

UNIVERSIDADE DE COIMBRA
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Engenharia Electrotécnica

Um Modelo de Análise de Fiabilidade—Qualidade de Serviço em Redes Inter-Centrais

Teresa Martínez dos Santos Gomes

2^a edição (incorpora a errata distribuída aos membros do júri)
da Tese submetida à UNIVERSIDADE DE COIMBRA para obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Electrotécnica
(Especialidade de Telecomunicações e Electrónica)
tendo a candidata sido aprovada por unanimidade, com distinção e louvor.

O júri foi constituído pelos seguintes elementos: Doutor Lélío Quaresma Lobo (Presidente), Doutor José Manuel Fernandes Craveirinha (Arguente), Doutor Augusto Júlio Domingos Casaca (Arguente), Doutor Mário Serafim dos Santos Nunes, Doutor Aníbal Manuel de Oliveira Duarte, Doutor João Manuel Fernandes Perdigão e Doutor Henrique José de Almeida e Silva.

Julho de 1998

Tese realizada sob a supervisão do
Professor Doutor José Manuel Fernandes Craveirinha
Professor Catedrático do Departamento de Engenharia Electrotécnica
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor José Craveirinha, pelas críticas construtivas, pelo apoio e amizade sem os quais este trabalho não teria chegado ao fim.

Ao Departamento de Engenharia Electrotécnica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, ao núcleo de Coimbra do INESC e à Fundação Calouste Gulbenkian, pelos apoios de vária ordem que me foram concedidos.

Aos meus colegas do núcleo de Coimbra do INESC pelo bom ambiente de trabalho que me propiciaram. Gostaria de agradecer em particular ao Paulo Melo e ao Luís Alçada, responsáveis pela rede informática do núcleo do INESC de Coimbra, pela prontidão com que sempre responderam aos meus pedidos de ajuda e ao Lino Tralhão pela concessão sucessiva de aumentos de quota de disco e de privilégios no μ Vax que se encontra sob a sua gestão.

Ao Edmundo Monteiro pela amizade e disponibilidade para discussões sobre redes de dados.

Aos engenheiros Maria João Abrantes, Isabel Baeta, João Costa Pereira e Rui Santos, da Portugal Telecom, pela troca de experiências e pelo tratamento acolhedor durante as minhas estadias em Lisboa nos ex-TLP.

Aos meus colegas do DEE, em especial à Lúcia Martins, ao Fernando Perdigão, ao Vitor Silva, ao Humberto Jorge e ao Carlos Henggeler, pelo apoio e amizade manifestados.

Às minhas ex-alunas Luísa Garcia Jorge e Raquel Monteiro Costa pela implementação de algumas sub-rotinas, no âmbito da disciplina de Projecto e Dissertação.

Aos meus pais, que sempre colocaram a formação académica dos filhos acima do seu bem estar material.

Aos meus sogros sem cujo apoio logístico a realização deste trabalho estaria provavelmente comprometida.

Ao meu marido por ter sido um $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ *expert* sempre disponível.

Sumário

A análise da fiabilidade de redes de telecomunicações levanta problemas difíceis e complexos de resolver em termos de definição de conceitos, de modelação e de cálculo.

Aborda-se neste trabalho a questão da análise da fiabilidade–qualidade de serviço de redes inter-centrais, nomeadamente redes telefónicas metropolitanas digitais sendo também abordada a questão da análise de redes inter-centrais em ambiente RDIS.

As dificuldades inerentes à análise de fiabilidade em redes de telecomunicações advêm essencialmente de dois factores: os conceitos de fiabilidade e desempenho em redes de telecomunicações são multifacetados e multi-dimensionais e, esses sistemas apresentam elevado grau de complexidade técnica.

Até ao fim dos anos 70 a fiabilidade em redes era tratada como um problema de conectividade em grafos, em que se procuravam obter medidas de fiabilidade estrutural e medidas de fiabilidade dependentes da probabilidade de avaria dos nós ou dos arcos. Esta aproximação mostrou-se pouco adequada, entre outras razões, devido à crescente fiabilidade dos elementos da rede e à baixa probabilidade de desconexão da mesma.

Uma reformulação conceptual e metodológica da questão da fiabilidade em redes de comunicação foi levada a cabo por vários autores desde a década de 80. Uma ideia comum a todas essas aproximações é a combinação da análise da fiabilidade com uma ou várias medidas de desempenho, tal como a probabilidade de congestão numa dada rede (incluindo estados de avaria de alguns dos seus componentes) exceder determinados limiares.

É neste contexto que se faz uma apresentação sistematizada das principais características de uma nova metodologia para análise integrada de fiabilidade–qualidade de serviço de uma rede de comutação por circuitos, sendo dada especial atenção à sua fundamentação teórica.

Um problema chave associado às várias aproximações de fiabilidade é a selecção dos estados de rede que serão objecto de análise. A obtenção de um algoritmo eficiente em termos de tempo de CPU e de recursos de memória, que enumera os estados por ordem decrescente da sua probabilidade é igualmente tratado na dissertação.

A implementação de um modelo para aplicação da metodologia proposta na análise da rede da Área Urbana Digital de Lisboa, levou igualmente à abordagem de algumas questões pertinentes quanto ao cálculo de determinados parâmetros associados aos fluxos de tráfego, nomeadamente no que concerne à variância do tráfego oferecido por um fluxo de tráfego a um arco da rede.

A aplicabilidade e as potencialidades da metodologia proposta são exemplificadas apresentando e discutindo os resultados obtidos no modelo implementado para a rede da Área Urbana Digital de Lisboa.

Finalmente é proposta uma formulação para a aplicação da metodologia numa rede inter-centrais em ambiente RDIS.

Summary

Reliability analysis of telecommunication networks raises difficult and complex problem in terms of definition, modelling and calculation.

In this work the problem of reliability–quality of service analysis of multiexchange networks is addressed, namely for digital telephone networks, and also for ISDN multi-exchange networks.

The difficulties related to reliability analysis of telecommunication networks result from two main factors: the concepts of reliability and performance in telecommunication networks are multi-faceted and multi-dimensional and these systems present a high degree of technical complexity.

Till the end of the 70s network reliability was approached in terms of graph connectivity, seeking to obtain structural reliability measures and also reliability measures depending on the failure probabilities of the nodes and arcs in the network. This approach was shown to be limited, among other reasons due to the growing reliability of the network components and to the low probability of functional disconnection between two nodes.

A reformulation both in conceptual and methodological terms of the question of reliability analysis in communication networks was undertaken by several authors since the 80s. An essential idea, common to these approaches is the combination of reliability with one or several measures of network performance, such as the probability that the network blocking probability exceeds certain bounds (while considering the failure states of some of its components)

In this context a systematic presentation of the main characteristics of a new methodology for integrated analysis of reliability–quality of service of a telecommunication network is made, special attention being given to its theoretical foundations.

A key problem associated with the various approaches to reliability analysis is the enumeration of the states of the network which should be analysed. In this dissertation an efficient algorithm, in terms of CPU time and memory requirement for enumeration of the network states by decreasing probability, is also presented.

The implementation of a model for the application of the proposed methodology to Lisbon Digital Urban Area raised some questions concerning the calculation of certain traffic parameters related to the traffic flows, mainly regarding to the calculation of the variance the offered traffic by a traffic flow to a network link.

The potentialities and applicability of the method are exemplified by presenting and discussing the results obtained with the model implemented for the Lisbon Digital Urban Area.

Finally a formulation of the methodology is proposed for application to an ISDN multiexchange network.

Aos meus Pedros.

Índice

1	Introdução	1
1.1	Enquadramento	1
1.2	Objectivos	2
1.3	Organização da dissertação	3
2	Metodologias de análise de fiabilidade–qualidade de serviço em redes de telecomunicações	5
2.1	Introdução	5
2.2	Conceitos sobre fiabilidade–qualidade de serviço em redes de telecomunicações e Recomendações do ITU-T	8
2.2.1	Enquadramento Conceptual	9
2.2.2	A aproximação matricial	12
2.2.2.1	Parâmetros de desempenho primários e derivados	13
2.2.2.2	Parâmetros de desempenho genéricos	13
2.2.2.3	Relação entre parâmetros genéricos de NP e QOS e possíveis parâmetros específicos de NP e QOS	15
2.2.3	Algumas observações acerca das recomendações revistas	16
2.2.4	A disponibilidade dos serviços na perspectiva do utilizador	17
2.3	Resenha de abordagens de fiabilidade em redes de telecomunicações	21
2.3.1	A fiabilidade em redes através de medidas de conectividade	21
2.3.2	Seleccção dos estados	24
2.3.3	Abordagens genéricas	26
2.3.4	Desempenhabilidade em redes de telecomunicações	28
3	Uma metodologia para análise de fiabilidade–qualidade de serviço numa rede inter-centrais	31
3.1	Factores a considerar	31
3.2	Caracterização do problema	33

3.3	Um modelo estocástico para avaliação da desempenhabilidade de uma rede inter-centrais	34
3.3.1	Solução do modelo	37
3.4	Metodologia para análise da fiabilidade-qualidade de serviço numa rede inter-centrais	38
3.4.1	Aplicações da metodologia	41
4	Modelos e algoritmos	43
4.1	Algoritmo de geração de estados de avaria	45
4.1.1	Conceitos, definições e propriedades auxiliares	45
4.1.1.1	Geração dos elementos de $\Phi^{(w)}$	51
4.1.2	Definição de funções auxiliares à escrita dos algoritmos	53
4.1.3	Descrição do algoritmo GeraEstados	55
4.1.3.1	A ideia base do algoritmo GeraEstados	55
4.1.3.2	O algoritmo GeraEstados	56
4.1.3.3	Complexidade	57
4.1.4	Comparando com o algoritmo ORDER-II	59
4.1.5	Comparando com o algoritmo NEWORDER	62
4.1.6	Comparando com a aproximação de Yang e Kubat	69
4.1.7	Agregação de estados: redução funcional do espaço de estados, numa rede de telecomunicações de comutação por circuitos com encaminhamento alternativo	71
4.1.7.1	Definições auxiliares	72
4.1.7.2	Redução funcional dos estados	73
4.1.7.3	Breve análise dos requisitos de memória do algoritmo GeraReduz	79
4.2	Parâmetros de desempenho	79
4.2.1	Parâmetros de desempenho referidos aos nós e à ligação nó a nó	83
4.2.2	Parâmetros de rede inter-centrais	86
4.2.3	Parâmetros de rede global	89
4.2.4	Quantificação de diversos parâmetros de desempenho de feixe .	91
4.2.5	Quantificação de diversos parâmetros de desempenho por componente sujeito a avaria	92
4.3	Modelos de tráfego (caracterização de submodelos)	95
4.3.1	Especificação do problema	96
4.3.1.1	Parâmetros caracterizadores dos tráfegos	96
4.3.1.2	Definição de matrizes auxiliares	99

4.3.2	Algoritmos do modelo de carga e do modelo de transbordo . . .	100
4.3.3	Equações de carga	100
4.3.4	O algoritmo de cálculo dos bloqueios ponto a ponto	101
4.3.5	Cálculo dos bloqueios marginais	101
4.3.6	Cálculo das médias e variâncias dos tráfegos marginais	104
4.3.6.1	Revisão do Método ERT de Wilkinson e Suas Extensões	104
4.3.6.2	Cálculo do tráfego marginal oferecido por um fluxo a um caminho numa rede com encaminhamento alternativo	108
4.3.6.3	Cálculo da média e da variância do tráfego oferecido por um fluxo a um arco	114
4.4	Resumindo	116
5	Aplicação num caso estudo	119
5.1	Especificação da rede	119
5.2	Aspectos de implementação do modelo	121
5.2.1	Representação dos estados de avaria no plano da rede funcional	123
5.3	Alguns resultados	126
5.3.1	Primeira experiência computacional	126
5.3.2	Segunda experiência computacional	131
5.4	Conclusões	135
6	Proposta para aplicação da metodologia em ambiente RDIS	137
6.1	Enquadramento e pressupostos da metodologia	137
6.2	Caracterização da procura no plano do utilizador	140
6.2.1	As características de conexão	141
6.2.2	Padrão de chamada e variáveis de tráfego	143
6.2.3	Caracterização do tráfego de conjuntos de utilizadores de CPE .	143
6.3	Caracterização do tráfego, no plano do utilizador	147
6.3.1	Componentes do tráfego de comutação por circuitos	148
6.3.2	Componentes de tráfego de comutação por pacotes	150
6.4	Uma representação matemática para a rede RDIS inter-centrais	154
6.5	Uma metodologia de análise de fiabilidade-qualidade de serviço em ambiente RDIS	164
6.6	Parâmetros de desempenho	165
6.6.1	Parâmetros de desempenho por fluxo de tráfego nas ligações ponto a ponto	167
6.6.2	Parâmetros de desempenho das comunicações em configuração multiponto	176

6.6.2.1	Parâmetros auxiliares orientados aos fluxos de tráfego em que se decompõe uma ligação multiponto	177
6.6.2.2	Parâmetros orientados à ligação multiponto	178
6.6.3	Parâmetros de desempenho das comunicações em configuração de difusão	181
6.6.3.1	Parâmetros auxiliares orientados aos fluxos de tráfego em que se decompõe uma ligação de difusão	182
6.6.3.2	Parâmetros orientados à comunicação de difusão	183
6.6.4	Parâmetros de rede inter-centrais	186
6.6.5	Quantificação de diversos parâmetros de desempenho de feixe	193
6.6.6	Quantificação de diversos parâmetros de desempenho por componente sujeito a avaria	199
6.6.7	Algumas referências a modelos de tráfego	200
6.6.7.1	Recursos em modo circuito	201
6.6.7.2	Sistemas mistos	203
6.6.7.3	Sistemas de comutação por pacotes	205
6.6.7.4	Outros modelos de tráfego	207
7	Conclusão	211
7.1	Resumo	211
7.2	Contribuições	212
7.3	Trabalho futuro	212
A	Algoritmo numérico iterativo para cálculo dos bloqueios marginais	215
A.1	A solução numérica de sistemas de equações de carga	215
A.2	A iteradora de Gauss-Seidel	216
B	Cálculo dos Bloqueios Ponto a Ponto	219
B.1	Introdução	219
B.2	Plano de encaminhamento do tipo arbitrário	221
B.3	Plano de encaminhamento do tipo único caminho de perdas	225
C	Resultados auxiliares à análise comparativa dos algoritmos de geração dos estados	229
C.1	Algoritmo GeraEstados	229
C.2	Algoritmo NEWORDER	235
C.3	Algoritmo ORDER-II	239

C.4 Gráficos e tabelas resultantes de algumas experiências computacionais com os algoritmos de geração de estados	241
D Glossário do capítulo 4	247
E Glossário do capítulo 6	253

Lista de Figuras

2.1	Relação entre a qualidade de serviço (QOS), o grau de serviço (GOS) e o desempenho de rede (NP).	8
2.2	Conceitos de desempenho	10
2.3	Aproximação matricial 3×3 para a determinação dos estados de disponibilidade	15
3.1	Modelo estocástico para avaliação da desempenhabilidade de uma rede inter-centrais	35
4.1	Lista L , em NEWORDER, antes de inserir novos elementos	63
4.2	Lista L , em NEWORDER, após inserir $c(S_k)$ e $d(S_K)$	64
4.3	A lista L , em ORDER-II e GeraEstados, antes de inserir novos elementos	64
4.4	A lista L , em ORDER-II, após inserir $f(S_k)$ e $h(S_k)$	64
4.5	A lista L , em GeraEstados, após inserir $f(S_k)$ e $g(S_k)$	65
4.6	Sistema de Kosten multidimensional	105
4.7	Grupo de azar equivalente de Wilkinson	105
4.8	Interruptor estocástico	106
4.9	Sistema com transbordos marginais	107
4.10	Grupo de azar equivalente marginal	107
4.11	Grupo fictício auxiliar	108
4.12	Modelo de Brockmeyer marginal equivalente	108
4.13	Plano de encaminhamento de um fluxo f	109
4.14	Plano de encaminhamento: cálculo da variância	112
4.15	Sistema equivalente	112
4.16	Aplicação do método ERT para calcular a variância do tráfego oferecido ao caminho $p(i)$	112
4.17	Aproximação A	115
4.18	Aproximação A: O Interruptor Estocástico	115
4.19	Aproximação B	116

5.1	Interdependência entre os elementos dos tipos que descrevem a rede . .	122
6.1	Modelação da procura do utilizador através da procura de chamada . .	141
6.2	Dois exemplos de implementação de um comunicação multiponto (com três extremos)	159
6.3	Exemplo de uma ligação multiponto bidireccional simétrica em modo circuito	161
6.4	Exemplo de uma ligação de difusão com origem no nó v_a	163
C.1	Requisitos de memória para $P[i] \in]0.9, 1[$, $i = 1, \dots, 20$	242
C.2	Requisitos de memória para $P[i] \in [0.9, 0.99]$, $i = 1, \dots, 20$, e iguais aos $P[i]$, $i = 1, \dots, 20$, no exemplo apresentado em [106]	242
C.3	Requisitos de memória para $P[i] \in]0.95, 1[$, $i = 1, \dots, 50$	243
C.4	Requisitos de memória para $P[i] \in]0.99, 1[$, $i = 1, \dots, 100$	243
C.5	Requisitos de memória para $P[i] \in]0.99, 1[$, $i = 1, \dots, 200$	244
C.6	Requisitos de memória para $P[i] \in]0.999, 1[$, $i = 1, \dots, 500$	244
C.7	Requisitos de memória para $P[i] \in]0.999, 1[$, $i = 1, \dots, 1000$	245
C.8	Tempo de CPU para $P[i] \in]0.99, 1[$, $i = 1, \dots, 200$	245

Lista de Tabelas

2.1	Distinção entre QOS e NP	13
4.1	Algoritmo GeraEstados: a “heap” durante as primeiras seis iterações. . .	58
4.2	Comparando os algoritmos, para $m = 500000$	61
4.3	Comparando as probabilidades dos estados gerados por GeraEstados e NEWORDER num dado conjunto $\Phi^{(w)}$, com $1 < w < n$	66
4.4	Factor de escala entre os requisitos de memória de GeraEstados e NEWORDER (ou ORDER-II), considerando que em cada conjunto $\Phi^{(w)}$ todos os estados foram seleccionados	67
4.5	Valores da variação da dimensão da “heap” para os algoritmos	68
4.6	Variação da dimensão da “heap” para os algoritmos, quando o estado seleccionado pertence a $\Phi^{(w)}$	69
5.1	Número de estados seleccionados versus probabilidade de cobertura . . .	127
5.2	Bloqueio médio na rede inter-centrais e seus limites inferior e superior . .	127
5.3	Bloqueios médios ponto a ponto no caso (c)	128
5.4	Desempenho da rede global, em kEsc/erlang	128
5.5	Probabilidade da perda incremental exceder valores pré-definidos	128
5.6	Identificação do impacto da avaria de um dado elemento sobre um dado fluxo no caso (a)	130
5.7	Situação (d): medidas de desempenho para três feixes	131
5.8	Alguns feixes para os quais o decréscimo de tráfego transportado não exhibe a propriedade de coerência, na situação (a) e (d)	131
5.9	Número de estados seleccionados versus probabilidade de cobertura, após alteração da probabilidade de avaria dos elementos do tipo <i>Nó</i> . . .	132
5.10	Bloqueio médio na rede inter-centrais e seus limites inferior e superior . .	132
5.11	Desempenho da rede global, em kEsc/erlang	133
5.12	Bloqueios médios a ponto a ponto no caso (g)	133
5.13	Desconexões nos fluxos nos casos (c) e (g)	133

5.14	Identificação dos elementos que mais impacto exercem sobre o desempenho/qualidade de serviço de um dado fluxo, no caso (g)	134
6.1	Relações entre alguns parâmetros que caracterizam o tráfego ponto a ponto em modo circuito	157
C.1	Probabilidade de cobertura, P_c , e correspondente número de estados seleccionados, m , versus dimensão máxima da “heap”, \bar{m} , para $n = 20$, e $P[i] \in]0.9, 1[$, $i = 1, \dots, 20$	246
C.2	Probabilidade de cobertura, P_c , e correspondente número de estados seleccionados, m , versus dimensão máxima da “heap”, \bar{m} , para $n = 200$, e $P[i] \in]0.99, 1[$, $i = 1, \dots, 200$	246

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento

A análise de fiabilidade de redes de telecomunicações levanta problemas difíceis e complexos de resolver em termos de definição de conceitos, de modelação e de cálculo.

Uma das primeiras questões que se levanta ao abordar um problema nesta área é o âmbito da análise que se pretende efectuar: análise de elementos da rede, ou análise de uma rede, e, nesse caso, que tipo de rede e qual a sua dimensão. Este trabalho situa-se no contexto da análise de fiabilidade–qualidade de serviço de redes inter-centrais, nomeadamente redes telefónicas metropolitanas digitais (que poderão eventualmente conter ainda centrais analógicas), sendo também abordada a questão da análise de redes inter-centrais em ambiente RDIS.

As dificuldades inerentes à análise de fiabilidade em redes de telecomunicações advêm essencialmente de dois factores: os conceitos de fiabilidade e desempenho em redes de telecomunicações são multifacetados e multi-dimensionais e, esses sistemas, apresentam elevado grau de complexidade técnica. A evolução desses dois factores ao longo do tempo, condicionados pela evolução tecnológica, reflectem-se no trabalho das agências de coordenação, nomeadamente o ITU-T e na literatura especializada.

Até ao fim dos anos 70 a fiabilidade em redes era tratada como um problema de conectividade em grafos. Procuravam obter-se medidas de fiabilidade estrutural tais como o menor número de nós ou arcos que desconectam um grafo conectado, e medidas de fiabilidade, dependentes da probabilidade de avaria dos nós ou dos arcos, tal como a probabilidade de um dado nó poder contactar com um determinado conjunto de nós da rede. Esta aproximação mostrou-se pouco adequada, entre outras razões, devido à crescente fiabilidade dos elementos da rede e à baixa probabilidade de desconexão da mesma. Actualmente as avarias numa rede de telecomunicações reflectem-se essencialmente através de uma degradação do seu desempenho causada por um aumento

anormal da intensidade de tráfego dando origem a níveis de congestão inaceitáveis e/ou a atrasos excessivos. No entanto as medidas de conectividade ainda desempenham um papel importante na síntese de topologias de rede.

Uma reformulação conceptual e metodológica da questão da fiabilidade em redes de comunicação foi levada a cabo por vários autores desde a década de 80. Uma ideia comum a todas essas aproximações é a combinação da análise da fiabilidade com uma ou várias medidas de desempenho, tal como a probabilidade de congestão numa dada rede (incluindo estados de avaria de alguns dos seus componentes) exceder determinados limiares.

Um problema chave associado às várias aproximações de fiabilidade é a selecção dos estados de rede que serão objecto de análise. Considerando que cada componente, num total de n , pode estar em dois estados, operacional ou inoperacional, existem 2^n estados possíveis para a rede. A obtenção de um algoritmo eficiente em termos de tempo de CPU e de recursos de memória, que enumere os estados por ordem decrescente da sua probabilidade, é igualmente tratada nesta dissertação.

Na análise de fiabilidade em redes, os problemas levantados pela interdependência entre a falha dos elementos técnicos e o seu efeito sobre a rede funcional (descrita pelos nós, arcos e respectivas capacidades, regras de encaminhamento e fluxos de tráfego) são subestimados, com frequência na literatura. Embora seja teoricamente possível obter a probabilidade de avaria da rede funcional com base na probabilidade de avaria dos elementos técnicos que a suportam, essa tarefa, em redes de grande dimensão e/ou de grande complexidade, rapidamente se torna muito difícil.

1.2 Objectivos

O objectivo central desta dissertação prende-se com o desenvolvimento de uma metodologia e modelos associados para a análise de fiabilidade de redes de telecomunicações inter-centrais.

Estes desenvolvimentos focar-se-ão nas seguintes áreas problemáticas:

1. Apresentação de uma metodologia de análise de fiabilidade–qualidade de serviço em redes inter-centrais digitais de grande dimensão.
2. Resolução de problemas de implementação em casos reais de aplicação, nomeadamente quanto à eficiência na selecção dos estados a analisar e da precisão/eficiência dos algoritmos de resolução dos modelos de tráfego necessários à modelização da rede.

A implementação de um modelo para aplicação da referida metodologia na análise da rede da Área Urbana Digital de Lisboa, levantou algumas questões pertinentes quanto ao cálculo de determinados parâmetros associados aos fluxos de tráfego, nomeadamente no que concerne à variância do tráfego oferecido por um fluxo de tráfego a um arco da rede. Embora o problema dos fluxos de tráfego e dos seus bloqueios marginais tenha aparentemente sido extensivamente estudado, certos problemas de cálculo, nomeadamente das variâncias marginais, em redes de maior dimensão e/ou complexidade, com tranbordos múltiplos ou transbordos mútuos, carecem de aprofundamento.

3. Finalmente, e dada a flexibilidade da formulação teórica subjacente à metodologia proposta para redes inter-centrais, é proposta a sua aplicação numa rede inter-centrais em ambiente RDIS. Uma primeira abordagem passará pela definição adequada dos fluxos de tráfego nesta rede, das correspondentes medidas de fiabilidade–qualidade de serviço e pelo apontar de soluções para a forma de as calcular.

1.3 Organização da dissertação

No capítulo 2, são revistos conceitos sobre fiabilidade–qualidade de serviço segundo recomendações do ITU-T, é apresentada a disponibilidade dos serviços na perspectiva dos utilizadores, e são revistos trabalhos metodológicos relevantes na área da análise da fiabilidade, começando pelas aproximações viradas para a conectividade da rede e terminando nas aproximações de desempenhabilidade em redes de telecomunicações.

No capítulo 3, faz-se uma apresentação sistematizada das principais características de uma nova metodologia para análise integrada de fiabilidade–qualidade de serviço de uma rede inter-centrais de comutação por circuitos, sendo dada especial atenção à sua fundamentação teórica.

O capítulo 4 descreve um novo e eficiente algoritmo de enumeração e selecção dos estados duma rede sujeita a avarias em que os componentes podem estar em dois estados: operacionais ou inoperacionais; apresenta os parâmetros de desempenho propostos no contexto da metodologia descrita no capítulo anterior; finalmente são referidos os modelos de tráfego utilizados que permitem obter os parâmetros de desempenho, com ênfase no algoritmo proposto de cálculo da variância do tráfego marginal oferecido por um fluxo a um feixe.

A aplicabilidade da metodologia proposta é ilustrada no capítulo 5, apresentando e discutindo os resultados obtidos com o modelo implementado para a rede da Área

Urbana Digital de Lisboa, descrita pelos dados fornecidos pelos ex-TLP.

Finalmente, no capítulo 6, é proposta uma extensão da metodologia, de forma a torná-la aplicável em ambiente RDIS.

Capítulo 2

Metodologias de análise de fiabilidade–qualidade de serviço em redes de telecomunicações¹

2.1 Introdução

A análise de fiabilidade das redes de telecomunicações põe problemas difíceis e complexos em termos de definição, modelação e cálculo.

As principais características do problema reportam-se à dimensão, complexidade e estruturação (em termos funcionais e de sistemas físicos de transmissão e comutação) do tipo de rede em causa, bem como aos efeitos das avarias dos componentes físicos sobre a rede funcional.

Essas características podem ser sumariadas nos pontos seguintes:

- i) rede funcional de grande dimensão (dezenas de nós de comutação e centenas de feixes)
- ii) rede física (rede de transporte) com um número igualmente elevado de componentes sujeitos a avaria, de tipos variados e com interdependências a nível dos efeitos funcionais o que torna a simplificação de independência estatística entre avarias na rede funcional (usualmente considerada em muitos métodos descritos na literatura) não realista;

¹O conteúdo deste capítulo é parcialmente baseado nos artigos:

- J. Craveirinha e T. Gomes. An overview of methodologies for reliability analysis of multiexchange networks. Em C. Guedes Soares, editor, *Advances in Safety and Reliability*, pág.2223–2232. Elsevier Science, 1997.
- J. Craveirinha, T. Gomes, e J. Esteves. A model for reliability analysis of a large multiexchange network. Em *Proceedings of the ITC Regional International Teletraffic Seminar*, pág.184–191, South Africa, 1995.

- iii) componentes em geral de elevada fiabilidade;
- iv) utilização de esquemas de encaminhamento alternativo (ou dinâmico) do tráfego entre pares de centrais;
- v) do ponto de vista do teletráfego os efeitos dominantes das avarias traduzem-se em sobrecargas, aumento das congestões de chamadas e aumento dos atrasos da transmissão de dados ou outras mensagens, ou seja numa degradação do grau de serviço entre pares de centrais; a rede em causa deve assim ser enquadrada no conceito de sistema *graciosamente degradável* (“gracefully degrading system”) de Meyer [86]. Um sistema *graciosamente degradável* é um sistema que, na presença de avarias, continua a desempenhar as tarefas para que foi projectado, embora o seu grau de serviço se degrade (suavemente) com o impacto crescente das avarias.

Tradicionalmente até aos anos 70 (ver e.g. [5, 1, 82]) a fiabilidade em redes era tratada em termos de medidas de conectividade da rede. Este tipo de aproximação mostrou ser limitado devido às seguintes razões:

1. os componentes da rede são de elevada fiabilidade pelo que a probabilidade de desconexão é muito baixa;
2. a tendência crescente para a utilização de encaminhamento com múltiplos caminhos (ou mesmo encaminhamento dinâmico), reduz a probabilidade de desconexão funcional entre pares de nós;
3. as avarias de componentes na rede dão predominantemente origem a alguma degradação no funcionamento da rede e não a desconexões; esta degradação do funcionamento da rede é normalmente provocada por aumentos anormais de tráfego em partes da rede, os quais dão origem a valores inaceitáveis de congestão ou a atrasos excessivos na transmissão de mensagens.

Esta situação criou a necessidade da reformulação em termos metodológicos e conceptuais da questão da análise da fiabilidade em redes de telecomunicações. Esta tarefa foi levada a cabo por vários autores, desde os anos 80, tais como Li e Silvester [75], Kubat [70, 71], Levy e Wirth [74] e Meyer [82, 83, 86].

Uma ideia essencial, comum a todas estas aproximações, é a combinação da análise da fiabilidade com uma ou mais medidas de desempenho de rede. Nesta perspectiva, presentemente dominante, as medidas de conectividade aparecem apenas como um dos factores a ter em conta na análise da fiabilidade das redes de comunicação. No entanto as medidas de conectividade ainda desempenham um papel relevante na síntese

de topologias de rede, sujeita a princípios de tráfego genéricos, quando o grafo que representa a topologia precisa de garantir um determinado número de requisitos, ver Boesch [11], Cattermole e Sumner [14] e Craveirinha e Sumner [20].

Um problema chave associado com as várias aproximações à análise da fiabilidade é a enumeração dos estados possíveis da rede, a qual é particularmente crítica se o número n de componentes sujeitos a avaria é elevado e o custo computacional das medidas de desempenho para cada estado da rede é significativo. Li e Silvester [75] sugeriram que apenas um certo número de estados fosse considerado, desde que uma larga fracção do espaço de estados fosse coberto, e desenvolveram um algoritmo para a enumeração desses estados. Propuseram ainda limites superiores e inferiores para as medidas de desempenho seleccionadas.

Note-se que a ideia de associar, duma forma probabilística, os estados do sistema com medidas de desempenho, já está presente nos trabalhos de Beaudry [8] e Meyer [82]. Meyer desenvolveu o conceito de *desempenhabilidade* [83, 84, 86], em primeiro lugar no contexto dos sistemas de computação e seguidamente no contexto mais amplo das redes de comunicação [85]. O modelo de desempenhabilidade de um sistema sujeito a avarias envolve a definição de uma variável aleatória de desempenho e de um modelo que representa o sistema e o seu ambiente. O modelo de desempenhabilidade fica resolvido quando a distribuição da variável de desempenho é obtida. Contudo em sistemas de grande dimensão, tais como grandes redes inter-centrais, esta aproximação torna-se facilmente incomportável, uma vez que o desempenho tem de ser avaliado em todos os cenários de avaria. Em [86] é dada uma retrospectiva deste tipo de aproximações; exemplos de aplicação deste tipo de abordagem podem ser encontradas em [12] e [74]. Na última década foram desenvolvidas ferramentas de modelação e análise de desempenhabilidade. Haverkort e Niemegeers [48] além de reverem algumas dessas ferramentas apresentam também um enquadramento para ferramentas gerais de modelação, o qual pode ser utilizado como guia para avaliar da usabilidade e estrutura de ferramentas de modelação de desempenhabilidade.

Em [71] Kubat propõe uma aproximação simulacional/analítica geral para avaliar conjuntamente a fiabilidade e o desempenho duma rede de comunicação/computadores. Os estados da rede são amostrados através de simulação e o desempenho da rede para cada estado é obtido analiticamente. Utiliza-se por conseguinte a simulação para contornar o problema da explosão do espaço de estados. Sansò [96] propõe um novo método de análise da fiabilidade que toma em consideração a optimização do encaminhamento e reencaminhamento do tráfego após avarias. No âmbito do cálculo de redes de telecomunicações fiáveis Gavish e Neuman [37] apresentam um método de selecção de rotas primárias e secundárias que considera de forma explícita o efeitos das avarias dos arcos

da rede.

Os objectivos deste capítulo prendem-se com a revisão de conceitos pertinentes associados à análise da fiabilidade, definidos na Recomendação E.800 do ITU-T [59] envolvendo a descrição da aproximação matricial proposta na Recomendação I.350 do ITU-T [58] e a disponibilidade dos serviços na perspectiva do utilizador bem como a apresentação de uma resenha sucinta relativa a alguns trabalhos mais relevantes sobre análise da fiabilidade em redes de telecomunicações. É dada especial atenção ao conceito de avaliação da desempenhabilidade de Meyer porque a metodologia proposta no capítulo 3 se baseia nessa aproximação metodológica, como se verá na secção 3.3.

2.2 Conceitos sobre fiabilidade–qualidade de serviço em redes de telecomunicações e Recomendações do ITU-T

A qualidade de serviço (QOS²) em redes de telecomunicações é considerada hoje em dia num sentido muito lato como um conjunto articulado de parâmetros aos quais estão associados certos objectivos ou restrições de natureza quantitativa e/ou qualitativa, os quais têm a ver com a capacidade da rede ou parte da rede em satisfazer o(s) pedidos(s) de serviço dos seus clientes. Associados com a QOS surgem o grau de serviço (GOS³) e o desempenho de rede (NP⁴). Uma revisão detalhada da relação entre estes conceitos encontra-se em [45], onde se pode encontrar o esquema que aproximadamente se reproduz na figura 2.1.

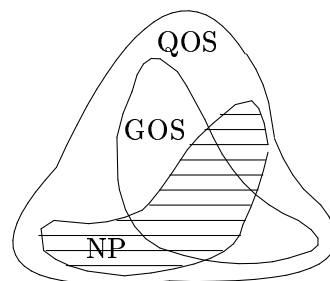


Figura 2.1: Relação entre a qualidade de serviço (QOS), o grau de serviço (GOS) e o desempenho de rede (NP).

²Em inglês: Quality of Service.

³Em inglês: Grade of Service.

⁴Em inglês: Network Performance.

O GOS tal como é definido na Recomendação E.600 do ITU-T [51] é dado como sendo “um número de variáveis de engenharia do tráfego utilizadas para fornecer uma medida da adequação de um grupo de recursos, em condições especificadas. Estas variáveis de grau de serviço podem ser probabilidade de perda, atraso do sinal de marcar, etc”. Os recursos da rede, do ponto de vista da capacidade de tratamento do tráfego, poderão ser o equipamento terminal do utilizador, os comutadores, os arcos (ou feixes) da rede, e a rede de sinalização se tal for o caso.

A interpretação do que se considera como ‘adequado’ em termos de GOS depende obviamente do ponto de vista dos intervenientes: fornecedores de serviços e utilizadores de serviços possuem diferentes critérios de avaliação. Os utilizadores dos serviços focam a sua atenção no acesso à rede (donde as aproximações do ponto de vista da disponibilidade que serão referidas mais à frente) e nos aspectos das ligações extremo a extremo por eles observados. Os fornecedores de serviços estão interessados no desempenho de tráfego da rede entre pontos de acesso de serviços de suporte, ou do ponto de vista do planeamento, manutenção, e da operação da rede [45].

Presentemente o ITU-T apresenta dois enquadramentos complementares da qualidade de serviço. Na Recomendação I.350 [58] é proposta uma *matriz função/critério* para caracterização de parâmetros de NP e QOS. Por sua vez a recomendação E.800 apresenta um enquadramento hierarquizado, o qual é traduzido pela figura 2.2.

2.2.1 Enquadramento Conceptual

Em redes de telecomunicações as questões de fiabilidade devem ser abordadas no contexto mais amplo dos problemas da qualidade de serviço. Tendo isto presente e com o objectivo de clarificar conceitos nesta área será agora feita uma breve revisão de algumas definições da Recomendação E.800 do ITU-T [59].

Note-se que estes conceitos e modelos foram desenvolvidos no âmbito da redes públicas de telecomunicações (redes telefónicas públicas comutadas, redes de telecomunicações privadas, redes digitais com integração de serviços, redes públicas de dados com comutação de pacotes) e é sobre este tipo de redes que se debruça este texto. Obviamente muitos destes conceitos são aplicáveis ou adaptáveis a redes de computadores mas a especificidade destas redes justifica um tratamento autónomo (ver por exemplo [83, 100]).

Considere-se o diagrama da figura 2.2, a qual inclui as relações entre qualidade de serviço e o desempenho de rede, de acordo com a Recomendação E.800 do ITU-T [59]. Os termos no diagrama podem ser encarados como níveis particulares de qualidade de serviço atingíveis numa dada rede ou como restrições ou requisitos de especificações de

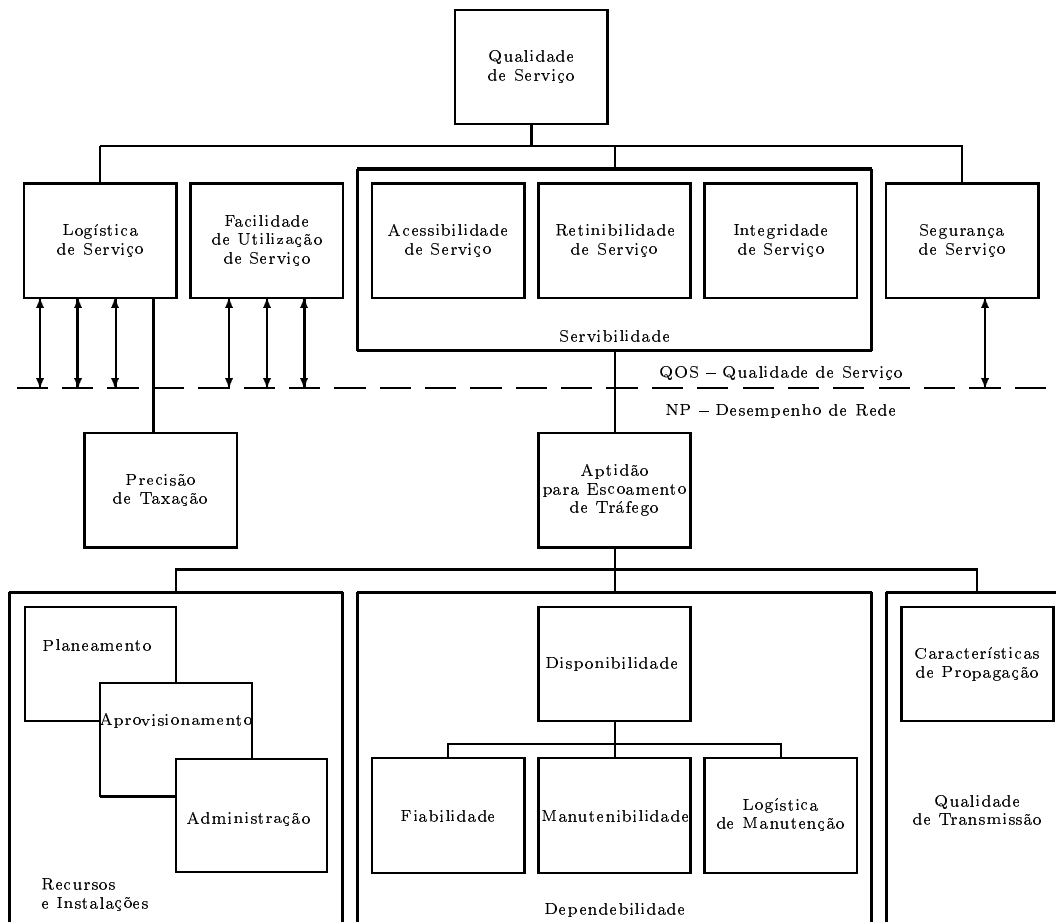


Figura 2.2: Conceitos de desempenho

projecto duma rede.

A contribuição específica da organização (operador de telecomunicações) para a QOS é caracterizada pelo conceito de *logística* de serviço o qual define a sua capacidade de fornecer um serviço e dar apoio à sua utilização. A rede (conjunto de equipamento técnico utilizado no serviço, tais como sistemas de transmissão, comutadores, controladores, supervisão e nalguns casos os terminais) contribui de forma global para a QOS, caracterizada pelos seguintes conceitos: *facilidade de utilização* de serviço, *servibilidade* e *segurança* de serviço. A *facilidade de utilização* de um serviço é definida como sendo a capacidade de um serviço poder ser utilizado de forma simples e com sucesso (por um utilizador); a *servibilidade* é definida como sendo a capacidade de um serviço ser obtido – dentro de tolerâncias especificadas e outras condições pré-estabelecidas – quando requisitado pelo utilizador e continuar a ser fornecido sem excessivos impedimentos durante o tempo desejado; *segurança* de um serviço é a protecção contra monitorização não autorizada, utilização fraudulenta, impedimentos maliciosos, má utilização, erro

humano e desastres naturais.

A *servibilidade* pode ser dividida em *acessibilidade*, *retinibilidade* e *integridade* de serviço. A *acessibilidade* dum serviço é a capacidade de ele ser obtido, dentro de tolerâncias especificadas e outras condições pré-estabelecidas, quando requerido pelo utilizador; a *retinibilidade* dum serviço é a capacidade de um serviço continuar a ser fornecido em certas condições, uma vez obtido, e por um determinado período de tempo; finalmente a *integridade* dum serviço é o grau com que um serviço é fornecido, uma vez obtido, sem excessivas flutuações.

É óbvio que as questões de análise da *fiabilidade* se situam no contexto da *servibilidade*, a qual depende da *aptidão para escoamento de tráfego* e dos factores que influenciam este último: *recursos e instalações*, *dependibilidade* e *qualidade de transmissão*, como se pode ver na figura 2.2. A *aptidão para escoamento de tráfego* é expressa unicamente em termos de engenharia do teletráfego [51]. As medidas de desempenho associadas são expressas através de probabilidades de perda (congestões) e tempos médios de atraso.

Os *recursos e instalações*, que fazem parte da contribuição da organização para o NP, incluem o *planeamento*, o *aprovisionamento* e as *funções administrativas*, os quais têm impacto na qualidade global dos serviços. A *qualidade de transmissão* está relacionada com o nível de um sinal oferecido a um sistema de telecomunicações, em determinadas condições (as quais poderão incluir os efeitos das características de propagação) quando este sistema está no estado operacional.

O conceito de *dependibilidade* representa qualitativamente os efeitos combinados da *disponibilidade*, *fiabilidade*, *manutenibilidade* e *logística de manutenção* e está relacionada com a capacidade de um elemento, num dado estado, executar uma dada função, por um período especificado de tempo.

A *qualidade de serviço* é definida como sendo o efeito colectivo dos desempenhos de um serviço que determinam o grau de satisfação do utilizador desse serviço. O *desempenho de rede* é [59] a capacidade de uma rede, ou de parte de uma rede, assegurar as funções relacionadas com a comunicação entre utilizadores. As medidas de *desempenho de rede* são significativas para os operadores da rede e são quantificáveis nos limites da rede à qual se referem. As medidas de *qualidade de serviço* são apenas quantificáveis nos pontos de acesso ao serviço.

As várias aproximações à análise da fiabilidade anteriormente mencionadas, baseadas na associação da *fiabilidade* (descrita em termos dos estados dos componentes da rede) com medidas de desempenho de rede, tentam de alguma forma, eliciar a relação entre a *capacidade para escoar tráfego* e a *dependibilidade*, expressa através de factores adequados. Os parâmetros de *desempenho de rede* (tal como foi definido previamente)

que intervêm nestas aproximações são associados com medidas ou características que determinam a *disponibilidade* dos diferentes componentes (como por exemplo, intensidade de avarias, tempos médios entre avarias, e processos estocásticos que descrevem as avarias) e podem ser expressos através de medidas de desempenho de tráfego, tais como probabilidades de bloqueio e tempos médios de atraso.

2.2.2 A aproximação matricial

A Recomendação I.350 do ITU-T [58] foi desenvolvida com o objectivo de descrever [58]:

1. os conceitos de qualidade de serviço (QOS) e de desempenho de rede (NP);
2. mostrar como são aplicados os conceitos de QOS e de NP em redes digitais, incluindo redes RDIS;
3. descrever as características e a relação entre esses conceitos;
4. indicar e classificar questões de desempenho para as quais são necessários parâmetros;
5. identificar parâmetros genéricos de desempenho.

A Recomendação I.350 [58] retoma a definição de QOS da Recomendação E.800 [59] e chama a atenção para o facto dessa definição, que inclui a satisfação subjectiva do cliente, ser muito abrangente. Na Recomendação I.350 [58] são apenas considerados os aspectos de QOS que permitem identificar parâmetros que possam ser directamente observados e medidos nos pontos em que o serviço é acedido pelo utilizador [58].

O desempenho de rede é medido em termos de parâmetros que têm significado para a operadora da rede e são por isso utilizados para o projecto de sistemas, configuração, operação e manutenção. O NP é definido independentemente do desempenho do terminal ou das acções dos utilizadores.

Os parâmetros de NP determinam a QOS, embora não descrevam essa qualidade numa forma clara para o utilizador. Da mesma forma os parâmetros de QOS não são necessariamente utilizáveis formalmente na especificação do desempenho de uma dada conexão. Ambos os tipos de parâmetros são necessários e os seus valores devem ser quantitativamente relacionados. A definição de parâmetros de QOS e de NP deverá estabelecer a relação de entre os respectivos valores nos casos em que não existe uma relação um para um entre os mesmos.

A tabela 1/I.350 [58] apresenta as diferenças entre QOS e NP – aqui reproduzida na tabela 2.1:

Qualidade de serviço	Desempenho de rede
Orientada ao utilizador	Orientado ao operador
Atributo do serviço	Atributo de um elemento de conexão
Focagem nos efeitos observáveis pelo utilizador	Focagem na planificação, desenvolvimento (projecto), funcionamento e manutenção
Entre (e nos) pontos de acesso ao serviço	Capacidade de conexão ponto a ponto ou capacidade de elementos de conexão da rede

Tabela 2.1: Distinção entre QOS e NP

Uma descrição de elementos de conexão numa rede RDIS encontra-se na Recomendação I.324 do ITU-T [52].

2.2.2.1 Parâmetros de desempenho primários e derivados

De acordo com [58] um *parâmetro de desempenho primário* é um parâmetro ou a medida de um parâmetro determinado com base na observação directa de acontecimentos em pontos de acesso ao serviço ou na fronteira de elementos de conexão e um *parâmetro de desempenho derivado* é um parâmetro ou a medida de um parâmetro determinado com base na observação de valores de um ou mais parâmetros de desempenho primários relevantes e de limiares de decisão para cada parâmetro de desempenho primário relevante.

Os parâmetros directamente mensuráveis (relacionados com intervalos de tempo entre acontecimentos específicos e a frequência com que ocorrem esses acontecimentos específicos) são os parâmetros primários e descrevem a QOS (nos pontos de acesso a serviço) e o NP (na fronteira de elementos de conexão) durante período em que o serviço ou a conexão se encontram disponíveis. Os parâmetros primários são medidos em todos os intervalos de tempo, uma vez que a transição entre estados de disponibilidade e de indisponibilidade se faz com base nos seus valores.

Os parâmetros de desempenho derivados descrevem o desempenho com base em acontecimentos definidos pelo cruzamento de um dado limiar por uma função de um parâmetro primário. Estes acontecimentos limiares derivados identificam as transições entre estados de disponibilidade e de indisponibilidade. Os parâmetros de desempenho derivados descrevem a QOS e o NP para todos os intervalos de tempo, ou seja durante períodos de tempo em que o serviço ou a conexão está disponível ou indisponível.

2.2.2.2 Parâmetros de desempenho genéricos

A aproximação matricial proposta na Recomendação I.350 [58], traduzida pela figura 2.3 (que aproximadamente reproduz a figura A.1 do anexo A de [58]) dá origem

a uma lista com nove parâmetros de desempenho *primários genéricos*:

1. velocidade de acesso (“access speed”);
2. precisão de acesso (“access accuracy”);
3. dependibilidade de acesso (“access dependability”);
4. velocidade da transferência de informação (“information transfer speed”);
5. precisão da transferência de informação (“information transfer accuracy”);
6. dependibilidade da transferência de informação (“information transfer dependability”);
7. velocidade de desligamento (“disengagement speed”);
8. precisão de desligamento (“disengagement accuracy”);
9. dependibilidade de desligamento (“disengagement dependability”);

os quais poderão ser utilizados na obtenção de parâmetros específicos de QOS e NP.

Exemplos de parâmetros de desempenho primários e derivados específicos para QOS de serviço de suporte e para NP para comutação de circuitos e para comutação por pacotes são dados no Anexo B de [58].

De acordo com [58] a aproximação matricial fornece um método sistemático de identificação e organização de possíveis parâmetros de NP e, onde apropriado, os seus correspondentes parâmetros de QOS.

As principais características da aproximação matricial de 3×3 para o desempenho da rede ilustradas na figura 2.3 são [58]:

1. Cada linha representa uma das três funções de comunicação básicas e distintas.
2. Ao ser tentada uma função de comunicação, são possíveis três resultados mutuamente exclusivos (um para cada critério genérico de desempenho) os quais constituem cada uma das colunas.
3. Os parâmetros da matriz de 3×3 são definidos com base nos acontecimentos nas fronteiras entre elementos de conexão.
4. Os parâmetros de desempenho primários de NP devem ser definidos de forma a serem mensuráveis na fronteira do(s) elemento(s) de conexão a que se aplica(m). As definições de parâmetros de NP não deverão depender de pressupostos acerca de causas de deficiência, que não possam ser detectadas nas fronteiras.

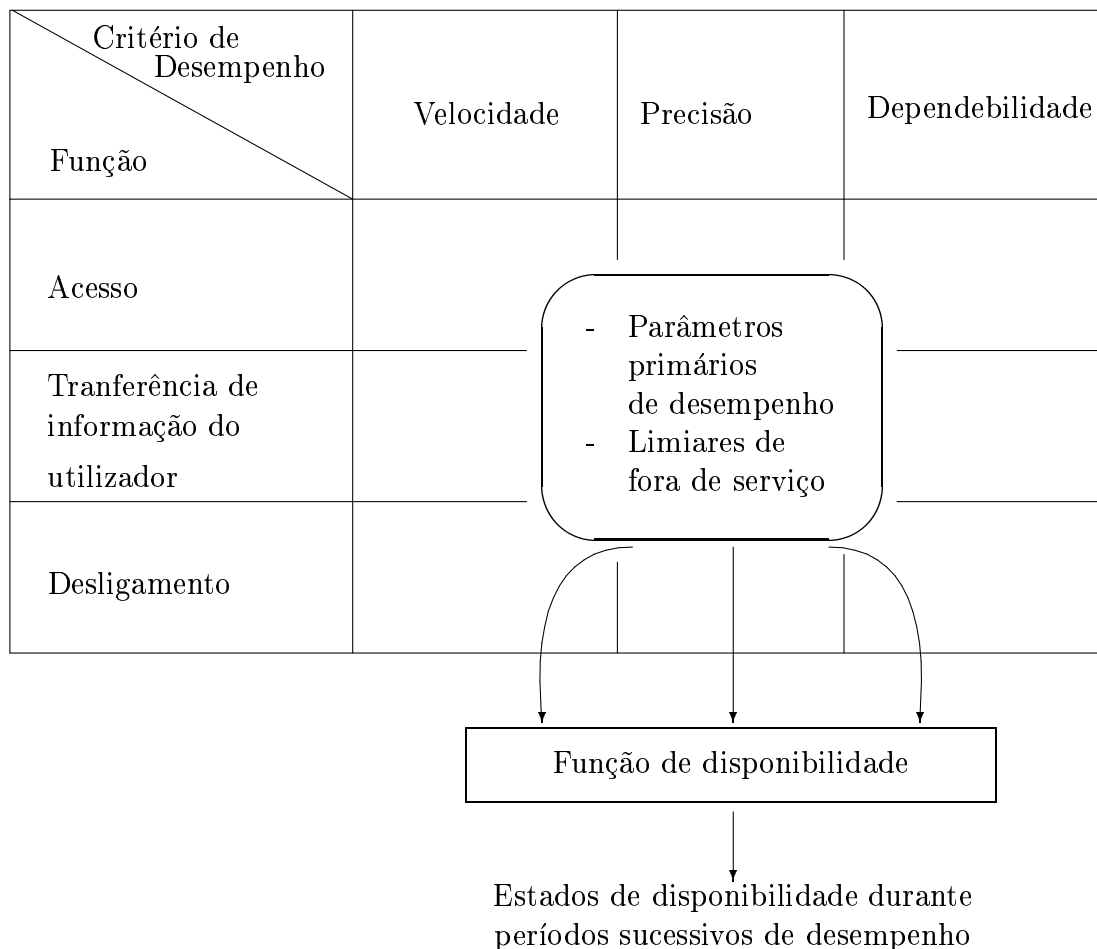


Figura 2.3: Aproximação matricial 3×3 para a determinação dos estados de disponibilidade

5. A disponibilidade é um parâmetro de desempenho derivado.

2.2.2.3 Relação entre parâmetros genéricos de NP e QOS e possíveis parâmetros específicos de NP e QOS

No apêndice B de [58] surgem as tabelas, B.1, B.2, B.3 e B.4, as quais ilustram a relação qualitativa entre os parâmetros genéricos definidos na Recomendação I.350 [58] e possíveis parâmetros específicos de QOS de serviço de suporte, de NP da comutação por circuitos, de parâmetros de NP da comutação por pacotes e de parâmetros de NP de RDIS de banda larga, respectivamente.

A Recomendação I.350 [58] apresenta como candidatos a parâmetros de desempenho derivados de NP em comutação por circuitos e em comutação por pacotes, a disponibilidade da rede e a duração do estado de incapacidade da rede⁵ os quais de-

⁵Em inglês: network outage. A Recomendação E.800 [59] propõe traduzir “outage” pela expressão

pendem qualitativamente apenas do parâmetro genérico de desempenho derivado, a disponibilidade.

2.2.3 Algumas observações acerca das recomendações revistas

Gosztony em [44] afirma que os enquadramentos quer da Recomendação I.350 [58] quer da Recomendação E.800 [59] não são satisfatórios. A estrutura das funções básicas de serviço e o relacionamento dos parâmetros está pobremente representada na primeira e a segunda não é adequada de um ponto de vista prático, uma vez que não se refere directamente aos parâmetros primários. O mesmo autor em [45] chama a atenção para o facto da Recomendação I.350, com a sua aproximação matricial *função/critério*, se referir essencialmente ao NP, e consequentemente apresentar essencialmente o ponto de vista do fornecedor de serviços. Richters e Dvorak em [93] haviam anteriormente identificado essa limitação pelo que propunham uma extensão dessa matriz, de forma a incorporar a qualidade de um serviço tal como ela é experimentada pelos seus utilizadores.

Jung em [65] chama a atenção para algumas incoerências no conceito e alcance de QOS nos documentos do ITU-T, sobretudo no que concerne à sua aplicação em redes RDIS. Nomeadamente para o facto das definições de QOS e NP na Recomendação E.800 serem baseadas no grau de satisfação (GOS), que envolve muitas áreas de trabalho incluindo a satisfação subjectiva do utilizador. A noção de GOS é muito vaga e muito difícil de definir [65], mesmo com base em conceitos como logística de serviço, facilidade de utilização de serviço, servibilidade e segurança de serviço.

A Recomendação I.350 [58] propõe medidas de desempenho que nem sempre são adequadas para incorporação num modelo analítico de análise da fiabilidade, uma vez que se baseiam em acontecimentos ou estados observáveis (em determinados locais da rede) os quais não são facilmente reproduzidos num modelo analítico. Um método de análise da fiabilidade de uma rede, que siga as linhas de acção propostas em [58], terá como objectivo a especificação de parâmetros de desempenho derivados adequados à rede em análise. É nesta perspectiva que se enquadra a proposta metodológica e de modelação do problema genérico de análise da fiabilidade em redes inter-centrais apresentada no capítulo 3.

2.2.4 A disponibilidade dos serviços na perspectiva do utilizador

Vão aqui ser revistos três artigos da autoria de Glossbrenner [39], Daneshmand e Savolaine [25] e Nojo e Watanabe [88]. O dois primeiros abordam directamente o tema desta sub-secção e o terceiro descreve como disponibilidade dos serviços na perspectiva do utilizador pode ser incorporada no projecto de uma rede.

No artigo da autoria de Glossbrenner [39] é abordada a questão da disponibilidade de serviços em comutação por circuitos na perspectiva do utilizador. São referidas como medidas fundamentais a disponibilidade de serviço e o tempo médio entre estados de inoperacionalidade do serviço de comunicação. De notar que na Recomendação I.355 do ITU-T [61] são definidos como parâmetros genéricos de disponibilidade, a disponibilidade dum secção de conexão e tempo médio entre estados de incapacidade dum secção de conexão.

Os corpos normalizadores, como por exemplo o ITU-T, ao estabelecer valores para disponibilidade do sistema entre pontos extremos (utilizador-rede ou um interface rede-rede normalizado) em vez de definir valores genéricos para a rede estão a tentar suportar as necessidades dos clientes [39]. Existem no entanto grandes diferenças entre os limiares de *inusabilidade*⁶ dos serviços comutados por parte dos clientes. Não existe por isso um método único para estabelecer esses limiares, que são propostos com valores geralmente piores que os que são garantidos diariamente pelos fornecedores de serviços. A determinação do estado de disponibilidade de serviços comutados entre dois pontos extremos baseia-se na comparação de cada parâmetro de decisão com o seu limiar de inusabilidade (ou estado de incapacidade). A Recomendação I.355 do ITU-T [61] apresenta testes mínimos para a determinação dos estados de disponibilidade.

Em definições anteriores, quando existia uma conexão, mas o desempenho da transmissão era determinado como inusável, o serviço entre os pontos extremos era declarado imediatamente indisponível. Na realidade, quando a qualidade de transmissão se torna inaceitável, o utilizador desliga e torna a ligar, numa tentativa de obter uma melhor ligação. Se a nova chamada tem uma qualidade aceitável, a função de comunicação é retomada [39]. A Recomendação I.355 do ITU-T [61] reconhece este comportamento por parte dos utilizadores e em vez de declarar imediatamente indisponibilidade, classifica a qualidade de transmissão inusável como uma PDS⁷. A Recomendação I.355 [61] recomenda que o sistema seja declarado inusável e indisponível apenas após PDS em chamadas sucessivas.

Segundo [39], a disponibilidade na perspectiva do fornecedor leva a que as redes

⁶Em inglês: unusability.

⁷Em inglês: Premature Disconnect Stimulus.

sejam geridas com princípios tais que a má qualidade da transmissão e excessivos PDS não contribuam para a indisponibilidade de serviço. O resultado das acções de gestão (como, por exemplo, desligar um feixe degradado até que o mesmo seja reparado) é a conversão de todos os problemas severos de transmissão e de desconexão em procuras de novas chamadas. Assim o utilizador do serviço comutado nunca detectará problemas de transmissão ou de desconexão excessivos, e não atribuirá a essas causas a indisponibilidade do serviço. Quando a aptidão para escoamento de tráfego é insuficiente para contornar o problema, as novas chamadas são bloqueadas e toda a indisponibilidade se manifestará como bloqueio elevado. Uma rede projectada de acordo com estes princípios, poderia medir a indisponibilidade apenas monitorizando bloqueios de curta duração e estados de incapacidade nos acessos.

No entanto, na definição de normas, é preciso levar em conta tudo o que atrás foi referido, uma vez que nada garante ao utilizador que a rede a que se encontra ligado foi construída com base nos princípios atrás referidos [39].

Caso o cliente esteja interessado na indisponibilidade média da rede a mesma pode ser obtida como a média para todos os pares de extremos entre os quais exista tráfego. Em [39] propõe-se que uma ideia do impacto da indisponibilidade, em volume de tráfego ou perda de rendimento, poderá ser obtida pesando a média da indisponibilidade pelos valores esperados de tráfego entre pares de extremos.

Finalmente, Glosbrenner [39] procura fazer a ligação entre os conceitos de disponibilidade de serviço (orientado ao utilizador) com o trabalho que tem sido feito no âmbito do conceito de *sobrevivencialidade*⁸ de rede. A *sobrevivencialidade* ou capacidade de sobrevivência da rede traduz a capacidade da rede garantir um determinado grau de serviço em certos cenários de avaria. Glosbrenner [39] considera para o efeito o triplete (I, D, E) ⁹ para medir a sobrevivencialidade e as incapacidades da rede:

I – a intensidade dos estados de incapacidade da rede é a profundidade do problema tal como ele se manifesta ao cliente (ou seja percentagem de bloqueio, percentagem de perda de pacotes, tramas ou células, ou fracção de SES¹⁰ – para uma definição de SES ver [97]).

Este parâmetro também surge no triplete representado pela letra U , onde U é a primeira letra das palavras inglesas para indisponibilidade [39] ou inservibilidade [25, 108]. É definido em termos de uma unidade de utilização.

No caso de uma rede comutada a unidade de utilização é uma chamada ou uma tentativa de estabelecimento de chamada. Neste caso a inservibilidade é a percen-

⁸Em inglês: survivability.

⁹Este triplete, segundo [25] foi proposto pela primeira vez em 1992 [24].

¹⁰Em inglês: Severely Errored Seconds.

tagem de unidades que falham. Numa rede de comutação por pacotes, a unidade de utilização é o pacote e a inservibilidade é neste caso definida como o número de pacotes que não foram entregues com atraso inferior a um dado valor [108].

D – A duração do estado de incapacidade da rede [25] estado esse determinado pela ultrapassagem de um determinado limiar de inservibilidade [108].

E – Este parâmetro quantifica a área geográfica, a população, ou os volumes de tráfego afectados [39, 25].

Em [108] este símbolo foi substituído pela letra W (em representação da palavra *Weight*), mas mantém o significado anterior.

Estes parâmetros podem tomar valores contínuos e definem um espaço tridimensional. Conceptualmente, este espaço divide-se em regiões com várias categorias de incapacidade de rede, indo desde uma situação de normalidade, passando por uma pequena incapacidade e chegando até situações catastróficas [39, 108].

O parâmetro I pode ser associado com uma medida orientada ao utilizador num limiar de indisponibilidade. A duração D pode ser relacionada com a duração dum teste mínimo¹¹ de determinação de estado de disponibilidade. O parâmetro E poderá ser associado com o número de ligações extremo a extremo afectadas pela incapacidade da rede [39].

Segundo Glossbrenner [39] os fornecedores de serviços (ou de redes) estão a estudar medidas de sobrevivencialidade baseadas no triplete (I, D, E) . Uma escolha apropriada de valores para I e D fará com que estejam a monitorizar a disponibilidade definida para os utilizadores finais.

Em [25] propõe-se um enquadramento para medir a fiabilidade de serviços de telecomunicações comutados, do ponto de vista do cliente, que permita definir uma escala quantitativa para medir os estados de incapacidade da rede. A fiabilidade de um elemento de rede, segundo a Recomendação E.800 do ITU-T [59] é a probabilidade desse elemento desempenhar a função requerida, sob certas condições, por um dado intervalo de tempo. Assume-se que o elemento está em estado de desempenhar a função no início do intervalo de tempo. De forma simplificada, e na perspectiva do utilizador e da fiabilidade da rede, em [25] considera-se que a função requerida à rede de telecomunicações (o elemento) é a capacidade de comunicar de uma origem para um destino a qual é designada por função de estabelecimento de conexão da rede.

Em [25] considera-se que a função de estabelecimento de conexão da rede falha quando a probabilidade de avaria, P_a , de uma dada conexão ultrapassa um limiar, P_{a_1} ,

¹¹No anexo A da Recomendação I.355 do ITU-T [61] são definidos testes mínimos para a determinação dos estados de disponibilidade de conexões RDIS comutadas a 64kbit/s.

superior à probabilidade de avaria máxima, P_{a_0} , especificada no seu projecto. Esse valor de limiar e o seu impacto sobre os utilizadores deverá ser especificado levando em consideração as redes, as aplicações e os serviços.

Define-se um estado de incapacidade de rede, para uma origem i e um destino j quando a probabilidade de avaria da função de estabelecimento de conexão da origem i para o destino j excede o limiar pré-estabelecido, P_{a_1} , de probabilidade de avaria, durante um período de tempo superior a t_1 [25]. Esse estado de incapacidade é representado pelo par (P_{a_1}, t_1) . Seguidamente consideram que uma rede está no estado de incapacidade caracterizado por (P_{a_1}, t_1) , se existir pelo menos um par origem-destino que esteja no estado de incapacidade (P_{a_1}, t_1) .

O enquadramento proposto por [25] para medir os estados de incapacidade da rede, baseia-se no triplete (I, D, E) . Deseja-se que esta aproximação responda, através da quantificação de cada um dos parâmetros de (I, D, E) , às seguintes questões [25]:

1. Qual é probabilidade de que a minha comunicação em curso ou de que a minha nova tentativa de estabelecimento de comunicação falhe?
2. Durante quanto tempo durará essa situação?
3. Para quantos destinos se verifica esta condição?

Os autores [25] apresentam um exemplo de aplicação deste enquadramento a redes de comutação por circuitos, explicando como calcular I , D , a partir de valores obtidos por medições efectuadas na rede.

Poderá parecer exagerado que uma rede seja considerado num estado de incapacidade devida apenas ao mau estado de uma ligação entre uma origem e um destino. Mas a verdade é que na perspectiva dos utilizadores que pretendem estabelecer/manter uma comunicação entre esses extremos a rede se encontra de facto num estado de incapacidade. O triplete (I, D, E) serve precisamente para quantificar estes estados de incapacidade, os quais serão tão mais graves quanto maiores os valores destes parâmetros. O parâmetro mais difícil de quantificar é o parâmetro E , pois é uma função de vários factores (tipo de rede, tipo de serviço afectado, caracterização do cliente em termos de tráfego, momento em que ocorreu incapacidade, etc).

Nojo e Watanabe [88] apresentam uma aproximação com muitos pontos comuns com [25] para estimar o efeito de falhas na rede, especificar a fiabilidade da rede em termos dos efeitos sobre os utilizadores e projectar uma rede de acordo com especificações de fiabilidade. Os efeitos das avarias são caracterizados pelos seguintes parâmetros: magnitude da avaria, x (definida pela área afectada pela avaria), grau da avaria, $y \in [0, 1]$ (definida pela diminuição da capacidade para escoamento de tráfego), frequência

da avaria e tempo de duração do estado de incapacidade da rede. Os autores não usam explicitamente o tripleto (I, D, E) no entanto parece claro que x faz parte dos factores que definem E e que D é o tempo de duração da incapacidade da rede; quanto ao parâmetro y , corresponde ao parâmetro I do modelo [25], para todos os utilizadores afectados na rede.

O método proposto de especificação de uma rede [88] passa por identificar os elementos da rede por ordem decrescente de grau de avaria na rede, obter graficamente (de forma aproximada) a indisponibilidade para o sistema total – com base na indisponibilidade dos elementos da rede – e verificar se esta satisfaz a curva desejada de indisponibilidade. Caso tal não aconteça, deverão ser adoptadas medidas que melhorem a indisponibilidade da rede até que a curva de objectivo de indisponibilidade seja respeitada.

2.3 Resenha de abordagens de fiabilidade em redes de telecomunicações

2.3.1 A fiabilidade em redes através de medidas de conectividade

O cálculo computacional de medidas de fiabilidade deste tipo em redes é um problema em geral complexo. Ball em [6] mostra que vários problemas chave de análise de conectividade em redes (representadas como sistemas estocásticos binários) são NP-hard¹².

Boesch e Thomas [11] investigaram a invulnerabilidade de uma rede de comunicação a avarias, recorrendo a técnicas de análise de grafos não-dirigidos. Uma avaria é associada à remoção de um conjunto de nós ou de arcos, a qual resulta na desconexão da rede. Estabelecem uma classe de grafos que fornece uma protecção óptima contra avarias a custo fixo, definido em termos do número de ramos permitido para conectar um dado número de nós. Os autores definem a vulnerabilidade de uma rede em termos do número mínimo de arcos¹³ e do número mínimo de nós¹⁴ cuja remoção desconecta o grafo.

Cattermole e Sumner [14] propõem classes topológicas possíveis, bem definidas, de grafos que garantam conectividade óptima¹⁵ em redes de telecomunicações. Surgem

¹²Para uma definição de NP-hard ver por exemplo [36].

¹³Mínimo dos cardinais dos conjuntos de corte do grafo.

¹⁴Mínimo dos cardinais dos conjuntos de articulação do grafo.

¹⁵Pelo Teorema de Menger a conectividade de um grafo é igual ao número mínimo de caminhos disjuntos entre qualquer par de nós não adjacentes.

assim redes definidas pelo produto cartesiano de grafos completos¹⁶ cujas propriedades e vantagens topológicas potenciais analisam extensivamente. Modelos de análise de tráfego, simulação e dimensionamento de redes telefónicas digitais com este tipo de topologia foram propostos por Craveirinha e Sumner [20].

Em [5] Ball apresenta um algoritmo, de complexidade $O(2^{n \log n - n})$ (onde n é o número de nós da rede), que calcula medidas de desempenho numa rede não-dirigida em que tanto os ramos como os nós da rede estão sujeitos a avaria. As medidas de conectividade calculadas são [5] :

1. a probabilidade de que um dado nó s possa comunicar com um nó t , para todos os pares de nós (s, t) ;
2. a probabilidade de que todos os pares de nós operacionais possam comunicar entre si;
3. a esperança matemática do número de nós em comunicação;
4. a probabilidade de todos os nós operacionais comunicarem com um nó s ;
5. a esperança matemática do número de nós que comunicam com um nó s ;
6. a esperança matemática do número de pares de nós que comunicam com s .

As últimas três medidas de desempenho têm interesse quando existe um nó central que exerce controlo sobre todas as comunicações [5]. É apresentada ainda uma versão específica do algoritmo para redes em que apenas os nós estão sujeitos a avarias. Esta lista de medidas de desempenho é mais abrangente do que as apresentadas até então na literatura [5].

Buzacott [13] apresenta um algoritmo para calcular a probabilidade de que nem todos os nós estejam conectados num grafo em que nós e arcos estão sujeitos a avaria. Mostra que outras medidas de fiabilidade, relacionadas com a conexão de nós, tais como a probabilidade de um dado par de nós estar conectado, a probabilidade de um dado conjunto de nós estar conectado ou o número médio de nós conectados a um dado nó, podem ser obtidas com pequeno custo adicional. É ainda possível obter o número médio de pares de nós conectados, por aplicação repetitiva do algoritmo proposto. A complexidade deste algoritmo, $O(3^n)$ em geral e no pior dos casos $O(4^n)$, é inferior ao do algoritmo de Ball [5], embora tenha maiores custo em termos de armazenamento.

Muito do esforço na área da análise da fiabilidade em redes concentra-se no cálculo da probabilidade de que um dado nó s possa comunicar com um dado nó t (sub-problema da medida 1 da lista anterior) [5]. Fratta e Montanari [33] mostram que,

¹⁶Um grafo completo é um grafo em que todos os nós são adjacentes.

dado o conjunto dos caminhos entre dois nós numa rede dirigida em que apenas falham os arcos, a probabilidade de um dado par de nós poder comunicar pode ser calculada simbolicamente transformando uma soma Booleana de produtos numa forma equivalente em que todos os termos são disjuntos. O problema da obtenção de produtos disjuntos é NP-hard [7].

Abraham [1] apresenta um novo algoritmo para a obtenção eficiente da soma de produtos disjuntos com o objectivo de calcular a fiabilidade entre dois nós. Posteriormente foram propostos algoritmos mais eficientes, para a resolução do mesmo problema, entre os quais se podem referir [77, 9, 7, 49, 104, 98], entre outros.

Locks [77] introduz no algoritmo de Abraham [1] uma ordenação lexicográfica das variáveis do estado dos elementos para obter somas de produtos disjuntos curtas. Wilson [104] obtém um algoritmo mais eficiente ao alterar as regras de ordenação para as listas de caminhos e de produtos de variáveis do algoritmo em [77]. Em [7] Ball e Provan desenvolveram algoritmos eficientes para calcular limites superiores e inferiores para a fiabilidade de sistemas coerentes binários; esses limites são dados através de somas de produtos simples. Heidtmann [49] propõe reduzir a dimensão da fórmula de fiabilidade considerando o inverso de produtos de variáveis em vez de apenas o inverso de variáveis simples. Em [49] afirma-se que a economia conseguida pelos algoritmos de Locks [77] e Beitchel e Spross [9] não é muito significativa face ao algoritmo de Abraham [1]. Mais recentemente Shen e Tao [98] propõem retirar arcos à rede, de forma a obter um sub-grafo básico que pode ser encarado como a interligação de duas redes específicas; os caminhos mínimos ficam divididos em três conjuntos, dois associados a cada uma das redes obtidas e o terceiro associado a todos os caminhos mínimos que não pertencem ao sub-grafo básico. Tendo dividido a informação da rede em três partes e modificado a fórmula da fiabilidade obtém um algoritmo mais eficiente do que [77, 49, 104].

Bienstock [10] considera o problema da avaliação da fiabilidade em redes, na sua forma clássica, ou seja o cálculo da probabilidade de que um dado grafo (ou subconjunto dos nós de um grafo) permaneçam conectados, quando os seus nós e os seus arcos avariam com probabilidades conhecidas. Dada a dificuldade do problema, restringe a sua análise a redes com uma estrutura especial: grafos construídos de forma estruturada (e usualmente recursiva) à custa da replicação de um pequeno grafo. Prova que existem algoritmos de avaliação da fiabilidade em tempo polinomial, sempre que o número de nós do pequeno grafo, à custa do qual foi construído o grafo final, for proporcional ao logaritmo do número total de nós da rede. Apresenta um algoritmo para calcular a probabilidade da conectividade de grafos planos¹⁷, mais eficiente que o

¹⁷Um grafo é dito plano quando admite uma representação plana.

proposto por Buzacott [13].

Page e Perry [90] apresentam um método, baseado em polinómios de fiabilidade, que obtém a importância relativa dos arcos num grafo. Parte-se do pressuposto de que todos os arcos têm a mesma probabilidade de avaria, a qual não precisa ser conhecida. Desta forma os arcos frágeis da rede são determinados com base na topologia da rede e não dependem da fiabilidade de cada elemento da rede (que poderá ser desconhecida durante o projecto da rede). Em [90] mostra-se que a utilização dos polinómios de fiabilidade para ordenar os arcos do grafo, conduz a resultados mais precisos dos que outras ferramentas tais como as baseadas nos conjuntos de caminhos mínimos e nos conjuntos de corte mínimos.

2.3.2 Selecção dos estados

Um primeiro problema que precisa de ser resolvido em qualquer abordagem para estudo da fiabilidade numa rede, em que a fiabilidade seja de alguma forma associada a medidas de desempenho, é a selecção dos estados de avaria dessa rede. Esta questão é particularmente crítica se o número de elementos sujeitos a avaria, n , é elevado (a dimensão do espaço de estados é 2^n , assumindo que cada componente tem apenas dois estados: operacional ou inoperacional) e se o custo associado ao cálculo das medidas de desempenho para cada estado da rede tiver um custo significativo.

Uma primeira solução para este problema foi proposta por Li e Silvester [75] sugerindo que apenas um certo número de estados, m , precisava de ser considerado desde que uma grande fracção do espaço de estados fosse coberta. Em [75] é apresentado um algoritmo, de complexidade $O(n^2m + nm \log m)$, que enumera os m (com m fixo) estados mais prováveis da rede por ordem decrescente de probabilidade. São propostos também limites superiores e inferiores para as medidas de desempenho seleccionadas. Os autores apresentam dois exemplos de aplicação da metodologia proposta: no primeiro, em que é estudada uma rede em anel, são obtidos limites inferiores e superiores para a probabilidade da rede estar conectada e para o número médio de pares conectados; no segundo utilizam uma rede mais conectada e mais fiável e são calculados limites inferiores e superiores para o atraso médio na rede.

Na sequência do algoritmo de enumeração atrás referido [75], surge um outro algoritmo mais flexível [73] (onde m não precisa de ser pré-especificado) e eficiente (de complexidade $O(nm + m \log m)$) o qual é por sua vez suplantado pelo algoritmo proposto por Shier [99]. Estes algoritmos são detalhadamente descritos no capítulo 4, onde se apresenta um novo algoritmo superior ao proposto em [99].

Chiou e Li [16] apresentam o primeiro algoritmo para a geração dos estados de um

sistema, por ordem decrescente de probabilidade, em que os componentes podem estar em mais do que dois estados. A complexidade do algoritmo é dada por $O(Qmn + Qm \log m)$, onde m é o número de estados seleccionados, n é o número de elementos sujeitos a avaria (os arcos da rede), k o número de estados dos arcos, e $Q = n(k - 1)$. O atraso médio na rede é escolhido como medida de desempenho uma vez que está relacionado com a degradação da capacidade (número de canais disponíveis) dos arcos da rede. Conhecido os requisitos de tráfego ponto a ponto na rede, deseja calcular-se a probabilidade de transporte do tráfego, com um dado atraso médio. Se num dado estado a rede apresenta um atraso médio superior ao limiar dado considera-se que a rede não satisfaz os requisitos de tráfego. O atraso médio para cada estado da rede pode ser calculado de acordo com [16]. Um exemplo de aplicação do algoritmo em [16] calcula a probabilidade de que o atraso médio da rede não seja superior a um dado limiar e uma estimativa (através de limites superiores e inferiores) para a função de distribuição do tempo de atraso médio na rede. Estas medidas podem ser consideradas como medidas de desempenhabilidade, uma vez que o sistema não deixa de funcionar em presença de avarias, mas apresenta um nível de funcionamento que se vai degradando.

A utilização do algoritmo proposto em [16], de forma a garantir uma determinada cobertura do espaço de estados, implica estimar à priori o valor de m . Yang e Kubat [105] propõem um novo algoritmo para identificar o conjunto mínimo dos estados mais prováveis de forma a garantir que é obtida uma dada probabilidade de cobertura do espaços de estados; o algoritmo gera os estados por ordem decrescente de probabilidade, até que a soma das probabilidades dos estados gerados satisfaça a probabilidade de cobertura desejada. Os autores mostram que a complexidade do algoritmo proposto [105] é $O(nkm)$ (logo n vezes mais rápido que o algoritmo em [16]), onde n é número de componentes sujeitos a avaria, k é número de modos para os componentes e m é o número de estados gerados.

Num artigo posterior, Yang e Kubat [106] propõem um outro algoritmo, baseado na aproximação utilizada em [105], para análise da desempenhabilidade de uma rede, em que os componentes podem estar apenas em dois estados: operacional e inoperacional. A complexidade temporal para a obtenção de cada estado é $O(n)$, excluindo o custo computacional das medidas de desempenho a obter. Embora estes autores afirmem que o esforço temporal por estado é mesmo que o de qualquer algoritmo óptimo para a enumeração dos estados pensamos que o custo computacional do algoritmo proposto por Shier [99] é inferior uma vez que a geração de cada novo estado passa apenas pela inserção de um elemento à cabeça de uma lista, a qual contém os elementos inoperacionais do novo estado e pela inserção do ponteiro para esta lista numa “heap” (em que essa operação sobre a “heap” tem complexidade $O(\log_2 h)$, onde h é a dimensão

da “heap”, $h < m$ e geralmente $h \ll m$). O algoritmo em [105], que será descrito no capítulo 4, distingue-se dos anteriormente apresentados ([75, 73, 99]) pelo facto de fornecer, após cada iteração, uma convergência mais rápida para os limites superiores e inferiores das medidas de desempenho. Assume-se que as medidas de desempenho a obter possuem uma propriedade da coerência: se os elementos operacionais num estado A são um subconjunto dos elementos operacionais de um estado B , então o valor do desempenho de A deve ser igual ou inferior ao de B . Este pressuposto nem sempre se verifica, conforme se discutirá adiante, o que limita a aplicabilidade desta aproximação.

Utilizando medidas escolhidas no contexto da conectividade, Yang e Kubat [106] apresentam alguns exemplos de aplicação do algoritmo. No primeiro é calculada a probabilidade de uma rede estar conectada, onde se verifica que o algoritmo proposto não precisa de percorrer todos os estados para obter o valor exacto desta probabilidade – dada as topologias da rede utilizadas neste exemplo a convergência dos limites superiores e inferiores desta medida de desempenho é muito rápida. No segundo são obtidos intervalos para conectividade da rede onde se verifica, para o mesmo número de iterações a superioridade do intervalo obtido pelo algoritmo [106] face ao de [75].

2.3.3 Abordagens genéricas

Levy e Wirth no seu artigo [74] põem em destaque a importância do binómio fiabilidade-qualidade de serviço na análise de uma rede de telecomunicações, e definem conjuntamente objectivos de desempenho e disponibilidade, com a finalidade de determinar a quantidade de equipamento necessário para garantir aos utilizadores um conjunto explícito de níveis de desempenho. São definidos três graus de serviço (bons serviços, serviços marginais e serviços inaceitáveis) e os correspondentes limiares de disponibilidade. Esta aproximação permite ao utilizador definir explicitamente com que frequência as avarias poderão ser toleradas, sendo as avarias definidas em termos do nível de degradação do serviço por elas causado. Os autores consideram a análise proposta relativamente simples uma vez que não é necessário considerar todos os cenários de avaria possíveis, podendo aplicar-se os métodos conhecidos de análise de fiabilidade e desempenho.

O estado de um sistema sujeito a avarias é representado em [74] pelo par (X, Y) em que X é o estado de congestão do sistema ou seja o estado do ponto de vista da capacidade de escoamento de tráfego e Y é o estado de disponibilidade do sistema. A capacidade de um sistema é obtida por decomposição [74], onde o processo Y é analisado como um modelo de disponibilidade e seguidamente é utilizada uma série de modelos de desempenho condicionados pelo estado de disponibilidade ($\{X|Y = y\}$)

para analisar o desempenho. A aproximação é justificada considerando que os tempos médios entre as avarias têm duração muito superior às mudanças do estado de congestão do sistema, X . A aplicação do método é demonstrada em dois casos: um sistema multi-processador e uma rede de comunicações muito simples.

Kubat [69, 70] procura avaliar conjuntamente a fiabilidade e o desempenho de uma rede de comunicações, propondo um modelo que utiliza um processo estocástico regenerativo para descrever o processo global de avarias. A rede é considerada muito fiável, e as medidas propostas (adequadas a tráfego de voz e de dados) são a intensidade de tráfego transportado em regime estacionário [69] e a intensidade de tráfego perdido [70].

O mesmo autor propõe uma aproximação híbrida para a estimativa da fiabilidade e desempenho de uma rede de comunicações [71]: via analítica e via simulacional. A simulação de Monte-Carlo é utilizada para amostrar estados da rede global de componentes. Para cada estado amostra é obtido o desempenho da rede por via analítica, sendo a medida de desempenho global da rede obtida através da média dos desempenhos das amostras. Propõe também uma solução para considerar interdependências entre as avarias nos arcos. O método é ilustrado através de alguns exemplos onde são calculadas medidas de conectividade de rede e de um exemplo onde é obtida a largura de banda disponível. Kubat [71] enumera as vantagens desta aproximação, mormente:

- permitir considerar uma estrutura geral para a distribuição das avarias dos componentes da rede;
- reduzir significativamente a complexidade do modelo e os cálculos associados;
- incorporar análise da sensibilidade;
- identificar eventuais estrangulamentos e ser relativamente simples de implementar.

No entanto, o modelo apresenta na nossa opinião uma limitação importante e inerente que advém da incerteza estatística dos resultados (a qual não é fácil de avaliar) associada à utilização da simulação para amostrar o espaço de estados.

Uma aproximação diferente, que utiliza técnicas de programação de fluxos em redes é proposta por Sansò, Soumis e Gendreau em [96], baseando-se na associação da fiabilidade à optimização do encaminhamento numa rede. Os autores consideram que o desempenho da rede está fortemente relacionado com a média do tráfego perdido na presença de avarias nos arcos da rede (para considerar a avaria de um nó basta retirar todos os arcos incidentes nesse nó), uma vez que uma rede de elevada conectividade

poderá apresentar, devido a avarias, perdas de tráfego significativas. O procedimento proposto [96] para calcular esse tráfego perdido tem os seguintes passos:

1. calcular o tráfego perdido na rede quando não há avarias na rede;
2. calcular o tráfego perdido na rede quando há avarias na rede; é levado em conta a capacidade da rede para encaminhar e reencaminhar de forma otimizada os fluxos de tráfego, após avaria;
3. a diferença entre os tráfegos em 1 e 2 será o valor do tráfego perdido devido apenas a avarias, e será essa efectivamente a medida da fiabilidade da rede.

A probabilidade de bloqueio nos arcos é calculada utilizando apenas a função de Erlang-B[92], o que introduz alguma imprecisão no valor final do tráfego perdido, mas simplifica os cálculos inerentes aos algoritmos de programação matemática utilizados.

2.3.4 Desempenhabilidade em redes de telecomunicações

Como já foi mencionado Meyer [82, 83, 85, 86] propõe uma metodologia de análise unificada do desempenho e da fiabilidade, a qual deu origem ao conceito de desempenhabilidade. Esta abordagem foi inicialmente desenvolvida no contexto de sistemas computacionais. Uma tentativa de estender a sua aplicação às redes de telecomunicações, encontra-se em [85].

Este tipo de aproximação parece especialmente adequada para sistemas que na presença de avarias, não ficam imediatamente inoperacionais, mas apresentam em vez disso uma degradação progressiva e suave do seu desempenho, a qual conduz ao conceito de sistemas graciosamente degradáveis (*gracefully degrading systems*).

O desenvolvimento de um modelo de desempenhabilidade assume que existe uma descrição do comportamento funcional do sistema e do meio ambiente que o condiciona, ou seja o conhecimento daquilo que se designa como o sistema total. Por outro lado a integridade funcional do sistema poderá ser expressa por uma variável aleatória que exprime a extensão da degradação do sistema, devido à ocorrência de avarias.

Os elementos essenciais de um modelo de desempenhabilidade são os seguintes:

1. O modelo-base $X = \{X_t, t \in T\}$, processo estocástico de índice em T (conjunto de tempos de observação, também designado como período de utilização) que descreve o comportamento do sistema total, no tempo.

Formalmente postula-se que existe o espaço de probabilidades (Ω_X, σ, P) , onde Ω_X é o espaço de amostragem:

$$X_t : \Omega_X \rightarrow Q \quad (2.1)$$

Q é o espaço de estados de X e P a medida de probabilidade.

2. O desempenho do sistema é definido por uma variável aleatória Y que toma valores no conjunto A dos valores possíveis de desempenho:

$$\begin{aligned} Y : \quad \Omega_X &\rightarrow A \\ \eta \in \Omega_X &\rightarrow a \in A \end{aligned} \quad (2.2)$$

3. A desempenhabilidade, $Perf(S) = p_S(B)$ do sistema total S , associada ao conjunto mensurável $B \subseteq A$ de níveis de desempenho, é definida formalmente como a medida probabilística:

$$p_S(B) = P(\{\eta \in \Omega_X : Y(\eta) \in B\}) \quad (2.3)$$

quando Y é contínua. No caso de Y ser discreta:

$$p_S(B) = \sum_{b \in B} p_S(b) \quad (2.4)$$

$$p_S(b) = P(\{\eta \in \Omega_X : Y(\eta) = b\}) \quad \forall b \in B \quad (2.5)$$

4. O ganho (ou perda) económico devido à utilização do sistema, é designado como valor do sistema e é representado pela variável aleatória W_S :

$$W_S : \Omega_X \rightarrow \mathbb{R} \quad (2.6)$$

5. A eficácia do sistema, eff_S , é definida como a esperança matemática de W_S :

$$eff_S = E[W_S] \quad (2.7)$$

6. Um elemento essencial do modelo é a introdução de uma função de aptidão φ_S que associa a cada realização de X_t (ou função amostra de X) um dado nível de desempenho (valor de Y):

$$\varphi_S : U_X \rightarrow A$$

$$\varphi_S(u) = a \text{ se para algum } \eta \in \Omega_X, u_\eta = u \in U_X \text{ e } Y(\eta) = a \quad (2.8)$$

onde U_X :

$$U_X = \{u_\eta(t) : \eta \in \Omega_X\} \quad (2.9)$$

é o espaço das funções amostras de X , também designado por espaço das trajectórias $u_\eta(t)$:

$$u_\eta(t) = X_t(\eta) \quad \forall t \in T \quad (2.10)$$

7. O par (X, φ_S) define o modelo de desempenhabilidade de S .

Em termos gerais, a avaliação de um modelo-base de desempenhabilidade envolve: a construção do modelo de desempenhabilidade para o sistema e a determinação de uma medida de desempenhabilidade através da solução do modelo.

Em teoria $Perf$ pode ser obtida a partir do conhecimento da função de distribuição de Y . Em [86] propõe-se que esta função de distribuição seja estimada por métodos numéricos ou simulacionais. Um esquema de modelação hierárquico é utilizado em [83] para definir a função de aptidão que é em seguida utilizada na análise da desempenhabilidade de certos sistemas computacionais. Nesta área de modelação da desempenhabilidade várias técnicas foram desenvolvidas, nomeadamente baseadas em modelos Markovianos de recompensa, redes de Petri estocásticas, métodos de transformada de Laplace e técnicas de Markov de uniformização ou aleatorização. Uma boa revisão destas técnicas pode ser encontrada em [86] e [100].

Notamos que em casos mais complexos (é o caso das redes inter-centrais!) essas formas de estimação da F.D. de Y podem não ser exequíveis.

Capítulo 3

Uma metodologia para análise de fiabilidade–qualidade de serviço numa rede inter-centrais¹

A análise de fiabilidade–qualidade de serviço em redes de telecomunicações é um problema complexo e multifacetado. Em primeiro lugar identificar-se-ão os factores essenciais que intervêm no desenvolvimento de uma metodologia (e no modelo resultante) para abordar um problema deste tipo. Referem-se igualmente aspectos essenciais de caracterização do problema de análise de fiabilidade em causa numa rede inter-centrais digital e os considerandos metodológicos adoptados.

Em seguida é descrito o modelo matemático de natureza estocástica, proposto por Craveirinha e Gomes em [23] para avaliação de desempenhabilidade da rede inter-centrais e que estabelece os fundamentos teóricos da metodologia que é apresentada em detalhe na secção 3.4.

3.1 Factores a considerar

Uma rede de telecomunicações inter-centrais pode ser descrita em vários planos [108, 68], no entanto por uma questão de simplicidade optou-se por apenas dois: *o plano da rede de componentes* e *o plano da rede funcional*.

¹O conteúdo deste capítulo é parcialmente baseado nos artigos:

- J. Craveirinha e T. Gomes. An overview of methodologies for reliability analysis of multiexchange networks. Em C. Guedes Soares, editor, *Advances in Safety and Reliability*, pág.2223–2232. Elsevier Science, 1997.
- J. Craveirinha, T. Gomes, e J. Esteves. A model for reliability analysis of a large multiexchange network. Em *Proceedings of the ITC Regional International Teletraffic Seminar*, pág.184–191, South Africa, 1995.

No plano da rede de componentes encontram-se todos os elementos sujeitos a avaria, incluindo a descrição das suas interdependências. A rede de componentes inclui a rede de transporte, definida pelos nós de transmissão (que podem ser nós de comutação – as centrais – ou nós sem capacidade de comutação de chamadas, mas que introduzem um certo grau de flexibilidade² a nível da transmissão) e pelos elos que os interligam.

No plano da rede funcional considera-se a rede descrita pelas centrais de comutação, os feixes que os interligam, o tráfego oferecido inter-centrais (nó a nó) e as correspondentes regras de encaminhamento. Teoricamente seria possível calcular a probabilidade de avaria, no plano da rede funcional, das centrais de comutação³ e dos feixes em função da probabilidade de avaria dos elementos da rede de componentes, mas tal torna-se uma tarefa extremamente morosa e complexa em redes de grande dimensão.

No desenvolvimento de um modelo de análise de fiabilidade numa rede inter-centrais de telecomunicações, os principais factores a considerar podem ser agrupados em quatro vertentes.

1. Características da rede em estudo do ponto de vista de:

- (a) dimensão da rede de componentes sujeitos a avarias (a qual determina a dimensão do espaço de estados e condiciona o processo de truncagem desse mesmo espaço);
- (b) relação entre os elementos da rede de componentes e da rede funcional (a rede funcional corresponde ao plano da rede em que são calculadas as medidas de desempenho) a qual determina a eventual necessidade de considerar representações diferentes para os diferentes níveis funcionais da rede;
- (c) tipos de serviço suportado pela rede e correspondentes fluxos de tráfego, os quais determinam os modelos estocásticos de tráfego que representam os fluxos de tráfego a partir dos quais são calculados os parâmetros de desempenho da rede;
- (d) caracterização da rede funcional, descrita pelos nós de comutação (as centrais), pelos feixes (ou elos) e respectivas capacidades, pelas regras de encaminhamento, e pelo tráfego oferecido nó a nó.

2. Caracterização dos processos de avaria, nomeadamente no que concerne:

- (a) às hipótese probabilísticas;

²Com o aparecimento dos *cross-connects* programáveis a flexibilidade aumentou, pois é permitido alterar o encaminhamento ao nível do circuito (ver [68, 80, 78]).

³As centrais de comutação são elementos sujeitos a avaria, mas além disso o seu estado funcional também pode ser afectado pelo estado do edifício onde se localizam.

- (b) aos dados disponíveis acerca dos elementos sujeitos a avaria.
3. As medidas de desempenho consideradas mais relevantes, tendo em conta:
 - (a) o tipo e o grau de detalhe dos parâmetros de desempenho (ou seja poderão ser obtidos valores médios para a rede global, valores médios para as ligações ponto a ponto, medidas relativas ao desempenho de cada feixe);
 - (b) inclusão de medidas de desempenhabilidade dadas pela probabilidade de ocorrência de níveis significativos de desempenho (definidos quer em valores absolutos quer em valores relativos ao desempenho da rede no seu estado totalmente operacional) considerados como aceitáveis, inaceitáveis ou marginalmente aceitáveis;
 - (c) compromisso entre o nível desejado de detalhe 3(a) e o correspondente custo computacional associado (este aspecto é especialmente crítico em redes de grande dimensão e/ou complexidade funcional, onde este custo poderá tornar-se excessivamente elevado).
 4. Grau de cobertura do espaço de estados.

Embora teoricamente seja desejável uma cobertura do espaço de estados tão grande quanto possível, normalmente é necessário estabelecer um compromisso com o custo computacional (sem o que este poderá tornar-se inaceitável ou mesmo irrealizável).

3.2 Caracterização do problema

São em seguida apresentadas as características essenciais de um problema de análise de fiabilidade numa rede inter-centrais, de dimensão significativa, de forma a justificar e clarificar a metodologia proposta e o tipo de modelo utilizado:

1. rede funcional de grande dimensão (dezenas de nós de comutação e centenas de feixes);
2. rede de componentes com um número igualmente elevado de componentes sujeitos a avaria, de tipos variados e com interdependências a nível dos efeitos funcionais o que torna a simplificação de independência estatística entre avarias na rede funcional (usualmente considerada em alguns métodos descritos na literatura) não realista;
3. componentes em geral de elevada fiabilidade;

4. do ponto de vista do teletráfego os efeitos dominantes das avarias traduzem-se em sobrecargas e aumentos excepcionais das congestões de chamadas ou dos tempos de atraso na transferência de dados ou outras mensagens entre pares de centrais; consequentemente este tipo de rede pode ser enquadrada no conceito de sistema graciosamente degradável proposto por Meyer [86].

3.3 Um modelo estocástico para avaliação da desempenhabilidade de uma rede inter-centrais

Nesta secção é apresentado e justificado um modelo lógico-matemático de natureza estocástica para avaliação de desempenhabilidade duma rede inter-centrais, representada pela rede sujeita a avarias, a rede componentes, e pela rede funcional (nível onde as avarias da rede de componentes se fazem sentir).

Este modelo, que estabelece os fundamentos teóricos da metodologia descrita na secção seguinte deste capítulo (baseada em [23]), foi desenvolvido no quadro conceptual de avaliação de desempenhabilidade de um sistema baseado num modelo, proposto por Meyer [83, 86], e pode ser entendido como uma extensão/adaptação desse enquadramento para o problema específico em análise.

O *ambiente* que descreve o *sistema total* inclui o processo estocástico $\mathcal{E} = \{\mathcal{E}_t, t \geq 0\}$ com espaço de amostragem Ω_A e espaço de estados E_A (espaço de todos os estados de avaria possíveis para a rede de componentes) o qual descreve a ocorrência de avarias ao longo do tempo.

O segundo elemento do ambiente é o conjunto $T_O = \{\mathcal{PP}_f, f \in \mathcal{F}\}$ de todos os processos pontuais \mathcal{PP}_f que descrevem os fluxos de tráfego $f \in \mathcal{F}$ oferecidos à rede, sendo \mathcal{F} o conjunto de todos os fluxos de tráfego entre nós da rede (ou seja central a central). Genericamente os \mathcal{PP}_f são processos pontuais marcados (ver e.g. [17]) em que as marcas associadas a cada evento (correspondente à chegada de um pedido de serviço) poderá ser em geral de tipo multi-dimensional, descrevendo as características relevantes de cada tipo de chamada tal como o tempo de ocupação, chegadas múltiplas (em "batch"), requisitos de largura de banda (típicos de redes ISDN), eventuais níveis de prioridade e outros.

O *desempenho da rede* é descrito através de uma variável aleatória multi-dimensional Y , que inclui vários tipos de elementos, nomeadamente a probabilidade de bloqueio médio nó a nó B_M , $\{B(f), f \in \mathcal{F}\}$ (conjunto dos bloqueios nó a nó para cada fluxo de tráfego), $\{custo(f), f \in \mathcal{F}\}$ (custo associado com o tráfego de voz e de dados perdido) e outros parâmetros de desempenho possíveis, relacionados com os comutadores e os feixes de transmissão. Uma lista ilustrativa destes parâmetros encontra-se em [22] e

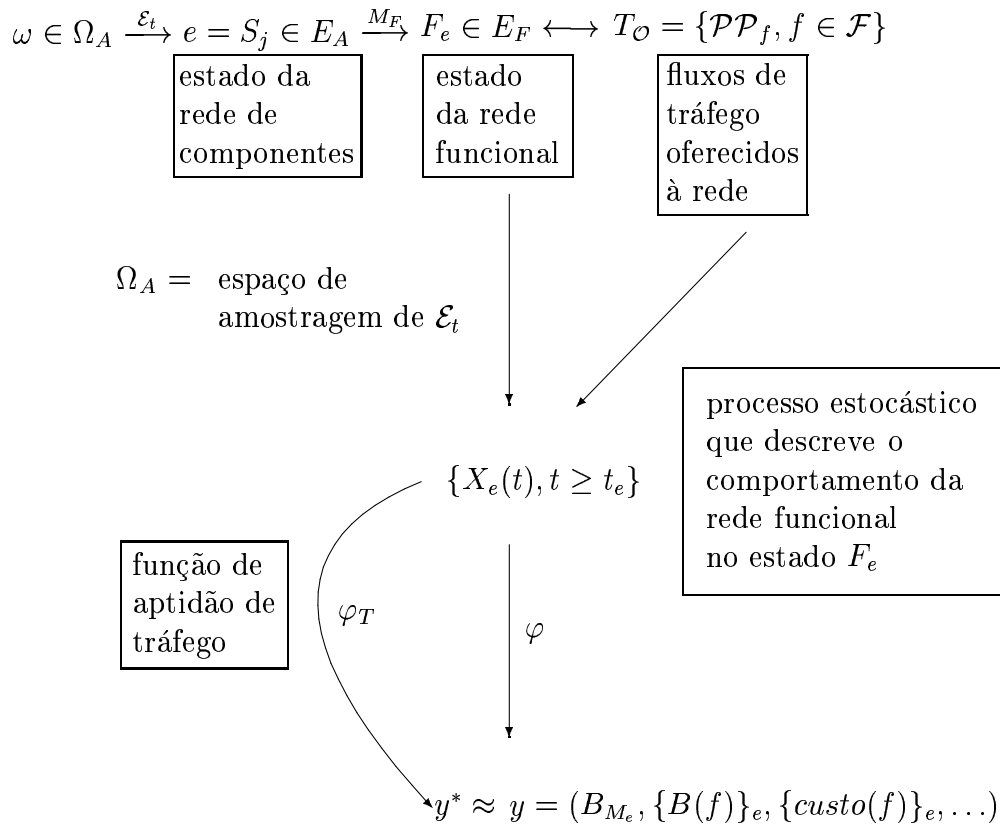


Figura 3.1: Modelo estocástico para avaliação da desempenhabilidade de uma rede inter-centrais

uma descrição mais alargada é apresentada no capítulo 4 deste trabalho.

Outro elemento necessário ao modelo é a função (implícita) $M_{\mathcal{F}}$ que estabelece a relação entre os estados $e \in E_A$ da rede de componentes e os estados $F_e \in E_F$ da rede funcional, onde E_F é o conjunto de todos os estados possíveis da rede funcional, a qual apresenta uma estrutura variável. A Figura 3.1 pretende clarificar a natureza das relações entre as várias entidades matemáticas que intervêm no modelo.

Uma característica importante do modelo proposto é a representação de um estado arbitrário da rede inter-centrais no instante t , levando em consideração a ocorrência de avarias através de um processo aleatório multi-dimensional, de natureza duplamente estocástica que se definirá em seguida. A multi-dimensionalidade está relacionada com a multiplicidade de variáveis necessárias para descrever o estado da rede no instante t , tais como as ocupações nos feixes resultantes dos diferentes fluxos de tráfego, o número de chamadas oferecidas e o número de chamadas perdidas até ao instante t para cada fluxo de tráfego, atrasos sofridos por fluxos de pacotes nos comutadores e nos multiplexers. A especificação destas variáveis depende do tipo de rede, modo de transferência

de informação, serviços suportados e considerados no estudo e naturalmente do grau de granularidade dos parâmetros de desempenho pretendidos. Quanto ao carácter duplamente estocástico considerado para o processo, o mesmo tem a ver com o facto de existir um processo estocástico (subjacente) de avarias \mathcal{E} que “modula” a estrutura funcional da rede que por sua vez está sujeita a solicitações de natureza estocástica.

Formalmente define-se um *modelo-base*:

$$X = \{X_t = X_{\mathcal{E}}(t), t \geq 0\} \quad (3.1)$$

onde \mathcal{E} é a variável aleatória discreta, indexada, que descreve o processo de avarias na rede de componentes, designada como o processo de avarias subjacente

$$X_t : \Omega_X \rightarrow E_X = E_A \times E_N \quad (3.2)$$

onde E_N é o espaço de estados da rede funcional, encarada como um sistema estocástico (de teletráfego), com estrutura fixa.

Por exemplo, numa rede de comutação por circuitos pode definir-se E_N como:

$$E_N = \{(n_{f_1}(l_1), \dots, n_{f_1}(l_{\mathcal{L}})), \dots, (n_{f_M}(l_1), \dots, n_{f_M}(l_{\mathcal{L}}))\} \quad (3.3)$$

em que:

$n_{f_i}(l_j)$ = número de chamadas do fluxo de tráfego f_i , no feixe l_j da rede funcional

$M = |\mathcal{F}|$ = número de fluxos na rede funcional

$L = |\mathcal{L}|$ = número de feixes (arcos) na rede funcional.

De forma a tornar possível obter uma solução para o modelo considerar-se-á que *o processo X é duplamente estocástico possuindo ausência de memória em relação ao processo subjacente \mathcal{E}* , de acordo com a definição 3.3.1. Este novo conceito, proposto por Craveirinha e Gomes [23] é uma forma de generalização do conceito de processo de Poisson duplamente estocástico da teoria dos processos pontuais (ver [17]) que parece particularmente útil no contexto do presente modelo.

Definição 3.3.1 X_t é um processo cujas funções de distribuição de ordem n , ${}^n F_X(t_1, t_n)$, relativas ao intervalo arbitrário $[t_1, t_n]$, com $(t_n > t_1 > t_0 > 0)$, condicionais à história do processo X_t até t_1 , $\mathcal{H}_{t_1}^X$, e à história do processo subjacente \mathcal{E} , até ao instante t_n , $\mathcal{H}_{t_n}^{\mathcal{E}}$, variam elas próprias no tempo “moduladas” por todas as funções amostra de \mathcal{E}_t que têm uma forma fixa no intervalo $[t_1, t_n]$.

A última condição da definição 3.3.1 exprime a propriedade de ausência de memória relativa ao processo subjacente \mathcal{E}_t que só influencia directamente X_t , no intervalo $[t_1, t_n]$.

Formalmente:

$$\begin{aligned}
 {}^n F_X(\bar{x}, \bar{t} = (t_1, t_2, \dots, t_n) | \mathcal{H}_{t_1}^X, \mathcal{H}_{t_n}^\mathcal{E}) &\triangleq Pr \{X_{t_1} \leq x_1, \dots, X_{t_n} \leq x_n | \mathcal{H}_{t_1}^X, \mathcal{H}_{t_n}^\mathcal{E}\} \\
 &= Pr \{X_{t_1} \leq x_1, \dots, X_{t_n} \leq x_n | \\
 &\quad \mathcal{H}_{t_1}^X, \mathcal{E}_{t_1, t_n}^D = \{\Phi_\omega(s) : \Phi_\omega(u) = f(u) \text{ para } (t_1 \leq u \leq t_n) \\
 &\quad \text{e } (0 \leq s \leq t_n), \omega \in \Omega_A\}\}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, \bar{x} \in E_X, \bar{t} \in (\mathbb{R}^+)^n : t_1 > t_0 > 0$$

onde $\Phi_\omega(s)$ é uma função amostra de \mathcal{E}_t :

$$\Phi_\omega(s) : \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow E_A \tag{3.5}$$

$$(\omega \in \Omega_A) \quad \Phi_\omega(t) = \mathcal{E}_t(\omega) \quad \forall t \geq 0 \tag{3.6}$$

e \mathcal{E}_{t_1, t_n}^D representa o conjunto de todas as funções amostra (ou trajectórias) de \mathcal{E}_t que têm uma forma fixa em $[t_1, t_n]$ dada pela função $f(u)$ de contra-domínio em E_A ($t_1 \leq u \leq t_n$).

3.3.1 Solução do modelo

Neste contexto de modelação, não é viável na prática a especificação de uma função de aptidão de tráfego, φ , capaz de estabelecer a correspondência entre as funções amostra de X e níveis de desempenho y (definidos no espaço de estados da variável aleatória Y c.f. [83]).

Poder-se-á afirmar que, teoricamente, φ poderia ser definida a partir do conjunto de modelos de medidas de desempenho que permitiriam calcular os valores dos elementos de y a partir do processo $\{X_e(t), t \geq t_e\}$ que descreve o funcionamento da rede funcional para a estrutura funcional fixa F_e . Como nas situações reais a especificação de um modelo exacto para φ é muitas vezes impraticável, ir-se-á recorrer a um conjunto de modelos de tráfego aproximados, englobados numa função que se designa de função de capacidade de tráfego φ_T , permitindo estimar y através do valor aproximado (os modelos de tráfego utilizados estão embebidos de determinadas aproximações) y^* . Esta função (implícita) de capacidade de tráfego, permite calcular o valor aproximado y^* correspondente a cada $\{X_e(t), t \geq t_e\}$ directamente a partir da estrutura funcional F_e e do conjunto de fluxos de tráfego oferecidos $T_{\mathcal{O}}$, previamente definidos.

Para que o procedimento anterior seja realizável é introduzida a **seguinte hipótese simplificativa**: *existe uma versão estacionária no tempo para cada processo $\{X_e(t), t \geq t_e\}$ assim como a distribuição de probabilidade estacionária associada.*

Isto implica que após a transição para um novo estado de avaria na rede de componentes, não podem ocorrer novas avarias até que haja uma estabilização de cada

processo $X_e(t)$ ($t \geq t_e$) numa versão estacionária no tempo, sendo esta a condição necessária à aplicabilidade da função φ_T . Pode então afirmar-se que a função φ_T é definida pelos modelos de tráfego estacionários que permitem calcular a variável aleatória Y^* :

$$Y^* \approx Y, \quad Y^* : \Omega_A \rightarrow E_Y \quad (3.7)$$

Isto leva a uma simplificação substancial da solução do modelo de desempenhabilidade uma vez que $|E_A| \ll |E_X|$. No entanto continua a ser inevitável a truncagem do espaço de estados de avaria $|E_A|$ dada a sua grande dimensão ($|E_A| = 2^n$, onde n é o número de componentes sujeitos a avaria) e dados os significativos custos computacionais associados com os cálculos dos modelos de tráfego incluídos em φ_T .

3.4 Metodologia para análise da fiabilidade–qualidade de serviço numa rede inter-centrais

Com base nos fundamentos teóricos apresentados na secção anterior e também com base nas considerações das secções 3.1 e 3.2 e do capítulo 2 foi possível desenvolver uma metodologia sistematizada para análise de fiabilidade–qualidade de serviço de uma rede inter-centrais.

As características essenciais desta metodologia, que conduziu a um modelo específico de análise de fiabilidade de uma rede digital urbana de comutação por circuitos (cujos aspectos essenciais são analisados em detalhe nos capítulos 4 e 5) são:

1. definição duma rede de componentes (dos elementos sujeitos a avaria) baseada numa descrição da rede estruturada em elementos de diferentes tipos técnicos e níveis hierárquicos e sua relação com a rede funcional;
2. definição da rede funcional, descrita pelos nós de comutação (as centrais), pelos feixes, pelas regras de encaminhamento, e pelo tráfego oferecido nó a nó (o estado da rede funcional dependerá do estado de operacionalidade/inoperacionalidade dos elementos da rede de componentes que a suportam);
3. descrição probabilística dos estados de avaria da rede, em função das probabilidades estimadas para as avarias dos elementos da rede de componentes; estes estados serão seleccionados de forma interactiva [40] (o algoritmo correspondente está descrito no capítulo 4) por ordem decrescente da sua probabilidade de ocorrência, em função da probabilidade de cobertura do espaço de estados, do tempo de CPU estimado para o processamento numérico relativo a cada estado e do tempo

máximo de processamento do programa de cálculo das medidas de desempenho para todos os estados seleccionados, considerado aceitável;

4. modelo estocástico de teletráfego, aproximado, bi-paramétrico, permitindo descrever todos os fluxos de tráfego nó a nó (fluxos marginais) em todos os feixes da rede funcional, ou seja envolvendo uma descrição dos fluxos de tráfego marginais em cada feixe em termos de médias, variâncias e bloqueios marginais;
5. integração da análise de fiabilidade da rede de componentes com a análise de desempenho da rede funcional, traduzida numa aproximação unificada de parametrização de fiabilidade/grau de serviço, baseada na definição e cálculo, para cada estado da rede de componentes, de um conjunto multidimensional de parâmetros de capacidade de desempenho/fiabilidade de vários tipos, discriminados na secção 4.2.

Como foi referido na sub-secção 3.3.1 assume-se que, após a transição para um novo estado de avaria da rede de componentes, não podem ocorrer novas avarias, durante um certo intervalo de tempo suficientemente longo para que possa estabelecer-se uma situação estacionária na rede, sendo assim lícito utilizar os modelos de tráfego bi-paramétricos no estado funcional correspondente. Este tipo de aproximação é frequente, como se pode verificar, por exemplo em [37, 96, 70, 75].

O conjunto multidimensional de parâmetros de capacidade de desempenho/fiabilidade referido em 5, corresponde a medidas de desempenhabilidade que podem ser definidas através de valores médios ou através da probabilidade de serem excedidos certos níveis de desempenho, tais como:

1. o desempenho de rede, tanto ao nível da comunicação inter-centrais (nó a nó) como ao nível do desempenho global da rede (valores médios para todos os pares de nós) e o desempenho de cada feixe; estes parâmetros são descritos em detalhe no capítulo 4;
2. incremento do tráfego perdido nos feixes, devido a avarias;
3. as probabilidades de certos parâmetros, nomeadamente a probabilidade de bloqueio inter-centrais ou das congestões médias da rede, excederem determinados limites de grau de serviço;
4. uma avaliação económica dos efeitos das avarias através do custo associado com os incrementos de tráfego perdido, baseado no custo em Erlang.hora para cada fluxo de tráfego.

Podemos agora formalizar nos passos seguintes o *método de análise* proposto:

1. Especificação dos dados de entrada:
 - (a) rede funcional, sua estrutura bem como os tráfegos oferecidos nó a nó e respectivas regras de encaminhamento.
 - (b) rede de componentes, agrupados em entidades-tipo, incluindo as probabilidades de avaria dos componentes, as suas inter-relações e a informação que permite estabelecer a correspondência entre os elementos da rede de componentes e da rede funcional.
2. Selecção dum número m de estados de avaria (os m mais prováveis da rede de componentes).

Este valor m será obtido após interacção entre o analista e o modelo computacional como um compromisso razoável envolvendo os seguintes factores:

- (a) as características probabilísticas das avarias;
 - (b) uma probabilidade de cobertura de espaço de estados da rede de componentes;
 - (c) uma probabilidade mínima de ocorrência de um estado, considerada significativa;
 - (d) um limite máximo do tempo de CPU considerado razoável para os cálculos de desempenho, numa dada experiência, dada uma estimativa (ainda que grosseira) do tempo médio de processamento numérico associado ao cálculo do conjunto multidimensional de parâmetros de capacidade de desempenho/fiabilidade presentes no modelo, para cada estado funcional;
 - (e) terem sido gerados todos os estados correspondentes à falha isolada de todos os componentes sujeitos a avaria.
3. Execução do programa de análise de desempenho que calcula em função dos dados de entrada e da lista dos m estados mais prováveis (da rede de componentes), $\{S_k, k = 1, 2, \dots, m\}$, os valores de todos os parâmetros de desempenho seleccionados. Os valores desses parâmetros são calculados estado a estado e agregados probabilisticamente.
 4. Finalmente poderão fazer-se repetições da análise da rede, permitindo avaliar multidimensionalmente o seu desempenho (em termos dos diferentes parâmetros de desempenho) e comparar diferentes tipos de alterações/soluções:

- (a) na estrutura de rede funcional (topologia e capacidades dos feixes);
- (b) nas regras de encaminhamento dos tráfegos;
- (c) nos tráfegos oferecidos;
- (d) nas características dos componentes;
- (e) resultantes da introdução de um ou mais novos estados de rede que se pretendam analisar.

3.4.1 Aplicações da metodologia

A metodologia desenvolvida foi aplicada na implementação de um modelo de suporte informático que permite analisar numa rede telefónica metropolitana, a fiabilidade-qualidade de serviço (expressa por um conjunto adequado de parâmetros) para uma dada estrutura de rede, com base nos dados de tráfegos inter-centrais, da fiabilidade dos componentes físicos e das regras de encaminhamento. Um estudo da sua aplicação à rede urbana digital de Lisboa é apresentado no capítulo 5.

Este modelo específico e as experiências realizadas no âmbito deste caso estudo forneceram importantes indicações sobre as potencialidades da metodologia por um lado e sobre as dificuldades de implementação por outro. Este modelo tem ainda por objectivo fornecer uma plataforma de experimentação suficientemente próxima de um problema real, permitindo fazer uma avaliação detalhada das implicações dos métodos/modelos propostos

O objectivo prático deste modelo na vertente de aplicação por um potencial utilizador (operadora de rede) é a obtenção de um instrumento de Engenharia do Teletráfego que ajude a estudar as melhores formas de rentabilizar as infra-estruturas de transmissão, comutação, sinalização e controlo existentes e a instalar a médio prazo numa rede metropolitana de comutação por circuitos, permitindo comparar soluções alternativas para a estrutura da rede e para as regras de encaminhamento a implementar.

Finalmente, através da proposta de aplicação da metodologia a uma rede RDIS, apresentada no capítulo 6, será posta em relevo a potencialidade deste tipo de metodologia, no estudo de redes inter-centrais, em geral.

Capítulo 4

Modelos e algoritmos¹

Um problema chave associado com as várias aproximações à análise de fiabilidade é a enumeração dos estados da rede a serem analisados, o qual é particularmente crítico se o número n de componentes é elevado e o cálculo das medidas de desempenho para cada estado da rede tem um custo computacional significativo.

O estudo exaustivo de fiabilidade de uma rede de telecomunicações, com n componentes sujeitos a avaria e n significativamente elevado pode-se tornar facilmente proibitivo computacionalmente, dado que o número total de estados da rede é 2^n . Surge assim a necessidade de utilizar apenas um sub-conjunto destes estados. Li e Silvester em [75] apresentam o algoritmo ORDER que permite obter os m estados mais prováveis da rede e sugerem que, tendo como base esses estados, seja efectuado o cálculo das medidas de desempenho, e indicam mesmo limites inferiores e superiores para essas mesmas medidas.

Seguidamente Lam e Li [73], apresentam um novo algoritmo, mais flexível e eficiente do que ORDER. Esse novo algoritmo, ORDER-II, permite a enumeração dos estados por ordem decrescente de probabilidade de forma sequencial. Desta forma de cada vez que um estado é seleccionado pode em seguida ser utilizado no cálculo das medidas de desempenho escolhidas, para em seguida ser abandonado, ou seja não é necessário manter simultaneamente armazenados (como acontecia com ORDER [75]) os m estados que vão servir para estudar a rede. Posteriormente Shier em [99] descreve um novo algoritmo, NEWORDER para a geração ordenada dos estados mais prováveis, o qual apresenta vantagens em relação ao algoritmo de Lam e Li [73] tanto em termos de

¹O conteúdo deste capítulo é parcialmente baseado nos textos:

- T. Gomes e J. Craveirinha. “An Algorithm for the sequential generation of states in a failure prone communication network”, aceite para publicação no IEE Proceedings – Communications, em fase de revisão.
- J. Craveirinha, T. Gomes, e J. S. Esteves. Cálculo das variâncias marginais em redes de teletráfego com transbordos múltiplos. Relatório de Investigação ET-T1, INESC-Coimbra, 1993.

requisitos de memória como em termos de rapidez.

Yang e Kubat [106] propõem um novo procedimento baseado no algoritmo de enumeração dos estados numa rede com componentes multimodo, descrito em [105], onde o problema de enumeração dos estados mais prováveis de uma rede é transformado num problema de pesquisa em árvores. Em cada iteração são actualizados os limiares inferior e superior para as medidas de desempenho, considerando que as mesmas obedecem a uma propriedade de coerência.

O modelo de análise de fiabilidade–qualidade de serviço, segundo a metodologia proposta no capítulo 3, implica a definição de parâmetros de desempenho adequados. Os parâmetros considerados, referem-se à ligação nó a nó na rede, à rede global, à rede inter-centrais, ao desempenho dos feixes, e ainda ao desempenho por componente sujeito a avaria. O cálculo das medidas de desempenho, implica a utilização de modelos de teletráfego, que descrevem os fluxos de tráfego na rede. Este é um assunto já largamente estudado, sobretudo na década de 80. Neste trabalho serão apenas descritos sucintamente os algoritmos genéricos, que utilizando métodos aproximados bi-paramétricos permitem, para uma dada configuração da rede, calcular as grandezas necessárias à obtenção dos parâmetros de desempenho, correspondentes a essa configuração da rede. Esses algoritmos são essencialmente três: o algoritmo do modelo de carga, o algoritmo do modelo de transbordo, e o algoritmo de cálculo dos bloqueios ponto a ponto (nó a nó) da rede.

Este capítulo encontra-se organizado da seguinte forma. Na secção 4.1 apresenta-se o algoritmo GeraEstados proposto por Gomes e Craveirinha [40], alternativo ao de Shier [99] e ao de Lam e Li [73] e que gera de forma mais eficiente estados da rede por ordem decrescente da sua probabilidade de ocorrência e sobretudo de forma mais económica no que se refere aos requisitos de memória. Na sub-secções 4.1.4 e 4.1.5 compara-se o algoritmo proposto com ORDER-II e NEWORDER, respectivamente; na sub-secção 4.1.6 o algoritmo GeraEstados é comparado com a aproximação de Yang e Kubat. Na sub-secção 4.1.7 é descrito um algoritmo [41] com a finalidade de reduzir o número de vezes que é necessário recalculer os parâmetros de desempenho, através da identificação e agregação de estados (diferentes) da rede de componentes que vão conduzir aos mesmos valores para esses parâmetros. Na secção 4.2 são discutidos e apresentados os parâmetros de desempenho seleccionados, e na secção 4.3 é efectuada a caracterização dos algoritmos e sub-modelos de tráfego utilizados, com particular ênfase num novo algoritmo proposto por Craveirinha, Gomes e Esteves [21] para cálculo da variância do tráfego oferecido por um fluxo a um arco da rede.

4.1 Algoritmo de geração de estados de avaria

4.1.1 Conceitos, definições e propriedades auxiliares

Seja dada uma rede com n componentes. Os componentes da rede podem estar em dois estados: o estado operacional e o estado inoperacional. A rede tem portanto 2^n estados possíveis.

Supõe-se que os componentes da rede sofrem falhas independentemente uns dos outros, e que a probabilidade de operacionalidade do componente i é $op(i)$, com $i = 1, \dots, n$, donde a probabilidade de inoperacionalidade é $ip(i) = 1 - op(i)$.

Em situações reais $1/2 \leq op(i) < 1$, no entanto, para que o modelo que se desenvolve em seguida seja o mais geral possível, considera-se a seguinte definição [75]:

Definição 4.1.1 (Ligado) *Um componente está ligado se estiver no seu estado mais provável. Caso contrário diz-se que se encontra no estado desligado. A probabilidade de um componente estar ligado designa-se por $p(i)$ e a probabilidade de estar desligado por $q(i) = 1 - p(i)$.*

Se $op(i) \geq ip(i)$ então $p(i) = op(i)$. Se $op(i) < ip(i)$ então $p(i) = ip(i)$.

Os componentes da rede são etiquetados de forma que:

$$1 > R(1) \geq R(2) \geq \dots \geq R(n) > 0 \quad (4.1)$$

em que $R(i) = q(i)/p(i)$.

Sejam os estados da rede S_k com $k = 1, 2, \dots, 2^n$. A sua probabilidade é dada por [75]:

$$P(S_k) = \prod_{i=1}^n p(i)^{1-T_i(S_k)} q(i)^{T_i(S_k)} \quad (4.2)$$

em que

$$T_i(S_k) = \begin{cases} 0 & \text{se } i \text{ está ligado no estado } S_k \\ 1 & \text{se } i \text{ está desligado no estado } S_k \end{cases} \quad (4.3)$$

Cada estado S_k vai ser representado pelo conjunto (desordenado) dos componentes ligados nesse estado.

Sejam os S_k tal que $P(S_1) \geq P(S_2) \geq \dots \geq P(S_{2^n})$. Então o estado mais provável (todos os componentes ligados) é o estado $S_1 = \{\}$ cuja probabilidade é:

$$P(S_1) = \prod_{i=1}^n p(i) \quad (4.4)$$

Não são considerados os elementos com $p(i) = 1$ ($q(i) = 0$) porque caso existam não afectam o cálculo da probabilidade dos estados de probabilidade não nula.

Considere-se, a título de exemplo, uma rede com n componentes dos quais d estão permanentemente inoperacionais e u permanentemente operacionais. Então pode-se eliminar *do cálculo* o conjunto L destes $(d + u)$ componentes permanentemente ligados (cf. definição 4.1.1) pois $p(i) = 1, \forall i \in L$, e não afectam o cálculo dos $P(S_k)$, com $P(S_k) \neq 0$, dado por (4.2).

Definição 4.1.2 *Seja $E^{(w)}$ uma família de conjuntos cujos elementos são números inteiros entre 1 e n e estritamente ordenados por ordem crescente tal que a cardinalidade de $E^{(w)}$ é w , para $w = 1, \dots, n$. Ou seja:*

$$E^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_w\} : e_1 < e_2 < \dots < e_w \wedge e_1, e_2, \dots, e_w \in \{1, 2, \dots, n\}$$

$$\text{e } E^{(0)} = \{\}$$

Existem exactamente $\binom{n}{w}$ (combinações de n , w a w) conjuntos $E_j^{(w)}$ todos diferentes, $j = 1, \dots, \binom{n}{w}$.

Propriedade 4.1.1 *Cada estado S_k com exactamente w componentes desligados ($|S_k| = w$) pode ser representado por um e um só conjunto ordenado $E_j^{(w)}$. Pode por isso escrever-se:*

$$P(S_k) = \underbrace{\left(\prod_{i=1}^n p(i) \right)}_{P(S_1)} \prod_{i \in E_j^{(w)}} R(i) \quad (4.5)$$

$$P(S_1) = P(E^{(0)}) = \prod_{i=1}^n p(i) \quad (4.6)$$

E inversamente, a cada conjunto ordenado $E_j^{(w)}$, corresponde um e um só conjunto desordenado S_k com exactamente w componentes desligados.

Assim, a cada um dos conjuntos $E_j^{(w)}$ é possível associar uma probabilidade, $P(E_j^{(w)})$, dada pelas equações (4.5) e (4.6). Como é óbvio existe um número igual a $\binom{n}{w}$ de estados S_k diferentes, com $|S_k| = w$.

Definição 4.1.3 *Seja $E^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_w\}$ um conjunto, tal como foi definido em 4.1.2. Seja a função $\text{elem}(E^{(w)}, v) = e_v$, a função que devolve o v -ésimo elemento de $E^{(w)}$, com $v \in \{1, 2, \dots, w\}$.*

Podemos agora definir o conjunto ordenado de todos os $E^{(w)}$.

Definição 4.1.4 ($\Phi^{(w)}$) *Seja $\Phi^{(w)}$ o seguinte conjunto:*

$$\Phi^{(w)} = \left\{ E_1^{(w)}, E_2^{(w)}, \dots, E_{\binom{n}{w}}^{(w)} \right\}, \quad 0 \leq w \leq n$$

com $P(E_1^{(w)}) \geq P(E_2^{(w)}) \geq \dots \geq P(E_{\binom{n}{w}}^{(w)})$ tal que:

$$P(E_j^{(w)}) = P(E_{j+1}^{(w)}) \Rightarrow \begin{aligned} & \text{elem}(E_j^{(w)}, i_0) < \text{elem}(E_{j+1}^{(w)}, i_0) \\ & \text{para } i_0 = \min \{ i : \text{elem}(E_j^{(w)}, i) \neq \text{elem}(E_{j+1}^{(w)}, i) \} \end{aligned}$$

Esta definição garante uma identificação única para a ordem dos elementos do conjunto $\Phi^{(w)}$, mesmo quando as suas probabilidades são iguais.

Propriedade 4.1.2 *Considerem-se os estados do sistema com exactamente w componentes desligados. Entre esses estados, o estado com maior(menor) probabilidade de ocorrência é aquele que tem desligados os componentes $1, 2, \dots, w(n-w+1, n-w+2, \dots, n)$, ou seja $E_1^{(w)}(E_{\binom{n}{w}}^{(w)})$.*

Propriedade 4.1.3 *Seja $1 \leq w < n$, então:*

$$E_1^{(w)} = \{1, 2, \dots, w-1, w\} \quad (4.7)$$

$$E_2^{(w)} = \{1, 2, \dots, w-1, w+1\} \quad (4.8)$$

$$E_1^{(w+1)} = \{1, 2, \dots, w, w+1\} \quad (4.9)$$

E pode afirmar-se que $P(E_1^{(w)}) \geq P(E_2^{(w)}) \geq P(E_1^{(w+1)})$.

Definição 4.1.5 *A operação $(E^{(w)}, j) \leftarrow v$ em que $1 \leq j \leq w$ é definida como sendo a atribuição do valor v , ao j -ésimo elemento de $E^{(w)}$.*

Assim:

$$\text{elem}((E^{(w)}, j) \leftarrow v, j) = v, \quad 1 \leq j \leq w \quad (4.10)$$

Definição 4.1.6 (Estado i -sucessivo) *Para todos o $j = 1, 2, \dots, \binom{n}{w}$:*

1. $E_j^{(1)}$ é um estado 1-sucessivo.
2. Diz-se que um estado $E_j^{(w)}$ é 1-sucessivo, com $1 \leq w \leq n$ se e só se

$$\text{elem}(E_j^{(w)}, w-1) + 1 \neq \text{elem}(E_j^{(w)}, w)$$

3. Diz-se que um estado $E_j^{(w)}$, com $w > 1$, é w -sucessivo se e só se

$$\text{elem}(E_j^{(w)}, w - k) + 1 = \text{elem}(E_j^{(w)}, w - k + 1), \quad k = 1, 2, \dots, w - 1$$

4. Diz-se que um estado $E_j^{(w)}$ é s -sucessivo com $1 < s < w$ se e só se

$$\begin{cases} \text{elem}(E_j^{(w)}, w - k) + 1 = \text{elem}(E_j^{(w)}, w - k + 1), & k = 1, 2, \dots, s - 1 \\ \text{elem}(E_j^{(w)}, w - s) + 1 \neq \text{elem}(E_j^{(w)}, w - s + 1) \end{cases}$$

Propriedade 4.1.4 $E_1^{(w)}$ é w -sucessivo, $w = 1, 2, \dots, n$.

Definição 4.1.7 (Estado terminal) Diz-se que um estado $E_j^{(w)}$ é terminal se e só se:

$$\text{elem}(E_j^{(w)}, w) = n$$

Caso contrário diz-se que o estado é não terminal.

Definição 4.1.8 (Estados r -sucessivo(s) seguinte(s)) Seja $E_j^{(w)}$ um estado não terminal e s -sucessivo. O(s) estado(s) r -sucessivo(s) seguinte(s) é(são) obtido(s) da seguinte forma:

Seja $E_{j_0}^{(w)} = E_j^{(w)}$, então

$$E_{j_r}^{(w)} = E_{j_{r-1}}^{(w)} \quad (4.11)$$

$$(E_{j_r}^{(w)}, w - r + 1) \leftarrow \text{elem}(E_{j_{r-1}}^{(w)}, w - r + 1) + 1 \quad (4.12)$$

para cada $r = 1, 2, \dots, s$. A ordem porque surge as equações (4.11) e (4.12) é obrigatória.

Utilizando a definição 4.1.8 é possível, como será mostrado na sub-seção 4.1.1.1, gerar todos os elementos de $\Phi^{(w)}$.

Propriedade 4.1.5 Os estados $E_{j_r}^{(w)}$ (obtidos pela definição 4.1.8) são r -sucessivos, com $r = 1, 2, \dots, s$.

Estes estados satisfazem ainda a seguinte condição:

$$P(E_j^{(w)}) \geq P(E_{j_1}^{(w)}) \geq P(E_{j_2}^{(w)}) \geq \dots \geq P(E_{j_s}^{(w)})$$

O cálculo das probabilidades é trivial:

$$P(E_{j_r}^{(w)}) = P(E_{j_{r-1}}^{(w)}) \times \frac{\overbrace{R \left[\text{elem}(E_{j_r}^{(w)}, w - r + 1) \right]}^{v+1}}{\underbrace{R \left[\text{elem}(E_{j_{r-1}}^{(w)}, w - r + 1) \right]}_v}$$

Proposição 4.1.1 *Quaisquer que sejam os estados não terminais $E_j^{(w)}$ e $E_i^{(w)}$, pertencentes a $\Phi^{(w)}$, com $i \neq j$ (o que equivale a afirmar que os referidos estados são diferentes) os estados $E_{j_r}^{(w)}$ e $E_{i_t}^{(w)}$ (obtidos pela definição 4.1.8) são todos diferentes.*

Prova: *Por redução ao absurdo ($1 < w \leq n$). Se $E_j^{(w)}$ e $E_i^{(w)}$ pertencem a $\Phi^{(1)}$ a prova é trivial.*

Seja $E_j^{(w)}$ um estado s_j -sucessivo e $E_i^{(w)}$ um estado s_i -sucessivo. Considere-se que o estado E_{j_r} com $1 \leq r \leq s_j$ é igual ao estado E_{i_t} com $1 \leq t \leq s_i$, em que estes estados foram obtidos utilizando a definição 4.1.8.

Então:

$$E_j^{(w)} = \{a_1, a_2, \dots, a_{w-s_j}, \underbrace{a_{w-s_j+1}, a_{w-s_j+2}, \dots, a_w}_{s_j \text{ elementos consecutivos}}\} \quad (4.13)$$

$$E_i^{(w)} = \{b_1, b_2, \dots, b_{w-s_i}, \underbrace{b_{w-s_i+1}, b_{w-s_i+2}, \dots, b_w}_{s_i \text{ elementos consecutivos}}\} \quad (4.14)$$

em que $a_{w-s_j+1+u} = a_{w-s_j+u} + 1$ para $u = 1, 2, \dots, s_j - 1$ com $a_{w-s_j+1} - a_{w-s_j} > 1$ assim como $b_{w-s_i+1+v} = b_{w-s_i+v} + 1$ para $v = 1, 2, \dots, s_i - 1$ com $b_{w-s_i+1} - b_{w-s_i} > 1$, pela definição 4.1.6.

Os estados $E_{j_r}^{(w)}$ e $E_{i_t}^{(w)}$, pela definição 4.1.8, são dados por:

$$E_{j_r}^{(w)} = \{a_1, a_2, \dots, a_{w-s_j}, \underbrace{a_{w-s_j+1}, \dots, a_{w-r+1} + 1, a_{w-r+2} + 1, \dots, a_w + 1}_{\substack{r \text{ elementos consecutivos} \\ s_j \text{ elementos}}}\} \quad (4.15)$$

$$E_{i_t}^{(w)} = \{b_1, b_2, \dots, b_{w-s_i}, \underbrace{b_{w-s_i+1}, \dots, b_{w-t+1} + 1, b_{w-t+2} + 1, \dots, b_w + 1}_{\substack{t \text{ elementos consecutivos} \\ s_i \text{ elementos}}}\} \quad (4.16)$$

$$(4.17)$$

em que, por construção (pela definição 4.1.8):

$$\text{elem}(E_{j_r}^{(w)}, u) = \text{elem}(E_j^{(w)}, u) \quad \text{para } u = 1, 2, \dots, w - r \quad \text{e } r \leq s_j \quad (4.18)$$

$$\text{elem}(E_{i_t}^{(w)}, v) = \text{elem}(E_i^{(w)}, v) \quad \text{para } v = 1, 2, \dots, w - t \quad \text{e } t \leq s_i \quad (4.19)$$

Se $r \neq t$ os estados $E_{j_r}^{(w)}$ e $E_{i_t}^{(w)}$ são necessariamente diferentes.

Seja então $r = t$. Para que $E_{j_r}^{(w)}$ e $E_{i_t}^{(w)}$ sejam iguais é preciso que todos os seus elementos sejam iguais. Igualando os primeiros $w - r$ elementos de $E_{j_r}^{(w)}$ e $E_{i_r}^{(w)}$:

$$\text{elem}(E_{j_r}^{(w)}, k) = \text{elem}(E_{i_r}^{(w)}, k) \quad \text{para } k = 1, \dots, w - r \quad (4.20)$$

verifica-se (ver equações (4.18) e (4.19)) que os primeiros $w - r$ elementos de $E_j^{(w)}$ e $E_i^{(w)}$ são também iguais. Igualando os restantes elementos de $E_{j_r}^{(w)}$ e $E_{i_t}^{(w)}$:

$$\text{elem}(E_{j_r}^{(w)}, k) = \text{elem}(E_{i_r}^{(w)}, k) \quad \text{para } k = w - r + 1, \dots, w \quad (4.21)$$

obté-m-se:

$$\begin{aligned} a_{w-r+1} + 1 &= b_{w-r+1} + 1 \\ a_{w-r+2} + 1 &= b_{w-r+1} + 1 \\ &\vdots \\ a_w + 1 &= b_w + 1 \end{aligned} \quad (4.22)$$

o que equivale a afirmar que os últimos r elementos de $E_j^{(w)}$ e de $E_i^{(w)}$ são também iguais.

Conclui-se assim que, para que $E_{j_r}^{(w)}$ e $E_{i_t}^{(w)}$ sejam iguais, é preciso que $r = t$ e que todos os elementos de $E_j^{(w)}$ e $E_i^{(w)}$ sejam iguais, o que entra em contradição com a hipótese de partida de que os mesmos são diferentes. *Q.E.D.*

Proposição 4.1.2 *Se um estado $E_k^{(w)}$ com $k \neq 1$, $w > 1$, é t -sucessivo, com $t < w$ e*

$$\text{elem}(E_k^{(w)}, w - t) + 2 = \text{elem}(E_k^{(w)}, w - t + 1) \quad (4.23)$$

então $E_k^{(w)}$ é o estado t -sucessivo seguinte de um e um só estado $E_j^{(w)}$.

Prova: *Seja*

$$E_j^{(w)} = E_k^{(w)} \quad (4.24)$$

e faça-se:

$$(E_j^{(w)}, w - v + 1) \leftarrow \text{elem}(E_k^{(w)}, w - v + 1) - 1, \text{ para } v = t, t - 1, \dots, 1 \quad (4.25)$$

O estado obtido $E_j^{(w)}$ é um estado s -sucessivo, não terminal, com $1 \leq t < s \leq w$.

Aplicando a definição 4.1.8 ao estado $E_j^{(w)}$ é óbvio que o estado t -sucessivo seguinte de $E_j^{(w)}$ é o estado $E_k^{(w)}$. *Q.E.D.*

A propriedade seguinte é a base do algoritmo GeraEstados (como se verá mais adiante):

Propriedade 4.1.6 *Se um estado $E_k^{(w)}$ é t -sucessivo, com $t < w$, $w > 1$ e*

$$\text{elem}(E_k^{(w)}, w - t) + 2 = \text{elem}(E_k^{(w)}, w - t + 1) \quad (4.26)$$

então, de acordo com a proposição 4.1.2, $E_k^{(w)}$ é o estado t -sucessivo seguinte de um estado $E_j^{(w)}$, ($j < k$). O estado $(t + 1)$ -sucessivo seguinte de $E_j^{(w)}$ pode ser obtido utilizando $E_k^{(w)}$ como $E_{j_t}^{(w)}$ e aplicando as equações (4.11) e (4.12) com $r = t + 1$, da definição 4.1.8.

4.1.1.1 Geração dos elementos de $\Phi^{(w)}$

O elemento de maior probabilidade pertencente a $\Phi^{(w)}$ é $E_1^{(w)} = \{1, 2, \dots, w\}$.

Dado o estado $E_1^{(w)}$ ($w < n$) podem obter-se os respectivo(s) estado(s) r -sucessivo(s) seguinte(s) com $r = 1, 2, \dots, w$, utilizando a definição 4.1.8. Aplicando aos estados (não terminais) obtidos desta forma novamente a definição de 4.1.8, e assim sucessivamente, podem obter-se todos os estados $E_j^{(w)}$, com $j = 2, \dots, \binom{n}{w}$, de acordo com a seguinte proposição.

Proposição 4.1.3 *Dado um estado $E_j^{(w)}$ ($1 \leq s \leq w$) s -sucessivo e não terminal o número total de estados (diferentes) que podem ser gerados aplicando repetitivamente a definição 4.1.8 (estados r -sucessivo(s) seguinte(s)) até que todos os estados obtidos numa dada iteração sejam todos terminais é:*

$$\binom{n - \text{elem}(E_j^{(w)}, w) + s}{s} - 1 \quad (4.27)$$

Prova: *Vai ser utilizada indução completa sobre s .*

Caso de Base: ($s = 1$) *Seja*

$$E_j^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_{w-1}, e_w\} \quad (4.28)$$

um estado não terminal e 1-sucessivo ($1 \leq w < n$). Aplicando a definição 4.1.8 a $E_j^{(w)}$ o estado:

$$E_{j_1}^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_{w-1}, e_w + 1\} \quad (4.29)$$

é gerado. Após a b -ésima utilização da definição 4.1.8 é obtido o estado:

$$E_{j_b}^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_{w-1}, e_w + b\} \quad (4.30)$$

com $b = 1, 2, \dots, n - e_w$.

Assim o número total de estados é $n - e_w$, ou seja:

$$\binom{n - e_w + 1}{1} - 1 \quad (4.31)$$

os quais são todos diferentes pela proposição 4.1.1.

Hipótese de indução: *Se $E_j^{(w)}$ é um estado não terminal k -sucessivo com $k = 1, 2, \dots, s - 1$, então o número total de estados obtidos por aplicação repetitiva da definição 4.1.8 é*

$$\binom{n - \text{elem}(E_j^{(w)}, w) + k}{k} - 1 \quad (4.32)$$

os quais são todos diferentes pela proposição 4.1.1.

Passo Indutivo: Considere-se que o estado $E_j^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_{w-1}, e_w\}$ é um estado não terminal s -sucessivo. Aplicando a definição 4.1.8, são obtidos o(s) estado(s) r -sucessivo(s) seguinte(s) $E_{j_r}^{(w)}$, com $r = 1, 2, \dots, s$.

Da hipótese de indução, o número de estados que podem ser obtidos de cada $E_{j_r}^{(w)}$, com $r = 1, 2, \dots, s - 1$ é conhecido e dado por:

$$\binom{n - \text{elem}(E_{j_r}^{(w)}, w) + r}{r} - 1 = \binom{n - (e_w + 1) + r}{r} - 1 \quad (4.33)$$

O estado s -sucessivo é:

$$E_{j_s}^{(w)} \quad \text{com} \quad \text{elem}(E_{j_s}^{(w)}, w) = e_w + 1 \quad (4.34)$$

Aplicando a definição 4.1.8 ao estado $E_j^{(w)}$, e repetitivamente aos estados s -sucessivos assim obtidos, após a b -ésima aplicação o estado s -sucessivo resultante é:

$$E_{\underbrace{j_{s \dots s}}_b}^{(w)} = E_{j_s^b}^{(w)} \quad \text{com} \quad \text{elem}(E_{j_s^b}^{(w)}, w) = e_w + b \quad (4.35)$$

com $b = 1, 2, \dots, n - e_w$. Aplicando a definição 4.1.8 a cada estado s -sucessivo não terminal, $E_{j_s^b}^{(w)}$, com $b = 1, 2, \dots, n - e_w - 1$, além de gerar o estado s -sucessivo seguinte:

$$E_{j_{s^b}^{b=s}}^{(w)} = E_{j_s^{b+1}}^{(w)} \quad (4.36)$$

estes estados também geram os correspondentes estados r -sucessivos seguintes com $r = 1, 2, \dots, s - 1$:

$$E_{j_{s^b}^r}^{(w)} \quad \text{com} \quad \text{elem}(E_{j_{s^b}^r}^{(w)}, w) = \text{elem}(E_{j_s^b}^{(w)}, w) + 1 = e_w + b + 1 \quad (4.37)$$

Os estados

$$E_{j_{s^b}^r}^{(w)} \quad \text{com} \quad r = 1, 2, \dots, s - 1 \quad \text{e} \quad b = 1, 2, \dots, n - e_w - 1 \quad (4.38)$$

podem, por sua vez, gerar um número de estados dados por (hipótese de indução):

$$\binom{n - (e_w + b + 1) - r}{r} - 1 \quad (4.39)$$

Assim o número total de estados gerados por aplicação da definição 4.1.8 sobre o estado $E_j^{(w)}$, e repetitivamente sobre todos os estados não terminais assim obtidos, incluindo $E_{j_s}^{(w)}$, é:

$$\underbrace{1}_{E_{j_{s^b=n-e_w}}^{(w)}} + \sum_{b=1}^{n-e_w-1} \left(\underbrace{1}_{E_{j_s^b}^{(w)}} + \sum_{r=1}^{s-1} \left(\underbrace{1}_{E_{j_{s^b}^r}^{(w)}} + \underbrace{\binom{n - (e_w + b + 1) + r}{r} - 1}_{\text{devido a } E_{j_{s^b}^r}^{(w)}} \right) \right) \quad (4.40)$$

De (4.33) e (4.40) dado o estado s -sucessivo e não terminal $E_j^{(w)}$, o número total de estados gerados por aplicação repetitiva da definição 4.1.8 até que todos os estados numa dada iteração sejam terminais é:

$$\sum_{r=1}^{s-1} \binom{n - (e_w + 1) + r}{r} + 1 + \sum_{b=1}^{n-e_w-1} \left(1 + \sum_{r=1}^{s-1} \binom{n - (e_w + b + 1) + r}{r} \right) \quad (4.41)$$

Reescrevendo a equação (4.41):

$$\sum_{b=0}^{n-e_w-1} \left(1 + \sum_{r=1}^{s-1} \binom{n - (e_w + b + 1) + r}{r} \right) \quad (4.42)$$

sabendo que $\sum_{b=0}^{n-e_w-1} 1$ é igual a $n - e_w$, fazendo $u = n - e_w - 1$, e trocando a ordem dos somatórios, a expressão anterior pode ser escrita:

$$(u + 1) + \sum_{r=1}^{s-1} \sum_{b=0}^u \binom{(u + r) - b}{r} \quad (4.43)$$

e utilizando a relação:

$$\sum_{i=0}^v \binom{c + i}{c} = \binom{c + v + 1}{c + 1} = \binom{c + v + 1}{v} \quad (4.44)$$

a expressão (4.43) é igual a:

$$(u + 1) + \sum_{r=1}^{s-1} \binom{r + u + 1}{u} = \sum_{r=0}^{s-1} \binom{r + u + 1}{u} = -1 + \sum_{r=-1}^{s-1} \binom{(r + 1) + u}{u} \quad (4.45)$$

fazendo $i = r + 1$ podemos escrever:

$$-1 + \sum_{i=0}^s \binom{u + i}{u} \quad (4.46)$$

Utilizando de novo a relação (4.44), com $i = r + 1$, a expressão anterior pode ser escrita:

$$\binom{u + s + 1}{s} - 1 \quad (4.47)$$

e substituindo u pelo seu valor, $n - e_w - 1$, a prova fica completa.

Q.E.D.

4.1.2 Definição de funções auxiliares à escrita dos algoritmos

Vão em seguida ser definidas funções que vão facilitar a apresentação do algoritmo GeraEstados e permitir a reescrita dos algoritmos ORDER-II e NEWORDER em função dos conjuntos $E^{(w)}$, de forma a tornar mais simples a comparação entre estes algoritmos e o algoritmo GeraEstados.

Definição 4.1.9 (Função f) *Seja f a função tal que dado um estado não terminal $E_j^{(w)}$, devolve o estado 1-sucessivo seguinte de $E_j^{(w)}$, $E_{j_1}^{(w)}$, de acordo com a definição 4.1.8.*

Definição 4.1.10 (Função g) *Seja g a função tal que dado um estado t -sucessivo $E_k^{(w)}$, com $t < w$, $w > 1$ e tal que:*

$$\text{elem}(E_k^{(w)}, w - t) + 2 = \text{elem}(E_k^{(w)}, w - t + 1) \quad (4.48)$$

devolve o estado $E_{k_}^{(w)}$:*

$$\text{elem}(E_{k_*}^{(w)}, v) = \text{elem}(E_k^{(w)}, v), \quad \text{para } v = 1, 2, \dots, w \quad (4.49)$$

e $v \neq w - t$

$$\text{elem}(E_{k_*}^{(w)}, w - t) = \text{elem}(E_k^{(w)}, w - t) + 1 \quad (4.50)$$

De acordo com a proposição 4.1.2 para um estado $E_k^{(w)}$, existe um estado, $E_j^{(w)}$ ($j < k$), cujo estado t -sucessivo seguinte, $E_{j_t}^{(w)}$, é $E_k^{(w)}$. O estado $E_{k_*}^{(w)}$, obtido utilizando a função g é o estado $(t + 1)$ -sucessivo seguinte, $E_{j_{t+1}}^{(w)}$ – ver a propriedade 4.1.6.

Definição 4.1.11 (Função h) *Seja h a função tal que dado um estado não terminal $E_j^{(w)}$, devolve o estado $E_k^{(w+1)}$ tal que:*

$$\text{elem}(E_k^{(w+1)}, v) = \text{elem}(E_j^{(w)}, v) \quad \text{para } v = 1, 2, \dots, w \quad (4.51)$$

$$\text{elem}(E_k^{(w+1)}, w + 1) = \text{elem}(E_j^{(w)}, w) + 1 \quad (4.52)$$

As funções f e g são fulcrais para a definição do algoritmo GeraEstados. A função h também é utilizada no algoritmo GeraEstados mas apenas numa situação particular: obter o primeiro elemento de cada conjunto $\Phi^{(w)}$ para $1 < w \leq n$. O algoritmo ORDER-II é reescrito recorrendo apenas as funções f e h . A reescrita do algoritmo NEWORDER utiliza além da função f (apenas sobre os estados pertencentes a $\Phi^{(1)}$), as funções c e d :

Definição 4.1.12 (Função c) *Seja c a função tal que dado um estado $E_j^{(w)}$, com $\text{elem}(E_j^{(w)}, 1) > 1$ devolve o estado $E_k^{(w+1)}$ tal que:*

$$\text{elem}(E_k^{(w+1)}, 1) = 1 \quad (4.53)$$

$$\text{elem}(E_k^{(w+1)}, v + 1) = \text{elem}(E_j^{(w)}, v) \quad \text{para } v = 1, 2, \dots, w \quad (4.54)$$

Definição 4.1.13 (Função d) *Seja d a função tal que dado um estado $E_j^{(w)}$, com $w > 1$, e $\text{elem}(E_j^{(w)}, 2) > \text{elem}(E_j^{(w)}, 1) + 1$ devolve o estado $E_k^{(w)}$ tal que:*

$$\text{elem}(E_k^{(w)}, 1) = \text{elem}(E_j^{(w)}, 1) + 1 \quad (4.55)$$

$$\text{elem}(E_k^{(w)}, v) = \text{elem}(E_j^{(w)}, v) \quad \text{para } v = 2, \dots, w \quad (4.56)$$

4.1.3 Descrição do algoritmo GeraEstados

A aproximação utilizada, para proceder ao armazenamento ordenado dos estados candidatos a serem seleccionados, é semelhante à utilizada em [73] e em [99], onde foi usada uma fila com prioridades (implementada como uma “heap” de acordo com [50]). Uma “heap” é uma árvore binária completa com a propriedade de que o valor associado a cada nó não é menor (maior) de que o valor dos nós filhos, caso existam. Assim a raiz de uma “heap” tem sempre o maior (menor) valor. Numa “heap” com k elementos, um nó pode ser retirado ou inserido em $O(\log_2 k)$ operações. No contexto deste texto, cada nó é um estado candidato, e o seu valor é a probabilidade desse estado.

4.1.3.1 A ideia base do algoritmo GeraEstados

A ideia base do algoritmo consiste em ir seleccionando o estado mais provável entre os elementos de $\Phi^{(w)}$, $w = 1, 2, \dots, n$, já gerados, mas ainda não seleccionados. Os estados candidatos encontram-se armazenados numa “heap” (por ordem decrescente do seu valor). O primeiro elemento de $\Phi^{(w+1)}$ só precisa estar presente na “heap” depois de terem sido seleccionados os dois primeiros elementos de $\Phi^{(w)}$ (ver propriedade 4.1.3).

Na implementação aqui apresentada, o primeiro elemento de $\Phi^{(w+1)}$ é adicionado à “heap” assim que o primeiro elemento de $\Phi^{(w)}$ é seleccionado – por razões que se prendem com a simplificação da exposição.

Para cada estado seleccionado, não terminal e s -sucessivo, S_k , tal que $|S_k| = w$, os estados r -sucessivo(s) seguinte(s) poderiam ser gerados de acordo com a definição 4.1.8 e adicionados à “heap” de estados candidatos (este procedimento garante que todos os estados pertencentes a $\Phi^{(w)}$ serão gerados). Este processo colocaria na “heap” um grande número de estados candidatos que provavelmente nunca seriam seleccionados. Uma solução alternativa, e mais eficiente, será gerar o estado 1-sucessivo seguinte, para cada estado seleccionado não terminal e s -sucessivo, tal que $|S_k| = w$ (S_k corresponde a um dado estado $E_j^{(w)}$) e colocá-lo na “heap”. A geração dos restantes estados r -sucessivos seguintes, $E_{j_r}^{(w)}$, com $r = 2, 3, \dots, s$ é adiada. Esses estados serão gerados apenas quando necessário (ver propriedade 4.1.5), ou seja quando o estado $E_{j_1}^{(w)}$ for seleccionado da “heap”; nesse caso o estado E_{j_2} deve ser gerado de acordo com a propriedade 4.1.6, e adicionado à “heap”, e de forma semelhante para os restantes estados E_{j_r} , para $r = 3, 4, \dots, s$.

A utilização repetitiva da propriedade 4.1.6 sobre cada $E_{j_r}^{(w)}$, para cada $r = 1, 2, \dots, s - 1$, é um procedimento equivalente a utilizar a definição 4.1.8 sobre um estado $E_j^{(w)}$ não terminal e s -sucessivo.

O que atrás foi dito implica que, para cada estado seleccionado, dois estados (no

máximo) terão de ser adicionados à “heap”: o estado 1–sucessivo seguinte do último estado seleccionado (se esse estado é não terminal) e o estado obtido utilizando a propriedade 4.1.6 (caso o estado seleccionado satisfaça a proposição 4.1.2).

4.1.3.2 O algoritmo GeraEstados

No algoritmo GeraEstados de cada vez que um estado seleccionado, com w componentes desligados, é não terminal, o estado 1–sucessivo seguinte é adicionado à “heap”. Por outro lado se o estado seleccionado, tem w elementos desligados, o algoritmo utiliza a propriedade 4.1.3 para adicionar o estado $E_1^{(w+1)}$ à “heap”, caso o estado seleccionado tenha sido o estado $E_1^{(w)}$.

O número de elementos desligados do estado candidato, presente na “heap”, com maior número de elementos desligados, será registado numa variável auxiliar, w_{\max} . Se o estado seleccionado é s –sucessivo, com $s < w$ (e nesse caso é certamente diferente de $E_1^{(w)}$) e satisfaz a proposição 4.1.2 então o estado obtido utilizando a propriedade 4.1.6 é adicionado à “heap”.

Em seguida, é formalizado o algoritmo GeraEstados. O estado mais provável é $S_1 = \emptyset$. O segundo estado mais provável é o estado $S_2 = \{1\}$.

Algoritmo GeraEstados:

Entradas: Número de elementos sujeitos a avaria n , os vectores $R[i]$ e $P[i]$ com $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ e as condições de paragem do algoritmo.

Saídas: Os conjuntos descritores dos estados da rede, S_1, S_2, \dots, S_m , considerando que m será o número de estados necessário para satisfazer as condições de paragem do algoritmo.

Processamento:

1. Inicializa: $i = 2$; $S_1 = \emptyset$; $S_2 = \{1\}$; $w_{\max} = 1$; Árvore = \emptyset .
2. Repete
 - (a) Se (S_i é não terminal) Então adiciona $f(S_i)$ à Árvore FimSe
 - (b) Se (S_i é s -sucessivo)
 - E ($|S_i| > s$)
 - E ($elem(S_i, |S_i| - s) + 2 = elem(S_i, |S_i| - s + 1)$)Então adiciona $g(S_i)$ à Árvore
Senão Se ($w_{\max} = |S_i|$) E ($|S_i| < n$) Então
 - i. Adiciona $h(S_i)$ à Árvore
 - ii. w_{\max} toma o valor $|S_i| + 1$;

FimSe FimSe

- (c) S_{i+1} toma o valor do estado na raiz da Árvore
- (d) Retira a raiz à Árvore ;
- (e) Incrementa i de uma unidade

Até que tenham sido seleccionados os estado desejados.

Neste algoritmo “adiciona $h(S_i)$ à Árvore;” pode ser substituído por “adiciona $E_1^{(|S_i|+1)}$ à Árvore;”.

É importante referir que as operações de adicionar um elemento à árvore e de retirar a raiz da árvore incluem os procedimentos de reordenação necessários à preservação da estrutura ordenada da “heap”. Na Tabela 4.1, é apresentado um exemplo ilustrativo da forma como o algoritmo evolui para $n = 4$ e $\{p(i)\}_{i=1,\dots,4} = \{0.9, 0.95, 0.99, 0.995\}$. A forma da “heap” durante as primeiras seis iterações é apresentada, antes da remoção da raiz da árvore, assim como a probabilidade do estado seleccionado no fim de cada iteração.

4.1.3.3 Complexidade

No que se refere ao cálculo de complexidade deste algoritmo adicionar um nó à árvore ou retirar a raiz da árvore custa, como já foi referido, $O(\log_2 k)$ operações, sendo k o número de elementos na árvore.

O custo do armazenamento de cada estado, $E^{(w)}$, vai obviamente depender da estrutura de dados escolhida para o seu armazenamento. Numa primeira implementação², a solução escolhida foi um bloco de inteiros de dimensão $w + 1$, em que o primeiro elemento vale w , indicando o número de elementos desligados e é seguido pela lista dos elementos desligados nesse estado. Cada nó da árvore é um “record” com dois campos: a probabilidade do estado e um ponteiro para o bloco onde se encontra a descrição dos elementos desligados nesse estado.

Os requisitos de memória necessários ao armazenamento dos estados já seleccionados não é aqui considerado, uma vez que quando um dado estado é seleccionado passa a ser um resultado do algoritmo de geração dos estados. O acto de armazenar os estados seleccionados para utilização futura é um acto estranho ao algoritmo de geração de estados, que poderá eventualmente nem existir em algumas aplicações do mesmo.

Se o estado presente na “heap”, com maior número de elementos desligados, tem w_{\max} elementos desligados, então o armazenamento dos elementos de um estado precisa de $O(w_{\max} + 1)$ operações. As restantes operações não interferem com o cálculo da

²Mais à frente será sugerida outra implementação, dentro da linha do algoritmo proposto por Shier [99] a qual é mais económica.

Inicialização: $P(S_1 = \emptyset) = 8.422 \times 10^{-1}$; $P(S_2 = \{1\}) = 9.358 \times 10^{-2}$	
Heap	Heap
$i = 2$ <div style="text-align: center;">$f(S_2) = \{2\}$</div> <div style="text-align: center;">/</div> <div style="text-align: center;">$h(S_2) = \{1, 2\}$</div> $P(S_3 = \{2\}) = 4.433 \times 10^{-2}$	$i = 5$ <div style="text-align: center;">$\{4\}$</div> <div style="text-align: center;">/ \</div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">$f(S_5) = \{1, 3\}$</div> <div style="text-align: center;">$h(S_5) = \{1, 2, 3\}$</div> </div> $P(S_6 = \{4\}) = 4.232 \times 10^{-3}$
$i = 3$ <div style="text-align: center;">$f(S_3) = \{3\}$</div> <div style="text-align: center;">/</div> <div style="text-align: center;">$\{1, 2\}$</div> $P(S_4 = \{3\}) = 8.507 \times 10^{-3}$	$i = 6$ <div style="text-align: center;">$\{1, 3\}$</div> <div style="text-align: center;">/</div> <div style="text-align: center;">$\{1, 2, 3\}$</div> $P(S_7 = \{1, 3\}) = 9.453 \times 10^{-4}$
$i = 4$ <div style="text-align: center;">$\{1, 2\}$</div> <div style="text-align: center;">/</div> <div style="text-align: center;">$f(S_4) = \{4\}$</div> $P(S_5 = \{1, 2\}) = 4.925 \times 10^{-3}$	$i = 7$ <div style="text-align: center;">$f(S_7) = \{1, 4\}$</div> <div style="text-align: center;">/ \</div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">$g(S_7) = \{2, 3\}$</div> <div style="text-align: center;">$\{1, 2, 3\}$</div> </div> $P(S_8 = \{1, 4\}) = 4.703 \times 10^{-4}$

Tabela 4.1: Algoritmo GeraEstados: a “heap” durante as primeiras seis iterações.

complexidade do algoritmo. O número de operações por iteração é $O(w_{\max} + \log_2 k)$, o qual é significativamente mais baixo que o valor usual de $O(n)$.

Escreve-se w_{\max} em vez de $(w_{\max} + 1)$ porque no algoritmo GeraEstados existe um e apenas um estado na “heap” pertencente ao conjunto $\Phi(w_{\max})$.

Após a obtenção de m estados o número de operações é $O(mw_{\max} + m \log_2 \bar{m})$, e os requisitos de memória são $O(\bar{m}w_{\max})$, considerando que a dimensão máxima da “heap”, após a selecção de m estados é \bar{m} e que a unidade utilizada é a necessária para armazenar um inteiro³. Mostrar-se-á em seguida que \bar{m} é menor do que m . Após longa experimentação verificou-se que em situações realistas \bar{m} é significativamente menor do que m (ver os exemplos da Tabela 4.2).

No algoritmo GeraEstados a dimensão da “heap” aumenta uma unidade de cada

³Não é incluído o custo de armazenamento dos “records” (com dois campos) que constituem a “heap”, pois em [73] não é considerado o custo de armazenamento da probabilidade dos estados.

vez que o estado seleccionado, S_k , é não terminal e s -sucessivo, com $|S_k| > s$, $|S_k| > 1$ e satisfaz a proposição 4.1.2. A “heap” também aumenta de uma unidade de cada vez que é seleccionado o primeiro elemento de algum conjunto $\Phi^{(w)}$, o que acontece apenas uma única vez para cada conjunto $\Phi^{(w)}$ ($1 \leq w < n$).

A fracção de estados seleccionados, pertencentes a um conjunto $\Phi^{(w)}$, que correspondem a um aumento de uma unidade na “heap” no algoritmo GeraEstados é (ver propriedade C.1.1 no apêndice):

$$\frac{w(n-w)}{n(n-1)} \quad (4.57)$$

a qual é $\ll 1$ para n grande quando comparado com w , o que é uma relação típica na maior parte das aplicações.

4.1.4 Comparando com o algoritmo ORDER-II

Tendo como objectivo a comparação da eficiência entre o algoritmo proposto neste texto e o algoritmo ORDER-II em [73], segue-se a formalização deste último, re-escrito na presente notação:

Algoritmo ORDER-II:

Entradas: Número de elementos sujeitos a avaria n , e os vectores $P[i]$ e $R[i]$, com $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ e as condições de paragem do algoritmo.

Saídas: Os conjuntos dos descritores dos estados, S_1, S_2, \dots, S_m , considerando que m será o número de estados necessário para satisfazer as condições de paragem do algoritmo.

Processamento:

1. Inicializa: $i = 2$; $S_1 = \emptyset$, $S_2 = \{1\}$; $\text{Árvore} = \emptyset$.

2. Repete

(a) Se (S_i é não terminal) Então

i. Adiciona $f(S_i)$ à Árvore

ii. Adiciona $h(S_i)$ à Árvore

FimSe

(b) S_{i+1} toma o valor do estado na raiz da Árvore

(c) Retira a raiz à Árvore

(d) Incrementa i de uma unidade

Até que tenham sido seleccionados os estados desejados.

Em [73] este algoritmo é apresentado como tendo complexidade $O(nm + m \log_2 m)$, e requisitos de memória $O(nm)$ se for utilizado para gerar m estados.

Numa primeira implementação, semelhante à proposta para GeraEstados na subsecção 4.1.3.2, o armazenamento dos elementos de um novo estado é proporcional ao número de elementos desligados adicionado de uma unidade. Assim se o estado com maior número de elementos desligados na “heap” tem w_{\max} elementos (e normalmente haverá muito mais do que um estado com esse número de elementos desligados) então a complexidade é $O((w_{\max} + 1)m + m \log_2 m)$ e os requisitos de memória são $O((w_{\max} + 1)m)$.

No algoritmo ORDER-II, de cada vez que o estado seleccionado (com w elementos desligados) é não terminal, dois estados são adicionados à “heap”: o estado 1–sucessivo seguinte desse estado e o estado com $(w + 1)$ elementos desligados, obtido utilizando a função h .

Embora a complexidade seja semelhante para ambos os algoritmos (com vantagem para GeraEstados), pode mostrar-se que o algoritmo GeraEstados é significativamente mais eficiente, especialmente no que concerne aos requisitos de memória.

A principal diferença entre os dois algoritmos reside no facto do segundo estado adicionado à “heap”, pelo algoritmo GeraEstados ter probabilidade igual ou superior ao segundo estado adicionado no algoritmo ORDER-II – facto este que irá conduzir a uma “heap” com menor número de elementos durante a execução de GeraEstados quando comparado com ORDER-II.

Seja o último estado seleccionado S_i , o qual é representado por $E_j^{(w)}$, com probabilidade P_i . Seja $E_j^{(w)}$ um estado não terminal e s -sucessivo, com $s < w$. O primeiro estado adicionado à “heap”, $E_{j_1}^{(w)}$, é comum a ambos os algoritmos. No algoritmo ORDER-II, o segundo estado $h(S_i)$ tem probabilidade:

$$P_{\text{Ord}} = P_i R(u + 1), \text{ onde } u = \text{elem}(E_j^{(w)}, w) \quad (4.58)$$

e considerando que $E_j^{(w)}$ satisfaz a proposição 4.1.2, no algoritmo GeraEstados o segundo estado $g(S_i)$ tem probabilidade:

$$P_{\text{Ger}} = P_i \frac{R(v + 1)}{R(v)}, \text{ com } v = \text{elem}(E_j^{(w)}, w - s) \wedge u = v + s + 1 \text{ com } 1 \leq s < w \quad (4.59)$$

e $v + 1 < u + 1 \implies R(v + 1) \geq R(u + 1)$. Portanto:

$$\frac{R(v + 1)}{R(v)} > R(u + 1) \implies P_{\text{Ger}} > P_{\text{Ord}} \quad (4.60)$$

Tendo presente que $1 > R(1) \geq R(2) \geq \dots \geq R(n) > 0$, é correcto concluir que, na maior parte dos casos $P_{\text{Ger}} \gg P_{\text{Ord}}$. Como exemplo numérico considere-se $R =$

n	Algoritmo	w_{\max}	\bar{m}	Ordem dos Requi- sitos de Memória	Ordem da Com- plexidade / 10^6
20	ORDER-II	11	111865	1.34×10^6	14.39
	GeraEstados	11	2598	2.86×10^4	11.17
50	ORDER-II	6	452365	3.17×10^6	12.89
	GeraEstados	6	11017	6.61×10^4	9.71
100	ORDER-II	5	489329	2.94×10^6	12.45
	GeraEstados	5	10839	5.42×10^4	9.20
200	ORDER-II	4	497155	2.48×10^6	11.96
	GeraEstados	4	4597	1.84×10^4	8.08
500	ORDER-II	4	498999	2.49×10^6	11.96
	GeraEstados	4	4716	1.89×10^4	8.10
1000	ORDER-II	3	498075	1.99×10^6	11.46
	GeraEstados	3	493	1.48×10^3	5.97

Tabela 4.2: Comparando os algoritmos, para $m = 500000$

[0.25, 0.22, 0.19, 0.02, 0.01] e $S_6 = \{1, 3\}$, o qual é 1-sucessivo, não terminal; $u = 3$, $s = 1$, $v = 1$, e $P(S_6) = 2.54 \times 10^{-2}$, então $P(g(S_6) = \{2, 3\}) = 2.24 \times 10^{-2} \gg P(h(S_6) = \{1, 3, 4\}) = 5.08 \times 10^{-4}$.

A probabilidade do segundo estado adicionado à “heap” só é igual, em ambos os algoritmos, quando esse estado é o primeiro elemento de um conjunto $\Phi^{(w)}$, e esta situação ocorre apenas um número de vezes dado por $w_{\max} - 1$.

Em ORDER-II, quando um estado não terminal é seleccionado, dois estados são adicionados à “heap” antes da raiz ser retirada; isto implica que para cada estado não terminal seleccionado a dimensão da “heap” aumenta de uma unidade. A fracção de estados seleccionados num conjunto $\Phi^{(w)}$, que correspondem a um aumento de uma unidade na “heap”, para o algoritmo ORDER-II (ver propriedade C.3.1), é:

$$\frac{n - w}{n} \quad (4.61)$$

o qual é próximo de 1 quando n é grande comparado com w , e esta é a relação mais comum entre n e w .

No algoritmo ORDER-II o número de nós na “heap”, depois de seleccionar m estados ($m \ll 2^n$), é próximo de m , mas no algoritmo GeraEstados é muito menor.

O algoritmo GeraEstados é mais rápido (tipicamente duas a três vezes) e utiliza menos memória do que o algoritmo ORDER-II porque, para obter o mesmo número de estados m , gera um menor número de estados – de probabilidade igual ou superior – normalmente com um menor número de elementos desligados, e armazena-os numa “heap” com menor número de estados.

Na Tabela 4.2 apresentam-se o valor de w_{\max} , o valor do número de nós na “heap”, \bar{m} , os requisitos de memória e as ordens de complexidade para ORDER-II e GeraEstados respectivamente.

Os valores apresentados na tabela pressupõem que ambos os algoritmos param após gerarem meio milhão de estados, para vários valores de n e probabilidade dos componentes estarem ligados $p(i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, tal que $n = 20 \langle \rangle p(i) \in]0.9, 0.99995[$, $n = 50, 100, 200 \langle \rangle p(i) \in]0.99, 0.99999[$ e $n = 500, 1000 \langle \rangle p(i) \in]0.999, 0.999999[$. No cálculo dos valores nas colunas correspondentes à ordem dos requisitos de memória e à ordem de complexidade, foi utilizado o número máximo de elementos na “heap” durante a execução de cada um dos algoritmos.

O caso $n = 20$ é um caso especial, no sentido em que quase metade de todos os estados possíveis foram já seleccionados, pelo que \bar{m} , para ORDER-II, é muito menor do que m mas ainda assim muito maior do que \bar{m} do algoritmo GeraEstados. Uma breve análise, para $n = 50, 100, 200, 500, 1000$, mostra que a dimensão da “heap”, \bar{m} , para o algoritmo GeraEstados é muito pequena quando comparada com m . No caso do algoritmo ORDER-II o valor de \bar{m} é sempre próximo de m , como aliás já tinha sido previsto.

4.1.5 Comparando com o algoritmo NEWORDER

Tendo como objectivo a comparação da eficiência entre o algoritmo proposto neste texto e o algoritmo NEWORDER em [99], segue-se este último, re-escrito na presente notação:

Algoritmo NEWORDER:

Entradas: Número de elementos sujeitos a avaria n , e os vectores $P[i]$ e $R[i]$, com $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ e as condições de paragem do algoritmo.

Saídas: Os conjuntos dos descritores dos estados, S_1, S_2, \dots, S_m , considerando que m será o número de estados necessário para satisfazer as condições de paragem do algoritmo.

Processamento:

1. Inicializa: $i = 2$; $S_1 = \emptyset$, $S_2 = \{1\}$; Árvore = \emptyset .
2. Repete
 - (a) Se $elem(S_i, 1) > 1$ Então Adiciona $c(S_i)$ à Árvore FimSe
 - (b) Se $|S_i| = 1$
 - Então Se (S_i é não terminal) Então adiciona $f(S_i)$ à Árvore FimSe

Senão Se $elem(S_i, 2) > elem(S_i, 1) + 1$
Então Adiciona $d(S_i)$ à Árvore
FimSe
FimSe

(c) S_{i+1} toma o valor do estado na raiz da Árvore
(d) Retira a raiz à Árvore
(e) Incrementa i de uma unidade

Até que tenham sido seleccionados os estados desejados.

Em [99] este algoritmo é apresentado como tendo requisitos de memória $O(m + \bar{m})$ – em que a unidade é um elemento da lista utilizada para representar os estados – considerando que a dimensão máxima da “heap”, após a selecção de m estados é \bar{m} . Não é dada nenhuma estimativa quanto à sua complexidade.

Chama-se a atenção para o facto dos requisitos de memória do algoritmo NEWORDER serem independentes de n . Tal é conseguido devido à utilização de uma estrutura de dados extremamente eficiente para o armazenamento da descrição dos estados. Cada estado na “heap” é representado por um “record” contendo a probabilidade do estado e um ponteiro para um lista L [99] simplesmente ligada contendo a descrição do estado (lista dos elementos desligados nesse estado). Essa lista pode ser armazenada utilizando apenas $O(m + \bar{m})$ elementos (“record” com dois campos: o componente desligado e ponteiro para o componente seguinte) independentemente do número de componentes no sistema.

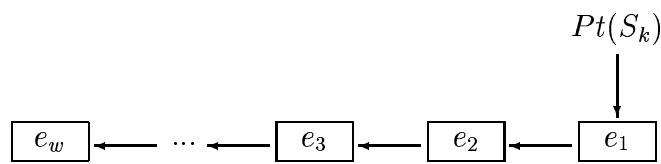


Figura 4.1: Lista L , em NEWORDER, antes de inserir novos elementos

Cada estado é representado pela lista ligada dos seus componentes desligados e estas listas são entrelaçadas de uma forma específica para um armazenamento mais compacto [99]. A Figura 4.1 ilustra a situação em que o estado $S_k = E^{(w)} = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_w\}$, apontado pelo ponteiro $Pt(S_k)$, vai ser retirado da “heap”. Se os estados $c(S_k) = \{1, e_1, e_2, \dots, e_w\}$ e $d(S_k) = \{e_1 + 1, e_2, e_3, \dots, e_w\}$ têm de ser adicionados à “heap” no algoritmo NEWORDER, então são criadas duas novas listas cada uma das quais com um novo elemento à cabeça: 1 e $e_1 + 1$, como é ilustrado na Figura 4.2. Desta forma as listas podem representar v estados utilizando apenas $O(v)$ elementos, em vez de $O(nv)$. Em qualquer ponto do algoritmo um estado das listas entrelaçadas L ou foi eliminado

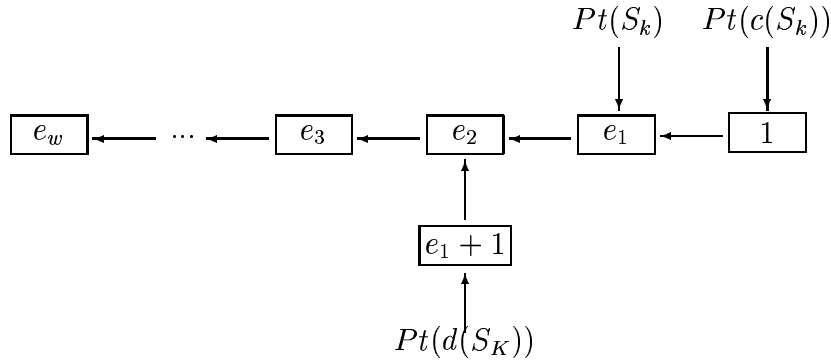


Figura 4.2: Lista L , em NEWORDER, após inserir $c(S_k)$ e $d(S_k)$

ou permanece na lista e por conseguinte $v \leq m + \bar{m}$. Assim sendo o espaço requerido para manter as listas entrelaçadas L é no máximo $O(m + \bar{m})$.

Pode imaginar-se uma estrutura semelhante para armazenar os estados no algoritmo ORDER-II [99]. Dada a lista que representa um dado estado $S_k = E^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_{w-1}, e_w\}$, apontado por $Pt(S_k)$ não terminal, que vai ser retirado da “heap”, os estados $f(S_k) = \{e_1, e_2, \dots, e_{w-1}, e_w + 1\}$ e $h(S_k) = \{e_1, e_2, \dots, e_w, e_w + 1\}$ são criados com a adição de dois elementos. A ordem dos elementos desligados na lista será, no caso do algoritmo ORDER-II, decrescente. As Figuras 4.3 e 4.4 exemplificam a situação.

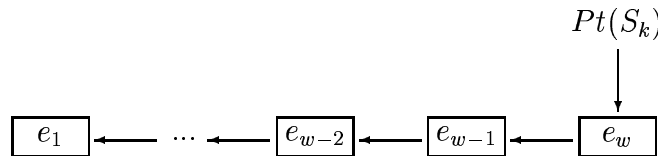


Figura 4.3: A lista L , em ORDER-II e GeraEstados, antes de inserir novos elementos

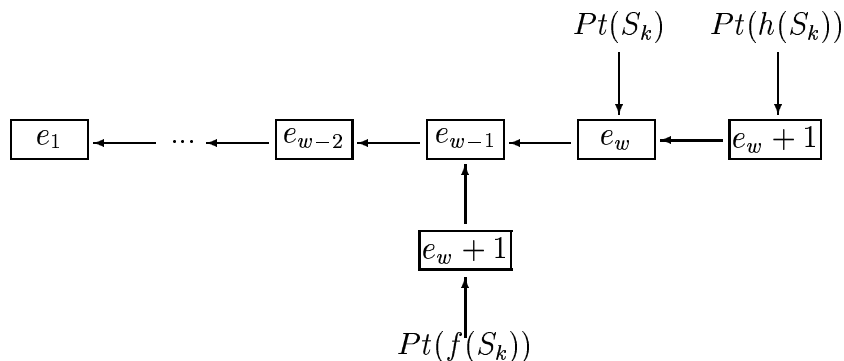


Figura 4.4: A lista L , em ORDER-II, após inserir $f(S_k)$ e $h(S_k)$

No caso do algoritmo GeraEstados a adaptação desta estrutura de dados não pode ser efectuada de forma tão simples. Considere-se mais uma vez que o estado $S_k =$

$E(w) = \{e_1, e_2, \dots, e_{w-1}, e_w\}$ é o estado candidato a ser eliminado da “heap”. Se o estado S_k é não terminal, é adicionado o estado $f(S_k) = \{e_1, e_2, \dots, e_w + 1\}$, o qual resulta na criação de uma nova lista com a adição de apenas um novo elemento, que aponta para a lista L , ordenada por ordem decrescente dos seus elementos. Se o estado S_k , $S_k = E^{(w)}$, é s -sucessivo, $w > s$ e $elem(S_k, w - s) + 2 = elem(S_k, w - s + 1)$ então deverá ser adicionada à heap o estado $g(S_k)$ o qual difere do estado S_k de um elemento na posição $w - s$. Adicionar esse estado à “heap”, aproveitando elementos da lista L , vai implicar a criação de $s + 1$ novos elementos, os de ordem $w - s, w - s + 1, \dots, w$, como é exemplificado pela Figura 4.5.

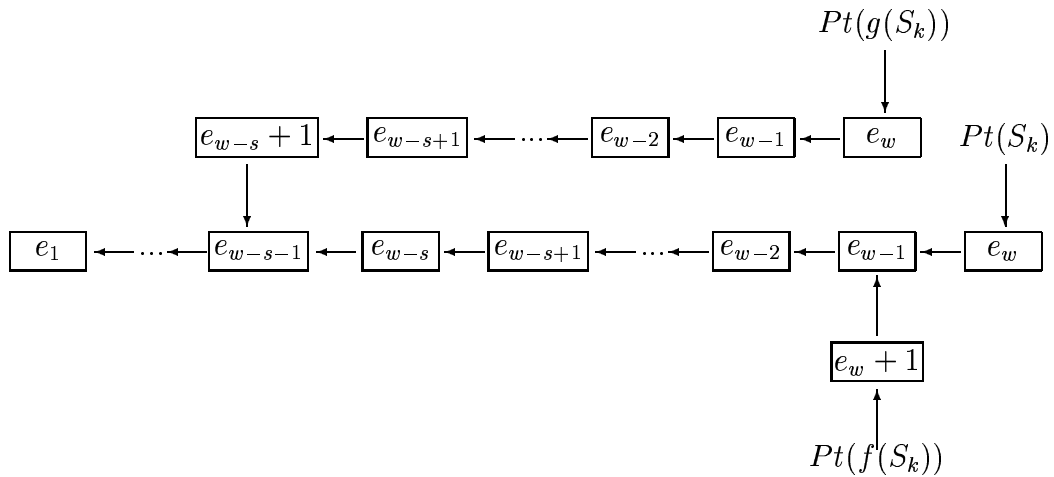


Figura 4.5: A lista L , em GeraEstados, após inserir $f(S_k)$ e $g(S_k)$

O que atrás foi dito coloca aparentemente o algoritmo GeraEstados em desvantagem quando comparado com ORDER-II (numa implementação com listas entrelaçadas) e com NEWORDER. No entanto mostrar-se-á que tal não acontece de facto. Em relação ao algoritmo ORDER-II, os argumentos já anteriormente evocados em favor de GeraEstados mantêm-se: o número de estados colocados na “heap” serão em menor número e de maior probabilidade que os colocados por ORDER-II, pelo que o custo adicional da sua representação é rapidamente compensado. A comparação com o algoritmo NEWORDER não é tão simples porque as probabilidades dos estados que ambos inserem na “heap” não são comparáveis.

Considerando que o estado seleccionado foi o estado S_k , $S_k = E^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_w\}$, a Tabela 4.3 apresenta a razão entre as probabilidades dos estados por eles eventualmente gerados e $P(S_k)$ e apresenta também o número de estados S_k ($\#S_k$) que dão origem a esses novos estados, de acordo com as proposições C.1.5 (para $g(S_k)$) e C.2.4 (para $d(S_k)$). A tabela apresenta apenas valores para $1 < w < n$. O último estado ($w = n$) raramente é gerado, pois tal implica que praticamente todos os estados foram

•	NEWORDER		GeraEstados	
	$P(\bullet)/P(S_k)$	$\#S_k$	$P(\bullet)/P(S_k)$	$\#S_k$
$c(S_k)$	$R[1]$	$\binom{n-1}{w}$	—	—
$d(S_k)$	$R[e_1 + 1]/R[e_1]$	$\binom{n-1}{w}$	—	—
$f(S_k)$	—	—	$R[e_w + 1]/R[e_w]$	$\binom{n-1}{w}$
$g(S_k)$	—	—	$R[e_{w-s} + 1]/R[e_{w-s}]$	$\binom{n-1}{w-1} - 1$
$h(S_k)$	—	—	$R[e_w + 1]$	1

Tabela 4.3: Comparando as probabilidades dos estados gerados por GeraEstados e NEWORDER num dado conjunto $\Phi^{(w)}$, com $1 < w < n$

considerados. Quando $w = 1$ a vantagem vai claramente para GeraEstados (excepto quando o estado seleccionado é $E_1^{(1)}$) uma vez que este algoritmo coloca na “heap” apenas um único estado, o estado $f(S_k)$; o algoritmo NEWORDER além de gerar o estado $f(S_k)$ coloca ainda, e prematuramente, o estado $c(S_k)$.

Não é possível comparar as probabilidades dos estados introduzidos na “heap” por NEWORDER e GeraEstados porque não é possível estabelecer uma relação de ordem entre os valores:

$$\frac{R[e_w + 1]}{R[e_w]} \quad e \quad \frac{R[e_1 + 1]}{R[e_1]} \quad (4.62)$$

$$\frac{R[e_w + 1]}{R[e_w]} \quad e \quad R[1]$$

ou

$$\frac{R[e_{w-s} + 1]}{R[e_{w-s}]} \quad e \quad \frac{R[e_1 + 1]}{R[e_1]} \quad (4.63)$$

$$\frac{R[e_{w-s} + 1]}{R[e_{w-s}]} \quad e \quad R[1]$$

Podem no entanto tecer-se as seguintes considerações, para sistemas com alguma dimensão:

1. os componentes deverão apresentar probabilidades de inoperacionalidade baixas, pelo que mesmo $R[1]$ será relativamente pequeno (para $q(1) \leq 1\%$ virá $R[1] \leq 0.01(01)$);
2. se a probabilidade de operacionalidade dos componentes não variar por saltos (frequentemente), o vector $R[i]$ com $i = 1, 2, \dots, n$, que se encontra ordenado por ordem decrescente, apresentará uma variação suave entre a maior parte dos seus elementos adjacentes, pelo que a razão $R[i + 1]/R[i]$, $i = 1, 2, \dots, n - 1$ será uma sequência de valores muito próximo de 1 – e será mesmo 1 para componentes com a mesma probabilidade de operacionalidade;

	$n = 10$	$n = 15$	$n = 20$	$n = 50$	$n = 100$	$n = 200$	$n = 500$	$n = 1000$
$w = 1$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$w = 2$	1.22	1.14	1.11	1.04	1.02	1.01	1.00	1.00
$w = 3$	1.38	1.23	1.17	1.06	1.03	1.02	1.01	1.00
$w = 4$	1.57	1.33	1.24	1.09	1.04	1.02	1.01	1.00
$w = 5$	1.83	1.45	1.31	1.11	1.05	1.03	1.01	1.01
$w = 6$	2.20	1.60	1.40	1.13	1.06	1.03	1.01	1.01
$w = 7$	2.75	1.78	1.50	1.16	1.07	1.04	1.01	1.01
$w = 8$	3.67	2.00	1.62	1.19	1.09	1.04	1.02	1.01
$w = 9$	5.50	2.29	1.75	1.21	1.10	1.05	1.02	1.01
$w = 10$	1.00	2.67	1.91	1.24	1.11	1.05	1.02	1.01

Tabela 4.4: Factor de escala entre os requisitos de memória de GeraEstados e NEWORDER (ou ORDER-II), considerando que em cada conjunto $\Phi^{(w)}$ todos os estados foram seleccionados

Com base nos argumentos atrás enunciados será preferível gerar os estados $f(S_k)$ e/ou $g(S_k)$ pois terão geralmente maior probabilidade do que $c(S_k)$. Quanto ao estado $d(S_k)$ face aos estados $f(S_k)$ e/ou $g(S_k)$ nada se pode afirmar.

Confirme-se agora o que foi dito no que concerne à diferença entre os requisitos de memória do algoritmo NEWORDER e GeraEstados. A proposição C.1.4 calcula os número de elementos que é necessário inserir em listas entrelaçadas, de acordo com a Figura 4.5, para representar todos os estados num conjunto $\Phi^{(w)}$, $1 < w < n$:

$$\binom{n+1}{w} - w \quad (4.64)$$

Comparando este valor com o valor correspondente para NEWORDER ou ORDER-II, $\binom{n}{w}$ verifica-se que o factor de escala é apenas:

$$\frac{\binom{n+1}{w} - w}{\binom{n}{w}} \approx \frac{\binom{n+1}{w}}{\binom{n}{w}} = \frac{n+1}{n+1-w} \quad (4.65)$$

o qual só é significativo para w da ordem de grandeza de n , como se pode observar na Tabela 4.4.

Em [99] o autor compara o algoritmo NEWORDER com o algoritmo ORDER-II e conclui que ambos os algoritmos, na implementação com listas entrelaçadas, apresentam a mesma expressão para os requisitos de memória $O(m + \bar{m})$ em que \bar{m} representa a dimensão máxima da “heap” em qualquer um dos algoritmos. A relação entre a eficiência nos dois algoritmos é estimada em [99] calculando a dimensão máxima da “heap” no pior caso, contando o número de vezes que são inseridos 0, 1 ou 2 estados na “heap”. A Tabela 4.5 apresenta os valores da variação da dimensão da “heap” para

Número de Estados Inseridos	Variação da “heap”	ORDER-II	NEWORDER	GeraEstados
0	-1	2^{n-1}	2^{n-2}	$2^{n-2} + 1$
1	0	0	2^{n-1}	$2^{n-1} - 2$
2	+1	$2^{n-1} - 1$	$2^{n-2} - 1$	2^{n-2}

Tabela 4.5: Valores da variação da dimensão da “heap” para os algoritmos

os algoritmos ORDER-II, NEWORDER de acordo com [99] (o cálculo destes valores encontra-se descrito no apêndice C) e também para GeraEstados de acordo com as propriedades C.1.3, C.1.4 e C.1.5. Nesta tabela verifica-se que os algoritmos NEWORDER e GeraEstados apresentam valores semelhantes para o pior caso da dimensão da “heap” os quais são metade do correspondente valor para ORDER-II.

Observem-se também os valores da Tabela 4.6 para o número de estados, em cada conjunto $\Phi^{(w)}$ que contribuem para a variação da dimensão da “heap”, de acordo com os resultados no apêndice C. Na linha $w = 2, \dots, n - 2$ verifica-se, para os algoritmos ORDER-II e NEWORDER, que o número de estados que contribuem para o aumento da “heap” é superior ao número de estados que contribuem para a sua diminuição, desde que $w < n/2$; no algoritmo GeraEstados o número de estados que contribuem para o aumento da “heap” é igual ao número de estados que contribuem para a sua diminuição. Por outro lado, e ainda na linha $w = 2, \dots, n - 2$, comparando o algoritmo GeraEstados com NEWORDER verifica-se que o número de estados que contribuem para a diminuição da “heap” é maior em GeraEstados do que em NEWORDER e que o número de estados que contribuem para o aumento da “heap” é menor em GeraEstados do que em NEWORDER, desde que $w < (n + 1)/2$. Quanto ao número de estados que não alteram a dimensão da “heap”, a comparação só será favorável a GeraEstados para $(n - \sqrt{n})/2 < w < (n + \sqrt{n})/2$. O desempenho de GeraEstados é superior a NEWORDER quanto ao número de estados colocados na “heap”, uma vez que na maior parte dos casos $w \ll (n + 1)/2$.

No apêndice C encontram-se gráficos que comparam o desempenho de ORDER-II, NEWORDER e GeraEstados, em termos de requisitos de memória, para vários valores de n , para diferentes intervalos para as probabilidades de avaria dos componentes, e para valores crescentes das probabilidades de cobertura do espaço de estados (ou seja para um valor crescente do número estados seleccionados). Uma breve análise desses gráficos confirma o facto de que GeraEstados utiliza muito menos memória do que ORDER-II e NEWORDER. Por sua vez NEWORDER necessita de menos memória do que ORDER-II, embora a diferença não seja tão significativa quanto a análise em

w	Número de Estados Inseridos	Variação da "heap"	ORDER-II	NEWORDER	GeraEstados
1	0	-1	1	1	1
	1	0	0	1	$n - 2$
	2	+1	$n - 1$	$n - 2$	1
$2, \dots, n - 2$	0	-1	$\binom{n-1}{w-1}$	$\binom{n-2}{w-2}$	$\binom{n-2}{w-1}$
	1	0	0	$2\binom{n-2}{w-1}$	$\binom{n-2}{w} + \binom{n-2}{w-2}$
	2	+1	$\binom{n-1}{w}$	$\binom{n-2}{w}$	$\binom{n-2}{w-1}$
$n - 1$	0	-1	$n - 1$	$n - 2$	1
	1	0	0	2	$n - 2$
	2	+1	1	0	1
n	0	-1	1	1	1

Tabela 4.6: Variação da dimensão da "heap" para os algoritmos, quando o estado seleccionado pertence a $\Phi^{(w)}$.

[99] parece indicar. As Tabelas C.1 e C.2 permitem verificar que a dimensão da "heap" para GeraEstados é significativamente menor para GeraEstados do que para ORDER-II e NEWORDER.

4.1.6 Comparando com a aproximação de Yang e Kubat

Yang & Kubat [106] propõem um novo procedimento baseado no algoritmo de enumeração de estados numa rede com componentes multimodo (apresentado em [105]) onde o problema de enumeração dos estados mais prováveis de uma rede é transformado num problema de pesquisa em árvores.

Sucintamente, Yang & Kubat [106] definem uma árvore binária especial G , de altura n , tal que cada vértice no nível l ($0 \leq l \leq n - 1$) tem exactamente dois filhos e cada vértice no nível n é uma folha. (em que n é o número de elementos sujeitos a avaria na rede). O endereço de um vértice u no nível l é definido como sendo um vector de dimensão l (x_1, x_2, \dots, x_l) tal que $x_i = 1(0)$ se e só se o único caminho da raiz até u é dado por $a_0(\text{raiz}), a_1, \dots, a_{l-1}, a_l(u)$ e a_i é o filho esquerdo (direito) de a_{i-1} . Existe uma correspondência de um para um entre o endereço de uma folha v em G e o vector \mathbf{x} de um estado da rede. O problema de enumeração dos estados mais prováveis é equivalente à identificação dos endereços das folhas mais pesadas de G .

Yang & Kubat [106] utilizam o algoritmo para obter limites superior e inferior para a desempenhabilidade da rede, após cada iteração, considerando que a medida de desempenho satisfaz uma propriedade de coerência. Diz-se que uma medida de desem-

penho possui a propriedade de coerência quando o facto dos elementos operacionais num estado A , serem um sub-conjunto dos elementos operacionais num estado B , implicar que o desempenho do estado A é menor ou igual ao de B . Esta propriedade é típica das medidas de desempenho baseadas na conectividade.

O número de operações por iteração é $O(n)$, e embora a estrutura da árvore binária só seja efectivamente criada para as folhas identificadas e para os seus antecessores, tal poderá representar uma grande quantidade de dados, para n e m elevados.

Por conseguinte, GeraEstados tem complexidade inferior por iteração e menores requisitos de memória do que este algoritmo [106]. No entanto o algoritmo de Yang & Kubat, para medidas de desempenho que possuem a propriedade de coerência, fornece limites superior e inferior mais próximos, para o mesmo número de iterações.

Por outro lado em muitas aplicações em redes de telecomunicações inter-centrais, com encaminhamento alternativo, tal como acontece no caso estudo em que o algoritmo GeraEstados foi utilizado, a propriedade de coerência não é necessariamente observada por algumas das medidas de desempenho mais significativas. Neste tipo de redes o efeito mais frequente das falhas é o eclodir de sobre-cargas na rede, nas áreas mais afectadas. Em redes de comutação por circuitos, os efeitos do encaminhamento alternativo na região de sobre-carga são geralmente referidos como o problema de estabilidade [107], o qual tem sido estudado de forma extensiva, nomeadamente no contexto das redes telefónicas (ver p. ex. [47]). Este problema consiste num aumento anormal das probabilidades de bloqueio ponto a ponto em certas condições de sobre-carga implicando que o tráfego médio transportado pela rede pode diminuir nessas condições e seguidamente aumentar devido ao efeito de falhas adicionais. Esta situação resulta do facto de falhas adicionais impedirem certos fluxos de tráfego de acederem às áreas da rede mais congestionadas e desse modo permitirem o aumento do tráfego transportado associado a outros fluxos de tráfego, de médias mais elevadas. Note-se que uma das estratégias utilizadas, para prevenir estes efeitos, é o corte, de acordo com certas regras, do acesso de certos fluxos de tráfego (normalmente tráfego de transbordo) às áreas mais congestionadas da rede, o que é equivalente a falhas adicionais *fictícias* na rede original. Assim sendo, o tráfego médio transportado na rede, ou a probabilidade de bloqueio médio da rede, que são medidas de desempenho fundamentais neste tipo de rede de comunicações, poderão não satisfazer a propriedade de coerência que é a base da obtenção de melhores limites inferior e superior para as medidas de desempenho no algoritmo [106].

4.1.7 Agregação de estados: redução funcional do espaço de estados, numa rede de telecomunicações de comutação por circuitos com encaminhamento alternativo

Ir-se-á considerar o problema da redução funcional do espaço de estados de componentes, no contexto dum modelo de análise de fiabilidade–desempenho de uma rede de telecomunicações, representada em dois planos, tal como foi referido no capítulo 3: a rede de componentes e a rede funcional.

A rede de componentes (em número n , os quais são sujeitos a avaria) é constituída por condutas, linhas de transmissão, nós da rede de transporte, multiplexers, conversores, repetidores, etc; estes elementos representam o suporte físico através do qual é estabelecida a comunicação na rede inter-centrais. A rede funcional, é descrita pelas centrais (ou seja os nós de comutação), pelos feixes e respectivas capacidades, pelo algoritmo de encaminhamento e pelos fluxos de tráfego oferecidos ponto a ponto.

Cada estado da rede de componentes tem um estado correspondente no plano funcional o qual apresentará um determinado desempenho para a rede de telecomunicações. Se no plano da rede de componentes existirem elementos que, quando avariados conduzem a estados idênticos na rede funcional, ou seja, que apresentam os mesmos valores para as medidas de desempenho no plano da rede funcional, então pode afirmar-se – num sentido muito lato – que o espaço de estados da rede funcional é menor que o espaço de estados da rede de componentes.

Uma vez que o custo computacional do cálculo das medidas desempenho, para cada estado funcional, é o factor de maior peso no custo computacional total de um modelo de análise de fiabilidade–qualidade de serviço numa rede inter-centrais, procurou-se reduzir o número de vezes que as medidas de desempenho têm de ser calculadas, procurando identificar os estados de avaria, no espaço de estados da rede de componentes, que correspondem a estados idênticos no espaço de estados da rede funcional. Assim, o cálculo das medidas de desempenho da rede será mais eficiente se não for efectuado para cada um dos estados seleccionados da rede de componentes, mas apenas para os estados relevantes da rede funcional, sem repetições.

Seguidamente vai ser apresentado um algoritmo [41, 43] que permite obter, a partir dos estados da rede de componentes, os estados funcionais distintos que lhe correspondem. Este algoritmo utiliza o algoritmo de selecção de estados da rede de componentes, GeraEstados, descrito na secção 4.1.

4.1.7.1 Definições auxiliares

Numa rede inter-centrais de comutação por circuitos com encaminhamento alternativo, os efeitos de cada componente, pertencente ao plano da rede de componentes, reflectem-se sobre a configuração funcional de duas formas:

- através dos nós (as centrais de comutação) que possam ficar inoperacionais;
- através dos feixes que ficam com capacidades reduzidas.

Ou seja, cada central de comutação apenas tem dois estados: operacional ou inoperacional; os feixes, no entanto, podem apresentar vários estados. Por razões que se prendem com a fiabilidade da rede, um feixe, que estabelece a ligação funcional entre duas centrais de comutação, é geralmente constituído por vários caminhos disjuntos no plano da rede de componentes. A capacidade de um feixe é dada pela soma das capacidades de cada um desses caminhos. Quando um componente avaria a descrição da rede deverá permitir identificar o conjunto dos caminhos, no plano da rede de componentes, que ficam indisponíveis e qual a correspondente redução de capacidade nos feixes.

Numa rede deste tipo, os diferentes estados funcionais, causados pela falha isolada de componentes, são identificados a partir do conhecimento das centrais de comutação que ficam inoperacionais (caso haja alguma), e do conjunto de feixes/capacidades afectadas (caso haja algum), e do efeito que essas inoperacionalidades têm sobre os fluxos de tráfego oferecido, conhecido o algoritmo de encaminhamento.

Definição 4.1.14 (Estados funcionalmente idênticos) *Dois estados funcionais são idênticos se cortarem os mesmos fluxos de tráfego, e se apresentarem as mesmas reduções de capacidade nos mesmos feixes, para feixes que não são utilizados apenas por fluxos cortados.*

Esta definição faz depender a redução funcional do espaço de estados não só dos componentes que avariam, mas também da configuração funcional da rede em termos de encaminhamento.

Definição 4.1.15 (Igualdade funcional de componentes) *Sejam $\{i\}$ e $\{j\}$ dois estados da rede de componentes. Se estes estados têm exactamente o mesmo mapeamento funcional, ou seja se o conjunto de centrais de comutação afectadas por um e outro são iguais, e se apresentam o mesmo conjunto de feixes/capacidade afectados, exactamente nos mesmos caminhos da rede de componentes, então diz-se que o componente i é funcionalmente igual ao componente j .*

Um caminho da rede de componentes é definido pela série de um conjunto de componentes. Com base na definição 4.1.15:

Propriedade 4.1.7 *Um componente i é sempre funcionalmente igual a si próprio. Se o componente i é funcionalmente igual a j então o componente j é funcionalmente igual ao componente i . Se o componente i é funcionalmente igual ao componente j e o componente j é funcionalmente igual ao componente k então o componente i é funcionalmente igual ao componente k .*

Das afirmações atrás efectuadas, verifica-se que a relação *igualdade funcional de componentes* define classes de equivalência no conjunto dos elementos da rede de componentes.

Definição 4.1.16 (menor igual) *Seja g um componente e $A_I(g)$ (a classe de equivalência a que g pertence) o conjunto de todos os componentes funcionalmente iguais a g . Um componente $i \in A_I(g)$ goza da propriedade de ser menor igual, se:*

$$i = \min\{i_0 : i_0 \in A_I(g)\}$$

admitindo que a etiquetagem dos componentes, é feita por ordem decrescente de $R[i] = q(i)/p(i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, em que $p(i)$ é a probabilidade de um componente estar ligado e $q(i)$ é a probabilidade de um componente estar desligado, de acordo com a definição 4.1.1.

Propriedade 4.1.8 *Seja g um componente e $A_I(g)$ o conjunto de todos os componentes funcionalmente iguais a g . Se $|A_I(g)| = 1$ (ou seja $A_I(g) = \{g\}$) então g goza da propriedade de ser menor igual.*

Definição 4.1.17 (menor doutro) *Seja g um componente, $A_I(g)$ o conjunto de todos os componentes funcionalmente iguais a g e $i \in A_I(g)$ o componente que goza da propriedade de ser menor igual.*

Se $|A_I(g)| > 1$ então i goza da propriedade de ser menor doutro.

4.1.7.2 Redução funcional dos estados

Dados os estados da rede de componentes e o respectivo mapeamento na rede funcional, pretende-se detectar os estados funcionalmente idênticos. Considere-se que foram detectados os v conjuntos ordenados $(H_i, i = 1, 2, \dots, v)$ de estados da rede de componentes tal que os elementos de cada um desses conjuntos correspondem a estados funcionalmente idênticos:

$$\begin{aligned} H_1 &= \{S_1\} \\ H_2 &= \{S_a, S_b, \dots, S_u\} \\ &\vdots \\ H_v &= \{S_x, S_y, \dots, S_z\} \end{aligned} \tag{4.66}$$

e tal que:

$$\begin{aligned} \sum_v |H_i| &= 2^n \\ \wedge \quad \bigcap_{i=1}^v H_i &= \emptyset \\ \wedge \quad \bigcup_{i=1}^v H_i &= \{S_1, S_2, \dots, S_{2^n}\} \end{aligned} \quad (4.67)$$

em que os S_k são os estados da rede de componentes, com $P(S_k) \geq P(S_{k+1})$.

Na sub-secção 4.1.1 afirma-se que a definição de $\Phi^{(w)}$, $w = 1, 2, \dots, n$, garante que os elementos da família $E^{(w)}$, são ordenados de forma única, mesmo quando $P(E_j^{(w)}) = P(E_{j+1}^{(w)})$. No entanto, embora cada estado S_k esteja biunivocamente relacionado com um $E_j^{(w)}$, nada garante a unicidade da etiquetagem dos S_k , quando $P(S_j) = P(S_{j+1})$.

Considere-se o seguinte exemplo, com $n = 2$, e $p(1) = p(2)$:

$$E_1^{(0)} = \emptyset \quad ; \quad E_1^{(1)} = \{1\} \quad ; \quad E_2^{(1)} = \{2\} \quad ; \quad E_1^{(2)} = \{1, 2\} \quad (4.68)$$

como $P(E_1^{(1)}) = P(E_2^{(1)})$, os estados poderão ser etiquetados:

$$S_1 = E_1^{(0)}, S_2 = E_1^{(1)}, S_3 = E_2^{(1)}, S_4 = E_1^{(2)} \quad (4.69)$$

ou:

$$S_1 = E_1^{(0)}, S_2 = E_2^{(1)}, S_3 = E_1^{(1)}, S_4 = E_1^{(2)} \quad (4.70)$$

Como se pode ver, se a ordenação dos estados depender apenas da sua probabilidade de ocorrência, a sua etiquetagem não é única. É possível, no entanto garantir a unicidade de etiquetagem dos estados.

Definição 4.1.18 (Etiquetagem única dos estados) *Sejam os estados da rede da rede de componentes, S_1, S_2, \dots, S_{2^n} :*

$$\begin{aligned} S_1 &= \emptyset \\ P(S_1) &\geq P(S_2) \geq \dots \geq P(S_{2^n}) \end{aligned}$$

etiquetados de tal forma que:

$$\forall i, k : P(S_i) > P(S_k) \implies i < k \quad (4.71)$$

e

$$\forall i, k : P(S_i) = P(S_k) \wedge |S_i| < |S_k| \implies i < k \quad (4.72)$$

ou

$$\forall i : P(S_i) = P(S_{i+1}) \wedge |S_i| = |S_{i+1}| \implies \exists^1 j : S_i = E_j^{(|S_i|)} \wedge S_{i+1} = E_{j+1}^{(|S_i|)} \quad (4.73)$$

Definição 4.1.19 (Estados mínimos) *Seja:*

$$s_i = \min\{t : S_t \in H_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, v \quad (4.74)$$

em que H_i é um conjunto de estados funcionalmente idênticos, de acordo com as equações (4.66) e (4.67), então os estados S_{s_i} são os v estados mínimos da rede de componentes.

A etiquetagem dos conjuntos de estados H_i , $i = 1, \dots, v$, é única desde que se garanta que, se S_{s_i} e S_{s_j} são estados mínimos e $s_i < s_j$ então $i < j$.

É possível analisar, no plano da rede funcional, os 2^n estados da rede de componentes com base apenas nos v estados mínimos, pois estes cobrem todos os estados funcionais distintos – do ponto de vista das medidas de desempenho a calcular – em número v , de probabilidade:

$$P(H_j) = \sum_{a=1,2,\dots,2^n \wedge S_a \in H_j} P(S_a), \quad j = 1, 2, \dots, v \quad (4.75)$$

Seguem-se agora outras definições e propriedades auxiliares à apresentação do algoritmo de selecção e redução dos estados.

Definição 4.1.20 (S_k^I) *Seja:*

$$S_k = \{e_1, e_2, \dots, e_u\}$$

um estado da rede de componentes. Chama-se S_k^I o conjunto que se obtém substituindo cada componente $e_i \in S_k$ pelo componente pertencente a $A_I(e_i)$ que goza da propriedade de ser menor igual.

Propriedade 4.1.9 *Os estados S_k e S_k^I são funcionalmente idênticos.*

Propriedade 4.1.10 *Se $S_k = S_k^I$ então S_k é um estado mínimo.*

Propriedade 4.1.11 *Seja $S_k \neq S_k^I$, então existe um estado $S_j = S_k^I$ tal que $j < k$, desde que seja garantida a unicidade de etiquetagem dos estados, de acordo com definição 4.1.18; pode ainda afirmar-se: $S_j = S_j^I$.*

Se existir pelo menos um componente g tal que o conjunto $A_I(g)$ tem cardinalidade superior a 1 então, com base na definição de componentes funcionalmente idênticos, é possível reduzir o espaço de estados da rede funcional.

Seja n_I o número de componentes $i = 1, 2, \dots, n$ que gozam da propriedade de ser menor igual e v o número total de estados funcionais distintos, então:

$$v \leq 2^{n_I} \leq 2^n \quad (4.76)$$

Na equação (4.76) escreve-se $v \leq 2^{n_I}$ em vez de $v = 2^{n_I}$ porque poderão existir estados funcionais idênticos que não são identificados com base apenas na igualdade funcional de componentes.

A ideia base do algoritmo sequencial de selecção e agregação dos estados, é a seguinte: cada estado S_k , seleccionado por ordem decrescente de probabilidade, é seguidamente colocado num conjunto onde apenas se encontram estados que lhe são funcionalmente idênticos, ou, caso tal não seja possível, é então criado um novo conjunto cujo único elemento é S_k .

Considere-se que já foram seleccionados m estados, por ordem decrescente de probabilidade e garantindo uma etiquetagem única, tendo sido criados os conjuntos $F(r = 1, 2, \dots, r_m)$. Seja S_k , com $k = m + 1$, o estado seleccionado seguinte. Se $S_k^I = S_k$ então é preciso criar um novo conjunto $F(r_{m+1} = r_m + 1) = \{S_k\}$. Se $S_k^I \neq S_k$ então pela propriedade 4.1.11 existe um estado $S_j = S_k^I$, $j < k$, que pertence ao conjunto $F(r)$, $r \in [2, r_m]$, e o conjunto $F(r)$ deverá passar a ser $F(r) \cup \{S_k\}$. Não é estritamente necessário testar a condição $S_k^I \in F(r)$ para todos o $r = 2, \dots, r_m$ (até que o teste seja bem sucedido) uma vez que, de acordo com a propriedade 4.1.12, apenas alguns conjuntos têm potencialmente cardinal superior a 1.

Propriedade 4.1.12 *Seja:*

$$s_i = \min\{t : S_t \in H_i\}, \quad i \in [1, v] \quad (4.77)$$

Se

$$\nexists e_i \in S_{s_i} : e_i \text{ goza da propriedade de ser menor doutro} \quad (4.78)$$

então $|H_i| = 1$

Defina-se então a função auxiliar Cd , que permite utilizar a propriedade 4.1.12 na escrita do algoritmo de selecção e agregação de estados:

Definição 4.1.21 (Cd) *Seja S_k um estado tal que:*

$$\nexists e_i \in S_k : e_i \text{ goza da propriedade de ser menor doutro} \quad (4.79)$$

então $Cd(S_k)$ *toma o valor lógico F caso contrário toma o valor V.*

Apresenta-se seguidamente o algoritmo de selecção e redução, que insere cada estado seleccionado no correspondente conjunto de estados que lhe são funcionalmente idênticos ou, caso não encontre nenhum nessas condições, cria um novo conjunto em que ele é o primeiro elemento (a verificação da igualdade funcional dos estados é efectuada apenas com base nas propriedades dos componentes funcionalmente iguais). O estado $S_1 = \emptyset$ será o único elemento de $F(1)$ e S_2 é o primeiro elemento de $F(2)$. A variável booleana auxiliar, $A(r)$, indicará para cada conjunto $F(r)$ se o mesmo é ou não um candidato à admissão de um novo estado, para o que basta aplicar a função Cd ao seu primeiro elemento.

Algoritmo GeraReduz (Algoritmo de selecção e redução)

Entradas: Número de elementos sujeitos a avaria n , os vectores $R[i]$ e $P[i]$ com $i \in \{1, 2, \dots, n \geq 2\}$ e as condições de paragem do algoritmo.

Saídas: Conjuntos de estados da rede funcionalmente idênticos, com maior probabilidade de ocorrência, $F(1), F(2), \dots, F(u)$, considerando que $m = \sum_{r=1}^u |F(r)|$ é o número de estados necessário para satisfazer as condições de paragem do algoritmo.

Processamento:

1. Inicializa:

- (a) $F(1) = \{S_1 = \emptyset\}$; $F(2) = \{S_2 = \{1\}\}$; $u = 2$; $k = 2$.
- (b) $A(1) = F$; $A(2) = Cd(S_2)$;

2. Repete

- (a) Incrementar k de uma unidade
- (b) Selecciona, utilizando o algoritmo GeraEstados, o estado S_k
- (c) Se ($S_k^I \neq S_k$) Então
 - i. r toma o valor 2
 - ii. Enquanto $A(r)$ E ($S_k^I \notin F(r)$)
Incrementar r de uma unidade
FimEnquanto

Senão

- i. Incrementar u de uma unidade
- ii. r toma o valor de u
- iii. $F(r)$ toma o valor \emptyset
- iv. $A(r)$ toma o valor $Cd(S_k)$

FimSe

(d) $F(r)$ toma o valor de $F(r) \cup \{S_k\}$

Até que tenham sido seleccionados os estados desejados.

A utilização da variável booleana $A(r)$ na condição 2(c)ii tem implícita um funcionamento otimizado da operação lógica E : a segunda condição só é avaliada se a primeira for verdadeira.

No ponto 2b os estados S_k devem ser obtidos de forma a que a sua etiquetagem seja única, de acordo com a definição 4.1.18, mesmo quando a sua probabilidade é a mesma. A versão apresentada para o algoritmo GeraEstados na sub-secção 4.1.3.2 não garante esta condição uma vez que o valor dos elementos para gestão da “heap” é dado apenas pelas sua probabilidade.

Portanto no algoritmo GeraReduz deverá ser utilizada uma nova versão de GeraEstados. Esta nova versão diferirá da anterior apenas na forma como é calculada a relação de ordem utilizada pelo algoritmo de gestão da “heap”.

Definição 4.1.22 (Relação de ordem para gestão da “heap”) *O estado S_i tem “valor” superior ao estado S_k se se verificar uma das seguintes condições:*

1. $P(S_i) > P(S_k)$
2. $P(S_i) = P(S_k)$ e $|S_i| < |S_k|$
3. $P(S_i) = P(S_k)$ e $|S_i| = |S_k|$ e sendo o estado S_i representado pelo conjunto ordenado $E_a^{(w)}$ e o estado S_k representado pelo conjunto ordenado $E_b^{(w)}$, e $i_0 = \min\{i : \text{elem}(E_a^{(w)}, i) \neq \text{elem}(E_b^{(w)}, i)\}$ então $\text{elem}(E_a^{(w)}, i_0) < \text{elem}(E_b^{(w)}, i_0)$ (ou seja $a < b$).

caso contrário o estado S_i tem “valor” inferior ao estado S_k .

Esta relação de ordem garante a etiquetagem única para os estados gerados por GeraEstados.

Nestas condições a condição de paragem no passo 2(c)ii não necessita verificar se $r \leq u$ porque se $S_k^I \neq S_k$ então pela propriedade 4.1.11 existe um estado $S_j = S_k^I$, $j < k$, que é um estado mínimo e que pertence ao conjunto $F(r)$, $r \in [2, u]$.

Considerando que $m = \sum_{r=1}^u |F(r)|$ é o número de estados necessário para satisfazer as condições de paragem do algoritmo, obtêm-se u conjuntos $F(r)$, $r = 1, 2, \dots, u$, todos diferentes de \emptyset . É claro que alguns destes conjuntos poderiam, eventualmente, ver aumentada a sua cardinalidade/probabilidade se fossem gerados mais estados.

Por construção:

$$S_{r_1}^I = S_{r_2}^I = \dots = S_{r_{|F(r)|}}^I, \quad S_{r_i} \in F(r), \quad i = 1, 2, \dots, |F(r)| \quad (4.80)$$

e pela propriedade 4.1.9 todos os elementos de $F(r)$ são estados funcionalmente idênticos. Por outro lado, ainda por construção e pela propriedade 4.1.11:

$$\exists^1 S_{r_j} \in F(r) : S_{r_j} = S_{r_j}^I \wedge r_j = \min(r_1, r_2, \dots, r_{|F(r)|}), \quad (4.81)$$

pelo que o teste ($S_k^I \notin F(r)$) no passo 2c se resume a comparar o estado S_k^I com o primeiro estado que foi introduzido no conjunto $F(r)$.

4.1.7.3 Breve análise dos requisitos de memória do algoritmo GeraReduz

Considerando que a estrutura de dados utilizada no algoritmo GeraEstados são as listas entrelaçadas descritas na sub-seção 4.1.5 o único custo adicional deste algoritmo será apenas a representação dos conjuntos $F(r)$.

Sempre que um estado S_k é selecionado em GeraEstados, a lista dos elementos desligados que descrevem S_k é possivelmente partilhada por outros estados ainda na “heap” ou eventualmente utilizada para introduzir novos estados. Ao retirar a raiz à “heap” utilizada em GeraEstados, para não perder a representação do estado S_k basta armazenar a sua probabilidade e o ponteiro para a cabeça da lista dos elementos desligados nesse estado.

Embora existam várias possibilidades para o armazenamento dos conjuntos $F(r)$ a solução escolhida, por parecer a mais flexível, foi a que se segue. Cada conjunto $F(r)$ é representado por uma lista de estados, garantindo que à cabeça dessa lista se encontra sempre o primeiro estado inserido (ou seja o estado mínimo). Os elementos dessa lista deverão possuir três campos: probabilidade de cada estado, S_k , o ponteiro para a lista dos elementos desligados nesse estado e ponteiro para o estado seguinte, se existir. O armazenamento dos elementos desligados não representa qualquer custo adicional uma vez que se utilizam as listas entrelaçadas necessárias a GeraEstados. Sendo assim, o custo *adicional* de representação da lista dos elementos desligados em número de inteiros será $O(4m)$, uma vez que $u \leq m$ (considerando que o número de “bytes” utilizados na representação dos inteiros é igual ao utilizado na representação dos ponteiros e que o mesmo é metade do utilizado na representação das probabilidades dos estados).

4.2 Parâmetros de desempenho

Nesta secção vão ser apresentados os parâmetros de desempenho escolhidos para estudo da fiabilidade-qualidade de serviço numa rede inter-centrais com encaminha-

mento alternativo, de acordo com a metodologia descrita no capítulo 3.

A metodologia de análise proposta no capítulo 3 utiliza um modelo de tráfego estocástico bi-paramétrico, com uma descrição completa dos fluxos de tráfego em cada feixe através das respectivas médias marginais, variâncias e probabilidades de bloqueio. Os parâmetros de desempenho escolhidos são de vários tipos, todos eles pesados pelas probabilidades de ocorrência de cada estado analisado. Os parâmetros têm como objetivos: quantificar o desempenho da rede através de valores médios para todos os pares de nós da rede, quer em termos de tráfego transportado, quer em termos de avaliação dos custos do efeito das avarias sobre o rendimento do operador da rede; analisar a qualidade da ligação nó a nó, nomeadamente através dos bloqueios nó a nó, calculando a probabilidade de que o bloqueio médio nó a nó exceda patamares de grau de serviço, previamente especificados; detectar quais os feixes que possuem mais impacto sobre o desempenho da rede, quando sujeita a avarias.

O cálculo das medidas de desempenho para a rede em estudo, tal como já foi referido no capítulo 3, tem implícito que os valores obtidos para cada estado correspondem a valores em regime estacionário para cada um desses estados, e que a transição entre estados ocorre rapidamente, e não é aqui analisada – qualquer tentativa de considerar o desempenho estocástico da rede durante a transição entre estados da rede de componentes tornaria esta análise computacionalmente inviável. Por outro lado, considera-se que os tráfegos oferecidos nó a nó permanecem inalterados, mesmo em situação de avaria na rede, uma vez que é extremamente difícil estimar o qual seria o tráfego oferecido durante a hora mais carregada num estado de avaria.

Neste momento impõe-se a apresentação de uma representação da rede de teletráfego, na qual se enquadrem as definições necessárias à formulação matemática dos parâmetros de desempenho escolhidos para analisar, de forma macroscópica, uma rede inter-centrais, com encaminhamento alternativo.

A formulação matemática utilizada para representar a rede segue muito de perto a notação proposta em [29]. Matematicamente a rede de teletráfego inter-centrais, com comutação por circuitos e encaminhamento alternativo, vai ser representado pelo 6-tuplo ordenado,

$$\mathcal{R} = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, \mathcal{F}, \mathcal{E}, \mathcal{K}, \mathcal{R}_a) \quad (4.82)$$

onde cada elemento representa as entidades seguintes:

Definição 4.2.1 (\mathcal{V}) \mathcal{V} é um conjunto finito de elementos, que se designam por nós (centros de comutação).

$$\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_{|\mathcal{V}|}\}$$

Definição 4.2.2 (\mathcal{L}) \mathcal{L} é um conjunto de elementos, que se designam por arcos, ramos ou feixes da rede:

$$\mathcal{L} = \{l_1, l_2, \dots, l_{|\mathcal{L}|}\}, \quad l_k = (v_i, v_j, b), \quad v_i, v_j \in \mathcal{V}, k = 1, 2, \dots, |\mathcal{L}|, \quad b \in \{V, F\}$$

Se b tem o valor F , então o feixe l_k é unidireccional, ou seja é um feixe que apenas permite a ligação de v_i para v_j . Se b tem o valor V significa que o feixe é bidireccional, ou seja que tanto serve para estabelecer a ligação de v_i para v_j , como serve para estabelecer a ligação de v_j para v_i , e, nesse caso, l_k tanto pode ser representado por (v_i, v_j, V) como por (v_j, v_i, V) .

A definição 4.2.2 implica que o conjunto \mathcal{L} é constituído por elementos de natureza diferente:

- o feixe l_r , $r \in |\mathcal{L}|$, representado pelo triplete (v_i, v_j, F) corresponde ao par ordenado (v_i, v_j) ;
- o feixe l_s , $s \in |\mathcal{L}|$ representado pelo triplete (v_i, v_j, V) ou pelo triplete (v_j, v_i, V) corresponde ao par (v_i, v_j) .

que permitem a coexistência de feixes bidireccionais e unidireccionais na representação da rede.

Definição 4.2.3 (\mathcal{F}) Seja \mathcal{F} o conjunto de fluxos de tráfego:

$$\mathcal{F} = \{f \equiv (v_i, v_j) \in \mathcal{V} \times \mathcal{V} : v_i \neq v_j \wedge A(f) \neq 0\} = \{f_1, f_2, \dots, f_{|\mathcal{F}|}\}$$

Em que $A(f)$ é a média do tráfego (em erlangs), na hora mais carregada, oferecido pelo fluxo $f \in \mathcal{F}$ à rede.

Notar que o termo fluxo de tráfego (representado neste capítulo pelo símbolo $f \in \mathcal{F}$) em sentido genérico designa um processo estocástico pontual que descreve a geração de chamadas de um nó origem para um nó destino (sendo o nó destino diferente do nó origem).

Definição 4.2.4 (Plano de Encaminhamento) Para cada fluxo $f \in \mathcal{F}$ é definido um conjunto ordenado $\mathcal{P}(f)$ de caminhos para o fluxo f , designado por plano de encaminhamento:

$$\mathcal{P}(f) = \{p^1(f), p^2(f), \dots, p^k(f)\}$$

onde $k = |\mathcal{P}(f)|$ depende de f .

Em geral cada caminho $p(f)$ é definido por uma sequência de arcos contíguos de rede:

$$p(f) = \{l'_1, l'_2, \dots, l'_r\}$$

tal que:

$$l'_j = (v'_j, v'_{j+1}, b) \in \mathcal{L}, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

Notar que no caso mais geral (redes com avaria e sem “cranckback”⁴) além dos chamados caminhos completos, para os quais o último arco é $l'_r = (v'_r, v'_{r+1} \equiv v_t, b)$ sendo v_t o nó destino do fluxo $f \equiv (v_s, v_t)$ – ou seja caminhos que permitem alcançar o nó destino – também podem ocorrer os chamados caminhos de perda que não permitem alcançar o nó destino.

Definição 4.2.5 (\mathcal{E}) \mathcal{E} é o conjunto de relações cujos elementos são pares (fluxo, arco):

$$\mathcal{E} = \{(f, l) \in \mathcal{F} \times \mathcal{L} : \exists p \in \mathcal{P}(f) \text{ com } l \in p\}$$

Definição 4.2.6 (\mathcal{K}) \mathcal{K} é uma função que define de forma genérica as capacidades $\mathcal{K}(l)$ dos arcos (feixes):

$$\begin{aligned} \mathcal{C} : \mathcal{L} &\rightarrow \mathcal{Z}_0^+ \\ l &\mapsto \mathcal{K}(l) \end{aligned}$$

O facto da capacidade de um arco (feixe da rede funcional) poder tomar o valor 0 representa uma situação de avaria na rede, ou seja a impossibilidade de um feixe num dado estado de avaria da rede poder escoar tráfego.

Definição 4.2.7 (\mathcal{R}_a) \mathcal{R}_a é o conjunto de regras que juntamente com \mathcal{P} definem totalmente o algoritmo de encaminhamento para todos os fluxos.

Por exemplo, \mathcal{R}_a definirá se existe ou não “cranckback”, ou situações intermédias (“cranckback” só em certos nós de trânsito) e depende do sistema de sinalização da rede física e das funções de encaminhamento implementadas no software de controlo nos centros de comutação.

Os modelos de tráfego subjacentes ao cálculo das medidas de desempenho e/ou qualidade de serviço na rede, baseiam-se nas seguintes hipóteses gerais:

⁴Numa rede sem “cranckback” uma chamada de um fluxo f que escolheu um caminho $p^i(f)$, cujo arco l'_a ($a > 1$) está bloqueado só poderá tentar utilizar caminhos do seu plano de encaminhamento que tenham os primeiros l'_j , com $j = 1, 2, \dots, a - 1$, arcos comuns com $p^i(f)$; caso esses caminhos estejam bloqueados (ou a chamada escolha um caminho de perda) a chamada é perdida mesmo que existam caminhos completos livres no seu plano de encaminhamento, porque a chamada não consegue *recuar* no caminho $p^i(f)$ que escolheu. Para uma resenha sobre encaminhamento alternativo ver [38].

1. Admite-se que os fluxos de tráfego exógeno, oferecidos entre pares de nós são processos de Poisson independentes entre si e que as durações das chamadas e portanto os tempos de ocupação têm uma distribuição exponencial negativa.
2. Considera-se a hipótese simplificativa, usual nas redes deste tipo, da independência estatística das ocupações nos diferentes arcos da rede.
3. Utiliza-se uma modelação estocástica aproximada dos fluxos de tráfego, de tipo bi-paramétrico, baseada na especificação dos dois primeiros momentos, média e variância dos fluxos de tráfego.
4. Adicionalmente admitir-se-á que os bloqueios internos nos centros de comutação, quando operacionais, são nulos ou desprezáveis.

Não se consideram alterações nos tráfegos oferecidos ponto a ponto ou internos às centrais durante um estado de avaria ou nos instantes após a transição do estado de avaria para o estado totalmente operacional. Efectivamente, como já foi referido no capítulo 3, assume-se que como resultado de um acontecimento que provoca a modificação de estado da rede, o sistema comuta rapidamente de um estado estacionário para outro estado estacionário, ou seja são ignorados todos os fenómenos transitórios, dada a complexidade do problema a tratar. Ignora-se por isso um eventual aumento do tráfego ponto a ponto, após o restabelecer do estado totalmente operacional, correspondente à chamada telefónica que minutos antes o utilizador pretendeu estabelecer sem sucesso.

Chama-se ainda a atenção para o facto de que algumas das definições para os parâmetros de desempenho que se vão seguir só são exactas quando o número m de estados considerados é igual ao número total de estados 2^n . Ou seja, quando mais à frente se refere o bloqueio médio ponto a ponto para o fluxo f dado pela equação (4.88), esse bloqueio só é de facto o bloqueio médio se m for igual a 2^n . No entanto, desde que a probabilidade de cobertura obtida com os m estados considerados seja significativa, o erro cometido é desprezável.

4.2.1 Parâmetros de desempenho referidos aos nós e à ligação nó a nó

Como o nome desta sub-secção indica, vão ser aqui apresentados os parâmetros de desempenho que reflectem o desempenho da rede e/ou qualidade de serviço, do ponto de vista dos nós e da ligação nó a nó.

Consideram-se conhecidos:

1. (a) O tráfego oferecido pelo fluxo f :

$$A(f) \quad (4.83)$$

- (b) A receita potencial por erlang.hora no fluxo f , em unidades monetárias:

$$c(f) \quad (4.84)$$

2. (a) O tráfego interno a uma unidade funcional v :

$$A^u(v) \quad (4.85)$$

Uma unidade de comutação presente na rede, pode gerar tráfego para outras centrais (que lhe sejam adjacentes ou não), ou ainda cursar tráfego interno, correspondente ao tráfego entre assinantes que se encontram ligados à rede através dela, aqui representado pelo símbolo $A^u(v)$, para a unidade funcional v .

- (b) A receita potencial por erlang.hora na unidade funcional v , em unidades monetárias:

$$c^u(v) \quad (4.86)$$

O modelo desenvolvido calcula os seguintes parâmetros:

1. Bloqueios médio ponto a ponto (ou seja nó a nó) no estado operacional (para cada um dos fluxos):

$$B_1(f) \quad (4.87)$$

A equação (4.87) constitui o parâmetro de desempenho determinante no dimensionamento de redes de comutação por circuitos, e servirá como valor de referência para o bloqueio ponto a ponto de cada fluxo $f \in \mathcal{F}$, nos estados de avaria.

2. (a) Bloqueio médio ponto a ponto para cada fluxo f :

$$B(f) = \sum_{j=1}^m P_j B_j(f) \quad (4.88)$$

em que P_j é a probabilidade do sistema se encontrar no estado S_j e $B_j(f)$ é o bloqueio para o fluxo f , quando a rede se encontra no estado S_j .

- (b) A probabilidade de falha duma unidade funcional:

$$B^u(v) = \sum_{j=1}^m P_j I_j^u(v) \quad (4.89)$$

em que

$$I_j^u(v) = \begin{cases} 1 & \text{se a unidade funcional } v \text{ está inoperacional no estado } S_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.90)$$

Uma unidade funcional é um componente sujeito a avaria, mas também é um componente que pode ficar inoperacional por falha de outras entidades que lhe são externas, como, por exemplo, o colapso do edifício onde se encontra – daí a necessidade de calcular a probabilidade de inoperacionalidade da mesma.

3. (a) Tráfego perdido em média, para cada fluxo f :

$$L(f) = A(f)B(f) \quad (4.91)$$

- (b) Tráfego interno perdido em média, numa unidade funcional v , devido a avaria:

$$L^u(v) = A^u(v)B^u(v) \quad (4.92)$$

4. (a) Número de estados da rede física em que houve desconexão de um fluxo f e probabilidade de ocorrência dessa desconexão:

$$N(f) = \sum_{j=1}^m I_j(f) \quad (4.93)$$

$$P_d(f) = \sum_{j=1}^m I_j(f)P_j \quad (4.94)$$

em que

$$I_j(f) = \begin{cases} 1 & \text{se o fluxo } f \text{ está desconectado em } S_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.95)$$

- (b) Número de estados da rede física em que houve avaria de uma unidade funcional v e probabilidade de ocorrência dessa desconexão:

$$N^u(v) = \sum_{j=1}^m I_j^u(v) \quad (4.96)$$

$$P_d^u(v) = B^u(v) \quad (4.97)$$

em que $B^u(v)$ é dado por (4.89) e $I_j^u(v)$ por (4.90).

Estas duas últimas medidas de desempenho enquadram-se no âmbito das medidas de conectividade da rede, e dependem do seu grau de conectividade e do grau de encaminhamento alternativo.

5. (a) Custo dos tráfegos perdidos em média ponto a ponto, em unidades monetárias:

$$C_L(f) = c(f)L(f) \quad (4.98)$$

- (b) Custo do tráfego interno perdido em média numa unidade funcional v , devido a avaria, em unidades monetárias:

$$C_L^u(v) = L^u(v)c^u(v) \quad (4.99)$$

6. Probabilidade do bloqueio em cada fluxo f ultrapassar valores pré-estabelecidos \bar{B}_k (por exemplo $\bar{B}_1 =$ grau de serviço marginal tolerável em estados de avaria durante curtos períodos de tempo, e $\bar{B}_2 =$ grau de serviço inaceitável mesmo em situação de avaria na rede)

$$P_{\bar{B}_k}(f) = \sum_{j=1}^m I_{j, \bar{B}_k}(f) P_j \quad (4.100)$$

onde

$$I_{j, \bar{B}_k}(f) = \begin{cases} 1 & \text{se } B_j(f) > \bar{B}_k \text{ no estado } S_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.101)$$

A identificação dos elementos inoperacionais presentes nos estados de avaria que são responsáveis por estas situações é efectuada da forma descrita na sub-secção 4.2.5.

4.2.2 Parâmetros de rede inter-centrais

Os parâmetros de desempenho que seguidamente se apresentam referem-se apenas à rede inter-centrais.

1. Bloqueio médio na rede inter-centrais sem avarias (estado S_1):

$$\beta_1 = \frac{\sum_f A(f)B_1(f)}{A_T} \quad (4.102)$$

em que $B_1(f)$ é o bloqueio médio no fluxo f quando não há avarias em nenhum componente da rede, e A_T é o tráfego total oferecido à rede inter-centrais:

$$A_T = \sum_f A(f) \quad (4.103)$$

A rede deverá ter sido especificada de forma que o bloqueio médio de cada fluxo $f \in \mathcal{F}$, respeite um determinado nível de qualidade de serviço – ou seja $B_1(f)$ deverá ser um valor de compromisso entre a qualidade de serviço experimentada pelo utilizador e o custo da rede necessária para garantir essa qualidade de serviço.

2. Bloqueio médio na rede inter-centrais, β :

$$\beta = \frac{\sum_f L(f)}{A_T} \quad (4.104)$$

em que $L(f)$ é o tráfego perdido em média por cada fluxo $f \in \mathcal{F}$, dado pela equação (4.91).

O bloqueio médio da rede dá uma visão de alguma forma “compacta” do desempenho da rede. Esta medida deverá ser sempre analisada com algum cuidado, pois não basta garantir um valor do bloqueio médio da rede abaixo de determinado valor, ou seja, não basta garantir uma probabilidade de bloqueio baixa para os fluxos com maior intensidade de tráfego, permitindo no entanto que o bloqueio para fluxos que originam menor caudal de tráfego atinja valores inaceitáveis do ponto de vista dos utilizadores que originam esse tráfego.

3. Perda média de receitas na rede inter-centrais sem avarias (estado S_1):

$$C_1 = \sum_f A(f)B_1(f)c(f) \quad (4.105)$$

4. Perda média de receitas na rede inter-centrais em unidades monetárias:

$$C = \sum_f C_L(f) \quad (4.106)$$

Uma vez que nem todos os fluxos $f \in \mathcal{F}$ apresentarão a mesma receita potencial por erlang.hora, $c(f)$, é importante saber qual a perda média de receitas na rede inter-centrais.

5. Perda média de receitas na rede inter-centrais em unidades monetárias por erlang oferecido:

$$D = \frac{C}{A_T} \quad (4.107)$$

6. Limites superior e inferior (de acordo com o modelo de Li e Silvester [75]) da perda média de receitas na rede inter-centrais em unidades monetárias por erlang:

$$D_S = \sum_{j=1}^m P_j D_j + (1 - \sum_{j=1}^m P_j) D_{2^n} \quad (4.108)$$

$$D_I = \sum_{j=1}^m P_j D_j + (1 - \sum_{j=1}^m P_j) D_1 \quad (4.109)$$

onde D_j representa o desempenho médio da rede inter-centrais (perda média de receitas) no estado S_j :

$$D_j = \frac{\sum_f B_j(f)A(f)c(f)}{A_T} \quad (4.110)$$

As equações anteriores são equivalentes a:

$$D_S = D + (1 - \sum_{j=1}^m P_j)D_{2^n} \quad (4.111)$$

$$D_I = D + (1 - \sum_{j=1}^m P_j)D_1 \quad (4.112)$$

7. Limites superior e inferior do bloqueio médio da rede inter-centrais:

$$\beta_S = \sum_{j=1}^m P_j \beta_j + (1 - \sum_{j=1}^m P_j) \beta_{2^n} \quad (4.113)$$

$$\beta_I = \sum_{j=1}^m P_j \beta_j + (1 - \sum_{j=1}^m P_j) \beta_1 \quad (4.114)$$

onde β_j representa o bloqueio médio da rede inter-centrais no estado S_j :

$$\beta_j = \frac{\sum_f B_j(f)A(f)}{A_T} \quad (4.115)$$

As equações anteriores são equivalentes a:

$$\beta_S = \beta + (1 - \sum_{j=1}^m P_j) \beta_{2^n} \quad (4.116)$$

$$\beta_I^g = \beta + (1 - \sum_{j=1}^m P_j) \beta_1 \quad (4.117)$$

8. Probabilidade do bloqueio médio da rede inter-centrais ultrapassar valores pré-estabelecidos $\bar{\beta}_k$:

$$P_{\bar{\beta}_k} = \sum_{j=1}^m I_{j, \bar{\beta}_k} P_j \quad (4.118)$$

onde

$$I_{j, \bar{\beta}_k} = \begin{cases} 1 & \text{se } \beta_j > \bar{\beta}_k \text{ no estado } S_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.119)$$

9. Probabilidade da perda de receitas incremental exceder valores pré-definidos $\Delta \bar{C}_k$:

$$P_{\Delta \bar{C}_k} = \sum_{j=1}^m I_{j, \Delta \bar{C}_k} P_j \quad (4.120)$$

onde

$$I_{j, \Delta \bar{C}_k} = \begin{cases} 1 & \text{se } \sum_f \Delta B_j(f)A(f)c(f) > \Delta \bar{C}_k C_1 \text{ no estado } S_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.121)$$

em que $\Delta B_j(f)$ é dado por:

$$\Delta B_j(f) = B_j(f) - B_1(f) \quad (4.122)$$

e C_1 a perda de rendimento no estado completamente operacional, definida pela equação 4.105.

Os valores $\Delta \bar{C}_k$ (por exemplo perdas de rendimento marginalmente aceitáveis ou totalmente inaceitáveis pelo operador) terão de ser definidos pelo analista percentualmente em relação ao valor esperado de perda de rendimento no estado da rede inter-centrais completamente operacional.

4.2.3 Parâmetros de rede global

As medidas de desempenho nesta subsecção são de certa forma marginais ao modelo de análise de fiabilidade-qualidade de serviço numa rede metropolitana digital.

O objectivo do estudo é a análise da rede inter-centrais pelo que não foram considerados os equipamentos que estabelecem a ligação entre as centrais e os assinantes das redes locais respectivas. Quando uma unidade funcional falha, por avaria de nó da rede de componentes em que se encontra situada ou por avaria dela própria, considera-se que a falha é total e conseqüentemente que o bloqueio toma o valor um.

Os parâmetros de desempenho que seguidamente se apresentam incluem o tráfego interno das unidades funcionais, pelo que se designam de parâmetros de rede global. O tráfego interno a uma unidade funcional é o tráfego gerado pelos assinantes que comunicam entre si apenas por intermédio dessa unidade funcional, e que normalmente experimentam um bloqueio muito pequeno nessas comunicações.

Os parâmetros de rede global têm pouco significado, enquanto parâmetros que possam a vir influenciar decisões quanto a alterações do encaminhamento na rede, na capacidade dos feixes, ou na disposição dos elementos da rede de componentes. Apenas são aqui definidos porque o tráfego interno às centrais de comutação representa um valor significativo do tráfego total e logo da receita total da operadora de telecomunicações. Estes parâmetros possuem a virtude de reforçar o impacto das falhas que afectam as unidades funcionais, pois além do tráfego perdido inter-centrais é levado em contra o tráfego interno à própria central.

Consideram-se conhecidos os seguintes parâmetros:

1. O tráfego total oferecido à rede global, A^g :

$$A^g = A_T + A_T^u \quad (4.123)$$

em que:

$$A_T^u = \sum_v A^u(v) \quad (4.124)$$

2. O rendimento da rede global considerando que o bloqueio é nulo para todos os fluxos:

$$R_0 = \sum_f A(f)c(f) + \sum_v A^u(v)c^u(v) \quad (4.125)$$

O valor dado pela equação (4.125) servirá apenas como o ganho máximo potencial da rede.

O modelo desenvolvido calcula os seguintes parâmetros:

1. Perda média de receitas na rede global sem avarias (estado S_1) – valor nominal:

$$C_1^g = \sum_f A(f)B_1(f)c(f) \quad (4.126)$$

2. Perda média de receitas na rede global em unidades monetárias:

$$C^g = \sum_f C_L(f) + \sum_v C_L^u(v) \quad (4.127)$$

em que $C_L(f)$ é dado por (4.98) e $C_L^u(v)$ é dado por (4.99).

3. Desempenho médio da rede global, medido em termos de perda monetária média da rede em unidades monetárias por erlang oferecido:

$$D^g = \frac{C^g}{A^g} \quad (4.128)$$

4. Limites superior e inferior do desempenho médio da rede global em unidades monetárias por erlang :

$$D_S^g = \sum_{j=1}^m P_j D_j^g + (1 - \sum_{j=1}^m P_j) D_{2^n}^g \quad (4.129)$$

$$D_I^g = \sum_{j=1}^m P_j D_j^g + (1 - \sum_{j=1}^m P_j) D_1^g \quad (4.130)$$

onde D_j^g representa o desempenho médio da rede global no estado S_j :

$$D_j^g = \frac{\sum_f B_j(f)A(f)c(f) + \sum_v I_j^u(v)A^u(v)c^u(v)}{A^g} \quad (4.131)$$

onde $I_j^u(v)$ está definido em (4.90). As equações anteriores são equivalentes a:

$$D_S^g = D^g + (1 - \sum_{j=1}^m P_j) D_{2^n}^g \quad (4.132)$$

$$D_I^g = D^g + (1 - \sum_{j=1}^m P_j) D_1^g \quad (4.133)$$

4.2.4 Quantificação de diversos parâmetros de desempenho de feixe

Considera-se conhecido o número de circuitos em cada feixe l , quando a rede se encontra no estado totalmente operacional:

$$\mathcal{K}_1(l) \quad (4.134)$$

O modelo desenvolvido calcula os seguintes parâmetros de desempenho de feixe:

1. Número médio de circuitos operacionais em cada feixe:

$$\mathcal{K}(l) = \sum_{j=1}^m P_j \mathcal{K}_j(l) \quad (4.135)$$

em que $\mathcal{K}_j(l)$ é o número de circuitos operacionais do feixe l quando a rede se encontra no estado S_j .

2. Valor relativo do número médio de circuitos inoperacionais no feixe l face ao número de circuitos operacionais nesse feixe quando a rede se encontra no estado S_1 :

$$\Delta\mathcal{K}(l) = \frac{\mathcal{K}_1(l) - \mathcal{K}(l)}{\mathcal{K}_1(l)} \quad (4.136)$$

3. O decréscimo de tráfego transportado em média num feixe l :

$$\Delta L_{\mathcal{L}}(l) = \sum_{j=2}^m P_j \sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} \Delta L_{m_j}(f, l) \quad (4.137)$$

onde $\Delta L_{m_j}(f, l)$ é dado por:

$$\Delta L_{m_j}(f, l) = \hat{A}_{m_1}(f, l) - \hat{A}_{m_j}(f, l) \quad (4.138)$$

em que $\hat{A}_{m_j}(f, l)$ é o tráfego marginal transportado de um fluxo f num feixe l quando a rede se encontra no estado S_j e, da mesma forma, $\hat{A}_{m_1}(f, l)$ é o tráfego marginal transportado de um fluxo f num feixe l quando a rede se encontra no estado S_1 , ou seja no estado totalmente operacional.

O tráfego marginal transportado de um fluxo f , $\hat{A}_{m_j}(f, l)$, no feixe l , no estado S_j , é dado por:

$$\hat{A}_{m_j}(f, l) = (1 - B_{m_j}(f, l)) A_{m_j}(f, l) \quad (4.139)$$

em que:

$A_{m_j}(f, l)$: é o tráfego marginal oferecido pelo fluxo f ao feixe l no estado S_j ;

$B_{m_j}(f, l)$: é o bloqueio marginal do fluxo f no feixe l no estado S_j .

Caso o feixe l no estado S_j esteja cortado (i.e. $\mathcal{K}_j(l) = 0$) ou esse feixe apareça apenas em caminhos cortados para o fluxo f então $\hat{A}_{m_j}(f, l) = 0$.

4. O rendimento do feixe l no estado completamente operacional (o estado S_1) é:

$$R_1(l) = \sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} \hat{A}_{m_1}(f, l)c(f) \quad (4.140)$$

sendo $\hat{A}_{m_1}(f, l)$ o tráfego marginal transportado do fluxo f no feixe l no estado totalmente operacional, S_1 – ver equação (4.139), quando $j = 1$.

5. A perda média de rendimento no feixe l devido a avarias na rede é:

$$\Delta R(l) = R_1(l) - R(l) \quad (4.141)$$

em que $R(l)$ é o rendimento médio do feixe l e é dado por:

$$R(l) = \sum_{j=1}^m P_j \sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} \hat{A}_{m_j}(f, l)c(f) \quad (4.142)$$

onde $\hat{A}_{m_j}(f, l)$ é o tráfego marginal transportado dado pela equação (4.139). Caso o feixe l no estado S_j esteja cortado (i.e. $\mathcal{K}_j(l) = 0$) ou esse feixe apareça apenas em caminhos cortados para o fluxo f então $\hat{A}_{m_j}(f, l) = 0$.

O decréscimo médio de tráfego transportado no feixe l , $\Delta L_{m_j}(f, l)$, e o rendimento do feixe l , $R(l)$, dependem de avarias que afectam directamente o feixe l (alterações da sua capacidade) e/ou que o afectam indirectamente (através de alterações dos tráfegos oferecidos a l). Em alguns estados poderá inclusivamente haver um aumento de tráfego transportado nalguns arcos – o qual será *normalmente* correspondido por um decréscimo superior do tráfego transportado noutros arcos.

Notar que as medidas, $\Delta L_{\mathcal{L}}(l)$ e $\Delta R(l)$ representam o reflexo sobre l , em termos de tráfego e rendimento respectivamente, dos efeitos agregados das avarias consideradas na rede.

4.2.5 Quantificação de diversos parâmetros de desempenho por componente sujeito a avaria

A sinalização dos estados que conduzem a uma degradação da qualidade de serviço para além de patamares pré-estabelecidos, pode ser feita através da identificação dos componentes presentes nos estados de avaria que têm mais impacto na rede. A identificação destes componentes pode ser feita segundo mais do que uma perspectiva.

Poderá desejar-se uma ordenação dos elementos de acordo com o tráfego total perdido nos estados em que eles surgem como elementos inoperacionais; poderá preferir-se uma ordenação de acordo com o acréscimo do tráfego (ou rendimento) perdido na rede em situações consideradas indesejáveis, sabendo que um dado componente avariou; ou poderá ainda pretender-se uma identificação dos componentes que quando avariaram afectam algumas ligações central a central de forma especialmente marcante.

Surgem assim os seguintes parâmetros de desempenho, com os respectivos, correspondentes económicos orientados à rede inter-centrais:

1. Acréscimo médio dos tráfegos perdidos em situações em que o componente x está avariado, $\Delta L(x)$:

$$\Delta L(x) = \sum_{j=1}^m P_j X_j(x) \left(\sum_f A(f) \Delta B_j(f) + \sum_v A^u(v) I_j^u(v) \right) \quad (4.143)$$

em que $\Delta B_j(f)$ é dado na equação (4.122), $I_j^u(v)$ é dado na equação (4.90) e $X_j(x)$ é dado por:

$$X_j(x) = \begin{cases} 1 & \text{se o componente } x \text{ está avariado no estado } S_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.144)$$

Nos estados de falha múltipla, por exemplo $S_j = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ (k elementos simultaneamente avariados), a contribuição de S_j para o acréscimo médio total dos tráfegos perdidos na rede global é:

$$P_j \left(\sum_f A(f) \Delta B_j(f) + \sum_v A^u(v) I_j^u(v) \right)$$

e representa uma das parcelas de $\Delta L(x_1), \Delta L(x_2), \dots, \Delta L(x_k)$. Assim a medida dada pela equação (4.143) não mede em termos absolutos a perda de tráfego devido apenas a cada um dos componentes (uma vez que tal é quase sempre indestrinçável, nos estados de falha múltipla).

2. À medida $\Delta L(x)$ corresponderá, em termos de perda de rendimento, o parâmetro:

$$\Delta C(x) = \sum_{j=1}^m P_j X_j(x) \left(\sum_f c(f) A(f) \Delta B_j(f) + \sum_v c^u(v) A^u(v) I_j^u(v) \right) \quad (4.145)$$

em que $\Delta B_j(f)$ é dado na equação (4.122), $I_j^u(v)$ é dado na equação (4.90) e $X_j(x)$ dado por (4.144).

3. Acréscimo de tráfego médio perdido em estados considerados indesejáveis, ou seja acima de um dado patamar para o bloqueio médio na rede inter-centrais, $\bar{\beta}_k$, sabendo que o componente x avariou, $\Delta L_{\bar{\beta}_k}(x)$:

$$\Delta L_{\bar{\beta}_k}(x) = \frac{1}{q(x)} \sum_{j=1}^m P_j I_{j,\bar{\beta}_k} X_j(x) \sum_f A(f) \Delta B_j(f) \quad (4.146)$$

em que $q(x)$ é a probabilidade de inoperacionalidade do componente x , $X_j(x)$ é dado por (4.144), $\Delta B_j(f)$ é dado por (4.122) e $I_{j,\bar{\beta}_k}$ por (4.119).

Em termos probabilísticos deve considerar-se que os componentes com mais impacto relativo no desempenho global da rede, são os que têm maiores valores de $\Delta L_{\bar{\beta}_k}(x)$ associados.

4. Pode calcular-se um parâmetro análogo a $\Delta L_{\bar{\beta}_k}(x)$ relativo ao acréscimo dos custos dos tráfegos perdidos $\Delta C_{\bar{\beta}_k}(x)$:

$$\Delta C_{\bar{\beta}_k}(x) = \frac{1}{q(x)} \sum_{j=1}^m P_j I_{j,\Delta\bar{c}_k} X_j(x) \sum_f A(f) c(f) \Delta B_j(f) \quad (4.147)$$

em que $X_j(x)$ é dado por (4.144), $I_{j,\Delta\bar{c}_k}$ é dado por (4.121) e $\Delta B_j(f)$ é dado por (4.122).

5. O acréscimo médio de tráfego perdido de um dado fluxo, nos estados considerados com grau de serviço (ponto a ponto) deteriorado (i.e. acima do patamar \bar{B}_k) sabendo que o componente x avariou, $\Delta L_{\bar{B}_k}(f|x)$:

$$\Delta L_{\bar{B}_k}(f|x) = \frac{1}{q(x)} \sum_{j=1}^m P_j X_j(x) I_{j,\bar{B}_k}(f) A(f) \Delta B_j(f) \quad (4.148)$$

em que $X_j(x)$ é dado por (4.144), $I_{j,\bar{B}_k}(f)$ é dado por (4.101) e $\Delta B_j(f)$ é dado por (4.122).

Esta identificação dos componentes considerados com maior impacto, corre o risco de ser inviável do ponto de vista computacional, quando a rede é de grandes dimensões: é necessário armazenar matrizes de dimensão $\max(k) \times n \times |\mathcal{F}|$, em que k é o número de patamares, n é o número de componentes sujeitos a avaria e $|\mathcal{F}|$ é o número total de fluxos na rede.

É também possível calcular a probabilidade de um componente x estar avariado sabendo que um fluxo f tem um grau de serviço deteriorado em relação ao patamar \bar{B}_k :

$$P_{\bar{B}_k}(x|f) = \frac{1}{P_{\bar{B}_k}(f)} \sum_{j=1}^m P_j I_{j,\bar{B}_k}(f) X_j(x) \quad (4.149)$$

em que $P_{\bar{B}_k}(f)$ é dado pela equação (4.100) e a probabilidade do componente x estar avariado sabendo que algum fluxo tem um grau de serviço pior do que \bar{B}_k é:

$$P_{\bar{B}_k}(x) = \sum_f P_{\bar{B}_k}(x|f) \quad (4.150)$$

Caso as medidas tenham como objectivo a comparação de alternativas de topologias de rede, de capacidade dos feixes, de regras de encaminhamento e do tráfego oferecido ponto a ponto, então as medidas 1 e 2 da lista anterior devem ser reescritas suprimindo o somatório indexado à variável v pois estas parcelas dizem respeito à rede global e não dependem das alterações subjacentes às alternativas que se pretendem comparar.

4.3 Modelos de tráfego (caracterização de submodelos)

Na secção 4.2 em que foram descritos os parâmetros de desempenho, é pressuposto que são conhecidos, por terem sido previamente calculados, certos parâmetros caracterizadores dos tráfegos na rede, que incluem, entre outros, os fluxos de tráfegos marginais nos feixes e o valor do bloqueio ponto a ponto na rede, para um dado valor de tráfego de Poisson oferecido nó a nó (ou seja central a central), quando a rede se encontra dum dado estado.

O cálculo do bloqueio ponto a ponto em redes de teletráfego com encaminhamento alternativo, usando modelos bi-paramétricos de tráfego (ou outros), põe problemas a nível da especificação dos algoritmos numéricos iterativos globais e dos sub-modelos de cálculo dos tráfegos marginais nos feixes e que são problemas delicados, sobretudo quando se consideram redes de grande dimensão e a existência de avarias em feixes e nós da rede.

Nesta secção vai ser apresentada, de forma sistematizada e sucinta, uma abordagem *algoritmica* destes problemas, tomando como base a função de Wan Chan [15] no que concerne ao cálculo dos bloqueios ponto a ponto em função dos bloqueios marginais e focando por outro lado os vários algoritmos de cálculo numérico desenvolvidos (em [21]) e/ou utilizados ([2, 15, 35, 103]) e a sua interligação no modelo global. A definição e articulação dos vários algoritmos necessários ao cálculo do bloqueios ponto a ponto encontram-se nas sub-secções 4.3.2, 4.3.3, 4.3.4, de acordo com a notação da secção anterior (4.2).

4.3.1 Especificação do problema

O cálculo dos bloqueios ponto a ponto, numa rede definida pela sua estrutura (topologia e capacidades dos feixes), regras de encaminhamento e pelos tráfegos oferecidos entre nós (centros de comutação) levanta várias questões:

1. A obtenção de um algoritmo numérico eficiente, necessariamente iterativo, para cálculo dos bloqueios marginais (experimentados pelos fluxos de tráfego no a nos arcos da rede que podem utilizar, em função do encaminhamento). Este algoritmo é utilizado para resolver um número por vezes muito elevado de equações não lineares, implícitas, que será de dimensão proporcional ao produto do número de fluxos de tráfego origem-destino pelo número de feixes utilizados em média por cada um deles, nos caminhos definidos na rede, pelas regras de encaminhamento.
2. A escolha de um modelo bi-paramétrico de tráfego (por ser o tipo de aproximação mais simples e computacionalmente eficiente numa rede de dimensão significativa) que garanta um compromisso razoável entre eficiência e erros (inerentes à aproximação ao modelo estocástico), para cálculo dos bloqueios marginais em função dos tráfegos e variâncias marginais nos feixes da rede.
3. O cálculo das médias e variâncias marginais em função dos valores correntes dos bloqueios marginais.
4. Cálculo dos bloqueios ponto a ponto em função dos bloqueios marginais.
5. A forma de interacção entre os algoritmos correspondentes aos pontos 1, 2, 3 e 4.

Seguidamente vai ser abordada de forma sistematizada toda esta problemática.

Os pontos 2 e 3 são tratados na sub-secção 4.3.6 e na sub-secção 4.3.5 respectivamente. O ponto 4 encontra-se formalizado na sub-secção 4.3.4 sendo a formulação utilizada para o algoritmo de Wan Chan [15] apresentada detalhadamente no apêndice B. O ponto 5 (e implicitamente o ponto 1) é traduzido pelo algoritmo da iteradora de relaxação na secção A.2 do apêndice A.

4.3.1.1 Parâmetros caracterizadores dos tráfegos

Na secção 4.2 a rede foi representada pelo 6-tuplo ordenado $\mathcal{R} = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, \mathcal{F}, \mathcal{E}, \mathcal{C}, \mathcal{R}_a)$ além de que foram introduzidos, à medida que iam sendo necessários, vários parâmetros descritores dos fluxos de tráfego na rede, normalmente indexados à ordem dos estado ao qual diziam respeito. No texto que se segue, optou-se por omitir essa indexação ao

estado da rede; basta ter presente que os modelos apresentados são aplicáveis a qualquer rede funcional, incluindo aquelas configurações de rede que se obtêm associadas a estados de avaria. Isto não quer dizer que em termos de implementação computacional, a passagem de uma representação da rede funcional para outra rede funcional, devido a avarias, seja trivial – o tratamento dessas questões será efectuado no capítulo 5. Com o objectivo de tornar mais fácil a leitura deste texto apresenta-se em seguida o conjunto de parâmetros utilizados para efeitos de análise de tráfego na rede, tendo em conta as hipóteses enunciadas na secção 4.2, e repetindo alguns dos parâmetros já introduzidos nessa secção, mas deixando cair o índice j referente ao estado S_j , $j = 1, 2, \dots, m$, uma vez que tal não é relevante para a descrição dos modelos de tráfego.

- $A : \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $f \mapsto A(f)$

$A(f) \equiv$ Média do tráfego exógeno do fluxo f .

- $B : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1] \subset \mathbb{R}$, $f \mapsto B(f)$

$B(f) \equiv$ Bloqueio ponto a ponto do fluxo f .

Define a probabilidade de uma chamada do fluxo f ser perdida.

- $A_{\mathcal{L}} : \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $l \mapsto A_{\mathcal{L}}(l)$

$A_{\mathcal{L}}(l) \equiv$ Média do tráfego (global) oferecido ao ramo l .

- $\check{A}_{\mathcal{L}} : \mathcal{L}(l) \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $l \mapsto \check{A}_{\mathcal{L}}(l)$

$\check{A}_{\mathcal{L}}(l) \equiv$ Média do tráfego de transbordo (global) do ramo l .

- $V_{\mathcal{L}} : \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $l \mapsto V_{\mathcal{L}}(l)$

$V_{\mathcal{L}}(l) \equiv$ Variância do tráfego oferecido (global) ao ramo l .

- $B_{\mathcal{L}} : \mathcal{L} \rightarrow [0, 1] \subset \mathbb{R}$, $l \mapsto B_{\mathcal{L}}(l)$

$B_{\mathcal{L}}(l) \equiv$ Bloqueio (global) de chamadas no ramo (feixe) l .

Define a probabilidade de uma chamada arbitrária oferecida ao feixe l ser perdida.

- $\check{V}_{\mathcal{L}} : \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $l \mapsto \check{V}_{\mathcal{L}}(l)$

$\check{V}_{\mathcal{L}}(l) \equiv$ Variância do tráfego de transbordo (global) do ramo l .

- $Z_{\mathcal{L}} : \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $l \mapsto Z_{\mathcal{L}}(l)$

$Z_{\mathcal{L}}(l) \equiv$ Factor de pico do tráfego oferecido (global) ao ramo l .

- $\check{Z}_{\mathcal{L}} : \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $l \mapsto \check{Z}_{\mathcal{L}}(l)$
 $\check{Z}_{\mathcal{L}}(l) \triangleq$ Factor de pico do tráfego de transbordo (global) do ramo l .
- $A_m : \mathcal{F} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $(f, l) \mapsto A_m(f, l)$
 $A_m(f, l) \triangleq$ Média do tráfego marginal oferecido pelo fluxo f ao ramo l (Se $(f, l) \notin \mathcal{E}$, tem-se, $A_m(f, l) = 0$).
- $\check{A}_m : \mathcal{F} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $(f, l) \mapsto \check{A}_m(f, l)$
 $\check{A}_m(f, l) \triangleq$ Média do tráfego marginal de transbordo do fluxo f no ramo l (Se $(f, l) \notin \mathcal{E}$, tem-se, $\check{A}_m(f, l) = 0$).
- $\hat{A}_m : \mathcal{F} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $(f, l) \mapsto \hat{A}_m(f, l)$
 $\hat{A}_m(f, l) \triangleq$ Média do tráfego marginal do fluxo f transportado pelo ramo l (Se $(f, l) \notin \mathcal{E}$, tem-se, $\hat{A}_m(f, l) = 0$).
- $B_m : \mathcal{F} \times \mathcal{L} \rightarrow [0, 1] \subset \mathbb{R}$, $(f, l) \mapsto B_m(f, l)$

$$B_m(f, l) = \begin{cases} \check{A}_m(f, l)/A_m(f, l) & \text{se } (f, l) \in \mathcal{E} \\ 0 & \text{se } (f, l) \notin \mathcal{E} \end{cases} \quad (4.151)$$

$B_m(f, l) \triangleq$ Bloqueio marginal de chamadas do fluxo f no ramo l .

- $V_m : \mathcal{F} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $(f, l) \mapsto V_m(f, l)$
 $V_m(f, l) \triangleq$ Variância do tráfego marginal oferecido pelo fluxo f ao ramo l (Se $(f, l) \notin \mathcal{E}$, tem-se, $V_m(f, l) = 0$).
- $\check{V}_m : \mathcal{F} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $(f, l) \mapsto \check{V}_m(f, l)$
 $\check{V}_m(f, l) \triangleq$ Variância do tráfego marginal de transbordo do fluxo f no ramo l (Se $(f, l) \notin \mathcal{E}$, tem-se, $\check{V}_m(f, l) = 0$).
- $Z_m : \mathcal{F} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $(f, l) \mapsto Z_m(f, l)$
 $Z_m(f, l) \triangleq$ Factor de pico do tráfego marginal oferecido pelo fluxo f ao ramo l (Se $(f, l) \notin \mathcal{E}$, tem-se, $Z_m(f, l) = 0$).
- $\check{Z}_m : \mathcal{F} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $(f, l) \mapsto \check{Z}_m(f, l)$
 $\check{Z}_m(f, l) \triangleq$ Factor de pico do tráfego marginal de transbordo do fluxo f no ramo l (Se $(f, l) \notin \mathcal{E}$, tem-se, $\check{Z}_m(f, l) = 0$).

4.3.1.2 Definição de matrizes auxiliares

Vão agora ser definidas as matrizes e vectores que intervêm na descrição dos algoritmos envolvidos no problema do cálculo dos bloqueios ponto a ponto, PEEB⁵.

Nas definições que se seguem supõe-se fixada uma ordenação para os elementos dos conjuntos \mathcal{V} , \mathcal{L} , \mathcal{F} e \mathcal{E} .

- Matriz do tráfego exógeno: $\overline{A} = [A_{ij}]$, $i, j = 1, 2, \dots, |\mathcal{V}|$

$$A_{ij} = \begin{cases} A(v_i, v_j) & \text{se } f = (v_i, v_j) \in \mathcal{F} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.152)$$

- Matriz de bloqueios ponto a ponto: $\overline{B} = [B_{ij}]$, $i, j = 1, 2, \dots, |\mathcal{V}|$

$$B_{ij} = \begin{cases} B(v_i, v_j) & \text{se } f = (v_i, v_j) \in \mathcal{F} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.153)$$

- Matriz parametrizadora do tráfego oferecido a um ramo $l \in \mathcal{L}$:

$$\overline{AL}(l) = [AL(l)_{ij}], \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, |\mathcal{F}| \quad (4.154)$$

$$AL(l)_{ij} = \begin{cases} A_m(f_j, l) & \text{se } i = 1 \\ V_m(f_j, l) & \text{se } i = 2 \end{cases} \quad (4.155)$$

- Matriz de bloqueios marginais, \overline{BM} , tal que:

$$\overline{BM} = [BM_{ij}], \quad BM_{ij} = B_m(f_i, l_j), \quad i = 1, 2, \dots, |\mathcal{F}|, \quad j = 1, 2, \dots, |\mathcal{L}| \quad (4.156)$$

- Ao vector correspondente à coluna j da matriz \overline{BM} chama-se vector de bloqueios marginais para o ramo l_j , denotado como:

$$\overline{BL}(l_j) = [B_m(f_1, l_j), B_m(f_2, l_j), B_m(f_3, l_j), \dots, B_m(f_{|\mathcal{F}|}, l_j)]^T \quad (4.157)$$

- Ao transposto do vector correspondente à linha i da matriz \overline{BM} chama-se vector de bloqueios marginais para o fluxo f_i , denotado como:

$$\overline{BF}(f_i) = [B_m(f_i, l_1), B_m(f_i, l_2), B_m(f_i, l_3), \dots, B_m(f_i, l_{|\mathcal{L}|})]^T \quad (4.158)$$

- Ao vector:

$$\overline{BE} = [B_m(e_1), B_m(e_2), B_m(e_3), \dots, B_m(e_{|\mathcal{E}|})]^T \quad (4.159)$$

chama-se simplesmente vector de bloqueios marginais.

Segue-se a definição funcional dos algoritmos envolvidos no problema PEEB, usando a formulação proposta em [29].

⁵Em inglês: End-to-End Blocking.

4.3.2 Algoritmos do modelo de carga e do modelo de transbordo

O Algoritmo do Modelo de Carga (AMC) e o Algoritmo do Modelo de Transbordo (AMT) permitem calcular a matriz de bloqueios marginais \overline{BM} .

O AMC envolve algoritmos, descritos na secção 4.3.6 que permitem calcular a matriz parametrizadora do tráfego oferecido $\overline{AL}(l)$ para todo $l \in \mathcal{L}$, a partir da matriz de bloqueios marginais, \overline{BM} . Recorrendo a estes algoritmos consegue-se implementar computacionalmente de forma implícita a função Θ_l , tal que:

$$\overline{AL}(l) = \Theta_l(\overline{BM}), \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.160)$$

O AMT permite calcular o vector de bloqueios marginais $\overline{BL}(l)$ num ramo $l \in \mathcal{L}$, a partir da matriz de tráfego oferecido $\overline{AL}(l)$. Os modelos (aproximados) utilizados no AMT implementado encontram-se descritos na sub-secção 4.3.5. Com estes algoritmos implementam-se computacionalmente de forma implícita as funções Υ_l tais que:

$$\overline{BL}(l) = \Upsilon_l(\overline{AL}(l)), \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.161)$$

$\overline{BL}(l)$ é apenas uma coluna da matriz de bloqueios marginais, \overline{BM} . Para definir todas as colunas de \overline{BM} é necessário definir outra função, seja ela Υ :

$$\overline{BM} = \Upsilon(\overline{AL}(l_1), \overline{AL}(l_2), \overline{AL}(l_3), \dots, \overline{AL}(l_{|\mathcal{L}|})) \quad (4.162)$$

4.3.3 Equações de carga

A partir dos algoritmos AMC e AMT tem-se uma matriz de bloqueios marginais definida implicitamente.

$$\overline{BM} = \Upsilon(\Theta_{l_1}(\overline{BM}), \Theta_{l_2}(\overline{BM}), \Theta_{l_3}(\overline{BM}), \dots, \Theta_{l_{|\mathcal{L}|}}(\overline{BM})) \quad (4.163)$$

Defina-se a função ψ_M

$$\overline{BM} = \psi_M(\overline{BM}) \quad (4.164)$$

Se a equação anterior for escrita em termos dos componentes do vector \overline{BE} (4.159) vem:

$$\begin{cases} B_m(e_1) = \psi_1(B_m(e_1), B_m(e_2), B_m(e_3), \dots, B_m(e_{|\mathcal{E}|})) \\ B_m(e_2) = \psi_2(B_m(e_1), B_m(e_2), B_m(e_3), \dots, B_m(e_{|\mathcal{E}|})) \\ B_m(e_3) = \psi_3(B_m(e_1), B_m(e_2), B_m(e_3), \dots, B_m(e_{|\mathcal{E}|})) \\ \vdots \\ B_m(e_{|\mathcal{E}|}) = \psi_{|\mathcal{E}|}(B_m(e_1), B_m(e_2), B_m(e_3), \dots, B_m(e_{|\mathcal{E}|})) \end{cases} \quad (4.165)$$

designado por *sistema de equações de carga – SEC* [29]. Defina-se uma equação equivalente à anterior em termos de uma função Ψ_V , associada a ψ_V , tais que:

$$\overline{BE} = \psi_V(\overline{BE}) \quad (4.166)$$

$$\Psi_V(\overline{BE}) = \psi_V(\overline{BE}) - \overline{BE} = \vec{0} \quad (4.167)$$

A raiz da equação (4.167) é o zero da função Ψ_V , o ponto fixo de ψ_V , e a matriz solução das probabilidades de bloqueio marginais.

Conclui-se que, partindo dos algoritmos AMC e AMT, se é conduzido a um sistema de equações não lineares (tanto o modelo de carga como o modelo de transbordo são não lineares), sistema esse que tem como solução as probabilidades de bloqueio marginais. A solução numérica das equações de carga encontra-se no apêndice A.

4.3.4 O algoritmo de cálculo dos bloqueios ponto a ponto

O algoritmo de cálculo dos bloqueios ponto a ponto (AEEB) é o algoritmo que permite calcular a matriz de bloqueios ponto a ponto, \overline{B} (4.153) quando está calculada a matriz de bloqueios marginais \overline{BM} (4.156). Este algoritmo é especificado em termos das funções de Wan Chan [15] e calcula o bloqueio ponto a ponto relativo a um certo fluxo $f \in \mathcal{F}$ partindo do vector de bloqueios marginais para o fluxo f , $\overline{BF}(f)$ (4.158). Este algoritmo permite implementar computacionalmente as funções Ω_f , tais que :

$$\overline{B}(f) = \Omega_f(\overline{BF}(f)), \forall f \in \mathcal{F} \quad (4.168)$$

Para calcular \overline{B} é preciso calcular $B(f)$ para todos os fluxos, o que corresponde a definir uma função Ω :

$$\overline{B} = \Omega(\overline{BM}) \quad (4.169)$$

Com os algoritmos AMC e AMT calcula-se, iterativamente, a matriz de bloqueios marginais \overline{BM} . Depois de efectuado esse cálculo pode então ser aplicado o algoritmo AEEB para obter a matriz de bloqueios ponto a ponto \overline{B} .

O cálculo do bloqueio ponto a ponto em função do bloqueio marginal encontra-se no apêndice B, onde é descrita a teoria e o algoritmo de Wan Chan [15], com o fim de tornar este texto tão auto-contido quanto possível.

4.3.5 Cálculo dos bloqueios marginais

Em relação aos modelos aproximados bi-paramétricos de tráfego de transbordo que permitem calcular os bloqueios marginais existem numerosas abordagens/aproximações, desenvolvidas na Teoria do Teletráfego desde as décadas de 50, até muito recentemente.

Sem pretender uma análise exaustiva dum tema, certamente de grande vastidão bibliográfica, podem-se referenciar na lista seguinte de forma muito sintética, as aproximações talvez mais importantes:

- Aproximações clássicas:
 - aproximação de Katz [66];
 - aproximação de Lindberger [76];
 - aproximação de Sanders/Haemers/Wilcke [94].
- Modelo BPP⁶ de Delbrouck [26, 28].
- Aproximações do tipo Fredericks, baseadas na Relação de Congestão:
 - aproximação de Fredericks [35];
 - aproximação de Delbrouck [26];
 - aproximação derivada do método IPP⁷ [72];
 - aproximação de Sanders/Doorn [95];
 - aproximação de Jagerman [95] ;
 - aproximação de Metha/Doorn [81, 95].

Se a aproximação escolhida for uma das do tipo Fredericks, é ainda preciso efectuar outra aproximação para o modelo do fluxo de tráfego global oferecido ao feixe, que permita obter $B_{\mathcal{L}}(l)$, sendo os seguintes os modelos mais utilizados:

- ERT⁸ de Wilkinson [103];
- aproximação de Hayward/Fredericks [34];
- aproximação Decomposição de Sanders/Haemers/Wilcke [94].

Para mais detalhes sobre as diferentes abordagens e consulta bibliográfica remete-se o leitor para as resenhas sobre esta matéria incluídas em [18] e [29].

O modelo utilizado é uma aproximação do tipo Fredericks [35], que exprime o bloqueio marginal $B_m(f, l)$ num feixe l em função do bloqueio médio de chamadas, $B_{\mathcal{L}}(l)$, da congestão no tempo, $E_{\mathcal{L}}(l)$, do factor de pico do tráfego oferecido, $Z_{\mathcal{L}}(l)$, e do factor de pico $Z_m(f, l)$ associado a esse tráfego marginal oferecido:

⁶A designação BPP refere-se a Bernouilli–Poisson–Pascal.

⁷Em inglês: Interrupted Poisson Process.

⁸Em inglês: Equivalent Random Traffic.

$$B_m(f, l) = E_{\mathcal{L}}(l) + \frac{Z_m(f, l) - 1}{Z_{\mathcal{L}}(l) - 1} (B_{\mathcal{L}}(l) - E_{\mathcal{L}}(l)) \quad (4.170)$$

onde $Z_{\mathcal{L}}(l)$ é dado por:

$$Z_{\mathcal{L}}(l) = \frac{V_{\mathcal{L}}(l)}{A_{\mathcal{L}}(l)} \quad (4.171)$$

sendo

$$A_{\mathcal{L}}(l) = \sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} A_m(f, l) \quad (4.172)$$

$$V_{\mathcal{L}}(l) = \sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} V_m(f, l) \quad (4.173)$$

A congestão média de chamadas num feixe de transbordo (probabilidade de bloqueio global de chamadas nesse ramo) será calculada pelo método ERT [103] (revisto mais à frente na sub-secção 4.3.6) envolvendo o cálculo de x^* e A^* , que definem o grupo de azar equivalente:

$$B_{\mathcal{L}}(l) = \frac{\check{A}_{\mathcal{L}}(l)}{A_{\mathcal{L}}(l)} = \frac{E_B(x^* + \mathcal{K}(l), A^*)}{E_B(\mathcal{K}(l), A^*)} \quad (4.174)$$

onde E_B representa a função de Erlang-B e $\check{A}_{\mathcal{L}}(l)$ é o tráfego de transbordo do feixe l :

$$\check{A}_{\mathcal{L}}(l) = \sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} A_m(f, l) B_m(f, l) \quad (4.175)$$

Foi esta a aproximação implementada.

Resta o problema do cálculo da congestão no tempo, $E_{\mathcal{L}}(l)$, ou seja da probabilidade dos circuitos estarem todos ocupados.

Sendo a relação de congestão definida por:

$$R = \frac{B_{\mathcal{L}}(l)}{E_{\mathcal{L}}(l)} \quad (4.176)$$

se conhecermos o seu valor podemos facilmente calcular $E_{\mathcal{L}}(l)$.

Em [95] é feita uma análise circunstanciada do problema do cálculo da relação de congestão. A aproximação proposta por [81] e que em [95] é considerada como a que fornece melhores resultados numa maior variedade de situações estudadas:

$$R^{MVL} = \frac{2A^*\mathcal{K}(l)(x^* - 1)}{A_{\mathcal{L}}(l)x^* \left(x^* + \mathcal{K}(l) - 1 - A^* - \frac{2\mathcal{K}(l)}{x^*} + \sqrt{(x^* + \mathcal{K}(l) - 1 - A^*)^2 + 4\mathcal{K}(l)A^*} \right)} \quad (4.177)$$

foi adoptada no modelo implementado.

A aproximação utilizada – aproximação tipo Fredericks com fórmula de Metha-Doorn e tomando para o tráfego global o modelo ERT de Wilkinson – foi escolhida por

se considerar que, no presente contexto, era um bom compromisso entre a precisão e a eficiência computacional, sendo este último factor de grande peso no nosso modelo do problema PEEB.

4.3.6 Cálculo das médias e variâncias dos tráfegos marginais

Esta sub-secção baseia-se no relatório [21], no qual se pretendeu abordar de forma sistematizada o problema do cálculo dos dois parâmetros (média e variância) utilizados para caracterizar os tráfegos marginais oferecidos aos feixes em redes de teletráfego com encaminhamento alternativo, focando o problema do cálculo das variâncias. Para além da revisão dos modelos clássicos dos sistemas com transbordo que enquadram e servem de base às análises biparamétricas daqueles tráfegos é desenvolvido um algoritmo recursivo baseado no modelo ERT e no conceito de função de Wan Chan [15]. Este método de cálculo é proposto por Craveirinha, Gomes e Esteves [21] para a análise de redes com encaminhamento alternativo de tipo arbitrário, com transbordos múltiplos, considerando duas aproximações distintas para o cálculo das contribuições de cada fluxo marginal para o tráfego oferecido a cada arco (feixe) da rede. Para compreensão do método ir-se-á rever alguns modelos que lhe servem de suporte.

4.3.6.1 Revisão do Método ERT de Wilkinson e Suas Extensões

Vai ser revisto o método ERT de Wilkinson [103] que serve de base à maioria das formulações biparamétricas do cálculo dos tráfegos de transbordo.

Considere-se o sistema de Kosten multidimensional (figura 4.6) com n grupos primários, aos quais são oferecidos tráfegos de Poisson de média $A(f)$, $f \in \mathcal{F}$, cujos circuitos têm um tempo de ocupação exponencial negativa e cujo tráfego de transbordo é oferecido a um grupo secundário com $\mathcal{K}(l_s)$ circuitos igualmente com ocupações com uma duração exponencial negativa.

Na figura 4.6 $A_{\mathcal{L}}(l_s) = \sum_{j=1}^n \check{A}_m(f_j, l_j)$ e $V_{\mathcal{L}} = \sum_{j=1}^n \check{V}_m(f_j, l_j)$, são respectivamente a média e a variância do tráfego total oferecido ao grupo secundário, sendo $\check{A}_m(f_j, l_j)$ e $\check{V}_m(f_j, l_j)$ as médias e as variâncias do tráfego de transbordo do grupo j obtidos das expressões (exactas) do modelo de Kosten unidimensional respectivo:

$$\check{A}_m(f_j, l_j) = A(f_j)E_B(\mathcal{K}(l_j), A(f_j)) \quad (4.178)$$

$$\check{V}_m(f_j, l_j) = \check{A}_m(f_j, l_j) \left[1 - \check{A}_m(f_j, l_j) + \frac{A(f_j)}{\mathcal{K}(l_j) + 1 + \check{A}_m(f_j, l_j) - A(f_j)} \right] \quad (4.179)$$

O tráfego oferecido ao secundário é necessariamente um tráfego de pico e Wilkinson propõe que esse tráfego, caracterizado por $(A_{\mathcal{L}}(l_s), V_{\mathcal{L}}(l_s))$, seja aproximado pelo tráfego de transbordo de um grupo de Erlang-B com acesso completo e com $\mathcal{K}(l^*) \in \mathbb{R}^+$

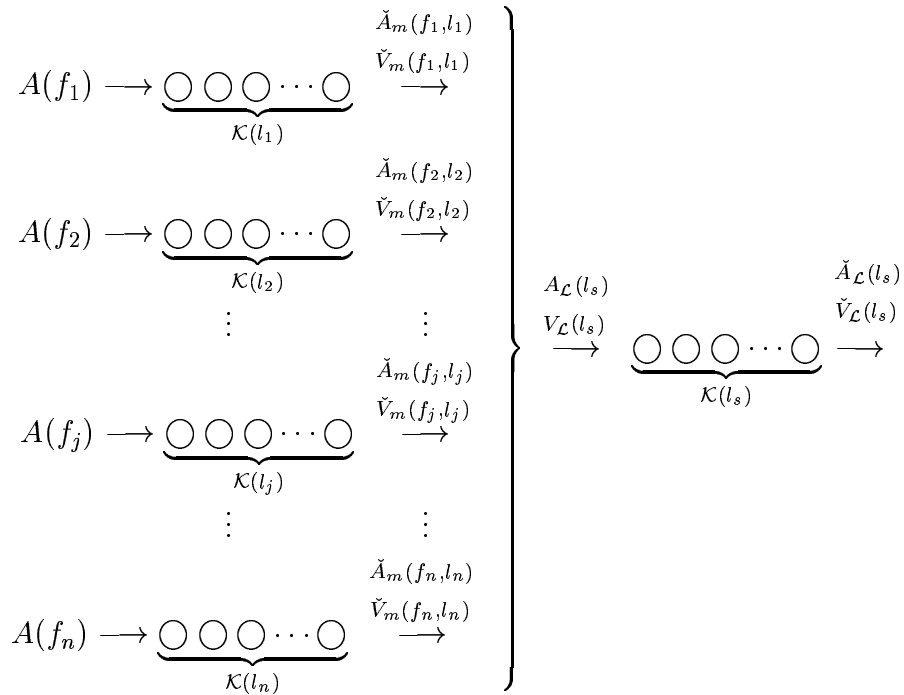


Figura 4.6: Sistema de Kosten multidimensional

circuitos ao qual é oferecido um tráfego de Poisson de média A^* (Tráfego de Azar Equivalente – ERT).

O par de parâmetros $(A^*, \mathcal{K}(l^*))$ definem o “grupo de azar equivalente de Wilkinson”, representado na figura 4.7.

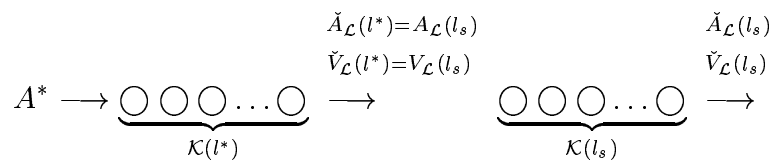


Figura 4.7: Grupo de azar equivalente de Wilkinson

Pelas equações correspondentes a (4.178) e (4.179) obtemos as equações de Wilkinson:

$$\begin{cases} A_{\mathcal{L}}(l_s) = A^* E_B(\mathcal{K}(l^*), A^*) \\ V_{\mathcal{L}}(l_s) = A_{\mathcal{L}}(l_s) \left[1 - A_{\mathcal{L}}(l_s) + \frac{A^*}{\mathcal{K}(l^*) + 1 + A_{\mathcal{L}}(l_s) - A^*} \right] \end{cases} \quad (4.180)$$

Estas equações têm de ser resolvidas em ordem a $\mathcal{K}(l^*)$ e A^* . Em [64] prova-se que a solução deste sistema existe e é única. Em 1964 Rapp [102] obtém uma solução aproximada desses parâmetros, em termos de fórmulas fechadas:

$$A^* \approx V_{\mathcal{L}}(l_s) + 3 \frac{V_{\mathcal{L}}(l_s)}{A_{\mathcal{L}}(l_s)} \left(\frac{V_{\mathcal{L}}(l_s)}{A_{\mathcal{L}}(l_s)} - 1 \right) \quad (4.181)$$

$$\mathcal{K}(l^*) \approx \frac{A^*}{1 - \frac{1}{A_{\mathcal{L}}(l_s) + \frac{V_{\mathcal{L}}(l_s)}{A_{\mathcal{L}}(l_s)}}} - A_{\mathcal{L}}(l_s) - 1 \quad (4.182)$$

Em [63] propõe-se uma iteradora de Newton-Raphson para a obtenção de uma solução mais precisa.

A figura 4.7 não é mais do que a representação de um sistema de Brockmeyer (ver [102]) “equivalente” ao sistema de Kosten multidimensional, “equivalência” essa obtida pela aproximação ERT.

Então a congestão média de chamadas no sistema multidimensional de Kosten é dada por:

$$B_c = \frac{\check{A}_{\mathcal{L}}(l_s)}{A_{\mathcal{L}}(l_s)} \quad (4.183)$$

e pelo método ERT, poderá ser aproximada pelo bloqueio no sistema de Brockmeyer equivalente:

$$B_c \approx \frac{E_B(\mathcal{K}(l^*) + \mathcal{K}(l_s), A^*)}{E_B(\mathcal{K}(l^*), A^*)} = \frac{\check{A}_{\mathcal{L}}(l_s)}{A_{\mathcal{L}}(l_s)} \quad (4.184)$$

A variância do tráfego de transbordo $\check{V}_{\mathcal{L}}(l_s)$ do sistema de Brockmeyer é:

$$\check{V}_{\mathcal{L}}(l_s) = \check{A}_{\mathcal{L}}(l_s) \left[1 - \check{A}_{\mathcal{L}}(l_s) + \frac{A^*}{\mathcal{K}(l^*) + \mathcal{K}(l_s) + 1 + \check{A}_{\mathcal{L}}(l_s) - A^*} \right] \quad (4.185)$$

A aproximação de Akimaru

Akimaru [2] desenvolveu um modelo, para aplicação em sistemas com transbordo nos quais as chamadas rejeitadas pelo grupo primário são oferecidas a um dado grupo secundário (situação representada em termos dum interruptor estocástico) com uma determinada probabilidade. Este modelo será utilizado para calcular o factor de pico do tráfego de transbordo oferecido a um arco de um caminho numa rede com encaminhamento alternativo pelo que será aqui revisto nessa perspectiva.

Considere-se um grupo de N_1 circuitos ao qual é oferecido um tráfego de Poisson de média A . O tráfego de transbordo de tal grupo é depois oferecido a outro grupo de N_2 circuitos quando um interruptor estocástico está fechado (Figura 4.8).

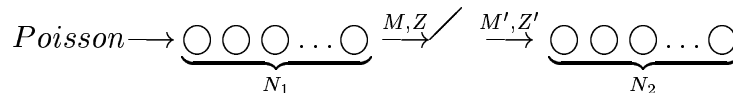


Figura 4.8: Interruptor estocástico

Seja:

$$R = Pr \{ \text{Interruptor estar fechado quando uma chamada sofre transbordo} \} \quad (4.186)$$

Então aquele autor demonstra que o factor de pico Z' do tráfego oferecido a N_2 está relacionado com o factor de pico Z do transbordo de N_1 por:

$$Z' = RZ + 1 - R \quad (4.187)$$

Cálculo da variância do tráfego de transbordo marginal

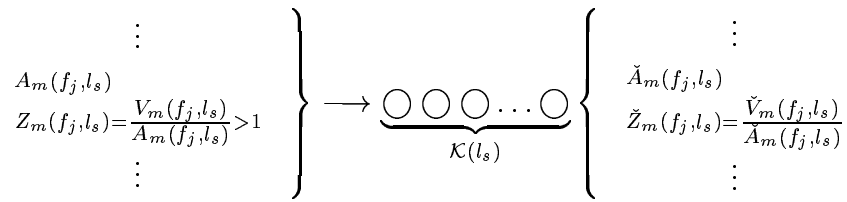


Figura 4.9: Sistema com transbordos marginais

Numa rede com transbordos múltiplos, o modelo de tráfego bi-paramétrico envolve o cálculo das variâncias marginais dos tráfegos de transbordo num dado feixe secundário, conforme se ilustra na figura 4.9. Tomando como referência o fluxo marginal f_j , caracterizado pela média $A_m(f_j, l_s)$ e pela variância $V_m(f_j, l_s)$, oferecido ao feixe l_s e conhecido $\check{A}_m(f_j, l_s)$, média do tráfego de transbordo marginal correspondente – calculado pelo modelo aproximado dos tráfegos de transbordo em associação com o cálculo dos bloqueios marginais – pretende-se calcular a variância $\check{V}_m(f_j, l_s) = \check{Z}_m(f_j, l_s)\check{A}_m(f_j, l_s)$. A aplicação a este problema, do modelo de cálculo sugerido por Delbrouck [27] e aplicado a transbordos múltiplos por Craveirinha e Sumner [19] baseia-se na substituição de $(A_m(f_j, l_s), V_m(f_j, l_s))$ por um grupo de azar equivalente *marginal* $(A(f'_j), \mathcal{K}(l'_j))$ – Figura 4.10.

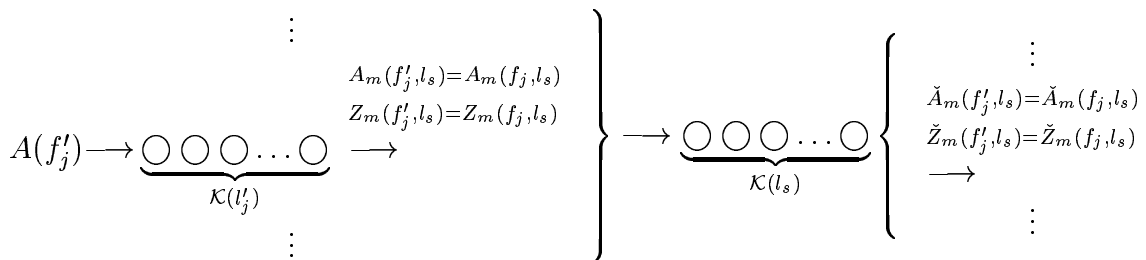


Figura 4.10: Grupo de azar equivalente marginal

A solução aproximada de Rapp dá $A(f'_j)$:

$$A(f'_j) = A_m(f_j, l_s)Z_m(f_j, l_s) + 3Z_m(f_j, l_s) (Z_m(f_j, l_s) - 1) \quad (4.188)$$

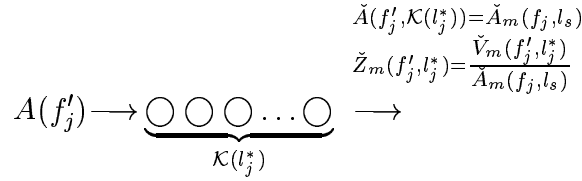


Figura 4.11: Grupo fictício auxiliar

Seja agora o grupo fictício auxiliar da figura 4.11.

Considera-se então a aproximação $\check{Z}_m(f'_j, l_j^*) \approx \check{Z}_m(f_j, l_s)$, sendo $\check{Z}_m(f'_j, l_j^*)$ calculado da equação:

$$A(f'_j) = \check{A}_m(f_j, l_s) + \check{Z}_m(f'_j, l_j^*) + 3\check{Z}_m(f'_j, l_j^*) (\check{Z}_m(f'_j, l_j^*) - 1) \quad (4.189)$$

Este método equivale a resolver aproximadamente:

$$\check{A}_m(f_j, l_s) = A(f'_j) E_B(\mathcal{K}(l_j^*), A(f'_j)) \quad (4.190)$$

$$\check{V}_m(f'_j, l_j^*) = \check{Z}_m(f'_j, l_j^*) \check{A}_m(f_j, l_s) \quad (4.191)$$

$$= \check{A}_m(f_j, l_s) \left(1 - \check{A}_m(f_j, l_s) + \frac{A(f'_j)}{\mathcal{K}(l_j^*) + 1 - A(f'_j) + \check{A}_m(f_j, l_s)} \right) \quad (4.192)$$

e fazer $\check{V}_m(f'_j, l_j^*) \approx \check{V}_m(f_j, l_s)$. Ou seja equivale a substituir o sistema da figura 4.9 pelo modelo de *Brockmeyer marginal* da figura 4.12, onde $\mathcal{K}(l_j^\circ)$ não é explicitamente calculado.

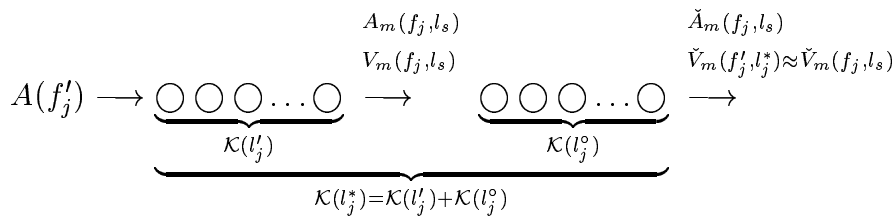


Figura 4.12: Modelo de Brockmeyer marginal equivalente

4.3.6.2 Cálculo do tráfego marginal oferecido por um fluxo a um caminho numa rede com encaminhamento alternativo

Ir-se-á agora abordar o problema da caracterização dos tráfegos marginais num contexto mais geral e complexo: o cálculo das variâncias (e médias) respectivas num arco (feixe) numa rede inter-centrais (onde cada central representa um centro de comutação) com encaminhamento alternativo de tipo arbitrário com selecção condicional ponto a ponto (i.e. “originating office control with crankback”). A complexidade do

cálculo resulta, para além dos transbordos múltiplos, do facto dos tráfegos só serem oferecidos a um ramo se os restantes ramos do caminho respectivo não estiverem bloqueados. Por outro lado podem surgir situações de transbordo mútuos entre arcos da rede.

Admite-se que cada fluxo de tráfego $f = (v_i, v_j)$ entre o par de centrais v_i, v_j (i.e. de v_i para v_j) tem associado um plano de encaminhamento $\mathcal{P}(f)$ definido por uma seqüência de caminhos (completos) de v_i para v_j a que se acrescenta o conjunto vazio. A ordem dum caminho é a ordem pela qual uma chamada tenta utilizá-lo, quando os caminhos anteriores se encontram todos bloqueados.

É aqui descrito um algoritmo de cálculo de médias e variâncias, recursivo, desenvolvido por Craveirinha, Gomes e Esteves [21], que tira partido do conceito da função de Wan Chan [15] e do esquema iterativo baseado no modelo ERT (na sub-secção 4.3.6.1) tal como é descrito em [19] para o caso particular dos caminhos serem disjuntos. Cada um dos aspectos do cálculo será considerado separadamente antes de se formular o algoritmo proposto.

Cálculo da média do tráfego oferecido a cada caminho de $\mathcal{P}(f)$ pelo fluxo f

Seja f um fluxo arbitrário e $\mathcal{P}(f)$ o seu plano de encaminhamento:

$$\mathcal{P}(f) = \{p^1(f), p^2(f), \dots, p^w(f), \emptyset\}$$

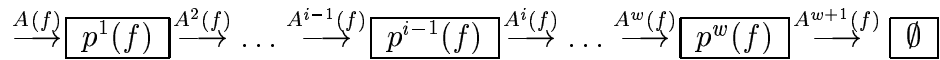


Figura 4.13: Plano de encaminhamento de um fluxo f

Sejam:

- $A^i(f)$: média do tráfego oferecido pelo fluxo f a $p^i(f)$
- $V^i(f)$: variância do tráfego oferecido pelo fluxo f a $p^i(f)$
- $\check{A}^i(f)$: média do tráfego marginal de transbordo do caminho $p^i(f)$
- $\check{V}^i(f)$: variância do tráfego marginal de transbordo do caminho $p^i(f)$

Então:

$$\begin{cases} \check{A}^i(f) = A^{i+1}(f); & A(f) = A^1(f) \\ i = 1, \dots, w \end{cases} \quad (4.193)$$

e

$$\begin{aligned} A^i(f) &= A(f) \times Pr\{ \text{ ser oferecida uma chamada de } f \text{ a } p^{i-1}(f) \text{ e} \\ &\quad \text{este caminho estar bloqueado} \}, \quad (4.194) \\ i &= 2, \dots, |\mathcal{P}(f)| \end{aligned}$$

$$A^i(f) = A(f) \times \underbrace{\sum_{j=i}^{|\mathcal{P}(f)|} Pr \{ \text{usar o caminho } p^j(f) \}}_{g(i)} \quad (4.195)$$

Donde

$$g(i) = g(i+1) + Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^i(f)) \quad (4.196)$$

onde $Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^i(f))$ é a função de Wan Chan [15] (cujo algoritmo de cálculo é revisto no apêndice B) a qual representa a $Pr \{ \text{usar o caminho } p^i(f) \}$.

Da definição resulta:

$$g(\underbrace{|\mathcal{P}(f)|}_{w+1}) = Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^w(f), \emptyset) \quad (4.197)$$

$$\begin{aligned} g(|\mathcal{P}(f)|) &= Pr \{ \text{usar o caminho } \emptyset \} \\ &= Pr \{ p^1(f), p^2(f), \dots, p^w(f) \text{ bloqueados} \mid \emptyset \text{ está livre} \} Pr \{ \emptyset \text{ estar livre} \} \end{aligned} \quad (4.198)$$

Como, por convenção, o caminho \emptyset está sempre livre, temos:

$$g(|\mathcal{P}(f)|) = Pr \{ p^1(f), p^2(f), \dots, p^w(f) \text{ bloqueados} \} \quad (4.199)$$

E por definição da função Q , resulta:

$$g(|\mathcal{P}(f)|) = 1 - \sum_{k=1}^w Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^k(f)) \quad (4.200)$$

$$A^{w+1}(f) = \text{tráfego perdido pelo fluxo } f = A(f)g(w+1) \quad (4.201)$$

Uma expressão mais conveniente para calcular $A^i(f)$ obtém-se observando que:

$$\begin{aligned} \sum_{j=i}^{|\mathcal{P}(f)|} Pr \{ \text{usar o caminho } p^j(f) \} &= 1 - \sum_{j=1}^{i-1} Pr \{ \text{usar o caminho } p^j(f) \}, \\ i &= 2, \dots, |\mathcal{P}(f)| \end{aligned} \quad (4.202)$$

Donde a equação (4.195) se pode escrever:

$$A^i(f) = A(f) \times \left[1 - \sum_{j=1}^{i-1} Pr \{ \text{usar o caminho } p^j(f) \} \right] \quad (4.203)$$

ou seja:

$$A^i(f) = A(f) \times \underbrace{\left[1 - \sum_{j=1}^{i-1} Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^j(f)) \right]}_{s(i-1)} \quad (4.204)$$

$$i = 2, \dots, \underbrace{|\mathcal{P}(f)|}_{w+1}$$

donde, fazendo $s(i) = 1 - \sum_{j=1}^i Pr \{ \text{usar o caminho } p^j(f) \}$:

$$\begin{cases} s(1) = 1 - Q(p^1(f)) \\ s(k) = s(k-1) - Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^k(f)) \\ k = 2, \dots, w \end{cases} \quad (4.205)$$

Defina-se então a matriz parametrizadora do tráfego oferecido a cada caminho de um fluxo $f \in \mathcal{F} : \overline{A}_{\mathcal{P}}(f) = [A_{\mathcal{P}}(f)_{ji}]$, $j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, |\mathcal{P}(f)|$:

$$\overline{A}_{\mathcal{P}}(f)_{ji} = \begin{cases} A^i(f) & \text{se } j = 1 \\ V^i(f) & \text{se } j = 2 \end{cases} \quad (4.206)$$

Pode-se assim formalizar o algoritmo seguinte para calcular os $A^i(f)$:

Algoritmo de cálculo da média do tráfego oferecido por um fluxo f a cada um dos caminhos do seu plano de encaminhamento, $\mathcal{P}(f)$

Entradas: Plano de encaminhamento do fluxo $\mathcal{P}(f)$, tráfego exógeno $A(f)$ e o vector $\overline{BF}(f)$.

Saídas: Tráfego oferecido pelo fluxo f a cada caminho $i = 1, 2, \dots, |\mathcal{P}(f)|$, ou seja a primeira linha da matriz $\overline{A}_{\mathcal{P}}(f)$.

Processamento:

1. Inicializa: $A^1(f) = A(f)$; $s(1) = 1 - Q(p^1(f))$; $w = |\mathcal{P}(f)| - 1$
2. Para $i = 2, 3, \dots, w$
 - (a) $A^i(f)$ toma o valor de $A(f)s(i-1)$
 - (b) $s(i)$ toma o valor de $s(i-1) - Q(p^1(f), p^2(f), \dots, p^i(f))$

FimPara

3. $A^{w+1}(f)$ toma o valor de $A^w(f)s(w)$

De notar que, no algoritmo agora apresentado, $s(i)$, com $i = 1, 2, \dots, w$ poderia ser simplesmente a variável s , uma vez que, na iteração seguinte, apenas é preciso o último valor calculado. Optou-se pela presente forma, para manter a notação de acordo com a definição do factor auxiliar $s(k)$.

O bloqueio experimentado pelo fluxo f (bloqueio ponto a ponto) é simplesmente:

$$B(f) = \frac{A^{w+1}(f)}{A(f)} \quad (4.207)$$

Cálculo da variância do tráfego oferecido a cada caminho de $\mathcal{P}(f)$ pelo fluxo f

Considere-se o esquema da figura 4.14. Como $A^1(f) = A(f)$ é o tráfego exógeno de Poisson então $V^1(f) = A(f)$. Seja $A^i(f)$ o tráfego oferecido ao i -ésimo caminho de $\mathcal{P}(f)$, calculado pelo algoritmo já apresentado nesta sub-seção.

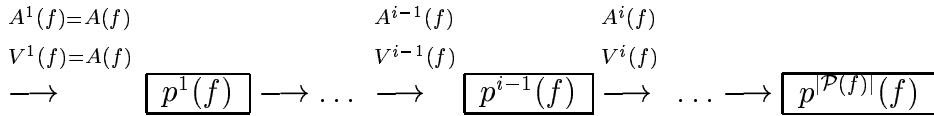


Figura 4.14: Plano de encaminhamento: cálculo da variância

Considerando conhecidos $A^{i-1}(f)$ e $V^{i-1}(f)$, calculamos o tráfego de azar equivalente $A_{eq}^{i-1}(f)$, pela equação (4.181):

$$\begin{cases} A_{eq}^{i-1}(f) = A^{i-1}(f)Z^{i-1}(f) + 3Z^{i-1}(f)(Z^{i-1}(f) - 1) \\ \text{com } Z^{i-1}(f) = \frac{V^{i-1}(f)}{A^{i-1}(f)} \end{cases} \quad (4.208)$$

Represente-se novamente o sistema, figura 4.15, apenas com os caminhos $i - 1$, i e seguintes.

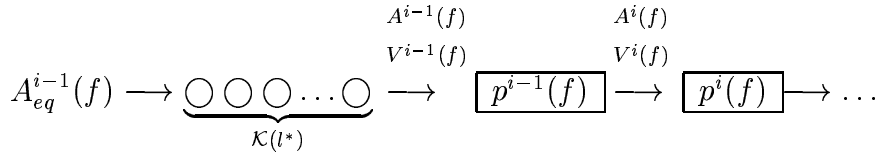


Figura 4.15: Sistema equivalente

Sabe-se que $A^i(f) = \check{A}^{i-1}(f)$ e $V^i(f) = \check{V}^{i-1}(f)$. O valor de $A^i(f)$ é conhecido, logo o valor de $\check{A}^{i-1}(f)$ também. Procura-se agora obter uma aproximação para $V^i(f) = \check{V}^{i-1}(f)$.

A resolução deste problema, traduzido pela figura 4.16, é uma aplicação do método ERT, revisto nesta sub-seção.

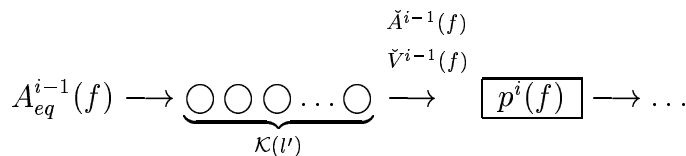


Figura 4.16: Aplicação do método ERT para calcular a variância do tráfego oferecido ao caminho $p(i)$.

Ou seja substitui-se o arco l^* de capacidade $\mathcal{K}(l^*)$ e o caminho $p^{i-1}(f)$ pelo arco l' de capacidade $\mathcal{K}(l')$.

Então $\check{V}^{i-1}(f)$ pode ser obtido da equação:

$$A_{eq}^{i-1}(f) = \underbrace{\check{A}^{i-1}(f)}_{A^i(f)} Z_*^i + 3Z_*^i (Z_*^i - 1) \quad (4.209)$$

fazendo $\check{Z}^{i-1}(f) = Z^i(f) \approx Z_*^i$.

Deste modo obtem-se tal como em [19] uma forma iterativa de calcular as variâncias dos tráfegos oferecidos a cada caminho, uma vez conhecida a sua média.

Pode-se assim formalizar o algoritmo seguinte para calcular os $V^i(f)$:

Algoritmo de cálculo da variância do tráfego oferecido a cada caminho de $\mathcal{P}(f)$ pelo fluxo f

Entradas: Plano de encaminhamento do fluxo $\mathcal{P}(f)$, o vector $\overline{BF}(f)$ e a linha 1 da matriz $\overline{AP}(f)$.

Saídas: A variância do tráfego oferecido pelo fluxo f a cada caminho $i = 1, 2, \dots, |\mathcal{P}(f)|$, ou seja a segunda linha da matriz $\overline{AP}(f)$.

Processamento:

1. Inicializa: $V^1(f) = A^1(f)$;
2. Resolver a equação $A^1(f) = A^2(f)Z + 3Z(Z - 1)$ em ordem a Z
3. $V^2(f)$ toma o valor de $ZA^2(f)$
4. Para $i = 3, \dots, |\mathcal{P}(f)|$ Fazer
 - (a) A_{eq} toma o valor de $A^{i-1}(f)Z + 3Z(Z - 1)$
 - (b) Resolver a equação $A_{eq} = A^i(f)Z + 3Z(Z - 1)$ em ordem a Z .
 - (c) $V^i(f)$ toma o valor de $ZA^i(f)$

FimPara

Neste algoritmo optou-se por simplificar a notação. Assim chama-se a atenção para os seguintes factos:

- O ponto 1 do algoritmo é justificado pelo facto, de que, se o tráfego oferecido é de Poisson, então a variância do tráfego oferecido ao primeiro caminho é igual à média do tráfego oferecido a esse caminho.

- No ponto 2 não é preciso calcular o tráfego de azar equivalente oferecido ao caminho anterior, ou seja ao 1º caminho, uma vez que esse tráfego já é de Poisson, e assim pode passar-se a resolver a equação que dá o factor de pico do tráfego oferecido ao segundo caminho.
- Para caminhos de ordem i , superior a dois, é necessário calcular o tráfego de azar equivalente oferecido ao caminho de ordem $i - 1$, A_{eq} , o que é conseguido no ponto 4a com base nos valores da média e do factor de pico do tráfego oferecido ao caminho anterior, A^{i-1} e Z , respectivamente.

Conhecido A_{eq} , no ponto 4b obtém-se um novo valor para Z que não é mais do que o factor de pico do tráfego oferecido ao caminho de ordem i .

Assim, no ponto 4a Z é sempre o valor do factor de pico do tráfego oferecido ao caminho de ordem $i - 1$ e, no ponto 4c, é o valor do factor de pico do tráfego oferecido ao caminho de ordem i .

4.3.6.3 Cálculo da média e da variância do tráfego oferecido por um fluxo a um arco

Vai finalmente ser abordado o cálculo do tráfego marginal associado ao fluxo arbitrário f e oferecido a um arco l da rede.

Seja $p^i(f)$ um caminho de carga para o arco l i.e. um caminho pertencente a $\mathcal{P}(f)$ e que contenha o arco l . Designar-se-á por $p_i^j(f)$ o trajecto que resulta de $p^i(f)$ retirando o arco l .

Cálculo da Média e da Variância do Tráfego Oferecido por um Fluxo a um Arco – Aproximação A

Adopte-se como definição do parâmetro tráfego oferecido (em erlangs) o valor médio do número de ocupações simultâneas (tráfego transportado) num grupo fictício localizado no arco l com um número de circuitos infinito. Defina-se, para cada par (f, l) e a partir do plano de encaminhamento $\mathcal{P}(f)$:

$$\mathcal{P}(f) = \{p^1(f), p^2(f), \dots, p^w(f), \emptyset\} \quad (4.210)$$

um plano de carga do fluxo f no arco l [29], dado por:

$$\varphi(f, l) = \{p_i^1(f), p_i^2(f), \dots, p_i^u(f)\} \quad (4.211)$$

onde: $p_i^j(f) = \{l' \in p^j(f) \wedge l' \neq l\}$ $j = 1, 2, \dots, u \leq w$ e o caminho $p_i^u(f)$ é o último caminho de carga referente ao par (f, l) . Os caminhos $p_i^j(f)$ foram obtidos dos

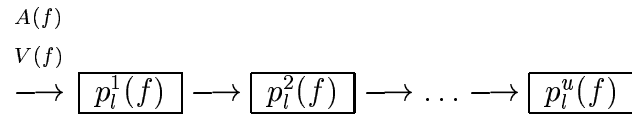


Figura 4.17: Aproximação A

caminhos $p^i(f)$ retirando o arco l da rede (o que equivale a considerá-lo com bloqueio nulo), esquematicamente representado na figura 4.17.

Os blocos representados nesta figura são os conjuntos $p_i^i(f)$ e não os $p^i(f)$, mas o cálculo dos tráfegos oferecidos (média e variância) pode ser efectuado de forma semelhante ao exposto anteriormente.

Para calcular a contribuição do fluxo f para o tráfego oferecido a l através do caminho de carga $p_i^c(f)$ pode considerar-se que a chamada sofre sucessivos transbordos pelos elementos de $\varphi(f, l)$ desde $p_i^1(f)$ até $p_i^{c-1}(f)$, inclusivé, para depois ser oferecida ao ramo l na condição de $p_i^c(f)$ estar livre.

Usar-se-á o modelo de Akimaru para calcular a variância do tráfego marginal oferecido a l , esquematicamente representado na figura 4.18.

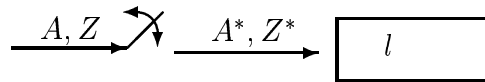


Figura 4.18: Aproximação A: O Interruptor Estocástico

A probabilidade do interruptor estocástico estar fechado é:

$$R^c = Pr \{p_i^c(f) \text{ estar livre para chamadas do fluxo } f\} \quad (4.212)$$

$$R^c = \prod_{\forall l' \in p_i^c(f)} (1 - B_m(f, l')) \quad (4.213)$$

$A = A_i^c(f)$ e $V_i^c(f) = ZA$ calculam-se tal como foi descrito anteriormente (cálculo da média e da variância do tráfego oferecido pelo fluxo f a caminho de $\mathcal{P}(f)$) e as contribuições $A_m^c(f, l)$ e $V_m^c(f, l)$ para o tráfego oferecido a l são:

$$A_m^c(f, l) = A_i^c(f) \times R^c = A^* \quad (4.214)$$

$$V_m^c(f, l) = V^* = Z^* A^* \quad (4.215)$$

com:

$$Z^* = R^c Z + 1 - R^c \quad (4.216)$$

$$Z = \frac{V_i^c(f)}{A_i^c(f)} \quad (4.217)$$

O tráfego total marginal de f no arco l terá assim média:

$$A_m(f, l) = \sum_{\forall p_i^c(f) \in \varphi(f, l) \wedge p^c(f) \in \mathcal{P}(f): p^c(f) \neq p_i^c(f)} A_m^c(f, l) \quad (4.218)$$

e variância

$$V_m(f, l) = \sum_{\forall p_i^c(f) \in \varphi(f, l) \wedge p^c(f) \in \mathcal{P}(f): p^c(f) \neq p_i^c(f)} V_m^c(f, l) \quad (4.219)$$

Cálculo da Média e da Variância do Tráfego Oferecido por um Fluxo a um Arco – Aproximação B

Numa segunda aproximação ir-se-á considerar a definição do tráfego oferecido como sendo o número médio de chamadas oferecidas durante a duração média de cada ocupação (o que inclui portanto, além de chamadas perdidas, possíveis repetições).

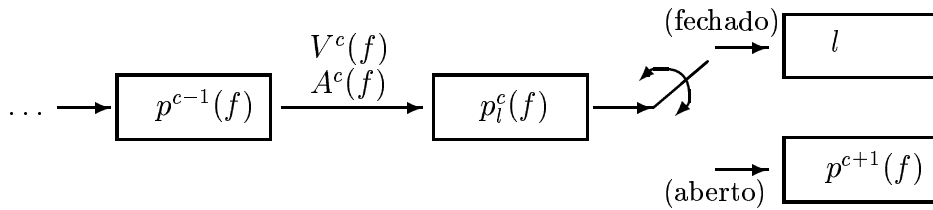


Figura 4.19: Aproximação B

Admite-se igualmente que as chamadas bloqueadas num dado caminho $p^{c-i}(f)$ contendo l podem ser eventualmente oferecidas a outro caminho $p^c(f)$. Esta aproximação tende a sobre-estimar um pouco o tráfego oferecido (em relação à aproximação A) e corresponde a considerar que as chamadas bloqueadas em l , na situação acima referida, podem contribuir como *repetições* para o tráfego oferecido a l em caminhos a jusante. Então o esquema do cálculo será obtido em função do diagrama da figura 4.19.

Proceda-se então como na abordagem anterior, em que R^c (Probabilidade do interruptor estar fechado) tem ainda o mesmo significado e valor (cf. eq. (4.213)). A diferença essencial em relação à aproximação A é que o tráfego $A^c(f)$, $V^c(f)$ é calculado considerando os caminhos $p^1(f), \dots, p^{c-1}(f)$ i.e. sem retirar o arco l desses caminhos.

4.4 Resumindo

Foi apresentado um novo algoritmo para gerar, de forma eficiente e flexível, os estados mais prováveis numa rede sujeita a avarias, o qual não requer a satisfação da propriedade de coerência nas medidas de desempenho a avaliar. Esta aproximação reduz a complexidade por iteração e conseqüentemente o algoritmo proposto tem complexidade inferior aos propostos em [73, 106] e experimentalmente apresenta também

complexidade inferior ao algoritmo proposto em [99]. Os requisitos de memória são também bastante mais baixos do que os utilizados por ORDER-II, NEWORDER ou pelo algoritmo em [106] se n e m são grandes.

A aproximação de Yang & Kubat [106] conduz a melhorias significativas na convergência dos limites inferior e superior das medidas de desempenho, quando comparado com o algoritmo proposto (uma vez que na maior parte dos casos utilizará um menor número de iterações) mas apenas quando as medidas de desempenho de interesse satisfazem a propriedade de coerência. Este facto limita de alguma forma a sua aplicação a certas redes de telecomunicações inter-centrais com encaminhamento alternativo, onde alguns dos parâmetros de desempenho chave não satisfazem necessariamente a propriedade de coerência.

Por outro lado, se numa rede existem componentes cujas avarias produzem estados da rede de componentes funcionalmente idênticos, então o algoritmo GeraReduz permite que sejam analisados m estados funcionais que podem eventualmente corresponder a um número k de estados da rede de componentes significativamente mais elevado. Num estudo de fiabilidade-qualidade de serviço de uma rede de comutação por circuitos em que, para cada estado, é necessário, entre outras medidas de desempenho, o cálculo dos bloqueios ponto a ponto, este cálculo será efectuado apenas m vezes embora os estados de avaria em estudo sejam $k \geq m$. A identificação dos conjuntos de estados da rede funcionalmente idênticos permite obter uma dada probabilidade de cobertura do espaço de estados à custa de um esforço computacional menor do que aquele que seria necessário se cada estado da rede de componentes fosse tratado individualmente.

Foram propostos parâmetros de desempenho orientados à rede inter-centrais, à rede global (incluindo os tráfegos internos às centrais), ao fluxo de tráfego central a central, ao feixe e ao componente sujeito a avaria. Pretende-se com estes parâmetros (como se verá no capítulo 5) avaliar, por exemplo, o impacto das avarias sobre a rede em geral, identificar os fluxos de tráfego que são particularmente afectados e os componentes da rede que, quando avariam, mais contribuem para a degradação de um dado fluxo.

O cálculo dos parâmetros de desempenho tem subjacente um algoritmo numérico iterativo (descrito no apêndice A), que resolve o sistema de equações de carga, que permite obter os bloqueios marginais de cada fluxo de tráfego em cada arco da rede. Foram apresentados o modelo de carga e o modelo de transbordo necessários à definição do sistema de equações de carga; foi descrito um novo algoritmo de cálculo da variância marginal do tráfego oferecido por um fluxo a um arco, o qual faz parte integrante do modelo de tráfego biparamétrico utilizado.

Capítulo 5

Aplicação num caso estudo¹

Com base nos fundamentos teóricos apresentados nos capítulos 3 e 4 foi implementado um modelo computacional cujo principal objectivo é a avaliação integrada da fiabilidade–qualidade de serviço de uma rede inter-centrais de comutação por circuitos de grandes dimensões, especificada em termos dos elementos técnicos que implementam as funções de comutação e transmissão e da rede funcional associada, descrita pelas centrais de comutação, tráfego oferecido inter-centrais (ou seja ponto a ponto), pelos feixes funcionais e pelos algoritmos de encaminhamento.

Esse modelo foi utilizado na análise de fiabilidade–qualidade de serviço na rede inter-centrais da Área Urbana Digital de Lisboa². Apresenta-se uma breve descrição da rede em análise³, sendo em seguida referidos alguns problemas computacionais inerentes à implementação do modelo.

O âmbito de aplicabilidade do modelo será explicitado através da análise de resultados obtidos para algumas das medidas de desempenho calculadas.

5.1 Especificação da rede

A rede pública de telecomunicações de Lisboa, em 1994/95, podia ser dividida em três grandes áreas: Área Urbana, Área Regional Norte e Área Regional Sul. Um

¹O conteúdo deste capítulo é parcialmente baseado nos artigos:

- J. Craveirinha, T. Gomes, e J. Esteves. A model for reliability analysis of a large multiexchange network. Em *Proceedings of the ITC Regional International Teletraffic Seminar*, pág.184–191, South Africa, 1995.
- T. Gomes, J. Craveirinha, I. Baeta, R. Santos, e J. Pereira. A case study on reliability analysis of a multiexchange telecommunication network. Em C. Guedes Soares, editor, *Advances in Safety and Reliability*, pág. 2377–2384. Elsevier Science, 1997.

²A implementação deste modelo decorreu no âmbito de um contrato de colaboração entre os ex-TLP e o núcleo de Coimbra do INESC.

³Uma descrição mais pormenorizada poderia violar o acordo de confidencialidade dos dados, que presidiu ao contrato anteriormente referido.

modelo capaz de fazer a análise de fiabilidade da totalidade da rede de Lisboa seria, em termos computacionais, demasiado pesado e lento, dado o elevado número de elementos sujeitos a avaria e o custo computacional associado ao cálculo do desempenho de cada cenário de avaria. Foi assim decidido que o estudo focaria a Área Urbana Digital e que nós fictícios seriam utilizados para representar o tráfego de entrada e de saída das áreas adjacentes.

A rede da Área Urbana Digital inclui 21 centrais locais e 10 centrais de trânsito. As centrais analógicas na Área Urbana de Lisboa, na Área Regional Norte e na Área Regional Sul são representadas por 11 centrais de comutação locais, as quais se encontram ligadas a centrais de trânsito digitais. Outros nós de comutação inter-ligados à rede e explorados por outros operadores são representados por 4 centrais locais de comutação. Ou seja a rede em estudo é formada por 36 centrais (ou nós) locais e por 10 centrais (ou nós) de trânsito.

Foram construídas matrizes de tráfego de Poisson oferecido nó a nó para a rede em análise. O encaminhamento do tráfego reflecte os procedimentos de encaminhamento na rede real. Na rede da Área Digital Urbana de Lisboa são utilizados dois tipos de encaminhamento: caminhos únicos ou caminhos alternativos; tal resultou numa rede com 693 feixes.

Foi definida uma versão simplificada da rede de transporte da Área Urbana de Lisboa e dos componentes que a suportam, a qual será aqui designada como sendo a rede de componentes.

Os elementos da rede de componentes e da rede funcional foram agrupados de acordo com as suas características técnicas, nos seguintes tipos:

Nó: ponto de acesso à rede de transporte;

Unidade Funcional: central de comutação que se localiza num elemento do tipo *Nó*; corresponde aos nós da rede no plano funcional;

Configuração Funcional: define o tráfego ponto a ponto e os caminhos utilizados em cada ligação ponto a ponto (em que os pontos são elementos do tipo *Unidade Funcional*);

Feixe: estabelece a ligação directa entre dois elementos do tipo *Unidade Funcional*; corresponde a um arco da rede funcional;

Portadora: define uma ligação entre dois elementos do tipo *Nó*, com uma dada capacidade de transmissão (em múltiplos de 64 Kbit/s);

Interface: componentes que adaptam diferentes elementos do tipo *Portadora* e/ou diferentes elementos do tipo *Unidade Funcional*, ajustando e adaptando a velocidade de trama, impedância e codificação;

Físico: representa o meio de transmissão que transporta elementos do tipo *Portadora* (cabos coaxiais, fibras ópticas);

Básico: componentes que suportam e protegem fisicamente os elementos do tipo *Físico* (condutas).

Os elementos do tipo *Nó*, *Unidade Funcional*, *Interface*, *Portadora*, *Físico* e *Básico*, são sujeitos a avaria e definem a rede de componentes. Os elementos do tipo *Unidade Funcional*, *Configuração Funcional* e *Feixe* definem a rede funcional. Com o objectivo de diminuir o número de elementos utilizados na descrição da rede de componentes, elementos com a mesma origem e destino foram agregados num único elemento, resultando numa rede composta de 757 elementos, dos quais 28 são totalmente fiáveis.

A interdependência entre os elementos pertencentes aos tipos descritos é representado pelo diagrama da figura 5.1, em que as setas apontam do elemento dependente para o elemento de suporte. O efeito da avaria de qualquer elemento da rede de componentes sobre a rede funcional pode ser obtido utilizando este diagrama. A título de exemplo considere-se que ocorreu um estado de avaria que resultou da falha de um elemento a do tipo *Físico*. Para determinar o efeito correspondente na rede funcional é necessário obter o conjunto, $por(a)$, de elementos do tipo *Portadora* que utilizam a ; pode(m) então ser identificado(s) o(s) feixe(s) que possui(possuem) caminho(s) no plano da rede de transporte – que está representado na rede de componentes – que utiliza(m) elemento(s) pertencente(s) a $por(a)$; finalmente pode obter-se a capacidade do(s) feixe(s), nesse estado de avaria.

Note-se que cada feixe da rede funcional é representado no plano da rede de componentes por vários caminhos físicos distintos (cada um deles descrito por uma lista de elementos dos tipos interface e portadora) numa implementação visando a diversidade espacial, nos suportes físicos de transmissão, que procura garantir uma boa capacidade de sobrevivência da rede em presença de avarias.

5.2 Aspectos de implementação do modelo

A selecção dos estados de avaria a considerar no estudo de fiabilidade da rede é feita recorrendo ao algoritmo GeraEstados descrito no capítulo 4, o qual permite uma especificação interactiva e eficiente dos estados, os quais são gerados por ordem

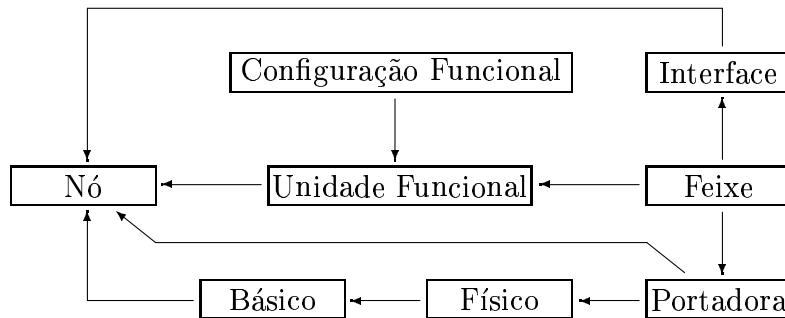


Figura 5.1: Interdependência entre os elementos dos tipos que descrevem a rede

decrecente de prioridade, dada a probabilidade de avaria dos componentes. A geração dos estados pode ser interrompida de acordo com as condições dadas no ponto 2 do método de análise descrito na secção 3.4 do capítulo 3.

O tempo de CPU do modelo é aproximadamente proporcional ao número de vezes que os bloqueios ponto a ponto têm de ser calculados. Foi efectuada uma agregação de estados da rede de componentes que apresentam a mesma descrição dos fluxos de tráfego em cada feixe (médias marginais, variâncias e probabilidades de bloqueio), utilizando o algoritmo GeraReduz descrito na sub-secção 4.1.7 do capítulo 4. Esta agregação funcional dos estados contribuiu de forma significativa para a redução do número de vezes que é necessário recalculer os bloqueios ponto a ponto, como se verá na secção 5.3 deste capítulo. Esta será uma economia que convirá não desprezar, porque quanto maior o grau de detalhe da representação da rede, maior será o número de estados de avaria que será necessário considerar para obter uma dada probabilidade de cobertura.

A avaliação de desempenho da rede em todos os estados seleccionados envolve a determinação dos vários parâmetros propostos na secção 4.2 do capítulo 4. Com esse objectivo foi utilizada uma aproximação estocástica bi-paramétrica (baseada na média e variância) para calcular os fluxos de tráfego, sendo necessário um cálculo eficiente da média e variância dos fluxos marginais em cada feixe. Para o efeito foi implementado um algoritmo para calcular a média e a variância dos fluxos marginais em cada feixe, desenvolvido em [21] e descrito no capítulo 4 na sub-secção 4.3.6. Nessa sub-secção são referidas duas aproximações A e a aproximação B. Os resultados que se apresentam na secção 5.3 correspondem a uma implementação em que foi utilizada a aproximação A⁴.

A função de Erlang-B (com um número inteiro ou real de circuitos) é utilizada frequentemente nos cálculos associados ao modelo de tráfego bi-paramétrico utilizado,

⁴Como, na rede em estudo, nenhum feixe surge em mais do que um caminho do plano de encaminhamento de algum fluxo, ambas as aproximações conduzem ao mesmo resultado.

sendo por isso de primordial importância a eficiência e precisão da sua implementação no modelo implementado. Foi utilizado o algoritmo de Recursão Reduzida⁵ proposto por Esteves, Craveirinha e Cardoso [30] o qual não só é especialmente eficiente quando o número de circuitos é elevado como permite a especificação da precisão desejada.

Os parâmetros de desempenho da rede cujos valores vão ser apresentados podem ser sumariamente agrupados nos seguintes tipos:

- parâmetros de desempenho referidos à ligação ponto a ponto (que medem os efeitos das avarias sobre os tráfegos nó a nó da rede funcional e custos associados);
- parâmetros de desempenho global da rede inter-centrais (que medem, em valor médio, os efeitos das avarias sobre todo o tráfego na rede inter-centrais considerada, e custos associados);
- parâmetros de desempenho de feixe (que traduzem o reflexo sobre cada feixe, em termos de tráfego e perda de rendimento, dos efeitos agregados das avarias consideradas na rede);
- parâmetros de desempenho por componente sujeito a avaria (que permitem uma comparação dos componentes da rede de componentes em função dos efeitos agregados das respectivas avarias, efeitos esses medidos em termos de perdas de tráfego e perda de rendimento);
- parâmetros de desempenho referidos à rede global, ou seja incluindo os tráfegos inter-centrais e os tráfegos internos às centrais.

5.2.1 Representação dos estados de avaria no plano da rede funcional

A representação dos estados funcionais correspondentes aos estados de avaria da rede de componentes, levanta alguns problemas de implementação. Foram consideradas duas soluções:

- (a) para cada estado da rede de componentes criar uma representação completamente nova para o correspondente estado da rede funcional; essa representação deveria incluir apenas os elementos da rede funcional necessários à representação dos fluxos de tráfego que, com probabilidade não nula, ainda são transportados na rede, e à representação dos feixes que transportam algum tráfego;

⁵Quando a gama de valores para o tráfego oferecido não permite a utilização deste algoritmo recorre-se à interpolação de Rapp [92].

- (b) utilizar sempre a representação da rede funcional correspondente ao estado totalmente operacional da rede de componentes, sinalizando os efeitos das avarias da rede de componentes sobre a rede funcional, de forma adequada ao bom funcionamento dos algoritmos de cálculo numérico que resolvem o sistema de equações dos algoritmos do modelo de carga e do modelo de transbordo, descritos no apêndice A. Tal sinalização implica que esses algoritmos sejam capazes de identificar as equações que foram suprimidas (porque um dado feixe l já não transporta qualquer tráfego proveniente de um dado fluxo f e/ou porque esse fluxo f já não oferece tráfego ao referido feixe l).

A solução (a) revelou-se pouco eficiente por várias razões. A primeira é que a inicialização de todas as estruturas de dados necessárias à representação de um novo estado funcional é relativamente onerosa em termos de tempo de CPU. A segunda prende-se com o facto de ser necessário manter uma relação entre as etiquetagens dos fluxos e dos feixes entre estados funcionais de forma a permitir o cálculo das medidas de desempenho. A solução (b), adoptada no modelo implementado, mostrou-se eficiente necessitando apenas das definições que se seguem.

Definição 5.2.1 (Caminho físico cortado) *Um caminho físico, definido por uma série de elementos, diz-se cortado em qualquer das seguintes situações:*

- pelo menos um dos elementos que o define está inoperacional;
- pelo menos um dos elementos que o define está inacessível por avaria de outro componente de cujo estado de operacionalidade ele depende.

Definição 5.2.2 (Feixe inoperacional) *Um feixe diz-se inoperacional, para um dado estado da rede funcional, sempre que avaria uma das suas unidades funcionais extremo e/ou todos os seus caminhos físicos no plano da rede de componentes estão cortados.*

Definição 5.2.3 (Caminho cortado) *Um caminho no plano da rede funcional diz-se cortado, para um dado estado da rede funcional, se pelo menos um dos seus feixes estiver no estado inoperacional.*

Definição 5.2.4 (Fluxo de tráfego cortado) *Um fluxo de tráfego da rede diz-se cortado, para um dado estado da rede funcional, quando são perdidas todas as suas chamadas. Isto sucede sempre que uma das unidades funcionais extremas (origem ou destino) avaria e/ou todos os caminhos do seu plano de encaminhamento são cortados.*

Definição 5.2.5 (Capacidade corrente de um feixe) *A capacidade corrente de um feixe, para um dado estado da rede funcional, é dado pelo número de circuitos operacionais nesse estado.*

Se num dado estado da rede funcional um feixe está inoperacional, então tem capacidade corrente nula.

Definição 5.2.6 (Relação inexistente) *Uma relação $e = (f, l) \in \mathcal{E}_1$ diz-se inexistente, num dado estado da rede funcional, sempre que um feixe $l \in \mathcal{L}$ deixa de poder transportar qualquer tráfego relativo ao fluxo $f \in \mathcal{F}$. Isto pode resultar de três situações distintas:*

- o fluxo f está cortado por avaria das suas unidades funcionais extremas;
- o feixe l está inoperacional;
- o feixe l pertence apenas a caminhos cortados no plano de encaminhamento do fluxo f ;

sendo \mathcal{E}_1 o conjunto de relações definidas no estado da rede funcional que se obtém quando a rede de componentes está no estado S_1 .

Definição 5.2.7 (Feixe cortado) *Um feixe $l \in \mathcal{L}$ diz-se cortado, para um dado estado da rede funcional, quando todas as relações $e = (f, l) \in \mathcal{E}_1$ são inexistentes.*

Definição 5.2.8 (Capacidade disponível de um feixe) *A capacidade disponível de um feixe, para um dado estado da rede é:*

- nula, se o feixe está cortado;
- igual à capacidade corrente, se o feixe não está cortado.

Na resolução das equações subjacentes aos algoritmos do modelo de carga e do modelo de transbordo, a sinalização do efeito de uma avaria no plano da rede de componentes sobre o plano da rede funcional inclui:

- definir as capacidades dos feixes iguais às suas capacidades disponíveis nesse estado; cada feixe $l \in \mathcal{L}$ de capacidade nula implica que o algoritmo do modelo de carga já não precisa calcular a matriz parametrizadora de tráfego, $\overline{AL}(l)$ (ver equação (4.154)) e que o algoritmo do modelo de transbordo não precisa calcular o vector dos bloqueios marginais, $\overline{BL}(l)$ (ver equação (4.157)).
- a identificação das relações inexistentes; cada relação inexistente implica que o sistema de equações de carga (dado em (4.165)) é reduzido de uma equação;
- a identificação dos fluxos cortados (cuja probabilidade de bloqueio é 1) implica que o algoritmo dos bloqueios ponto a ponto não precisa de ser executado para esses fluxos.

5.3 Alguns resultados

Os resultados apresentados, referentes à rede que modela a Rede Digital Urbana de Lisboa em 1994/95, são baseados nas medidas de desempenho, descritas na secção 4.2 do capítulo 4, as quais incluem alguns parâmetros que não fizeram parte da primeira implementação computacional, no âmbito do já referido contrato de colaboração entre o núcleo de Coimbra do INESC e os ex-TLP.

A qualidade dos resultados de qualquer modelo depende também da qualidade dos dados fornecidos. Os resultados que vão ser apresentados em primeiro lugar [42] correspondem aos dados que foram fornecidos pela operadora. Verifica-se que os elementos do tipo *Nó* (que abrange a estrutura de construção civil onde os mesmos se localizam) apresentam probabilidades de inoperacionalidade muito elevadas, porque foi incluído no seu cálculo o risco de terramoto na região de Lisboa. Uma vez que se pretende analisar o efeito da fiabilidade dos componentes técnicos da rede sobre o desempenho/qualidade de serviço da rede, é apresentado um segundo conjunto de resultados, em que se consideram os elementos pertencentes ao tipo *Nó* totalmente fiáveis.

5.3.1 Primeira experiência computacional

Foram obtidos resultados nas seguintes situações: (a) geração sequencial dos estados, por ordem decrescente de probabilidade até que todos os estados de falha isolada sejam considerados; geração sequencial dos estados, por ordem decrescente de probabilidade, até que a probabilidade de cobertura do espaço de estados da rede de componentes atinja os seguintes valores: (b) 99.993%, (c) 99.994% e (d) 99,995%. Na tabela 5.1 apresentam-se:

m : o número de estados seleccionados da rede de componentes;

m^* : o número de vezes que a probabilidade de bloqueio ponto a ponto tem de ser recalculada;

P_c : a probabilidade de cobertura do espaço de estados;

P_m : a probabilidade do último estado da rede de componentes, considerado em cada experiência;

$CPU(horas)$: o número de horas de CPU necessárias em cada uma das situações, (a), (b), (c) e (d).

A selecção de uma probabilidade de cobertura do espaço de estados, adequada, é da maior importância, porque uma boa probabilidade de cobertura do espaço de estados

	(a)	(b)	(c)	(d)
m	730	994	2397	5506
m^*	376	641	1821	3970
P_c	99.9919%	99.9930%	99.9940%	99.9950%
P_m	8.45E-7	2.94E-8	3.89E-9	2.72E-9
CPU(horas)	1.3	2.0	6.7	13.5

Tabela 5.1: Número de estados seleccionados versus probabilidade de cobertura

melhora a precisão e o alcance dos resultados, mas pode também resultar num custo computacional inadmissível. Observando os valores da tabela 5.1 é óbvio que o esforço computacional cresce rapidamente com o aumento de P_c (e quase linearmente com m^*) devido ao grande número de estados que é necessário considerar.

Valores para o bloqueio médio da rede β , dado pela equação (4.104) e os correspondentes limites superior e inferior (β_S e β_I dados pelas equações (4.116) e (4.117) respectivamente) são apresentados na tabela 5.2, onde as designações das colunas têm o mesmo significado que na tabela 5.1. Dos valores na tabela 5.2 conclui-se que a largura do intervalo de confiança, dado por $\beta_S - \beta_I$, diminui linearmente para valores crescentes de P_c , por aproximação dos limites superiores e inferiores. Por seu lado o valor do bloqueio médio da rede vai aumentando ligeiramente com o aumento do número de estados considerados, como aliás seria de esperar. O aumento substancial do tempo de CPU associado com este aumento de precisão encontra-se na última coluna da tabela 5.1. A condição de paragem da iteradora de ponto fixo (ver apêndice A) dada pela equação (A.4) foi $\rho = 1E - 5$.

	(a)	(b)	(c)	(d)
β	4.515E-3	4.519E-3	4.521E-3	4.523E-3
β_S	4.596E-3	4.589E-3	4.581E-3	4.573E-3
β_I	4.516E-3	4.519E-3	4.521E-3	4.523E-3
$\beta_S - \beta_I$	0.08E-3	0.07E-3	0.06E-3	0.05E-3

Tabela 5.2: Bloqueio médio na rede inter-centrais e seus limites inferior e superior

A probabilidade do estado S_1 , ou seja do estado totalmente operacional é 98.7262%. Por conseguinte estão a ser analisados os estados que contribuem no máximo com 1.2738% para a probabilidade de cobertura do espaço de estados. A probabilidade de bloqueio na rede no estado S_1 é 0.3529%, o qual é, como seria de esperar, mais baixo do que β . Os estados de avaria da rede, embora com baixa probabilidade apresentam um impacto significativo no desempenho da rede. Por exemplo alguns fluxos ponto a ponto experimentam aumentos no bloqueio que variam de factores que vão de 2 a 30,

como se pode ver na tabela 5.3.

Fluxo	$B_1(f)$	$B(f)$	$B(f)/B_1(f)$
f_a	5.971E-4	1.761E-3	2.9
f_b	3.035E-4	1.561E-3	4.7
f_c	7.775E-5	1.034E-3	13.3
f_d	3.000E-5	8.855E-4	29.5

Tabela 5.3: Bloqueios médios ponto a ponto no caso (c)

No que diz respeito à rede global podem ver-se os valores obtidos para o seu desempenho médio, D^g , assim como os limites superiores e inferiores, D_S^g e D_I^g respectivamente, na tabela 5.4. O comportamento destes valores é semelhante ao observado para o bloqueio médio inter-centrais.

	(a)	(b)	(c)	(d)
D^g	2.196E-3	2.198E-3	2.199E-3	2.200E-3
D_S^g	2.245E-3	2.240E-3	2.235E-3	2.230E-3
D_I^g	2.196E-3	2.198E-3	2.199E-3	2.200E-3
$D_S^g - D_I^g$	0.049E-3	0.042E-3	0.036E-3	0.030E-3

Tabela 5.4: Desempenho da rede global, em kEsc/erlang

A probabilidade da perda monetária incremental exceder certos valores, pré-definidos em função do estado totalmente operacional, dada pela equação (4.120), encontra-se na tabela 5.5. Chama-se a atenção para o facto desta medida ser uma medida de desempenhabilidade no sentido definido por Meyer [83]. Da tabela 5.5 pode ver-se que $P_{\Delta\bar{C}_k}$, quando $\Delta\bar{C}_k$ é igual a 80%, está próximo das outras probabilidades na tabela, confirmando que os estados de avaria implicam bastante degradação no desempenho da rede.

$\Delta\bar{C}_k$	$P_{\Delta\bar{C}_k}$			
	(a)	(b)	(c)	(d)
20%	1.198E-02	1.199E-2	1.200E-2	1.201E-2
50%	1.113E-02	1.114E-2	1.115E-2	1.116E-2
80%	1.040E-02	1.041E-2	1.042E-2	1.043E-2

Tabela 5.5: Probabilidade da perda incremental exceder valores pré-definidos

Foram detectados na rede um elevado número de desconexões de nó, o qual aumenta significativamente com P_c ; estas desconexões são devidas ao elevado valor da

probabilidade de avaria dos elementos do tipo *Nó* da rede de componentes. Estes valores elevados resultaram da inclusão no seu cálculo do risco de terramoto, o qual é elevado na região de Lisboa. O facto dos elementos do tipo *nó* estarem entre aqueles que mais impacto exercem sobre o desempenho da rede, é confirmado pela listagem, por ordem decrescente, do acréscimo da perda de tráfego (dado pela equação (4.143)) e do acréscimo da perda de rendimento (dado pela equação (4.145)) em estados em que esses elementos estão inoperacionais.

Uma análise cuidada da probabilidade de bloqueio ponto a ponto no estado totalmente operacional da rede e dos correspondentes valores médios (incluindo os estados de avaria da rede de componentes) mostra que alguns fluxos são especialmente afectados pelos estados de avaria. A identificação dos elementos da rede de componentes que contribuem mais fortemente para a degradação de um dado fluxo pode ser obtida, numa primeira aproximação, com base na situação de falha isolada de todos os componentes. Nas situações de falha múltipla nem sempre é possível identificar exactamente quais os elementos que efectivamente dão origem a um aumento da probabilidade de bloqueio de um dado fluxo.

Foram obtidos resultados, correspondentes à equação (4.148), com o objectivo de identificar a relação entre a degradação dos bloqueios ponto a ponto e as avarias de elementos da rede de componentes. Esta medida de desempenho dá origem a ficheiros de dados de grande dimensão (como já foi referido no capítulo 4). A definição dos \bar{B}_k (limiar do patamar de ordem k para o bloqueio ponto a ponto) deve ser feita com algum cuidado, de forma a controlar a dimensão dos ficheiros e a não deixar passar despercebidas situações intoleráveis de bloqueio excessivamente elevado e/ou de desconexão do fluxo. Considere-se o seguinte exemplo de utilização destes ficheiros. Foi seleccionado o feixe f que na situação (a) apresenta $N(f) = 6$ e uma probabilidade de desconexão $P_d(f)$ dada por 0.06366% (de acordo com as equações (4.93) e (4.94) respectivamente). Estas desconexões no fluxo, que possuiu dois caminhos no plano da rede funcional, são devidas à avaria de qualquer uma das unidades de comutação que são extremos dos feixes utilizados pelo fluxo e/ou devido à falha de quaisquer dos nós em que as mesmas se situam. Na tabela 5.6 apresentam-se os incrementos médios de tráfego perdido para o fluxo f (ver equação (4.148)) em erlangs, para os estados, S_j , em que $B_j(f)$ ultrapassou os valores $\bar{B}_1 = 10\%$, $\bar{B}_2 = 20\%$, e $\bar{B}_3 = 50\%$, sabendo que cada elemento falhou (na situação (a)). O tráfego oferecido pelo fluxo f à rede é 13.38 (Erl).

A tabela 5.6 não apresenta todos os componentes que possivelmente são responsáveis pelo bloqueio excessivo do fluxo f . O elemento x_1 é do tipo *Nó* e afecta uma central funcional que não é utilizada pelo fluxo f , mas que provoca um aumento do tráfego

Elemento x	$\bar{B}_1 = 10\%$	$\bar{B}_2 = 20\%$	$\bar{B}_3 = 50\%$
	$\Delta L_{\bar{B}_1}(f x)$	$\Delta L_{\bar{B}_2}(f x)$	$\Delta L_{\bar{B}_3}(f x)$
x_1	2.237	0	0
x_2	6.091	6.091	0
x_3	10.23	10.23	10.23

Tabela 5.6: Identificação do impacto da avaria de um dado elemento sobre um dado fluxo no caso (a)

oferecido a feixes que pertencem aos caminhos do plano de encaminhamento do fluxo f ; o elemento x_2 é do tipo *Portadora* e o elemento x_3 é do tipo *Físico*. É óbvio que os elementos que deveriam ser objecto de análise são especialmente os elementos x_2 e x_3 , porque embora não sejam responsáveis por uma desconexão do fluxo, quando falham a probabilidade de bloqueio aumenta excessivamente.

No que concerne ao desempenho dos feixes, o número médio de circuitos operacionais, (dado pela equação (4.135)) é muito próximo do número total de circuitos para quase todos os feixes: a razão entre o número médio de circuitos operacionais nos feixes $l \in \mathcal{L}$, $\mathcal{K}(l)$, e o número de circuitos nos feixes no estado operacional, $\mathcal{K}_1(l)$, tem como valor mínimo 0.9975, para todas as situações testadas. Para efeitos de identificação dos feixes que têm mais impacto no desempenho da rede a comparação pode ser feita em termos absolutos, pelo decréscimo de rendimento ou do tráfego transportado devido a avarias, ou em termos relativos comparando o decréscimo de rendimento com o rendimento no estado operacional.

Na tabela 5.7 encontram-se alguns valores (para o caso (d)), em que $\Delta\mathcal{K}(l)$ – equação (4.136) – é o valor relativo do número médio de circuitos inoperacionais no feixe l face ao número de circuitos operacionais nesse feixe quando a rede se encontra no estado completamente operacional (o estado S_1), $R_1(l)$ – equação (4.140) – é o rendimento do feixe l no estado completamente operacional, $\Delta R(l) = R_1(l) - R(l)$ – equação (4.141) – é a perda média de rendimento no feixe l devido a avarias na rede e $\Delta L_{\mathcal{L}}(l)$ – equação (4.137) – é o decréscimo de tráfego transportado em média num feixe l . Os três feixes escolhidos apresentam um número de circuitos crescente e um rácio crescente de circuitos operacionais; o feixe l_c é o que apresenta maior impacto sobre o desempenho da rede, porque é o que apresenta maior perda de tráfego e de rendimento em valores absolutos. Por outro lado o feixe l_a , embora apresente menos circuitos que o feixe l_b , causa maior perda de tráfego e de rendimento do que este. Logo o feixe l_a deverá ser um feixe cujas causas de avaria deverão ser examinadas com cuidado.

Nem todos os feixes experimentam diminuição do tráfego transportado, devido a avarias. Certos feixes, devido a avarias na rede de componentes, transportam tráfego

l	$\mathcal{K}_1(l)$	$\mathcal{K}(l)$	$\Delta\mathcal{K}(l)$	$R_1(l)$	$\Delta R(l)$	$\Delta L_{\mathcal{L}}(l)$
l_a	30	29.936	0.9979	15.65	3.140E-2	5.102E-2
l_b	90	89.826	0.9981	27.67	2.195E-2	3.427E-2
l_c	180	179.732	0.9985	81.11	1.032E-1	1.625E-1

Tabela 5.7: Situação (d): medidas de desempenho para três feixes

que normalmente não lhes seria oferecido, pelo que, paradoxalmente, podem experimentar um aumento do tráfego transportado, devido a avarias na rede. Desta forma, o decréscimo de tráfego transportado num feixe ou a perda de rendimento num feixe devido a avarias é uma medida de desempenho que pode não respeitar a propriedade de coerência tal como foi definida no capítulo 2. Na tabela 5.8 apresentam-se valores para alguns desses feixes e para as situações (a) e (d), onde curiosamente se pode observar que o valor do decréscimo do tráfego transportado não aumenta nem diminui sistematicamente com o aumento da probabilidade de cobertura. O valor da perda de rendimento num feixe, tal como foi definida pela equação (4.141), uma vez atingido um valor negativo, apenas pode tomar valores cada vez mais negativos pois $R(l)$ aumenta (ou mantém o seu valor) com o aumento da probabilidade de cobertura.

l	$\mathcal{K}_1(l)$	$\Delta R(l)$		$\Delta L_{\mathcal{L}}(l)$	
		(a)	(d)	(a)	(d)
l_i	120	-1.695E-2	-1.850E-2	-3.472E-2	-3.483E-2
l_j	90	-1.197E-2	-1.268E-2	-2.332E-2	-2.322E-2
l_k	120	-4.247E-2	-4.381E-2	-7.564E-2	-7.602E-2

Tabela 5.8: Alguns feixes para os quais o decréscimo de tráfego transportado não exhibe a propriedade de coerência, na situação (a) e (d)

5.3.2 Segunda experiência computacional

Seguem-se alguns resultados de uma segunda experiência computacional, em que as probabilidades de avaria dos elementos pertencentes ao tipo *Nó* foram colocadas iguais a zero. Neste caso o número de elementos totalmente fiáveis passa a ser 80. Apresentam-se resultados para três situações: (e) geração sequencial dos estados, por ordem decrescente de probabilidade até que todos os estados de falha isolada sejam considerados; geração sequencial dos estados, por ordem decrescente de probabilidade, até que a probabilidade de cobertura do espaço de estados da rede de componentes atinja os seguintes valores: (f) 99.9974% e (g) 99.9975%.

A probabilidade do estado S_1 , ou seja do estado totalmente operacional passou de 98.7262% para 99.9271%, dada a maior fiabilidade dos elementos sujeitos a avaria

	(e)	(f)	(g)
m	678	1279	3207
m^*	325	733	2120
P_c	99.9973%	99.9974%	99.9975%
P_m	8.50E-7	6.57E-10	4.44E-10
CPU(horas)	1.1	2.5	7.1

Tabela 5.9: Número de estados seleccionados versus probabilidade de cobertura, após alteração da probabilidade de avaria dos elementos do tipo $Nó$

nesta segunda experiência. Agora estão a ser analisados os estados que contribuem no máximo com 0.0729% para a probabilidade de cobertura do espaço de estados. Na experiência anterior o último estado seleccionado no caso (a) apresenta uma probabilidade de ocorrência com o valor $P_{730}=8.45E-7$, o qual é da mesma ordem de grandeza da probabilidade do último estado gerado no caso (e), em que foram igualmente gerados estados apenas até à obtenção de todos os estados de avaria isolada, sendo $P_{678}=8.50E-7$. De notar no entanto que o número total de estados m passou de 730 para 678. Verifica-se nesta experiência que aumentar em valores absolutos a probabilidade de cobertura vai ser um processo mais lento que na primeira experiência, embora o valor final de probabilidade de cobertura do espaço de estados seja maior, porque também era maior a probabilidade do estado S_1 .

No que concerne ao maior indicador de desempenho numa rede de comutação por circuitos, o bloqueio médio na rede, a tabela 5.10 para a presente situação substitui a 5.2. Comparando estes resultados com os anteriormente obtidos obtem-se um valor para o bloqueio médio inter-centrais ligeiramente inferior ao da tabela 5.2, e constante para os casos (e) a (g). A qualidade da estimativa para o bloqueio melhora, de (e) para (g) com a diminuição da largura do intervalo que o contém, o qual diminui por variação apenas no limite superior.

	(e)	(f)	(g)
β	3.690E-3	3.690E-3	3.690E-3
β_S	3.717E-3	3.716E-3	3.715E-3
β_I	3.690E-3	3.690E-3	3.690E-3
$\beta_S - \beta_I$	0.027E-3	0.026E-3	0.025E-3

Tabela 5.10: Bloqueio médio na rede inter-centrais e seus limites inferior e superior

A qualidade da estimativa para o bloqueio médio nesta segunda experiência é melhor do que na anterior porque apesar dos bloqueios serem da mesma ordem de grandeza, a largura do intervalo, $|\beta_S - \beta_I|$, na presente experiência é significativamente menor.

Tal advém da rede ser comparativamente mais fiável, indo esse efeito reflectir-se sobre outras medidas de desempenho da rede, como por exemplo o desempenho médio da rede global, dado na tabela 5.11. Para este parâmetro o caso (g) não acrescenta nada de novo em relação ao caso (f).

	(e)	(f)	(g)
D^g	1.772E-3	1.772E-3	1.772E-3
D_S^g	1.788E-3	1.787E-3	1.787E-3
D_I^g	1.772E-3	1.772E-3	1.772E-3
$D_S^g - D_I^g$	0.016E-3	0.015E-3	0.015E-3

Tabela 5.11: Desempenho da rede global, em kEsc/erlang

Dada a maior fiabilidade desta rede, os fluxos ponto a ponto que anteriormente apresentavam aumentos de bloqueio que iam de 2 a 30, apresentam factores de variação entre 1 e 5, como se pode verificar pela tabela 5.12.

Fluxo	$B_1(f)$	$B(f)$	$B(f)/B_1(f)$
f_a	5.971E-4	8.082E-4	1.3
f_b	3.035E-4	4.984E-4	1.6
f_c	7.775E-5	2.352E-4	3.0
f_d	3.000E-5	1.295E-4	4.3

Tabela 5.12: Bloqueios médios a ponto a ponto no caso (g)

Na primeira experiência computacional verifica-se um número excessivamente elevado de desconexões nos fluxos. No presente caso, com os elementos do tipo *Nó* totalmente fiáveis essa situação já não ocorre com a mesma frequência. Apresenta-se a tabela 5.13 em que se apresentam valores para o número de desconexões em (c) e (g), onde se pode verificar a significativa melhoria destes dois indicadores.

f	$N(f)$		$P_d(f)(\%)$	
	(c)	(g)	(c)	(g)
f_u	79	5	3.430E-2	1.241E-3
f_c	204	10	4.587E-2	3.522E-2

Tabela 5.13: Desconexões nos fluxos nos casos (c) e (g)

Poderia agora averiguar-se a que são devidas as desconexões destes fluxos na situação (g). Por exemplo, no caso do feixe $f_u = (v_a, v_b)$, verifica-se que no caso (g) as centrais que são origem e destino do fluxo aparecem desconectadas duas vezes cada uma delas (ou seja $N^u(v_a) = N^u(v_b) = 2$ – ver equação (4.96)). Ou seja, é possível

que apenas uma das desconexões seja devida a falha noutra elemento técnico. O caso do feixe $f_c = (v_i, v_j)$ já é ligeiramente diferente pois apresenta 10 desconexões, das quais apenas 4 (no máximo) poderão ser devidas à inoperacionalidade das unidades funcionais origem e destino do fluxo (que também apresentam $N^u(v_i) = N^u(v_j) = 2$). Continuando a análise pode procurar-se a causa destas desconexões analisando as medidas de desempenho que relacionam o desempenho do fluxo com os elementos sujeitos a avaria, pertencentes à rede de componentes, tal como foi exemplificado na primeira experiência através da tabela 5.6.

O fluxo f_c é um fluxo com um caminho directo e com um caminho alternativo com dois feixes. Ou seja o desempenho/qualidade de serviço deste fluxo depende no plano da rede funcional de três centrais, as centrais origem, destino e da central de trânsito, v_t , do seu caminho de segunda escolha, e dos três feixes que definem os dois caminhos do seu plano de encaminhamento. O número de componentes que afectam directamente este fluxo é relativamente elevado. A medida de desempenho dada pela equação (4.148) poderá apresentar uma lista de elementos numerosa, dado o facto de em estados de avaria simultânea são ser possível destringar entre os efeitos, sobre a rede funcional, devidos a cada um dos elementos avariados nesse estado.

Tomando $\bar{B}_1 = 0.2$ e $\bar{B}_2 = 0.5$, é possível identificar os componentes x que quando estão avariados contribuem significativamente para a degradação do fluxo f_c com base no valor de $\Delta L_{\bar{B}_k}(f_c|x)$, com $k = 1, 2$ como se pode ver pela tabela 5.14.

Elemento x	$\bar{B}_1 = 20\%$	$\bar{B}_2 = 50\%$
	$\Delta L_{\bar{B}_1}(f_c x)$	$\Delta L_{\bar{B}_2}(f_c x)$
x_1	5.510E-4	0
x_2	1.190E+1	0
x_3	1.612E+1	3.182E-3

Tabela 5.14: Identificação dos elementos que mais impacto exercem sobre o desempenho/qualidade de serviço de um dado fluxo, no caso (g)

c Na tabela 5.14, apresentam-se três tipos de comportamentos:

- x_1 tem pouco significado sobre o comportamento de f_c ; a maior parte (198 em 231) dos componentes, x , que surgem na lista associada ao fluxo f_c pertencem a este tipo: $\Delta L_{\bar{B}_1}(f_c|x) < 1E-3$ e $\Delta L_{\bar{B}_2}(f_c|x) = 0$;
- x_2 já apresenta algum impacto sobre o comportamento de f_c ; são numerosos (25 em 231) os componentes x que surgem na lista associada ao fluxo f_c e que pertencem a este tipo; $\Delta L_{\bar{B}_1}(f_c|x) > 10$ e $\Delta L_{\bar{B}_2}(f_c|x) = 0$;

- x_3 pertence ao grupo de elementos, x , que quando avariam provocam grande degradação no fluxo f_c : $\Delta L_{\bar{B}_1}(f_c|x) > 16$ e $\Delta L_{\bar{B}_2}(f_c|x) > 0$; para o fluxo f_c no caso (g) eses elementos são em número de 8, incluindo as centrais origem e destino – a central de trânsito v_t não pertence a nenhum dos estados de avaria S_j , tal que $B_j(f_c) > \bar{B}_1$.

A ordenação dos elementos sujeitos a avaria, por ordem decrescente do acréscimo de tráfego perdido, dado pela equação (4.143) ou pelo acréscimo de perda de rendimento, dado pela equação (4.145), em situações em que esses componentes se encontram avariados, apresentam algumas variações de ordenamento nos casos (a) a (d), embora os elementos no início da listagem pertençam sempre ao tipo *Nó*; nos casos (e) a (g) as variações são menores correspondendo na sua maior parte a trocas de posições entre elementos próximos ou mesmo adjacentes, com o aumento da probabilidade de cobertura.

5.4 Conclusões

Os resultados foram apresentados, num perspectiva de análise do desempenho/qualidade de serviço da rede cuja descrição foi cedida ao INESC-C pelos ex-TLP. A qualidade dos resultados obtidos depende fortemente da precisão dos dados que descrevem a rede. Existe alguma incerteza nos valores fornecidos para a probabilidade de avaria dos componentes. Esses valores foram calculados nalguns casos com base na informação dada pelos fabricantes e noutros com base na experiência das pessoas envolvidas na manutenção do equipamento da rede.

Os resultados apresentados cobrem um número significativo dos parâmetros de desempenho propostos. Confirmou-se que a precisão dos resultados aumenta com a probabilidade de cobertura, mas tal aumento de precisão pode ser excessivamente custoso em termos de tempo de CPU, e nalguns casos, como aconteceu na passagem do caso (f) para o caso (g), sem alteração no valor de alguns dos parâmetros calculados, como se verificou com o bloqueio médio inter-centrais. Mostrou-se que é possível identificar os componentes que mais contribuem para a degradação do grau de serviço de um fluxo (utilizando os fluxos f e f_c na primeira e segunda experiência, respectivamente) ficando dessa forma aberto o caminho para a correcção dessas situações. Esta capacidade é claramente uma das vantagens e potencialidades do modelo proposto para este problema específico de análise de fiabilidade.

No entanto a vertente de aplicação inata do modelo será a comparação de soluções alternativas para a estrutura da rede, tal como foi referido no capítulo 3.

Capítulo 6

Proposta para aplicação da metodologia em ambiente RDIS

Este capítulo começa por rever as Recomendações E.711 e E.712 do ITU-T [53, 54] que descrevem um método para caracterização da procura de chamadas e do tráfego no plano do utilizador, para as camadas 1 a 3 de RDIS (Redes Digitais com Integração de Serviços).

Seguidamente propõe-se uma representação matemática para a rede RDIS inter-centrais adequada à metodologia de análise, apresentada no capítulo 3, de fiabilidade-qualidade de serviço e descreve-se uma possível aplicação dessa metodologia genérica em ambiente RDIS. O modelo proposto para o efeito inclui a possibilidade de representação de uma rede em que nem todas as centrais são totalmente RDIS, que é uma situação que acontece no processo de evolução das redes telefónicas digitais para redes RDIS. São definidos parâmetros de qualidade de serviço e de desempenho de rede para os fluxos associados aos vários tipos de chamadas disponíveis aos utilizadores da rede.

Finalmente são referidos alguns modelos de tráfego que resolvem alguns dos problemas de engenharia de teletráfego que surgem na análise de redes RDIS.

6.1 Enquadramento e pressupostos da metodologia

Uma metodologia para a análise de fiabilidade-qualidade de serviço em ambiente RDIS passa por definir uma representação matemática para a rede tal como foi feito para uma rede inter-centrais com comutação por circuitos. Para tal é necessário em primeiro lugar caracterizar a rede. Considerando que o grau de granularidade é do mesmo nível do que foi utilizado nas redes inter-centrais de comutação por circuitos, então nesta rede devem ser considerados como nós apenas as centrais. Essas centrais são centrais RDIS ou centrais digitais que oferecem terminações RDIS aos seus assinantes. A razão pela qual se consideram estes dois tipos de centrais tem a ver com a natural evolução de

uma rede digital telefónica para uma rede RDIS: centrais digitais (que ainda não não esgotaram o seu tempo de vida útil) são expandidas de forma oferecer serviços RDIS aos clientes que assim o desejem. A dimensão da área geográfica a analisar dependerá de características estruturais da topologia da rede, da eficiência dos algoritmos de cálculo das variáveis de tráfego necessárias (obtidas através de modelos analíticos aproximados ou através de simulação) e da capacidade de processamento disponíveis para um dado estudo de forma a que os resultados sejam obtidos com razoável precisão e num tempo considerado como aceitável.

Uma vez que o objectivo do estudo é uma rede inter-centrais não são consideradas as avarias quer no equipamento domiciliário do cliente (CPE¹) quer nos feixes que suportam a ligação dos CPEs às centrais; as congestões devido à inexistência de canais B ou D livres no acesso RDIS dos CPEs, não são consideradas na análise da rede – quando muito poderão estar incorporadas na descrição do tráfego oferecido à rede pelos respectivos CPEs. Para utilizadores não RDIS estende-se o conceito de CPE ao equipamento que pode estar ligado a uma linha telefónica de um assinante sem acesso RDIS.

Os utilizadores da rede aparecem apenas através dos fluxos de tráfego que originam para a central à qual se encontram ligados. No caso das ligações RDIS esses fluxos de tráfego serão caracterizados através do tráfego oferecido às camadas 1 a 3 [53, 54]. No âmbito deste modelo a central RDIS (ou a central digital com terminações RDIS) no que concerne ao tráfego em modo comutação por circuitos, é tratada como um sistema de processamento de teletráfego com bloqueio interno nulo e tempo de serviço instantâneo.

Para modelar o comportamento duma central, face ao tráfego de pacotes, considera-se uma unidade de processamento de pacotes (que representará as funções do manipulador de pacotes (PH²)) a qual será representada por um modelo de fila de espera adequado, ou seja que conduza aos tempos médios de atraso experimentados pelos pacotes que passam pela central. O estudo do desempenho interno das centrais não é objecto da análise aqui apresentada. O estudo do funcionamento de uma central, corresponde a um outro nível de detalhe na análise duma rede e constitui só por si um problema suficientemente complexo para ser tratado de forma autónoma. Em [31] encontra-se uma proposta de métodos e modelos para a avaliação de um sistema de comutação RDIS, levando em consideração princípios de QOS.

A representação dos feixes (para transmissão de informação) que ligam as centrais, é conseguida através da especificação do número de canais (todos a 64 Kbit/s),

¹Em inglês: Customer Premises Equipment.

²Em inglês: Packet Handler.

desprezando o tempo de propagação. O tráfego transportado pelos feixes será uma sobreposição de tráfego puramente telefónico com os tráfegos devidos aos utilizadores RDIS. Caso um feixe transporte tráfego proveniente de ligações em modo pacote, poderá eventualmente ser necessário representar os *buffers* de acesso aos canais desse feixe, que são utilizados por esse tipo de tráfego.

Uma outra questão prende-se com o considerar ou não as ligações a redes públicas de dados com comutação por pacotes (PSPDN³). Se houver tráfego significativo da rede em estudo de e/ou para alguma rede PSPDN, então essas ligações deverão ser representadas como fontes e escoadores de tráfego, com o objectivo de obter uma representação mais fiel do tráfego total transportado na rede. Tal implica a introdução dos correspondentes nós de acesso a essas redes e, não menos importante, a caracterização do tráfego de entrada/saída desses nós.

No plano do utilizador apenas interessa definir o tráfego de saída associado à transferência de informação (excluindo a sinalização) que é oferecido pelos utilizadores aos seus acessos RDIS (e seguidamente considerar que todo esse tráfego é oferecido à central à qual se encontram ligados).

Convém agora esclarecer o que se entende por tráfego de saída. Numa rede telefónica, a origem do tráfego é a central onde se situa o acesso do utilizador que deu origem à chamada. Normalmente em engenharia do teletráfego não se separa o tráfego de conversação (medido em erlangs) nos dois sentidos, pois admite-se que existe uma capacidade automática de transmissão/comutação em ambos os sentidos (designada *simetria da ligação*) e por conseguinte é considerado como fazendo parte do tráfego de saída o tráfego no sentido utilizador chamado para o utilizador chamador. Numa ligação, em modo de comutação por pacotes, em que o utilizador pretende efectuar uma transferência de ficheiros de grande dimensão pode existir uma grande assimetria no tráfego que circula nos dois sentidos do acesso RDIS (utilizando o canal D) que efectuou o pedido de transferência. Embora levando em conta esta possível assimetria da ligação, considera-se como contribuindo para o tráfego de saída da central chamadora todo o tráfego que circula na rede devido a um pedido de serviço por ela efectuado. Como é obvio, a representação para esse fluxo (e respectiva ocupação nos feixes) terá que levar em conta uma assimetria que não existia nas redes telefónicas tradicionais, mas apenas quando o atributo simetria toma o valor unidireccional ou bidireccional assimétrico na conexão correspondente.

O tráfego gerado por mensagens de sinalização de protocolos das camadas mais altas, associadas a determinados tipos de chamadas, do ponto de vista das camadas 1 a 3 são consideradas como fazendo parte do tráfego de informação dessas chamadas,

³Em inglês: Packet Switched Public Digital Network.

conforme [53].

6.2 Caracterização da procura no plano do utilizador

Nas redes telefónicas tradicionais as chamadas são descritas à custa de um pequeno conjunto de parâmetros: a posição relativa dos intervenientes, o tempo médio de ocupação, o estado da chamada e a intensidade das tentativas de chamadas. A intensidade da procura de chamadas é neste caso considerada igual à intensidade das tentativas de chamadas [46]. Os utilizadores de RDIS têm à sua disposição uma grande variedade de serviços, com diferentes modos de transferência (comutação por circuitos ou comutação por pacotes), diferentes ritmos de transferência (64 Kbit/s, 384 Kbit/s, 1536 Kb/s, 1920 Kbit/s), de modos de estabelecer a comunicação (a pedido, por reserva ou permanente), diferentes configurações de comunicação (ponto a ponto, multiponto ou difusão), o que torna a descrição das chamadas muito mais complexa [46].

Os utilizadores RDIS possuem diferentes necessidades de transferência de informação. A procura do utilizador manifesta-se no interface entre o utilizador e o equipamento domiciliário do cliente como se pode ver na figura 6.1(a).

Através da mediação dos CPEs, as procuras dos utilizadores são transformadas em *procura de chamadas* de serviços de telecomunicações específicos no interface utilizador-rede. Essas procuras de chamadas são modeladas na Recomendação E.711 [53] de forma a permitir a caracterização do tráfego oferecido às camadas 1 a 3 da RDIS [53] – ver figura 6.1(b). Uma procura de chamada é definida por um *conjunto de características de conexão* e por um *padrão de chamada*.

Tendo em conta a Recomendação E.711 do ITU-T [53], ir-se-á formalizar a procura de chamadas com base nos seguintes conjuntos:

Definição 6.2.1 (S_T) *Seja S_T o conjunto de todos os serviços de telecomunicações disponíveis aos assinantes RDIS.*

Definição 6.2.2 ($XC(i)$) *Seja $XC(i)$ o conjunto de todas as características de conexão utilizadas pelo serviço de telecomunicação $i \in S_T$.*

Definição 6.2.3 ($PC(i, j)$) *Seja $PC(i, j)$ o conjunto dos padrões de chamadas associados às características de conexão $j \in XC(i)$, com $i \in S_T$.*

Na representação duma rede que não é totalmente RDIS é necessária a definição do conjunto de todos os serviços de comunicações disponíveis na rede, aos assinantes com

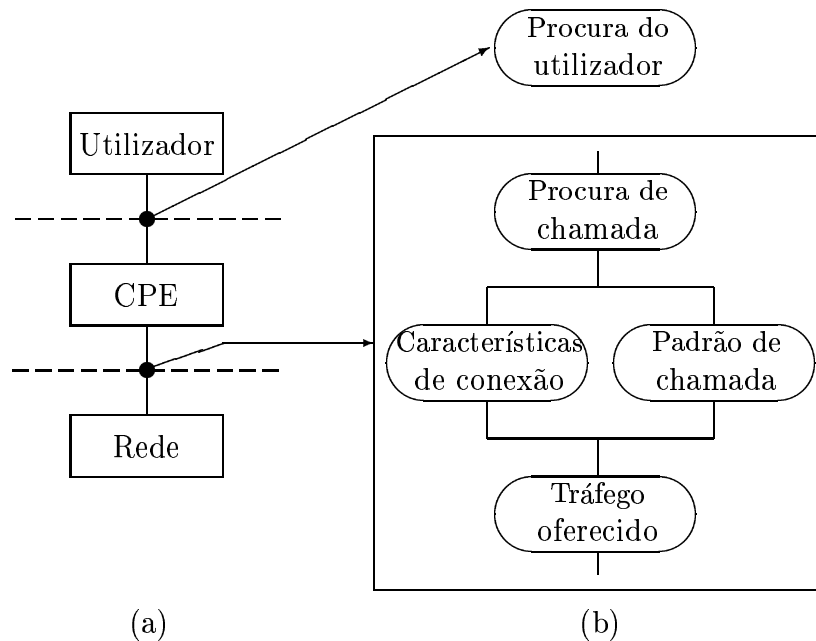


Figura 6.1: Modelação da procura do utilizador através da procura de chamada

acesso RDIS e aos assinantes sem acesso RDIS (que podem utilizar o serviço telefónico para transmissão voz e/ou de *facsimile* e/ou de dados), sendo a caracterização destes últimos bem conhecida.

Por outro lado terminais em modo pacote ligados à RDIS poderão ter acesso a uma rede pública de dados. De forma a não ignorar este tráfego, deverão ser criados nós fictícios na rede que representarão a ligação dos utilizadores aos portos de acesso da PSPDN, designados por AU⁴, quer para tráfego de entrada quer para o tráfego de saída.

Considera-se então uma nova definição, mais abrangente de S_T :

Definição 6.2.4 (S_T) *Seja S_T o conjunto de todos os serviços de telecomunicações disponíveis aos assinantes da rede.*

Os serviços de telecomunicações são neste caso os serviços tradicionais oferecidos aos assinantes (sem acesso RDIS) de uma rede telefónica e os serviços oferecidos aos assinantes RDIS como por exemplo o telefone, o *facsimile*, a transmissão de dados e a vídeo-conferência.

6.2.1 As características de conexão

Cada serviço de telecomunicação, $i \in S_T$, pode apresentar uma ou mais características de conexão, representadas pelo conjunto $XC(i)$. As características de co-

⁴Em inglês: Access Unit.

nexão são descritas pelos valores de certos atributos, dados na Recomendação I.210 do ITU-T [57]. Apenas alguns dos atributos gerais de nível mais baixo são significativos. Entre esses atributos (com alguns dos seus parâmetros mais comuns [89]) encontram-se [53]:

- modo de transferência da informação (comutação por circuitos ou comutação por pacotes);
- velocidade (ou ritmo) de transferência da informação (64 Kbit/s, 384 Kbit/s, 1356 Kbit/s ou 1920 Kbit/s);
- possibilidades de transferência de informação (informação digital sem restrição, voz, audio a 3,1 KHz, audio a 7 KHz, audio a 15 KHz ou vídeo)
- estabelecimento da comunicação (a pedido – chamada normal, reservada, ou permanente);
- configuração da comunicação (ponto a ponto, multiponto ou difusão);
- simetria (unidireccional, bidireccional simétrica ou bidireccional assimétrica);
- protocolo de acesso de sinalização para as camadas 1 a 3;
- protocolo de acesso de informação para as camadas 1 a 3;
- serviços suplementares.

Numa tarefa específica de engenharia de teletráfego, a caracterização de uma conexão, utiliza apenas alguns dos atributos mencionados atrás. Por outro lado alguns dos atributos das Recomendações da Série I do ITU-T não são suficientes do ponto de vista da engenharia de teletráfego, como por exemplo os valores definidos para a configuração da comunicação, uma vez que o número, a posição dos pontos, a identificação dos pontos origem e dos pontos destino também precisa de ser especificada.

Os atributos de camadas mais altas, tais como protocolos das camadas mais altas, não são considerados como características de conexão, uma vez que, do ponto de vista do tráfego oferecido às camadas 1 a 3 as mensagens dos protocolos das camadas mais altas devem ser modeladas como informação do utilizador e por conseguinte modeladas através do padrão de chamada [53].

6.2.2 Padrão de chamada e variáveis de tráfego

Cada conjunto de características de conexão, j , com $j \in XC(i)$, $i \in S_T$, pode apresentar mais do que um padrão de chamada.

Um padrão de chamada é definido por um conjunto de variáveis de tráfego. Estas variáveis de tráfego são expressas em função de variáveis aleatórias descritas através de parâmetros relacionados com as suas distribuições. Isto permite que uma grande variedade de procura de chamadas seja modelada pelo mesmo padrão de chamada [53].

Distinguem-se dois tipos de variáveis de tráfego [53]:

- *variáveis de chamada*: descrevem os acontecimentos durante as fases de estabelecimento e de libertação e os tempos entre esses acontecimentos.
- *variáveis de transacção*: descrevem os acontecimentos durante a fase de transferência de informação e os tempos entre esses acontecimentos.

As *variáveis de chamada* são descritas em última análise pelo processo estocástico de chegada de tentativas de chamada e pelos tempos de ocupação das tentativas de chamada [53]. Vários tempos de ocupação, delimitados por mensagens da camada 3, são de interesse na caracterização duma procura de chamada. Numa primeira aproximação será considerado apenas o tempo médio de ocupação total [53].

O conteúdo de informação de uma chamada no plano do utilizador, poderá ser descrita por transacções discretas ou seja por intervalos de tempo durante os quais o utilizador produz informação de forma contínua.

O processo de chegadas de transacções numa chamada, será numa primeira aproximação caracterizado pelo número médio de transacções por chamada. O comprimento de uma transacção, expresso em “bits”, o qual representa a carga oferecida pela transacção através do interface utilizador-rede, será numa primeira aproximação caracterizado pelo comprimento médio de uma transacção [53].

6.2.3 Caracterização do tráfego de conjuntos de utilizadores de CPE

Do ponto de vista da engenharia de teletráfego, os utilizadores que partilham o mesmo CPE não devem ser caracterizados individualmente, mas sim como um todo: o *conjunto de utilizadores de CPE* [53], que se designará daqui em diante simplesmente por CPE.

Considere-se que a população de CPEs que oferecem tráfego à rede em estudo é

dada pelo conjunto E , o qual pode ser dividido em classes, E_c , com $c = 1, 2, \dots, m_c$:

$$\bigcup_{c=1}^{m_c} E_c = E \quad \wedge \quad \bigcap_{c=1}^{m_c} E_c = \emptyset \quad (6.1)$$

tal como é sugerido na Recomendação E.711 do ITU-T [53].

Cada classe de utilizadores E_c é caracterizada por:

1. ser constituída por CPEs, com um comportamento (previsivelmente) semelhante em termos de tráfego;
2. existir numa proporção, $pp(E_c)$, na rede dada por:

$$pp(E_c) = \frac{|E_c|}{|E|} \quad (6.2)$$

3. apresentar uma dada intensidade de procura de chamadas, $rt_E(E_c, i)$, por CPE, para cada serviço de telecomunicações $i \in S_T$, nas condições de referência;
4. requerer ou não um dado conjunto de características de conexão, $j \in XC(i)$, associado ao serviço de telecomunicações $i \in S_T$, traduzida pelo valor de $IE_{XC}(E_c, i, j)$:

$$IE_{XC}(E_c, i, j) = \begin{cases} 1 : & \text{requer } j \in XC(i) \\ 0 : & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.3)$$

5. requerer um dado conjunto de características de conexão, $j \in XC(i)$, associado ao serviço de telecomunicações $i \in S_T$, numa proporção dada por $px_E(E_c, i, j)$:

$$\sum_{j \in XC(i)} px_E(E_c, i, j) = 1 \quad (6.4)$$

verificando-se $IE_{XC}(E_c, i, j) = 0 \iff px_E(E_c, i, j) = 0$;

6. apresentar uma intensidade de procura de chamadas, por CPE, para o serviço de telecomunicações $i \in S_T$ com o conjunto de características de conexão $j \in XC(i)$, expressa por $rx_E(E_c, i, j)$:

$$rx_E(E_c, i, j) = rt_E(E_c, i)px_E(E_c, i, j) \quad (6.5)$$

7. produzir ou não o padrão de chamada $k \in PC(i, j)$, associado ao conjunto de características de conexão $j \in XC(i)$ do serviço de telecomunicações $i \in S_T$, traduzido pelo valor de $IE_{PC}(E_c, i, j, k)$:

$$IE_{PC}(E_c, i, j, k) = \begin{cases} 1 : & \text{produz } k \in PC(i, j) \\ 0 : & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.6)$$

8. apresentar uma proporção de padrões de chamadas $k \in PC(i, j)$, do serviço de telecomunicações $i \in S_T$ com características de conexão $j \in XC(i)$, dada por $pc_E(E_c, i, j, k)$:

$$\sum_{k \in PC(i, j)} pc_E(E_c, i, j, k) = 1 \quad (6.7)$$

verificando-se $IE_{PC}(E_c, i, j, k) = 0 \iff pc_E(E_c, i, j, k) = 0$.

9. apresentar uma intensidade de procura de chamadas, por CPE, para o serviço de telecomunicações $i \in S_T$ com o conjunto de características de conexão $j \in XC(i)$ e padrão de chamadas $k \in PC(i, j)$, expressa por $rc_E(E_c, i, j)$:

$$rc_E(E_c, i, j, k) = rx_E(E_c, i, j)pc_E(E_c, i, j, k) \quad (6.8)$$

Definição 6.2.5 ($E_{\mathcal{V}}(v)$) *Seja $E_{\mathcal{V}}(v) \subset E$ o conjunto dos CPEs cujo acesso à rede se faz através da central v (no caso de assinantes RDIS, o equipamento terminal de linha situa-se na central v , e no caso de assinantes de serviço telefónico sem acesso RDIS, v representa a central local a que se encontram ligados). Sendo \mathcal{V} o conjunto de todos os nós da rede, explicitamente definido em 6.4.1, e $v \in \mathcal{V}$.*

Como é obvio $\bigcup_{v \in \mathcal{V}} E_{\mathcal{V}}(v) = E$. No conjunto, $E_{\mathcal{V}}(v)$, podem definir-se os subconjuntos dos CPEs pertencentes às classes E_c .

Definição 6.2.6 ($E_{CPE}(E_c, v)$) *O conjunto dos CPEs contidos em $E_{\mathcal{V}}(v)$ que pertencem à classe E_c é representado por $E_{CPE}(E_c, v)$, com $E_{CPE}(E_c, v) \subset E_c$. Então:*

$$E_{\mathcal{V}}(v) = \bigcup_{c=1}^{m_c} E_{CPE}(E_c, v) \quad (6.9)$$

A proporção de CPEs que se encontram ligados à central v e pertencem à classe E_c é $pp_E(E_c, v)$:

$$pp_E(E_c, v) = \frac{|E_{CPE}(E_c, v)|}{|E_{\mathcal{V}}(v)|} \quad (6.10)$$

onde $|E_{\mathcal{V}}(v)|$ representa o número de CPEs, $e \in E_{\mathcal{V}}(v)$, que têm o seu acesso à rede no nó v . Com base nesta caracterização da população de CPEs cujo acesso se situa no nó v , é possível obter as intensidades médias para qualquer CPE (genérico) que se encontre ligado à central v , como a média pesada das intensidades de cada classe. Esta caracterização das centrais é uma variante do proposto em [53] para a caracterização dos CPEs de uma dada população. Verifica-se a relação:

$$pp(E_c) = \sum_{v \in \mathcal{V}} \frac{pp_E(E_c, v)|E_{\mathcal{V}}(v)|}{|E|} \quad (6.11)$$

Então o CPE médio e , da central v , ou seja a caracterização genérica para todos os $e \in E_{\mathcal{V}}(v)$, é dada por:

1. gerar intensidades de procura de chamadas, por CPE, para um serviço de telecomunicações $i \in S_T$ dado por $rt(v, i)$:

$$rt(v, i) = \sum_{c=1}^{m_c} pp_E(E_c, v)rt_E(E_c, i) \quad (6.12)$$

2. requerer um dado conjunto de características de conexão, $j \in XC(i)$, associado ao serviço de telecomunicações $i \in S_T$, numa proporção dada por $px(v, i, j)$:

$$px(v, i, j) = \sum_{c=1}^{m_c} pp_E(E_c, v)px_E(E_c, i, j) \quad (6.13)$$

com

$$\sum_{j \in XC(i)} px(v, i, j) = 1 \quad (6.14)$$

3. apresentar uma intensidade de procura de chamadas, por CPE, para o serviço de telecomunicações $i \in S_T$ com o conjunto de características de conexão $j \in XC(i)$, expressa por $rx(v, i, j)$:

$$rx(v, i, j) = \sum_{c=1}^{m_c} pp_E(E_c, v)rx_E(E_c, i, j) \quad (6.15)$$

4. apresentar uma proporção, $pc(v, i, j, k)$, de padrões de chamadas $k \in PC(i, j)$, com $j \in XC(i)$ e $i \in S_T$, dada por:

$$pc(v, i, j, k) = \sum_{c=1}^{m_c} pp_E(E_c, v)pc_E(E_c, i, j, k) \quad (6.16)$$

e obviamente,

$$\sum_{k \in PC(i, j)} pc(v, i, j, k) = 1 \quad (6.17)$$

5. possuir uma intensidade de procura de chamadas com padrão de chamada $k \in PC(i, j)$, dada por $rc(v, i, j, k)$:

$$rc(v, i, j, k) = \sum_{c=1}^{m_c} pp_E(E_c, v)rc_E(E_c, i, j, k) \quad (6.18)$$

com $j \in XC(i)$ e $i \in S_T$.

Caso a população em análise compreenda áreas geográficas com características heterogéneas, de tal forma que seja conveniente obter uma caracterização por área[54], o processo será idêntico em cada uma dessas áreas. Nesse caso existirão tantos conjuntos E como áreas distintas, e o processo de caracterização de CPE por central em cada área será idêntico ao que aqui foi efectuado.

6.3 Caracterização do tráfego, no plano do utilizador

Procuras de chamadas, com diferentes características de conexão, que partilham o mesmo conjunto de recursos, implicam que os vários componentes de tráfego oferecido tenham de ser caracterizados separadamente [54].

No caso do tráfego de comutação por circuitos, os *componentes de tráfego* são diferenciados com base nos seguintes critérios [54]:

1. o número de recursos requerido por chamada. As características de conexão da procura de chamadas que determinam o seu número são:
 - (a) o ritmo de transferência de informação; no caso de chamadas com ritmos diferentes de transferência de informação para cada sentido da comunicação podem ocorrer dois cenários:
 - i. a conexão é bidireccional simétrica, o que implica que o ritmo de transferência de informação será o mais elevado dos dois sentidos;
 - ii. a conexão é unidireccional ou bidireccional assimétrica, o que implica que deve ser considerado o ritmo de transferência de informação de cada sentido da comunicação;
 - (b) a configuração da comunicação;
2. a existência de restrições na alocação de vários recursos para a mesma chamada; tome-se como exemplo uma comunicação que utiliza n canais de 64 Kbit/s com possibilidade de transferência de informação sem restrições ou estruturada a 8 KHz, em que é necessário garantir a integridade da sequência dos *time-slots* (TSSI⁵);
3. o encaminhamento das chamadas, o qual se encontra relacionado com a estratégia geral de encaminhamento, e com a configuração topológica da procura de chamada, a qual define as posições dos pontos extremos envolvidos na comunicação;
4. procedimento para estabelecer a comunicação;
5. qualquer característica que provoque um tratamento diferenciado, quer em termos de prioridades quer em termos de protecção.

Cada *componente de tráfego* é caracterizado por [54]:

⁵Em inglês: Time-slot sequence integrity.

1. características de conexão do componente de tráfego que sejam relevantes; ou seja as características de que acordo com o descrito no parágrafo anterior justificam a caracterização separada do componente;
2. o valor e o processo de geração do tráfego oferecido a determinado recurso da rede. Numa primeira aproximação poderá ser considerado tráfego de Poisson quando oferecido a recursos de primeira escolha;
3. outros parâmetros de tráfego relacionados com determinados componentes de tráfego.

6.3.1 Componentes do tráfego de comutação por circuitos

Considera-se que o tráfego de saída⁶ no *modo circuito* oferecido pelo CPE e , $\forall e \in E_{\mathcal{V}}(v_a)$, aos canais B do seu acesso RDIS, pode ser dividido em vários componentes de tráfego, de média $A_B(\eta, v_a)$:

$$A_B(\eta, v_a) = A'_B(\eta, v_a)d_B(\eta) \quad \text{com} \quad A'_B(\eta, v_a) = \lambda_B(\eta, v_a)h_B(\eta, v_a) \quad (6.19)$$

em que se introduz a entidade η , designada de *caracterizador de tráfego*, que inclui todas as características de conexão necessárias para completar a descrição de cada componente de tráfego, em termos de engenharia de teletráfego. Os restantes símbolos em (6.19), têm o seguinte significado:

- $\lambda_B(\eta, v_a)$ é a intensidade (ritmo) de chegada da procura de chamadas do componente de tráfego de saída, com caracterizador de tráfego η , nos canais B do acesso RDIS do CPE e , $\forall e \in E_{\mathcal{V}}(v_a)$.
- $h_B(\eta, v_a)$ é o tempo médio de ocupação dos recursos por procura de chamada do componente de tráfego de saída, com caracterizador de tráfego η , nos canais B do acesso RDIS do CPE e , $\forall e \in E_{\mathcal{V}}(v_a)$.
- $d_B(\eta)$ é o número de recursos necessários por procura, de chamada do componente de tráfego de saída, com caracterizador de tráfego η .

O valor de $A'_B(\eta, v_a)$ pode ser obtido através da expressão, baseada na aproximação proposta em [54]:

$$A'_B(\eta, v_a) = \sum_{i \in S_T} \sum_{j \in XC(i)} \sum_{k \in PC(i,j)} s(v_a, i, j, k)rc(v_a, i, j, k)I(\eta, i, j)h(i, j, k) \quad (6.20)$$

onde:

⁶Na Recomendação E.712 [54] considera-se o tráfego total oferecido aos canais B de um CPE, ou seja o tráfego devido à procura de chamadas com origem ou destino nesse CPE.

- $s(v_a, i, j, k)$ é a proporção de chamadas, com padrão $k \in PC(i, j)$, que são originadas no nó v_a ; $1 - s(v_a, i, j, k)$ será a proporção das chamadas, com padrão $k \in PC(i, j)$, terminadas no nó v_a ;
- $rc(v_a, i, j, k)$ é a intensidade de padrão de chamadas $k \in PC(i, j)$ do nó v_a ;
- $I(\eta, i, j)$ é um factor que toma o valor 1 ou 0 conforme as chamadas com características de conexão $j \in XC(i)$, pertençam ou não ao componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η .
- $h(i, j, k)$ é o valor médio do tempo de ocupação total dos canais B, do CPE $e \in E_V(v_a)$, por procura de chamada de saída com padrão de chamada $k \in PC(i, j)$. Este tempo de ocupação inclui todo o tempo de ocupação dos canais B devido a todas as tentativas de chamadas da procura de chamadas de saída

Considera-se que todo o tráfego de saída de comutação por circuitos oferecido aos canais B dos acessos RDIS do CPE e , $\forall e \in E_V(v_a)$, é oferecido à rede (em rigor, não deverá incluir as contribuições das tentativas não sucedidas; no cálculo de $h(i, j, k)$, deveria ser utilizado um $h'(v_a, i, j, k)$ que só incluiria as tentativas que envolvessem recursos de transporte de tráfego entre pelo menos duas centrais, no caso das chamadas inter-centrais) através da central, $v_a \in \mathcal{V}$, da qual se encontram dependentes os respectivos acessos RDIS.

$$A'_{Bcc}(\eta, v_a) = |E_V(v_a)|A'_B(\eta, v_a), \quad v_a \in \mathcal{V} \quad (6.21)$$

$$A_{Bcc}(\eta, v_a) = A'_{Bcc}(\eta, v_a)d_B(\eta) \quad (6.22)$$

onde $|E_V(v_a)|$ representa o número de CPEs $e \in E_V(v_a)$ que têm o seu acesso à rede no nó v_a .

Esta aproximação tem ainda a simplificação de considerar que o tempo de ocupação dos recursos da rede de transporte, medidos em múltiplos da capacidade elementar de 64 Kbit/s, que servem um determinada chamada é igual ao tempo de ocupação nos canais B do acesso RDIS de cada CPE.

Seja $p_{pp}(\eta_{pp}, v_a, v_b)$ a proporção do componente de tráfego de saída da central v_a , com caracterizador de tráfego η_{pp} , *ponto a ponto, em modo circuito*, que tem destino na central v_b :

$$\sum_{v_b \in \mathcal{V}} p_{pp}(\eta_{pp}, v_a, v_b) = 1 \quad (6.23)$$

Então o valor médio do componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{pp} , com configuração *ponto a ponto, em modo circuito*, com origem na central v_a e destino na central v_b é:

$$A_{pp}(\eta_{pp}, v_a, v_b) = p_{pp}(\eta_{pp}, v_a, v_b)A_{Bcc}(\eta_{pp}, v_a) \quad (6.24)$$

E o tráfego interno à central, devido a ligações ponto a ponto entre assinantes cujo acesso à rede se localiza na central v_a é dado por:

$$A_{pp}^u(\eta_{pp}, v_a) = p_{pp}(\eta_{pp}, v_a, v_a) A_{Bcc}(\eta_{pp}, v_a) \quad (6.25)$$

Seja $p_{mp}(\eta_{mp}, v_a, U)$ a proporção do componente de tráfego de saída da central v_a , com caracterizador de tráfego η_{mp} , devida a chamadas com configuração *multiponto*, em modo *circuito*, cujos interlocutores são os nós do conjunto $U \in \mathcal{P}(\mathcal{V})$, onde $\mathcal{P}(\mathcal{V})$ representa o conjunto de todos os sub-conjuntos de \mathcal{V} .

$$\sum_{U \in \mathcal{P}(\mathcal{V})} p_{mp}(\eta_{mp}, v_a, U) = 1 \quad (6.26)$$

Então o valor médio do componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{mp} , *multiponto*, em modo *circuito*, com origem na central v_a , para interlocutores cujos acessos se encontram nas centrais $v_b \in U$ é:

$$A_{mp}(\eta_{mp}, v_a, U) = p_{mp}(\eta_{mp}, v_a, U) A_{Bcc}(\eta_{mp}, v_a) \quad (6.27)$$

Seja $p_{df}(\eta_{df}, v_a, U)$ a proporção de cada componente de tráfego de saída da central v_a , com caracterizador de tráfego η_{df} , devida a chamadas com configuração de *difusão*, em modo *circuito*, destinado a utilizadores cujos acessos se encontram nas centrais $U \in \mathcal{P}(\mathcal{V})$:

$$\sum_{U \in \mathcal{P}(\mathcal{V})} p_{df}(\eta_{df}, v_a, U) = 1 \quad (6.28)$$

Então o valor médio do componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{df} , com configuração de *difusão*, em modo *circuito*, com origem na central v_a , e destinado a subscritores cujos acessos se encontram nas centrais $v_b \in U$ é:

$$A_{df}(\eta_{df}, v_a, U) = p_{df}(\eta_{df}, v_a, U) A_{Bcc}(\eta_{df}, v_a) \quad (6.29)$$

Considera-se que as ligações multiponto e difusão serão efectuadas sempre em modo circuito, ou em modo pacote, caso \mathcal{A} (ver sub-secção seguinte).

6.3.2 Componentes de tráfego de comutação por pacotes

São definidos dois serviços para transmissão de dados em comutação por pacotes, para terminais em modo pacote ligados à RDIS[54]:

- Caso \mathcal{A} : envolve o acesso a uma rede pública de dados com comutação de pacotes (PSPDN);
- Caso \mathcal{B} : utilização de um serviço de circuito virtual RDIS.

No caso \mathcal{A} , a RDIS providencia uma conexão com comutação por circuitos a 64 Kbit/s, para ligar um canal B do acesso do utilizador a uma unidade de acesso (AU) da PSPDN. O canal D não pode ser utilizado neste caso. A conexão poderá ser permanente ou estabelecida a pedido. Embora apenas um terminal de utilizador possa utilizar esta conexão, são possíveis várias chamadas virtuais simultâneas entre o terminal e outros utilizadores. Uma vez estabelecida a conexão, o protocolo X.25 é utilizado para estabelecer as chamadas virtuais, sendo a RDIS transparente a este procedimento [54].

No caso \mathcal{B} , a RDIS fornece um serviço de circuito virtual. Com este objectivo, funções do manuseador de pacotes (PH) são implementadas na RDIS. Neste caso tanto o canal B como o canal D podem ser utilizados no acesso do utilizador. Se ambos os intervenientes são utilizadores RDIS, poderão estar ligados a funções PH diferentes. Essas funções PH podem estar ligadas através de PSPDN [54].

No caso \mathcal{B} , quando é utilizado o canal B, esse canal e o circuito que o liga ao PH só pode ser utilizado pelas chamadas virtuais de um só terminal. Do ponto de vista do tráfego trata-se de uma situação idêntica ao caso \mathcal{A} [54]. Quando é usado o canal D (situação \mathcal{B}) este pode ser simultaneamente utilizado por chamadas virtuais de terminais diferentes.

No caso do tráfego de comutação por pacotes, os *componentes de tráfego* são diferenciados com base nos seguintes critérios [54]:

1. No caso \mathcal{A} :
 - (a) configuração da comunicação: define a posição da AU envolvida na ligação;
 - (b) possibilidades de transferência da informação (sinal digital com ou sem restrições)
 - (c) estabelecimento da comunicação;
2. No caso \mathcal{B} :
 - (a) canal de acesso (B ou D) ;
 - (b) configuração da comunicação: define a posição dos utilizadores finais.

Considere-se agora o tráfego oferecido aos canais D e B devidos a serviços RDIS em comutação por pacotes⁷. Nos canais B, do acesso RDIS do CPE $e \in E_{\mathcal{V}}(v_a)$, o modo

⁷A recomendação E.712 só propõe um componente de tráfego, para tráfego em modo pacote. Mas um vez que existe a possibilidade de utilização simultânea de vários canais B, numa mesma chamada virtual em modo pacote, então deverá haver vários componentes.

de funcionamento é modo circuito, sendo o tráfego de saída devido à comutação por pacotes dado por (com base no proposto em [54]):

$$A'_{Bcp}(\eta_{Bcp}, v_a) = \frac{1}{C_M} \sum_{i \in S_T} \sum_{j \in XC(i)} \sum_{k \in PC(i,j)} \frac{s(v_a, i, j, k)rc(v_a, i, j, k)}{I_B(\eta_{Bcp}, i, j)h(i, j, k)} \quad (\text{Erl}) \quad C_M \geq 1 \quad (6.30)$$

onde:

- $s(v_a, i, j, k)$ é a proporção de chamadas com padrão $k \in PC(i, j)$ que são originadas no nó v_a .
- $I_B(\eta_{Bcp}, i, j)$ toma o valor 1, para as chamadas do tráfego de comutação de pacotes do serviço de telecomunicações $i \in S_T$, com padrão de conexão $j \in XC(i)$ do CPE e , $\forall e \in E_{\mathcal{V}}(v_a)$, que são do caso \mathcal{A} ou do caso \mathcal{B} , que utilizam canais B e que contribuem para o componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{Bcp} ; para chamadas do caso \mathcal{B} que utilizam o canal D, $I_B(\eta_{Bcp}, i, j)$ toma o valor 0.
- C_M é o coeficiente de multiplexagem das chamadas virtuais, que depende do comportamento do utilizador e do terminal, dado pelo número médio de chamadas originadas no mesmo terminal do utilizador, quando está activo.

Os restantes símbolos têm o mesmo significado que anteriormente. A carga total em erlangs, devida a tráfego de saída de comutação por pacotes, oferecida a uma central v_a , devido ao tráfego de saída oferecido aos canais B dos CPEs, cujo acesso RDIS se encontra na central, v_a é dada por:

$$A_{Bcp}(\eta_{Bcp}, v_a) = |E_{\mathcal{V}}(v_a)| A'_{Bcp}(\eta_{Bcp}, v_a) \quad (\text{Erl}), \quad v_a \in \mathcal{V} \quad (6.31)$$

Seja $p_{Bcp}(\eta_{Bcp}, v_a, v_b)$ a proporção de cada componente de tráfego de saída da central v_a , com caracterizador de tráfego η_{Bcp} , com configuração *ponto a ponto*, em modo *pacote*, devido a acessos através de canais B dos CPEs que se ligam à rede através da central v_a , com destino na central $v_b \in \mathcal{V}$:

$$\sum_{v_b \in \mathcal{V}} p_{Bcp}(\eta_{Bcp}, v_a, v_b) = 1 \quad (6.32)$$

Então o valor médio do componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{Bcp} , com configuração *ponto a ponto*, em modo *pacote*, devido a tráfego de saída, da central v_a (devido a acessos que utilizam canais B) com destino na central $v_b \in \mathcal{V}$:

$$A_{cp}^B(\eta_{Bcp}, v_a, v_b) = p_{Bcp}(\eta_{Bcp}, v_a, v_b) A_{Bcp}(\eta_{Bcp}, v_a) \quad (\text{Erl}) \quad (6.33)$$

A carga total, medida em bit/s oferecida aos canais D de um CPE e , $\forall e \in E_{\mathcal{V}}(v_a)$, devido a conexões com origem nesse CPE e , para transferência de informação em modo pacote, é dada por (com base no proposto em [54]):

$$A'_{Dcp}(\eta_{Dcp}, v_a, d) = \sum_{i \in S_T} \sum_{j \in XC(i)} \sum_{k \in PC(i,j)} \frac{s(v_a, i, j, k)rc(v_a, i, j, k)I_D(\eta_{Dcp}, i, j)p(i, j, k, d)}{[cm(i, j, k, d) + \tau(d)cm']} \text{ bit/s} \quad (6.34)$$

onde:

- $s(v_a, i, j, k)$ é a proporção de chamadas com padrão $k \in PC(i, j)$, que são devidas a tráfego gerado devido a um pedido de serviço do CPE $e \in E_{\mathcal{V}}(v_a)$.
- $I_D(\eta_{Dcp}, i, j)$ toma o valor 1 para as chamadas em comutação por pacotes com características de conexão $j \in XC(i)$ que utilizam o canal D, são do caso \mathcal{B} e contribuem para o componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{Dcp} ; caso contrário $I_D(\eta_{Dcp}, i, j)$ toma o valor 0;
- $p(i, j, k, d)$ é o número médio de pacotes por procura de chamada do tipo ($i \in S_T, j \in XC(i), k \in PC(j)$), incluindo pacotes de controlo da camada 3 na direcção $d = 1, 2$;
- $cm(i, j, k, d)$ é o comprimento médio desses pacotes, incluindo bits do protocolo da camada 2;
- $\tau(d)$ é o número médio de tramas de controlo da camada 2 por pacote, na direcção d ;
- cm' é o comprimento dessas tramas de controlo da camada 2;

A carga total de informação medida em bit/s, devida ao tráfego de comutação por pacotes oferecido aos canais D dos CPEs (devido a chamadas originadas nesses CPES), cujo acesso se encontra na central RDIS, $v_a \in \mathcal{V}$ é dada em cada sentido $d = 1, 2$ por:

$$A_{Dcp}(\eta_{Dcp}, v_a, d) = |E_{\mathcal{V}}(v_a)|A'_{Dcp}(\eta_{Dcp}, v_a, d), \quad (\text{bit/s}) \quad (6.35)$$

Em cada canal D de um CPE, na Recomendação E.712 [54], apenas é considerado um único componente de tráfego. No caso da definição do CPE genérico de uma população, poderá surgir mais do que um componente de tráfego (basta considerar a diferença entre um acesso básico e um acesso primário) devido à utilização do canal D .

Seja $p_{Dcp}(\eta_{Dcp}, v_a, v_b)$ a proporção de cada componente de tráfego de saída da central v_a , com caracterizador de tráfego η_{Dcp} , com configuração *ponto a ponto*, em modo

pacote, devido a acessos através de canais D dos CPEs que se ligam à rede através da central v_a , com destino na central v_b :

$$\sum_{v_b \in \mathcal{V}} p_{Bcp}(\eta_{Dcp}, v_a, v_b) = 1 \quad (6.36)$$

Então o valor médio do componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{Dcp} , com configuração *ponto a ponto, em modo pacote*, em cada sentido d , devido a tráfego de saída, da central v_a (devido a acessos que utilizam canais D) com destino na central $v_b \in \mathcal{V}$:

$$A_{cp}^D(\eta_{Dcp}, v_a, v_b, d) = p_{Dcp}(\eta_{Dcp}, v_a, v_b) A_{Dcp}(\eta_{Dcp}, v_a, d) \quad (\text{bit/s}) \quad (6.37)$$

6.4 Uma representação matemática para a rede RDIS inter-centrais

Matematicamente a rede RDIS deverá ser representada pelo 8-tuplo ordenado:

$$\mathcal{R} = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, \mathcal{F}_{pp}, \mathcal{F}_{mp}, \mathcal{F}_{df}, \mathcal{E}, \mathcal{K}, \mathcal{R}_a) \quad (6.38)$$

onde cada elemento representa as entidades seguintes.

Definição 6.4.1 (\mathcal{V}) \mathcal{V} é um conjunto finito de elementos que se designam por nós (que representam as centrais RDIS ou as centrais digitais com acessos RDIS).

$$\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_{|\mathcal{V}|}\}$$

Definição 6.4.2 (\mathcal{L}) \mathcal{L} é um conjunto de elementos, que se designam por arcos, ramos ou feixes da rede:

$$\mathcal{L} = \{l_1, l_2, \dots, l_{|\mathcal{L}|}\}, \quad l_k = (v_i, v_j, b), \quad v_i, v_j \in \mathcal{V}, \quad k = 1, 2, \dots, |\mathcal{L}|, \quad b \in \{V, F\}$$

Se b tem o valor F , então o feixe l_k é unidireccional do ponto de vista do tráfego ou seja é um feixe que apenas permite a ligação de chamadas provenientes de v_i e direccionadas para v_j .

Se b tem o valor V significa que o feixe é bidireccional do ponto de vista do tráfego, ou seja que tanto serve para estabelecer a ligação de v_i para v_j , como serve para estabelecer a ligação de v_j para v_i , e nesse caso l_k tanto pode ser representado por (v_i, v_j, V) como por (v_j, v_i, V) .

Esta representação pretende salvaguardar as situações em que existam simultaneamente feixes unidireccionais e bidireccionais na rede.

Definição 6.4.3 (\mathcal{K}) \mathcal{K} é uma função que define de forma genérica as capacidades $\mathcal{K}(l)$ dos arcos (feixes):

$$\mathcal{K} : \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{Z}_0^{+2}$$

$$l = (v_i, v_j, b) \mapsto \mathcal{K}(l) = (K(l, v_i), K(l, v_j))$$

em que $K(l, v_i)$ e $K(l, v_j)$ indicam o número de canais a 64 Kbit/s disponíveis no feixe l para transferência de informação no sentido v_i para v_j e no sentido v_j para v_i , respectivamente.

O facto da capacidade de um arco (feixe da rede funcional) poder tomar o valor 0 (em ambos os sentidos possíveis para a transferência de informação) representa uma situação de avaria na rede, ou seja a impossibilidade de um feixe num dado estado de avaria da rede poder escoar tráfego. Caso existam chamadas, em modo circuito, em que o atributo de transferência de informação *simetria* possa tomar o valor unidireccional ou bidireccional assimétrico, os canais que transportam cada um dos sentidos da informação devem ser dimensionados em separado, e a dimensão final será dada pelo sentido em que o número de canais for mais elevado, de acordo com [54]. Neste caso o número de circuitos utilizados por uma chamada em cada sentido da transferência da informação poderá ser diferente, e por conseguinte, o número de canais em cada direcção deverá ser considerado como um grupo diferente de recursos [54]. Assim a capacidade do feixe deverá ser especificada para cada sentido da transferência de informação no feixe, tal como está previsto na definição 6.4.3.

Considere-se, por exemplo, uma chamada telefónica originada no nó v_i e com destino no nó v_j , que utiliza apenas o feixe $l = (v_i, v_j, V)$. Esta chamada ocupará apenas (simultaneamente) um canal entre os canais $K(l, v_i)$ e outro entre os canais $K(l, v_j)$. Caso o feixe l fosse unidireccional não poderia ser utilizado para estabelecer ligações que apresentassem nalgum caminho os nós v_j, v_i , por esta ordem.

Num feixe com acessibilidade completa, os tráfegos de velocidade mais baixa tendem a apresentar melhor GOS do que os tráfegos de velocidade mais elevada (que ocupam mais canais simultaneamente), pelo que é normal utilizar técnicas de protecção tais como reserva de circuitos e limitação por classes[55]. Caso alguns feixes da rede se encontrem nestas circunstâncias, então deverá ser incluída na sua descrição a indicação das técnicas de protecção associadas a cada um dos fluxos de tráfego que pode suportar.

Dada a diferente natureza topológica da configuração das comunicações (ponto a ponto, multiponto e difusão) optou-se por separar os fluxos de tráfego associados em conjuntos diferentes.

O tráfego oferecido ponto a ponto, no plano do utilizador, pode ser decomposto em vários componentes de tráfego (ou fluxos de tráfego), cada uma com o correspondente caracterizador de tráfego, como foi visto na secção 6.3.

Definição 6.4.4 (\mathcal{F}_{pp}) \mathcal{F}_{pp} conjunto dos fluxos de tráfego ponto a ponto na rede,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{pp} = \{f \equiv (\eta, v_a, v_b) \in \Lambda_{pp} \times \mathcal{V} \times \mathcal{V} : & \quad v_a \neq v_b \\ & \wedge A_{pp}(f) = (A_{pp}^+(f), A_{pp}^-(f)) \\ & \wedge (A_{pp}^+(f) \neq 0 \vee A_{pp}^-(f) \neq 0) \\ & \wedge \lambda_{pp}(f) \neq 0\} \end{aligned}$$

O elemento η , caracterizador de tráfego do fluxo f , representa a lista das características de conexão necessárias para completar a descrição do fluxo f em termos de engenharia de teletráfego.

Λ_{pp} é o conjunto dos diferentes caracterizadores de tráfego, η , existentes na rede, para todas as ligação com configuração ponto a ponto.

$A_{pp}^+(f)$ e $A_{pp}^-(f)$ são os valores médio do tráfego do fluxo de informação directo e de retorno, respectivamente, devidos ao fluxo de tráfego f com intensidade $\lambda_{pp}(f)$ (procura de chamadas por unidade de tempo).

Se a duração média das chamadas devidas ao fluxo f for dado por $h_{pp}(f)$, então o tráfego definido como o número médio de chamadas oferecidas durante a duração média de uma chamada é:

$$A_{pp}^c(f) = \lambda_{pp}(f)h_{pp}(f) \quad (\text{Erl}) \tag{6.39}$$

Os valores de $A_{pp}^+(f)$ e $A_{pp}^-(f)$, caso o fluxo f seja devido a procura de chamadas em modo circuito, serão dados por:

$$A_{pp}^+(f) = \underbrace{A_{pp}^+(f)}_{\lambda_{pp}^+(f)h_{pp}^+(f)} n_{pp}^+(f) \quad (\text{Erl}) \tag{6.40}$$

$$A_{pp}^-(f) = \underbrace{A_{pp}^-(f)}_{\lambda_{pp}^-(f)h_{pp}^-(f)} n_{pp}^-(f) \quad (\text{Erl}) \tag{6.41}$$

onde:

- $\lambda_{pp}^+(f)$ e $\lambda_{pp}^-(f)$ são as intensidades dos fluxos de informação directo e de retorno, respectivamente, devidos ao fluxo de procura de chamadas f .
- $h_{pp}^+(f)$, $h_{pp}^-(f)$ são o tempo médio de ocupação de recursos na rede (os canais), por procura de chamada, dos fluxos de informação directo e de retorno, respectivamente.

- $n_{pp}^+(f)$, $n_{pp}^-(f)$ são o número de recursos da rede requeridos (número de canais simultaneamente ocupados) por cada procura de chamada, pelos fluxos de informação directo e de retorno, respectivamente.
- $A_{pp}^+(f)$ e $A_{pp}^-(f)$, em erlangs, representam o valor médio do tráfego de fluxo de informação oferecido à rede, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas durante a duração média de uma chamada, no sentido directo e de retorno.

As relações entre alguns destes parâmetros, quando o fluxo f corresponde a chamadas *em modo circuito*, são traduzidas pela tabela 6.1.

Os valores de $A_{pp}^+(f)$ e $A_{pp}^-(f)$, caso o fluxo f seja devido a procura de chamadas *em modo pacote*, serão dados por:

$$A_{pp}^+(f) = \lambda_{pp}^+(f) \overbrace{np_{pp}^+(f) dp_{pp}^+(f)}^{nb_{pp}^+(f)} \quad (\text{bit/s}) \quad (6.42)$$

$$A_{pp}^-(f) = \lambda_{pp}^-(f) \overbrace{np_{pp}^-(f) dp_{pp}^-(f)}^{nb_{pp}^-(f)} \quad (\text{bit/s}) \quad (6.43)$$

onde:

- $\lambda_{pp}^+(f)$ e $\lambda_{pp}^-(f)$ são as intensidades dos fluxos de informação directo e de retorno, respectivamente, devidos ao fluxo de procura de chamadas f .
- $np_{pp}^+(f)$ e $np_{pp}^-(f)$ são o número médio de pacotes, por procura de chamada, dos fluxos de informação directo e de retorno, respectivamente.
- $dp_{pp}^+(f)$ e $dp_{pp}^-(f)$ são o comprimento médio dos pacotes (em bits) por procura de chamada, dos fluxos de informação directo e de retorno, respectivamente.

Valor do Atributo Simetria	$\lambda_{pp}(f)$	$h_{pp}(f)$	$n_{pp}^+(f)$	$A_{pp}^c(f)$
bidireccional simétrico	$= \lambda_{pp}^+(f)$ $= \lambda_{pp}^-(f)$	$= h_{pp}^+(f)$ $= h_{pp}^-(f)$	$= n_{pp}^-(f)$	$= A_{pp}^+$ $= A_{pp}^-$
bidireccional assimétrico	$= \lambda_{pp}^+(f)$ $= \lambda_{pp}^-(f)$	$= h_{pp}^+(f)$ $= h_{pp}^-(f)$	$\neq n_{pp}^-(f)$	$= A_{pp}^+$ $= A_{pp}^-$
unidireccional	$= \lambda_{pp}^+(f)$ $\neq (\lambda_{pp}^-(f) = 0)$	$= h_{pp}^+(f)$ $\neq (h_{pp}^-(f) = 0)$	$\neq (n_{pp}^-(f) = 0)$	$= A_{pp}^+$ $\neq (A_{pp}^- = 0)$

Tabela 6.1: Relações entre alguns parâmetros que caracterizam o tráfego ponto a ponto em modo circuito

- $nb_{pp}^+(f)$ e $nb_{pp}^-(f)$ são o número médio de bits em cada sentido do fluxo de transferência de informação, por chamada do fluxo f .

O valor do tráfego oferecido por cada fluxo de informação poderá ser obtido em erlangs, a partir dos valores para $A_{pp}^+(f)$ e $A_{pp}^-(f)$, dados pelas equações (6.42) e (6.43) em (bit/s), se for conhecida o débito médio de transmissão extremo a extremo, $r^+(f)$ (bit/s) e $r^-(f)$ (bit/s), associado a cada um dos sentidos de transferência de informação ponto a ponto:

$$A_{pp}^+(f) = A_{pp}^+(f)(\text{bit/s})/r^+(f) \quad (\text{Erl}) \quad (6.44)$$

$$A_{pp}^-(f) = A_{pp}^-(f)(\text{bit/s})/r^-(f) \quad (\text{Erl}) \quad (6.45)$$

Os valores de $A_{pp}^+(f)$ e $A_{pp}^-(f)$, dados pelas equações (6.42) e (6.43) vêm em (bit/s); para calcular o tráfego oferecido em erlangs a algum recurso da rede é necessário conhecer a velocidade (capacidade em bit/s ou pacotes/s) do recurso da rede ao qual os fluxos de informação directo e/ou de retorno estão a ser oferecidos.

Quer em modo circuito quer em modo pacote, se a chamada for bidireccional $\lambda_{pp}(f) = \lambda_{pp}^+(f) = \lambda_{pp}^-(f)$. Isto significa que os fluxos de informação surgem com a mesma intensidade que as chamadas ponto a ponto que lhes dão origem; tal situação não se verifica, de facto, quando o nó destino da comunicação está inacessível, mas nesse caso todo os fluxos de tráfego são perdidos, e o valor de $\lambda_{pp}^-(f)$ apenas serve como indicador para o valor do tráfego da intensidade de chamadas de retorno potencial que não se consegue efectuar.

Tendo como objectivo definir todos os fluxos ponto a ponto devidos a ligações multiponto, defina-se o conjunto de todas as ligações multiponto⁸.

Definição 6.4.5 (L_M) *Seja L_M o conjunto das ligações multiponto:*

$$L_M = \{d \equiv (\eta, v_a, U) \in \Lambda_{mp} \times \mathcal{M}_{mp} \times \mathcal{P}(\mathcal{M}_{mp}) : v_a \notin U \wedge U \neq \emptyset \wedge \lambda_M(d) \neq 0\}$$

O elemento η , caracterizador de tráfego, representa a lista das características de conexão necessárias para completar a descrição da ligação multiponto d , em termos de engenharia de teletráfego.

Λ_{mp} é o conjunto dos diferentes caracterizadores de tráfego, η_{mp} , existentes na rede, para todas as ligação com configuração multiponto.

\mathcal{M}_{mp} é o conjunto de todos os nós em \mathcal{V} entre os quais é possível estabelecer uma ligação multiponto. $\mathcal{P}(\mathcal{M}_{mp})$ é o conjunto de todos os sub-conjuntos de \mathcal{M}_{mp} e $U \in$

⁸Cada ligação multiponto representa todas as comunicações multiponto, com origem num nó específico, com interlocutores num dado conjunto de nós, com um caracterizador de tráfego comum η_{mp} .

$\mathcal{P}(\mathcal{M}_{mp})$ é o conjunto de todos os nós interlocutores com v_a numa ligação multiponto iniciada pelo nó v_a .

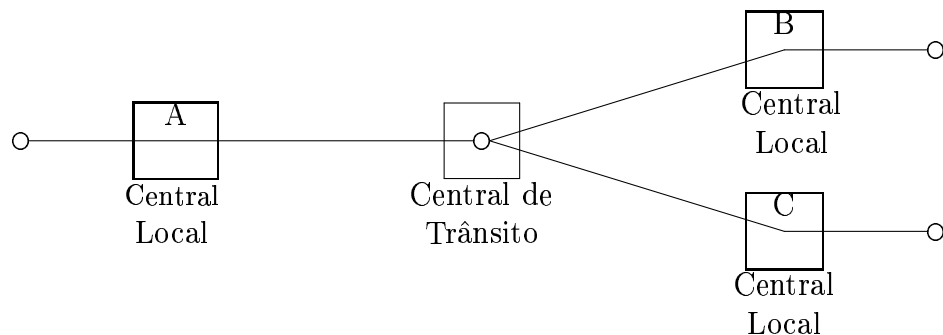
$\lambda_M(d)$ é a intensidade de procura de ligações multiponto d , por unidade de tempo.

O tráfego $A_M(d)$, número médio de procura de ligações multiponto d durante a duração média dessas ligações, é dado por:

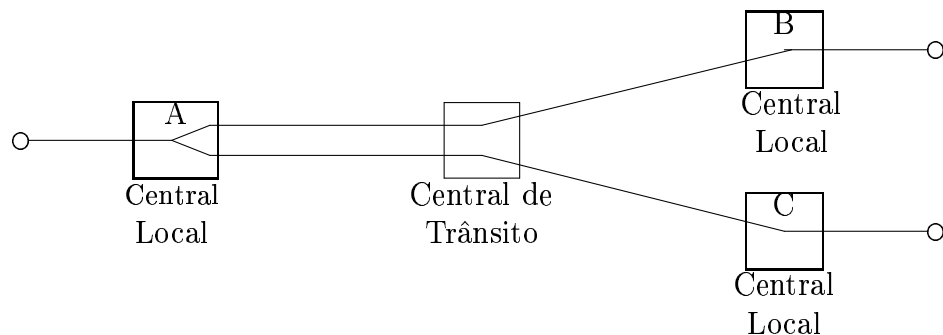
$$A_M(d) = \lambda_M(d)h_M(d) \quad (\text{Erl}) \quad (6.46)$$

em que $h_M(d)$ é a duração média das chamadas multiponto d .

Uma ligação multiponto dá origem a um certo número de tráfegos ponto a ponto. Esses tráfegos dependem do número de intervenientes na comunicação, do número de comunicações em curso, como por exemplo todos para todos ou de um para vários e da forma como a informação é dividida na rede, como se pode verificar pela figura 6.2 [54] onde são dados dois exemplos de uma ligação multiponto com três extremos.



(a) A informação é dividida na central de trânsito.



(b) A informação é dividida na central local.

Figura 6.2: Dois exemplos de implementação de um comunicação multiponto (com três extremos)

Definição 6.4.6 (\mathcal{F}_{mp}) *Seja \mathcal{F}_{mp} o conjunto dos fluxos de tráfego ponto a ponto associados a todas as ligações multiponto:*

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{mp} &= \{f \equiv (d, v_i, v_j) \in L_M \times \mathcal{V} \times \mathcal{V} : \\ &\quad d = (\eta, v_a, U) \wedge v_i \neq v_j \wedge (v_i \in U \cup \{v_a\} \vee v_j \in U \cup \{v_a\}) \wedge \\ &\quad A_{mp}(f) = (A_{mp}^+(f), A_{mp}^-(f)) \wedge (A_{mp}^+(f) \neq 0 \vee A_{mp}^-(f) \neq 0) \wedge \lambda_{mp}(f) \neq 0\} \end{aligned}$$

O caracterizador de tráfego η contém a lista das características de conexão necessárias para completar a descrição da ligação d , e por conseguinte do fluxo f , em termos de engenharia de teletráfego.

$A_{mp}^+(f)$ e $A_{mp}^-(f)$ são os valores médios do tráfego do fluxo de informação directo e de retorno, respectivamente, devidos ao fluxo de tráfego f entre v_i e v_j , $f = (d, v_i, v_j)$, devido à ligação multiponto d (iniciada no nó v_a).

A intensidade de procura de chamadas $\lambda_{mp}(f)$ é igual a $\lambda_M(d)$.

Os valores de $A_{mp}^+(f)$ e $A_{mp}^-(f)$, para o fluxo f devido a uma procura de chamadas em modo circuito são dados por:

$$A_{mp}^+(f) = \overbrace{\lambda_{mp}^+(f) h_{mp}^+(f) n_{mp}^+(f)}^{A_{mp}^+(f)} \quad (\text{Erl}) \quad (6.47)$$

$$A_{mp}^-(f) = \overbrace{\lambda_{mp}^-(f) h_{mp}^-(f) n_{mp}^-(f)}^{A_{mp}^-(f)} \quad (\text{Erl}) \quad (6.48)$$

onde:

- $\lambda_{mp}^+(f)$ e $\lambda_{mp}^-(f)$ são as intensidades dos fluxos de informação directo e de retorno, respectivamente, devidos ao fluxo f .
- $h_{mp}^+(f)$, $h_{mp}^-(f)$ são o tempo médio de ocupação de recursos na rede (os canais), por procura de chamada, dos fluxos de informação directo e de retorno, respectivamente, devidos ao fluxo f .
- $n_{mp}^+(f)$, $n_{mp}^-(f)$ são o número de recursos da rede requeridos (número de canais simultaneamente ocupados) por cada procura de chamada, pelos fluxos de informação directo e de retorno, respectivamente, devidos ao fluxo f .
- $A_{mp}^+(f)$ e $A_{mp}^-(f)$, em erlangs, representam o valor médio do tráfego de fluxo de informação oferecido à rede, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas durante a duração média de uma chamada multiponto d no sentido directo e de retorno, associados ao fluxo f .

A título de exemplo considere-se a figura 6.3. A central v_a iniciou uma ligação multiponto bidireccional simétrica, em modo circuito, de todos para todos, $d = (\eta, v_a, U)$, com $U = \{v_{b_1}, v_{b_2}, v_{b_3}\}$ e em que a informação é manipulada no nó v_a . Considere-se que o nó v_a recebe informação dos nós v_{b_j} , $j = 1, 2, 3$, e envia para cada um dos nós v_{b_j} não só a informação com origem em v_a como também a informação proveniente dos outros nós v_{b_i} , $i \neq j$. Então:

$$A'_{mp}{}^+(d, v_a, v_{b_j}) = A_M(d), \quad \forall v_{b_j} \in U \quad (6.49)$$

$$A'_{mp}{}^-(d, v_a, v_{b_j}) = A_M(d), \quad \forall v_{b_j} \in U \quad (6.50)$$

e o conjunto dos fluxos f , associados a d , é dado por:

$$\{f_1 = (d, v_a, v_{b_1}), f_2 = (d, v_a, v_{b_2}), f_3 = (d, v_a, v_{b_3})\} \quad (6.51)$$

Se a ligação é simétrica o número de canais afectos a cada um dos sentidos destes fluxos serão os mesmos em cada feixe, pelo que $A_{mp}^+(d, v_a, v_{b_j})$ é igual a $A_{mp}^-(d, v_a, v_{b_j})$, sendo dados por:

$$A_{mp}^+(d, v_a, v_{b_j}) = A_{mp}^-(d, v_a, v_{b_j}) = A'_{mp}{}^+(f)n_{mp}^+(f) \quad (6.52)$$

Então serão usados $3n_{mp}^+(f)$ e $3n_{mp}^-(f)$, com $n_{mp}(f) = n_{mp}^+(f) = n_{mp}^-(f)$, canais no feixe que liga v_a a v_t e $n_{mp}(f)$ canais em cada um dos sentidos dos feixes que ligam v_t a v_{b_j} , com $j = 1, 2, 3$.

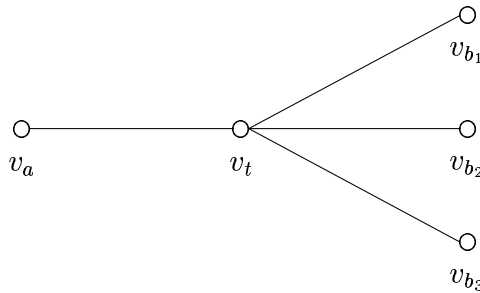


Figura 6.3: Exemplo de uma ligação multiponto bidireccional simétrica em modo circuito

Definição 6.4.7 (L_D) *Seja L_D o conjunto das ligações de difusão (unidireccionais):*

$$L_D = \{d \equiv (\eta, v_a, U) \in \Lambda_{df} \times \mathcal{D}_{df} \times \mathcal{P}(\mathcal{R}_{df}) : v_a \notin U \wedge U \neq \emptyset \wedge \lambda_D(d) \neq 0\}$$

O caracterizador de tráfego η representa a lista das características de conexão necessárias para completar a descrição da ligação de difusão d , em termos de engenharia de teletráfego.

Λ_{df} é o conjunto dos diferentes caracterizadores de tráfego, η , existentes na rede, para todas as ligação com configuração difusão.

$\mathcal{D}_{df} \in \mathcal{V}$ é o conjunto de todos os nós em \mathcal{V} capazes de originar uma ligação de difusão, \mathcal{R}_{df} é o conjunto de todos os nós que podem ser receptores de uma emissão de difusão, e $\mathcal{P}(\mathcal{R}_{df})$ é o conjunto de todos os sub-conjuntos de \mathcal{R}_{df} .

$U \in \mathcal{P}(\mathcal{R}_{df})$ é o conjunto dos nós destino da ligação de difusão.

$\lambda_D(d)$ é a intensidade de procura de chamadas de difusão d , por unidade de tempo.

O tráfego $A_D(d)$, número médio de procura de ligações de difusão d durante a duração média dessas ligações, será dado por:

$$A_D(d) = \lambda_D(d)h_D(d) \quad (\text{Erl}) \quad (6.53)$$

em que $h_D(d)$ é a duração média das chamadas de difusão d .

Definição 6.4.8 (\mathcal{F}_{df}) *Seja \mathcal{F}_{df} o conjunto dos fluxos ponto a ponto associados a todas as ligações de difusão (unidireccionais):*

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{df} = \{ & f \equiv (d, v_b) \in L_D \times \mathcal{P}(\mathcal{R}_{df}) : d = (\eta, v_a, U) \wedge v_b \in U \wedge \\ & A_{df}^+(f) = (A_{df}^+(f), A_{df}^-(f)) \wedge A_{df}^+(f) \neq 0 \wedge A_{df}^-(f) = 0 \wedge \lambda_{df}(f) \neq 0 \} \end{aligned}$$

O caracterizador de tráfego η contém a lista das características de conexão necessárias para completar a descrição do fluxo f em termos de engenharia de teletráfego.

$A_{df}^+(f)$ é o valor médio do tráfego do fluxo de informação directo, devido ao fluxo de tráfego f entre v_a e v_b , $f = (d, v_b)$, devido à ligação de difusão d (iniciada no nó v_a).

A intensidade de procura de chamadas $\lambda_{df}(f)$ é igual a $\lambda_D(d)$.

Exemplifique-se a caracterização de um tráfego de difusão recorrendo à figura 6.4. A central v_a iniciou uma ligação de difusão (unidireccional), em modo circuito, para os nós no conjunto $U = \{v_{b_1}, v_{b_2}, v_{b_3}\}$. Seja $d = (\eta, v_a, U)$ a ligação de difusão cujos fluxos de tráfego ponto a ponto equivalentes se pretende caracterizar. Então:

$$A_{df}^+(f = (d, v_{b_j})) = A_D(d), \quad \forall v_{b_j} \in U \quad (6.54)$$

$$A_{df}^+(f = (d, v_{b_j})) = A_D(d)n_{df}^+(f), \quad \forall v_{b_j} \in U \quad (6.55)$$

onde $A_{df}^+(f)$, em erlangs, representa o valor médio do tráfego de fluxo de informação oferecido à rede, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas durante a duração média de uma chamada de difusão d no sentido directo e $A_{df}^+(f)$ representa o

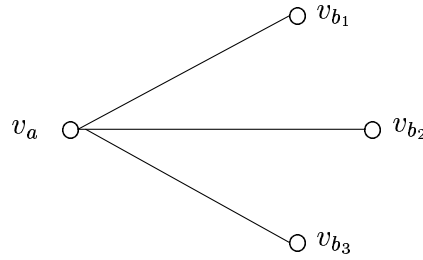


Figura 6.4: Exemplo de uma ligação de difusão com origem no nó v_a

valor médio do tráfego do fluxo de informação equivalente ponto a ponto entre v_a e v_{b_j} no sentido directo, associado a cada chamada de difusão d , com $d \in L_D$.

O termo fluxo de tráfego (representado neste texto pelo símbolo f), correspondente a uma procura de chamada ponto a ponto, designa em geral um processo estocástico pontual, em geral bidimensional e marcado que descreve a geração de chamadas de um nó origem v_a para um nó destino v_b (sendo o nó destino diferente do nó origem). As marcas servem caracterizar um dado tipo de acontecimento associado a um instante de tempo, por exemplo no caso dos fluxos ponto a ponto em modo circuito f , $f = (\eta_{pp}, v_i, v_j) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta_{pp} \in \Lambda_{pp}^{cc}$, a marca poderá ser η_{pp} . E de forma semelhante para as chamadas ponto a ponto em modo pacote.

No caso das ligações de difusão ou das ligações multiponto a cada ligação é associada um caracterizador de tráfego η que a especifica, ou seja a sua marca.

Definição 6.4.9 (\mathcal{E}) \mathcal{E} é o conjunto de relações cujos elementos são pares (fluxo, arco):

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{pp} \cup \mathcal{E}_{mp} \cup \mathcal{E}_{df}$$

sendo \mathcal{E}_{pp} , \mathcal{E}_{mp} e \mathcal{E}_{df} e dados por:

$$\mathcal{E}_{pp} = \{(f, l) \in \mathcal{F}_{pp} \times \mathcal{L} : \text{uma chamada de } f \\ \text{pode ser oferecida a } l \\ \text{com probabilidade não nula}\}$$

$$\mathcal{E}_{mp} = \{(f, l) \in \mathcal{F}_{mp} \times \mathcal{L} : \text{uma chamada de } f \\ \text{pode ser oferecida a } l \\ \text{com probabilidade não nula}\}$$

$$\mathcal{E}_{df} = \{(f, l) \in \mathcal{F}_{df} \times \mathcal{L} : \text{uma chamada de } f \\ \text{pode ser oferecida a } l \\ \text{com probabilidade não nula}\}$$

Definição 6.4.10 (\mathcal{R}_a) \mathcal{R}_a é o conjunto de regras que define totalmente o algoritmo de encaminhamento para todos os fluxos.

6.5 Uma metodologia de análise de fiabilidade—qualidade de serviço em ambiente RDIS

A extensão da aplicação da metodologia proposta no capítulo 3 em ambiente RDIS, baseia-se no modelo estocástico geral apresentado na figura 3.1 desse capítulo. Vão ser referidos apenas os elementos desse modelo que é necessário especificar no contexto da rede que se pretende agora analisar.

Será necessário obter uma representação para a rede RDIS sujeita a avarias, a rede de componentes, e também uma representação para a rede RDIS funcional. A representação da rede funcional RDIS inclui a topologia da rede dada pelas centrais de comutação, e pelos feixes que os ligam. As centrais com acessos RDIS e com funções de comutação de pacotes devem incluir a representação dessa função através de um modelo de filas de espera adequado.

Os feixes que ligam as centrais são descritos pelas respectivas capacidades, direccionalidade e pelos algoritmos de protecção do GOS dos diferentes fluxos de tráfego que os utilizam. A descrição da capacidade dos feixes deverá conter o número de canais disponíveis para cada sentido da transferência de informação; este tipo de descrição de um feixe faz usualmente parte da descrição da rede de transporte, pelo que a representação da rede funcional é neste caso uma estrutura intermédia entre a rede de transporte e a rede funcional usual em redes de comutação por circuitos. Um feixe que apresente circuitos para utilização em modo pacote, deverá ainda ser representado pelos *buffers* de acesso a esses circuitos.

O ambiente que descreve o sistema, tal como no capítulo 3, inclui o espaço de estados E_A , espaço de todos os estados de avaria da rede. Um outro elemento do ambiente é o conjunto $T_{\mathcal{O}}$:

$$T_{\mathcal{O}} = \{\mathcal{PP}_f : f \in \mathcal{F}_{pp}\} \cup \{\mathcal{PP}_f : f \in \mathcal{F}_{mp}\} \cup \{\mathcal{PP}_f : f \in \mathcal{F}_{df}\} \quad (6.56)$$

de todos os processos pontuais que descrevem todos os fluxos de tráfego oferecidos à rede.

É ainda necessário ao modelo a função implícita M_F que estabelece a relação entre os estados $e \in E_A$ da rede de componentes e os estados $F_e \in E_F$ da rede funcional com estrutura variável.

No contexto de modelação do capítulo 3 não é viável especificar uma função de aptidão de tráfego φ capaz de estabelecer a correspondência entre as funções amostra de X (o modelo-base) e níveis de desempenho y (definidos no espaço de estados da variável aleatória Y). No âmbito de uma rede com acessos RDIS tal é ainda mais difícil pelo que é necessário recorrer a φ_T , uma outra função (implícita) de capacidade

de tráfego que engloba o conjunto de modelos de tráfego estacionários aproximados que permitem aproximar y por y^* . O cálculo do valor de y^* correspondente a cada $\{X_e(t), t \geq t_e\}$ (para o qual existe uma versão estacionária no tempo assim como a distribuição de probabilidade estacionária associada – hipótese considerada no capítulo 3) é estimado directamente a partir da estrutura funcional F_e e do conjunto de fluxos de tráfego oferecidos $T_{\mathcal{O}}$.

Caso não existam modelos de tráfego adequados (em termos de precisão ou de tratabilidade) os valores de y^* poderão ser obtidos por simulação, para cada estado da rede $e = S_j \in E_A$.

A metodologia segue os mesmos passos que os descritos para a rede inter-centrais de comutação por circuitos.

A descrição dos fluxos ponto a ponto é feito apenas com base na sua média. Normalmente admite-se que os fluxos de tráfego exógeno, oferecidos entre pares de nós são processos de Poisson, independentes entre si e que as durações das chamadas e portanto os tempos de ocupação têm uma distribuição exponencial negativa. Paxson e Floyd [91] confirmam que a chegada de pedidos de conexão TELNET e de sessões de FTP são bem modeladas por processos de Poisson. No entanto as chegadas de conexões de dados dentro de uma sessão FTP e as correspondentes rajadas⁹ não seguem a distribuição exponencial negativa. Por outro lado alguns estudos têm mostrado [91] que os tempos de chegadas entre pacotes não seguem a distribuição exponencial negativa. Segundo [91] a utilização da distribuição exponencial negativa sub-estima o atraso médio dos pacotes devidos a ligações TELNET.

Na análise de uma rede RDIS é necessário a utilização de modelos de tráfego adequados à grande variedade de componentes de tráfego entre cada ligação nó a nó o que contribui para a grande complexidade do problema, a qual é referida na sub-secção 6.6.7.

O conjunto de medidas propostas, que permitem obter valores para y^* , e que completam a descrição desta proposta encontram-se na secção seguinte.

6.6 Parâmetros de desempenho

O desempenho de rede será descrito pela variável aleatória Y a qual é caracterizada por uma lista de parâmetros. Apresenta-se em seguida uma proposta, se bem que não exaustiva, para essa lista de parâmetros. As medidas que agora se seguem são na sua maior parte extensões das medidas utilizadas no capítulo 4, para aplicação da metodologia proposta no capítulo 3. Alguns dos parâmetros apresentados de se-

⁹Em inglês: bursts.

guida são facilmente deduzíveis a partir de outros semelhantes, no entanto optou-se por explicitá-los completamente, de modo a evitar ambiguidades.

Chama-se novamente a atenção para o facto de que algumas das definições para os parâmetros de desempenho que se vão seguir só são exactas quando o número m de estados considerados é igual ao número total de estados 2^n . Ou seja, quando mais à frente se refere o bloqueio médio ponto a ponto para o fluxo f dado pela equação (6.76), esse bloqueio só é de facto o bloqueio médio se m for igual a 2^n . No entanto, desde que a probabilidade de cobertura obtida com os m estados considerados seja significativa, o erro cometido é desprezável.

Com o objectivo de simplificar a apresentação dos parâmetros que se seguem definem-se os seguintes conjuntos, alguns dos quais já tinham sido introduzidos, nas definições dos conjuntos de fluxos de tráfego.

Definição 6.6.1 (Λ_{pp}) *Seja Λ_{pp} , o conjunto dos caracterizadores de tráfego η , necessários para especificar completamente os componentes de tráfego, devido a configurações ponto a ponto,*

$$\Lambda_{pp} = \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA} \cup \Lambda_{pp}^{cpB}$$

em que:

- Λ_{pp}^{cc} *é o conjunto de todos caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações ponto a ponto em modo circuito;*
- Λ_{pp}^{cpA} *é o conjunto de todos caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações ponto a ponto em modo pacote, que resultam do caso \mathcal{A} (ver subsecção 6.3.2);*
- Λ_{pp}^{cpB} *é o conjunto de todos caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações ponto a ponto em modo pacote, que resultam do caso \mathcal{B} (ver subsecção 6.3.2);*

Definição 6.6.2 (Λ_{mp}) *Seja Λ_{mp} o conjunto dos caracterizadores de tráfego η , necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações multiponto,*

$$\Lambda_{mp} = \Lambda_{mp}^{cc} \cup \Lambda_{mp}^{cpA}$$

em que:

- Λ_{mp}^{cc} *é o conjunto de todos os caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações multiponto em modo circuito;*

- Λ_{mp}^{cpA} é o conjunto de todos os caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações multiponto em modo pacote, no caso \mathcal{A} (ver subsecção 6.3.2).

Definição 6.6.3 (Λ_{df}) *Seja Λ_{df} o conjunto dos caracterizadores de tráfego η , necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações do tipo difusão,*

$$\Lambda_{df} = \Lambda_{df}^{cc} \cup \Lambda_{df}^{cpA}$$

em que:

- Λ_{df}^{cc} é o conjunto de todos os caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação de todos os componentes de tráfego devidos a configurações de difusão em modo circuito;
- Λ_{df}^{cpA} é o conjunto de todos os caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação de todos os componentes de tráfego devidos a configurações de difusão em modo pacote, no caso \mathcal{A} (ver subsecção 6.3.2).

Definição 6.6.4 (Conjunto de todos os caracterizadores de tráfego) *Seja Λ o conjunto de todos os caracterizadores de tráfego necessários à especificação de todos os componentes de tráfego existentes na rede.*

$$\Lambda = \Lambda_{pp} \cup \Lambda_{mp} \cup \Lambda_{df}$$

O modo pacote no caso \mathcal{B} , nas configurações multiponto e de difusão, não é considerado, por ser um modo que presentemente não é utilizado, nessas configurações.

6.6.1 Parâmetros de desempenho por fluxo de tráfego nas ligações ponto a ponto

Este tipo de análise pretende comparar o comportamento da rede para fluxos com a mesma origem e destino, mas com características de conexão suficientemente distintas que mereçam um tratamento separado.

Consideram-se conhecidos, para $f \in \mathcal{F}_{pp}$:

1. (a) O valor médio da intensidade de procura de chamadas do fluxo f :

$$\lambda_{pp}(f) \quad (\text{chamadas por unidade de tempo}) \quad \forall f \in \mathcal{F}_{pp} \quad (6.57)$$

- (b) Os valores médios do tráfego oferecido pelo fluxo f , em erlangs, na hora mais carregada¹⁰, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas

¹⁰O intervalo de tempo a especificar para a definição destes parâmetros ainda não está bem definido, pelo que é sugerido [53] a utilização do conceito de hora mais carregada.

durante a duração média de duma chamada do fluxo f :

$$A_{pp}^c(f) \quad (\text{Erl}) \quad \forall f \in \mathcal{F}_{pp} \quad (6.58)$$

cujo valor é dado na equação (6.39).

2. (a) Os valores médios dos fluxos de informação, oferecidos pelo fluxo f , em erlangs, na hora mais carregada:

$$A_{pp}(f) = (A_{pp}^+(f), A_{pp}^-(f)), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{A}} \quad (6.59)$$

- (b) A média do tráfego oferecido pelo fluxo f , em bit/s:

$$A_{pp}(f) = (A_{pp}^+(f), A_{pp}^-(f)), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}} \quad (6.60)$$

3. (a) A receita potencial por erlang.hora no fluxo f , em unidades monetárias:

$$c_{pp1}(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{A}} \quad (6.61)$$

- (b) A receita potencial por pacote transportado no fluxo f , no modo pacote, no caso \mathcal{B} , em unidades monetárias:

$$c_{pp2}(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}} \quad (6.62)$$

O valor de $c_{pp2}(f)$ multiplicado pela soma do número médio de pacotes oferecidos à rede, pelos fluxos de informação no sentido directo e de retorno, associados ao fluxo de chamadas f , dá o valor da receita potencial associado a esse fluxo.

4. A dimensão média (em bits) de um pacote do fluxo f , $dp_{pp}^+(f)$ e $dp_{pp}^-(f)$, no sentido directo e de retorno, respectivamente:

$$dp_{pp}^+(f), dp_{pp}^-(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}} \quad (6.63)$$

5. O número médio de circuitos ocupados pelo fluxo f , em cada sentido da transferência de informação:

$$n_{pp}^+(f), n_{pp}^-(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{A}} \quad (6.64)$$

Considera-se que no caso \mathcal{A} , a receita do ponto de vista da RDIS depende apenas da ocupação dos circuitos disponibilizados para acesso à rede de comutação de pacotes (externa à RDIS). No caso \mathcal{B} , embora haja recursos afectados em modo circuito, o fluxo utiliza recursos da RDIS em modo pacote, pelo que a receita deverá ser função essencialmente do número de pacotes (ou bits) transportados.

Propõem-se os seguintes parâmetros, em que o estado S_1 é o estado totalmente operacional da rede:

1. Bloqueio médio para cada componente de tráfego ponto a ponto no estado operacional:

$$B_{pp(1)}(f) = \max \left(B_{pp(1)}^+(f), B_{pp(1)}^-(f) \right), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} \quad (6.65)$$

Em que $B_{pp(1)}^+(f)$ e $B_{pp(1)}^-(f)$ são as probabilidades de bloqueio do fluxo de informação directo e de retorno do fluxo f , no estado operacional.

A equação (6.65) constitui o parâmetro de desempenho que servirá como valor de referência para o bloqueio ponto a ponto de cada fluxo $f \in \mathcal{F}_{pp}$, nos estados de avaria.

No caso dos tráfegos em modo circuito esta é a medida fulcral de desempenho. O mesmo pode ser dito no caso dos tráfegos em modo pacote para o caso \mathcal{A} , uma vez que os recursos RDIS envolvidos funcionam todos em modo circuito. Para as ligações em modo pacote, do caso \mathcal{B} , esta medida já é uma medida de desempenho secundária, uma vez que em situações de funcionamento normal a probabilidade de recusa de um pedido de estabelecimento de um circuito virtual RDIS deve ser muito baixa, assim como a probabilidade de uma comunicação já estabelecida ser desfeita devido a acção do utilizador (dada a má qualidade da ligação devida, por exemplo, ao débito de tráfego transportado ser inferior a um dado limiar – correspondente à definição de estado de incapacidade da ligação de acordo com [61]), ou devido aos próprios mecanismos de regulação da congestão de tráfego na rede.

Os valores médios de $B_{pp(1)}^+(f)$ e $B_{pp(1)}^-(f)$ com $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$ serão dados por expressões do tipo:

$$B_{pp(1)}^+(f) = P_{rc(1)}(f) + P_{db(1)}^+(f) \quad (6.66)$$

$$B_{pp(1)}^-(f) = P_{rc(1)}(f) + P_{db(1)}^-(f) \quad (6.67)$$

em que

$$P_{rc(j)}(f) = P \left\{ \begin{array}{l} \text{recusa de um pedido de estabelecimento} \\ \text{de um circuito virtual RDIS para o fluxo } f, \\ \text{quando a rede se encontra no estado } S_j \end{array} \right\} \quad (6.68)$$

$$P_{db(j)}^+(f) = P \left\{ \begin{array}{l} \text{débito transportado no sentido directo do} \\ \text{fluxo de informação ser inferior a um dado} \\ \text{limiar e a ligação ser desfeita quando} \\ \text{a rede se encontra no estado } S_j \end{array} \right\} \quad (6.69)$$

$$P_{db(j)}^-(f) = P \left\{ \begin{array}{l} \text{débito transportado no sentido de retorno} \\ \text{do fluxo de informação ser inferior a} \\ \text{um dado limiar e a ligação ser desfeita} \\ \text{quando a rede se encontra no estado } S_j \end{array} \right\} \quad (6.70)$$

2. Atrasos médios por pacote de cada fluxo de informação associado ao tráfego ponto a ponto, devido a tráfego em modo pacote, no caso \mathcal{B} , no estado operacional:

$$At_{pp(1)}(f) = \left(At_{pp(1)}^+(f), At_{pp(1)}^-(f) \right), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB} \quad (6.71)$$

e $At_{pp(1)}^+(f), At_{pp(1)}^-(f) < \infty$. Em que $At_{pp(1)}^+(f)$ e $At_{pp(1)}^-(f)$ são os atrasos médios por pacote nos fluxos de informação directo e de retorno do fluxo f , no estado operacional.

No caso das ligações em modo pacote, a equação (6.71) dá o parâmetro de desempenho que servirá como valor de referência para o atraso médio por pacote de cada fluxo ponto a ponto em modo pacote no caso \mathcal{B} , nos estados de avaria¹¹.

A consideração do atraso médio por pacote de um dado fluxo de tráfego tem como inconveniente o facto de tomar o valor infinito se ocorrer uma desconexão desse fluxo em algum estado analisado da rede. Nesses casos serão necessários outras medidas, como a probabilidade do atraso médio ser superior a um dado patamar, apresentadas mais à frente.

O atraso médio de um pacote é a soma de vários componentes: o atraso devido à espera de processamento em cada nó (onde são efectuadas tarefas de tratamento dos pacotes) e o atraso no acesso aos feixes, que definem o(s) caminho(s) utilizado(s) para ir do nó origem até ao nó destino, do fluxo em questão.

3. Intensidade de chamadas perdidas por unidade de tempo, no estado operacional:

$$L_{pp(1)}(f) = \lambda_{pp}(f)B_{pp(1)}(f) \quad (6.72)$$

onde $\lambda_{pp}(f)$ e $B_{pp(1)}(f)$ são dados respectivamente pelas equações (6.57) e (6.65).

4. (a) Tráfego perdido em média em cada fluxo de tráfego ponto a ponto, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas, devido a tráfego em modo circuito e em modo pacote, no caso \mathcal{A} , no estado totalmente operacional da rede:

$$L_{pp(1)}^c(f) = A_{pp}^c(f)B_{pp(1)}(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA} \quad (6.73)$$

em que A_{pp}^c é dado pela equação (6.58) e $B_{pp(1)}(f)$ é dado por (6.65).

¹¹Quando é utilizado o canal B no caso \mathcal{A} para acesso a uma rede pública de comutação por pacotes, todo o atraso é devido a essa rede. Quando é utilizado o canal B ou o canal D no caso \mathcal{B} tal já vai depender dos serviços de comutação por pacotes das centrais RDIS.

- (b) Tráfego médio perdido em cada sentido do fluxo informação ponto a ponto devido a tráfego em modo pacote, associado ao fluxo f , no caso \mathcal{B} , no estado operacional da rede:

$$L_{pp(1)}^+(f) = A_{pp}^+(f)P_{rc(1)}(f) + A_{pp}^+(f)P_{db(1)}^+(f)\delta, \quad (6.74)$$

$$\forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}}$$

$$L_{pp(1)}^-(f) = A_{pp}^-(f)P_{rc(1)}(f) + A_{pp}^-(f)P_{db(1)}^-(f)\delta, \quad (6.75)$$

$$\forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}}$$

onde δ representa a proporção do tráfego de dados perdido, nos fluxos de informação directo e de retorno, nas situações em que a ligação correspondente se desliga.

Os tráfegos dos fluxos de informação directo e de retorno associados ao fluxo de tráfego f , $A_{pp}^+(f)$ e $A_{pp}^-(f)$, são dados na equação (6.59), $P_{rc(1)}(f)$, $P_{db(1)}^+(f)$ e $P_{db(1)}^-(f)$ são dados respectivamente pelas definições (6.68), (6.69) e (6.70), com $j = 1$.

O tráfego perdido virá nas mesmas unidades que o tráfego oferecido. Os fenómenos transitórios associados à necessidade de retransmitir pacotes perdidos devido à ocorrência de uma avaria ou, à perda irrecuperável de pacotes que estavam em trânsito no instante em que ocorre a avaria (devido à falta de caminhos alternativos para esses pacotes, nessa situação de avaria) não é considerado no âmbito deste modelo uma vez que se considera apenas o regime estacionário de cada estado da rede analisado.

O tráfego em modo pacote considera-se perdido quando é recusado o pedido de conexão por falta de recursos para estabelecer a ligação lógica entre a fonte e o destino, quando é desfeita uma ligação devido a uma situação de congestão na rede e/ou quando o estado de avaria afecta o equipamento que seria a fonte ou destino do tráfego.

5. Bloqueio médio ponto a ponto para cada fluxo:

$$B_{pp}(f) = \sum_{j=1}^m P_j B_{pp(j)}(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{pp} \quad (6.76)$$

em que P_j é a probabilidade do sistema se encontrar no estado S_j e $B_{pp(j)}(f)$ é o bloqueio médio para o fluxo f , quando a rede se encontra no estado S_j e é dado por:

$$B_{pp(j)}(f) = \max \left(B_{pp(j)}^+(f), B_{pp(j)}^-(f) \right), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{pp} \quad (6.77)$$

em que $B_{pp(j)}^+(f)$ e $B_{pp(j)}^-(f)$ são as probabilidades de bloqueio do fluxo de informação directo e de retorno do fluxo f , quando a rede se encontra no estado S_j .

6. Atrasos médios por pacote de cada fluxo de informação associado ao fluxo de tráfego ponto a ponto, devido a tráfego em modo pacote, no caso \mathcal{B} :

$$At_{pp}(f) = (At_{pp}^+(f), At_{pp}^-(f)) \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp_B} \quad (6.78)$$

com

$$At_{pp}^+(f) = \sum_{j=1}^m P_j At_{pp(j)}^+(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp_B} \quad (6.79)$$

$$At_{pp}^-(f) = \sum_{j=1}^m P_j At_{pp(j)}^-(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp_B} \quad (6.80)$$

onde $At_{pp(j)}^+(f)$ e $At_{pp(j)}^-(f)$ são os atrasos médios de um pacote do fluxo f no sentido directo e de retorno, respectivamente, quando a rede se encontra no estado S_j .

7. Intensidade de chamadas perdidas por unidade de tempo:

$$L_{pp}(f) = \lambda_{pp}(f) B_{pp}(f) \quad (6.81)$$

em que a intensidade de chamadas associadas ao fluxo f , $\lambda_{pp}(f)$, é dada pela equação (6.57) e o bloqueio médio de chamadas do fluxo f , $B_{pp}(f)$, é dado por (6.76).

8. (a) Tráfego perdido em média em cada fluxo de tráfego ponto a ponto, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas, devido a tráfego em modo circuito e em modo pacote, no caso \mathcal{A} :

$$L_{pp}^c(f) = A_{pp}^c(f) B_{pp}(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp_A} \quad (6.82)$$

em que $A_{pp}^c(f)$, dado pela equação (6.58), é igual a $A_{pp}^+(f)$ e $B_{pp}(f)$, é dado por (6.76).

Esta expressão poderia ser escrita da seguinte forma:

$$L_{pp}^c(f) = \sum_{j=1}^m P_j L_{pp(j)}^c(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp_A} \quad (6.83)$$

ou seja, explicitamente em função do tráfego perdido em cada estado S_j :

$$L_{pp(j)}^c(f) = A_{pp(j)}^c(f) B_{pp(j)}(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp_A} \quad (6.84)$$

em que o bloqueio médio do fluxo f no estado S_j , $B_{pp(j)}(f)$, é dado pela equação (6.77).

- (b) Tráfego médio perdido em cada sentido dos fluxos de informação directo e de retorno, associados ao fluxo f , devido a tráfego em modo pacote, no caso \mathcal{B} :

$$L_{pp}^+(f) = \sum_{j=1}^m P_j L_{pp(j)}^+(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}} \quad (6.85)$$

$$L_{pp}^-(f) = \sum_{j=1}^m P_j L_{pp(j)}^-(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}} \quad (6.86)$$

em que $L_{pp(j)}^+(f)$ e $L_{pp(j)}^-(f)$ são dados respectivamente por:

$$L_{pp(j)}^+(f) = A_{pp}^+(f)P_{rc(j)}(f) + A_{pp}^+(f)P_{db(j)}^+(f)\delta, \quad (6.87)$$

$$\forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}}$$

$$L_{pp(j)}^-(f) = A_{pp}^-(f)P_{rc(j)}(f) + A_{pp}^-(f)P_{db(j)}^-(f)\delta, \quad (6.88)$$

$$\forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}}$$

onde δ representa a proporção de tráfego de dados perdido, nos fluxos de informação directo e de retorno, devido ao desligamento do fluxo f .

A probabilidade de recusa de estabelecimento de um circuito virtual RDIS para o fluxo f , $P_{rc(j)}(f)$, é dado por (6.68), e $P_{db(j)}^+(f)$ e $P_{db(j)}^-(f)$ são dados respectivamente pelas equações (6.69) e (6.70).

9. (a) Receita média perdida no fluxo f , devida a tráfego em modo circuito ou em modo pacote no caso \mathcal{A} , em unidades monetárias:

$$C_{pp_1}(f) = c_{pp_1}(f)L_{pp}^c(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{A}} \quad (6.89)$$

em que $L_{pp}^c(f)$ é o tráfego perdido no fluxo f em função do número de chamadas simultâneas, e $c_{pp_1}(f)$ é a receita associada ao fluxo f , por erlang.hora de tráfego transportado.

- (b) Receita média perdida no fluxo f , devida a tráfego em modo pacote, no caso \mathcal{B} , em unidades monetárias:

$$C_{pp_2}(f) = c_{pp_2}(f) \left(\frac{L_{pp}^+(f)}{dp_{pp}^+(f)} + \frac{L_{pp}^-(f)}{dp_{pp}^-(f)} \right), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}} \quad (6.90)$$

em que $L_{pp}^+(f)$ e $L_{pp}^-(f)$ são o tráfego de informação perdido no fluxo f em bit/s e $c_{pp_2}(f)$ é a receita associada ao fluxo f , por pacote transportado, e $dp_{pp}^+(f)$ e $dp_{pp}^-(f)$ são a dimensão média dos pacotes no sentido directo e de retorno do fluxo f , respectivamente.

10. Probabilidade do bloqueio para cada fluxo f ultrapassar valores pré-estabelecidos $\bar{B}_{pp;k}(f)$ (por exemplo $\bar{B}_{pp;1}(f) =$ grau de serviço marginal tolerável em estados de avaria durante curtos períodos de tempo, e $\bar{B}_{pp;2}(f) =$ grau de serviço inaceitável mesmo em situação de avaria na rede):

$$P_{pp(\bar{B}_{pp;k})}(f) = \sum_{j=1}^m I_{j,\bar{B}_{pp;k}}(f)P_j, \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA} \quad (6.91)$$

onde

$$I_{j,\bar{B}_{pp;k}}(f) = \begin{cases} 1 : & \text{se } B_{pp(j)}(f) > \bar{B}_{pp;k}(f) \text{ no estado } S_j \\ 0 : & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.92)$$

sendo $B_{pp(j)}(f)$, o bloqueio médio no fluxo f , no estado S_j , o dado pela equação (6.77).

Justifica-se a consideração de níveis de desempenho por cada fluxo de tráfego ponto a ponto, pois diferentes fluxos poderão ter requisitos de GOS diferentes. O patamar de ordem k mais elevado deverá corresponder ao estado de incapacidade do fluxo, ou seja a um nível de bloqueio que do ponto de vista do utilizador é intolerável.

11. Probabilidade do atraso em cada fluxo f ultrapassar valores pré-estabelecidos $\overline{At}_{pp;k}(f)$ (por exemplo $\overline{At}_{pp;1}(f) =$ grau de serviço marginal tolerável em estados de avaria durante curtos períodos de tempo, e $\overline{At}_{pp;2}(f) =$ grau de serviço inaceitável mesmo em situação de avaria na rede):

$$P_{pp(\overline{At}_{pp;k})}(f) = \sum_{j=1}^m I_{j,\overline{At}_{pp;k}}(f)P_j, \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB} \quad (6.93)$$

onde

$$I_{j,\overline{At}_{pp;k}}(f) = \begin{cases} 1 : & \text{se } \left(At_{pp(j)}^+(f) > \overline{At}_{pp;k}(f) \right) \vee \left(At_{pp(j)}^-(f) > \overline{At}_{pp;k}(f) \right) \text{ em } S_j \\ 0 : & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.94)$$

O atraso médio por pacote, do fluxo f , no sentido directo é $At_{pp(j)}^+(f)$, e no sentido de retorno é $At_{pp(j)}^-(f)$.

Tal como no tráfego em modo circuito, justifica-se a apresentação de patamares de atraso por fluxo, pois cada fluxo poderá ter GOS diferentes. O patamar de ordem k mais elevado deverá corresponder ao estado de incapacidade do fluxo, ou seja a um nível atraso que do ponto de vista do utilizador é intolerável.

12. Número de estados da rede física em que houve desconexão de um fluxo f e probabilidade de ocorrência dessa desconexão:

$$N_{pp}(f) = \sum_{j=1}^m I_j(f) \quad (6.95)$$

$$P_{pp}(f) = \sum_{j=1}^m I_j(f)P_j \quad (6.96)$$

em que

$$I_j(f) = \begin{cases} 1 & \text{se o fluxo } f \text{ está desconectado em } S_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.97)$$

13. Número de estados da rede física em que houve avaria de uma unidade funcional v e probabilidade de ocorrência dessa desconexão:

$$N^u(v) = \sum_{j=1}^m I_j(v) \quad (6.98)$$

$$P_d^u(v) = \sum_{j=1}^m I_j(v)P_j \quad (6.99)$$

em que $I_j(v) = 1(0)$ se a central $v \in \mathcal{V}$ está inoperacional (operacional) no estado S_j .

Estas duas últimas medidas de desempenho enquadram-se no âmbito das medidas de conectividade da rede, e dependem do seu grau de conectividade e do algoritmo de encaminhamento.

Propõe-se a seguinte definição de estado de incapacidade de um fluxo ponto a ponto.

Definição 6.6.5 (Estado de incapacidade dum fluxo ponto a ponto) *Um fluxo ponto a ponto está num estado de incapacidade, num dado estado da rede, se verificar alguma das seguintes condições:*

- o fluxo está desconectado;
- o bloqueio médio ponto a ponto para esse fluxo é superior a um limiar pré-definido para esse fluxo (o qual depende do GOS do fluxo f);
- o tempo médio de atraso por pacote é superior a um limiar pré-definido para esse fluxo (o qual depende do GOS do fluxo f);
- a média do débito (de tráfego transportado) do fluxo f é inferior a um limiar pré-definido para esse fluxo (o qual depende do GOS do fluxo f).

Na definição anterior é óbvio que as duas últimas condições só fazem sentido para ligações em modo pacote, no caso \mathcal{B} .

6.6.2 Parâmetros de desempenho das comunicações em configuração multiponto

Antes de propor medidas de desempenho para as comunicações em configuração multiponto apresenta-se uma definição para o estado de incapacidade de uma ligação multiponto.

Definição 6.6.6 (Estado de incapacidade numa ligação multiponto) *A ligação $d = (\eta, v_a, U) \in L_M$, especificado pelo caracterizador de tráfego η tem associado um determinado conjunto de fluxos de tráfego ponto a ponto, $f = (d, v_i, v_j) \in \mathcal{F}_{mp}$ (com d fixo). Considera-se que uma ligação com configuração multiponto está num estado de incapacidade sempre que algum dos fluxos f (que lhe está associado) se encontra num estado de incapacidade.*

O estado de incapacidade de um fluxo f associado a uma ligação ponto a ponto d será dado pela definição 6.6.5, mas em que os limiares de GOS dependem simultaneamente da ligação d e dos nós v_i, v_j , com $f = (d, v_i, v_j)$.

Consideram-se conhecidos os seguintes parâmetros, para $d \in L_M$:

1. (a) O valor médio da intensidade de procura de ligações d :

$$\lambda_M(d) \quad (\text{chamadas por unidade de tempo}), \quad \forall d \in L_M \quad (6.100)$$

- (b) O valor médio do tráfego oferecido pela ligação d à rede:

$$A_M(d) \quad (\text{Erl}), \quad \forall d \in L_M \quad (6.101)$$

em que o significado de $A_M(d)$ ¹² é dado na definição 6.4.5.

2. (a) A receita potencial por erlang.hora na ligação d , em unidades monetárias:

$$c_M(d), \quad \forall d \in L_M \quad (6.102)$$

- (b) Tendo como objectivo o cálculo do rendimento associado a cada feixe da rede, poderá definir-se a receita potencial associada a cada fluxo ponto a ponto f , $f = (d, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{mp}$, em que se decompõe um ligação $d \in L_M$.

A receita por erlang.hora é dada por:

$$c_{mp}(f) = c_M(d)z(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{mp} : f = (d, v_s, v_t) \quad (6.103)$$

em que $z(f = (d, v_s, v_t))$ representa a contribuição de f para o rendimento da ligação d , com $\sum_{f=(d, v_s, v_t)} z(f) = 1$, com d fixo.

¹²O significado de $A_M(d)$ mantém-se inalterado qualquer que seja o modo de estabelecimento da ligação: modo circuito ou modo pacote.

3. Os valores médios dos fluxos de informação do fluxo de tráfego f , associados ao estabelecimento de comunicações com configuração multiponto:

$$A_{mp}(f) = (A_{mp}^+(f), A_{mp}^-(f)) \quad (\text{Erl}), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{mp} \quad (6.104)$$

6.6.2.1 Parâmetros auxiliares orientados aos fluxos de tráfego em que se decompõe uma ligação multiponto

Propõem-se os seguintes parâmetros auxiliares orientados aos fluxos de tráfego associados a comunicações multiponto.

1. Bloqueio médio para cada fluxo de tráfego f , com $f = (d, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{mp}$, devido a uma comunicação multiponto d , no estado operacional da rede:

$$B_{mp(1)}(f) = \max(B_{mp(1)}^+(f), B_{mp(1)}^-(f)), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{mp} \quad (6.105)$$

em que $B_{mp(1)}^+(f)$ e $B_{mp(1)}^-(f)$ são o bloqueio médio do fluxo de informação directo e de retorno, respectivamente, associados ao fluxo f , quando a rede se encontra no estado totalmente operacional.

2. Bloqueio médio para cada fluxo de tráfego f , com $f = (d, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{mp}$, associado uma ligação multiponto d :

$$B_{mp}(f) = \sum_{j=1}^m P_j B_{mp(j)}(f), \quad \forall f = (d, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{mp} \quad (6.106)$$

em que $B_{mp(j)}(f)$ é o bloqueio médio do fluxo $f \in \mathcal{F}_{mp}$, quando a rede se encontra no estado S_j , e é dado por:

$$B_{mp(j)}(f) = \max(B_{mp(j)}^+(f), B_{mp(j)}^-(f)), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{mp} \quad (6.107)$$

em que $B_{mp(j)}^+(f)$ e $B_{mp(j)}^-(f)$ são os bloqueios médios dos fluxos de informação directo e de retorno, respectivamente, associados ao fluxo f , quando a rede se encontra no estado S_j .

3. Probabilidade do bloqueio em cada fluxo f , $f = (d, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{mp}$, ultrapassar valores pré-estabelecidos, para cada ligação $d \in L_M$, $\bar{B}_{M;k}(d)$ (por exemplo $\bar{B}_{M;1}(d) =$ grau de serviço marginal tolerável em estados de avaria durante curtos períodos de tempo, e $\bar{B}_{M;2}(d) =$ grau de serviço inaceitável mesmo em situação de avaria na rede).

$$P_{mp(\bar{B}_{M;k})}(f) = \sum_{j=1}^m I_{j, \bar{B}_{M;k}}(d) P_j, \quad \forall f \in \mathcal{F}_{mp} : f = (d, v_s, v_t) \quad (6.108)$$

onde

$$I_{j, \bar{B}_{M;k}}(d) = \begin{cases} 1 : & \text{se } B_{mp(j)}(f) > \bar{B}_{M;k}(d) \text{ no estado } S_j \\ 0 : & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.109)$$

em que o bloqueio médio do fluxo f , associado à ligação multiponto d , no estado S_j , $B_{mp(j)}(f)$, é dado pela equação (6.107).

Justifica-se a consideração de níveis de desempenho por cada ligação d , pois diferentes ligações multiponto poderão ter requisitos de GOS diferentes. O patamar de ordem k mais elevado deverá corresponder ao estado de incapacidade do fluxo, ou seja a um nível de bloqueio que do ponto de vista do utilizador é intolerável.

Esta medida permitirá identificar qual o fluxo (ou fluxos) responsável(eis) pela eventual degradação da ligação d .

Caso seja possível a cada utilizador de uma dada ligação multiponto negociar um GOS diferente, então os patamares $\bar{B}_{M;k}(d)$ deverão passar a ser definidos para cada fluxo f , associados a essa ligação.

4. Número de estados da rede de componentes em que houve desconexão de um fluxo $f \in \mathcal{F}_{mp}$, e probabilidade de ocorrência dessa desconexão:

$$N_{mp}(f) = \sum_{j=1}^m I_j(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{mp} \quad (6.110)$$

$$P_{mp}(f) = \sum_{j=1}^m I_j(f)P_j, \quad \forall f \in \mathcal{F}_{mp} \quad (6.111)$$

em que

$$I_j(f) = \begin{cases} 1 : & \text{se o fluxo } f \text{ está desconectado em } S_j \\ 0 : & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.112)$$

6.6.2.2 Parâmetros orientados à ligação multiponto

Considere-se a seguinte definição para ligação multiponto desconectada.

Definição 6.6.7 (Ligação multiponto desconectada) *Uma ligação multiponto d , $d = (\eta, v_a, U) \in L_M$ diz-se desconectada quando pelo menos um dos fluxos de tráfego ponto a ponto f , $f = (d, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{mp}$ em que foi decomposta, de acordo com a definição 6.4.4, se encontra desconectado.*

Propõem-se as seguintes medidas de desempenho orientadas à comunicação multiponto, com base nos parâmetros introduzidos na sub-secção 6.6.2.1.

1. A probabilidade de bloqueio de uma ligação multiponto d , no estado operacional, é:

$$B_{MP(1)}(d) = \max_f B_{mp(1)}(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{mp} : f = (d, v_s, v_t) \quad (6.113)$$

ou seja $B_{MP(1)}(d)$ é a probabilidade de bloqueio do fluxo com pior desempenho, entre todos os fluxos em que a ligação d se decompõe.

Considera-se que quando um utilizador, através de uma central v_a , tenta estabelecer uma comunicação com destinatários situados nos nós U , e tal não é possível – por avaria ou congestão – para o total dos nós em U , essa ligação é considerada bloqueada.

Caso não seja possível o estabelecimento de uma ligação multiponto, com origem num nó v_a e com interlocutores no conjunto U , porque nem todos os nós solicitados estão disponíveis, a rede poderá prosseguir com o estabelecimento da ligação entre os nós que estão acessíveis, deixando ao utilizador a decisão de prosseguir com a ligação ou interrompê-la. Em qualquer dos casos a ligação solicitada, que não foi possível satisfazer, deverá contribuir para o bloqueio dessa ligação. A ligação de recurso, caso seja aceite, irá por seu lado contribuir para o tráfego transportado da ligação multiponto (ou eventualmente ponto a ponto) que efectivamente foi estabelecida.

Os parâmetros propostos para ligações multiponto não consideram situações em que o número de intervenientes na comunicação multiponto d varia ao longo do tempo.

2. Bloqueio médio de uma ligação multiponto d será:

$$B_{MP}(d) = \sum_{j=1}^m P_j B_{MP(j)}(d), \quad \forall d \in L_M \quad (6.114)$$

com

$$B_{MP(j)}(d) = \max_f B_{mp(j)}(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{mp} : f = (d, v_s, v_t) \quad (6.115)$$

sendo $B_{mp(j)}(f)$ o bloqueio médio do fluxo f no estado S_j dado pela equação (6.107).

3. Probabilidade de uma ligação multiponto d se encontrar num estado de incapacidade:

$$EI_{MP}(d) = \sum_{j=1}^m I_j(f) P_j, \quad \forall d \in L_M \quad (6.116)$$

em que

$$I_j(f) = \begin{cases} 1 : \exists f \in \mathcal{F}_{mp} : f = (d, v_s, v_t) \\ \quad \wedge f \text{ está num estado de incapacidade em } S_j \\ 0 : \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (6.117)$$

A menos de mau dimensionamento da rede, no estado S_1 , ou seja no estado de total operacionalidade da rede, nenhum fluxo deverá estar em estado de incapacidade.

4. O tráfego médio perdido numa ligação multiponto d será dada pelo número médio dessas ligações (chamadas) multiponto perdidas durante a duração média de uma ligação:

$$L_{MP}(d) = \sum_{j=1}^m B_{MP}(d) A_M(d), \quad \forall d \in L_M \quad (6.118)$$

ou

$$L_{MP}(d) = \sum_{j=1}^m P_j L_{MP(j)}(d), \quad \forall d \in L_M \quad (6.119)$$

em que $L_{MP(j)}(d)$ é o tráfego médio perdido numa ligação multiponto no estado S_j :

$$L_{MP(j)}(d) = B_{MP(j)}(d) A_M(d), \quad \forall d \in L_M \quad (6.120)$$

em que $B_{MP(j)}(d)$ é dado pela equação (6.115).

Se uma tentativa de estabelecimento de um ligação d_1 acaba por se transformar num ligação d_2 com menor número de interlocutores, o tráfego líquido perdido, do ponto de vista do fornecedor do serviço é apenas a diferença entre o tráfego $A_M(d_1)$ associado à ligação multiponto d_1 e ao tráfego $A_M(d_2)$ associado à ligação multiponto d_2 .

A medida de desempenho $L_{MP}(d)$ traduz o tráfego perdido do ponto de vista da ligação d e não do fornecedor do serviço.

5. Receita potencial média perdida numa ligação multiponto d multiponto:

$$C_{MP}(d) = c_M(d) L_{MP}(d), \quad \forall d \in L_M \quad (6.121)$$

Esta perda de receita está avaliada por excesso, pelas mesma razão que $L_{MP}(d)$ (6.118) não traduz a perda de tráfego na perspectiva da operadora.

6. Probabilidade de desconexão de uma ligação multiponto d e número de estados da rede física em que houve ocorrência dessa desconexão:

$$N_{MP}(d) = \sum_{j=1}^m I_j(d), \quad \forall d \in L_M \quad (6.122)$$

$$P_{MP}(d) = \sum_{j=1}^m I_j(d)P_j, \quad \forall d \in L_M \quad (6.123)$$

em que

$$I_j(d) = \begin{cases} 1 : \exists f \in \mathcal{F}_{mp} : f = (d, v_s, v_t) \wedge f \text{ desconectado em } S_j \\ 0 : \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (6.124)$$

Os modelos de tráfego (ou simulacionais) utilizados para obter os parâmetros de desempenho associados às ligações multiponto, precisam de ter informação acerca do ponto da rede onde a informação é dividida. Com base na figura 6.2 apresentada na secção 6.4 é fácil compreender que os recursos que devem ser disponibilizados para o transporte do tráfego correspondente a esta comunicação vão depender da topologia escolhida ser dada pelo caso (a) ou pelo caso (b). Por outro lado qualquer método de análise do sistema também precisa desta informação, que terá de estar associada ao caracterizador de tráfego que completa a especificação da ligação multiponto.

6.6.3 Parâmetros de desempenho das comunicações em configuração de difusão

Uma ligação com configuração de difusão (“broadcast”) é uma ligação de um para todos, em que todos significa o universo dos subscritores do serviço de difusão corresponde a essa ligação. Neste texto vão também ser designadas por ligação com configuração de difusão, ou simplesmente ligação de difusão, as ligações “multicast”, uma vez que são ligações unidireccionais de um para vários. A representação utilizada no conjunto L_D é válida para estas duas configurações.

Consideram-se conhecidos os seguintes parâmetros:

1. O valor médio do tráfego do ponto de vista das chamadas de difusão d :

$$A_D(d), \quad \forall d \in L_D \quad (6.125)$$

2. A receita potencial, em unidades monetárias, por erlang.hora de um fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{df}$, associado à ligação de difusão $d \in L_D$:

$$c_{df}(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.126)$$

3. O valor médio do tráfego oferecido à rede, pelos fluxos f , $f = (d, v_b) \in \mathcal{F}_{df}$, associados ao estabelecimento da ligação de difusão $d \in L_D$:

$$A_{df}(f) = (A_{df}^+, 0) \quad (\text{Erl}), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.127)$$

4. O valor médio do tráfego oferecido à rede, associado a uma ligação de difusão d , devido ao tráfego dos fluxos de informação em que este se decompõe:

$$A_{DF}(d) = \sum_f A_{df}^+(f) \quad (\text{Erl}), \quad \forall d \in L_M, \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.128)$$

6.6.3.1 Parâmetros auxiliares orientados aos fluxos de tráfego em que se decompõe uma ligação de difusão

Propõem-se os seguinte parâmetros auxiliares orientados aos fluxos ponto a ponto associados a comunicações com configuração de difusão.

1. Bloqueio médio para cada fluxo de tráfego f , $f = (d, v_b) \in \mathcal{F}_{df}$, devido a uma comunicação de difusão $d \in L_D$, no estado operacional da rede:

$$B_{df(1)}(f) = B_{df(1)}^+(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} \quad (6.129)$$

2. Bloqueio médio ponto a ponto para um fluxo f , com $f = (d, v_b) \in \mathcal{F}_{df}$, associado a uma ligação de difusão $d \in L_D$:

$$B_{df}(f) = \sum_{j=1}^m P_j B_{df(j)}(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} \quad (6.130)$$

em que $B_{df(j)}(f)$ é o bloqueio médio para o fluxo f , quando a rede se encontra no estado S_j e é dado por:

$$B_{df(j)}(f) = B_{df(j)}^+(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} \quad (6.131)$$

3. Probabilidade do bloqueio em cada fluxo f , $f = (d, v_b) \in \mathcal{F}_{df}$ ultrapassar valores pré-estabelecidos, para a ligação $d \in L_D$, $\bar{B}_{D;k}(d)$ (por exemplo $\bar{B}_{D;1}(d) =$ grau de serviço marginal tolerável em estados de avaria durante curtos períodos de tempo, e $\bar{B}_{D;2}(d) =$ grau de serviço inaceitável mesmo em situação de avaria na rede):

$$P_{df(\bar{B}_{D;k})}(f) = \sum_{j=1}^m P_j I_{j,\bar{B}_{D;k}}(d), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.132)$$

onde

$$I_{j,\bar{B}_{D;k}}(d) = \begin{cases} 1 : & \text{se } B_{df(j)}(f) > \bar{B}_{D;k}(d) \text{ no estado } S_j \\ 0 : & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.133)$$

em que $B_{df(j)}(f)$, é a probabilidade de bloqueio do fluxo f no estado S_j .

Justifica-se a consideração de níveis de desempenho por ligação d , pois diferentes ligações poderão ter requisitos de GOS diferentes. O patamar de ordem k mais elevado deverá corresponder ao estado de incapacidade do fluxo, ou seja a um nível de bloqueio que do ponto de vista do utilizador é intolerável.

Caso seja possível a cada utilizador de uma dada ligação de difusão negociar um GOS diferente, então os patamares $\bar{B}_{D;k}(d)$ deverão passar a ser definidos para cada fluxo f , associados a essa ligação.

4. Tráfego médio perdido num fluxo f , com $f = (d, v_b) \in L_{df}$, associado a uma ligação $d = (\eta, v_a, U) \in L_D$, em modo circuito ou no modo pacote, no caso \mathcal{A} :

$$L_{df}(f) = \sum_{j=1}^m P_j L_{df(j)}(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.134)$$

sendo $L_{df(j)}(f)$ o tráfego perdido pelo fluxo f no estado S_j :

$$L_{df(j)}(f) = A_{df}^+(f) B_{df(j)}(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.135)$$

5. Número de estados da rede física em que houve desconexão de um fluxo $f \in \mathcal{F}_{df}$ e probabilidade de ocorrência dessa desconexão:

$$N_{df}(f) = \sum_{j=1}^m I_j(f), \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} \quad (6.136)$$

$$P_{df}(f) = \sum_{j=1}^m I_j(f) P_j, \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} \quad (6.137)$$

em que

$$I_j(f) = \begin{cases} 1 & \text{se o fluxo } f \text{ está desconectado em } S_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.138)$$

6.6.3.2 Parâmetros orientados à comunicação de difusão

Considerem-se as definições:

Definição 6.6.8 (Ligação de difusão desconectada) *Considera-se que uma ligação de difusão d , $d = (v_a, U) \in L_D$, está desconectada quando todos os fluxos $f = (d, v_i) \in \mathcal{F}_{df}$ estão desconectados.*

Definição 6.6.9 (Estado de incapacidade numa ligação de difusão) *A ligação d , $d = (\eta, v_a, U) \in L_D$, com caracterizador de tráfego η tem associado um determinado conjunto de fluxos de tráfego ponto a ponto, $f = (d, v_b) \in \mathcal{F}_{df}$ (com d fixo).*

Considera-se que uma ligação com configuração de difusão está num estado de incapacidade sempre que algum dos fluxos f (que lhe está associado) se encontra num estado de incapacidade.

O estado de incapacidade de um fluxo f associado a uma ligação multiponto d será dado pela definição 6.6.5, mas em que os limiares de GOS dependem simultaneamente da ligação d e do nó v_b

Propõem-se as seguintes medidas de desempenho orientadas à comunicação de difusão, com base nos parâmetros introduzidos na sub-secção 6.6.3.1.

1. A probabilidade de bloqueio da ligação de difusão d no estado operacional da rede, pode ser dado como a probabilidade de qualquer um dos fluxos que lhe está associado se encontrar bloqueado:

$$B_{DF(1)}(d) = \frac{\sum_f B_{df(1)}(f)A_{df}^+(f)}{\sum_f A_{df}^+(f)}, \quad \forall d \in L_D, \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.139)$$

sendo $B_{df(1)}(f)$ a probabilidade de bloqueio do fluxo f , no estado totalmente operacional da rede e $A_{df}^+(f)$ a média do fluxo de informação f , oferecido à rede, devido à ligação de difusão d .

Este é o valor de referência face a estados de avaria na rede, o qual numa rede bem dimensionada deveria ser muito baixo!

Estabelecendo um paralelo entre esta medida e a correspondente para ligações multiponto, verifica-se que a aproximação é diferente. Numa ligação multiponto $d_1 = (\eta, v_a, U) \in L_M$ a impossibilidade de um dos interlocutores, localizado na central $v_i \in U$, da ligação d_1 não se encontrar acessível é sentido por v_a e por todos os outros interlocutores situados em $v_j \in U$. A ligação poderá (ou não) ser efectuada apenas com os interlocutores acessíveis. Numa ligação de difusão $d_2 = (\eta, v_a, U) \in L_D$, a incapacidade dos assinantes num dado nó $v_i \in U$ receberem o tráfego de difusão correspondente à ligação d_2 só é experimentada por esses assinantes. Nesta situação opta-se por considerar que a ligação continua a ser d_2 .

Pelos mesmos motivos não se considera a intensidade média de chamadas de difusão perdidas porque se considera que a ligação de difusão d_2 só será perdida quando todos os fluxos que lhe estão associados estiverem bloqueados simultaneamente.

2. Tráfego médio perdido numa ligação de difusão d , no estado totalmente operacional:

$$L_{DF(1)}(d) = \sum_f L_{df(1)}(f), \quad \forall d \in L_D, \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.140)$$

em que $L_{df(1)}(f)$ se obtém da equação (6.135), com $j = 1$.

3. O bloqueio médio de uma ligação de difusão d :

$$B_{DF}(d) = \sum_{j=1}^m P_j B_{DF(j)}(d), \quad \forall d \in L_D \quad (6.141)$$

onde $B_{DF(j)}(\eta, d)$ tem um forma semelhante a (6.139):

$$B_{DF(j)}(d) = \frac{\sum_f B_{df(j)}(f) A_{df}^+(f)}{\sum_f A_{df}^+(f)}, \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.142)$$

em que $B_{df(j)}(f)$, dado por (6.131), é o bloqueio médio do fluxo f no estado S_j , e $A_{df}^+(f)$ é a média do fluxo de informação f , oferecido à rede, devido à ligação de difusão d .

4. Probabilidade de uma ligação de difusão d se encontrar num estado de incapacidade:

$$EI_{DF}(d) = \sum_{j=1}^m I_j(f) P_j, \quad \forall d \in L_D, \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.143)$$

em que

$$I_j(f) = \begin{cases} 1 : \exists f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \\ \quad \wedge f \text{ está num estado de incapacidade em } S_j \\ 0 : \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (6.144)$$

A menos de mau dimensionamento da rede, no estado S_1 , ou seja no estado de total operacionalidade da rede, nenhuma ligação deverá estar em estado de incapacidade.

5. Tráfego médio perdido numa ligação de difusão d :

$$L_{DF}(d) = \sum_f L_{df}(f), \quad \forall d \in L_D, \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.145)$$

com $L_{df}(f)$ dado por (6.134).

6. Receita média perdida numa ligação de difusão d :

$$C_{DF}(d) = \sum_f c_{df}(f) L_{df}(f), \quad \forall d \in L_D, \forall f \in \mathcal{F}_{df} : f = (d, v_b) \quad (6.146)$$

6.6.4 Parâmetros de rede inter-centrais

Numa rede com ligações em modo pacote e em modo circuito, com variadas configurações de ligação, a medida mais uniforme será a que se reporta à perda de receita na rede devido aos estados de avaria na rede, além da identificação de estados que apresentem um grau de serviço degradado. No que diz respeito aos tráfego vão ser propostas medidas por configuração da comunicação e por modo de estabelecimento da ligação.

Consideram-se conhecidos:

1. O tráfego total oferecido à rede:

(a) em configuração ponto a ponto:

i. em modo circuito ou em modo pacote no caso \mathcal{A} :

$$A_{P1} = \sum_f A_{pp}^c(f) \quad (\text{Erl}), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{A}} \quad (6.147)$$

em que $A_{pp}^c(f)$ é dado por (6.58). Este tráfego está dado apenas em função do número de chamadas;

ii. em modo pacote no caso \mathcal{B} :

$$A_{P2} = \sum_f (A_{pp}^+(f) + A_{pp}^-(f)) \quad (\text{bit/s}), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}} \quad (6.148)$$

este valor poderá ser utilizado para comparar com o tráfego total perdido na rede em ligações ponto a ponto em modo pacote no caso \mathcal{B} ;

(b) em configuração multiponto:

$$A_{MT} = \sum_d A_M(d) \quad (\text{Erl}), \quad \forall d \in L_M \quad (6.149)$$

o tráfego $A_M(d)$ dado em (6.101), representa o tráfego oferecido à rede pela ligação multiponto d , em função do número de chamadas multiponto e não dos fluxos de tráfego em que a mesma se decompõe;

(c) em configuração difusão:

$$A_{DT} = \sum_f A_{DF}(d) \quad (\text{Erl}), \quad \forall d \in \mathcal{L}_D \quad (6.150)$$

em que $A_{DF}(d)$ nesta equação é dado por (6.128).

2. O rendimento potencial da rede R_{T0} , ou seja numa rede de bloqueio nulo:

$$\begin{aligned}
R_{T0} &= \sum_{f_1} c_{pp1}(f_1) A_{pp}^c(f_1) + \sum_{f_2} c_{pp2}(f_2) \left(\frac{A_{pp}^+(f_2)}{np_{pp}^+(f_2)} + \frac{A_{pp}^-(f_2)}{np_{pp}^-(f_2)} \right) \quad (6.151) \\
&+ \sum_{d_1} A_M(d_1) c_M(d_1) + \sum_{d_2} \sum_{f_3=(d_2, v_b)} A_{df}(f_3) c_{df}(f_3), \\
&\forall f_1 = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA} \\
&\forall f_2 = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB} \\
&\forall d_1 \in L_M, \quad \forall d_2 \in L_D
\end{aligned}$$

em que $c_{pp1}(f_1)$ e $c_{pp2}(f_2)$ são dados respectivamente por (6.61) e (6.62), $A_{pp}^c(f_1)$ é dado por (6.58), $A_{pp}^+(f_2)$ e $A_{pp}^-(f_2)$ são dados na equação (6.59), $np_{pp}^+(f_2)$ e $np_{pp}^-(f_2)$ são o número médio de pacotes do fluxo f_2 , no sentido directo e de retorno, respectivamente, $A_M(d_1)$ e $c_M(d_1)$ são dados respectivamente por (6.101) e (6.102) e finalmente $A_{df}(f_3)$ e $c_{df}(f_3)$ são dados respectivamente por (6.127) e (6.126).

O valor R_{T0} tem apenas interesse como valor de referência para a receita da rede no estado totalmente operacional.

Propõem-se os parâmetros:

1. Bloqueio médio experimentado pelas comunicações em modo circuito ou modo pacote, no caso \mathcal{A} , nas seguintes configurações, para a rede no estado totalmente operacional:

(a) em configuração ponto a ponto:

$$B_{PT(1)} = \frac{\sum_f A_{pp}^c(f) B_{pp(1)}(f)}{\sum_f A_{pp}^c(f)}, \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA} \quad (6.152)$$

em que $A_{pp}^c(f)$ e $B_{pp(1)}(f)$ são dados respectivamente pelas equações (6.58) e (6.65);

(b) em configuração multiponto:

$$B_{MT(1)} = \frac{\sum_d A_M(d) B_{MP(1)}(d)}{\sum_d A_M(d)}, \quad \forall d \in L_M \quad (6.153)$$

onde $B_{MP(1)}(d)$ é dado pela equação (6.113) e $A_M(d)$ é dado por (6.101);

(c) em configuração difusão:

$$B_{DT(1)} = \frac{\sum_f A_{df}^+(f) B_{df(1)}(f)}{\sum_f A_{df}^+(f)}, \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} \quad (6.154)$$

em que $A_{df}^+(f)$ e $B_{df(1)}(f)$ são dados respectivamente pelas equações (6.127) e (6.129).

As probabilidades de bloqueio dos fluxos f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, em modo pacote, no caso \mathcal{B} , não são consideradas na equação (6.152) (nem mais à frente na equação (6.161)) uma vez que, o bloqueio não é a medida determinante de desempenho para estes fluxos; a sua inclusão em (6.161) apenas iria contribuir para diminuir, de forma artificial, o valor médio de bloqueio para as comunicações em configuração ponto a ponto na rede inter-centrais.

2. O atraso médio, por pacote, experimentado pelas comunicações em modo pacote, no caso \mathcal{B} , na configuração ponto a ponto, no estado totalmente operacional da rede:

$$At_{P(1)} = \frac{\sum_f At_{pp(1)}^+(f)np_{pp}^+(f) + At_{pp(1)}^-(f)np_{pp}^-(f)}{\sum_f np_{pp}^+(f) + np_{pp}^-(f)}, \quad (6.155)$$

$$\forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}}$$

em que $At_{pp(1)}^+(f)$ e $At_{pp(1)}^-(f)$ são dados na equação (6.78), e, $np_{pp}^+(f)$ e $np_{pp}^-(f)$ são o número médio de pacotes gerados no sentido directo e de retorno do fluxo f .

3. Perda de rendimento na rede no estado totalmente operacional:

$$C_{T(1)} = \sum_{f_1} c_{pp1}(f_1)L_{pp(1)}^c(f_1) \quad (6.156)$$

$$+ \sum_{f_2} c_{pp2}(f_2) \left(\frac{L_{pp(1)}^+(f_2)}{dp_{pp}^+(f_2)} + \frac{L_{pp(1)}^-(f_2)}{dp_{pp}^-(f_2)} \right)$$

$$+ \sum_{d_1} c_M(d_1)L_{MP(1)}(d_1)$$

$$+ \sum_{d_2} \sum_{f_3=(d_2, v_b) \in \mathcal{F}_{df}} c_{df}(f_3)L_{df(1)}(f_3),$$

$$\forall f_1 = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{A}},$$

$$\forall f_2 = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}},$$

$$\forall d_1 \in L_M, \quad \forall d_2 \in L_D$$

em que $L_{pp(1)}^c(f_1)$ é dado por (6.73), $L_{pp(1)}^+(f_2)$ e $L_{pp(1)}^-(f_2)$ são dados respectivamente por (6.74) e (6.75), $L_{MP(1)}(d)$ é dado por (6.120), com j igual a 1, e $L_{df(1)}(f)$ é dado pela equação (6.135), com j igual a 1.

Este é o valor de referência (considerando que a rede está bem dimensionada) para a perda de rendimento em estados de avaria.

4. O valor médio do tráfego perdido na rede, no estado totalmente operacional, em comunicações:

(a) com configuração ponto a ponto:

i. em modo circuito ou em modo pacote, no caso \mathcal{A} :

$$L_{P1(1)} = \sum_f L_{pp(1)}^c(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{A}} \quad (6.157)$$

em que $L_{pp(1)}^c(f)$ é dado por (6.73);

ii. em modo pacote, no caso \mathcal{B} :

$$L_{P2(1)} = \sum_f L_{pp(1)}^+(f) + L_{pp(1)}^-(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}} \quad (6.158)$$

em que $L_{pp(1)}^+(f)$ e $L_{pp(1)}^-(f)$ são dados respectivamente por (6.74) e (6.75);

(b) em configuração multiponto:

$$L_{MT(1)} = \sum_d L_{MP(1)}(d), \quad \forall d \in L_M \quad (6.159)$$

em que $L_{MP(1)}(d)$ é dado por (6.120), com j igual a 1;

(c) em configuração difusão:

$$L_{DT(1)} = \sum_d L_{DF(1)}(d), \quad \forall d \in L_D \quad (6.160)$$

com $L_{DF(1)}(d)$ dado por (6.140).

5. O bloqueio médio experimentado pelas comunicações em modo circuito ou modo pacote, no caso \mathcal{A} , nas seguintes configurações:

(a) em configuração ponto a ponto:

$$B_{PT} = \frac{\sum_f A_{pp}^c(f) B_{pp}(f)}{\sum_f A_{pp}^c(f)}, \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{A}} \quad (6.161)$$

em que $B_{pp}(f)$ é dado pela equação (6.76);

(b) em configuração multiponto:

$$B_{MT} = \frac{\sum_d A_M(d) B_{MP}(d)}{\sum_d A_M(d)}, \quad \forall d \in L_M \quad (6.162)$$

onde $B_{MP}(d)$ é dado pela equação (6.114) e $A_M(d)$ se encontra em (6.101);

(c) em configuração difusão:

$$B_{DT} = \frac{\sum_f A_{df}^+(f) B_{df}(f)}{\sum_f A_{df}^+(f)}, \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df} \quad (6.163)$$

em que A_{df}^+ e $B_{df}(f)$ são dados respectivamente pelas equações (6.127) e (6.130).

6. O atraso médio, por pacote, experimentado pelas comunicações em modo pacote, no caso \mathcal{B} , na configuração ponto a ponto:

$$At_P = \frac{\sum_f At_{pp}^+(f) np_{pp}^+(f) + At_{pp}^-(f) np_{pp}^-(f)}{\sum_f np_{pp}^+(f) + np_{pp}^-(f)}, \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}} \quad (6.164)$$

em que $At_{pp}^+(f)$ e $At_{pp}^-(f)$ são dados nas equações (6.79) e (6.80). O número médio de pacotes gerados pelo fluxo f no sentido directo é dado por $np_{pp}^+(f)$ e no sentido de retorno é dado por $np_{pp}^-(f)$.

7. O valor médio do tráfego perdido na rede em comunicações:

(a) em configuração ponto a ponto:

i. em modo circuito ou em modo pacote, no caso \mathcal{A} :

$$L_{P1} = \sum_f L_{pp}^c(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{A}} \quad (6.165)$$

em que $L_{pp}^c(f)$ é dado por (6.82);

ii. em modo pacote, no caso \mathcal{B} :

$$L_{P2} = \sum_f L_{pp}^+(f) + L_{pp}^-(f), \quad \forall f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}} \quad (6.166)$$

em que $L_{pp}^+(f)$ e $L_{pp}^-(f)$ são dados respectivamente por (6.85) e (6.86);

(b) em configuração multiponto:

$$L_{MT} = \sum_d L_{MP}(d), \quad \forall d \in L_M \quad (6.167)$$

em que $L_{MP}(d)$ é dado por (6.118);

(c) em configuração difusão:

$$L_{DT} = \sum_d L_{DF}(d), \quad \forall d \in L_D \quad (6.168)$$

com $L_{DF}(d)$ dado por (6.145);

8. Incremento do tráfego perdido devido a avarias na rede, nas seguintes configurações:

(a) em configuração ponto a ponto:

i. em modo circuito ou em modo pacote, no caso \mathcal{A} :

$$\Delta L_{P_1} = L_{P_1} - L_{P_1(1)} \quad (6.169)$$

em que L_{P_1} e $L_{P_1(1)}$ são dados respectivamente pelas equações (6.165) e (6.157);

ii. em modo pacote, no caso \mathcal{B} :

$$\Delta L_{P_2} = L_{P_2} - L_{P_2(1)} \quad (6.170)$$

em que L_{P_2} e $L_{P_2(1)}$ são dados respectivamente pelas equações (6.166) e (6.158);

(b) em configuração multiponto:

$$\Delta L_{MT} = L_{MT} - L_{MT(1)} \quad (6.171)$$

em que L_{MT} e $L_{MT(1)}$ são dados respectivamente por (6.167) e (6.159);

(c) em configuração difusão:

$$\Delta L_{DT} = L_{DT} - L_{DT(1)} \quad (6.172)$$

em que L_{DT} e $L_{DT(1)}$ são dados respectivamente por (6.168) e (6.160);

9. A perda de rendimento média em unidades monetárias:

$$C_T = \sum_{j=1}^m P_j C_{T(j)} \quad (6.173)$$

em que $C_{T(j)}$ é a perda de receita no estado S_j :

$$C_{T(j)} = \sum_{f_1} c_{pp1}(f_1) L_{pp(j)}^c(f_1) \quad (6.174)$$

$$+ \sum_{f_2} c_{pp2}(f_2) \left(\frac{L_{pp(j)}^+(f_2)}{dp_{pp}^+(f_2)} + \frac{L_{pp(j)}^-(f_2)}{dp_{pp}^-(f_2)} \right)$$

$$+ \sum_{d_1} c_M(d_1) L_{MP(j)}(d_1)$$

$$+ \sum_{d_2} \sum_{f_3=(d_2, v_b) \in \mathcal{F}_{df}} c_{df}(f_3) L_{df(j)}(f_3),$$

$$\forall f_1 = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA},$$

$$\forall f_2 = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB},$$

$$\forall d_1 \in L_M, \quad \forall d_2 \in L_D$$

em que $L_{pp(j)}^c(f_1)$ é dado por (6.84), $L_{pp(j)}^+(f_2)$ e $L_{pp(j)}^-(f_2)$ são dados respectivamente por (6.87) e (6.88), $L_{MP(j)}(d)$ é dado por (6.120) e $L_{df(j)}(f)$ é dado pela equação (6.135).

10. Limites superiores e inferiores para a perda de rendimento da rede em unidades monetárias:

$$C_{T_s} = \sum_{j=1}^m P_j C_{T(j)} + \left(1 - \sum_{j=1}^m P_j\right) C_{T(2^n)} \quad (6.175)$$

$$C_{T_l} = \sum_{j=1}^m P_j C_{T(j)} + \left(1 - \sum_{j=1}^m P_j\right) C_{T(1)} \quad (6.176)$$

11. A probabilidade da perda de rendimento na rede ultrapassar valores pré-definidos relativamente à perda de rendimento no estado operacional:

$$P_{\bar{C}_k} = \sum_{j=1}^m I_{j, \bar{C}_k} P_j \quad (6.177)$$

com

$$I_{j, \bar{C}_k} = \begin{cases} 1 & \text{se } C_{T(j)} > C_{T(1)} \bar{C}_k \text{ no estado } S_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.178)$$

Geralmente $C_{T(j)}$ será maior do que $C_{T(1)}$, pelo que \bar{C}_k deverá ser maior do que a unidade (por exemplo $\bar{C}_1 =$ incremento de perda relativa aceitável em estados de avaria e $\bar{C}_2 =$ incremento de perda de receita considerado inaceitável).

Esta lista de medidas não pretende de forma nenhuma ser exaustiva. Poderiam ter sido incluídas, por exemplo, limites superiores e inferiores para outras medidas de desempenho além da perda de rendimento, devida a avarias

Considere-se a seguinte definição para estado de incapacidade da rede.

Definição 6.6.10 (Estado de incapacidade da rede) *Uma rede encontra-se num estado de incapacidade sempre que ocorrer uma ou mais das seguintes situações:*

- *uma ligação com configuração ponto a ponto está no seu estado de incapacidade;*
- *uma ligação com configuração multiponto está no seu estado de incapacidade;*
- *uma ligação com configuração difusão está no seu estado de incapacidade;*

Caso contrário diz-se que a rede se encontra num estado em que não há incapacidade da rede.

Esta definição de estado de incapacidade só tem utilidade se lhe for associada um critério de ordenação (no espírito do triploto (U, D, W) [108]). Haverá estados de incapacidade mais graves do que outros. Considerem-se então as seguintes vertentes de classificação, para cada estado da rede S_j :

- α Soma do número de nós da rede que são extremidades dos fluxos $f \in \mathcal{F}_{pp}$ em estado de incapacidade, do número de nós extremos num ligação multiponto $d_1 \in L_M$, e do número de nós que são extremidades dos fluxos associados a uma ligação de difusão $d_2 \in L_D$ (sendo d_1 e d_2 ligações em estado de incapacidade).
- β Incremento relativo da perda média de rendimento face ao estado totalmente operacional. Caso a perda de rendimento médio tenha diminuído β toma o valor 0.
- γ Incremento da perda média de tráfego face ao estado totalmente operacional. Caso a perda de tráfego médio tenha diminuído γ toma o valor 0.

Com base em (α, β, γ) é possível definir regiões em que não há estado de incapacidade (A), regiões de estado de incapacidade com pequena importância (B), com média importância (C) e catastrófico (D). Sejam então os seguintes parâmetros de desempenho de rede P'_A , P'_B , P'_C e P'_D que indicam a probabilidade da rede se encontrar em cada uma das regiões A, B, C, ou D, respectivamente:

$$P'_k = \sum_{j=1}^m P_j I_k(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j), \quad k = A, B, C, D \quad (6.179)$$

sendo $(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j)$ o valor de (α, β, γ) quando a rede se encontra no estado S_j , e os indicadores $I_k(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j)$ são dados por:

$$I_k(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j) = \begin{cases} 1 : & (\alpha_j, \beta_j, \gamma_j) \in \text{pertence à região } k, \text{ com } k = A, B, C, D \\ 0 : & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.180)$$

6.6.5 Quantificação de diversos parâmetros de desempenho de feixe

O parâmetros de desempenho de feixe propostos no âmbito da rede inter-centrais de uma rede de comutação por circuitos, dados pelas equações (4.134) a (4.142), podem igualmente ser definidos no contexto de uma rede inter-centrais RDIS com pequenas alterações.

Considera-se conhecido o número de circuitos em cada feixe l , quando a rede se encontra no estado totalmente operacional:

$$\mathcal{K}_{(1)}(l = (v_o, v_d, b)) = (K_{(1)}(l, v_o), K_{(1)}(l, v_d)), \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (6.181)$$

Propõem-se os seguintes parâmetros de desempenho de feixe:

1. Número médio de circuitos operacionais em cada feixe:

$$\mathcal{K}(l) = (K(l, v_o), K(l, v_d)), \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (6.182)$$

em que

$$K(l, v_o) = \sum_{j=1}^m P_j K_{(j)}(l, v_o) \quad (6.183)$$

$$K(l, v_d) = \sum_{j=1}^m P_j K_{(j)}(l, v_d) \quad (6.184)$$

sendo $K_{(j)}(l, v_o)$ e $K_{(j)}(l, v_d)$ o número de circuitos operacionais do feixe l , no sentido de v_o para v_d e de v_d para v_o , respectivamente, quando a rede se encontra no estado S_j .

2. Valor relativo do número médio de circuitos inoperacionais no feixe l , em cada sentido, face ao número de circuitos operacionais nesse feixe quando a rede se encontra no estado S_1 :

$$\Delta K(l, v_o) = \frac{K_{(1)}(l, v_o) - K(l, v_o)}{K_{(1)}(l, v_o)} \text{ se } K_{(1)}(l, v_o) \neq 0, \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (6.185)$$

$$\Delta K(l, v_d) = \frac{K_{(1)}(l, v_d) - K(l, v_d)}{K_{(1)}(l, v_d)} \text{ se } K_{(1)}(l, v_d) \neq 0, \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (6.186)$$

3. (a) O decréscimo dos tráfegos de informação, associados a fluxos em modo circuito ou em modo pacote no caso \mathcal{A} , transportados no feixe $l = (v_o, v_d, b)$:

$$\Delta L_{\mathcal{L}}(l, v_o) = \sum_{j=2}^m P_j \sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} \Delta L_{(j)m}^{v_o}(f, l) \quad (6.187)$$

$$\forall f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp, \mathcal{A}},$$

$$\forall f \in \mathcal{F}_{mp}, \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df}$$

$$\Delta L_{\mathcal{L}}(l, v_d) = \sum_{j=2}^m P_j \sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} \Delta L_{(j)m}^{v_d}(f, l) \quad (6.188)$$

$$\forall f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp, \mathcal{A}},$$

$$\forall f \in \mathcal{F}_{mp}, \quad \forall f \in \mathcal{F}_{df}$$

onde $\Delta L_{(j)m}^{v_o}(f, l)$ e $\Delta L_{(j)m}^{v_d}(f, l)$ são dados por:

$$\Delta L_{(j)m}^{v_o}(f, l) = \hat{A}_{(1)m}^{v_o}(f, l) - \hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l) \quad (6.189)$$

$$\Delta L_{(j)m}^{v_d}(f, l) = \hat{A}_{(1)m}^{v_d}(f, l) - \hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l) \quad (6.190)$$

em que $\hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l)$ e $\hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l)$ são o valor médio dos tráfegos marginais dos fluxos de informação (associados ao fluxo f) transportados num feixe l no

sentido de v_o para v_d e no sentido de v_d para v_o , quando a rede se encontra no estado S_j .

Os tráfegos marginais dos fluxos de informação, associados ao fluxo f , transportados num feixe l , no estado S_j , $\hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l) = (\hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l), \hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l))$, são dados por:

$$\hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l) = (1 - B_{(j)m}(f, l)) A_{(j)m}^{v_o}(f, l) \quad (6.191)$$

$$\hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l) = (1 - B_{(j)m}(f, l)) A_{(j)m}^{v_d}(f, l) \quad (6.192)$$

em que:

$A_{(j)m}^{v_o}(f, l)$: é o valor médio do tráfego marginal de informação oferecido pelo fluxo f ao feixe l no sentido de v_o para v_d , no estado S_j ;

$A_{(j)m}^{v_d}(f, l)$: é o valor médio do tráfego marginal de informação oferecido pelo fluxo f ao feixe l no sentido de v_d para v_o , no estado S_j ;

$B_{(j)m}(f, l)$: é o bloqueio marginal do fluxo f no feixe l no estado S_j :

$$B_{(j)m}(f, l) = \max(B_{(j)m}^+(f, l), B_{(j)m}^-(f, l)) \quad (6.193)$$

o qual é máximo dos bloqueios marginais do fluxo f em cada um dos sentidos de informação, no feixe l .

Caso o feixe l no estado S_j não transporte nenhum tráfego do fluxo f no sentido de v_o para v_d (v_d para v_o) então $\hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l) = 0$ ($\hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l) = 0$).

- (b) O decréscimo de tráfego de informação transportado em média num feixe $l = (v_o, v_d, b)$, com $l \in \mathcal{L}$, em cada sentido, para os fluxos de tráfego f , ponto a ponto e em modo pacote no caso \mathcal{B} :

$$\Delta^{cp\mathcal{B}} L_{\mathcal{L}}(l, v_o) = \sum_{j=2}^m P_j \sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} \Delta^{cp\mathcal{B}} L_{(j)m}^{v_o}(f, l) \quad (6.194)$$

$$\forall f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}}$$

$$\Delta^{cp\mathcal{B}} L_{\mathcal{L}}(l, v_d) = \sum_{j=2}^m P_j \sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} \Delta^{cp\mathcal{B}} L_{(j)m}^{v_d}(f, l) \quad (6.195)$$

$$\forall f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cp\mathcal{B}}$$

em que agora os incrementos de tráfegos de informação perdidos no estado S_j vêm em bit/s:

$$\Delta^{cp\mathcal{B}} L_{(j)m}^{v_o}(f, l) = \hat{A}_{(1)m}^{v_o}(f, l) - \hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l) \quad (6.196)$$

$$\Delta^{cp\mathcal{B}} L_{(j)m}^{v_d}(f, l) = \hat{A}_{(1)m}^{v_d}(f, l) - \hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l) \quad (6.197)$$

em que $\hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l)$ e $\hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l)$ são os tráfegos marginais dos fluxos de informação (associados ao fluxo f) transportados num feixe l no sentido de v_o para v_d e no sentido de v_d para v_o , respectivamente, quando a rede se encontra no estado S_j ;

Os tráfegos marginais dos fluxos de informação associados ao fluxo f , transportados num feixe l , $\hat{A}_{m_j}(f, l) = (\hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l), \hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l))$, no estado S_j , são dados por:

$$\hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l) = \left(1 - \left(P_{rc(j)}(f) + P_{db(j)}^{v_o}(f)\delta\right)\right) A_{(j)m}^{v_o}(f, l) \quad (6.198)$$

$$\hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l) = \left(1 - \left(P_{rc(j)}(f) + P_{db(j)}^{v_d}(f)\delta\right)\right) A_{(j)m}^{v_d}(f, l) \quad (6.199)$$

em que:

$A_{(j)m}^{v_o}(f, l)$: é o valor médio do tráfego marginal oferecido pelo fluxo f ao feixe l no sentido de v_o para v_d , no estado S_j ;

$A_{(j)m}^{v_d}(f, l)$: é o valor médio do tráfego marginal oferecido pelo fluxo f ao feixe l no sentido de v_d para v_o , no estado S_j ;

δ : é a proporção do tráfego perdido, devido à interrupção das ligações.

$P_{rc(j)}(f)$ é dado pela equação (6.68) e $P_{db(j)}^{v_o}(f)$ e $P_{db(j)}^{v_d}(f)$ obtêm-se a partir de $P_{db(j)}^+(f)$ e $P_{db(j)}^-(f)$:

$$(P_{db(j)}^{v_o}(f), P_{db(j)}^{v_d}(f)) = \begin{cases} (P_{db(j)}^+(f), P_{db(j)}^-(f)) : & \text{se o sentido directo do} \\ & \text{do fluxo } f \text{ utiliza o arco } l \\ & \text{no sentido de } v_o \text{ para } v_d \\ (P_{db(j)}^-(f), P_{db(j)}^+(f)) : & \text{se o sentido directo do} \\ & \text{do fluxo } f \text{ utiliza o arco } l \\ & \text{no sentido de } v_d \text{ para } v_o \\ & \text{(caso inverso)} \end{cases} \quad (6.200)$$

$$\forall f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$$

com $P_{db(j)}^+(f)$, $P_{db(j)}^-(f)$ dados pelas equações (6.69) e (6.70), respectivamente.

Caso o feixe l seja unidireccional, só devem ser calculados $\Delta L_{\mathcal{L}}(l, v_o)$ e $\Delta^{cpB} L_{\mathcal{L}}(l, v_o)$.

4. O rendimento do feixe l , com $l \in \mathcal{L}$, no estado completamente operacional (o estado S_1) é:

$$R_{(1)}(l) = \sum_{(f_1, l) \in \mathcal{E}} c_{pp_1}(f_1) \max \left(\frac{\hat{A}_{(1)m}^{v_o}(f_1, l)}{n_{pp}^{v_o}(f_1, l)}, \frac{\hat{A}_{(1)m}^{v_d}(f_1, l)}{n_{pp}^{v_d}(f_1, l)} \right)$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{(f_2, l) \in \mathcal{E}} c_{pp_2}(f_2) \left(\frac{\hat{A}_{(1)m}^{v_o}(f_2, l)}{dp_{pp}^{v_o}(f_2, l)} + \frac{\hat{A}_{(1)m}^{v_d}(f_2, l)}{dp_{pp}^{v_d}(f_2, l)} \right) \\
& + \sum_{(f_3, l) \in \mathcal{E}} c_{mp}(f_3) \max \left(\frac{\hat{A}_{(1)m}^{v_o}(f_3, l)}{n_{mp}^{v_o}(f_3)}, \frac{\hat{A}_{(1)m}^{v_d}(f_3, l)}{n_{mp}^{v_d}(f_3)} \right) \quad (6.201) \\
& + \sum_{(f_4, l) \in \mathcal{E}} c_{df}(f_4) \left(\hat{A}_{(1)m}^{v_o}(f_4, l) + \hat{A}_{(1)m}^{v_d}(f_4, l) \right) \\
& \forall f_1 = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}, \\
& \forall f_2 = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}, \\
& \forall f_3 \in \mathcal{F}_{mp}, \quad \forall f_4 \in \mathcal{F}_{df}
\end{aligned}$$

sendo $\hat{A}_{(1)m}^{v_o}(f, l)$ e $\hat{A}_{(1)m}^{v_d}(f, l)$ dados respectivamente pelas equações (6.191) e (6.192), quando $j = 1$; $n_{pp}^{v_o}(f, l)$, $n_{pp}^{v_d}(f, l)$, $n_{mp}^{v_o}(f, l)$ e $n_{mp}^{v_d}(f, l)$, são obtidos da seguinte forma:

$$\left(n_{cf}^{v_o}(f, l), n_{cf}^{v_d}(f, l) \right) = \begin{cases} \left(n_{cf}^+(f), n_{cf}^-(f) \right) : & \text{se o sentido directo do} \\ & \text{do fluxo } f \text{ utiliza o arco } l \\ & \text{no sentido de } v_o \text{ para } v_d \\ \left(n_{cf}^-(f), n_{cf}^+(f) \right) : & \text{caso inverso} \end{cases} \quad (6.202)$$

se $cf = pp$ então aplica-se (6.202), $\forall f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}$; se $cf = mp$ então aplica-se (6.202), $\forall f \in \mathcal{F}_{mp}$.

Por outro lado se $(f_4, l) \in \mathcal{E}$, então, ou $\hat{A}_{(1)m}^{v_o}(f_4, l) \neq 0$ ou $\hat{A}_{(1)m}^{v_d}(f_4, l) \neq 0$, mas não ambas simultaneamente. Na equação (6.201) é necessário dividir o tráfego de informação pelo número de recursos ocupados no feixe, porque as receitas $c_{pp_1}(f_1)$ e $c_{mp}(f_3)$ são proporcionais ao tráfego em função do número de chamadas e não em função do número de recursos ocupados.

5. A perda média de rendimento no feixe l devido a avarias na rede é:

$$\Delta R(l) = R_1(l) - R(l), \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (6.203)$$

em que $R(l)$ é o rendimento médio do feixe l e é dado por:

$$\begin{aligned}
R(l) & = \sum_{(f_1, l) \in \mathcal{E}} c_{pp_1}(f_1) \max \left(\frac{\hat{A}_m^{v_o}(f_1, l)}{n_{pp}^{v_o}(f_1, l)}, \frac{\hat{A}_m^{v_d}(f_1, l)}{n_{pp}^{v_d}(f_1, l)} \right) \quad (6.204) \\
& + \sum_{(f_2, l) \in \mathcal{E}} c_{pp_2}(f_2) \left(\frac{\hat{A}_m^{v_o}(f_2, l)}{dp_{pp}^{v_o}(f_2, l)} + \frac{\hat{A}_m^{v_d}(f_2, l)}{dp_{pp}^{v_d}(f_2, l)} \right) \\
& + \sum_{(f_3, l) \in \mathcal{E}} c_{mp}(f_3) \max \left(\frac{\hat{A}_m^{v_o}(f_3, l)}{n_{mp}^{v_o}(f_3)}, \frac{\hat{A}_m^{v_d}(f_3, l)}{n_{mp}^{v_d}(f_3)} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{(f_4, l) \in \mathcal{E}} c_{df}(f_4) \left(\hat{A}_m^{v_o}(f_4, l) + \hat{A}_m^{v_d}(f_4, l) \right) \\
& \forall f_1 = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}, \\
& \forall f_2 = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpA}, \\
& \forall f_3 \in \mathcal{F}_{mp}, \quad \forall f_4 \in \mathcal{F}_{df}
\end{aligned}$$

sendo $\hat{A}_m^{v_o}(f, l)$ e $\hat{A}_m^{v_d}(f, l)$ os valores médios dos tráfegos marginais de informação (associados ao fluxo f) transportados no feixe l , no sentido de v_o para v_d e no sentido de v_d para v_o , respectivamente:

$$\hat{A}_m^{v_o}(f, l) = \sum_{j=1}^m P_j \hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l) \quad (6.205)$$

$$\hat{A}_m^{v_d}(f, l) = \sum_{j=1}^m P_j \hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l) \quad (6.206)$$

em que $\hat{A}_{(j)m}^{v_o}(f, l)$ e $\hat{A}_{(j)m}^{v_d}(f, l)$, são dados respectivamente por (6.191) e (6.192).

Quando um feixe $l = (v_o, v_d, b)$ não apresenta nenhum circuito no estado operacional no sentido de v_o para v_d (de v_d para v_o), então $\hat{A}_m^{v_o}(f, l) = 0$ ($\hat{A}_m^{v_d}(f, l) = 0$).

6. Uma medida de desempenho adicional, que se prende com a capacidade da rede escoar tráfego em modo pacote (caso \mathcal{B}), é o atraso médio de um pacote num feixe, dado por:

$$At_{\mathcal{K}}^{v_o}(l) = \sum_{j=1}^m P_j At_{\mathcal{K}(j)}^{v_o}(l), \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (6.207)$$

$$At_{\mathcal{K}}^{v_d}(l) = \sum_{j=1}^m P_j At_{\mathcal{K}(j)}^{v_d}(l), \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (6.208)$$

em que $At_{\mathcal{K}(j)}^{v_o}(l)$ e $At_{\mathcal{K}(j)}^{v_d}(l)$ e são o atraso médio de um pacote num feixe l , no sentido de v_o para v_d e no sentido v_d para v_o , respectivamente, quando a rede se encontra no estado S_j :

$$At_{\mathcal{K}(j)}^{v_o}(l) = \frac{\sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} At_{pp(j)}^{v_o}(f, l) np_{pp}^{v_o}(f, l)}{\sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} np_{pp}^{v_o}(f, l)}, \quad (6.209)$$

$$At_{\mathcal{K}(j)}^{v_d}(l) = \frac{\sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} At_{pp(j)}^{v_d}(f, l) np_{pp}^{v_d}(f, l)}{\sum_{(f,l) \in \mathcal{E}} np_{pp}^{v_d}(f, l)}, \quad (6.210)$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, \quad \forall f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$$

em que $At_{pp(j)}^{v_o}(f, l)$ e $At_{pp(j)}^{v_d}(f, l)$ são o atraso médio dos pacotes do fluxo f no feixe l em cada sentido de transmissão; o número médio de pacotes em cada

sentido de transmissão é dado por:

$$\left(n_{pp}^{v_o}(f, l), n_{pp}^{v_d}(f, l) \right) = \begin{cases} \left(n_{pp}^+(f), n_{pp}^-(f) \right) : & \text{se o sentido directo do} \\ & \text{do fluxo } f \text{ utiliza o arco } l \\ & \text{no sentido de } v_o \text{ para } v_d \\ \left(n_{pp}^-(f), n_{pp}^+(f) \right) : & \text{caso inverso} \end{cases} \quad (6.211)$$

$$\forall f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$$

à semelhança do que acontece na equação (6.202).

O atraso, dado pelas medidas $At_{\mathcal{K}}^{v_o}(l)$ e $At_{\mathcal{K}}^{v_d}(l)$, está relacionado com a velocidade de transmissão¹³ ($n \times 64$ Kbit/s, se o feixe dedicar n canais ao tráfego em modo pacote) e com o tempo que um pacote passa em média no *buffer* de acesso ao feixe l (em qualquer dos sentidos de acesso, caso o feixe seja bidireccional), quando este se encontra congestionado.

6.6.6 Quantificação de diversos parâmetros de desempenho por componente sujeito a avaria

Medidas para sinalização dos estados que conduzem a uma degradação da qualidade de serviço, para além de patamares pré-estabelecidos, podem ser enunciadas de forma semelhante ao que foi feito no capítulo 4 com adaptações semelhantes às já utilizadas nesta secção.

Utilizando no entanto a definição dada neste texto para estado de incapacidade de uma rede propõem-se as seguintes medidas:

1. Probabilidade do componente x estar inoperacional sabendo que a rede se encontra numa região de estado de incapacidade, k :

$$P(x|k) = \frac{1}{P'_k} \sum_{j=1}^m P_j I_k(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j) X_j(x), \quad k = A, B, C, D \quad (6.212)$$

Onde $I_k(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j)$ é dado pela equação (6.180), P'_k por (6.179) e $X_j(x)$ tem o mesmo significado que na equação (4.144):

$$X_j(x) = \begin{cases} 1 & \text{se o componente } x \text{ está avariado no estado } S_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

¹³No sentido de que quanto mais lento for o feixe, maior deverá ser o tempo à espera.

2. Acréscimo total do rendimento perdido nos fluxos em situações em que o componente x está avariado e a rede se encontra num estado de incapacidade pertencente à região k :

$$\Delta C_{T,k}(x) = \sum_{j=2}^m P_j X_j(x) I_k(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j) (C_{T(j)} - C_{T(1)})$$

$$k = A, B, C, D \quad (6.213)$$

Onde $I_k(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j)$ é dado pela equação (6.180), $X_j(x)$ tem o mesmo significado que na equação (4.144), reproduzida no ponto anterior, $C_{T(j)}$ e $C_{T(1)}$ são dados pelas equações (6.173) e (6.156) respectivamente.

6.6.7 Algumas referências a modelos de tráfego

Eventualmente algumas das medidas propostas na secção 6.6 só serão viáveis através de simulação, onde permanece a dificuldade da geração correcta das chegadas ao sistema e dos respectivos tempos de ocupação.

Na Recomendação E.731 do ITU [55] são propostos métodos de dimensionamento de recursos que funcionam em modo de comutação de circuitos, em ambiente RDIS, e onde são dadas numerosas referências sobre modelos de análise e/ou dimensionamento destes sistemas. As Recomendações E.526 e E.527 [56, 60] apresentam também métodos de dimensionamento de grupos de circuitos, com serviços de suporte multi-circuito, com e sem tráfego de transbordo, respectivamente. O livro da autoria de Akimaru e Kawashima [4] revê numerosos modelos de teletráfego, aplicáveis em redes telefónicas tradicionais, redes RDIS e RDIS de banda larga com ATM¹⁴. O estudo de modelos de tráfego que permitem resolver alguns dos problemas que surgem na análise de uma rede RDIS (ou em que algumas áreas da rede apresentem fluxos provenientes de tráfego RDIS) são complexos e podem constituir o tema de outro trabalho.

Em redes de comunicação de grande dimensão e/ou complexidade nem sempre é possível a utilização de soluções analíticas (exactas ou aproximadas) de modelos de teletráfego (e/ou algoritmos numéricos) que conduzam a soluções simultaneamente eficientes e precisas. Em última análise é sempre possível o recurso a simulação. As ferramentas comerciais de simulação nem sempre permitem efectuar a análise desejada, porque, por exemplo não consideram os algoritmos de encaminhamento cujo impacto sobre o desempenho da rede se pretende considerar. O esforço de programação e os recursos computacionais adequados ao desenvolvimento de um simulador, deve ser objecto de cuidadosa avaliação, de forma a que os resultados possam ser obtidos com a precisão desejada e num tempo de computação admissível.

¹⁴Em inglês: Assynchronous Transfer Mode.

Vão-se aqui referir alguns sistemas de teletráfego, interessantes no contexto de redes RDIS e indicar algumas referências bibliográficas onde os mesmos se encontram analisados. Dada a extensão do assunto e a sua complexidade, esta resenha será necessariamente muito limitada.

6.6.7.1 Recursos em modo circuito

A possibilidade de chamadas, com diferentes ritmos de transmissão, acederem aos mesmos circuitos, dá origem a fluxos de tráfego que ocupam (cada um deles) um número diferente de circuitos por chamada. Considere-se a seguinte situação: N_f fluxos, oferecem tráfego a um feixe com n circuitos, onde cada chamada do fluxo f ocupa c_f circuitos. As estratégias de controlo do acesso desses fluxos aos circuitos do feixe são diversas e poderão ser (entre outras) [55]:

1. total compartimentação dos circuitos (ou grupos de circuitos dedicados); cada fluxo de tráfego $f = 1, 2, \dots, N_f$ tem acesso apenas a um número n_f de circuitos (que terá sido dimensionado de forma a garantir o seu GOS) com $\sum_f n_f = n$.
2. Total partilha dos circuitos (sistema com acesso completo); todos os circuitos no feixe são acessíveis aos N_f fluxos; esta situação tende a favorecer os fluxos de mais baixo ritmo.
3. Reserva de circuitos (ou limitação pela soma); certos fluxos de tráfego marginal só podem aceder ao feixe desde que o número total de circuitos ocupados no feixe seja inferior a um determinado limiar.
4. Circuitos virtuais (limitação por classe); o número de circuitos ocupados por cada fluxo f não pode exceder um limite pré-estabelecido k_f , com $\sum_f k_f > n$.

Na situação 1, uma chamada do fluxo f é rejeitada sempre que o número de circuitos livres em n_f é inferior a c_f , mesmo que haja mais do que c_f circuitos livres no feixe. A análise deste sistema é relativamente simples, uma vez que cada grupo de n_f circuitos pode ser tratado como um recurso separado, pelo que os modelos de tráfego referidos no capítulo 4 podem ser utilizados, com poucas alterações.

Um sistema com acesso completo (caso 2) já apresenta uma análise mais complexa, uma vez que fluxos com diferentes requisitos de largura de banda (e eventualmente outras características também diferentes) estão a competir pelos mesmos recursos. Se os fluxos de tráfego oferecidos ao feixe são todos tráfegos de Poisson (o que corresponde, geralmente na prática, à situação em que o feixe é um recurso de primeira escolha para esses fluxos de tráfego), está-se perante um sistema que representa uma generalização

multi-dimensional do modelo clássico de Erlang com perda. Um algoritmo de cálculo do bloqueio para cada um dos fluxos de tráfego, neste sistema, encontra-se em [67].

Delbrouck [28] analisa um sistema com acesso completo (caso 2) ao qual são oferecidos fluxos de de tráfego (independentes), caracterizados por diferentes larguras de banda (c_f diferentes) e tráfegos com diferentes médias e diferentes factores de pico (tráfego de pico e tráfego suave). Em [28], são propostas duas fórmulas aproximadas para o cálculo do bloqueio de chamadas de cada fluxo. Uma das fórmulas assume que as chamadas provenientes de um dado fluxo f chegam segundo um processo de renovações; a outra, considera, por exemplo, o caso das chamadas de um dado fluxo serem provenientes de uma população finita (factor de pico inferior a um), e para a qual o processo de chegadas não é de renovações.

Em [4], encontra-se um exemplo em que um feixe com n circuitos e acesso completo é partilhado por dois fluxos, um dos quais é multi-circuito. Verifica-se o que já tinha sido referido anteriormente, ou seja que o fluxo de maior intensidade apresenta maior probabilidade de bloqueio que o fluxo de menor intensidade de chegadas.

Os casos 3 e 4 pretendem garantir um determinado GOS a cada um dos fluxos e desse modo evitar os problemas experimentados pelos fluxos de maior ritmo no caso 2.

A estratégia 3 já era utilizada em redes de telefónicas com encaminhamento alternativo, de forma a evitar que, em situações de sobrecarga, fluxos de transbordo ocupassem excessivos recursos em determinados feixes. Procurou-se dessa forma evitar situações em que se poderia desencadear um fenómeno de transbordos sucessivos de tráfego, conduzindo a uma diminuição do tráfego efectivamente transportado na rede. Análise de sistemas sujeitos ao controlo de acesso referido em 3, de forma a garantir igualização do bloqueio para os diferentes fluxos, pode ser encontrada em [101].

Iversen em [62] apresenta um algoritmo convolucional que permite a análise de sistemas cuja estratégia de controlo de acesso está definida em 4. Em [62] considera-se um sistema onde N_f fluxos de tráfego independentes são oferecidos a um grupo de n circuitos. Cada chamada proveniente do fluxo f requer c_f circuitos durante toda a duração do seu tempo de serviço. A intensidade de chegadas de cada fluxo f é $\lambda_f(k)$, sendo k o número de chamadas do fluxo f presentes no sistema. Os tempos de serviço têm uma distribuição arbitrária, de média finita. O algoritmo em [62] permite calcular valores exactos para a congestão no tempo, bloqueio de chamadas (razão entre o número médio de chamadas perdidas e o número médio de chamadas oferecidas) e congestão de tráfego (razão entre o valor médio do tráfego perdido e o valor médio do tráfego oferecido) para cada fluxo de tráfego f .

Referências para métodos de cálculo de valores do bloqueio, em sistemas sem tráfego de transbordo, quando¹⁵ é necessário que todos os circuitos de uma ligação multi-circuito estejam no mesmo sub-grupo de circuitos (por exemplo no mesmo multiplexor de ritmo primário), são dados em [55]. Pode também acontecer que nalguns sistemas as chamadas multi-circuitos tenham de ocupar canais adjacentes fixos – algoritmos de cálculo neste caso dependem de cada situação individual [55].

A RDIS oferece a possibilidade de um utilizador negociar alguns atributos da sua conexão. Por exemplo um utilizador poderá ver recusada uma chamada a 1920 Kbit/s mas ser-lhe oferecida a oportunidade de a efectuar a um ritmo mais baixo. O utilizador poderá então decidir se aceita ou não fazer a chamada nestas condições. O estudo destes sistemas (com acesso completo ou com total compartimentação) revelou que embora a negociação aumente a probabilidade da chamada ser transportada (com um largura de banda igual ou inferior à pedida inicialmente) diminui a probabilidade da chamada ser transportada com a largura de banda pedida inicialmente [55]. Do ponto de vista do assinante, que não pode aceitar uma diminuição da largura de banda requerida, o sistema apresenta maior bloqueio do que se não houvesse negociação [55].

Alguns serviços em RDIS podem ser fornecidos com base em reserva antecipada. O estabelecimento de uma comunicação neste regime apresenta vantagens para o utilizador e para o operador da rede. O utilizador, uma vez feita a reserva tem (quase¹⁶) a certeza de poder usufruir do serviço no período reservado; por seu lado o operador da rede tem maior facilidade de fornecer serviços a ritmos mais elevados, os quais seriam recusados com maior probabilidade se apenas houvesse chamadas a pedido.

6.6.7.2 Sistemas mistos

Designam-se por sistemas mistos, sistemas que aceitam simultaneamente chamadas que requerem serviço em tempo real (tal como a transmissão de voz numa chamada telefónica) e chamadas que aceitam tempos de espera (tal como transmissão de dados). Este tipo de sistemas ocorre com frequência em sistemas RDIS. Em [4] são apresentados vários modelos para esses sistemas.

Seja um sistema descrito por: $M_1+M_2/M/n(0, \infty)$ (na notação de Kendall) [4]. Nesse sistema, chamadas com espera e com perda, chegam com intensidades de Poisson λ_1 e λ_2 , respectivamente e com um tempo de serviço com distribuição exponencial negativa de média comum μ^{-1} , e são oferecidas a n circuitos. Se todos os circuitos

¹⁵Por exemplo quando, numa chamada multi-circuito, o atributo possibilidades de transferência de informação é sem restrições ou quando o atributo estrutura tem o valor integridade de 8 Kbit/s.

¹⁶A certeza não é total no caso dos recursos disponibilizados para essa comunicação serem partilhados com outras chamadas estabelecidas a pedido [55].

estão ocupados, no instante de chegada de uma chamada com perda esta é perdida, pelo contrário as chamadas com espera esperam num fila infinita com disciplina FIFO¹⁷. Apenas existe regime estacionário se o tráfego oferecido aos circuitos pelo fluxo com espera, $a_2 = \lambda_2/\mu$ for inferior ao número de circuitos n . Em [4] são apresentadas expressões para o bloqueio do fluxo de tráfego com perda e para o tempo médio de espera das chamadas provenientes do fluxo de tráfego com espera.

No sistema **GI+M/M/s**($\infty, 0$), as chamadas com espera chegam segundo um processo de renovações (**GI**); uma solução aproximada para o bloqueio do fluxo de tráfego com perda, para o tempo médio de espera das chamadas provenientes do fluxo de tráfego com espera e para a probabilidade de uma chamada ter de esperar, foi obtida por Akimaru, Kuribayashi e Katayama [3], cujos principais resultados são sumariados em [4].

Em [4] podem ainda encontrar-se reproduzidas as aproximações obtidas em [3], para os parâmetros referidos no parágrafo anterior, no caso do sistema **GI+M/M/s**($0, \infty$).

Mason, Liao, Fortier e De Serres [79] apresentam um modelo aproximado para um sistema misto multi-circuito. Esse sistema representa uma ligação RDIS que suporta dois componentes de tráfego, que diferem na largura de banda, tempos de serviço e objectivos de GOS. Um dos componentes de tráfego representa um fluxo de tráfego de banda estreita, e utiliza apenas 1 circuito ($c_1=1$); o outro componente de tráfego representa as chamadas provenientes de um fluxo de tráfego que, se designará de banda larga, e utiliza c_2 circuitos. As chamadas de banda estreita são perdidas e as chamadas de banda larga bloqueadas esperam numa fila. Essa fila tem um número de posições, T , que poderá ser finito ou infinito. Uma chamada proveniente do fluxo de tráfego de banda estreita entra em serviço imediatamente, se no instante de chegada há pelo menos um circuito livre; o número de chamadas provenientes do fluxo de banda larga em serviço simultâneo não pode ultrapassar r_0 . As chamadas de ambos os fluxos chegam segundo processos de Poisson de intensidades λ_1 e λ_2 , e têm tempos de serviço com distribuição exponencial negativa de média μ_1^{-1} e μ_2^{-1} , respectivamente. São apresentados resultados aproximados para T finito e para T infinito. Os parâmetros de desempenho aproximados, obtidos quando T é finito, são:

- a probabilidade de congestão para as chamadas do fluxo de banda estreita;
- a probabilidade de uma chamada do fluxo de banda larga não ter de esperar;
- a probabilidade de congestão para as chamadas do fluxo de banda larga (ou seja a probabilidade de ser excedida a capacidade da fila);

¹⁷Do inglês: First In First Out.

- tempo médio de espera para uma chamada do fluxo de banda larga;

Quando T é infinito, o algoritmo desenvolvido considera $r_0 = 1$, e os parâmetros de desempenho aproximados que podem ser calculados são:

- a probabilidade de congestão para as chamadas do fluxo de banda estreita;
- a probabilidade de uma chamada do fluxo de banda larga não ter de esperar;
- tempo médio de espera para uma chamada do fluxo de banda larga;

6.6.7.3 Sistemas de comutação por pacotes

Em [4] é analisado o sistema $\mathbf{M}/\mathbf{G}/1$ (com fila de espera infinita): é dada uma expressão para a espera média, são apresentadas expressões para a probabilidade, em regime estacionário (o regime estacionário só existe se o tráfego oferecido for inferior ao número de servidores 1, ou seja se o tráfego oferecido for inferior a 1 Erl), do sistema se encontrar num dado estado, logo a seguir à terminação de uma chamada e dada a distribuição do tempo de espera dum chamada teste.

No caso do sistema $\mathbf{M}/\mathbf{G}/1(k)$ (um servidor e uma fila de espera finita com k posições), é apresentado em [4] um algoritmo que permite obter a distribuição probabilística dos estados do sistema. Com base nessa distribuição são obtidos os parâmetros de desempenho habituais neste tipo de sistemas: o bloqueio de chamadas, a probabilidade de uma chamada ter de esperar, número médio de chamadas à espera e tempo médio de espera.

O sistema $\mathbf{M}/\mathbf{D}/n$ (fila de espera infinita), em que os tempos de serviço são constantes, é utilizado com frequência para representar a transmissão de pacotes, que chegam segundo um processo de Poisson, com dimensão fixa a um sistema onde são processados (ou transmitidos) com ritmo constante. Em [4] são apresentadas expressões para a distribuição de probabilidade em regime estacionário, para o tempo médio à espera e para a distribuição do tempo de espera.

Sistemas em que o processo de entrada é um processo de renovação, tal como $\mathbf{GI}/\mathbf{M}/n(0)$, $\mathbf{GI}/\mathbf{M}/n$ ou $\mathbf{GI}/\mathbf{G}/1$, são também revistos em [4].

O modelo de chegadas em *lotes*¹⁸ (ou em pacotes), em que um certo número de chamadas chegam simultaneamente num dado instante, surge no contexto de sistema de comutação por pacotes ou em comunicações facsimile [4]. Numa rede de comutação por pacotes, uma mensagem é partida num dado número de pacotes, o qual será aproximado por um modelo de chegadas em lotes, assumindo que os pacotes dessa mensagem

¹⁸Em inglês: batch arrival.

chegam simultaneamente num dado instante. Existem também modelos de serviço em lote¹⁹, em que um determinado número de chamadas são servidas em lote. Os modelos de chegada em lote analisados em [4] são: $\mathbf{M}^{[X]}/\mathbf{M}/n(0)$, $\mathbf{M}^{[X]}/\mathbf{G}/1$ e $\mathbf{GI}^{[X]}/\mathbf{G}/1$.

$\mathbf{M}^{[X]}/\mathbf{M}/n(0)$ é um sistema com perda em que os tempos entre chegadas dos lotes (de dimensão X , em que X é uma variável aleatória) e a duração do serviço seguem a distribuição exponencial negativa, e o número de servidores é n . Se um lote, no instante de chegada, encontra todos os servidores ocupados, então todas as chamadas no lote são perdidas. Se o número de servidores livres é inferior ao número de chamadas no lote há duas estratégias para aceitação das chamadas:

- aceitação parcial do lote: um número de chamadas no lote igual ao número de servidores livres são servidas, e as restantes chamadas são perdidas;
- aceitação total do lote: o lote é perdido se não houver servidores em número suficiente para aceitar todas as chamadas do lote.

No caso da estratégia de aceitação ser a aceitação parcial do lote, é indicado, em [4], um algoritmo de cálculo da distribuição de probabilidades do sistema, em função da distribuição de X , e é dada a expressão para o bloqueio no sistema (que é diferente da congestão no tempo).

Por seu lado $\mathbf{M}^{[X]}/\mathbf{G}/1$, é um sistema de chegadas em lote, com espera e uma distribuição geral dos tempos de ocupação. Marcando uma chamada num lote e designando-a por chamada teste, são obtidas em [4] expressões para a média do tempo de espera da chamada teste, sendo este tempo decomposto em duas fracções:

- tempo de espera, W_1 , até que a primeira chamada no lote, ao qual pertence a chamada teste, é servida. Os lotes na fila de espera são atendidos por ordem de chegada (FIFO);
- tempo de espera, W_2 , devido a chamadas do lote, servidas antes da chamada teste. Assume-se que dentro de cada lote as chamadas são atendidas aleatoriamente.

O valor médio de W_1 é obtido com base nos resultados obtidos para $\mathbf{M}/\mathbf{G}/1$, com um tempo de serviço que é a soma do tempo de serviço das chamadas pertencentes ao lote.

Para o sistema, $\mathbf{GI}^{[X]}/\mathbf{G}/1$, de chegadas em lote, com espera, em que os tempos entre chegadas e os tempos de serviço seguem uma distribuição arbitrária, é dada em [4] uma expressão aproximada para o tempo médio de espera de uma chamada teste num lote.

¹⁹Em inglês: batch service model.

No contexto da protecção do GOS de chamadas provenientes de fluxos de tráfego preferenciais, é analisado, em [4], um modelo de reserva de circuitos com espera, em que dois fluxos de tráfego de Poisson (um de baixa prioridade e outro de alta prioridade), com tempos de serviço exponencial negativo com a mesma média, acedem a um grupo de circuitos, com fila de espera finita e disciplina FIFO. As chamadas provenientes do fluxo de baixa prioridade são rejeitadas sempre que o número de circuitos livres é inferior a um dado limiar. É apresentado um algoritmo de cálculo para as probabilidades do sistema em regime estacionário, a partir das quais se obtêm expressões para o número médio de chamadas à espera, para a probabilidade de bloqueio e para o tempo médio à espera – para ambos os fluxos de entrada.

Poder-se-iam ainda referir modelos para sistemas com prioridades. Existem dois tipos de prioridades, as prioridades externas e as prioridades internas. As primeiras estão associadas com a chamada antes desta entrar no sistema, as segundas são atribuídas à chamada dependendo do estado do sistema. Em [4] são descritos dois exemplos típicos. O primeiro exemplo, com espera, considera que chamadas sem preempção, com prioridades diferentes, procuram aceder a um mesmo servidor. No segundo exemplo é analisado um sistema com espera, com preempção.

6.6.7.4 Outros modelos de tráfego

A solução exacta para o sistema geral com espera $\mathbf{GI}/\mathbf{G}/n$, com entradas dadas por um fluxo de entradas de renovações e distribuição geral para os tempos de serviço, ainda não foi obtida. Existem várias aproximações para este modelo, sendo revista uma delas (aproximação de difusão modificada) em [4], onde são apresentadas expressões para a probabilidade de que todos os n servidores estejam ocupados num instante arbitrário, o número médio de chamadas à espera e o tempo médio de espera.

Para análise de sistemas mais complexos, em que o processo de entrada não é de renovações, introduz-se, entre outros, o processo de renovação Markoviano tipo-fase (PH-MRP²⁰). Seguindo a apresentação de Akimaru e Kawashima [4], antes de definir este processo, explique-se, em primeiro lugar, o que é uma distribuição do tipo-fase (PH²¹).

Numa cadeia de Markov, com r estados transitórios, e um único estado, $r + 1$, de absorção, considere-se que após entrar no estado absorvente, o processo salta instantaneamente para o estado transitório j , $j = 1, 2, \dots, r$, com probabilidade θ_j . A distribuição PH é definida como a distribuição do tempo entre visitas ao estado absorvente, e caracterizado por $(\boldsymbol{\theta}, T)$, em que T , a matriz de intensidades de transição

²⁰Em inglês: Phase-Type Markov Renewal Process.

²¹Em inglês: Phase-Type distribution.

entre os estados transitórios, é uma matriz irredutível de dimensão $r \times r$. O vector linha θ , com elementos θ_j é chamado o vector da probabilidades iniciais. O vector T° definido por, $T^\circ = -T e$, representa o ritmo de transição dos estados transitórios para o estado absorvente em que e representa o vector coluna, com todos os elementos igual a 1. A distribuição PH diz-se que está na *fase j* se o processo de Markov subjacente está no estado j . Um processo de renovação com tempo entre chegadas com distribuição PH é chamado um *processo de renovações do tipo-fase* (PH-RP²²).

Seguidamente modifica-se a cadeia de Markov para que possua n estados absorventes, com probabilidade de salto, θ_{ij} , do estado absorvente i , $i = r + 1, r + 2, \dots, r + n$, para o estado transitório j , $j = 1, 2, \dots, r$. Então as sucessivas visitas aos estados absorventes, constituem o PH-MRP, no qual os tempos entre visitas seguem distribuições PH, que em geral não são idênticas, e que são correlacionadas. O PH-MRP diz-se que está na *fase j* se o processo de Markov subjacente também está no estado j . O PH-MRP é representado por (θ, T, T°) . A matriz θ ($n \times r$) com elementos θ_{ij} e a matriz T° ($r \times n$) são as extensões dos vectores correspondentes, e têm a seguinte relação: $T^\circ e = -T e$. A intensidade de chegadas, calculando a média de cada distribuição PH é dada por $\lambda = \pi T^\circ e$, em que π é o *vector de probabilidade estacionário* de $T + T^\circ \theta$ que satisfaz: $\pi(T + T^\circ \theta) = \mathbf{0}$, $\pi e = 1$.

No sistema **PH-MRP/M/n(m)**, as chamadas chegam segundo um PH-MRP, requerem um tempo de serviço exponencial negativo, e caso encontrem todos os servidores ocupados, esperam numa fila de espera, com m posições, com disciplina FIFO; caso uma chamada encontre a fila de espera cheia, essa chamada é perdida. Em [4] são dadas fórmulas para o cálculo da probabilidade de bloqueio e para o tempo médio de espera, para este sistema.

O processo de Poisson modulado por um processo de Markov (MMPP²³) é um processo de Poisson duplamente estocástico, cujas intensidades de chegada dependem das fases ou estados que constituem uma cadeia de Markov contínua no tempo. O processo MMPP é um caso particular do PH-MRP [4].

O processo MMPP foi analisado por Neuts [87], usando o método analítico matricial e cujos principais resultados são apresentados em [4]. Em [32] encontra-se um conjunto de resultados úteis acerca de MMPPs, e de filas de espera cujas entradas são MMPPs.

Processos MMPP têm sido utilizados extensivamente em modelos de teletráfego em redes de comunicações. Duas das principais aplicações são [32]: modelação do transbordo de um feixe com um número finito de circuitos e a modelação das correlações entre fluxos de pacotes de voz e de dados. No contexto de redes ATM, é interessante

²²Em inglês: Phase-Type Renewal Process

²³Em inglês: Markov modulated Poisson process.

avaliar os atrasos nas filas de espera devido a pacotes provenientes de tráfego de voz, dados e vídeo. Isso tem sido feito através do modelo $\mathbf{MMPP}/\mathbf{G}/1$, em que o processo de chegada a uma fila consiste na sobreposição de vários fluxos de pacotes, é modelado como um \mathbf{MMPP} [32]. Os modelos $\mathbf{MMPP}/\mathbf{G}/1$, e $\mathbf{MMPP}+\mathbf{M}/\mathbf{G}/1$ são revistos em [4].

Capítulo 7

Conclusão

Neste capítulo faz-se uma síntese da tese, apresentam-se as principais contribuições e indicam-se áreas de trabalho futuro.

7.1 Resumo

Foi feita uma revisão de conceitos pertinentes associados à análise de fiabilidade em redes de telecomunicações, tendo também sido revistas algumas aproximações metodológicas relevantes neste contexto.

Caracterizou-se o problema de análise de redes de telecomunicações inter-centrais, para em seguida propor uma nova metodologia de análise de fiabilidade-qualidade de serviço adequada a este tipo de redes.

Descreeveram-se os aspectos essenciais dessa metodologia, nomeadamente o algoritmo de selecção dos estados da rede que devem ser objecto de análise, o modelo multiparamétrico de medidas de desempenho em função dos estados da rede, e algoritmos de cálculo necessários à utilização de modelos bi-paramétricos de tráfego.

Foram apresentados resultados da aplicação de um modelo implementado para avaliação de fiabilidade-qualidade de serviço da rede da Área Urbana Digital de Lisboa. Neste caso-estudo ficou claro que o factor mais limitativo é o elevado custo computacional do cálculo numérico associado à obtenção dos parâmetros de desempenho. Tal requer que seja devidamente pesado o grau de cobertura do espaço de estados versus o rápido aumento do tempo de computação. Este estudo realça as potencialidades de aplicação do modelo desenvolvido as quais estão relacionadas com o cálculo de vários conjuntos de parâmetros de desempenho ao nível da rede, do fluxo de tráfego e do feixe, através dos estados de avaria probabilisticamente mais significativos.

Foi proposta uma metodologia de análise de fiabilidade-qualidade de serviço em ambiente RDIS (como uma extensão da metodologia já utilizada em redes de tele-

comunicações inter-centrais). Essa proposta inclui uma definição matemática para a rede a analisar, a descrição dos vários componentes dos tráfegos marginais ponto a ponto, modelados com base em recomendações do ITU-T e a definição de parâmetros de desempenho.

7.2 Contribuições

As principais contribuições deste trabalho foram as seguintes:

- desenvolvimento e implementação de um modelo de análise de fiabilidade–qualidade de serviço em redes metropolitanas inter-centrais de grandes dimensões;
- desenvolvimento de um novo algoritmo, de grande eficácia, para enumeração e selecção dos estados mais prováveis da rede de componentes, a utilizar num dado estudo;
- uma primeira abordagem à extensão da metodologia proposta a uma rede inter-centrais RDIS, onde é proposta uma representação matemática apropriada para a rede de teletráfego e onde são definidos parâmetros de desempenho adequados a esse tipo de redes.

7.3 Trabalho futuro

Foi feita uma primeira aproximação à extensão da metodologia proposta para análise de fiabilidade–qualidade de serviço a redes inter-centrais RDIS. No entanto algumas dificuldades ficaram por resolver. Por um lado a utilização efectiva dos modelos de tráfego referidos na análise da rede inter-centrais RDIS, de forma a obter resultados em tempo útil. Por outro lado a incerteza associada à caracterização efectiva dos diferentes serviços e tipos de tráfego oferecido à rede RDIS. Eventualmente ambas as dificuldades terão de ser tratadas com o recurso a simulação, persistindo de qualquer forma o problema da adequada modelação da procura dos serviços fornecidos pela rede.

A análise de fiabilidade–qualidade de serviço em redes ATM constitui também um desafio. Dada a elevada capacidade das ligações normalmente utilizadas em ligações entre centrais ATM, qualquer disrupção do serviço de comunicação provoca efeitos desastrosos. Daí advém o esforço que é feito no sentido de projectar estas redes com boa capacidade de sobrevivência, ou seja de forma a que na presença de determinadas avarias o grau de serviço da rede se mantenha acima de determinados limiares. Logo redes construídas segundo estes pressupostos são sistemas que podem ser considerados graciosamente degradáveis. Uma metodologia de análise aplicável a este tipo de rede

deverá levar em consideração a capacidade de reencaminhamento das chamadas, a capacidade de re-estruturação da rede de transporte e a existência de equipamento de comutação e de transmissão de reserva.

Apêndice A

Algoritmo numérico iterativo para cálculo dos bloqueios marginais

A.1 A solução numérica de sistemas de equações de carga

Nesta secção aborda-se a questão da solução numérica para o sistema de equações de carga obtido na secção 4.3.3 do capítulo 4. Trata-se de é um sistema de equações implícitas, não lineares, de grande número de equações e variáveis.

Para determinar a raiz $\overline{BE}^* = [B_m^*(e_1), B_m^*(e_2), \dots, B_m^*(e_{|\mathcal{E}|})]^T$ da equação (4.167), pode ser usado o método de iteração de ponto fixo.

$$\overline{BE}^{(p+1)} = \vec{\psi}(\overline{BE}^{(p)}), \quad p = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A.1})$$

Onde a aproximação inicial $\overline{BE}^{(0)}$ é uma estimativa inicial da solução da equação (4.167). Foi utilizada uma iteradora de Gauss-Seidel, por se ter revelado computacionalmente mais eficiente para as redes em estudo.

A condição de paragem da iteradora de Gauss-Seidel que foi implementada utiliza a seguinte norma:

$$\|\overline{X}\| = \sqrt{\sum_i x_i^2} \quad \forall \overline{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.2})$$

Considerando a definição de condição de contracção [29], pode escrever-se:

$$\|\vec{\psi}(\overline{BE}_1) - \vec{\psi}(\overline{BE}_2)\| \leq L \|\overline{BE}_1 - \overline{BE}_2\| \quad (\text{A.3})$$

para $0 \leq L < 1$, em que L é a constante de Lipschitz, e \overline{BE}_1 e \overline{BE}_2 são dois pontos do domínio (convexo) da função $\vec{\psi}$.

O cálculo da sucessão vectorial $\overline{BE}^{(n)}$, $n = 0, 1, 2, \dots$ termina na iteração k que verifique a condição:

$$\frac{\|\overline{BE}^{(k)} - \overline{BE}^{(k-1)}\|}{\|\overline{BE}^{(k)}\|} \leq \rho \quad (\text{A.4})$$

Este critério garante um erro relativo para a aproximação calculada inferior a ρ . A constante de Lipschitz L deve ser inferior a $1/2$, pois caso contrário a condição de paragem pode verificar-se numa iteração em que o erro é muito superior ao aceitável.

A.2 A iteradora de Gauss-Seidel

Para cada ramo da rede obtém-se a matriz $\overline{AL}(l)^{(k)}$ a partir da matriz $\overline{BM}^{(k)}$, (usando um modelo de carga) e calcula-se $\overline{BL}(l)^{(k+1)}$ (por um modelo de transbordo) a partir de $\overline{AL}(l)^{(k)}$.

Algoritmo da Iteradora:

Entradas: Parâmetros definidores de uma rede $\mathcal{R} = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, \mathcal{F}, \mathcal{P}, \mathcal{E}, \mathcal{K}, \mathcal{R}_a)$, e uma matriz de tráfego exógeno \overline{A} .

Saída: Uma aproximação para a matriz de probabilidades de bloqueio ponto a ponto, \overline{B} .

Processamento:

1. Obter a aproximação inicial $\overline{BM}^{(0)}$
2. k toma o valor 0
3. Repete
 - (a) Para $l = 1, 2, \dots, \mathcal{L}$ Fazer
 - i. Obter pelo AMC a aproximação $\overline{AL}(l)^{(k)}$ a partir de $\overline{BM}^{(k)}$
 - ii. Obter pelo AMT a aproximação $\overline{BL}(l)^{(k+1)}$, a partir de $\overline{AL}(l)^{(k)}$

FimPara
 - (b) Incrementa k de uma unidade

Até satisfazer o critério de paragem
4. Para $f = 1, 2, \dots, \mathcal{F}$ Fazer
 - (a) Calcular $B(f)$ pelo algoritmo AEEB

FimPara

Com este processo iterativo vão-se fazendo sucessivas actualizações das colunas da matriz \overline{BM} . O modelo de carga calcula o tráfego oferecido a cada ramo fluxo a fluxo, ou seja, a partir de valores das probabilidades de bloqueio marginais que se encontram numa mesma linha da matriz \overline{BM} . O modelo de carga lê linhas da matriz \overline{BM} com os seus valores sucessivamente actualizados.

O algoritmo AEEB não só é muito eficiente, como só é executado uma vez, para cada fluxo, após a obtenção de \overline{BM} . O custo em termos de tempo de CPU encontra-se portanto nos algoritmos AMC e AMT, não só porque por iteração já têm um custo significativo, mas também porque deverão ser executados tantas vezes quantas as necessárias para satisfazer um determinado critério de paragem.

Apêndice B

Cálculo dos Bloqueios Ponto a Ponto

B.1 Introdução

Vai aqui ser revista a teoria e o algoritmo de Wan Chan [15], em que está baseado o cálculo do bloqueio ponto a ponto $B(f)$, $f \in \mathcal{F}$, em função dos bloqueios marginais, supostos conhecidos. Seguir-se-á, uma descrição sistematizada do algoritmo de cálculo dos bloqueios ponto a ponto, feita de acordo com [29].

O cálculo dos bloqueios ponto a ponto na rede, faz-se separando a análise por fluxos, ou seja, calculando $B(f)$ a partir do vector de bloqueios marginais $\overline{BF}(f)$, para cada fluxo $f \in \mathcal{F}$.

Fixando então f como um desses fluxos, tem-se:

$$\overline{BF}(f) = [B_m(f, l_1), B_m(f, l_2), \dots, B_m(f, l_{|\mathcal{L}|})]^T \quad (\text{B.1})$$

representando $B_m(f, l_i)$, $i = 1, 2, \dots, |\mathcal{L}|$ a probabilidade de um ramo l_i estar bloqueado, quando uma chamada do fluxo f é oferecida à rede, desde que $(f, l_i) \in \mathcal{E}$.

Com esse sentido escreve-se:

$$B_m(f, l_i) = Pr\{l_i \text{ ocupado para } f\}, \quad \forall (f, l_i) \in \mathcal{E} \quad (\text{B.2})$$

Seguidamente, apresenta-se o algoritmo de Wan Chan [15] para redes com plano de encaminhamento do tipo arbitrário, mostrando-se a simplificação deste algoritmo para o caso de redes com plano de encaminhamento com um único caminho de perdas.

Os algoritmos de Wan Chan são baseados em operações sobre conjuntos de ramos, que podem não representar caminhos. As definições que se seguem estão relacionadas com conjuntos de ramos e não com conjuntos de caminhos.

Um ramo está livre se e só se tem pelo menos um circuito livre. Um conjunto U de ramos está livre se e só se todos os ramos do conjunto U estão livres no instante

em que é oferecida uma chamada do fluxo em questão. Quando U não está livre diz-se que está ocupado.

Seja U_1, \dots, U_m uma sequência ordenada de conjuntos de ramos. U_i está em uso se e só se todos os conjuntos que precedem U_i na sequência, nomeadamente, U_1, \dots, U_{i-1} estão ocupados e U_i está livre.

Definindo o conjunto $U_{j(i)}$ como sendo:

$$U_{j(i)} = U_j - U_i, \quad U_i, U_j \subset \mathcal{L} \quad (\text{B.3})$$

isto é:

$$U_{j(i)} = \{l \in \mathcal{L} : l \in U_j \wedge l \notin U_i\} \quad (\text{B.4})$$

O conjunto $U_{j(i)}$ (resultado de uma das operações nos algoritmos) não representa em geral um caminho, mesmo sendo U_i e U_j caminhos para um mesmo fluxo $f \in \mathcal{F}$ na rede \mathcal{R} , pois os caminhos podem não ser disjuntos.

Generalizando o conceito de plano de encaminhamento para um fluxo, tem-se, o conjunto ordenado:

$$\mathcal{P}'(f) = \{U_1, U_2, \dots, U_i\}, \quad f = (o, d) \quad (\text{B.5})$$

onde U_j , $j = 1, 2, \dots, i$ são caminhos em \mathcal{R} , com origem no nó $o \in \mathcal{V}$, mas não necessariamente com destino no nó $d \in \mathcal{V}$. Os caminhos de $\mathcal{P}'(f)$ que terminam em d , chamam-se caminhos completos (para o fluxo f). Caso contrário dizem-se caminhos de perdas.

Os acontecimentos $\{U_i \text{ em uso}\}$ e $\{U_j \text{ em uso}\}$ são mutuamente exclusivos, para $i \neq j$, pois há quando muito um conjunto de ramos em uso no conjunto $\mathcal{P}'(f)$.

Lema B.1.1 *Seja $S = \{U_1, U_2, \dots, U_i\} : U_j \subset \mathcal{L}$, $j = 1, 2, \dots, i$ então:*

$$Pr \{ \exists^1 U_j \in S : U_j \text{ em uso} \} = \sum_{k=1}^i Pr \{ U_k \text{ em uso} \}$$

Como os acontecimentos $Pr \{ \exists^1 U_j \in S \text{ em uso} \}$ e $Pr \{ \exists U_j \in S \text{ em uso} \}$ são equivalentes vem:

Lema B.1.2 *Seja $S = \{U_1, U_2, \dots, U_i\} : U_j \subset \mathcal{L}$, $j = 1, 2, \dots, i$ então:*

$$Pr \{ \exists U_j \in S : U_j \text{ em uso} \} = Pr \{ \exists^1 U_j \in S : U_j \text{ em uso} \}$$

A probabilidade de um conjunto estar livre (quando uma chamada do fluxo $f \in \mathcal{F}$ é oferecida à rede) é o produto das probabilidades de cada ramo desse conjunto estar livre, conclusão obtida a partir da hipótese de independência estatística das ocupações nos diferentes ramos da rede.

Lema B.1.3 $Pr \{U_i \text{ livre}\} = \prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)]$

Pela aplicação do teorema de Bayes e também pela hipótese de independência estatística das ocupações nos diferentes ramos da rede, resulta:

Lema B.1.4

$$Pr \{U_1, U_2, \dots, U_{i-1} \text{ ocupados} \mid U_i \text{ livre}\} = Pr \{U_{1(i)}, U_{2(i)}, \dots, U_{i-1(i)} \text{ ocupados}\}$$

Sendo U_1, \dots, U_m a sequência de caminhos de um dado fluxo (o, d) , uma chamada será bloqueada se e só se usar um dos caminhos de perda, ou equivalentemente, não usar qualquer um dos caminhos completos. Noutras palavras

$$B(o, d) = 1 - Pr\{\text{Usar um dos caminhos completos}\} \quad (\text{B.6})$$

Pelo lema B.1.1, tem-se:

$$B(o, d) = 1 - \sum Pr \{U_i \text{ ser usado}\} \quad (\text{B.7})$$

onde a soma se estende a todos os caminhos completos U_i . Facilmente se vê que se o plano de encaminhamento for constituído apenas pelo caminho vazio então $B(o, d) = 1$ pois como não existe nenhum caminho completo o somatório é nulo.

Note-se que $\prod_{l \in \{ \}} [1 - B_m(f, l)] = 1$ (por convenção), pois um caminho que não tem ramos para causarem bloqueio, está sempre livre, querendo com isto dizer-se que quando o caminho seleccionado para uso for o caminho vazio então esse caminho passa a estar em *uso* para esse fluxo, contudo essa chamada sofreu bloqueio no sentido em que não se conseguiu a ligação entre o nó origem e o nó destino, uma vez que, caminho vazio é um caminho livre mas não completo.

B.2 Plano de encaminhamento do tipo arbitrário

Pretende-se calcular $B(f)$ para um dado fluxo f no qual a sequência de caminhos é arbitrária, isto é, não restringida de qualquer modo. Para tal é preciso calcular $Pr\{U_i \text{ em uso}\}$.

Se $i = 1$, como U_i é o primeiro caminho da sequência

$$Pr \{U_1 \text{ em uso}\} = Pr \{U_1 \text{ livre}\} \quad (\text{B.8})$$

pela aplicação do lema B.1.3:

$$Pr \{U_1 \text{ em uso}\} = \prod_{l \in U_1} [1 - B_m(f, l)] \quad (\text{B.9})$$

Se $i > 1$, por definição de caminho em uso:

$$\begin{aligned} Pr \{U_i \text{ em uso}\} &= Pr \{U_1, \dots, U_{i-1} \text{ ocupados}, U_i \text{ livre}\} \\ &= Pr \{U_i \text{ livre}\} \times Pr \{U_1, \dots, U_{i-1} \text{ ocupados} | U_i \text{ livre}\} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

pela aplicação dos lemas B.1.3 e B.1.4, vem:

$$Pr \{U_i \text{ em uso}\} = \left(\prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)] \right) \times Pr \{U_{1(i)}, \dots, U_{i-1(i)} \text{ ocupados}\} \quad (\text{B.11})$$

Considerando $S = \{U_{1(i)}, U_{2(i)}, \dots, U_{i-1(i)}\}$, tem-se:

$$Pr \{U_i \text{ em uso}\} = \left(\prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)] \right) \times (1 - Pr \{\exists U_j \in S : U_j \text{ em uso}\}) \quad (\text{B.12})$$

Aplicando também o lema B.1.2, obtem-se:

$$Pr \{U_i \text{ em uso}\} = \left(\prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)] \right) \times \left(1 - Pr \{\exists^1 U_j \in S : U_j \text{ em uso}\} \right) \quad (\text{B.13})$$

E por último, aplicando o lema B.1.1, vem:

$$Pr \{U_i \text{ em uso}\} = \left(\prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)] \right) \times \left(1 - \sum_{k=1}^{i-1} Pr \{U_{k(i)} \text{ em uso}\} \right) \quad (\text{B.14})$$

Surge assim a fórmula recursiva para calcular a probabilidade de um conjunto de ramos em uso.

Definição B.2.1 (Função Q de Wan Chan) $Q(U_1, \dots, U_i) \doteq Pr \{U_i \text{ em uso}\}$

Combinando as equações (B.7), (B.9) e (B.14) tem-se o seguinte teorema:

Teorema B.2.1 *Sendo $P'(f) = \{U_1, U_2, \dots, U_k\}$ o plano de encaminhamento para um fluxo na rede $\mathcal{R} = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, \mathcal{F}, \mathcal{E}, \mathcal{K}, \mathcal{R}_a)$, então:*

$$B(f) = 1 - \sum_i Q(U_1, U_2, \dots, U_i) \quad (\text{B.15})$$

onde o somatório se estende a todo o i tal que U_i seja um caminho completo para o fluxo f . Para o cálculo das funções Q de Wan Chan usa-se a seguinte relação recursiva:

$$Q(U_1, \dots, U_i) = \begin{cases} \prod_{l \in U_1} [1 - B_m(f, l)] & \text{se } i = 1 \\ \left(\prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)] \right) \times \left[1 - \sum_{k=1}^{i-1} Q(U_{1(i)}, \dots, U_{k(i)}) \right] & \text{se } i > 1 \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

Avalie-se a quantidade de computação envolvida no cálculo de $Q(U_1, \dots, U_i)$ usando (B.16), e seja n_i o número de chamadas recursivas feitas no cálculo de $Q(U_1, \dots, U_i)$ no pior caso.

Para $i = 1$ é claro de (B.16) que $n_1 = 0$.

Para $i > 1$, para calcular $Q(U_1, \dots, U_i)$ são feitas $i - 1$ chamadas recursivas, nomeadamente uma para cada $Q(U_{1(i)}), Q(U_{1(i)}, U_{2(i)}), \dots, Q(U_{1(i)}, \dots, U_{i-1(i)})$ (ou seja, para todas as parcelas da soma) e cada um delas por sua vez faz n_1, n_2, \dots, n_{i-1} chamadas recursivas no pior dos casos. Por isso:

$$n_i = (i - 1) + \sum_{k=1}^{i-1} n_k \quad \text{para } i > 1. \quad (\text{B.17})$$

Resolvendo esta equação diferença com $n_1 = 0$ tem-se $n_i = 2^{i-1} - 1$. Então no pior caso, o número de chamadas recursivas feitas no cálculo de $Q(U_1, \dots, U_i)$ é uma função exponencial de i , mas para $i \leq 11$, $(2^{i-1} - 1) < i^3$, ou seja, o cálculo necessário para os valores de i encontrados na prática, não é tão grande quanto pode parecer à primeira vista.

O cálculo necessário pode ainda ser reduzido através da análise seguinte.

Relembrando a definição B.2.1 tem-se :

$$Q(U_1, \dots, U_i) = Pr \{U_i \text{ em uso}\} = Pr \{U_1, \dots, U_{i-1} \text{ ocupados, } U_i \text{ livre}\} \quad (\text{B.18})$$

Daqui facilmente se verifica que a ordem por que estão indicados os conjuntos U_k , $k = 1, 2, \dots, i - 1$ é irrelevante.

Lema B.2.1 $Q(U_1, U_2, \dots, U_i)$ é invariante perante qualquer permutação dos conjuntos U_k , $k = 1, 2, \dots, i - 1$, desde que U_i mantenha a última posição da sequência.

Supondo que para algum $j < i$, $U_j \subset U_i$. Então U_j ocupado implica que pelo menos um dos seus ramos, o qual deve também ser um ramo de U_i , não esteja livre e então U_i está ocupado. Novamente usando a definição B.2.1 tem-se o seguinte:

Lema B.2.2 Se para algum $j < i$, $U_j \subset U_i$ então $Q(U_1, \dots, U_i) = 0$.

É fácil de ver que a economia no número de chamadas recursivas com a aplicação do lema B.2.2 é n_i . Considere-se agora para cada lema uma comparação entre a economia oferecida versus computação adicional requerida. Para usar o lema B.2.2 é preciso testar se há um $j < i$ tal que $U_j \subset U_i$, ou equivalentemente, $U_{j(i)} = \{\}$. Como $U_{1(i)}, \dots, U_{i-1(i)}$ têm que ser calculados na aplicação da fórmula recursiva (B.16), a introdução do lema B.2.2 não necessita computação adicional, pelo que é implementado no algoritmo para calcular $Q(U_1, \dots, U_i)$.

Considerando o lema B.2.1 é possível tornar o lema B.2.2 aplicável um maior número de vezes no cálculo de $Q(U_{1(i)}), Q(U_{1(i)}, U_{2(i)}), \dots, Q(U_{1(i)}, \dots, U_{i-1(i)})$. Para fazer com que essa situação (aplicação do lema B.2.2) ocorra mais frequentemente, rearranja-se U_1, \dots, U_{i-1} em $U_{1'}, \dots, U_{(i-1)'}$ operação que ordena por ordem não decrescente do seu cardinal os conjuntos $U_{1'(i)}, \dots, U_{(i-1)'(i)}$, isto é $|U_{1'(i)}| \leq |U_{2'(i)}| \leq \dots \leq |U_{(i-1)'(i)}|$.

O Algoritmo da função $Q(U_1, U_2, \dots, U_i)$ de Wan Chan

Entradas: O plano de encaminhamento $\mathcal{P}'(f) = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$ e o vector $\overline{BF}(f)$.

Saída: A probabilidade de bloqueio ponto a ponto para o fluxo f :

$$B(f) = 1 - \sum_i Q(U_1, U_2, \dots, U_i)$$

onde o somatório se estende a todo o i tal que U_i seja um caminho completo para esse fluxo.

Processamento:

1. Se $i = 1$ Então Q toma o valor $\prod_{l \in U_1} [1 - B_m(f, l)]$ FimSe

2. Se $i > 1$ Então

(a) Para $k = 1, 2, \dots, i - 1$ Fazer

V_k toma o valor de $U_k - U_i$

FimPara

(b) Se $\prod_{k=1}^{i-1} |V_k| = 0$ Então Q toma o valor 0

Senão

i. Reordenar as sequências V_1, V_2, \dots, V_{i-1} por ordem não decrescente do cardinal dos seus elementos;

ii. Calcular por recursão:

$$Q \text{ toma o valor de } \left(\prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)] \right) \times \left(1 - \sum_{k=1}^{i-1} Q(V_1, V_2, \dots, V_k) \right)$$

FimSeFimSe

Esta variante do algoritmo de Wan Chan, numa rede com “cranckback”, só é utilizada no contexto do cálculo do tráfego e variâncias marginais, descrito no capítulo 4, na sub-secção 4.3.6, para efeito da determinação da probabilidade de usar um caminho arbitrário.

B.3 Plano de encaminhamento do tipo único caminho de perdas

Pretende-se calcular o bloqueio ponto a ponto para um fluxo no qual o plano de encaminhamento contém só um caminho de perdas o qual é sempre o último caminho da sequência. Esta é a situação que corre numa rede com “cranckback” no estado totalmente operacional. Notar que na rede com “cranckback”, caso ocorram avarias, os caminhos cortados (por falha de nó ou de arco) correspondentes são eliminados do plano de encaminhamento, pois na prática funcionam com transbordo total, pelo que se utiliza a função E de Wan Chan, a seguir definida. Tomando partido da falta de caminhos de perda misturados com os outros caminhos no plano de encaminhamento é possível simplificar a fórmula recursiva anterior e minimizar a computação envolvida.

Tome-se U_1, \dots, U_m como sendo a sequência de encaminhamentos de (o, d) onde U_m é o único caminho de perdas. De (B.7) tem-se:

$$B(o, d) = \begin{cases} 1 & \text{se } m = 1 \\ 1 - \sum_{i=1}^{m-1} Pr\{U_i \text{ em uso}\} & \text{se } m > 1 \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

Definição B.3.1 (Função E de Wan Chan) $E(U_1, \dots, U_j) \triangleq 1 - \sum_{i=1}^j Pr\{U_i \text{ em uso}\}$

Pela aplicação da definição (B.2.1), tem-se:

$$E(U_1, \dots, U_j) = 1 - \sum_{i=1}^j Q(U_1, \dots, U_i) \quad (\text{B.20})$$

Para $j = 1$

$$E(U_1) = 1 - Q(U_1) \quad (\text{B.21})$$

Aplicando a fórmula recursiva (B.16), vem:

$$E(U_1) = 1 - \prod_{l \in U_1} [1 - B_m(f, l)] \quad (\text{B.22})$$

Para $j > 1$

$$E(U_1, \dots, U_j) = 1 - \sum_{i=1}^j Q(U_1, \dots, U_i) = 1 - Q(U_1) - \sum_{i=2}^j Q(U_1, \dots, U_i) \quad (\text{B.23})$$

Também pela fórmula recursiva (B.16), tem-se:

$$E(U_1, U_2, \dots, U_j) = 1 - \prod_{l \in U_1} [1 - B_m(f, l)] - \sum_{i=2}^j \left(\prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)] \right) \times \left[1 - \sum_{k=1}^{i-1} Q(U_{1(i)}, \dots, U_{k(i)}) \right] \quad (\text{B.24})$$

Aplicando agora (B.20) chega-se à relação:

$$E(U_1, U_2, \dots, U_j) = 1 - \prod_{l \in U_1} [1 - B_m(f, l)] - \sum_{i=2}^j \left(\prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)] \right) \times E(U_{1(i)}, \dots, U_{i-1(i)}) \quad (\text{B.25})$$

As equações (B.22) e (B.25) juntas formam a fórmula recursiva para calcular o bloqueio ponto a ponto $E(U_1, \dots, U_{m-1})$ de (o, d) para o caso de $m > 1$. Considerando também (B.7), fica demonstrado o seguinte teorema:

Teorema B.3.1 *Sendo $\mathcal{P}'(f) = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$ o plano de encaminhamento para um fluxo na rede $R = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, \mathcal{F}, \mathcal{E}, \mathcal{K}, \mathcal{R}_a)$, então:*

$$B(f) = \begin{cases} 1 & \text{se } m = 1 \\ E(U_1, U_2, \dots, U_{m-1}) & \text{se } m > 1 \end{cases}$$

Para o cálculo da função E de Wan Chan usa-se a seguinte relação recursiva:

$$E(U_1, U_2, \dots, U_j) = \begin{cases} 1 - \prod_{l \in U_1} [1 - B_m(f, l)] & \text{se } j = 1 \\ 1 - \prod_{l \in U_1} [1 - B_m(f, l)] - \sum_{i=2}^j \left(\prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)] \right) \times E(U_{1(i)}, \dots, U_{i-1(i)}) & \text{se } j > 1 \end{cases} \quad (\text{B.26})$$

Para avaliar a quantidade de cálculo necessário para obter $E(U_1, \dots, U_j)$ considere-se o número de chamadas recursivas n'_j feitas no pior dos casos. Seguindo as mesmas razões que para $Q(U_1, \dots, U_j)$ é fácil ver que n'_j é dado pela mesma equação diferença; também $n'_1 = 0$ e por isso $n'_j = n_j = 2^{j-1} - 1$. Então o número máximo de chamadas recursivas requeridas para calcular $B(o, d)$ com $(m - 1)$ caminhos completos é $n'_{m-1} = 2^{m-2} - 1$.

Considerando $S = \{U_1, U_2, \dots, U_j\}$, e pelo lema B.1.1 e definição B.3.1 tem-se:

$$E(U_1, \dots, U_j) = 1 - Pr \{ \exists U_k \in S : U_k \text{ livre} \} \quad (\text{B.27})$$

E pelo lema B.1.2, vem:

$$E(U_1, \dots, U_j) = 1 - Pr \{ \exists U_k \in S : U_k \text{ livre} \} = Pr \{ U_1, \dots, U_j \text{ ocupados} \} \quad (\text{B.28})$$

Noutras palavras, numa sequência do tipo único caminho de perdas uma chamada é bloqueada se e só se todos os seus caminhos completos estão ocupados. Dado que $U_i = \{ \}$ está sempre livre, tem-se o seguinte:

Lema B.3.1 *Se para algum $i \leq j$, $U_i = \{ \}$ então $E(U_1, \dots, U_j) = 0$.*

É de notar a semelhança entre o lema B.3.1 e B.2.2. Seguindo o mesmo raciocínio, usado anteriormente para $Q(U_1, \dots, U_i)$ analisando a economia conseguida versus computação adicional requerida, em [15] conclui-se que o lema B.3.1 deverá ser implementado no algoritmo de cálculo de $E(U_1, \dots, U_j)$. Observa-se também que todos os argumentos de E podem ser rearranjados sem alterar o seu valor (ver equação (B.28)) e que em cada recursão, $U_{1(i)}, \dots, U_{i-1(i)}$ deverão ser rearranjados pela ordem crescente do seu tamanho.

Tem-se então o seguinte algoritmo recursivo para calcular B de um dado fluxo com um plano de encaminhamento com um único caminho de perdas.

Algoritmo da Função $E(U_1, U_2, \dots, U_{m-1})$ de Wan Chan

Entradas: O plano de encaminhamento $\mathcal{P}'(f) = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$ (onde U_m é o único caminho de perdas) e o vector $\overline{BF}(f)$.

Saída: A probabilidade de bloqueio ponto a ponto para o fluxo f :

$$B(f) = \begin{cases} 1 & \text{se } m = 1 \\ E(U_1, \dots, U_{m-1}) & \text{se } m > 1 \end{cases} \quad (\text{B.29})$$

Processamento

1. Inicializa: $E = 1 - \prod_{l \in U_1} [1 - B_m(f, l)]$
 2. Se $j > 1$ Então Para $i = 2, \dots, j$ Fazer
 - (a) Para $k = 1, 2, \dots, i - 1$ Fazer V_k toma o valor de $U_k - U_i$ FimPara
 - (b) Se $\prod_{k=1}^{i-1} |V_k| \neq 0$ Então
 - i. Reordenar a sequência V_1, V_2, \dots, V_{i-1} por ordem não decrescente do cardinal dos seus elementos;
 - ii. Calcular por recursão:
 E toma o valor $E - \left(\prod_{l \in U_i} [1 - B_m(f, l)] \right) \times E(V_1, V_2, \dots, V_{i-1})$
- FimSe
- FimPara FimSe

Apêndice C

Resultados auxiliares à análise comparativa dos algoritmos de geração dos estados

C.1 Algoritmo GeraEstados

A proposição e propriedade seguintes referem-se ao comportamento do algoritmo GeraEstados, para $n > 1$.

Proposição C.1.1 *O número de estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, com $1 \leq w < n$, que correspondem a um aumento de uma unidade na “heap”, para o algoritmo GeraEstados é:*

$$\binom{n-2}{w-1} \quad (\text{C.1})$$

Prova: *Seja $E^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_w\}$ um estado s -sucessivo ($s < w$, $w > 1$) que satisfaz a propriedade 4.1.6, então:*

$$e_{w-i} = u - i, \quad \text{para } i = 0, 1, 2, \dots, s-1 \quad \text{e } u = w+1, w+2, \dots, n \quad (\text{C.2})$$

$$e_{w-s} = u - (s+1); \quad (\text{C.3})$$

Para cada valor de u , os restantes elementos de $E^{(w)}$, $e_1, e_2, \dots, e_{w-(s+1)}$, definem estados, diferentes entre si, que satisfazem a propriedade 4.1.6; sabendo que, por definição de $E^{(w)}$, o maior valor que $e_{w-(s+1)}$ pode tomar é $u - (s+2)$, esses estados são em número:

$$\binom{u-(s+2)}{w-(s+1)} \quad \text{com } u = w+1, w+2, \dots, n \quad (\text{C.4})$$

Então, pela equação (C.4), o número de estados s -sucessivo ($s < w$, $w > 1$) que satisfazem a propriedade 4.1.6, (utilizando (4.44)) é:

$$\sum_{u=w+1}^n \binom{u-(s+2)}{w-(s+1)} = \sum_{i=0}^{n-w-1} \binom{w-(s+1)+i}{w-(s+1)} \quad (\text{C.5})$$

$$= \binom{n - (s + 1)}{w - s} \quad (C.6)$$

$$= \underbrace{\binom{n - (s + 2)}{w - s}}_{\text{n\~{a}o terminais}} + \underbrace{\binom{n - (s + 2)}{w - (s + 1)}}_{\text{terminais}} \quad (C.7)$$

No algoritmo *GeraEstados* o número de elementos na “heap” aumenta de uma unidade sempre que o estado seleccionado é não terminal e satisfaz a propriedade 4.1.6. O número de estados nessas condições pertencentes ao conjunto $\Phi^{(w)}$ é dado pela soma de todos os estados não terminais na equação (C.7), para $s = 1, 2, \dots, w - 1$:

$$\sum_{s=1}^{w-1} \binom{n - (s + 2)}{w - s} \quad (C.8)$$

A “heap” aumenta também de uma unidade sempre que o estado seleccionado é o primeiro elemento de algum conjunto $\Phi^{(w)}$, o que ocorre apenas uma vez para cada conjunto $\Phi^{(w)}$, com $w < n$. Assim o número total de estados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, que correspondem a um aumento de uma unidade na “heap”, para o algoritmo *GeraEstados* é:

$$1 + \sum_{s=1}^{w-1} \binom{n - (s + 2)}{w - s} = \sum_{i=0}^{w-1} \binom{(n - w - 2) + i}{i} \quad (C.9)$$

Fazendo $c = n - w - 2$ e utilizando a equação (4.44):

$$\binom{w + c}{c + 1} = \binom{w + c}{w - 1} \quad (C.10)$$

Finalmente, substituindo c pelo seu valor:

$$\binom{n - 2}{w - 1} \quad (C.11)$$

Para $w = 1$ a “heap” apenas aumenta de uma unidade quando o estado seleccionado é $E_1^{(w=1)}$; então a expressão (C.11) também é válida para $w = 1$.

Q.E.D.

Propriedade C.1.1 A fracção de estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, $1 \leq w < n$, que correspondem a um aumento de uma unidade na “heap”, para o algoritmo *GeraEstados* é:

$$\frac{w(n - w)}{n(n - 1)} \quad (C.12)$$

A afirmação anterior verifica-se facilmente dividindo a expressão (C.11) pelo cardinal de $\Phi^{(w)}$.

Propriedade C.1.2 *O número total de estados seleccionados que correspondem a um aumento de uma unidade na “heap” para o algoritmo GeraEstados, considerando que entre os elementos de $\Phi^{(i)}$, para $i = 1, 2, \dots, w$, $w < n$, todos os estados nessas condições foram seleccionados, é, com base na proposição (C.1.1):*

$$\sum_{i=1}^w \binom{n-2}{i-1} = \sum_{i=0}^{w-1} \binom{n-2}{i} \quad (\text{C.13})$$

Propriedade C.1.3 *O número total de estados seleccionados que correspondem a um aumento de uma unidade na “heap” para o algoritmo GeraEstados, utilizando a proposição (C.1.1):*

$$\sum_{w=1}^{n-1} \binom{n-2}{w-1} = \sum_{w=0}^{n-2} \binom{n-2}{w} = 2^{n-2} \quad (\text{C.14})$$

Proposição C.1.2 *Os estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, com $1 \leq w < n$, que correspondem a uma diminuição de uma unidade na “heap”, para o algoritmo GeraEstados é:*

$$\binom{n-2}{w-1} \quad (\text{C.15})$$

Prova: *No conjunto $\Phi^{(1)}$ apenas o estado $E_n^{(1)}$ contribui para a diminuição da “heap”.*

Um estado $E^{(w)}$, $1 < w < n$, quando seleccionado, contribuirá par uma diminuição da heap desde que seja um estado terminal e não satisfaça a propriedade 4.1.6. Subtraindo ao número total de estados terminais o número de estados terminais que satisfazem a propriedade 4.1.6 (estes últimos indicados na equação (C.7)):

$$\binom{n-1}{w-1} - \sum_{s=1}^{w-1} \binom{n-(s+2)}{w-(s+1)} \quad (\text{C.16})$$

Calculando o subtrativo na equação anterior, utilizando (4.44) vem:

$$\sum_{s=1}^{w-1} \binom{n-(s+2)}{w-(s+1)} = \sum_{i=0}^{w-2} \binom{(n-w-1)+i}{i} = \binom{n-2}{w-2} \quad (\text{C.17})$$

Entrando com este resultado na equação C.16 obtém-se o resultado desejado:

$$\binom{n-1}{w-1} - \binom{n-2}{w-2} = \binom{n-2}{w-1} \quad (\text{C.18})$$

Q.E.D.

Propriedade C.1.4 *O número total de estados seleccionados que correspondem a uma diminuição de uma unidade na “heap” para o algoritmo GeraEstados, utilizando a proposição (C.1.2), é dado por:*

$$1 + \sum_{w=1}^{n-1} \binom{n-2}{w-1} = 1 + \sum_{w=0}^{n-2} \binom{n-2}{w} = 2^{n-2} + 1 \quad (C.19)$$

A unidade que surge na equação anterior deve-se ao conjunto $\Phi^{(n)}$, com apenas um estado, o último a ser seleccionado, mas que também contribui para a diminuição da “heap” (que nessa altura ficará vazia).

Proposição C.1.3 *O número de estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, com $1 \leq w \leq n$, que não introduzem variação na dimensão da “heap”, para o algoritmo GeraEstados é:*

$$0 \quad \text{para} \quad w = n \quad (C.20)$$

$$n - 2 \quad \text{para} \quad w = 1 \quad (C.21)$$

$$n - 2 \quad \text{para} \quad w = n - 1 \quad (C.22)$$

$$\binom{n-2}{w} + \binom{n-2}{w-2} \quad \text{para} \quad 1 < w < n - 1 \quad (C.23)$$

Prova: *No conjunto $\Phi^{(i)}$, com $i \in \{1, n - 1\}$ apenas os estados $E_n^{(i)}$ e $E_1^{(i)}$ alteram a dimensão da “heap”, ficando assim provadas as equações (C.21) e (C.22).*

Um estado $E^{(w)}$, $1 < w < n - 1$, quando seleccionado, não alterará a dimensão da “heap” desde que: (a) seja um estado terminal e satisfaça a propriedade 4.1.6 ou (b) seja um estado não terminal (diferente de $E_1^{(w)}$) e não satisfaça a propriedade 4.1.6.

O número de estados, que se encontram na situação (a), pela equação (C.7)), é dado por:

$$\sum_{s=1}^{w-1} \binom{n-(s+2)}{w-(s+1)} = \sum_{i=0}^{w-2} \binom{(n-w-1)-i}{i} = \binom{n-2}{w-2} \quad (C.24)$$

onde foi mais uma vez utilizada a equação (4.44).

Subtraindo ao número total de estados não terminais, em $\Phi^{(w)}$, uma unidade (devido a $E_1^{(w)}$) e o número de estados não terminais que satisfazem a propriedade 4.1.6 (ver equação (C.7)), obtém-se o número de estados que satisfazem a situação (b):

$$\binom{n-1}{w} - 1 - \sum_{s=1}^{w-1} \binom{n-(s+2)}{w-s} \quad (C.25)$$

Sabe-se, pela equação (C.11), que:

$$\sum_{s=1}^{w-1} \binom{n-(s+2)}{w-s} = \binom{n-2}{n-w-1} - 1 \quad (\text{C.26})$$

Então a expressão (C.25) pode ser escrita:

$$\binom{n-1}{w} - 1 - \left(\binom{n-2}{w-1} - 1 \right) = \binom{n-2}{w} \quad (\text{C.27})$$

Adicionando o resultado final de (C.24) e de (C.27) obtém-se o valor pretendido.

Q.E.D.

Propriedade C.1.5 *O número total de estados seleccionados que não produzem variação da dimensão da “heap” para o algoritmo GeraEstados, utilizando a proposição (C.1.3), é dado por:*

$$2^{n-1} - 2 \quad (\text{C.28})$$

O valor anterior obtém-se facilmente efectuando os seguintes cálculos:

$$\begin{aligned} n-2 + \sum_{w=2}^{n-2} \binom{n-2}{w} + n-2 + \sum_{w=2}^{n-2} \binom{n-2}{w-2} &= \\ &= \sum_{w=1}^{n-2} \binom{n-2}{w} + \sum_{w=0}^{n-3} \binom{n-2}{w} \end{aligned} \quad (\text{C.29})$$

$$= 2^{n-2} - 1 + 2^{n-2} - 1 \quad (\text{C.30})$$

$$= 2^{n-1} - 2 \quad (\text{C.31})$$

Proposição C.1.4 *O espaço para armazenamento da representação dos estados de um dado conjunto $\Phi^{(w)}$, $1 < w < n$, para o algoritmo GeraEstados, numa implementação que utiliza listas entrelaçadas [99], é dado por:*

$$\binom{n+1}{w} - w \quad (\text{C.32})$$

Prova: *Considere-se que o estado $S_k = \{e_1, e_2, \dots, e_{w-1}, e_w\}$ é o estado candidato a ser eliminado da “heap”. Se o estado S_k é não terminal, é adicionado o estado $f(S_k) = \{e_1, e_2, \dots, e_w + 1\}$, o qual resulta na adição de apenas um novo elemento às listas entrelaçadas, L , ordenadas por ordem decrescente dos seus elementos. O número total de elementos é igual ao número de estados não terminais.*

$$\binom{n-1}{w} \quad (\text{C.33})$$

Se o estado S_k , com $|S_k| = w$ é s -sucessivo e $w > s$ e $\text{elem}(S_k, w-s)+2 = \text{elem}(S_k, w-s+1)$ então deverá ser adicionada à heap o estado $g(S_k)$ o qual difere do estado S_k de um elemento na posição $w-s$. No entanto acrescentar esse novo elemento à lista L vai implicar $s+1$ novos elementos, os de ordem $w-s, w-s+1, \dots, w$. O número de estados S_k , com $|S_k| = w$, s -sucessivos ($s = 1, 2, \dots, w-1, w > 1$) que satisfazem a propriedade 4.1.6, é dado pela expressão C.6, a qual multiplicada por $(s+1)$ dá o número de elementos que é necessário adicionar para a representação de cada um desses estados S_k :

$$\sum_{s=1}^{w-1} (s+1) \binom{n-(s+1)}{w-s} \quad (\text{C.34})$$

O estado $E_1^{(w)}$ é criado a partir do estado $E_1^{(w-1)}$, adicionando apenas um novo elemento, w , à lista que representa $E_1^{(w-1)}$.

Assim o número total de elementos necessário à representação de todos os estados de $\Phi^{(w)}$ é dado por:

$$1 + \binom{n-1}{w} + \sum_{s=1}^{w-1} (s+1) \binom{n-(s+1)}{w-s} \quad (\text{C.35})$$

A expressão anterior pode ser reescrita conforme seguidamente se indica:

$$\begin{aligned} 1 + \binom{n-1}{w} + \sum_{s=1}^{w-1} (s+1) \binom{n-(s+1)}{w-s} &= \\ &= 1 + \sum_{s=0}^{w-1} (s+1) \binom{n-(s+1)}{w-s} \end{aligned} \quad (\text{C.36})$$

$$= 1 + \sum_{s=0}^{w-1} (s+1) \binom{n-(s+1)}{n-(w+1)} \quad (\text{C.37})$$

$$= 1 + \sum_{k=1}^w \sum_{j=k}^w \binom{n-j}{n-(w+1)} \quad (\text{C.38})$$

$$= 1 - (w+1) + \sum_{k=1}^{w+1} \sum_{j=k}^{w+1} \binom{n-j}{n-(w+1)} \quad (\text{C.39})$$

Fazendo $a = w+1$ na última expressão obtida e utilizando a relação (4.44):

$$\begin{aligned} -w + \sum_{k=1}^a \sum_{j=k}^a \binom{n-j}{n-a} &= \\ &= -w + \sum_{k=1}^a \sum_{i=0}^{a-k} \binom{n-a+i}{n-a} \end{aligned} \quad (\text{C.40})$$

$$= -w + \sum_{k=1}^a \binom{n-k+1}{n-a+1} \quad (\text{C.41})$$

Substituindo a pelo seu valor e utilizando novamente a relação (4.44):

$$\begin{aligned} -w + \sum_{k=1}^{w+1} \binom{n-k+1}{n-w} \\ = -w + \sum_{k=0}^w \binom{n-k}{n-w} \end{aligned} \quad (\text{C.42})$$

$$= -w + \sum_{k=0}^w \binom{(n-w)+k}{n-w} \quad (\text{C.43})$$

$$= \binom{n+1}{w} - w \quad (\text{C.44})$$

Q.E.D.

Proposição C.1.5 *Os estados seleccionados, $S_k = E^{(w)}$, no conjunto $\Phi^{(w)}$, com $1 \leq w < n$, que dão origem ao estado $g(S_k)$, são em número:*

$$\binom{n-1}{w-1} - 1 \quad (\text{C.45})$$

Prova: *O número de estados $E^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_w\}$, s -sucessivos ($s < w$, $w > 1$) que satisfazem a propriedade 4.1.6, utilizando a relação (C.6), é dado por*

$$\sum_{s=1}^{w-1} \binom{n-(s+1)}{w-s} \quad (\text{C.46})$$

Manipulando a expressão anterior e utilizando a relação (4.44):

$$\sum_{s=1}^{w-1} \binom{n-(s+1)}{w-s} = \sum_{s=1}^{w-1} \binom{n-(s+1)}{n-w-1} \quad (\text{C.47})$$

$$= -1 + \sum_{i=1}^{w-1} \binom{(n-w-1)+i}{n-w-1} \quad (\text{C.48})$$

$$= \binom{n-1}{w-1} - 1 \quad (\text{C.49})$$

Q.E.D.

C.2 Algoritmo NEWORDER

Proposição C.2.1 *O número de estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, com $1 \leq w < n-1$, que correspondem a um aumento de uma unidade na "heap", para o algoritmo NEWORDER é ($n \geq 4$):*

$$\binom{n-2}{w} \quad (\text{C.50})$$

Prova: A “heap” aumentará de tamanho no algoritmo *NEWORDER* sempre que seja seleccionado um estado S_i com $\text{elem}(S_i, 1) > 1$ e $\text{elem}(S_i, 2) > \text{elem}(S_i, 1) + 1$. Seja $E^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_w\}$ com $e_1 > 1$ e $e_2 > e_1 + 1$, para $w \geq 2$, e $n \geq 4$:

$$e_2 = 4, \dots, n - w + 2 \tag{C.51}$$

$$e_1 = 2, 3, \dots, e_2 - 2 \tag{C.52}$$

O número de estados em $\Phi^{(w)}$ nessas condições é:

$$\sum_{p=4}^{n-w-2} \binom{n-p}{w-2} (p-3) \tag{C.53}$$

em que p representa todos os valores possíveis para e_2 , $(p-3)$ representa o número de sequências, $\{e_1, e_2\}$, diferentes com $e_1 > 1$ e e_2 igual a p . Por sua vez $\binom{n-p}{w-2}$ é o número de sequências diferentes com $\text{elem}(E^{(w)}, 2) = p$, para $2 \leq w \leq n-2$ e $n \geq 4$. Na equação (C.53), fazendo a mudança de índice $k = p-3$, introduzindo $i = w-2$, manipulando a expressão obtida e utilizando a equação (4.44):

$$\sum_{k=1}^{n-i-3} \binom{(n-3)-k}{i} k = \sum_{v=1}^{(n-3)-i} \sum_{k=v}^{(n-3)-i} \binom{(n-3)-k}{i} \tag{C.54}$$

$$= \sum_{v=1}^{(n-3)-i} \binom{(n-3)-v+1}{i+1} = \binom{n-2}{i+2} \tag{C.55}$$

$$= \binom{n-2}{w} \tag{C.56}$$

onde $i+2$ foi substituído pelo seu valor w .

No caso $w = 1$ apenas o estado $E_1^{(1)}$ e o estado $E_n^{(1)}$ não contribuem para o aumento da “heap” pelo que o valor dado pela equação (C.56) também é válido para $w = 1$.

Q.E.D.

Propriedade C.2.1 A fracção de estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, $1 \leq w < n-1$, que correspondem a um aumento de uma unidade na “heap”, para o algoritmo *NEWORDER* é:

$$\frac{(n-w-1)(n-w)}{n(n-1)} \tag{C.57}$$

A afirmação anterior verifica-se facilmente dividindo a expressão (C.56) pelo cardinal de $\Phi^{(w)}$.

Propriedade C.2.2 *O número total de estados seleccionados que correspondem a um aumento de uma unidade na “heap” para o algoritmo NEWORDER, é, utilizando a proposição (C.2.1):*

$$\sum_{w=1}^{n-2} \binom{n-2}{w} = \sum_{w=0}^{n-2} \binom{n-2}{w} - 1 = 2^{n-2} - 1 \quad (\text{C.58})$$

Proposição C.2.2 *Os estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, com $1 < w < n$, que correspondem a uma diminuição de uma unidade na “heap”, para o algoritmo NEWORDER é:*

$$\binom{n-2}{w-2} \quad (\text{C.59})$$

Prova: *Um estado $E^{(w)}$, $1 < w < n$, quando seleccionado, contribuirá para uma diminuição da heap desde que $\text{elem}(E^{(w)}, 1) = 1$ e $\text{elem}(E^{(w)}, 2) = 2$, logo o número de estados que conduzem à diminuição da “heap” será dado pelas sequências possíveis de $n - 2$ elementos diferentes, com comprimento igual a $w - 2$.*

Q.E.D.

Propriedade C.2.3 *O número total de estados seleccionados que correspondem a uma diminuição de uma unidade na “heap” para o algoritmo NEWORDER, utilizando a proposição (C.2.2), é dado por:*

$$1 + \sum_{w=2}^{n-1} \binom{n-2}{w-2} = \sum_{w=0}^{n-2} \binom{n-2}{w} - 1 = 2^{n-2} + 1 \quad (\text{C.60})$$

A unidade que surge na equação anterior deve-se ao conjunto $\Phi^{(n)}$, com apenas um estado, o último a ser seleccionado, mas que também contribui para a diminuição da “heap” (que nessa altura ficará vazia).

Proposição C.2.3 *O número de estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, com $1 < w < n$, que não introduzem variação na dimensão da “heap”, para o algoritmo NEWORDER é:*

$$2 \binom{n-2}{w-1} \quad (\text{C.61})$$

Prova: *Um estado $E^{(w)}$, $1 < w < n$, quando seleccionado, não alterará a dimensão da “heap” desde que: (a) seja $\text{elem}(E^{(w)}, 1) = 1$ e $\text{elem}(E^{(w)}, 2) > 2$ ou (b) seja $\text{elem}(E^{(w)}, 1) > 1$ e $\text{elem}(E^{(w)}, 2) = \text{elem}(E^{(w)}, 1) + 1$.*

O número de estados, que se encontram na situação (a), é dado pela diferença entre o número de estados que têm $\text{elem}(E^{(w)}, 1) = 1$ e o número de estados que têm $\text{elem}(E^{(w)}, 2) = 2$:

$$\binom{n-1}{w-1} - \binom{n-2}{w-2} = \binom{n-2}{w-1} \tag{C.62}$$

O número de estados que satisfazem a situação (b) é dado pelo número de sequências possíveis de $n - \text{elem}(E^{(w)}, 2)$ elementos diferentes de comprimento $w - 2$,

$$\sum_{p=3}^{n-(w-2)} \binom{n-p}{w-2} \tag{C.63}$$

em que $p = 3, \dots, n - (w - 2)$ representa os valores possíveis para $\text{elem}(E^{(w)}, 2)$, quando $\text{elem}(E^{(w)}, 2) = \text{elem}(E^{(w)}, 1) + 1$, sendo $\text{elem}(E^{(w)}, 1) > 1$. Fazendo a mudança de índice, $k = n - (w - 2) - p$, e utilizando a relação dada pela equação (4.44):

$$\sum_{k=0}^{n-w-1} \binom{w-2+k}{w-2} = \binom{n-2}{w-1} \tag{C.64}$$

Adicionando os valores obtidos nas equações (C.62) e (C.64) obtém-se o valor pretendido.

Q.E.D.

Propriedade C.2.4 O número total de estados seleccionados que não produzem variação da dimensão da “heap” para o algoritmo *NEWORDER*, utilizando a proposição (C.2.3), é dado por:

$$2^{n-1} \tag{C.65}$$

O valor anterior obtém-se facilmente efectuando os seguintes cálculos:

$$2 + 2 \sum_{w=2}^{n-1} \binom{n-2}{w-1} = 2 \sum_{w=0}^{n-2} \binom{n-2}{w} \tag{C.66}$$

$$= 2^{n-1} \tag{C.67}$$

Em que as duas unidades adicionadas na equação (C.66) são devidas aos estados $E_1^{(1)}$ e $E_n^{(1)}$, uma vez que quando seleccionados dão apenas origem a um novo estado.

Proposição C.2.4 O número de estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, com $1 < w \leq n - 1$, que dão origem ao estado $d(S_k)$, em *NEWORDER* é ($n \geq 4$):

$$\binom{n-1}{w} \tag{C.68}$$

Prova: O estado $d(S_k)$ será gerado no algoritmo *NEWORDER* sempre que seja selecionado um estado S_i com $\text{elem}(S_i, 2) > \text{elem}(S_i, 1) + 1$. Seja $E^{(w)} = \{e_1, e_2, \dots, e_w\}$ com $e_2 > e_1 + 1$, para $w \geq 2$, e $n \geq 3$:

$$e_2 = 3, \dots, n - w + 2 \quad (\text{C.69})$$

$$e_1 = 1, 2, \dots, e_2 - 2 \quad (\text{C.70})$$

O número de estados em $\Phi^{(w)}$ nessas condições é:

$$\sum_{p=3}^{n-w-2} \binom{n-p}{w-2} (p-2) \quad (\text{C.71})$$

em que p representa todos os valores possíveis para e_2 , $(p-2)$ representa o número de sequências, $\{e_1, e_2\}$, diferentes com e_2 igual a p (com $e_2 > e_1 + 1$). Por sua vez $\binom{n-p}{w-2}$ é o número de sequências diferentes com $\text{elem}(E^{(w)}, 2) = p$, para $2 \leq w \leq n-2$ e $n \geq 4$. Na equação (C.71), fazendo a mudança de índice $k = p-2$, manipulando a expressão obtida e utilizando a equação (4.44):

$$\sum_{k=1}^{n-w} \binom{(n-2)-k}{w-2} k = \sum_{v=1}^{n-w} \sum_{k=v}^{n-w} \binom{(n-2)-k}{w-2} \quad (\text{C.72})$$

$$= \sum_{v=1}^{n-w} \sum_{i=0}^{n-w-v} \binom{(w-2)+i}{w-2} \quad (\text{C.73})$$

$$= \sum_{v=1}^{n-w} \binom{n-1-v}{w-1} \quad (\text{C.74})$$

$$= \sum_{i=0}^{n-w-1} \binom{w-1+i}{w-1} \quad (\text{C.75})$$

$$= \binom{n-1}{w} \quad (\text{C.76})$$

Q.E.D.

C.3 Algoritmo ORDER-II

A proposição e propriedades seguintes, referem-se ao comportamento do algoritmo ORDER-II, para $n > 1$.

Proposição C.3.1 *A número de estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, $1 \leq w < n$, que corresponde, a um aumento de uma unidade na “heap”, para o algoritmo ORDER-II, é:*

$$\binom{n-1}{w} \quad (\text{C.77})$$

Prova: Os estados que contribuem para o aumento da “heap” num dado conjunto $\Phi^{(w)}$ são todos os estados não terminais presentes nesse conjunto, ou seja aqueles que não possuem n como elemento desligado, logo o seu número é dado pela equação (C.77).

Propriedade C.3.1 A fracção de estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, $1 \leq w < n$, que corresponde, a um aumento de uma unidade na “heap”, para o algoritmo ORDER-II, é, com base na proposição C.3.1:

$$\frac{n-w}{n} \quad (C.78)$$

A afirmação anterior verifica-se facilmente dividindo o valor da expressão (C.77) pelo cardinal de $\Phi^{(w)}$.

Propriedade C.3.2 O número total de estados seleccionados, no algoritmo ORDER-II, que correspondem a um aumento de uma unidade da “heap”, considerando que entre os elementos de $\Phi^{(i)}$ para $i = 1, 2, \dots, w$, $w < n$, todos os estados não terminais foram seleccionados, é:

$$\sum_{i=1}^w \binom{n-1}{i} \quad (C.79)$$

Propriedade C.3.3 O número total de estados seleccionados, no algoritmo ORDER-II, que correspondem a um aumento de uma unidade da “heap”, pela proposição C.3.1, é dado por:

$$\sum_{w=1}^{n-1} \binom{n-1}{w} = 2^{n-1} - 1 \quad (C.80)$$

Proposição C.3.2 A número de estados seleccionados, no conjunto $\Phi^{(w)}$, $1 \leq w \leq n$, que corresponde, a uma diminuição de uma unidade na “heap”, para o algoritmo ORDER-II, é:

$$\binom{n-1}{w-1} \quad (C.81)$$

Prova: Os estados que contribuem para a diminuição da “heap” num dado conjunto $\Phi^{(w)}$ são todos os estados terminais presentes nesse conjunto, ou seja aqueles que possuem n como elemento desligado na posição w , logo o seu número é dado pela equação (C.81).

Propriedade C.3.4 *O número total de estados seleccionados, no algoritmo ORDER-II, que correspondem a uma diminuição de uma unidade na dimensão da “heap”, pela proposição C.3.1, é dado por:*

$$\sum_{w=1}^n \binom{n-1}{w-1} = 2^{n-1} \quad (\text{C.82})$$

Propriedade C.3.5 *Nenhum estado seleccionado, nos conjuntos $\Phi^{(w)}$, $1 \leq w \leq n$, permite manter constante a dimensão da “heap”, para o algoritmo ORDER-II.*

C.4 Gráficos e tabelas resultantes de algumas experiências computacionais com os algoritmos de geração de estados

Apresentam-se aqui gráficos para os requisitos de memória, em função da probabilidade de cobertura desejada para ORDER-II, NEWORDER e GeraEstados. As probabilidades de avaria dos componentes foram geradas aleatoriamente, nos intervalos indicados na legenda de cada figura, excepto no caso da figura C.2 uma vez que foram aí utilizados as probabilidades de inoperacionalidade utilizadas no exemplo apresentado em [106]. São apresentados dois gráficos para $n = 20$ para tornar claro que o desempenho dos algoritmos, em termos de memória utilizada, depende efectivamente da distribuição das probabilidades de avaria dos componentes, embora o comportamento relativo dos algoritmos se mantenha constante.

Os três algoritmos foram implementados em linguagem C, e a execução dos mesmos foi efectuada numa máquina Pentium a 133 MHz, com 16 MB de memória. Desde que a dimensão da “heap” não implique que os algoritmos precisem utilizar o espaço de disco como memória virtual, os tempos de execução são muito pequenos, na maior parte dos casos inferiores a 1 segundo de CPU, e sempre inferiores a 3 segundos. Apresenta-se no entanto a figura C.8 para o tempo de CPU necessário à geração de um número elevado de estados (no máximo meio milhão), quando o número de componentes sujeitos a avaria é igual a duzentos e na qual se pode verificar a degradação de desempenho dos algoritmos ORDER-II e NEWORDER face a GeraEstados, devido ao crescimento excessivo da “heap”.

São também apresentadas as tabelas C.1 e C.2, que permitem confirmar o facto de que o algoritmo GeraEstados apresenta um “heap” de dimensão muito menor do que o número de estados seleccionados, o que já não acontece com ORDER-II. O algoritmo

NEWORDER embora dê origem a “heaps” de menor dimensão do que ORDER-II apresenta, nesse aspecto muito pior desempenho do que GeraEstados, como se pode verificar pelas tabelas C.1 e C.2.

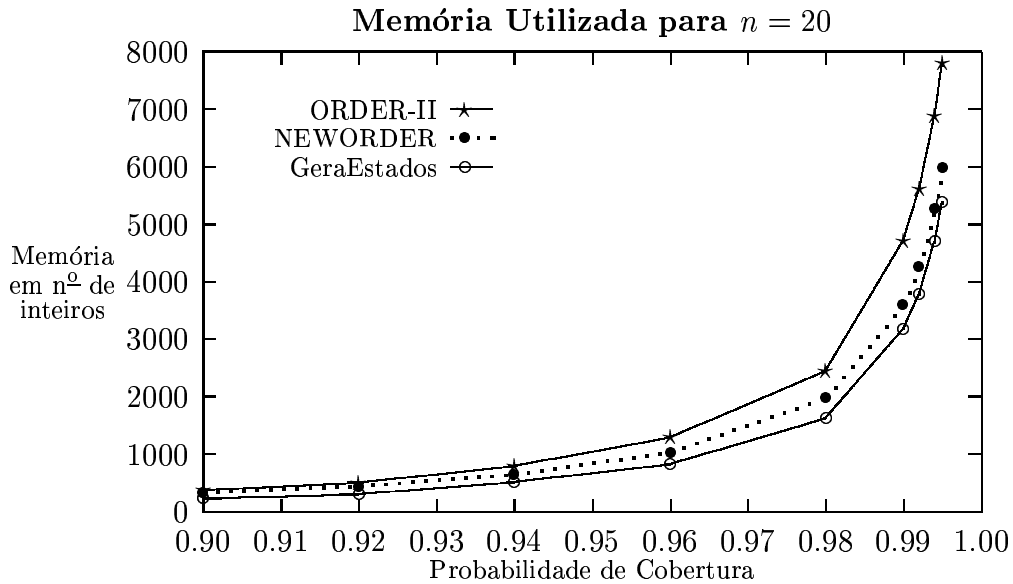


Figura C.1: Requisitos de memória para $P[i] \in]0.9, 1[$, $i = 1, \dots, 20$

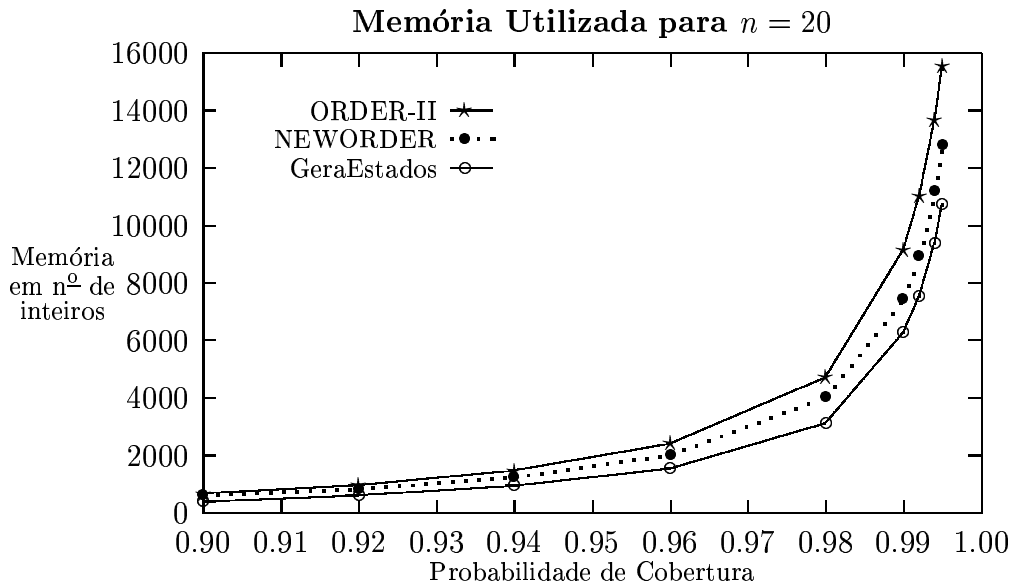


Figura C.2: Requisitos de memória para $P[i] \in [0.9, 0.99]$, $i = 1, \dots, 20$, e iguais aos $P[i]$, $i = 1, \dots, 20$, no exemplo apresentado em [106]

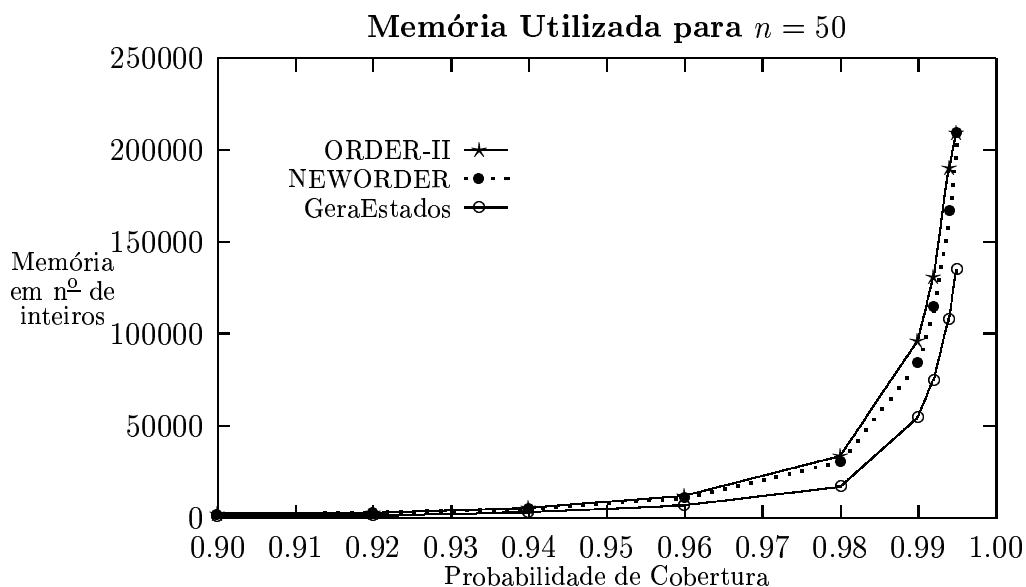


Figura C.3: Requisitos de memória para $P[i] \in]0.95, 1[$, $i = 1, \dots, 50$

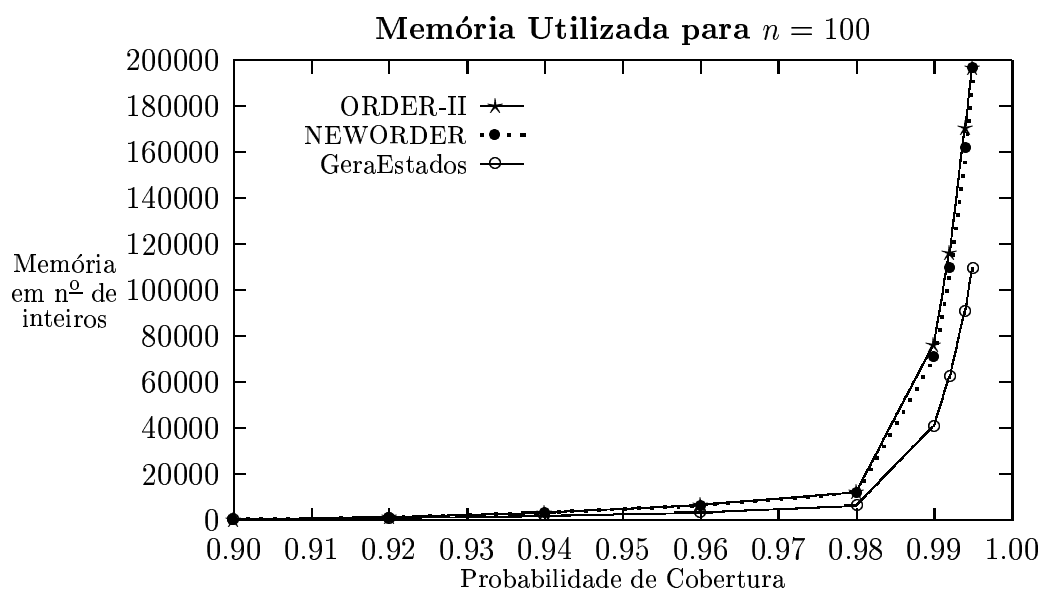


Figura C.4: Requisitos de memória para $P[i] \in]0.99, 1[$, $i = 1, \dots, 100$

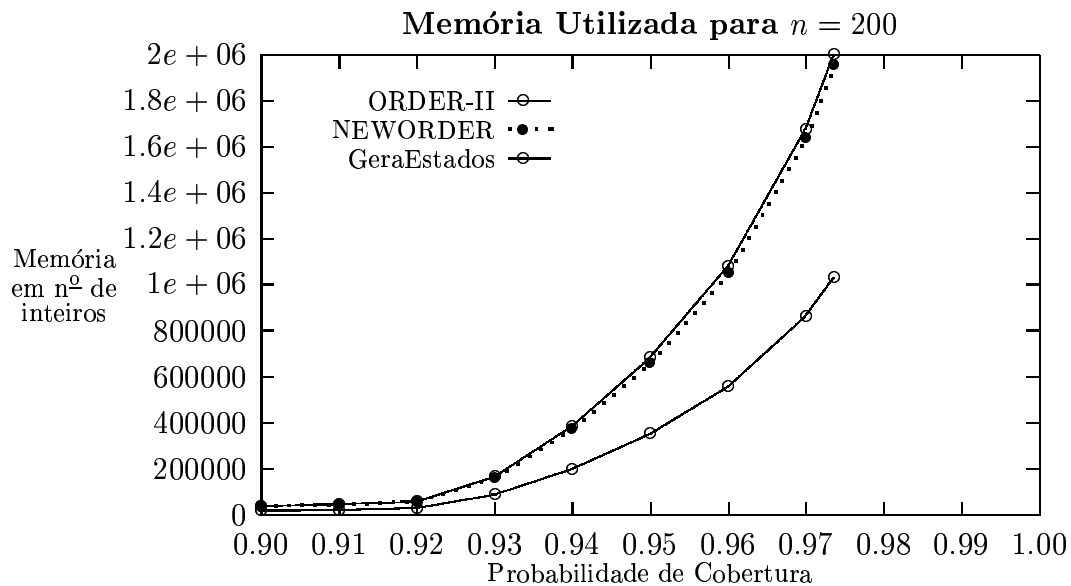


Figura C.5: Requisitos de memória para $P[i] \in]0.99, 1[$, $i = 1, \dots, 200$

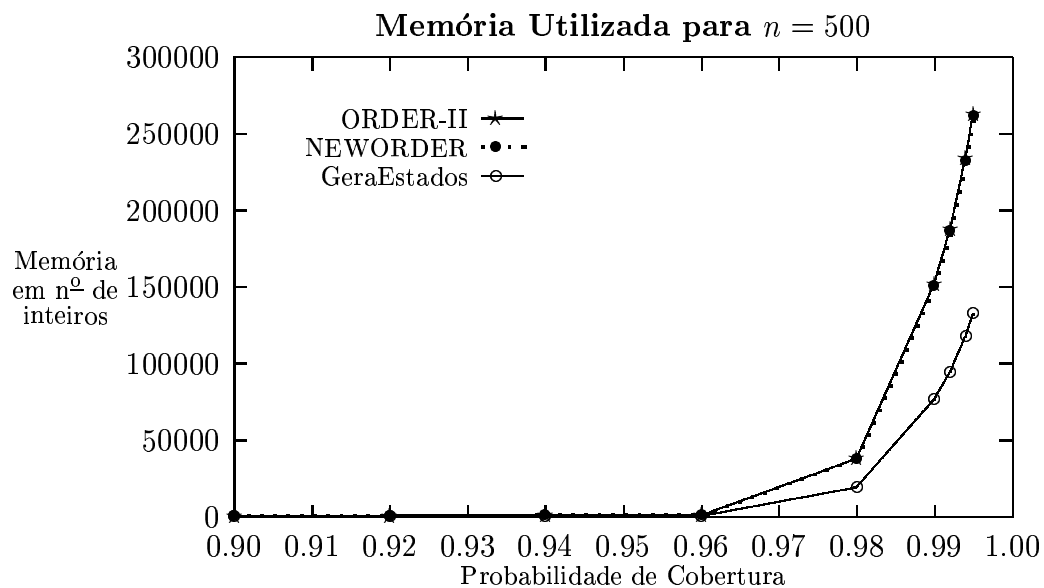


Figura C.6: Requisitos de memória para $P[i] \in]0.999, 1[$, $i = 1, \dots, 500$

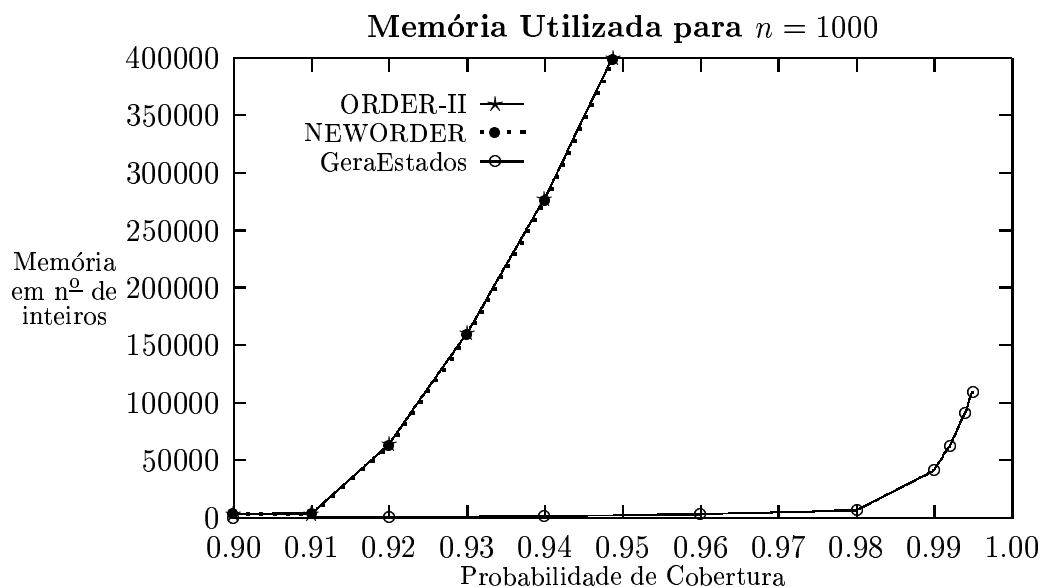


Figura C.7: Requisitos de memória para $P[i] \in]0.999, 1[$, $i = 1, \dots, 1000$

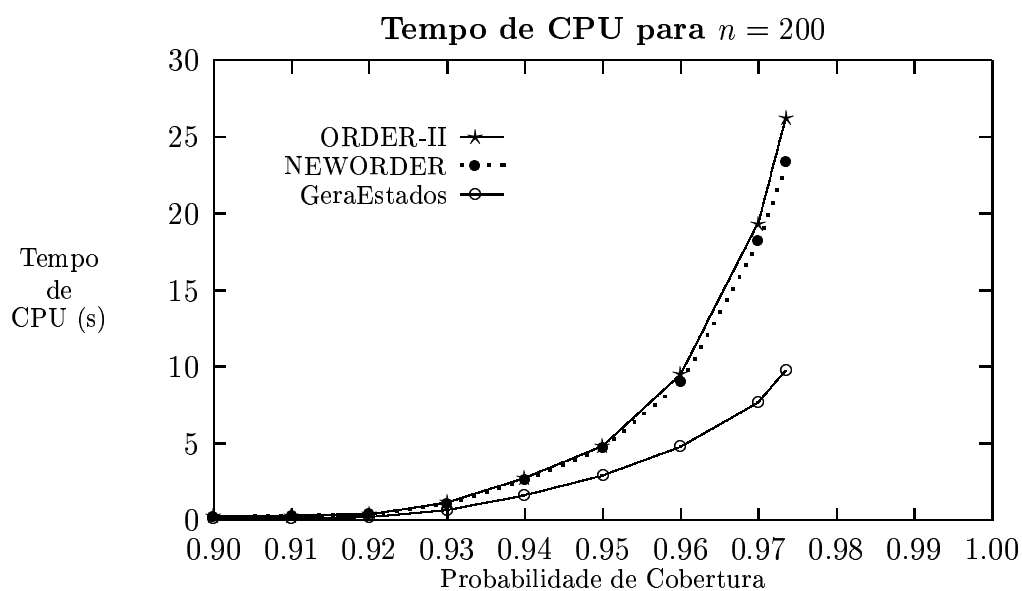


Figura C.8: Tempo de CPU para $P[i] \in]0.99, 1[$, $i = 1, \dots, 200$

P_c	m	\bar{m}		
		ORDER-II	NEWORDER	GeraEstados
0.900	97	96	73	12
0.920	130	129	95	17
0.940	202	201	124	31
0.960	328	325	189	45
0.980	316	613	379	97
0.990	1189	1174	608	185
0.992	1415	1394	716	217
0.994	1736	1707	897	280
0.995	1967	1936	1026	330

Tabela C.1: Probabilidade de cobertura, P_c , e correspondente número de estados seleccionados, m , versus dimensão máxima da “heap”, \bar{m} , para $n = 20$, e $P[i] \in]0.9, 1[$, $i = 1, \dots, 20$

P_c	m	\bar{m}		
		ORDER-II	NEWORDER	GeraEstados
0.90	9768	9765	9498	116
0.91	11504	11501	11206	134
0.92	14825	14822	14489	149
0.93	42069	42066	38301	1002
0.94	96811	96808	88918	1943
0.95	170773	170698	159004	3022
0.96	270851	270690	255385	4404
0.97	419771	419510	399821	6508

Tabela C.2: Probabilidade de cobertura, P_c , e correspondente número de estados seleccionados, m , versus dimensão máxima da “heap”, \bar{m} , para $n = 200$, e $P[i] \in]0.99, 1[$, $i = 1, \dots, 200$

Apêndice D

Glossário do capítulo 4

No capítulo 4, são apresentadas as medidas de desempenho propostas para análise da fiabilidade–qualidade de serviço de uma rede inter-centrais além de serem também descritos os modelos de tráfego utilizados; nesse processo é introduzida uma grande quantidade de símbolos, cujas significados poderão não ser simples de localizar ao longo do texto, razão pela qual se optou por criar este glossário, para permitir uma rápida consulta dos mesmos.

β Bloqueio médio da rede inter-centrais, para os m estados da rede considerados.

β_1 Bloqueio médio da rede inter-centrais, quando a rede se encontra no estado S_1 .

β_j Bloqueio médio da rede inter-centrais, quando a rede se encontra no estado S_j .

β_S Limite superior para o bloqueio médio da rede inter-centrais.

β_I Limite inferior para o bloqueio médio da rede inter-centrais.

$\bar{\beta}_k$ Patamar de ordem k para o bloqueio médio da rede inter-centrais.

$A(f)$ Tráfego médio oferecido pelo fluxo $f \in \mathcal{F}$ à rede, na hora mais carregada.

$A^u(v)$ Tráfego interno a uma unidade funcional $v \in \mathcal{V}$.

$A_{\mathcal{L}}(l)$ Média do tráfego (global) oferecido ao ramo $l \in cL$, num dado estado da rede.

$A_m(f, l)$ Tráfego marginal oferecido pelo fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.

$A_{m_1}(f, l)$ Tráfego marginal oferecido pelo fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$ no estado S_1 (estado sem avarias).

$A_{m_j}(f, l)$ Tráfego marginal oferecido pelo fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$ no estado S_j .

- A_T Soma dos tráfegos oferecidos da rede inter-centrais.
- $A_{\bar{\beta}_k}$ Acréscimo de tráfego médio perdido em estados considerados indesejáveis, ou seja acima do patamar $\bar{\beta}_k$, para o bloqueio médio inter-centrais.
- A_T^u Soma dos tráfegos internos das centrais.
- A^g Tráfego total oferecido à rede global.
- $\check{A}_{\mathcal{L}}(l)$ Média do tráfego de transbordo (global) do ramo $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\check{A}_m(\mathbf{f}, l)$ Tráfego marginal de transbordo do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\hat{A}_m(\mathbf{f}, l)$ Tráfego marginal transportado do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\hat{A}_{m_1}(\mathbf{f}, l)$ Tráfego marginal transportado do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$ no estado S_1 .
- $\hat{A}_m(\mathbf{f}, l)$ Tráfego marginal transportado do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\hat{A}_{m_j}(\mathbf{f}, l)$ Tráfego marginal transportado do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$ no estado S_j .
- $B(\mathbf{f})$ Bloqueio médio para o fluxo $f \in \mathcal{F}$, num dado estado da rede.
- $B_1(\mathbf{f})$ Bloqueio médio no estado operacional para o fluxo $f \in \mathcal{F}$.
- $B_j(\mathbf{f})$ Bloqueio médio do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no estado S_j .
- $\Delta B_j(\mathbf{f})$ Diferença entre o bloqueio para o fluxo f no estado S_j e o bloqueio para esse fluxo no estado S_1 .
- $B(\mathbf{f})$ Bloqueio médio do fluxo $f \in \mathcal{F}$, para os m estados da rede considerados.
- $B^u(\mathbf{v})$ Probabilidade de falha de uma unidade funcional $v \in \mathcal{V}$, para os m estados da rede considerados.
- $B_{\mathcal{L}}(l)$ Bloqueio global de chamadas no ramo (feixe) $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $B_m(\mathbf{f}, l)$ Bloqueio marginal de chamadas do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.

- $B_{m_1}(\mathbf{f}, l)$ Bloqueio marginal de chamadas do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$ no estado S_1 .
- $B_{m_j}(\mathbf{f}, l)$ Bloqueio marginal de chamadas do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no feixe $l \in \mathcal{L}$ no estado S_j .
- \bar{B}_k Patamar de ordem k para o bloqueio médio dum fluxo f .
- $c(\mathbf{f})$ Receita potencial por erlang.hora no fluxo $f \in \mathcal{F}$, em unidades monetárias.
- $c^u(v)$ Receita potencial por erlang.hora na unidade funcional $v \in \mathcal{V}$, em unidades monetárias.
- $C_L(\mathbf{f})$ Custo do tráfego perdido em média para cada fluxo $f \in \mathcal{F}$, para os m estados da rede considerados.
- $C_L^u(v)$ Custo do tráfego perdido em média numa unidade funcional $v \in \mathcal{V}$, para os m estados da rede considerados.
- C_1 Perda monetária média da rede inter-centrais no estado S_1 em unidades monetárias.
- C_j Perda monetária média da rede inter-centrais no estado S_j em unidades monetárias.
- C_1^g Perda monetária média da rede global, em unidades monetárias, quando a mesma se encontra no estado S_1 .
- C_j^g Perda monetária média da rede global, em unidades monetárias, quando a mesma se encontra no estado S_j .
- C Perda monetária média da rede inter-centrais, em unidades monetárias, para os m estados da rede considerados.
- C^g Perda monetária média da rede global, em unidades monetárias, para os m estados da rede considerados.
- $\Delta C(\mathbf{x})$ Acréscimo médio total da perda de rendimento nos fluxos em situações em que o componente x está avariado, para os m estados considerados.
- $\Delta C_{\bar{\beta}_k}$ Acréscimo de custo médio dos tráfegos perdidos em estados considerados indesejáveis, ou seja acima do patamar $\bar{\beta}_k$, para o bloqueio médio inter-centrais.
- $\Delta \bar{C}_k$ Patamar para a perda de rendimento incremental, na rede inter-centrais.

- D_j Desempenho médio da rede inter-centrais, ou seja a perda monetária média da rede inter-centrais em unidades monetárias por erlang.hora no estado S_j .
- D Desempenho médio da rede inter-centrais, dado pela perda monetária média da rede inter-centrais em unidades monetárias por erlang.hora oferecido, para os m estados considerados.
- D_S Limite superior para a perda monetária média da rede inter-centrais em unidades monetárias por erlang.hora oferecido.
- D_I Limite inferior para a perda monetária média da rede inter-centrais em unidades monetárias por erlang.hora oferecido.
- D^g Desempenho médio da rede global, dado pela perda monetária da rede global em unidades monetárias por erlang.hora oferecido, para os m estados considerados.
- D_j^g Desempenho médio da rede global no estado S_j , dado pela perda monetária da rede global em unidades monetárias por erlang.hora oferecido, nesse estado.
- D_S^g Limite superior para a perda monetária média da rede global em unidades monetárias por erlang.hora oferecido.
- D_I^g Limite inferior para a perda monetária média da rede global em unidades monetárias por erlang.hora oferecido.
- f Elemento do conjunto \mathcal{F} .
- \mathcal{F} Conjuntos de fluxos ponto a ponto na rede.
- g Todas as variáveis utilizadas na definição de parâmetros de desempenho que apresentam o expoente g referem-se à rede global.
- $\Delta\mathcal{K}(l)$ Valor relativo do número médio de circuitos inoperacionais no feixe $l \in \mathcal{L}$ face ao número de circuitos operacionais nesse mesmo feixe quando a rede se encontra no estado S_1 .
- $\mathcal{K}_1(l)$ Número de circuitos operacionais do feixe $l \in \mathcal{L}$ no estado S_1 .
- $\mathcal{K}_j(l)$ Número de circuitos operacionais do feixe $l \in \mathcal{L}$ no estado S_j .
- $\bar{\mathcal{K}}(l)$ Número médio de circuitos operacionais no feixe $l \in \mathcal{L}$, para os m estados considerados.
- l Elemento do conjunto \mathcal{L} .

\mathcal{L} Conjunto dos feixes da rede.

$L(f)$ Tráfego perdido em média num fluxo $f \in \mathcal{F}$, para os m estados da rede considerados.

$L^u(v)$ Tráfego perdido em média numa unidade funcional $v \in \mathcal{V}$, para os m estados da rede considerados.

$\Delta L_{\mathcal{L}}(l)$ Acréscimo médio para o tráfego perdido num feixe l .

$\Delta L(x)$ Acréscimo médio total dos tráfegos perdidos nos fluxos em situações em que o componente x está avariado, para os m estados da rede considerados.

$\Delta L_{\bar{\beta}_k}$ Acréscimo médio de tráfego perdido nos estados em que o bloqueio médio inter-centrais foi superior ao patamar $\bar{\beta}_k$, para os m estados da rede considerados.

$\Delta L_{\bar{B}_k}(f|x)$ Acréscimo médio de tráfego perdido para o fluxo f nos estados em que o bloqueio médio para esse fluxo foi superior ao patamar \bar{B}_k , para os m estados da rede considerados.

m Número total de estados da rede para os quais vão ser calculados os bloqueios ponto a ponto e outras medidas de desempenho.

n Número total de componentes na rede sujeitos a avaria.

$N(f)$ Número de estados da rede física em que houve desconexão no fluxo $f \in \mathcal{F}$, para os m estados considerados.

$N^u(v)$ Número de estados da rede física em que houve corte total de uma unidade funcional v , para os m estados considerados.

P_j Probabilidade da rede se encontrar no estado S_j . Como os estados são gerados por ordem decrescente de probabilidade, sabe-se que $P_j \geq P_{j+1}$ e S_1 corresponde ao estado completamente operacional da rede.

P_c Probabilidade de cobertura: $\sum_{j=1}^m P_j$.

$P_d(f)$ Soma das probabilidades dos estados em que houve desconexão no fluxo $f \in \mathcal{F}$, para os m estados considerados.

$P_d^u(v)$ Soma das probabilidades dos estados em que houve corte total de uma unidade funcional $v \in cV$, para os m estados considerados.

$R_1(l)$ Rendimento do feixe $l \in \mathcal{L}$ no estado completamente operacional, S_1 .

- $\Delta \mathbf{R}(l)$ Perda de rendimento médio no feixe $l \in \mathcal{L}$, para os m estados considerados.
- $\mathbf{R}(l)$ Rendimento médio do feixe $l \in \mathcal{L}$, para os m estados considerados.
- \mathbf{R}_0 Rendimento (ideal) que teria a rede considerando que o bloqueio é nulo para todos os fluxos e que todas as unidades funcionais estão operacionais.
- \mathbf{S}_1 Estado da rede totalmente operacional. Corresponde ao estado da rede com maior probabilidade de ocorrer: $Prob(S_1) > P(S_j)$ com $1 < j \leq 2^n$ (n é o número de elementos da rede sujeitos a avaria). Considera-se que os componentes da rede sujeitos a avaria apresentam probabilidade de inoperacionalidade $0 \leq q(x) < 0.5$, com $x = 1, 2, \dots, n$.
- \mathbf{S}_j Estado da rede cuja probabilidade de ocorrência é a j -ésima mais elevada.
- u O expoente u indica que as variáveis envolvidas se referem às unidades funcionais.
- \mathcal{V} Conjunto das unidades funcionais (presentes na representação da rede), ou seja o conjunto dos nós da rede funcional.
- $\mathbf{V}_{\mathcal{L}}(l)$ Variância do tráfego oferecido (global) ao ramo $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\check{\mathbf{V}}_{\mathcal{L}}(l)$ Variância do tráfego de transbordo (global) do ramo $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\mathbf{V}_m(\mathbf{f}, l)$ Variância do tráfego marginal oferecido pelo fluxo $f \in \mathcal{F}$ ao ramo $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\check{\mathbf{V}}_m(\mathbf{f}, l)$ Variância do tráfego marginal de transbordo do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no ramo $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\mathbf{Z}_m(\mathbf{f}, l)$ Factor de pico do tráfego marginal oferecido pelo fluxo $f \in \mathcal{F}$ ao ramo $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\check{\mathbf{Z}}_m(\mathbf{f}, l)$ Factor de pico do tráfego marginal de transbordo do fluxo $f \in \mathcal{F}$ no ramo $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\mathbf{Z}_{\mathcal{L}}(l)$ Factor de pico do tráfego oferecido (global) ao ramo $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.
- $\check{\mathbf{Z}}_{\mathcal{L}}(l)$ Factor de pico do tráfego de transbordo (global) do ramo $l \in \mathcal{L}$, num dado estado da rede.

Apêndice E

Glossário do capítulo 6

No capítulo 6, é apresentada uma formulação matemática para a uma rede inter-centrais RDIS e são propostas medidas de desempenho para análise da fiabilidade-qualidade de serviço esse tipo de redes; apresenta-se este glossário para um rápida consulta do significado dos símbolos introduzidos no capítulo 6.

- α Soma do número de nós da rede que são extremidades dos fluxos f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$ em estado de incapacidade, do número de nós extremos num ligação multiponto d_1 , $d_1 \in L_M$, e do número de nós que são extremidades dos fluxos associados a uma ligação de difusão d_2 , $d_2 \in L_D$.
- β Incremento relativo da perda média de rendimento face ao estado totalmente operacional. Caso a perda de rendimento médio tenha diminuído β toma o valor 0.
- γ Incremento da perda média de tráfego face ao estado totalmente operacional. Caso a perda de tráfego médio tenha diminuído γ toma o valor 0.
- δ Proporção do tráfego de dados perdido nos fluxos de informação directo e de retorno, associados a um fluxo de tráfego, em modo pacote no caso \mathcal{B} .
- η Entidade, designada de *caracterizador de tráfego*, que inclui todas as características de conexão necessárias para completar a descrição de cada componente de tráfego, em termos de engenharia do tráfego.
- $\lambda_B(\eta, v_a)$ Intensidade (ritmo) de chegada das procura de chamadas do componente de tráfego de saída, com caracterizador de tráfego η , nos canais B do acesso RDIS do CPE e , $\forall e \in E_V(v_a)$.
- $\lambda_D(d)$ Intensidade de procura de chamadas de difusão, d , $d \in L_D$ por unidade de tempo.

- $\lambda_M(\mathbf{d})$ Intensidade de procura de ligações multiponto d , $d \in L_M$, por unidade de tempo.
- $\lambda_{mp}(\mathbf{f})$ Intensidade de procura de chamadas do fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, associado a uma ligação multiponto.
- $\lambda_{mp}^+(\mathbf{f})$ Intensidade do fluxo de informação directo, associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$.
- $\lambda_{mp}^-(\mathbf{f})$ Intensidade do fluxo de informação de retorno, associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$.
- $\lambda_{pp}^+(\mathbf{f})$ Intensidade do fluxo de informação directo, associado ao fluxo de procura de chamadas f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$.
- $\lambda_{pp}^-(\mathbf{f})$ Intensidade do fluxo de informação de retorno, associado ao fluxo de procura de chamadas f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$.
- Λ Conjunto de todos os caracterizadores de tráfego necessários à especificação de todos os componentes de tráfego existentes na rede.
- Λ_{df} Conjunto dos diferentes caracterizadores de tráfego, η , existentes na rede, necessários para descrever completamente todos os componentes de tráfego associados às ligação com configuração difusão.
- Λ_{mp} Conjunto dos caracterizadores de tráfego η , necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações multiponto.
- Λ_{mp}^{cc} Conjunto de todos os caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações multiponto em modo circuito.
- $\Lambda_{mp}^{cp\mathcal{A}}$ Conjunto de todos os caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações multiponto em modo pacote, no caso \mathcal{A} .
- Λ_{df} Conjunto dos caracterizadores de tráfego η , necessários para completar a descrição dos componentes de tráfego devidos a configurações do tipo difusão.
- Λ_{df}^{cc} Conjunto de todos os caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação de todos os componentes de tráfego devidos a configurações de difusão em modo circuito.
- $\Lambda_{df}^{cp\mathcal{A}}$ Conjunto de todos os caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação de todos os componentes de tráfego devidos a configurações de difusão em modo pacote, no caso \mathcal{A} .

- Λ_{pp} Conjunto dos diferentes caracterizadores de tráfego, η , existentes na rede, para todas as ligação com configuração ponto a ponto.
- Λ_{pp}^{cc} Conjunto de todos caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações ponto a ponto em modo circuito.
- Λ_{pp}^{cpA} Conjunto de todos caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações ponto a ponto em modo pacote, que se resultam do caso \mathcal{A} .
- Λ_{pp}^{cpB} Conjunto de todos caracterizadores de tráfego necessários para completar a especificação dos componentes de tráfego devidos a configurações ponto a ponto em modo pacote, que resultam do caso \mathcal{B} .
- $\tau(d)$ Número médio de tramas de controlo da camada 2 por pacote, na direcção $d = 1, 2$.
- $A_B(\eta, v_a)$ Valor médio do componente de tráfego, em modo circuito, com caracterizador de tráfego η , oferecido pelo CPE e ao seus canais B .
- $A_{Bcc}(\eta, v_a)$ Valor médio do tráfego em modo circuito, do ponto de vista dos recursos simultaneamente ocupados, com caracterizador de tráfego η , oferecida pela central v_a à rede.
- $A_{Bcp}(\eta_{Bcp}, v_a)$ Carga total em erlangs, devida a tráfego de saída de comutação por pacotes, com caracterizador de tráfego η_{Bcp} , oferecida a uma central v_a , devido ao tráfego de saída oferecido aos canais B dos CPEs, $e \in E$, cujo acesso RDIS se encontra na central, v_a .
- $A_{cp}^B(\eta_{Bcp}, v_a, v_b)$ Valor médio do componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{Bcp} , com configuração ponto a ponto, em modo pacote, devido a tráfego de saída, da central v_a (devido a acessos que utilizam canais B) com destino na central v_b .
- $A_{cp}^D(\eta_{Dcp}, v_a, v_b, d)$ Valor médio do componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{Dcp} , com configuração ponto a ponto, em modo pacote, no sentido d , devido a tráfego de saída, da central v_a (devido a acessos que utilizam canais B) com destino na central v_b .
- $A_D(d)$ Número médio de procura de ligações de difusão d , $d \in L_D$, durante a duração média dessas ligações.
- A_{DT} O tráfego total oferecido à rede em configuração difusão.

$\mathbf{A}_{Dcp}(\eta_{Dcp}, \mathbf{v}_a)$ Carga total de informação, medida em bit/s, devida ao tráfego de comutação por pacotes, com caracterizador de tráfego η_{Dcp} , oferecido aos canais D dos CPEs, cujo acesso se encontra na central RDIS, $v_a \in \mathcal{V}$.

$\mathbf{A}_{df}(\mathbf{f})$ O valor médio do tráfego oferecido à rede, pelo fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{df}$, dado por $(A_{df}^+, 0)$.

$\mathbf{A}_{DF}(\mathbf{d})$ O valor médio do tráfego oferecido à rede, associado a uma ligação de difusão d , $d \in L_D$, devido ao tráfego dos fluxos de informação em que este se decompõe.

$\mathbf{A}_{df}^+(\mathbf{f})$ Valor médio do tráfego do fluxo de informação directo, devido ao fluxo de tráfego f entre v_a e v_b , $f = (d, v_b)$, devido à ligação de difusão d (iniciada no nó v_a).

$\mathbf{A}_M(\mathbf{d})$ Valor médio do tráfego oferecido à rede, associado à ligação d , $d \in L_M$, durante a duração média dessas ligações.

\mathbf{A}_{MT} Tráfego total oferecido à rede em configuração multiponto, em função do número de chamadas multiponto.

$\mathbf{A}_{mp}(\eta_{mp}, \mathbf{v}_a, U)$ Valor médio do componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{mp} , com configuração multiponto, em modo circuito, com origem na central v_a , para interlocutores cujos acessos se encontram nas centrais $v_b \in U$.

$\mathbf{A}_{mp}(\mathbf{f})$ Tráfego médio do fluxo de tráfego f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, associado ao estabelecimento de uma comunicação com configuração multiponto.

$\mathbf{A}_{mp}^+(\mathbf{f})$ Valor médio do tráfego do fluxo de informação directo, devido ao fluxo de tráfego f , entre v_i e v_j , $f = (d, v_i, v_j) \in \mathcal{F}_{mp}$, devido à ligação multiponto d (iniciada no nó v_a).

$\mathbf{A}_{mp}^-(\mathbf{f})$ Valor médio do tráfego do fluxo de informação de retorno, devido ao fluxo de tráfego f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, entre v_i e v_j , $f = (d, v_i, v_j)$, devido à ligação multiponto d (iniciada no nó v_a).

$\mathbf{A}_{pp}(\eta_{pp}, \mathbf{v}_a, \mathbf{v}_b)$ Valor médio do componente de tráfego, com caracterizador de tráfego η_{pp} , com configuração ponto a ponto, em modo circuito, com origem na central v_a e destino na central v_b .

$\mathbf{A}_{pp}(\mathbf{f})$ Valor médio do tráfego oferecido pelo fluxo ponto a ponto f , $f = (\eta_{pp}, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ à rede, dado por $(A_{pp}^+(f), A_{pp}^-(f))$.

- $A_{pp}^+(\mathbf{f})$ Valor médio do tráfego do fluxo de informação directo, devido ao fluxo de tráfego f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$.
- $A_{pp}^-(\mathbf{f})$ Valor médio do tráfego do fluxo de informação de retorno devido ao fluxo de tráfego f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$.
- $A_{pp}^c(\mathbf{f})$ Número médio de chamadas oferecidas pelo fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, durante a duração média de uma chamada.
- $A_{pp}^u(\eta_{pp}, v_a)$ Valor médio do tráfego interno à central, v_a , devido a ligações ponto a ponto entre assinantes cujo acesso à rede se localiza nessa central.
- $A_{pp(j)}(\mathbf{f})$ Atraso médio de um pacote do fluxo f quando a rede se encontra no estado S_j , $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{ppB}$.
- A_{P1} Tráfego total oferecido à rede, em configuração ponto a ponto, em modo circuito ou em modo pacote no caso \mathcal{A} , em função do número de chamadas.
- A_{P2} Tráfego total oferecido à rede em configuração ponto a ponto, em modo pacote no caso \mathcal{B} .
- $A'_B(\eta, v_a)$ Valor médio do componente de tráfego, em modo circuito, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas, com caracterizador de tráfego η , oferecido pelo CPE e ao seus canais B .
- $A'_{Bcc}(\eta, v_a)$ Valor médio do componente de tráfego em modo circuito, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas, com caracterizador de tráfego η , oferecida pela central v_a à rede.
- $A'_{Bcp}(\eta_{Bcp}, v_a)$ Tráfego de saída devido a tráfego de comutação por pacotes, com caracterizador de tráfego η_{Bcp} , nos canais B, do acesso RDIS do CPE, e , $\forall e \in E_V(v_a)$.
- $A'_{Dcp}(\eta_{Dcp}, v_a)$ Carga total, medida em bit/s, com caracterizador de tráfego η_{Dcp} , oferecida aos canais D de um CPE e , $\forall e \in E_V(v_a)$, devido a conexões com origem nesse CPE e , para transferência de informação em modo pacote.
- $A'_{mp}^+(\mathbf{f})$ Valor médio do tráfego de fluxo de informação directo oferecido à rede, devido ao fluxo f associado a uma chamada multiponto d , do ponto de vista do número de chamadas simultâneas durante a duração média da chamada multiponto d ,
- $A'_{mp}^-(\mathbf{f})$ Valor médio do tráfego de fluxo de informação de retorno oferecido à rede, devido ao fluxo f associado a uma chamada multiponto d , do ponto de vista do

número de chamadas simultâneas durante a duração média da chamada multi-ponto d ,

At_P Atraso médio, por pacote, experimentado pelas comunicações em modo pacote, no caso \mathcal{B} , na configuração ponto a ponto.

A'_{pp}⁺(f) Valor médio do tráfego de fluxo de informação directo oferecido à rede, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas durante a duração média de uma chamada, devida ao fluxo de tráfego f , com $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}$.

A'_{pp}⁻(f) Valor médio do tráfego de fluxo de informação directo oferecido à rede, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas durante a duração média de uma chamada, devida ao fluxo de tráfego f , com $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}$.

$\hat{A}_{(1)m}^{v_a}(f, l)$ Valor médio do tráfego de informação de um fluxo f transportado num feixe $l = (v_a, v_b, b)$ no sentido de v_a para v_b quando a rede se encontra no estado totalmente operacional (S_1).

$\hat{A}_{(1)m}^{v_b}(f, l)$ Valor médio do tráfego de informação de um fluxo f transportado num feixe $l = (v_a, v_b, b)$ no sentido de v_b para v_a , quando a rede se encontra no estado totalmente operacional (S_1).

$\hat{A}_{(j)m}^{v_a}(f, l)$ Valor médio do tráfego de informação de um fluxo f transportado num feixe $l = (v_a, v_b, b)$ no sentido de v_a para v_b , quando a rede se encontra no estado S_j .

$\hat{A}_{(j)m}^{v_b}(f, l)$ Valor médio do tráfego de informação de um fluxo f transportado num feixe $l, l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a , quando a rede se encontra no estado S_j .

$\hat{A}_m^{v_a}(f, l)$ Valor médio do tráfego marginal de informação do fluxo f transportado no feixe $l, l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a para v_b .

$\hat{A}_m^{v_b}(f, l)$ Valor médio do tráfego marginal de informação do fluxo f transportado no feixe $l, l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a .

At_K^{v_a}(l) Atraso médio de um pacote num feixe $l, l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a para v_b .

At_K^{v_b}(l) Atraso médio de um pacote num feixe $l, l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a .

- $\mathbf{At}_{\mathcal{K}(j)}^{v_a}(\mathbf{l})$ Atraso médio de um pacote num feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a para v_b , quando a rede se encontra no estado S_j .
- $\mathbf{At}_{\mathcal{K}(j)}^{v_b}(\mathbf{l})$ Atraso médio de um pacote num feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a , quando a rede se encontra no estado S_j .
- $\mathbf{At}_{pp(1)}(\mathbf{f})$ Atrasos médios por pacote de cada fluxo de informação associado ao fluxo de tráfego f , com $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$, no estado totalmente operacional da rede
- $\mathbf{At}_{pp(j)}(\mathbf{f})$ Atrasos médios por pacote de cada fluxo de informação associado ao fluxo de tráfego f , $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$, dado por $(\mathbf{At}_{pp(j)}^+(f), \mathbf{At}_{pp(j)}^-(f))$, quando a rede se encontra no estado S_j .
- $\mathbf{At}_{pp(1)}^+(\mathbf{f})$ Atraso médio por pacote do fluxo de informação directo associado ao fluxo de tráfego f , com $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$, no estado operacional.
- $\mathbf{At}_{pp(1)}^-(\mathbf{f})$ Atraso médio por pacote do fluxo de informação de retorno associado ao fluxo de tráfego f , com $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$, no estado operacional.
- $\mathbf{At}_{pp(1)}^+(\mathbf{f})$ Atraso médio por pacote do fluxo de informação directo, associado ao fluxo f , com $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$, no estado operacional.
- $\mathbf{At}_{pp(1)}^-(\mathbf{f})$ Atraso médio por pacote do fluxo de informação de retorno, associado ao fluxo f , com $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$, no estado S_j .
- $\mathbf{At}_{P(1)}$ O atraso médio, por pacote, experimentado pelas comunicações em modo pacote, no caso \mathcal{B} , com configuração ponto a ponto, no estado totalmente operacional da rede.
- $\mathbf{B}_{df}(\mathbf{f})$ Bloqueio médio ponto a ponto para cada fluxo de tráfego f , $f \in \mathcal{F}_{df}$.
- $\mathbf{B}_{df(1)}(\mathbf{f})$ Bloqueio médio para cada fluxo de tráfego f , $f \in \mathcal{F}_{df}$, no estado operacional da rede.
- $\mathbf{B}_{df(j)}(\mathbf{f})$ Bloqueio médio ponto a ponto para cada fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{df}$, quando a rede de componentes se encontra no estado S_j .
- $\mathbf{B}_{DF}(d)$ Bloqueio médio de uma ligação de difusão d , $d \in L_D$.
- $\mathbf{B}_{DF(1)}(d)$ A probabilidade de bloqueio da ligação de difusão d , $d \in L_D$, no estado operacional da rede.

$B_{DF(j)}(\mathbf{d})$ Bloqueio da ligação de difusão d , $d \in L_D$, quando a rede de componentes se encontra no estado S_j .

B_{DT} Bloqueio médio experimentado pelas comunicações em modo circuito ou modo pacote, no caso \mathcal{A} , em configuração multiponto, em configuração difusão.

$B_{DT(1)}$ Bloqueio médio experimentado pelas comunicações em modo circuito ou modo pacote, no caso \mathcal{A} , em configuração difusão.

$B_{(j)m}(\mathbf{f}, \mathbf{l})$ Bloqueio marginal do fluxo f no feixe l no estado S_j .

$B_{(j)m}^+(\mathbf{f}, \mathbf{l})$ Bloqueio marginal do fluxo de informação directo do fluxo de tráfego f no feixe l .

$B_{(j)m}^-(\mathbf{f}, \mathbf{l})$ Bloqueio marginal do fluxo de informação de retorno do fluxo de tráfego f no feixe l .

$B_{mp}(\mathbf{f})$ Bloqueio médio para cada fluxo de tráfego f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$.

$B_{mp(1)}(\mathbf{f})$ Bloqueio médio para cada fluxo de tráfego f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, no estado operacional da rede.

$B_{mp(1)}^+(\mathbf{f})$ Bloqueio médio do tráfego de fluxo de informação directo, associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, quando a rede se encontra no estado totalmente operacional.

$B_{mp(1)}^-(\mathbf{f})$ Bloqueio médio do tráfego de fluxo de informação de retorno, associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, quando a rede se encontra no estado totalmente operacional.

$B_{mp(j)}(\mathbf{f})$ Bloqueio médio para o fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, quando a rede se encontra no estado S_j .

$B_{mp(j)}^+(\mathbf{f})$ Bloqueio médio do tráfego do fluxo de informação directo, associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, quando a rede se encontra no estado S_j .

$B_{mp(j)}^-(\mathbf{f})$ Bloqueio médio do tráfego do fluxo de informação de retorno, associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, quando a rede se encontra no estado S_j .

$B_{MP}(\mathbf{d})$ Bloqueio médio de uma ligação multiponto d , $d \in L_M$.

$B_{MP(1)}(\mathbf{d})$ Probabilidade de bloqueio de uma componente de uma ligação multiponto d , $d \in L_M$, no estado operacional.

$B_{MP(j)}(\mathbf{d})$ Valor do bloqueio médio da ligação d , $d \in L_M$, quando a rede de componentes se encontra no estado S_j .

- B_{MT} Bloqueio médio experimentado pelas comunicações em modo circuito ou modo pacote, no caso \mathcal{A} , em configuração multiponto.
- $B_{MT(1)}$ Bloqueio médio experimentado pelas comunicações em modo circuito ou modo pacote, no caso \mathcal{A} , em configuração multiponto, quando a rede se encontra no estado totalmente operacional (S_1).
- $B_{pp}(f)$ Bloqueio médio ponto a ponto para cada fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$.
- $B_{pp(1)}(f)$ Bloqueio médio para cada componente de tráfego f , no estado operacional, $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$.
- $B_{pp(1)}^+(f)$ Probabilidade de bloqueio de fluxo de informação directo do fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, no estado operacional.
- $B_{pp(1)}^-(f)$ Probabilidade de bloqueio do fluxo de informação de retorno do fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, no estado operacional.
- $B_{pp(j)}(f)$ Bloqueio médio ponto a ponto para cada fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, quando a rede se encontra no estado S_j .
- $B_{pp(j)}^+(f)$ Probabilidade de bloqueio de fluxo de informação directo do fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, quando a rede se encontra no estado S_j .
- $B_{pp(j)}^-(f)$ Probabilidade de bloqueio do fluxo de informação de retorno do fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, quando a rede se encontra no estado S_j .
- B_{PT} Bloqueio médio experimentado pelas comunicações em modo circuito ou modo pacote, no caso \mathcal{A} , em configuração ponto a ponto.
- $B_{PT(1)}$ Bloqueio médio experimentado pelas comunicações em modo circuito ou modo pacote, no caso \mathcal{A} , em configuração ponto a ponto, no estado operacional da rede.
- $c_{df}(f)$ Receita potencial, em unidades monetárias, por erlang.hora de um fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{df}$.
- $c_M(d)$ Receita potencial por erlang.hora na ligação d , $d \in L_M$, em unidades monetárias.
- $c_{mp}(f)$ Receita potencial por erlang.hora associada a cada fluxo ponto a ponto f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, em unidades monetárias.
- $C_{DF}(d)$ Receita média perdida numa ligação de difusão d , $d \in L_D$, em unidades monetárias.

- $C_{MP}(d)$ Receita potencial média perdida numa ligação multiponto d , $d \in L_M$, em unidades monetárias.
- $c_{pp1}(f)$ A receita potencial por erlang.hora no fluxo f , em unidades monetárias, $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}$.
- $c_{pp2}(f)$ A receita potencial por pacote transportado do fluxo f , no modo pacote, no caso \mathcal{B} , em unidades monetárias, $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$.
- $C_{pp1}(f)$ Receita média perdida no fluxo f , em unidades monetárias, com $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}$.
- $C_{pp2}(f)$ Receita média perdida no fluxo f , em unidades monetárias, com $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp} : \eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$.
- C_T Perda de rendimento média em unidades monetárias.
- $C_{T(1)}$ Perda de rendimento, em unidades monetárias, na rede no estado totalmente operacional.
- $C_{T(j)}$ Perda de receita média da rede no estado S_j , em unidades monetárias.
- C_{Tl} Limite inferior para a perda de rendimento da rede em unidades monetárias.
- C_{Ts} Limite superior para a perda de rendimento da rede em unidades monetárias.
- $cm(i, j, k, d)$ Comprimento médio dos pacotes por procura de chamada do tipo ($i \in S_T, j \in XC(i), k \in PC(j)$), na direcção $d = 1, 2$.
- cm' comprimento (em bits) das tramas de controlo da camada 2.
- $d_B(\eta)$ Número de recursos necessários por chamada do componente de tráfego de saída, com caracterizador de tráfego η .
- $dp_{pp}^+(f)$ Comprimento médio dos pacotes (em bits) por procura de chamada, do fluxo de informação directo, associado ao fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$.
- $dp_{pp}^-(f)$ Comprimento médio dos pacotes (em bits) por procura de chamada, do fluxo de informação de retorno, associado ao fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$.
- $dp_{pp}^{v_a}(f, l)$ Dimensão média dos pacotes do fluxos f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$, no feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a para v_b .

$d\mathbf{p}_{pp}^{v_b}(\mathbf{f}, l)$ Dimensão média dos pacotes do fluxos f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpe}$, no feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a .

\mathcal{D}_{df} Conjunto de todos os nós em \mathcal{V} capazes de originar uma ligação de difusão.

$\Delta C_{T,k}(\mathbf{x})$ Acréscimo total do rendimento perdido nos fluxos em situações em que o componente x está avariado e a rede se encontra num estado de incapacidade pertencente à região k .

e Símbolo que representa o CPE *médio* de um dado conjunto de CPEs.

\mathcal{E} Conjunto de relações cujos elementos são pares (fluxo, arco).

\mathcal{E}_{df} Conjunto de relações cujos elementos são pares (fluxo, arco), em que o fluxo pertence a \mathcal{F}_{df} .

\mathcal{E}_{mp} Conjunto de relações cujos elementos são pares (fluxo, arco), em que o fluxo pertence a \mathcal{F}_{mp} .

\mathcal{E}_{pp} Conjunto de relações cujos elementos são pares (fluxo, arco), em que o fluxo pertence a \mathcal{F}_{pp} .

E Conjunto de todos os CPEs que oferecem tráfego à rede em estudo.

E_c Conjunto CPEs, com um comportamento (previsivelmente) semelhante em termos de tráfego. Este conjunto também é referido como sendo a classe E_c .

$E_{CPE}(E_c, v)$ Conjunto dos CPEs contidos em $E_{\mathcal{V}}(v)$ que pertencem à classe E_c .

E_F Conjunto de estados da rede funcional com estrutura variável.

$E_{\mathcal{V}}(v)$ Conjunto dos CPEs cujo acesso à rede se faz através da central v (no caso de assinantes RDIS o equipamento terminal de linha situa-se na central v e no caso de assinantes de serviço telefónico sem acesso RDIS v representa a central local a que se encontram ligados).

$E_{IDF}(d)$ Probabilidade de uma ligação de difusão d , $d \in L_D$ se encontrar num estado de incapacidade.

$E_{IMP}(d)$ Probabilidade de uma ligação multiponto d , $d \in L_M$, se encontrar num estado de incapacidade.

\mathcal{F}_{pp} Conjunto dos fluxos de tráfego ponto a ponto na rede.

- \mathcal{F}_{mp} Conjunto dos fluxos de tráfego ponto a ponto associados a todas as ligações multiponto.
- \mathcal{F}_{df} Conjunto dos fluxos ponto a ponto associados a todas as ligações de difusão (uni-direccionais).
- $h(i, j, k)$ Valor médio do tempo de ocupação total dos canais B, do CPE $e \in E_V(v_a)$, por procura de chamada de saída com padrão de chamada $k \in PC(i, j)$.
- $h_B(\eta, v_a)$ Tempo médio de ocupação dos recursos por procura de chamada do componente de tráfego de saída, com caracterizador de tráfego η , nos canais B do acesso RDIS do CPE e , $\forall e \in E_V(v_a)$.
- $h_D(d)$ Duração média das chamadas de difusão d .
- $h_{mp}^+(f)$ Tempo médio de ocupação de recursos na rede (os canais), por procura de chamada, do fluxo de informação directo, devido ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$.
- $h_{mp}^-(f)$ Tempo médio de ocupação de recursos na rede (os canais), por procura de chamada, do fluxo de informação de retorno, devido ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$.
- $h_{pp}^+(f)$ Tempo médio de ocupação de recursos na rede (os canais), do fluxo de informação directo, associado ao fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp,A}$.
- $h_{pp}^-(f)$ Tempo médio de ocupação de recursos na rede (os canais), do fluxo de informação de retorno, devido ao fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cp,A}$.
- $h_M(d)$ Duração média das chamadas multiponto d , $d \in L_M$.
- $IE_{PC}(E_c, i, j, k)$ Indicador que toma o valor 1 quando a classe E_c produz os padrões de chamadas k , pertencentes a $PC(i, j)$; caso contrário toma o valor 0.
- $IE_{XC}(E_c, i, j)$ Indicador que toma o valor 1 quando a classe E_c requerer um dado conjunto de características de conexão j , $j \in XC(i)$, associado ao serviço de telecomunicações $i \in S_T$; caso contrário toma o valor 0.
- \mathcal{K} Função que define de forma genérica as capacidades, $\mathcal{K}(l)$, dos arcos (feixes) l , $l \in \mathcal{L}$.
- $\mathcal{K}(l)$ Número médio de circuitos operacionais em cada feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, dado por $(K(l, v_a), K(l, v_b))$.
- $\mathcal{K}_{(1)}(l)$ Número de circuitos em cada feixe l , $l \in \mathcal{L}$, quando a rede se encontra no estado totalmente operacional.

$\mathbf{K}(l, \mathbf{v}_a)$ Número médio de circuitos operacionais do feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a , para v_b .

$\mathbf{K}(l, \mathbf{v}_b)$ Número médio de circuitos operacionais do feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido v_b para v_a .

$\mathbf{K}_{(1)}(l, \mathbf{v}_a)$ Número médio de circuitos operacionais do feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a para v_b , quando a rede se encontra no estado totalmente operacional.

$\mathbf{K}_{(1)}(l, \mathbf{v}_b)$ Número médio de circuitos operacionais do feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a , quando a rede se encontra no estado totalmente operacional.

$\mathbf{K}_{(j)}(l, \mathbf{v}_a)$ Número médio de circuitos operacionais do feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a para v_b , quando a rede se encontra no estado S_j .

$\mathbf{K}_{(j)}(l, \mathbf{v}_b)$ Número médio de circuitos operacionais do feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a , quando a rede se encontra no estado S_j .

$\Delta \mathbf{K}(l, \mathbf{v}_a)$ Valor relativo do número médio de circuitos inoperacionais no feixe $l = (v_a, v_b, b)$, no sentido de v_a para v_b , face ao número de circuitos operacionais nesse feixe quando a rede se encontra no estado S_1 .

$\Delta \mathbf{K}(l, \mathbf{v}_b)$ Valor relativo do número médio de circuitos inoperacionais no feixe $l = (v_a, v_b, b)$, no sentido de v_b para v_a , face ao número de circuitos operacionais nesse feixe quando a rede se encontra no estado S_1 .

\mathcal{L} Conjunto de elementos, que se designam por arcos, ramos ou feixes da rede.

L_D Conjunto das ligações de difusão (unidireccionais).

$L_{df}(\mathbf{f})$ Tráfego médio perdido num fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{df}$.

$L_{df(j)}(\mathbf{f})$ Tráfego perdido pelo fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{df}$.

$L_{DF}(\mathbf{d})$ Tráfego médio perdido numa ligação de difusão d , $d \in L_D$.

$L_{DF(1)}(\mathbf{d})$ Tráfego médio perdido numa ligação de difusão d , $d \in L_D$, no estado totalmente operacional da rede.

L_{DT} O valor médio do tráfego perdido na rede em comunicações em configuração difusão.

$L_{DT(1)}$ O valor médio do tráfego perdido na rede, no estado totalmente operacional, em comunicações, com configuração difusão.

L_M Conjunto das ligações multiponto na rede.

$L_{MP}(d)$ Tráfego médio perdido numa ligação multiponto d , $d \in L_M$, dado pelo número médio dessas ligações (chamadas) multiponto perdidas durante a duração média de uma ligação.

$L_{MP(j)}(d)$ Tráfego médio perdido numa ligação multiponto d , $d \in L_M$, no estado S_j .

L_{MT} Valor médio do tráfego perdido na rede em comunicações em configuração multiponto.

$L_{MT(1)}$ Valor médio do tráfego perdido na rede, no estado totalmente operacional, em comunicações com configuração multiponto.

$L_{pp}^+(f)$ Tráfego médio perdido do fluxo informação directo, devido a tráfego em modo pacote, no caso \mathcal{B} , associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$.

$L_{pp}^-(f)$ Tráfego médio perdido do fluxo informação de retorno devido a tráfego em modo pacote, no caso \mathcal{B} , associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$.

$L_{pp(1)}(f)$ Intensidade de chamadas perdidas por unidade de tempo, no fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, no estado operacional.

$L_{pp(1)}^+(f)$ Tráfego médio perdido do fluxo informação directo, devido a tráfego em modo pacote, no caso \mathcal{B} , associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, no estado operacional da rede.

$L_{pp(1)}^-(f)$ Tráfego médio perdido do fluxo informação de retorno, devido a tráfego em modo pacote, no caso \mathcal{B} , associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, no estado operacional da rede.

$L_{pp(j)}^+(f)$ Tráfego médio perdido do fluxo de informação directo, devido a tráfego em modo pacote, no caso \mathcal{B} , associado ao fluxo f , quando a rede se encontra no estado S_j .

$L_{pp(j)}^-(f)$ Tráfego médio perdido do fluxo informação de retorno, devido a tráfego em modo pacote, no caso \mathcal{B} , associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, quando a rede se encontra no estado S_j .

$L_{pp(1)}^c(f)$ Tráfego perdido em média em cada fluxo de tráfego, f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas, devido a tráfego em modo circuito e em modo pacote, no caso \mathcal{A} , no estado totalmente operacional da rede.

$L_{pp}^c(\mathbf{f})$ Tráfego perdido em média em cada fluxo de tráfego f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas, devido a tráfego em modo circuito e em modo pacote, no caso \mathcal{A} .

$L_{pp(j)}^c(\mathbf{f})$ Tráfego perdido em média em cada fluxo de tráfego, do ponto de vista do número de chamadas simultâneas, devido a tráfego em modo circuito e em modo pacote, no caso \mathcal{A} , associado ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, quando a rede se encontra no estado S_j .

$L_{P1(1)}$ Valor médio do tráfego perdido na rede, no estado totalmente operacional, em comunicações, com configuração ponto a ponto, em modo circuito ou em modo pacote, no caso \mathcal{A} .

$L_{P2(1)}$ Valor médio do tráfego perdido na rede, no estado totalmente operacional, em comunicações, com configuração ponto a ponto, em modo pacote, no caso \mathcal{B} .

$\Delta L_{\mathcal{L}}(\mathbf{l}, \mathbf{v}_a)$ Decréscimo de tráfego transportado em média num feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a , para os fluxos de tráfego f , em modo circuito ou em modo pacote no caso \mathcal{A} , quando a rede se encontra no estado S_j .

$\Delta L_{(j)m}^{v_a}(\mathbf{f}, \mathbf{l})$ Incremento de tráfego perdido em média num feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, com $l \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a para v_b , para os fluxos de tráfego f , em modo circuito ou em modo pacote no caso \mathcal{A} , quando a rede se encontra no estado S_j .

$\Delta L_{(j)m}^{v_b}(\mathbf{f}, \mathbf{l})$ Incremento de tráfego perdido em média num feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a , para os fluxos de tráfego f , em modo circuito ou em modo pacote no caso \mathcal{A} , quando a rede se encontra no estado S_j .

$\Delta^{cp\mathcal{B}} L_{\mathcal{L}}(\mathbf{l}, \mathbf{v}_a)$ Decréscimo de tráfego de informação transportado em média num feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a para v_b , para os fluxos de tráfego f , em modo pacote no caso \mathcal{B} .

$\Delta^{cp\mathcal{B}} L_{\mathcal{L}}(\mathbf{l}, \mathbf{v}_b)$ Decréscimo de tráfego de informação transportado em média num feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a , para os fluxos de tráfego f , em modo pacote no caso \mathcal{B} .

$\Delta^{cp\mathcal{B}} L_{(j)m}^{v_a}(\mathbf{f}, \mathbf{l})$ Incrementos de tráfegos de informação perdidos no estado S_j , pelos fluxos f , em modo pacote no caso \mathcal{B} , que utilizam o feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido v_a para v_b .

$\Delta^{cp\mathcal{B}} L_{(j)m}^{v_b}(\mathbf{f}, \mathbf{l})$ Incremento de tráfego de informação perdido no estado S_j , pelo fluxo f , em modo pacote no caso \mathcal{B} , que utiliza o feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$ no sentido

v_b para v_a .

ΔL_{DT} Incremento do tráfego perdido devido a avarias na rede, com configuração difusão.

ΔL_{MT} Incremento do tráfego perdido devido a avarias na rede, com configuração multiponto.

ΔL_{P1} Incremento do tráfego perdido devido a avarias na rede, com configuração ponto a ponto e em modo circuito ou em modo pacote, no caso \mathcal{A} .

ΔL_{P2} Incremento do tráfego perdido devido a avarias na rede com configuração ponto a ponto, e em modo pacote, no caso \mathcal{B} .

\mathcal{M}_{mp} Conjunto de todos os nós em \mathcal{V} entre os quais é possível estabelecer uma ligação multiponto.

$n_{mp}^+(\mathbf{f})$ Número de recursos da rede requeridos (número de canais simultaneamente ocupados) por cada procura de chamada, de fluxo de informação directo, devido ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$.

$n_{mp}^-(\mathbf{f})$ Número de recursos da rede requeridos (número de canais simultaneamente ocupados) por cada procura de chamada, pelo fluxo de informação de retorno, devido ao fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$.

$n_{mp}^{v_a}(\mathbf{f}, l)$ Número de circuitos ocupados pelo fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, no feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a para v_b .

$n_{mp}^{v_b}(\mathbf{f}, l)$ Número de circuitos ocupados pelo fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$ no feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a .

$n_{pp}^+(\mathbf{f})$ Número de recursos da rede requeridos (número de canais simultaneamente ocupados) por cada procura de chamada do fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}$, no sentido directo.

$n_{pp}^-(\mathbf{f})$ Número de recursos da rede requeridos (número de canais simultaneamente ocupados) por cada procura de chamada, do fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}$, no sentido de retorno.

$n_{pp}^{v_a}(\mathbf{f}, l)$ Número de circuitos ocupados pelo fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}$, no feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_a para v_b .

$n_{pp}^{v_b}(\mathbf{f}, l)$ Número de circuitos ocupados pelo fluxo $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cc} \cup \Lambda_{pp}^{cpA}$, no feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$, no sentido de v_b para v_a .

- $\mathbf{nb}_{pp}^+(\mathbf{f})$ Número médio de bits do fluxo de transferência de informação directo, por chamada do fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$, com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$.
- $\mathbf{nb}_{pp}^-(\mathbf{f})$ Número médio de bits do fluxo de transferência de informação de retorno, por chamada do fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$ com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$.
- $\mathbf{np}_{pp}^{v_a}(\mathbf{f}, l)$ Número médio de pacotes no feixe $l = (v_a, v_b, b)$, no sentido de transmissão de v_a para v_b , devido ao fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$ com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$.
- $\mathbf{np}_{pp}^{v_b}(\mathbf{f}, l)$ Número médio de pacotes no feixe $l = (v_a, v_b, b)$, no sentido de transmissão de v_b para v_a , devido ao fluxo f , $f = (\eta, v_s, v_t) \in \mathcal{F}_{pp}$ com $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$.
- $\mathbf{N}_{df}(\mathbf{f})$ Número de estados da rede física em que houve desconexão de um fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{df}$.
- $\mathbf{N}_{mp}(\mathbf{f})$ Número de estados da rede de componentes em que houve desconexão de um fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$.
- $\mathbf{N}_{MP}(\mathbf{d})$ Número de estados da rede física em que houve ocorrência de desconexão da ligação multiponto d , $d \in L_M$.
- $\mathbf{N}_{pp}(\mathbf{f})$ Número de estados da rede física em que houve desconexão de um fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$.
- $\mathbf{N}^u(\mathbf{v})$ Número de estados da rede física em que houve avaria de uma unidade funcional v .
- $\mathbf{p}_{df}(\eta_{df}, \mathbf{v}_a, \mathbf{U})$ Proporção de cada componente de tráfego de saída da central v_a , com caracterizador de tráfego η_{df} , devida a chamadas com configuração de difusão, em modo circuito, destinado a utilizadores cujos acessos se encontram nas centrais $U \in \mathcal{P}(\mathcal{V})$.
- $\mathbf{p}_{mp}(\eta_{mp}, \mathbf{v}_a, \mathbf{U})$ Proporção do componente de tráfego de saída da central v_a , com caracterizador de tráfego η_{mp} , devido a chamadas com configuração multiponto, em modo circuito, cujos interlocutores são os nós do conjunto $U \in \mathcal{P}(\mathcal{V})$, onde $\mathcal{P}(\mathcal{V})$ representa o conjunto de todos os sub-conjuntos de \mathcal{V} .
- $\mathbf{p}_{pp}(\eta_{pp}, \mathbf{v}_a, \mathbf{v}_b)$ Proporção do componente de tráfego de saída da central v_a , com caracterizador de tráfego η_{pp} , ponto a ponto, em modo circuito, que tem destino na central v_b .
- $\mathcal{P}(\mathcal{M}_{mp})$ Conjunto de todos os sub-conjuntos de \mathcal{M}_{mp} .

- $\mathcal{P}(\mathcal{R}_{df})$ Conjunto de todos os sub-conjuntos de R_{df} .
- $P(x|k)$ Probabilidade do componente x estar inoperacional sabendo que a rede se encontra numa região de estado de incapacidade, k .
- $P_{\bar{C}_k}$ A probabilidade da perda de rendimento na rede ultrapassar valores pré-definidos relativamente à perda de rendimento no estado operacional.
- $P_d^u(v)$ Probabilidade de ocorrência de avaria de uma unidade funcional v .
- P'_k Probabilidade da rede se encontrar em cada região k , com $k = A, B, C, D$.
- $P_{ab(j)}^+(\mathbf{f})$ Probabilidade do débito transportado do fluxo de informação directo associado a um fluxo f , ser inferior a um dado limiar e a ligação ser desfeita quando a rede se encontra no estado S_j , para $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$
- $P_{ab(j)}^-(\mathbf{f})$ Probabilidade do débito transportado do fluxo de informação de retorno associado a um fluxo f , ser inferior a um dado limiar e a ligação ser desfeita quando a rede se encontra no estado S_j , para $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$
- $P_{ab(j)}^{v_a}(\mathbf{f})$ Probabilidade do débito transportado pelo feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$ no sentido de v_a para v_b do fluxo de informação, associado ao fluxo de tráfego f , ser inferior a um dado limiar e a ligação ser desfeita, quando a rede se encontra no estado S_j , para $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$.
- $P_{ab(j)}^{v_b}(\mathbf{f})$ Probabilidade do débito transportado pelo feixe l , $l = (v_a, v_b, b) \in \mathcal{L}$ no sentido de v_b para v_a do fluxo de informação, associado ao fluxo de tráfego f , ser inferior a um dado limiar e a ligação ser desfeita quando a rede se encontra no estado S_j , para $f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$.
- $P_{df}(\mathbf{f})$ Probabilidade de ocorrência de desconexão de um fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{df}$.
- $P_{df(\bar{B}_{D,k})}(\mathbf{f})$ Probabilidade do bloqueio em cada fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{df}$ ultrapassar valores pré-estabelecidos, $\bar{B}_{D,k}(d)$, para a ligação d , $d \in L_D$.
- $P_{mp(\bar{B}_{M,k})}(\mathbf{f})$ Probabilidade do bloqueio em cada fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$, ultrapassar valores pré-estabelecidos, $\bar{B}_{M,k}(d)$, para cada ligação $d \in L_M$.
- $P_{mp}(\mathbf{f})$ Probabilidade de desconexão do fluxos f , $f \in \mathcal{F}_{mp}$.
- $P_{MP}(d)$ Probabilidade de desconexão de uma ligação multiponto d , $d \in L_M$.
- $P_{rc(j)}(\mathbf{f})$ Probabilidade de recusa de um pedido de estabelecimento de um circuito virtual RDIS para o fluxo f , quando a rede se encontra no estado S_j , para

$f = (\eta, v_a, v_b) \in \mathcal{F}_{pp}$ e $\eta \in \Lambda_{pp}^{cpB}$

$P_{pp}(\bar{B}_{pp;k})(f)$ Probabilidade do bloqueio em cada fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, ultrapassar valores pré-estabelecidos, $\bar{B}_{pp;k}(f)$.

$P_{pp}(\bar{A}t_{pp;k})(f)$ Probabilidade do atraso em cada fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$, ultrapassar valores pré-estabelecidos $\bar{A}t_{pp;k}(f)$.

$P_{pp}(f)$ Probabilidade de ocorrência duma desconexão no fluxo f , $f \in \mathcal{F}_{pp}$.

$pc(v, i, j, k)$ Proporção de padrões de chamadas k , pertencentes a $PC(i, j)$, do CPE médio e , $e \in E_{\mathcal{V}}(v)$.

$pc_E(E_c, i, j, k)$ Proporção do padrões de chamadas, k , pertencentes a $PC(i, j)$, na classe E_c .

$PC(i, j)$ Conjunto dos padrões de chamadas associados aos padrões de conexão j , $j \in XC(i)$, com $i \in S_T$.

$pp(E_c)$ Proporção da classe E_c na população E .

$pp_E(E_c, v)$ Proporção de CPEs que se encontram ligados à central v , $v \in \mathcal{V}$ que pertencem classe E_c .

$px(v, i, j)$ Proporção com que o conjunto de características de conexão, j , associado ao serviço de telecomunicações i , $i \in S_T$, é requerido pelo CPE médio e , $e \in E_{\mathcal{V}}(v)$.

$px_E(E_c, i, j)$ Proporção do conjunto de características de conexão j , $j \in XC(i)$, associado ao serviço de telecomunicações i , $i \in S_T$, requerido pela classe E_c .

\mathcal{R}_a Conjunto de regras que define totalmente o algoritmo de encaminhamento para todos os fluxos.

\mathcal{R}_{df} Conjunto de todos os nós que podem ser receptores de uma emissão de difusão.

$\mathbf{R}_{(1)}(l)$ Rendimento do feixe l , $l \in \mathcal{L}$, no estado completamente operacional.

$\Delta \mathbf{R}(l)$ A perda média de rendimento do feixe l , $l \in \mathcal{L}$, devido a avarias na rede.

$rc(v, i, j, k)$ Intensidade de padrão de chamadas k do CPE médio e , $e \in E_{\mathcal{V}}(v)$.

$rc_E(E_c, i, j, k)$ Intensidade de padrão de chamadas k , pertencente a $PC(i, j)$, por CPE médio da população E_c .

- $rt(v, i)$** Intensidade da procura de chamadas, por CPE médio e , $e \in E_{\mathcal{V}}(v)$, para um serviço de telecomunicações i , $i \in S_T$.
- $rt_E(E_c, i)$** Intensidade de procura de chamadas, de cada CPE da classe E_c , para o serviço de telecomunicações i , $i \in S_T$.
- $rx(v, i, j)$** Intensidade de procura de chamadas para o o serviço de telecomunicações $i \in S_T$, com o conjunto de características de conexão j , $j \in XC(i)$, por CPE médio e , $e \in E_{\mathcal{V}}(v)$.
- $rx_E(E_c, i, j)$** Intensidade de procura de chamadas, por CPE pertencente à classe E_c , para o serviço de telecomunicações i , $i \in S_T$, com o conjunto de características de conexão $j \in XC(i)$.
- R_{T0}** O rendimento potencial da rede, ou seja da rede sem bloqueio.
- $s(v_a, i, j, k)$** Proporção de chamadas, com padrão k , $k \in PC(i, j)$, que são originadas nó v_a .
- S_T** Conjunto de todos os serviços de telecomunicações disponíveis aos assinantes da rede.
- $T_{\mathcal{O}}$** Conjunto de todos os processos pontuais que descrevem todos os fluxos de tráfego oferecidos à rede.
- v** Nó da rede, com $v \in \mathcal{V}$.
- \mathcal{V}** Conjunto finito de elementos que se designam por nós (que representam as centrais RDIS ou as centrais digitais com acessos RDIS).
- $XC(i)$** Conjunto de todos os padrões de conexão utilizados pelo serviço de telecomunicação i , $i \in S_T$.

Bibliografia

- [1] J. A. Abraham. An improved algorithm for network reliability. *IEEE Transactions on Reliability*, pages 58–61, 1979.
- [2] K. Akimaru, H. Takahashi e T. Ikeda. Optimal design of alternative routing systems with constrained individual call losses. Em *10th International Teletraffic Congress*, artigo 4.3B.1, 1982.
- [3] H. Akimaru, H. Kuribayashi, e A. Katayama. Approximate evaluation for mixed delay and loss systems with renewal and Poisson inputs. *IEEE Transactions on Communications*, COM-36(7), 1988.
- [4] H. Akimaru e K. Kawashima. *Teletraffic, Theory and Applications*. Telecommunication Networks and Computer Systems. Springer-Verlag, 1993.
- [5] M. O. Ball. Computing network reliability. *Operations Research*, 27(4):821–838, 1979.
- [6] M. O. Ball. Complexity of network reliability computations. *Networks*, 10:153–165, 1980.
- [7] M. O. Ball e J. S. Provan. Disjoint products and efficient computation of reliability. *Operations Research*, 36(5):703–715, 1988.
- [8] M. Beaudry. Performance-reliability measures for computing systems. *IEEE Transactions on Computing*, 27(6):540–547, 1978.
- [9] F. Beichelt e L. Spross. An improved Abraham-method for generating disjoint sums. *IEEE Transactions on Reliability*, R-36(1):70–74, 1987.
- [10] D. Bienstock. *Large-Scale Network Reliability*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1985.
- [11] F. T. Boesch e R. T. Thomas. On graphs on invulnerable communication nets. *IEEE Trans. on Circuit Theory*, CT-17(2):183–192, 1970.

- [12] M. Bonatti e A. Roveri. A traffic model for design of ISDN system architecture. Em *4th ITC Seminar on ISDN Traffic Issues*, Bruxelles, 1986.
- [13] J. A. Buzacott. A recursive algorithm for finding reliability measures related to the connection of nodes in a graph. *Networks*, 10:311–327, 1980.
- [14] K. W. Cattermole e J. P. Summer. Communication networks based on the product graph. *Proc. IEE*, 124(1):38–48, 1977.
- [15] W. S. Chan. Recursive algorithms for computing end-to-end blocking in a network with arbitrary routing. *IEEE Transactions on Communications*, 28(2):153–164, 1980.
- [16] S.-N. Chiou e V. O. K. Li. Reliability analysis of a communication network with multimode components. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, SAC-4(7):1156–1161, 1986.
- [17] D. R. Cox e V. Isham. *Point Processes*. Chapman and Hall, 1980.
- [18] J. Craveirinha. *Simulation and Traffic Analysis of Product Graph Networks with Multicircuit Links*. PhD thesis, University of Essex, U. K., 1984.
- [19] J. Craveirinha e J. P. Sumner. Traffic analysis of congestion functions for smooth and peaky traffic. *IEE Proceedings*, 134(7):681–688, 1987.
- [20] J. Craveirinha e J. P. Sumner. Application of the product graph to a large multiexchange digital network. *Proc. IEE*, 136(3):189–196, 1989.
- [21] J. Craveirinha, T. Gomes, e J. S. Esteves. Cálculo das variâncias marginais em redes de teletráfego com transbordos múltiplos. Relatório de Investigação, INESC-Coimbra, 1993. (Em Português).
- [22] J. Craveirinha, T. Gomes, e J. S. Esteves. A model for reliability analysis of a large multiexchange digital network. Em *Proceedings of the ITC Regional International Teletraffic Seminar*, páginas 184–191, South Africa, 1995.
- [23] J. Craveirinha e T. Gomes. An overview of methodologies for reliability analysis of multiexchange networks. Em C. Guedes Soares, editor, *Advances in Safety and Reliability*, páginas 2223–2232. Pergamon (Elsevier Science), 1997.
- [24] M. Daneshmand. A framework for quantifying network service failures. Technical report, AT&T's Contribution T1A1.2/92-024, T1-Telecommunication Meeting, 1992.

- [25] M. Daneshmand e C. Savolaine. Measuring outages in telecommunications switched networks. *IEEE Communications Magazine*, páginas 34–38, 1993.
- [26] L. E. N. Delbrouck. A unified approximate evaluation of congestion functions for smooth. *IEEE Transactions on Communications*, COM-29(2):85–91, 1981.
- [27] L. E. N. Delbrouck. The uses of Kosten's system in the provisioning of alternate trunk groups carrying heterogeneous traffic. *IEEE Transactions on Communications*, COM-31(6):741–746, 1983.
- [28] L. E. N. Delbrouck. On the steady-state distributions in a service facility carrying mixtures of traffic with different peakedness factors and capacity requirements. *IEEE Transactions on Communications*, COM-31(11):1209–1211, 1983.
- [29] J. S. Esteves. Metodologias de análise e cálculo numérico em redes de teletráfego com transbordos múltiplos. Master's thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, 1991.
- [30] J. S. Esteves, J. Craveirinha, e D. M. Cardoso. A reduced version for computing Erlang-B function derivatives. Em V. Ramaswami e P. E. Wirth, editors, *Teletraffic Contributions for the Information Age, ITC 15*, páginas 1315–1326, 1997.
- [31] G. Fiche, D. Le Corguille, e C. Le Palud. Traffic models for an ISDN switching system. Em *Proc. Of the 12th International Teletraffic Congress*, páginas 4.1A.1.1– 4.1A.1.8, 1988.
- [32] W. Fischer e K. Meier-Hellstern. The Markov-modulated Poisson process (mmpp) cookbook. *Performance Evaluation*, páginas 149–171, 1992.
- [33] L. Fratta e U. G. Montanari. A boolean algebra method for computing the terminal reliability in a communication network. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, CT-20(3):203–211, 1973.
- [34] A. A. Fredericks. Congestion in blocking systems – a simple approximation technique. *The Bell System Technical Journal*, 59(5):805–827, 1980.
- [35] A. A. Fredericks. Approximating parcel blocking via state dependent birth rates. Em *Proceedings of the 10th International Teletraffic Congress*, 1982. artigo 5.3.2.
- [36] J. H. Gallier. *Logic for Computer Science*. Foundations of Automatic Theorem Proving. John Wiley & Sons, 1987.

- [37] B. Gavish e I. Neuman. Routing in a network with unreliable components. *IEEE Transactions on Communications*, 40(7):1248–1258, 1992.
- [38] A. Girard. *Routing and Dimensioning in Circuit-Switched Networks*. Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
- [39] K. C. Glossbrenner. Availability and reliability of switched services. *IEEE Communications Magazine*, páginas 28–32, 1993.
- [40] T. Gomes e J. Craveirinha. Algoritmo de geração sequencial de estados numa rede sujeita a avarias. Relatório de Investigação, INESC-Coimbra, 1993.
- [41] T. Gomes e J. Craveirinha. Redução funcional do espaço de estados numa rede sujeita a avarias. Relatório de Investigação, INESC-Coimbra, 1993.
- [42] T. Gomes, J. Craveirinha, I. Baeta, R. Santos, e J. Pereira. A case study on reliability analysis of a multiexchange telecommunication network. Em C. Guedes Soares, editor, *Advances in Safety and Reliability*, páginas 2377–2384. Elsevier Science, 1997.
- [43] T. Gomes e J. Craveirinha. An algorithm for the sequential generation of states in a failure prone communication network. *IEE Proceedings - Communications*, 145(2):73–79, 1998.
- [44] G. Gosztony. Service quality standartization – to what extent ? Em *Teletraffic Science*, páginas 728–746. North-Holland, Amsterdam, 1989.
- [45] G. Gosztony. CCITT work in teletraffic engineering. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 9(2):131–134, 1991.
- [46] D. Grillo, A. Lewis, R. Pandya, e M. Villén-Altamirano. CCITT E.700 recommendations series – a framework for traffic engineering of ISDN. *IEE Journal on Selected Areas in Communications*, 9(2):135–141, 1991.
- [47] O. Hashida, S. Nakajima, K. Okada, e M. Shinohara. Congestion mechanisms and overload control in telephone networks. Em *9th International Teletraffic Congress*, 1979.
- [48] B. R. Haverkort e I. G. Niemegeers. Performability modelling tools and techniques. *Performance Evaluation*, 25(1):17–40, 1996.
- [49] K. D. Heidtmann. Smaller sums of disjoint products by subproduct inversion. *IEEE Transactions on Reliability*, 38(3):305–311, 1989.

- [50] E. Horowitz e S. Sahni. *Fundamentals of Data Structures*. Pitman, 1976.
- [51] ITU-T. Recommendation E.600: Terms and definitions of traffic engineering, 1988.
- [52] ITU-T. Recommendation I.324: ISDN network architecture, 1991.
- [53] ITU-T. Recommendation E.711: User demand, 1992.
- [54] ITU-T. Recommendation E.712: User plane traffic modelling, 1992.
- [55] ITU-T. Recommendation E.731: Methods for dimensioning resources operating in circuit switched mode, 1992.
- [56] ITU-T. Recommendation E.526: Dimensioning a circuit group with multi-slot bearer services and no overflow inputs, 1993.
- [57] ITU-T. Recommendation I.210: Principles of telecommunications services supported by an ISDN and the means to describe them, 1993.
- [58] ITU-T. Recommendation I.350: General aspects of quality of service and network performance in digital networks, including ISDNs, 1993.
- [59] ITU-T. Recommendation E.800: Quality of service and dependability vocabulary, 1994.
- [60] ITU-T. Recommendation E.527: Dimensioning a circuit group with multi-slot bearer services and overflow traffic, 1995.
- [61] ITU-T. Recommendation I.355: ISBN 64 kbit/s connection type availability performance, 1995.
- [62] V. B. Iversen. Multi-dimensional service systems for the evaluation of future digital communication systems. Em *6th Australian Teletraffic Research Seminar*, 1991.
- [63] D. L. Jagerman. Methods in traffic calculations. *The Bell Systems Technical Journal*, 63(7):1283–1310, 1984.
- [64] A. A. Jagers e E. A. Dorn. On the continued Erlang loss function. *Operations Research Letters*, 5(1):43–46, 1986.

- [65] J.-I. Jung. Quality of service in telecommunications part I: Proposition of a QoS framework and its application to B-ISDN. *IEEE Communications Magazine*, 34(8):108–111, 1996.
- [66] S. Katz. Statistical performance analysis of a switched communications network. Em *Proc. 5th International Teletraffic Congress*, New York, 1967.
- [67] J. S. Kaufman. Blocking in a shared resource environment. *IEEE Transactions on Communications*, COM-29(10):1471–1481, 1981.
- [68] K. R. Krishnan, R. D. Doverspike, e C. D. Pack. Improved survivability with multi-layer dynamic routing. *IEEE Communications Magazine*, 33(33):62–68, 1995.
- [69] P. Kubat. Reliability analysis for integrated networks with application to burst switching. *IEEE Transactions on Communications*, COM-34(6):564–568, 1986.
- [70] P. Kubat. Assessing throughput and reliability in communication and computers networks. *IEEE Transactions on Reliability*, 37(3):308–311, 1988.
- [71] P. Kubat. Estimation of reliability for communication/computer networks – simulation/analytic approach. *IEEE Transactions on Communications*, 37(9):927–933, 1989.
- [72] A. Kuczura. The interrupted Poisson process as an overflow process. *The Bell Systems Technical Journal*, 53:437–449, 1973.
- [73] Y. F. Lam e V. O. K. Li. An improved algorithm for performance analysis of networks with unreliable components. *IEEE Transactions On Communications*, Com-34(5):496–497, 1986.
- [74] Y. Levy e P. E. Wirth. A unifying approach to performance and reliability objectives. Em *Proc. 12th International Teletraffic Congress*, páginas 1173–1179, Torino, 1989. North Holland.
- [75] V. O. K. Li e J. A. Silvester. Performance analysis of networks with unreliable components. *IEEE Transactions On Communications*, Com-32(10):1105–1110, 1984.
- [76] K. Lindberger. Simple approximations of overflow systems quantities for additional demands in the optimization. Em *Proceedings of the 10th International Teletraffic Congress*, Montreal, 1982.

- [77] M. O. Locks. A minimizing algorithm for sum of disjoint products. *IEEE Transactions on Reliability*, R-36(4):445–453, 1987.
- [78] M. MacGregor, W. D. Grover, e U. M. Maydell. Connectability: A performance metric for reconfigurable transport networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 11(9):1461–1469, 1993.
- [79] G. Mason, K. Q. Liao, L. Fortier, e Y. De Serres. Performance models for a multi-slot system. Em *Teletraffic Science for New Cost-Effective Systems, Networks and Services, ITC-12*, páginas 865–872, 1989.
- [80] D. Medhi. A unified approach to network survivability for teletraffic networks: Models, algorithms and analysis. *IEEE Transactions on Communications*, 42(2/3/4):534–548, 1994.
- [81] M. L. Metha e E. A. Van Doorn. Inequalities for Charlier polynomials with application to teletraffic theory. *J. Math. Anal.*, :449–460, 1988.
- [82] J. F. Meyer. On evaluating the performability of degradable computing systems. Em *Proc. 8th Int. Symposium on Fault-Tolerant Computing*, páginas 44–49, Toulouse, 1978. IEEE Computer Soc. Press. Silver Spring.
- [83] J. F. Meyer. On evaluating the performability of degradable computing systems. *IEEE Transactions on Computers*, C-29(8):720–731, 1980.
- [84] J. F. Meyer. Performance evaluation techniques and tools. Em *Proceedings of the 5th ITC Seminar on ISDN Traffic Issues*, Lake Como, Italy, 1987.
- [85] J. F. Meyer. Performability evaluation of telecommunication networks. Em M. Bonatti, editor, *Teletraffic Science for New Cost-Effective Systems, Networks and Services, ITC-12*, páginas 1163–1172. IAC, Elsevier Science Publishers B. V. (North Holland), 1989.
- [86] J. F. Meyer. Performability: a retrospective and some pointers to the future. *Performance Evaluation*, 14(3,4):139–156, 1992.
- [87] M. F. Neuts. *Structured Stochastic Matrices of the M/G/1 Type and their Applications*. Marcel Dekker, 1989.
- [88] S. Nojo e H. Watanabe. Incorporating reliability specifications in the design of telecommunication networks. *IEEE Communication Magazine*, páginas 40–43, 1993.

- [89] M. S. Nunes e A. J. Casaca. *Redes Digitais com Integração de Serviços*. Informática e Computadores. Editorial Presença, 1992.
- [90] L. B. Page e J. E. Perry. Reliability polynomials and link importance in networks. *IEEE Transactions on Reliability*, 43(1):51–58, 1994.
- [91] V. Paxson e S. Floyd. Wide area traffic: The failure of Poisson modeling. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 3(3):226–244, 1995.
- [92] Y. Rapp. Planning a junction network in a multi-exchange area. *Erickson Technics*, páginas 80–240, 1964.
- [93] J. S. Richters e C. A. Dvorak. A framework for defining the quality of communications services. *IEEE Communications Magazine*, páginas 17–23, 1988.
- [94] B. Sanders, W. H. Haemers, e R. Wilcke. Simple approximation techniques for congestion functions for smooth and peaked traffic. Em *Proceedings of the 10th International Teletraffic Congress*, Montreal, 1982.
- [95] B. Sanders e E. A. Van Doorn. Estimating the time congestion from traffic parameters. *IEEE Transactions on Communications*, COM-35(8):856–862, 1987.
- [96] B. Sansò, F. Soumis, e M. Gendreau. On the evaluation of telecommunications network reliability using routing models. *IEEE Transactions on Communications*, 39(10):1494–1501, 1991.
- [97] M. Shafi e P. Smith. The impact of G.826. *IEEE Communications Magazine*, 31(9):56–62, 1993.
- [98] Y.-L. Shen e C.-X. Tao. An improved method for network reliability analysis. Em C. Guedes Soares, editor, *Advances in Safety and Reliability*, páginas 2239–2246. Elsevier Science, 1997.
- [99] D. R. Shier. A new algorithm for performance analysis of communications systems. *IEEE Transactions on Communications*, 36(4):516–519, 1988.
- [100] E. S. Silva e H. R. Gail. Performability analysis of computer systems: from model specification to solution. *Performance Evaluation*, 14(2):157–196, 1992.
- [101] K. Takagi e Y. Sakita. Analysis of loss probability equalized by trunk reservation for mixtures of several band width traffic. Em M. Bonatti, editor, *Teletraffic Science For New Cost-Effective Systems, Networks and Services, ITC-12*, volume 2, páginas 843–849. Elsevier Science Publishers, 1989.

- [102] B. Walström. Congestion studies in telephone systems with overflow facilities. *Ericksson Technics*, 22(3), 1966.
- [103] R. I. Wilkinson. Theories for toll traffic engineering in the u.s.a. *The Bell System Technical Journal*, 35:421–514, 1956.
- [104] J. M. Wilson. An improved minimizing algorithm for sum of disjoint products. *IEEE Transactions on Reliability*, 39(42-45):1, 1990.
- [105] C.-L. Yang e P. Kubat. Efficient computation of most probable states for communication networks with unreliable components. *IEEE Transactions on Communications*, 37(5):535–538, 1989.
- [106] C.-L. Yang e P. Kubat. An algorithm for network reliability bounds. *ORSA Journal on Computing*, 2(2):336–345, 1990.
- [107] T.-K. G. Yum e M. Schwartz. Comparison of routing procedures for circuit-switched traffic in nonhierarchical networks. *IEEE Transactions on Communications*, 35:535–544, 1987.
- [108] A. Zolfaghari e F. J. Kaudel. Framework for network survivability performance. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 12(1):46–51, 1994.