1991).