

• U



C •

FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS
E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA

Aplicação de Superfícies Paramétricas de Grau Dois na Simulação de Processos de Estampagem: Análise de Erro e Performance

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Mecânica na Especialidade de Sistemas de Produção

Autor

Álvaro Miguel Fonseca Mendes

Orientadores

Marta Cristina Cardoso de Oliveira

Luís Filipe Martins Menezes

Júri

Presidente	Professora Doutora Maria Augusta Neto Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra
Vogais	Professor Doutor Luís Filipe Martins Menezes Professor Associado da Universidade de Coimbra Professor Doutor José Luís de Carvalho Martins Alves Professor Auxiliar da Universidade do Minho Mestre Diogo Mariano Simões Neto Aluno de Doutoramento da Universidade de Coimbra

Coimbra, Julho, 2011

*“Seja regular e ordenado na sua vida, para que possa ser violento e original
no seu trabalho.”*

Gustave Flaubert

Aos meus pais.

Agradecimentos

O trabalho que aqui se apresenta só foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento.

À Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira, *pelas elevadas competências científicas que possui, e que procurou transmitir-me ao longo de toda a sua rigorosa orientação, pelo encorajamento e em particular pela disponibilidade constante.*

Ao Professor Doutor Luís Filipe Martins Menezes, *pelo seu precioso auxílio, e pronta disponibilidade para as minhas solicitações no decorrer deste trabalho.*

Ao meu colega e amigo, Diogo Mariano Simões Neto, *um agradecimento muito especial pelas inúmeras discussões científicas e pelos ensinamentos preciosos e em particular pelo brio e rigor que impõe no seu trabalho e que procurou transmitir-me ao longo deste trabalho.*

À minha família, *a minha imensa gratidão por todo o apoio incondicional, amizade, por resistirem estoicamente aos meus momentos de má disposição, pela paciência e sobretudo por aquilo que me proporcionaram.*

À Joana Rita Palrinhas Francisco, *o meu muito obrigado pelo seu precioso encorajamento e optimismo em particular pela sua graciosa amizade.*

A todos os meus amigos, *pelo apoio e encorajamento e sobretudo por todos os momentos de alegre convívio.*

Aos colegas do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra, *pelo apoio, colaboração e amizade, em particular, aqueles que comigo partilharam bons momentos de descontração e companheirismo. Boa sorte para vós.*

Aos restantes membros do Grupo de Tecnologia, *o meu agradecimento pelo excelente ambiente de trabalho e companheirismo que me proporcionaram.*

Finalmente, a todos e a cada um,
*que directa ou indirectamente contribuíram
com o seu esforço e apoio para a concretização deste trabalho.*

A todos um enorme,

Bem-haja

Resumo

A correcta descrição das superfícies de contacto é um factor fundamental para garantir a precisão da solução obtida na aplicação do método dos elementos finitos (MEF), à resolução de problemas que envolvem contacto com atrito. Este tipo de problemas é comum a muitas áreas da mecânica, incluindo a simulação de processos de conformação plástica de materiais. A estratégia mais utilizada para descrever as superfícies é a sua discretização com elementos finitos bidimensionais, devido à sua flexibilidade e simplicidade. No entanto, esta estratégia pode conduzir a problemas de convergência e introduz incorrecções na solução numérica, devido à rugosidade artificial resultante da discretização poliédrica. A recuperação da curvatura das interpolações poliédricas pode ser realizada adoptando superfícies Nagata para a descrição das superfícies de contacto, com a vantagem de estas utilizarem o grau mínimo necessário. Tal garante a simplicidade dos algoritmos de gestão de contacto com atrito.

Este trabalho foca-se na avaliação do erro cometido pela interpolação com superfícies Nagata, na descrição de geometrias elementares (cilindro, cone, esfera e toróide), em função da tipologia da discretização poliédrica e da dimensão média dos elementos finitos. Para cada geometria é avaliado o erro geométrico e o erro do vector normal, de modo a otimizar a discretização a adoptar, em função do erro admissível.

A influência da descrição adoptada para as superfícies de contacto nos resultados de simulação numérica de processos de conformação é avaliada recorrendo à equivalência entre as superfícies Nagata quadrangulares e de Bézier de grau dois. Todas as simulações numéricas são realizadas com o programa DD3IMP que, actualmente, adopta superfícies Bézier na descrição das ferramentas. São estudados 3 exemplos de complexidade crescente: indentação esférica, flexão cilíndrica livre e a estampagem de uma taça em cruz. Para cada exemplo é construído um modelo de ferramenta com superfícies Bézier de grau variável, o qual apresenta um reduzido erro geométrico. Este é utilizado como referência na comparação dos modelos que utilizam apenas superfícies de grau 2. Verifica-se que uma escolha correcta da discretização, apoiada na estratégia

apresentada neste trabalho para superfícies simples, conduz a resultados numéricos de igual precisão, qualquer que seja o grau adoptado para as superfícies Bézier.

Palavras-chave: Superfícies Nagata, Discretizações poliédricas, Erro geométrico, Superfícies de contacto, DD3IMP.

Abstract

The correct description of the contact surfaces is a key factor to ensure the accuracy of the solution obtained in the application of the finite element method (FEM) to solve problems involving contact with friction. This type of problems is common to many areas of mechanics, including the simulation of sheet metal forming processes. The strategy commonly adopted to describe the surfaces is its two-dimensional discretization with finite elements, due to its flexibility and simplicity. However, this strategy can lead to convergence problems and introduces inaccuracies in the numerical solution, due to the artificial roughness associated to polyhedral discretization. The surface curvature can be recovered using Nagata patches to describe the contact surfaces, with the advantage of using the minimum degree necessary. This ensures the simplicity of the contact with friction algorithms.

This work focuses on evaluating the error to the Nagata patch description of elementary geometries (cylinder, cone, sphere and torus), according to the topology of the polyhedral discretization and the average size of finite elements. The geometrical and normal vector error are evaluated for each geometry, in order to optimize the discretization to be adopted, based on the admissible error.

The influence of the contact surface description adopted on the numerical simulation results of forming processes is evaluated based on the correspondence between quadrilateral Nagata patches and Bézier surfaces of degree two. All numerical simulations are performed with DD3IMP in-house code, which adopts Bézier surfaces to model the tools. Three examples of increasing complexity are studied: spherical indentation, unconstrained cylindrical bending and deep drawing of a cross cup. For each example, the tools are modeled with Bézier surfaces of different degree, which presents a negligible geometrical error. This is used as reference in the comparison with the models with fixed degree of two. The results show that it is possible to attain the same precision on the numerical results whatever the degree of the Bézier surfaces adopted, as long as the

selection of the polyhedral description follows the strategy suggested on this work for the elementary geometries.

Keywords: Nagata patch Polyhedral descriptions, Geometrical error, Contact surfaces, DD3IMP.

Índice

Índice de Figuras	viii
Índice de Tabelas	xi
Simbologia e Siglas	xii
Simbologia.....	xii
Siglas	xiv
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Enquadramento	1
1.2. Objectivos	3
1.3. Guia de leitura.....	3
2. SUAVIZAÇÃO DE DISCRETIZAÇÕES POLIÉDRICAS COM SUPERFÍCIES NAGATA	5
2.1. Formulação matemática das Superfícies Nagata	5
2.1.1. Superfícies triangulares	6
2.1.2. Superfícies quadrangulares.....	7
2.2. Estudo do erro aplicado a geometrias simples.....	8
2.2.1. Cilindro.....	11
2.2.2. Tronco de cone	15
2.2.3. Esfera	18
2.2.4. Toróide	20
3. INFLUÊNCIA DA DESCRIÇÃO DAS FERRAMENTAS NOS RESULTADOS NUMÉRICOS.....	25
3.1. Descrição de ferramentas por superfícies Bézier.....	25
3.1.1. Bézier de grau 2	27
3.2. Validação, análise de erro e performance	29
3.2.1. Indentação esférica	30
3.2.2. Flexão cilíndrica livre.....	37
3.2.3. Taça em cruz.....	45
4. CONCLUSÕES.....	55
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Identificação dos tipos de superfície simples que constituem as ferramentas de estampagem (apenas se apresenta um quarto das ferramentas devido à simetria): (a) geometria para a estampagem de uma taça cilíndrica [Yoon e Dick, 2011]; (b) geometria para a estampagem de uma taça em cruz [Alves <i>et al.</i> , 2006].	2
Figura 2. Interpolação Nagata de uma aresta.	5
Figura 3. Interpolação Nagata de uma superfície triangular.	7
Figura 4. Interpolação Nagata de uma superfície quadrangular.	7
Figura 5. Geometrias utilizadas para avaliação do erro na interpolação Nagata: (a) cilindro; (b) tronco de cone; (c) esfera; (d) toróide.	8
Figura 6. Representação de uma secção transversal do tronco de cone para definição das variáveis utilizadas no cálculo do erro.	10
Figura 7. Discretização poliédrica do cilindro para $Ra = 2$ com: (a) elementos finitos triangulares; (b) elementos finitos quadrangulares.	11
Figura 8. Distribuição do erro radial máximo e do erro máximo do vector normal para a discretização poliédrica do cilindro para $Ra = 2$.	12
Figura 9. Evolução do erro máximo da interpolação Nagata, em função do comprimento adimensional do elemento na direcção circunferencial: (a) erro radial; (b) erro do vector normal.	13
Figura 10. Variação do erro máximo do vector normal obtida como a diferença entre o erro da interpolação Nagata do cilindro e do círculo. Resultados obtidos com discretizações do cilindro com elementos finitos triangulares.	14
Figura 11. Comparação do erro radial máximo em função do número de elementos finitos utilizados nas discretizações com elementos quadrangulares e triangulares, para $Ra = 1 \dots 14$	14
Figura 12. Distribuição do erro radial máximo e do erro máximo do vector normal para a discretização poliédrica do tronco de cone para $Ra = 1$.	16
Figura 13. Evolução do erro radial máximo em função do ângulo de abertura do cone, para uma discretização com três elementos finitos quadrangulares na direcção circunferencial.	17
Figura 14. Evolução do erro máximo em função do comprimento adimensional do elemento na direcção circunferencial para discretizações com elementos finitos quadrangulares: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal.	17
Figura 15. Modelos e respectivas discretizações poliédricas: (a) modelo para geração de discretizações com elementos triangulares; (b) discretização com elementos triangulares; (c) modelo para geração de discretizações com elementos quadrangulares; (d) discretização com elementos quadrangulares.	18
Figura 16. Distribuição do erro radial máximo e do erro máximo do vector normal para a discretização poliédrica da esfera.	19
Figura 17. Evolução do erro máximo da interpolação Nagata da esfera em função do comprimento adimensional do elemento: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal.	19
Figura 18. Comparação do erro da interpolação Nagata da esfera em função do número de elementos finitos triangulares e quadrangulares: (a) módulo do erro radial máximo; (b) erro máximo do vector normal.	20

Figura 19. Distribuição do erro radial máximo e do erro máximo do vector normal para a discretização poliédrica do toróide com $r=1$ e $R=2$	21
Figura 20. Evolução do erro máximo em função de uma medida característica da discretização poliédrica para elementos quadrangulares: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal	22
Figura 21. Evolução do erro máximo em função do número de elementos finitos quadrangulares na discretização poliédrica da superfície hiperbólica do toróide: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal	22
Figura 22. Comparação entre o número de elementos finitos quadrangulares e triangulares na discretização poliédrica da superfície hiperbólica do toróide: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal	23
Figura 23. Evolução do erro máximo em função da medida característica da discretização poliédrica com elementos finitos quadrangulares da superfície elíptica do toróide: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal	24
Figura 24. Evolução do erro máximo em função do número de elementos quadrangulares na discretização poliédrica da superfície elíptica do toróide: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal	24
Figura 25. Descrição de uma geometria com o auxílio: (a) de uma curva Bézier; (b) de uma superfície Bézier	26
Figura 26. Estudo das superfícies Bézier de grau 2. (a) Superfície Nagata; (b) Superfície Bézier de grau 2	27
Figura 27. Esquema de uma indentação esférica	31
Figura 28. Malha de elementos finitos utilizada no bloco: (a) vista global; (b) detalhe da zona de indentação	31
Figura 29. Malhas poliédricas de elementos finitos usadas na descrição do indentador esférico: (a) malha 1; (b) malha 2; (c) malha 3; (d) malha 4; (e) malha 5;	32
Figura 30. Comparação entre o erro máximo estimado e o erro máximo calculado para a interpolação com superfícies Nagata: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal	32
Figura 31. Indentação esférica: comparação da evolução da força do indentador com o deslocamento para as duas versões do DD3IMP	33
Figura 32. Distribuição da deformação plástica equivalente no bloco para as duas versões do DD3IMP	34
Figura 33. Comparação do perfil de indentação entre a versão V45 e O10: (a) secção xOz; (b) secção yOz	34
Figura 34. Indentação esférica: comparação da evolução da força do indentador para os vários modelos de indentador	35
Figura 35. Comparação da distribuição da deformação plástica equivalente no bloco, para os vários modelos de indentador	36
Figura 36. Comparação do perfil de indentação entre os vários modelos do indentador: (a) secção xOz; (b) Secção yOz	36
Figura 37. Indentação esférica: tempos totais de simulação para os vários modelos de indentador com a versão O10	37
Figura 38. Avaliação do retorno elástico: (a) chapa metálica antes do retorno elástico; (b) chapa metálica depois do retorno elástico	38
Figura 39. Esquema do ensaio de flexão cilíndrica livre	38
Figura 40. Malha de elementos finitos da chapa metálica: (a) plano xOy; (b) plano xOz ..	39
Figura 41. Malhas poliédricas de elementos finitos utilizadas na discretização da matriz e punção : (a) malha 1; (b) malha 2; (c) malha 3	39

Figura 42. Flexão cilíndrica livre: comparação da evolução da força do punção com o deslocamento para as duas versões do DD3IMP.	40
Figura 43. Distribuição da deformação plástica equivalente da chapa metálica para as duas versões do DD3IMP.	41
Figura 44. Comparação do perfil da chapa metálica obtido com a versão V45 e O10: (a) antes do retorno elástico; (b) depois do retorno elástico.	41
Figura 45. Flexão cilíndrica livre: (a) comparação da evolução da força do punção com o deslocamento entre os vários modelos das ferramentas; (b) pormenor da variação no final do processo.	43
Figura 46. Comparação da distribuição de deformação plástica equivalente na chapa metálica entre os vários modelos das ferramentas.	44
Figura 47. Comparação do perfil da chapa metálica para os vários modelos das ferramentas: (a) antes do retorno elástico; (b) depois do retorno elástico.	44
Figura 48. Comparação do ângulo de abertura da chapa metálica, antes e depois do retorno elástico, entre os vários modelos das ferramentas.	45
Figura 49. Flexão cilíndrica livre: tempos totais de simulação para os vários modelos das ferramentas.	45
Figura 50. Representação de $\frac{1}{4}$ das ferramentas necessárias para obter uma taça em cruz.	46
Figura 51. Taça em cruz depois do processo de estampagem e direcções de medição da espessura da chapa.	47
Figura 52. Malhas poliédricas das ferramentas usadas na simulação da taça em cruz: (a) malha 1; (b) malha 2.	47
Figura 53. Taça em cruz: comparação da evolução da força do punção com o deslocamento para as duas versões do programa DD3IMP.	48
Figura 54. Distribuição de deformação plástica equivalente da taça em cruz para as duas versões do programa DD3IMP.	49
Figura 55. Comparação da espessura da chapa para as duas versões do DD3IMP: (a) direcção OX; (b) direcção OY; (c) direcção XY.	49
Figura 56. Taça em cruz: (a) comparação da evolução da força do punção com o deslocamento entre os vários modelos das ferramentas; (b) pormenor da variação final no final do processo.	51
Figura 57. Comparação da distribuição de deformação plástica equivalente da taça em cruz entre os vários modelos das ferramentas.	52
Figura 58. Comparação da espessura da chapa para os vários modelos das ferramentas: (a) direcção OX; (b) direcção OY; (c) direcção XY.	52
Figura 59. Taça em cruz: tempos totais de simulação para os vários modelos das ferramentas.	53

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1. Parâmetros do material do bloco em alumínio usado na simulação da indentação esférica.....	31
Tabela 2. Indentação esférica: tempos totais de simulação para as duas versões do DD3IMP	34
Tabela 3. Parâmetros do material da chapa metálica usada na flexão cilíndrica livre.	38
Tabela 4. Erro radial máximo e erro máximo do vector normal para as diferentes zonas cilíndricas das ferramentas (ver Figura 39).	40
Tabela 5. Comparação do ângulo de abertura da chapa metálica para as duas versões do DD3IMP	41
Tabela 6. Flexão cilíndrica livre: tempos totais de simulação para as duas versões do DD3IMP	42
Tabela 7. Parâmetros do material da chapa metálica usada para obter uma taça em cruz. .	46
Tabela 8. Erro radial máximo e erro máximo do vector normal para as ferramentas (ver Figura 52).	47
Tabela 9. Taça em cruz – tempos totais de simulação para as diferentes versões do DD3IMP	50

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia

\otimes – Produto vectorial de dois vectores

α – Ângulo de abertura antes do retorno elástico

α' – Ângulo de abertura depois do retorno elástico

$\bar{\varepsilon}_p$ – Deformação plástica equivalente

δ_r – Erro radial

δ_n – Erro do vector normal

$\Delta\delta_n$ – Variação do erro máximo do vector normal

η e ζ – Coordenadas paramétricas da superfície Nagata

ν – Coeficiente de Poisson

σ – Tensão de escoamento

σ_0 – Tensão limite de elasticidade

σ_{sat} e C_y – Parâmetros da Lei de Voce

θ – Ângulo de abertura do cone

ξ – Coordenada paramétrica da curva Nagata

a – Produto escalar entre dois vectores normais

$\mathbf{B}_{i,m}(u)$ – Função de Bernstein

E – Módulo de Young

\mathbf{c} – Vector que adiciona curvatura à curva Nagata

$\mathbf{C}(u)$ – Curva Bézier

$\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_8$ – Vectores coeficientes utilizados na determinação da superfície
Nagata

F, G, H, L, M, N – Parâmetros do critério de Hill'48

h – Altura do cilindro e do cone

H – Medida característica da matriz utilizada na flexão cilíndrica livre

K , ε_0 e n – Parâmetros da Lei de Swift

l – Comprimento do elemento considerado na discretização poliédrica da esfera

l_a – Comprimento do elemento na direcção axial

l_c – Comprimento do elemento na direcção circunferencial

\mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 , \mathbf{n}_3 e \mathbf{n}_4 – Vectores normais unitários

$\mathbf{n}_{\text{analítico}}$ – Vector normal unitário, calculado usando a função analítica da geometria

$\mathbf{n}_{\text{Nagata}}$ – Vector normal unitário da superfície Nagata

\mathbf{o} – Vector correspondente ao centro ou ao eixo de revolução

P_1 e P_2 – Pontos finais do elemento finito

P_i – Pontos de controlo da curva Bézier

P_{ij} – Pontos de controlo da superfície Bézier

r e R – Raios característicos das diferentes geometrias

r' – Distância entre o eixo de simetria do troco de cone e a sua superfície

R_1, R_2 e R_3 – Raios de curvatura das ferramentas utilizadas na flexão cilíndrica livre

Ra – Razão do elemento finito

R_h – Razão em altura utilizada no cone

$S(u, v)$ – Superfície Bézier

u e v – Coordenadas paramétricas da curva ou da superfície Bézier

x, y, z – Coordenadas cartesianas

$\mathbf{x}(\xi)$ – Vector posição da curva Nagata

$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ e \mathbf{x}_4 – Vectores de posição

$\mathbf{x}_{\text{Nagata}}$ – Vector posição da superfície Nagata

Siglas

CAD – Computer Aided Design

CAE – Computer Aided Engineering

CAM – Computer Aided Manufacturing

DD3IMP – Deep Drawing 3D IMPLICIT code

HPC – High Performing Computing

MEF – Método dos Elementos Finitos

1. INTRODUÇÃO

1.1. Enquadramento

Actualmente, a simulação numérica com recurso ao MEF é amplamente utilizada na resolução de problemas que envolvem contacto com atrito, como é exemplo o processo de estampagem de chapas metálicas. Este tipo de problemas é caracterizado por ser fortemente não-linear, devido à condição de impenetrabilidade e ao carácter não conservativo dos modelos de atrito [Pietrzak e Curnier, 1999]. Neste contexto, a correcta descrição das superfícies de contacto contribui para melhorar a eficiência computacional e minimizar as instabilidades numéricas dos algoritmos de contacto com atrito.

Os programas de simulação numérica do processo de estampagem, actualmente disponíveis para utilização comercial ou académica, utilizam diferentes algoritmos de contacto neste tipo de processos tecnológicos. O comportamento mecânico das ferramentas pode ser considerado como rígido, quando comparado com o corpo deformável, pelo que é possível também recorrer a diferentes estratégias para a definição das ferramentas. Uma das estratégias mais utilizadas é o recurso à discretização da superfície de contacto com o auxílio de elementos finitos rígidos (ex. PAM STAMP), mas existem outras, como a utilização de superfícies triangulares Bézier (ex. ABAQUS). Ambas exigem a definição do número mínimo de elementos ou de superfícies necessárias para garantir a correcta modelação das ferramentas.

Em geral, os programas de análise pelo MEF recorrem a discretizações poliédricas para descrever as ferramentas, devido à sua flexibilidade e simplicidade. No entanto, esta estratégia pode conduzir a problemas de convergência do algoritmo de gestão de contacto, devido à rugosidade artificial introduzida pela discretização poliédrica [Menezes e Teodosiu, 2000]. Recentemente, foram propostas as superfícies Nagata para ultrapassar essa desvantagem [Nagata, 2005]. Estas superfícies são especialmente apelativas para uso na simulação numérica de problemas de contacto, devido à sua simplicidade e reduzido grau de interpolação (grau 2). As suas características únicas garantiram o sucesso da sua aplicação a problemas de engenharia, tais como: fabrico assistido por computador, mais precisamente CAM [Sekine e Obikawa, 2010] e simulação

numérica de processos de conformação plástica [Hama *et al.*, 2008; Hachani e Fourment, 2010].

No caso específico do programa académico DD3IMP, a descrição das ferramentas é realizada recorrendo a superfícies de Bézier, triangulares ou quadrangulares. De modo a aumentar a robustez da formulação adoptada, o grau máximo considerado é seis. Tal contribui para aumentar o número de superfícies a utilizar, que depende também da complexidade geométrica das ferramentas. Apesar de ser uma estratégia eficiente, a dificuldade associada à geração automática das superfícies de Bézier, contribui para reduzir a sua aplicabilidade.

Uma estratégia alternativa consiste na definição da geometria das ferramentas de estampagem com discretizações poliédricas e subsequente aplicação da interpolação Nagata a cada poliedro, de modo a recuperar a curvatura da superfície. A utilização de um número reduzido de superfícies Nagata pode resultar em imprecisões na geometria final prevista para a peça estampada. Por outro lado, um número elevado de superfícies pode resultar em tempos de computação elevados e instabilidades numéricas [Lin *et al.*, 2001; Oliveira *et al.*, 2008]. Nestas circunstâncias, é importante definir regras para determinar o número mínimo de elementos finitos (igual ao número de superfícies) necessários para garantir a precisão da representação das ferramentas.

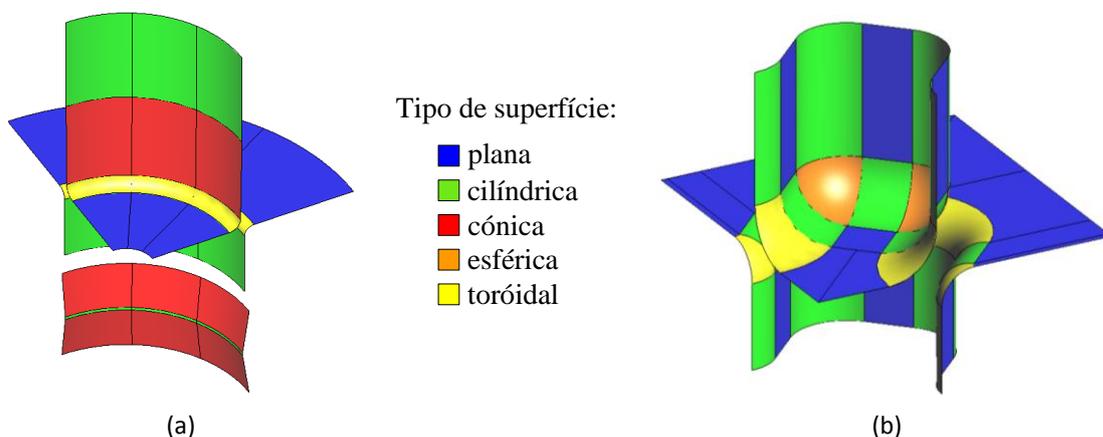


Figura 1. Identificação dos tipos de superfície simples que constituem as ferramentas de estampagem (apenas se apresenta um quarto das ferramentas devido à simetria): (a) geometria para a estampagem de uma taça cilíndrica [Yoon e Dick, 2011]; (b) geometria para a estampagem de uma taça em cruz [Alves *et al.*, 2006].

Apesar da maioria das ferramentas de estampagem, apresentar uma geometria complexa, esta pode ser decomposta em geometrias simples, tais como: planos, cilindros, cones, esferas e toróides. Na Figura 1 apresentam-se duas ferramentas típicas de estampagem, evidenciando a identificação dos tipos de superfície simples que as

constituem. Neste contexto, é fundamental estudar a interpolação Nagata aplicada a geometrias simples, em particular avaliar a influência da discretização poliédrica na precisão com que descrevem este tipo de superfícies.

1.2. Objectivos

Um dos objectivos desta dissertação é a avaliação do erro cometido na aplicação de superfícies Nagata na descrição geométrica das ferramentas de estampagem. Este erro é influenciado por dois factores:

- Tipo de elementos finitos
- Tamanho médio dos elementos finitos

Apresentam-se resultados obtidos para várias discretizações, incluindo elementos finitos triangulares e quadrangulares, de modo a avaliar o comportamento da interpolação em função da discretização poliédrica seleccionada. A precisão da interpolação Nagata é quantificada utilizando dois tipos de erro: o erro geométrico e erro do vector normal.

O outro objectivo é a avaliação da influência da utilização de superfícies Nagata na descrição geométrica das ferramentas nos resultados de simulação de processos de conformação plástica, bem como no tempo computacional.

1.3. Guia de leitura

Para facilitar a leitura desta dissertação, esta secção apresenta a estrutura do texto, bem como um breve resumo dos temas abordados em cada capítulo.

Capítulo 1 – Discute o estado actual da simulação numérica do processo de estampagem de chapas metálicas, dando ênfase às estratégias utilizadas na descrição geométrica das ferramentas, uma vez que estas podem contribuir para imprecisões na geometria final prevista para a peça estampada, tempos de computação elevados e instabilidades numéricas. Neste capítulo também se realçam os diferentes tipos de superfícies simples presentes na geometria das ferramentas de estampagem.

Capítulo 2 – Descreve a formulação matemática das superfícies Nagata, para o caso de superfícies triangulares e quadrangulares. Discute a avaliação da precisão da interpolação com recurso a superfícies Nagata, aplicada às quatro geometrias simples em estudo

(cilindro, tronco de cone, esfera e toróide), que permitem definir a maioria das geometrias utilizadas nas ferramentas de estampagem. A precisão da interpolação com recurso a superfícies Nagata é analisada recorrendo a dois tipos de erro: erro radial e erro do vector normal.

Capítulo 3 – Estuda-se a influência da descrição das ferramentas com superfícies Nagata, nos resultados numéricos do processo de conformação. São estudados três exemplos de complexidade crescente: indentação esférica, flexão cilíndrica livre e a estampagem de uma taça em cruz. Estuda-se a influência do erro geométrico das ferramentas nos resultados numéricos, optando-se por construir vários modelos de ferramentas com precisões distintas. Para além da comparação dos resultados numéricos, são comparados os tempos de simulação.

Capítulo 4 – Apresenta o resumo das principais conclusões resultantes dos diferentes estudos apresentados e discutidos nos capítulos anteriores.

2. SUAVIZAÇÃO DE DISCRETIZAÇÕES POLIÉDRICAS COM SUPERFÍCIES NAGATA

2.1. Formulação matemática das superfícies Nagata

Recentemente, Nagata [Nagata, 2005] propôs um algoritmo simples para suavizar discretizações poliédricas, recuperando a geometria original com grande precisão. O algoritmo recupera a curvatura da superfície, utilizando apenas o vector posição e o vector normal, em cada nó da discretização poliédrica. O grau de interpolação das superfícies Nagata é o mínimo necessário para representar uma curva, ou seja, grau dois.

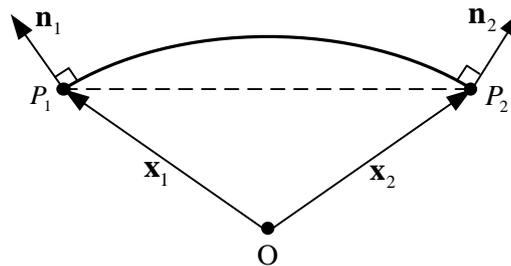


Figura 2. Interpolação Nagata de uma aresta.

Considere-se uma curva pertencente a uma superfície, definida pelos pontos finais P_1 e P_2 , com vectores de posição \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 e vectores normais unitários \mathbf{n}_1 e \mathbf{n}_2 , respectivamente (ver Figura 2). Os pontos P_1 e P_2 correspondem aos nós do elemento finito linear representado a tracejado, resultantes de uma discretização poliédrica. Utilizando o método de interpolação Nagata com estes dados de entrada, a interpolação do elemento finito definido pelos pontos P_1 e P_2 origina uma curva dada por:

$$\mathbf{x}(\xi) = \mathbf{x}_1 + (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 - \mathbf{c})\xi + \mathbf{c}\xi^2, \quad (1)$$

onde ξ é a coordenada local, que deve satisfazer a condição $0 \leq \xi \leq 1$ e \mathbf{c} o vector que adiciona curvatura ao elemento finito. De modo a garantir que a curva dada pela equação (1) é ortogonal aos vectores normais unitários \mathbf{n}_1 e \mathbf{n}_2 , o vector \mathbf{c} é determinado minimizando a sua norma, sendo dado por:

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) = \begin{cases} \frac{[\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2]}{1-a^2} \begin{bmatrix} 1 & -a \\ -a & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \\ -\mathbf{n}_2 \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \end{Bmatrix} & (a \neq \pm 1) \\ \frac{[\mathbf{n}_1, \pm \mathbf{n}_1]}{2} \begin{Bmatrix} \mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \\ \mp \mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \end{Bmatrix} = \mathbf{0} & (a = \pm 1) \end{cases}, \quad (2)$$

onde $a = \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2$, é o co-seno do ângulo entre os dois vectores normais e $[\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2]$ representa uma matriz com a primeira coluna igual ao vector \mathbf{n}_1 e a segunda igual ao vector \mathbf{n}_2 . A extensão desta formulação matemática a uma superfície, consiste na aplicação do algoritmo a cada aresta do elemento finito e depois à interpolação do seu interior, como se mostra nas secções seguintes para o caso de superfícies triangulares e quadrangulares.

2.1.1. Superfícies triangulares

Considere-se o elemento finito triangular com vectores posição e normais nos nós, dados respectivamente por, \mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 e \mathbf{x}_3 , e \mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 e \mathbf{n}_3 , como se mostra na Figura 3.

A interpolação da superfície Nagata é dada pelo polinómio quadrático:

$$\mathbf{x}(\eta, \zeta) = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2\eta + \mathbf{C}_3\zeta + \mathbf{C}_4\eta\zeta + \mathbf{C}_5\eta^2 + \mathbf{C}_6\zeta^2, \quad (3)$$

onde η e ζ são as coordenadas locais que definem a superfície triangular e satisfazem a seguinte condição: $0 \leq \zeta \leq \eta \leq 1$. Os vectores de coeficientes, presentes na equação (3), são dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= \mathbf{x}_1, \\ \mathbf{C}_2 &= \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 - \mathbf{c}_1, \\ \mathbf{C}_3 &= \mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_2 + \mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_3, \\ \mathbf{C}_4 &= \mathbf{c}_3 - \mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2, \\ \mathbf{C}_5 &= \mathbf{c}_1, \\ \mathbf{C}_6 &= \mathbf{c}_2, \end{aligned} \quad (4)$$

onde \mathbf{c}_1 , \mathbf{c}_2 e \mathbf{c}_3 são vectores definidos de acordo com (2), para as arestas $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, $(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$ e $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3)$, respectivamente, ou seja:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_1 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2), \\ \mathbf{c}_2 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3), \\ \mathbf{c}_3 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_3). \end{aligned} \quad (5)$$

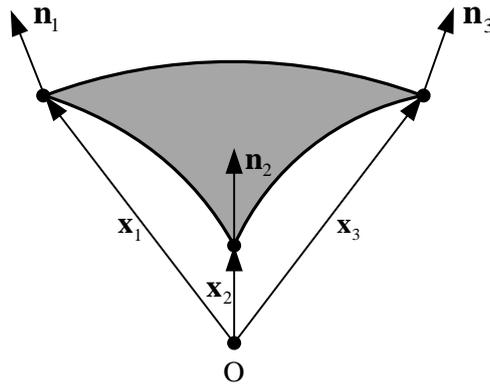


Figura 3. Interpolação Nagata de uma superfície triangular.

No caso de \mathbf{c}_1 , \mathbf{c}_2 e \mathbf{c}_3 serem substituídos na equação (4) por vectores nulos, a interpolação Nagata resulta numa aproximação linear, ou seja, define a mesma geometria que a discretização poliédrica.

2.1.2. Superfícies quadrangulares

A superfície quadrangular apresentada na Figura 4 é interpolada de forma idêntica à superfície triangular, utilizando apenas os vectores posição (\mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 , \mathbf{x}_3 e \mathbf{x}_4) e normais (\mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 , \mathbf{n}_3 e \mathbf{n}_4) nos nós do elemento finito quadrangular.

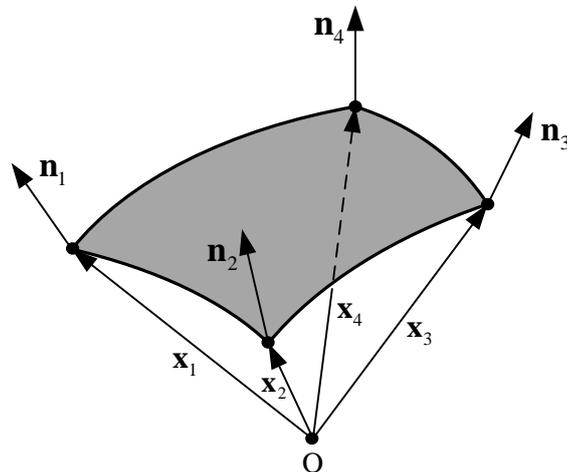


Figura 4. Interpolação Nagata de uma superfície quadrangular.

Importa realçar que os nós não necessitam de ser coplanares. No entanto, a sua numeração deve ser feita no sentido horário ou anti-horário. A expressão para as superfícies Nagata quadrangulares é dada por:

$$\mathbf{x}(\eta, \zeta) = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2\eta + \mathbf{C}_3\zeta + \mathbf{C}_4\eta\zeta + \mathbf{C}_5\eta^2 + \mathbf{C}_6\zeta^2 + \mathbf{C}_7\eta^2\zeta + \mathbf{C}_8\eta\zeta^2, \quad (6)$$

onde o domínio das coordenadas locais η e ζ é definido por $0 \leq \eta, \zeta \leq 1$. Os vectores de coeficientes da Equação (6) são dados por:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C}_1 &= \mathbf{x}_1, \\
 \mathbf{C}_2 &= \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 - \mathbf{c}_1, \\
 \mathbf{C}_3 &= \mathbf{x}_4 - \mathbf{x}_1 - \mathbf{c}_4, \\
 \mathbf{C}_4 &= \mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_4 + \mathbf{x}_1 + \mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_4, \\
 \mathbf{C}_5 &= \mathbf{c}_1, \\
 \mathbf{C}_6 &= \mathbf{c}_4, \\
 \mathbf{C}_7 &= \mathbf{c}_3 - \mathbf{c}_1, \\
 \mathbf{C}_8 &= \mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_4,
 \end{aligned} \tag{7}$$

onde \mathbf{c}_1 , \mathbf{c}_2 , \mathbf{c}_3 e \mathbf{c}_4 são vectores definidos pela Equação (2), para as arestas $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, $(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$, $(\mathbf{x}_4, \mathbf{x}_3)$ e $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_4)$, respectivamente, sendo que cada um deles pode ser determinado como:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c}_1 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2), \\
 \mathbf{c}_2 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3), \\
 \mathbf{c}_3 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_4, \mathbf{x}_3, \mathbf{n}_4, \mathbf{n}_3), \\
 \mathbf{c}_4 &\equiv \mathbf{c}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_4, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_4).
 \end{aligned} \tag{8}$$

2.2. Estudo do erro aplicado a geometrias simples

De modo a avaliar a precisão da interpolação, com recurso a superfícies Nagata, esta é aplicada a quatro geometrias simples. As geometrias seleccionadas são o cilindro, o cone, a esfera e o toróide, como se mostra na Figura 5. Estas foram escolhidas, porque a sua combinação permite definir a maioria das geometrias utilizadas nas ferramentas de estampagem.

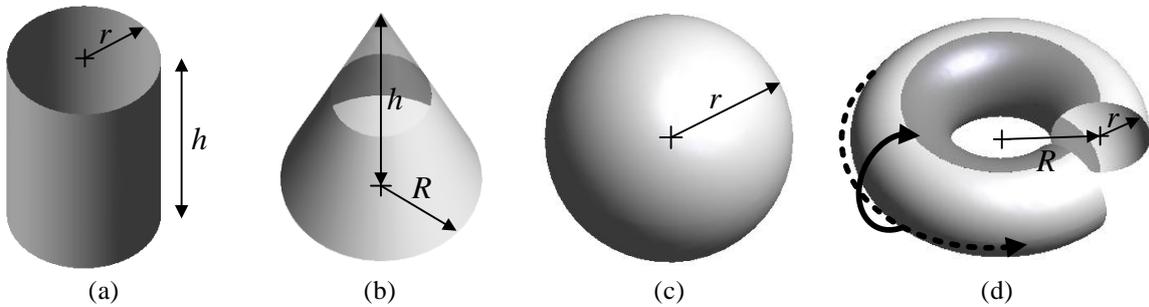


Figura 5. Geometrias utilizadas para avaliação do erro na interpolação Nagata: (a) cilindro; (b) tronco de cone; (c) esfera; (d) toróide.

Na Figura 5 (a) está representado um cilindro de raio r e altura h , e na (b) um cone com raio de base R e altura h . No caso do cone, como este apresenta um ponto singular no vértice, apenas é estudado um tronco de cone de modo a remover o ponto singular da análise. A Figura 5 (c) mostra a esfera de raio r e, finalmente, a Figura 5 (d) apresenta o toróide, com um corte para uma melhor visualização das dimensões características. Esta geometria distingue-se por apresentar duas direcções principais: (i) a toróidal, representada pela seta curva a tracejado; e (ii) a polóidal, representada pela seta curva a cheio. O raio na direcção polóidal é r e o R é o raio na direcção toróidal. O toróide caracteriza-se por ser composto por duas superfícies com características distintas, identificadas com cores diferentes, e que por isso serão estudadas de forma independente. A superfície elíptica é representada pela cor mais clara e a superfície hiperbólica pela cor mais escura.

A metodologia utilizada para analisar a interpolação Nagata de cada geometria consiste em: (i) construir uma discretização da superfície com elementos finitos lineares, distribuídos de forma estruturada; (ii) aplicar o algoritmo de interpolação a cada elemento finito; e (iii) calcular o erro com base na comparação da superfície Nagata com a superfície analítica. De acordo com esta metodologia, cada elemento finito corresponde a uma superfície Nagata. Os vectores posição e a ordenação dos nós de cada elemento finito (conectividade), necessários para a interpolação Nagata, são obtidos a partir da definição da discretização poliédrica. A interpolação Nagata exige ainda o conhecimento do vector normal em cada nó, que é determinado com base na função analítica da superfície em estudo. Para avaliar a precisão da interpolação da superfície Nagata aplicada às várias geometrias, são analisados dois tipos de erro: erro radial e erro do vector normal [Neto *et al.*, 2010].

O erro radial corresponde à distância adimensional entre um ponto da superfície Nagata e um ponto da superfície analítica, na mesma direcção normal à superfície analítica. Este erro pode ser avaliado com base na seguinte equação:

$$\delta_r(\eta, \zeta) = \frac{(\mathbf{x}_{\text{Nagata}}(\eta, \zeta) - \mathbf{o}) \cdot \mathbf{n}_{\text{analítico}} - r}{r} \times 100 \text{ [\%]}, \quad (9)$$

onde $\mathbf{x}_{\text{Nagata}}(\eta, \zeta)$ é o vector posição em cada ponto da superfície Nagata onde o erro é avaliado. A definição do vector \mathbf{o} depende da geometria em análise. No caso da esfera e do cilindro corresponde ao centro ou à distância ao eixo de revolução, respectivamente. Para o tronco de cone, \mathbf{o} é o ponto situado no eixo de simetria a partir do qual é medida a distância

r (ver Figura 6). Finalmente, no caso do toróide, corresponde ao centro da secção transversal de menor raio que contém o ponto $\mathbf{x}_{\text{Nagata}}(\eta, \zeta)$. $\mathbf{n}_{\text{analítico}}$ é o vector normal unitário, calculado usando a função analítica da geometria. A definição de r também depende da geometria em análise. Para o cilindro e a esfera r é o raio. Para o tronco de cone é a distância entre o eixo de revolução e a superfície, como se mostra na Figura 6. Finalmente, para o caso do toróide r é o menor raio (ver Figura 5 (d)).

Importa realçar que no caso específico do tronco de cone o valor de r não é constante, como se procura mostrar na Figura 6. O valor de r varia com o ponto em análise, uma vez que é medido na mesma direcção do vector normal unitário, $\mathbf{n}_{\text{analítico}}$, ou seja, na direcção perpendicular à superfície do tronco de cone.

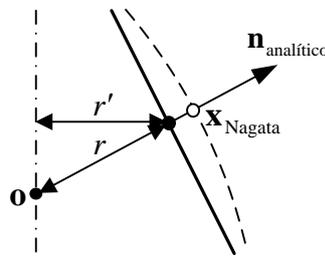


Figura 6. Representação de uma secção transversal do tronco de cone para definição das variáveis utilizadas no cálculo do erro.

O erro do vector normal na interpolação Nagata é dado por:

$$\delta_n(\eta, \zeta) = \cos^{-1}(\mathbf{n}_{\text{Nagata}}(\eta, \zeta) \cdot \mathbf{n}_{\text{analítico}}) \text{ [}^\circ\text{]}, \quad (10)$$

onde $\mathbf{n}_{\text{Nagata}}(\eta, \zeta)$ é o vector normal unitário da superfície Nagata, para cada ponto da superfície onde o erro é avaliado. Este erro corresponde ao ângulo entre a normal exacta, obtida a partir da função analítica, e o vector normal da superfície Nagata, expresso em graus.

Nas secções seguintes é feita a análise da interpolação com superfícies Nagata, para cada uma das geometrias simples apresentadas anteriormente, utilizando os dois tipos de erro previamente definidos. Cada geometria é descrita com elementos finitos triangulares e quadrangulares, de modo a avaliar a influência da tipologia no erro radial e no erro do vector normal. Por outro lado, a dimensão característica dos elementos finitos utilizados na discretização poliédrica também influencia a precisão da interpolação Nagata. De modo a analisar a influência deste parâmetro no erro radial e no erro do vector normal,

para cada geometria simples são utilizadas discretizações com diferentes dimensões características.

2.2.1. Cilindro

Opta-se por analisar apenas um quarto do cilindro devido à simetria geométrica desta superfície. As discretizações poliédricas utilizadas no caso do cilindro são exemplificadas na Figura 7 (a) para elementos finitos triangulares e na Figura 7 (b) para quadrangulares. A discretização estruturada com elementos finitos triangulares é obtida a partir da discretização com elementos finitos quadrangulares, substituindo cada elemento finito quadrangular por quatro triangulares. Tal resulta da imposição de que a geração das discretizações poliédricas seja estruturada.



Figura 7. Discretização poliédrica do cilindro para $Ra = 2$ com: (a) elementos finitos triangulares; (b) elementos finitos quadrangulares.

O comprimento do elemento finito na direcção circunferencial é representado por l_c , sendo o comprimento na direcção axial, representado por l_a . No caso de elementos finitos triangulares os comprimentos do elemento são apresentados da mesma forma que nos elementos quadrangulares, para facilitar a comparação entre os dois tipos de discretizações poliédricas. A razão definida pelos comprimentos das arestas do elemento finito é dada por:

$$Ra = l_a / l_c \quad (11)$$

De modo a analisar as diversas combinações de l_a e l_c , definem-se três razões para o elemento finito: $Ra = 0,5$, $Ra = 1$ e $Ra = 2$. O raio e a altura do cilindro considerados são, $r = 1$ e $h = 2,83$, respectivamente. As discretizações analisadas consideram entre dois e dez elementos finitos, na direcção circunferencial.

Na Figura 8 apresenta-se a distribuição do erro radial para a superfície Nagata do cilindro para $Ra = 2$, bem como a distribuição do erro do vector normal. A análise da

figura evidencia a variação de ambos os valores de erro em cada superfície Nagata, sendo evidente que para a discretização com elementos triangulares os valores máximos de ambos os erros ocorrem nas arestas e para os elementos quadrangulares ambos os erros dependem apenas da discretização na direcção circunferencial [Neto, 2010]. De acordo com estes resultados, opta-se por considerar apenas os valores máximos de erro, em valor absoluto.

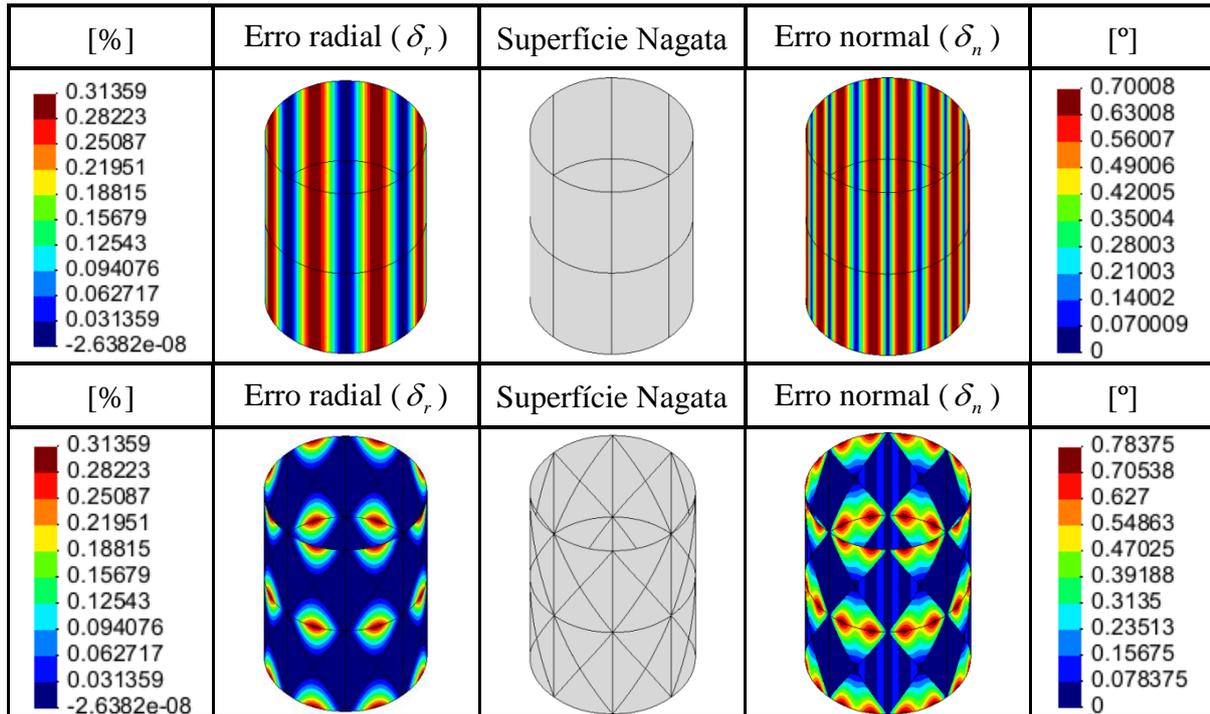


Figura 8. Distribuição do erro radial e do erro do vector normal para a superfície Nagata do cilindro com $Ra = 2$.

A Figura 9 (a) apresenta a evolução do erro radial máximo da interpolação Nagata, em função do comprimento adimensional do elemento finito na direcção circunferencial, que corresponde à divisão do comprimento do elemento finito na direcção circunferencial pelo raio do cilindro. O erro radial máximo é independente do número de elementos finitos utilizados para discretizar a direcção axial, tanto para elementos finitos quadrangulares como para triangulares, porque depende apenas da discretização na direcção circunferencial. Na Figura 9 (a) observa-se que o erro radial máximo obtido pela interpolação Nagata é o mesmo para elementos finitos triangulares e quadrangulares, decrescendo com a diminuição do comprimento adimensional do elemento finito na direcção circunferencial, ou seja, com o aumento do número de elementos finitos nesta direcção.

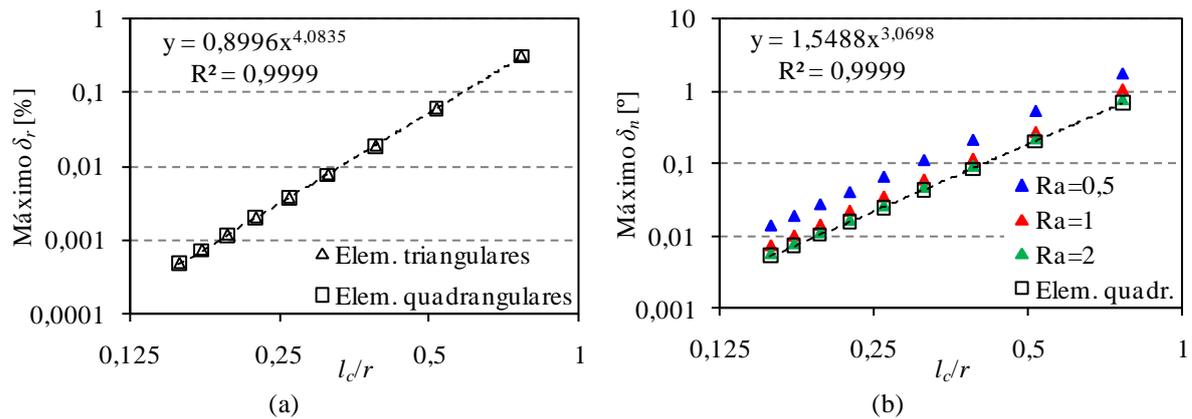


Figura 9. Evolução do erro máximo da interpolação Nagata, em função do comprimento adimensional do elemento na direcção circunferencial: (a) erro radial; (b) erro do vector normal.

A Figura 9 (b) mostra a evolução do erro máximo do vector normal em função do comprimento adimensional do elemento finito na direcção circunferencial. Neste caso, as discretizações com elementos finitos triangulares apresentam variação do erro máximo em função do número de elementos na direcção axial. O erro máximo diminui com a diminuição do número de elementos finitos na direcção axial, ou seja, com o aumento de Ra . Na direcção circunferencial, o comportamento deste erro é igual ao erro radial máximo, ou seja, o erro diminui com a diminuição do comprimento adimensional do elemento finito na direcção circunferencial. Para discretizações com elementos finitos quadrangulares, o comportamento do erro máximo do vector normal é igual ao do erro radial máximo. De facto, ambos apresentam a mesma evolução que os valores de erro correspondentes, obtidos na interpolação Nagata aplicada ao arco de círculo, para o mesmo comprimento adimensional do elemento finito na direcção circunferencial [Neto *et al.*, 2010].

Uma vez que as discretizações com elementos finitos triangulares apresentam variação do erro máximo do vector normal em função de Ra , avaliou-se a variação deste erro relativamente ao erro da interpolação Nagata do círculo, designado por $\Delta\delta_n$. Na Figura 10 apresenta-se a evolução da variação do erro máximo do vector normal da interpolação Nagata do cilindro relativamente ao erro da interpolação Nagata do círculo, $\Delta\delta_n$, em função da razão $(1/Ra)^2$. As variações observadas para o valor de $(1/Ra)^2$ resultam da dificuldade em gerar discretizações com diferente número de elementos finitos na direcção radial, exactamente com o mesmo valor de Ra .

Na Figura 10 apresenta-se também a regressão linear obtida com base nos valores de erro máximo do vector normal para elementos finitos triangulares, apresentados

na Figura 9 (b). O conjunto de pontos mais afastado da origem refere-se a $Ra = 0,5$, e o mais próximo corresponde a $Ra = 2$. No entanto, importa realçar que a regressão linear apresentada na Figura 10 só é válida para razões superiores a 0,5. Quando a razão tende para infinito, o erro máximo do vector normal para elementos finitos triangulares sobrepõe-se ao valor de erro obtido com discretizações com elementos finitos quadrangulares.

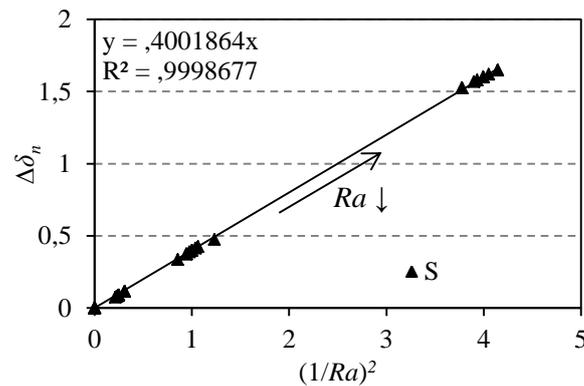


Figura 10. Variação do erro máximo do vector normal obtida como a diferença entre o erro da interpolação Nagata do cilindro e do círculo. Resultados obtidos com discretizações do cilindro com elementos finitos triangulares.

A regressão linear apresentada na Figura 10 permite determinar a variação do erro máximo do vector normal da interpolação Nagata do cilindro com elementos finitos triangulares relativamente ao erro da interpolação Nagata do círculo ($\Delta\delta_n$), em função do valor de Ra . Com base no valor determinado para $\Delta\delta_n$, é possível determinar o erro máximo do vector normal do cilindro, dado por:

$$\delta_n(\text{cilindro}, Ra) = \delta_n(\text{círculo}) + \Delta\delta_n \times \delta_n(\text{círculo}) \text{ [}^\circ\text{]}. \quad (12)$$

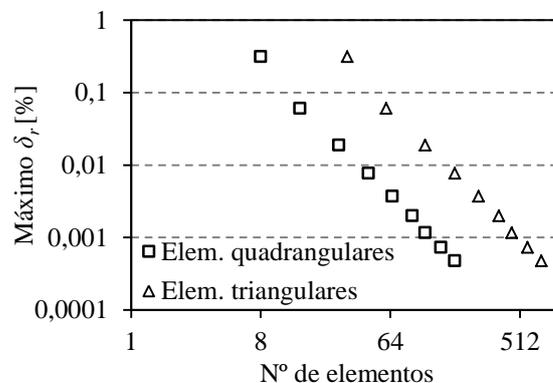


Figura 11. Comparação do erro radial máximo em função do número de elementos finitos utilizados nas discretizações com elementos quadrangulares e triangulares, para $Ra = 1$.

A Figura 11 compara a evolução do erro radial máximo em função do número de elementos finitos utilizados nas discretizações com elementos quadrangulares e triangulares, para $Ra=1$. Para os outros valores de razão do elemento finito testados o comportamento é o mesmo. De modo a garantir o mesmo erro radial máximo, é necessário utilizar um número de elementos finitos triangulares quatro vezes superior ao número utilizado nas discretizações com elementos quadrangulares. Esta relação resulta da forma como foram geradas as discretizações com elementos finitos triangulares (ver Figura 7).

Para garantir o mesmo erro máximo do vector normal, também é necessário utilizar um número de elementos finitos triangulares superior ao número de elementos quadrangulares. Importa realçar que apenas é necessário um elemento quadrangular na direcção axial, já que o erro máximo do vector normal é independente do número de elementos nesta direcção, como se pode observar no exemplo apresentado na Figura 8.

2.2.2. Tronco de cone

Opta-se por analisar apenas um quarto do tronco de cone, devido à simetria geométrica desta geometria. Como é mostrado na Figura 5 (b), esta geometria apresenta duas dimensões características, altura h e raio da base R . Nestas circunstâncias, a geometria varia de acordo com as dimensões adoptadas. De modo a estudar diferentes geometrias, optou-se por fixar o raio da base, $R=1$, e considerar três alturas h diferentes: 0,5, 1 e 2. A razão definida pela altura e pelo raio da base do tronco de cone é definida como:

$$R_h = \frac{h}{R}, \quad (13)$$

pelo que neste estudo foram consideradas: $R_h=0,5$ ($\theta=126,9^\circ$), $R_h=1$ ($\theta=90^\circ$) e $R_h=2$ ($\theta=53,1^\circ$), sendo θ o ângulo de abertura do cone. As discretizações analisadas consideram entre dois e dez elementos finitos, na direcção circunferencial. O comprimento do elemento finito nesta direcção l_c , é definido da mesma forma que no cilindro (ver Figura 7). O comprimento na direcção axial l_a , é também definido de forma idêntica à utilizada no cilindro. Deste modo, adoptou-se uma estratégia idêntica e foram analisadas três razões para o elemento finito: $Ra=0,5$, $Ra=1$ e $Ra=2$, para cada uma das razões R_h .

Na Figura 12 apresenta-se a distribuição do erro radial e do erro do vector normal, para a superfície Nagata do cone com $R_h=2$ e $Ra=1$ no caso de elementos finitos triangulares. Na figura observa-se que os valores máximos do erro radial apresentam distribuições idênticas às observadas no cilindro, para elementos quadrangulares e

triangulares. Ou seja, para discretizações com elementos finitos quadrangulares, observa-se que, tal como no caso do cilindro, os valores máximos de ambos os erros são independentes da discretização na direcção axial, pelo que se opta por apresentar os resultados com apenas um elemento finito nesta direcção. Para a discretização com elementos finitos quadrangulares, a evolução do erro radial máximo em função do ângulo de abertura do tronco de cone pode ser obtida analiticamente, em função do erro da interpolação Nagata do círculo. Essa evolução mostra que, qualquer que seja a discretização na direcção circunferencial, a tendência de evolução do erro radial máximo é a mesma, atingindo um valor nulo de erro para o mesmo ângulo de abertura do tronco de cone.

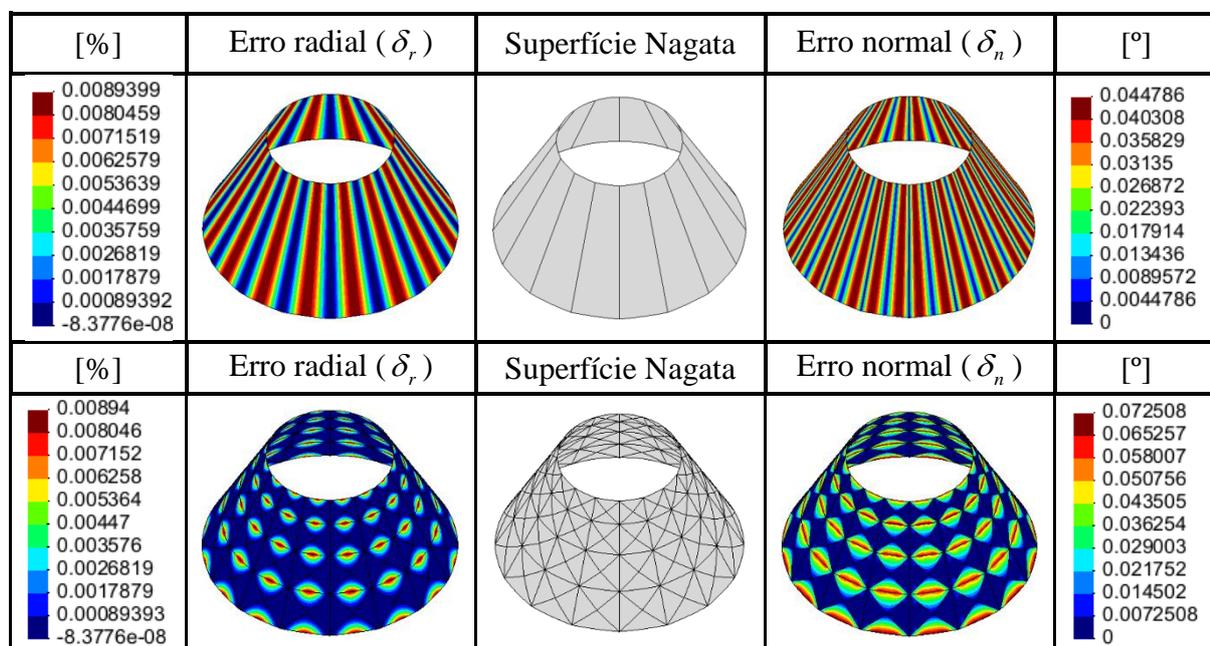


Figura 12. Distribuição do erro radial e do erro do vector normal para a superfícies Nagata do tronco de cone com $Ra = 1$.

A Figura 13 mostra esta evolução, quando se consideram três elementos finitos quadrangulares na direcção circunferencial. Para $\theta = 0^\circ$, o cone torna-se um cilindro, pelo que os erros máximos obtidos são iguais. Em geral, as geometrias cónicas utilizadas em ferramentas de estampagem têm um ângulo de abertura muito pequeno, como se pode observar na Figura 1. Nessas geometrias, o comportamento do erro radial máximo é idêntico ao cilindro. Para ângulos de abertura do cone superiores a 0° , o erro radial máximo é sempre inferior ao erro na interpolação Nagata do cilindro. Próximo de 90° e de 180° , o

erro radial é zero e para valores de ângulo de abertura intermédios apresenta sempre valores negativos, correspondentes a interpolações interiores ao tronco de cone.

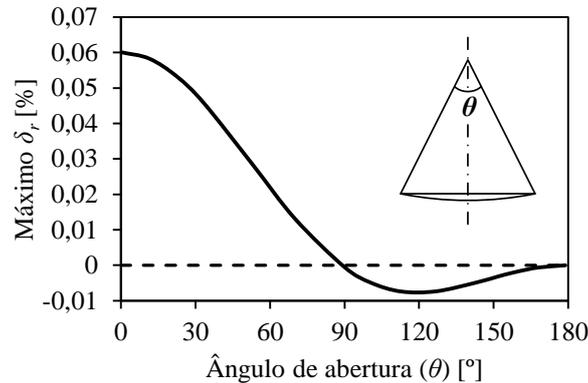


Figura 13. Evolução do erro radial máximo em função do ângulo de abertura do cone, para uma discretização com três elementos finitos quadrangulares na direcção circunferencial.

Na Figura 14 é apresentada a evolução do erro máximo da interpolação Nagata do tronco de cone, em função do comprimento adimensional do elemento na direcção circunferencial, para as três razões em altura consideradas, utilizando discretizações com elementos finitos quadrangulares. O comprimento adimensional corresponde à divisão do comprimento do elemento finito na direcção circunferencial pelo raio r' do cone, identificado na Figura 6.

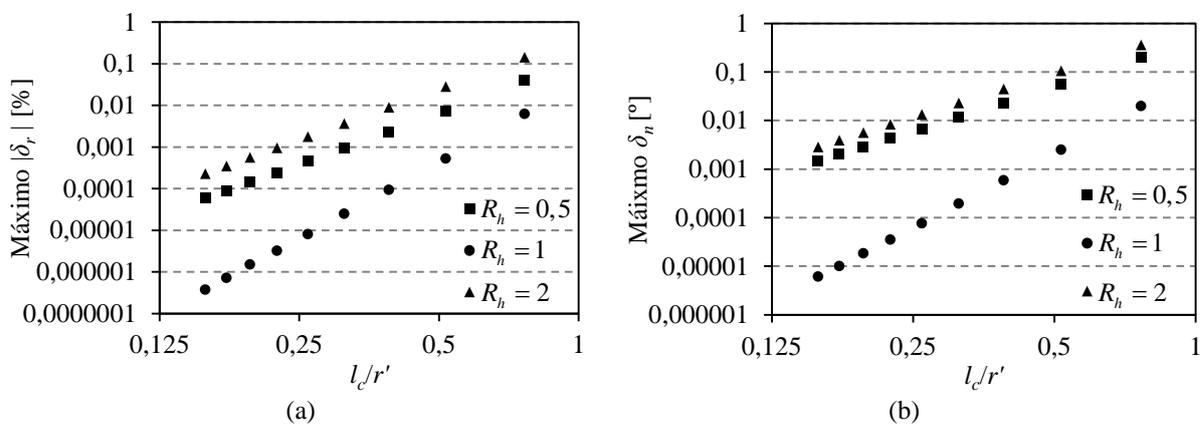


Figura 14. Evolução do erro máximo em função do comprimento adimensional do elemento na direcção circunferencial para discretizações com elementos finitos quadrangulares: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal.

A interpolação Nagata da geometria com $R_h = 1$ ($\theta = 90^\circ$), origina sempre erros máximos de menor valor. Pelo contrário, a interpolação Nagata da geometria com $R_h = 2$ ($\theta = 53,1^\circ$), origina maiores valores de erro máximo. Estes resultados estão em consonância com a tendência apresentada na Figura 13 para o erro radial máximo em função do ângulo de abertura do cone.

Os resultados para discretizações poliédricas com elementos finitos triangulares não são apresentados para o tronco de cone, uma vez que os valores máximos de ambos os erros apresentam valores similares aos obtidos para discretizações com elementos quadrangulares. Tal como para o cilindro, para garantir erros máximos idênticos é necessário utilizar um número de elementos finitos triangulares quatro vezes superior ao número de elementos quadrangulares, uma vez que as discretizações estruturadas foram geradas recorrendo à mesma estratégia adoptada no estudo do cilindro.

2.2.3. Esfera

Opta-se por analisar apenas um oitavo da esfera, devido à simetria geométrica desta superfície. A construção da discretização poliédrica com elementos finitos triangulares utiliza a superfície triangular, correspondente a um oitavo da esfera, como se mostra na Figura 15 (a). No entanto, a construção da discretização poliédrica com elementos quadrangulares requer a divisão desta superfície triangular em três superfícies, cada uma com quatro lados, como se mostra na Figura 15 (c) [Neto *et al.*, 2010].

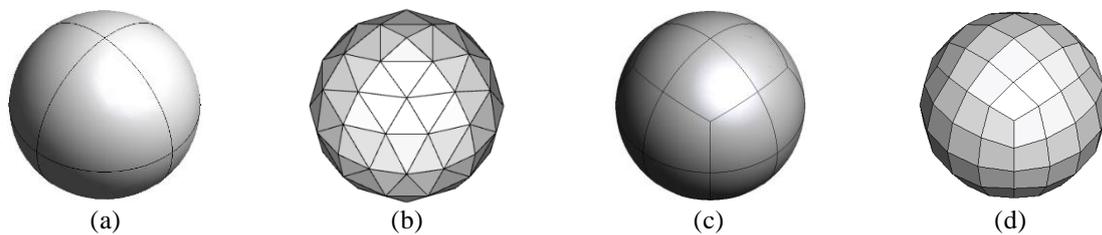


Figura 15. Modelos e respectivas discretizações poliédricas: (a) modelo para geração de discretizações com elementos triangulares; (b) discretização com elementos triangulares; (c) modelo para geração de discretizações com elementos quadrangulares; (d) discretização com elementos quadrangulares.

Como não existe nenhuma direcção preferencial na esfera, o parâmetro característico utilizado para a análise dos erros de interpolação é o comprimento adimensional máximo do elemento (l/r), sendo este, a divisão entre o comprimento máximo do elemento (l) e o raio da esfera (r). No presente estudo utilizou-se uma esfera com $r=1$, que foi discretizada considerando diferentes valores de comprimento adimensional máximo do elemento (l/r). Na Figura 15 apresenta-se um exemplo de discretização poliédrica da esfera, com elementos finitos triangulares (Figura 15 (b)) e quadrangulares (Figura 15 (d)), de modo e evidenciar a diferente estrutura das discretizações.

Na Figura 16 apresenta-se a distribuição do erro radial e do erro do vector normal, para a discretização poliédrica da esfera com um comprimento adimensional máximo do elemento $l/r=0,39$ para elementos quadrangulares e $l/r=0,54$ para elementos triangulares. Na figura observa-se que para ambas as discretizações os valores máximos de erro ocorrem nas arestas [Neto, 2010].

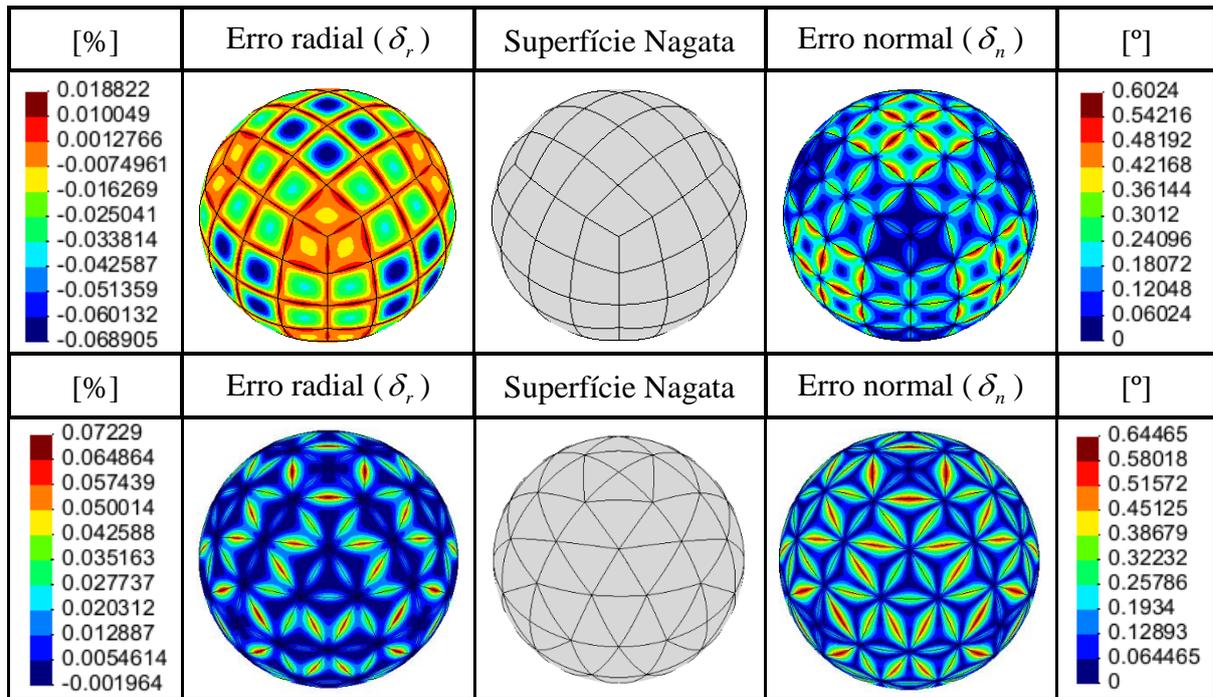


Figura 16. Distribuição do erro radial e do erro do vector normal para a superfície Nagata da esfera.

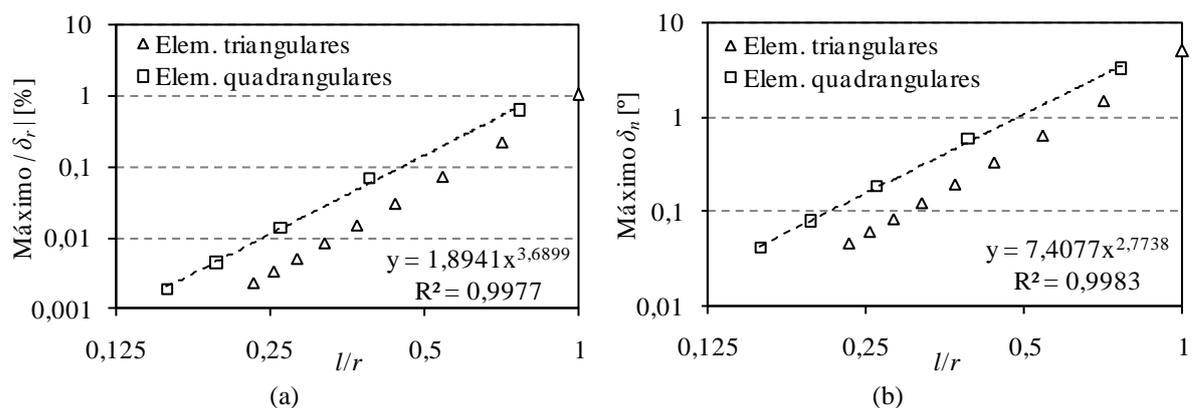


Figura 17. Evolução do erro máximo da interpolação Nagata da esfera em função do comprimento adimensional do elemento: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal.

A Figura 17 apresenta a evolução do erro máximo da interpolação Nagata da esfera em função do comprimento adimensional máximo do elemento, para elementos finitos triangulares e quadrangulares. Da análise da figura constata-se que, para o mesmo

comprimento adimensional do elemento, ambos os erros (radial máximo e máximo do vector normal) apresentam valores inferiores quando se utilizam discretizações com elementos finitos triangulares.

Na Figura 18 apresenta-se a evolução do módulo do erro radial máximo e do erro máximo do vector normal da interpolação Nagata da esfera, em função do número de elementos finitos utilizados na discretização poliédrica. Analisando a figura, observa-se que o número de elementos finitos quadrangulares é sempre inferior ao número de elementos finitos triangulares, necessário para garantir o mesmo valor de erro máximo, radial ou do vector normal. No entanto, a diferença relativa nos valores de erro observada, para o mesmo número de elementos, é neste caso muito reduzida. Este facto, aliado à maior facilidade na definição de discretizações com elementos finitos triangulares, parece favorecer claramente a adopção desta estratégia.

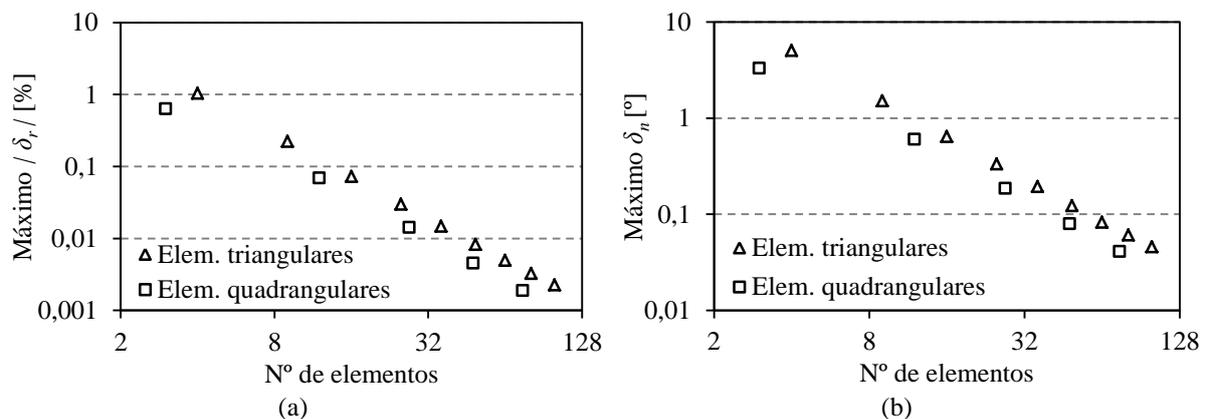


Figura 18. Comparação do erro da interpolação Nagata da esfera em função do número de elementos finitos triangulares e quadrangulares: (a) módulo do erro radial máximo; (b) erro máximo do vector normal.

2.2.4. Toróide

Opta-se por analisar apenas um oitavo do toróide, devido à simetria geométrica desta geometria. De modo a manter a definição da razão do elemento utilizada no cilindro, considera-se que a direcção toróidal corresponde à direcção axial no caso do cilindro. Da mesma maneira, a direcção polóidal corresponde à direcção circunferencial do cilindro (ver Figura 5). De acordo com estas definições, l_c representa o comprimento do elemento na direcção polóidal (circunferencial) e l_a o comprimento do elemento na direcção toróidal (axial). De modo a analisar diversas combinações de l_c e l_a , optou-se por fazer uma discretização na direcção polóidal com uma variação de dois a cinco elementos finitos, utilizando três razões diferentes: $Ra = 0,5$, $Ra = 1$ e $Ra = 2$ (ver equação (11)). No entanto, importa realçar que devido à geometria do toróide e à estratégia adoptada para a

construção de discretizações poliédricas estruturadas, é muito difícil gerar discretizações com a mesma razão para todos os elementos finitos.

Na Figura 19 apresenta-se a distribuição do erro radial e do erro do vector normal, para a superfície Nagata do toróide com $r=1$ e $R=2$, para uma razão $Ra=1$ para a zona hiperbólica e $Ra=1,5$ para a zona elíptica. A análise da figura evidencia que para a superfície hiperbólica a interpolação Nagata gera um erro maior na zona de transição para a superfície elíptica enquanto para a superfície elíptica o erro é maior na zona correspondente aos elementos que apresentam uma maior dimensão da aresta na direcção toroidal.

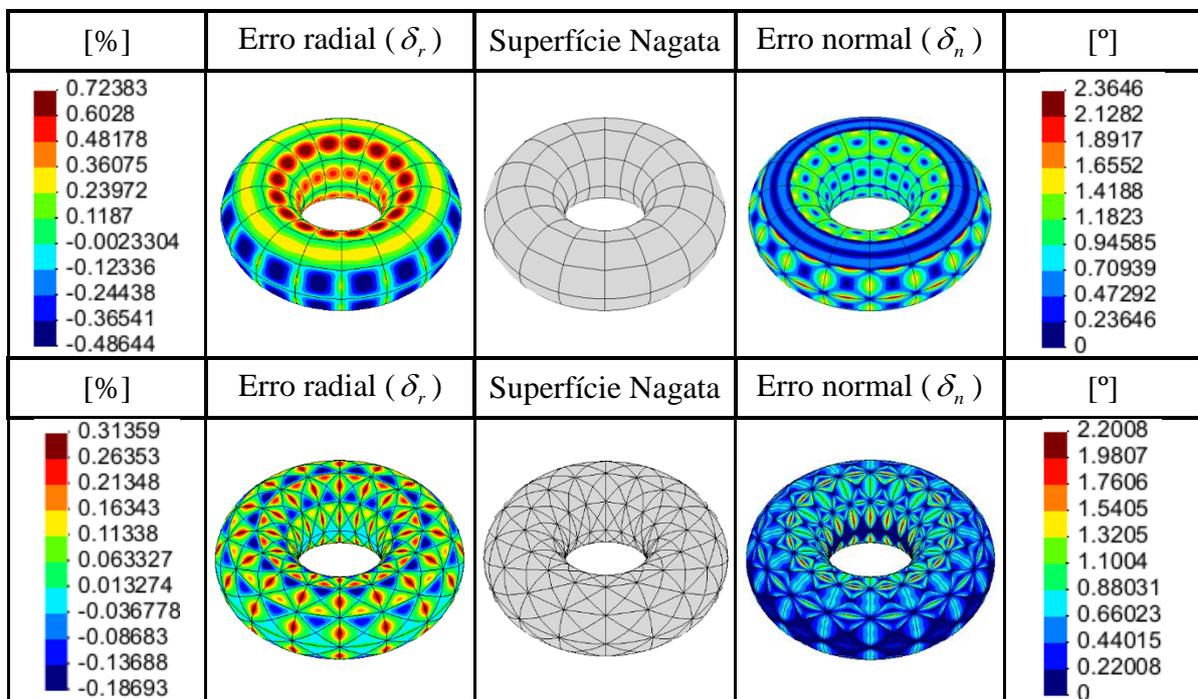


Figura 19. Distribuição do erro radial e do erro do vector normal para a superfície Nagata do toróide com $r=1$ e $R=2$.

As seguintes subsecções descrevem o comportamento da interpolação Nagata para o caso da superfície hiperbólica e elíptica, que constituem um oitavo do toróide.

2.2.4.1. Superfície hiperbólica

Os resultados são apresentados para duas superfícies hiperbólicas com raios: $r=1$ e $R=2$; $r=1$ e $R=3$. Assim, na análise da superfície hiperbólica a razão dos elementos finitos foi definida com base no tamanho dos elementos de transição para a superfície elíptica.

A Figura 20 apresenta a evolução do erro máximo em função de uma medida característica da discretização com elementos finitos quadrangulares. Esta medida é definida pela multiplicação entre o comprimento adimensional do elemento na direcção poloidal e a razão do elemento. Observa-se que, mantendo a discretização na direcção poloidal, a variação da razão do elemento não implica grandes variações do erro máximo. Dada a definição da medida característica da discretização poliédrica, ambas as geometrias utilizadas neste estudo apresentam um valor do erro máximo semelhante.

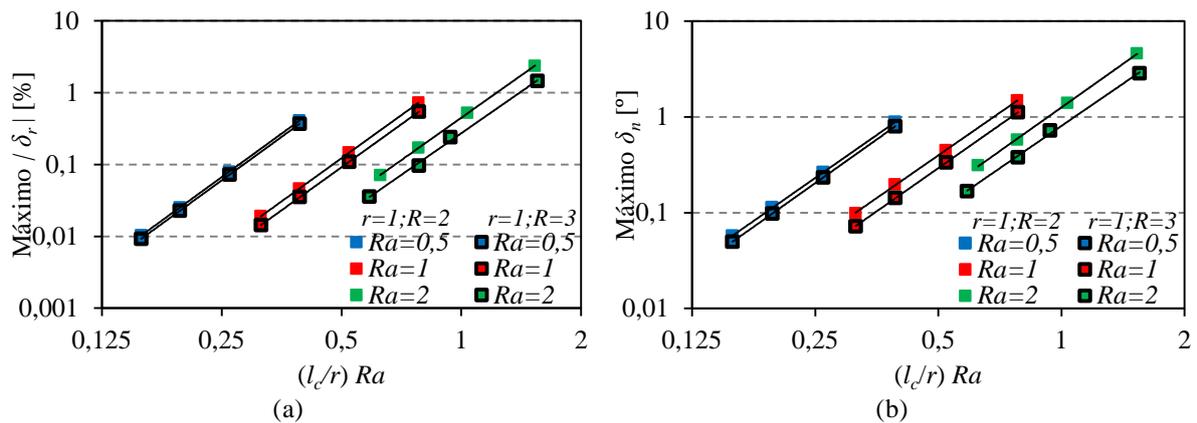


Figura 20. Evolução do erro máximo em função de uma medida característica da discretização poliédrica para elementos quadrangulares: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal.

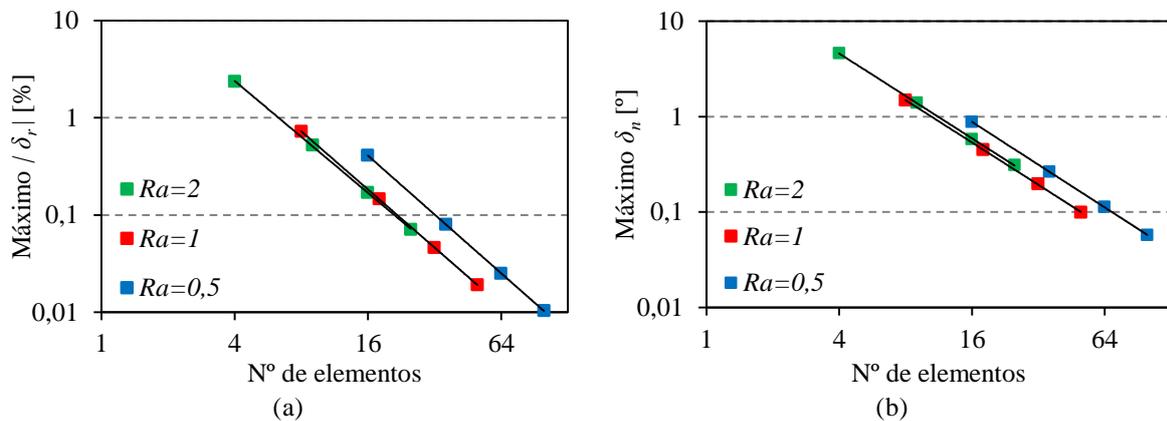


Figura 21. Evolução do erro máximo em função do número de elementos finitos quadrangulares na discretização poliédrica da superfície hiperbólica do toróide: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal.

Na Figura 21 apresenta-se a evolução do erro máximo em função do número de elementos finitos quadrangulares, de modo a identificar qual o valor de razão que permite minimizar o número total de elementos. O comportamento é idêntico para as duas superfícies hiperbólicas analisadas, pelo que se opta por apresentar os resultados apenas

para a superfície correspondente ao toróide com $r=1$ e $R=2$. Observa-se que, para o mesmo valor de erro máximo admissível, apenas $Ra=0,5$ resulta numa pior escolha, devido ao aumento do número de elementos.

Os resultados obtidos para discretizações com elementos finitos triangulares apresentam o mesmo comportamento, em termos do valor máximo de erro, que os obtidos com discretizações com elementos quadrangulares.

Na Figura 22 apresenta-se a comparação entre o número de elementos finitos quadrangulares e triangulares em função do módulo do erro radial máximo e do máximo do vector normal. Esta comparação é feita apenas para $Ra=1$, uma vez que para outras razões estudadas o comportamento é idêntico. Da análise da figura constata-se que para garantir o mesmo valor de erro máximo é necessário utilizar um número de elementos triangulares sempre superior ao número de elementos quadrangulares.

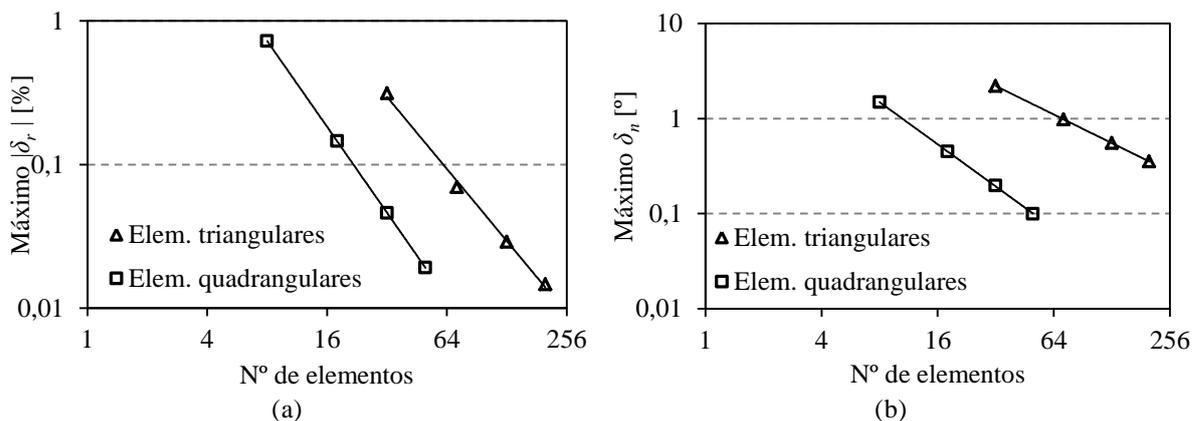


Figura 22. Comparação entre o número de elementos finitos quadrangulares e triangulares na discretização poliédrica da superfície hiperbólica do toróide: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal.

2.2.4.2. Superfície elíptica

O estudo do erro foi realizado para duas superfícies elípticas com raios: $r=1$ e $R=1$; $r=1$ e $R=2$. Assim, tal como para a superfície hiperbólica, na análise da superfície elíptica a razão dos elementos finitos foi definida com base na dimensão dos elementos finitos onde o comprimento do elemento na direcção toróidal é maior.

A Figura 23 apresenta a evolução do erro máximo em função da medida característica da discretização com elementos finitos quadrangulares, definida anteriormente. Como na superfície hiperbólica, mantendo a discretização na direcção polóidal, a variação da razão do elemento não implica grandes variações do erro máximo. As duas geometrias elípticas utilizadas no estudo apresentam um valor do erro máximo aproximado, tal como se observa para as geometrias hiperbólicas.

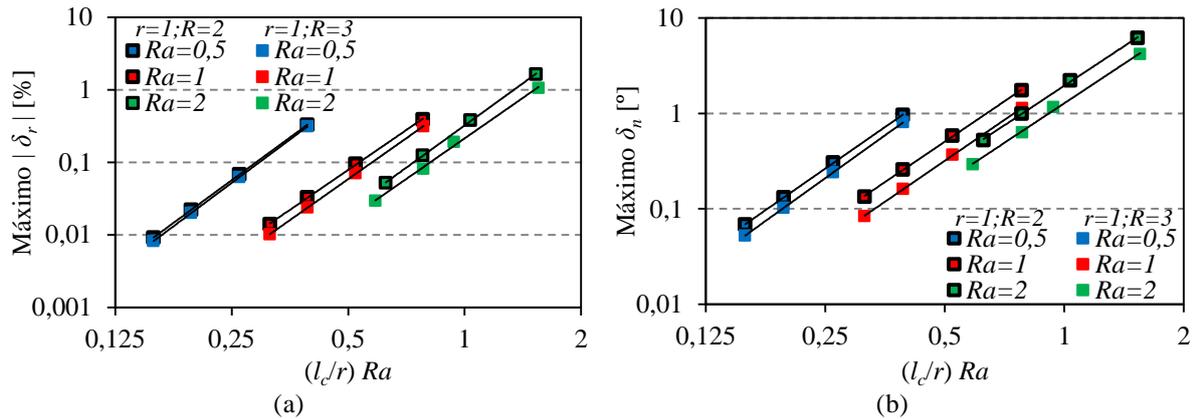


Figura 23. Evolução do erro máximo em função da medida característica da discretização poliédrica com elementos finitos quadrangulares da superfície elíptica do toróide: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal.

Na Figura 24 apresenta-se a evolução do erro máximo em função do número de elementos finitos quadrangulares, de modo a identificar qual o valor de razão que permite minimizar o número de elementos quadrangulares. O comportamento é idêntico para as duas superfícies elípticas analisadas. Tal como para a geometria hiperbólica, observa-se que para o mesmo valor de erro máximo, $Ra = 0,5$ resulta numa pior escolha, uma vez que é sempre necessário recorrer a um número maior de elementos.

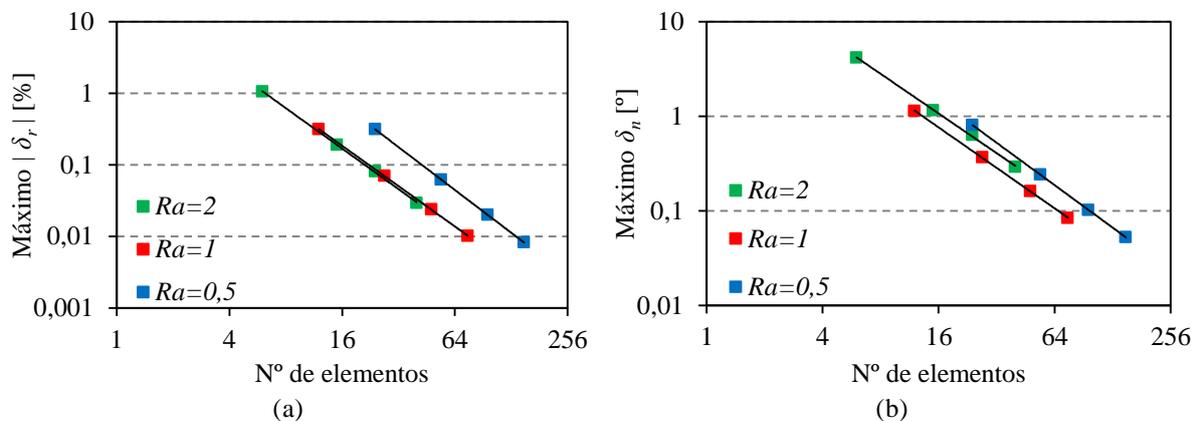


Figura 24. Evolução do erro máximo em função do número de elementos quadrangulares na discretização poliédrica da superfície elíptica do toróide: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal.

Opta-se por não apresentar os resultados obtidos para as discretizações poliédricas com elementos finitos triangulares uma vez que estas apresentam um comportamento idêntico ao observado com elementos finitos quadrangulares. A evolução do erro radial e do erro do vector normal com o número de elementos finitos triangulares e quadrangulares é idêntica à observada para a geometria hiperbólica, sendo necessário utilizar sempre mais elementos finitos triangulares do que quadrangulares para garantir o mesmo valor de erro (ver Figura 22).

3. INFLUÊNCIA DA DESCRIÇÃO DAS FERRAMENTAS NOS RESULTADOS NUMÉRICOS

A simulação numérica de processos de conformação plástica é uma ferramenta muito utilizada sobretudo em componentes com geometria complexa. Nestes processos, a geometria pretendida é conferida ao material com o auxílio de ferramentas de geometria igualmente complexas, sendo a sua definição um processo habitualmente longo, demorando por vezes mais tempo que a simulação numérica. No caso específico da estampagem, as condições de contacto são evolutivas, sendo necessário determinar as condições de fronteira em cada incremento de carga, o que em geometrias complexas pode aumentar significativamente o tempo de cálculo.

Para que seja possível reduzir os tempos de concepção dos diferentes componentes de um novo produto, é necessário garantir uma boa interacção entre os programas de desenho assistido por computador (CAD) e os programas de engenharia assistida por computador (CAE). Assim, é necessário adoptar uma descrição das ferramentas no CAE que permita a rápida alteração da geometria no CAD, de modo a facilitar o processo iterativo de concepção das ferramentas. As superfícies paramétricas são utilizadas no CAD para descrever as ferramentas, pelo que se tornam bastante eficientes na construção das ferramentas. Um exemplo de superfícies paramétricas são as Bézier. A aplicação deste tipo de superfícies na simulação numérica é em geral menos adoptada devido à complexidade das operações geométricas necessárias para a gestão do contacto com atrito.

3.1. Descrição de ferramentas por superfícies Bézier

As superfícies Bézier constituem uma das primeiras tentativas de criação de uma definição simples e intuitiva de superfícies no espaço tridimensional para o desenho assistido por computador, sendo possível obter a sua definição com base em ficheiros de formato universal disponíveis na maioria dos programas de CAD. Actualmente o programa DD3IMP recorre a este tipo de superfícies para descrever a geometria das ferramentas.

Uma curva Bézier no espaço tridimensional é descrita com base nas coordenadas cartesianas de um conjunto de pontos, denominados vértices do polinómio

característico. Estes pontos definem o polinómio característico da curva Bézier, $C(u)$, em função de um parâmetro $u \in [0,1]$, de tal forma que:

$$C(u) = \sum_{i=0}^m B_{i,m}(u) P_i, \quad (14)$$

onde, P_i são os $m+1$ pontos de controlo, sendo m o grau do polinómio (Figura 25 (a)). A base polinomial é definida pelas funções de Bernstein, $B_{i,m}(u)$, de grau m . Estas são formuladas da seguinte forma:

$$B_{i,m}(u) = \frac{m!}{i!(m-i)!} u^i (1-u)^{m-i}. \quad (15)$$

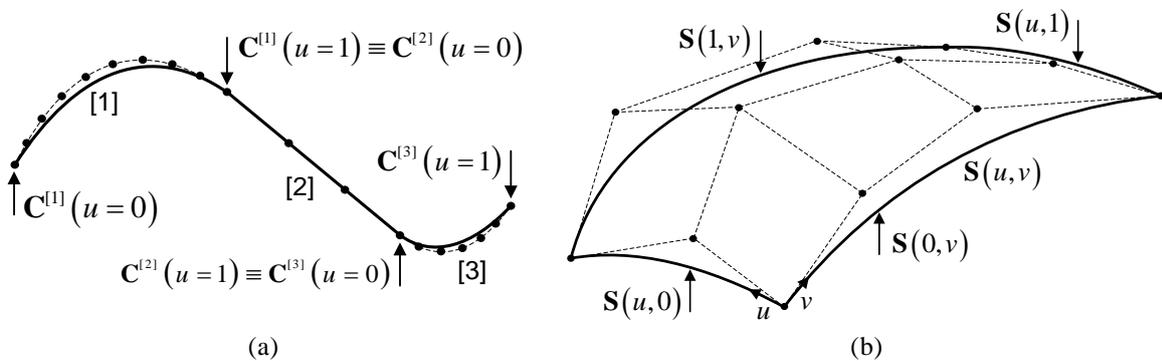


Figura 25. Descrição de uma geometria com o auxílio: (a) de curvas Bézier; (b) de uma superfície Bézier.

Uma superfície Bézier pode ser definida por duas curvas Bézier, uma directriz e outra geratriz da superfície que se desloca e se deforma. Cada vértice do polinómio característico de uma geratriz percorre uma trajectória definida por uma directriz. Deste modo, define-se uma rede característica de pontos, na qual a superfície Bézier é descrita (Figura 25 (b)). Assim, uma superfície Bézier pode ser definida a partir do produto tensorial de duas curvas Bézier, dado por:

$$S(u,v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n B_{i,m}(u) B_{j,n}(v) P_{ij}, \quad \text{com } u,v \in [0,1]. \quad (16)$$

P_{ij} são os $(m+1) \times (n+1)$ pontos de controlo da rede característica. Através da definição apresentada na equação (16) é possível concluir que as curvas $S(u,0)$ e $S(u,1)$ definem os limites da superfície na direcção v , da mesma forma que $S(0,v)$ e $S(1,v)$ definem os limites da superfície na direcção u (ver Figura 25 (b)). A definição da direcção de u e v é dada pela ordem dos pontos que definem a rede característica. O vector $\vec{u} \otimes \vec{v}$ define a

normal exterior à superfície e permite determinar se um ponto do corpo deformável está no interior ou no exterior da superfície.

As superfícies Bézier podem ser representadas recorrendo a uma base polinomial de potências sucessivas de u e v , que permite garantir tempos de cálculo menores para as operações como, por exemplo, o cálculo de coordenadas espaciais de pontos ou de derivadas. No entanto, os cálculos realizados com as superfícies Bézier definidas na forma polinomial são menos estáveis, pelo que é necessário garantir graus reduzidos das superfícies. Por esta razão, no programa DD3IMP o grau máximo das superfícies Bézier é limitado a seis.

Uma superfície Bézier de grau 2 é idêntica a uma superfície Nagata, uma vez que garante continuidade C^0 e permite recuperar a normal nos vértices [Boschioli *et al.*, 2011]. Assim, de modo a avaliar o comportamento de superfícies de grau 2 na simulação numérica de processos de conformação, opta-se por recorrer à definição geométrica de superfícies Bézier de grau 2, utilizando superfícies Nagata.

3.1.1. Bézier de grau 2

A equivalência entre uma superfície Bézier de grau 2 e uma superfície Nagata é realizada com base na sua definição polinomial.

Neste trabalho considera-se apenas superfícies quadrangulares, uma vez que os domínios paramétricos das superfícies Bézier e Nagata são distintos para superfícies Nagata triangulares.

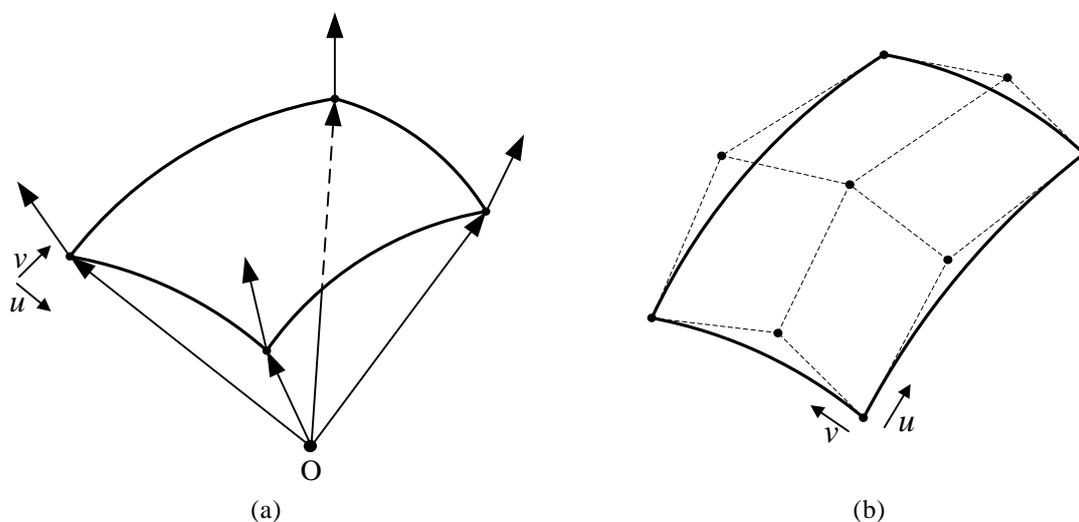


Figura 26. Estudo das superfícies Bézier de grau 2. (a) Superfície Nagata; (b) Superfície Bézier de grau 2.

A Figura 26 compara a superfície Nagata com a Bézier de grau 2, sendo possível observar que a superfície Bézier contém 9 pontos de controlo aos quais estão associados 9 vectores posição, \mathbf{P}_{ij} .

A superfície Bézier de grau 2 é definida por (ver equação (16)):

$$\mathbf{S}(u, v) = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 B_{i,2}(u) B_{j,2}(v) \mathbf{P}_{ij}, \quad (17)$$

Onde, de acordo com a equação (15), as funções de Bernstein são dadas por:

$$\begin{aligned} B_{0,2}(u) &= (1-u)^2, \\ B_{1,2}(u) &= 2(1-u)u, \\ B_{2,2}(u) &= u^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Desenvolvendo a equação (17):

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(u, v) &= \mathbf{P}_{00} + \\ &+ (-2\mathbf{P}_{00} + 2\mathbf{P}_{10})u + \\ &+ (-2\mathbf{P}_{00} + 2\mathbf{P}_{01})v + \\ &+ (4\mathbf{P}_{00} - 4\mathbf{P}_{01} - 4\mathbf{P}_{10} + 4\mathbf{P}_{11})uv + \\ &+ (\mathbf{P}_{00} - 2\mathbf{P}_{10} + \mathbf{P}_{20})u^2 + \\ &+ (\mathbf{P}_{00} - 2\mathbf{P}_{01} + \mathbf{P}_{02})v^2 + \\ &+ (-2\mathbf{P}_{00} + 2\mathbf{P}_{01} + 4\mathbf{P}_{10} - 4\mathbf{P}_{11} - 2\mathbf{P}_{20} + 2\mathbf{P}_{21})u^2v + \\ &+ (-2\mathbf{P}_{00} + 4\mathbf{P}_{01} - 2\mathbf{P}_{02} + 2\mathbf{P}_{10} - 4\mathbf{P}_{11} + 2\mathbf{P}_{12})uv^2 + \\ &+ (\mathbf{P}_{00} - 2\mathbf{P}_{01} + \mathbf{P}_{02} - 2\mathbf{P}_{10} + 4\mathbf{P}_{11} - 2\mathbf{P}_{12} + \mathbf{P}_{20} + 2\mathbf{P}_{21} + \mathbf{P}_{22})u^2v^2. \end{aligned} \quad (19)$$

A superfície Bézier de grau 2 é construída considerando os vectores coeficientes ($\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_8$) da equação (6), igualando-os aos coeficientes das coordenadas locais (u, v) da superfície Bézier, de modo a obter os vectores posição \mathbf{P}_{ij} .

Através da igualdade entre os coeficientes das coordenadas locais da superfície Bézier e os vectores coeficientes da superfície Nagata, é possível obter os pontos de controlo da superfície Bézier com base nos vectores de coeficientes da superfície Nagata, tal que:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_{00} &= \mathbf{C}_1 \\
 \mathbf{P}_{10} &= \frac{1}{2}\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_1 \\
 \mathbf{P}_{01} &= \frac{1}{2}\mathbf{C}_3 + \mathbf{C}_1 \\
 \mathbf{P}_{11} &= \frac{1}{4}\mathbf{C}_4 + \frac{1}{2}(\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_3) + \mathbf{C}_1 \\
 \mathbf{P}_{20} &= \mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_5 + \mathbf{C}_1 \\
 \mathbf{P}_{02} &= \mathbf{C}_6 + \mathbf{C}_3 + \mathbf{C}_1 \\
 \mathbf{P}_{21} &= \frac{1}{2}(\mathbf{C}_3 + \mathbf{C}_4 + \mathbf{C}_7) + \mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_5 \\
 \mathbf{P}_{12} &= \frac{1}{2}(\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_4 + \mathbf{C}_8) + \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_6 + \mathbf{C}_3 \\
 \mathbf{P}_{22} &= \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_3 + \mathbf{C}_4 + \mathbf{C}_5 + \mathbf{C}_6 + \mathbf{C}_7 + \mathbf{C}_8.
 \end{aligned} \tag{20}$$

3.2. Validação, análise de erro e performance

O programa de simulação por elementos finitos DD3IMP, inicialmente desenvolvido para simulação numérica do processo de conformação por deformação plástica de chapas metálicas, tem vindo a ser continuamente otimizado [Menezes e Teodosiu, 2000]. Actualmente é também utilizado noutros domínios de aplicação, como é o caso da caracterização mecânica.

Na última versão do programa DD3IMP foram implementadas estratégias de High-Performance Computing (HPC) de forma a melhorar a performance do programa. Isto implicou alterações profundas no código incluindo a alocação das variáveis em módulos, e como tal, torna-se necessário fazer a sua validação. Esta nova versão, denominada O10, utiliza um método directo na resolução do sistema de equações, ao contrário do método iterativo anteriormente adoptado. Foram também aplicadas directivas *OpenMP* nos ciclos do programa mais dispendiosos. Além disso, foram ainda reprogramadas algumas sub-rotinas de modo a melhorar o seu desempenho. Assim, nesta secção é feita a validação da versão O10 através da comparação de resultados numéricos entre esta e a versão prévia, designada V45.

Além desta tarefa, o principal objectivo desta secção é estudar a influência da modelação das ferramentas nos resultados finais da simulação numérica. Assim, opta-se por construir vários modelos de ferramentas com precisões distintas, de forma a estudar a influência do erro geométrico nos resultados numéricos. Para tal, é sempre considerado um

modelo de ferramenta descrito por superfícies Bézier de grau variável (inferior a seis), obtido directamente do programa de CAD, designado por (GV). Os modelos são igualmente discretizados com malhas poliédricas, que são posteriormente convertidas em superfícies paramétricas Bézier de grau 2, com o auxílio das relações matemáticas apresentadas na secção 3.1.1. Para além da comparação dos resultados numéricos, são comparados os tempos de simulação, de forma a estudar a influência do grau das superfícies Bézier, bem como o número de superfícies que descrevem as ferramentas de estampagem. A determinação dos vectores coeficientes (C_1, \dots, C_8) da equação (6) é realizada com o auxílio dos vectores normais em cada nó, determinados com base na superfície CAD [Neto, 2010].

A comparação entre as duas versões do programa é sempre realizada utilizando o modelo de ferramenta designado GV, sendo este o que apresenta maior precisão geométrica. A versão O10 é utilizada na comparação entre diferentes modelos de ferramentas.

Nas secções seguintes são analisados os resultados de três exemplos de complexidade crescente. O primeiro exemplo corresponde à indentação esférica e envolve apenas uma ferramenta. O segundo é a flexão cilíndrica livre, que envolve duas ferramentas, a actuar em superfícies distintas da chapa. O último é a estampagem de uma taça em cruz, que envolve três ferramentas. Em todos os exemplos as ferramentas são consideradas rígidas.

3.2.1. Indentação esférica

O processo de caracterização de materiais através de indentação consiste na aplicação de uma pressão, ou carga, sobre a superfície da peça que se pretende analisar. Os indentadores utilizados podem apresentar geometrias cónicas, esféricas, ou piramidais, tais como as utilizadas em ensaios de dureza. Este trabalho foca-se apenas no caso da indentação esférica, onde uma esfera exerce uma carga sobre um bloco metálico, tal como se mostra esquematicamente na Figura 27.

O bloco de material considerado tem uma geometria cilíndrica com um raio de 3000 μm e uma altura de 3045 μm , sendo o indentador uma esfera de raio $r = 5000 \mu\text{m}$. A profundidade de indentação considerada é de 40 μm . O bloco em análise é de alumínio, sendo os parâmetros do material apresentados na Tabela 1. O coeficiente de atrito entre o indentador e o bloco é considerado nulo. Devido à simetria geométrica e material apenas é

analisado ¼ da geometria. O bloco de alumínio é discretizado com 9072 elementos finitos hexaédricos, obtendo-se a discretização apresentada na Figura 28.

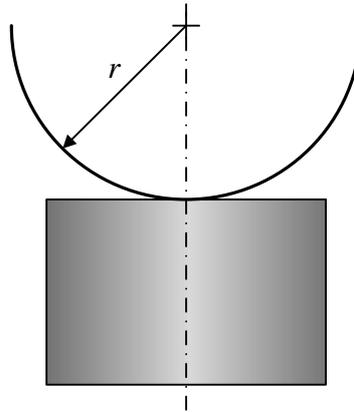


Figura 27. Esquema de uma indentação esférica.

Tabela 1. Parâmetros do material do bloco em alumínio usado na simulação da indentação esférica.

Propriedades elásticas	Lei de encruamento: Voce $\sigma = \sigma_{Sat} - (\sigma_{Sat} - \sigma_0)^{-C_\sigma \bar{\epsilon}_p}$	Critério de plasticidade: Hill'48
Módulo de Young: $E = 70 \text{ GPa}$ Coeficiente de Poisson: $\nu = 0,33$	$\sigma_{Sat} = 0,4071 \text{ GPa}$ $\sigma_0 = 0,2675 \text{ GPa}$ $C_\sigma = 10,7656$	$F = G = H = 0,5$ $L = M = N = 1,5$

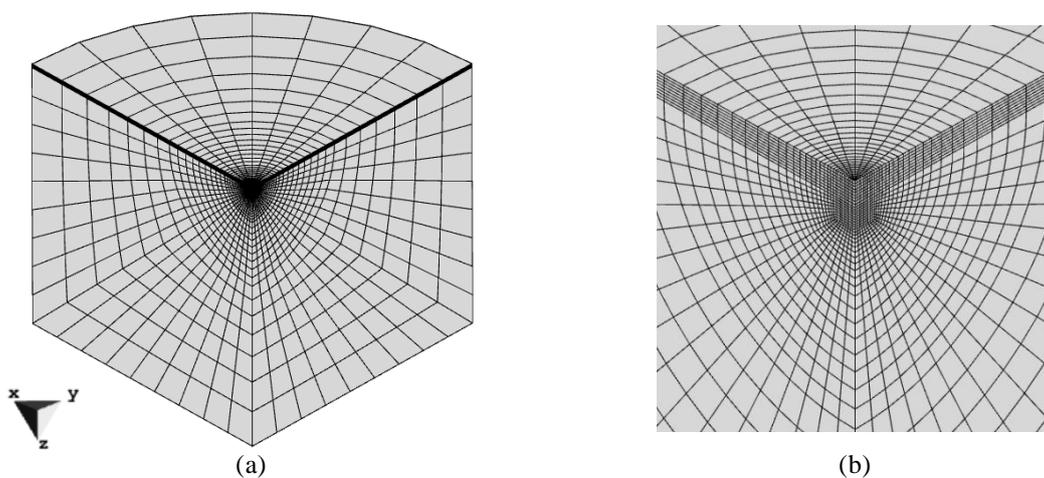


Figura 28. Malha de elementos finitos utilizada no bloco: (a) vista global; (b) detalhe da zona de indentação.

As cinco malhas poliédricas do indentador esférico construídas são apresentadas na Figura 29. Posteriormente estas malhas são suavizadas com superfícies Nagata.

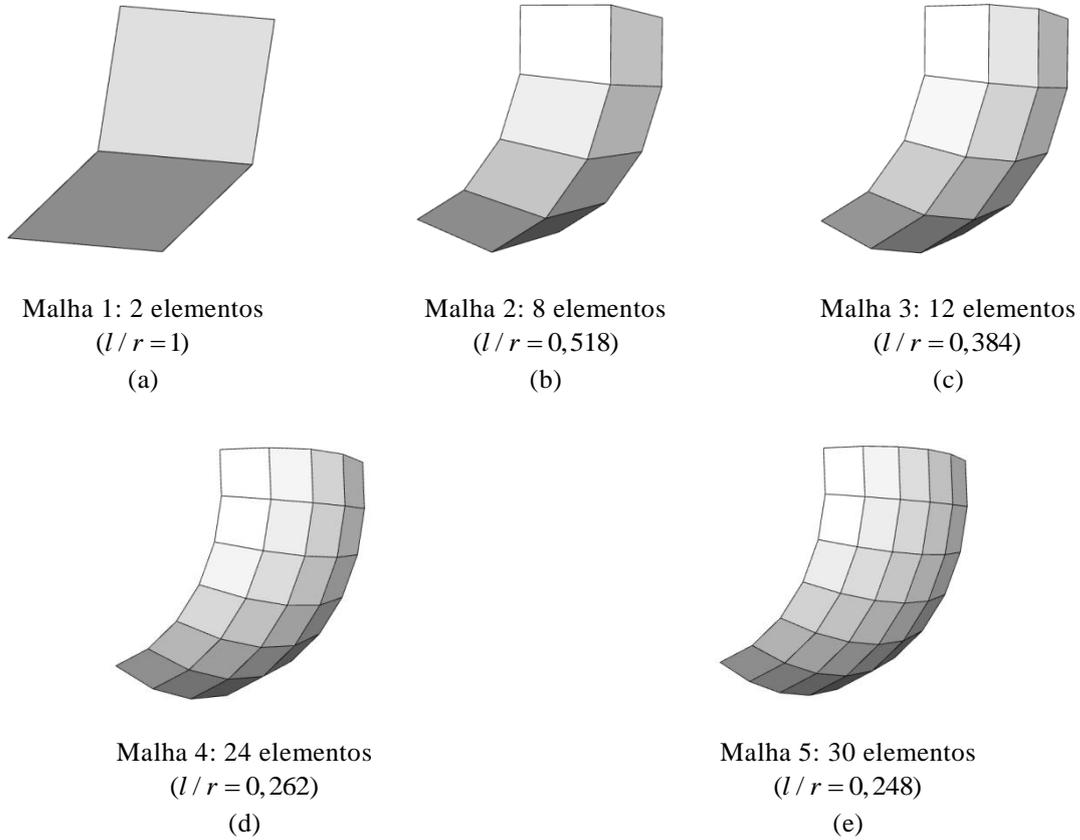


Figura 29. Malhas poliédricas de elementos finitos usadas na descrição do indentador esférico: (a) malha 1; (b) malha 2; (c) malha 3; (d) malha 4; (e) malha 5;

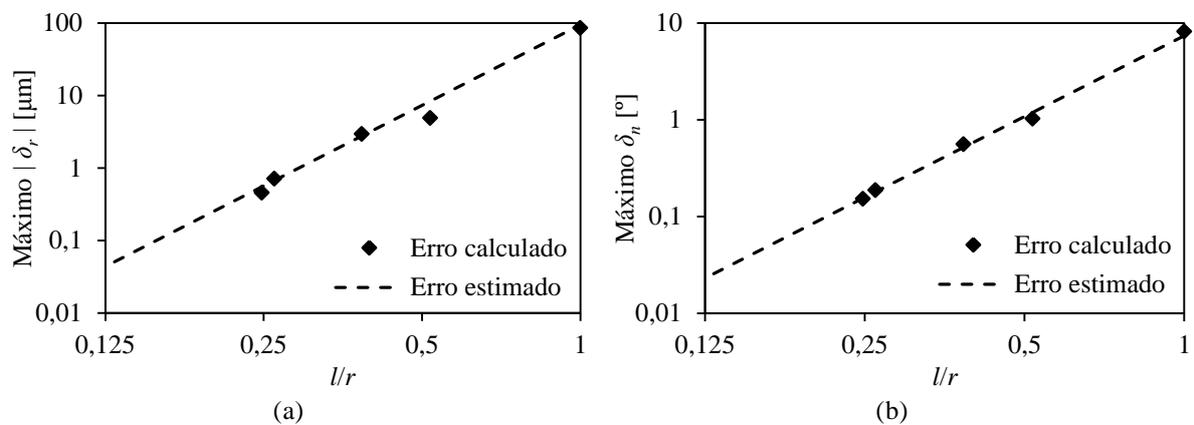


Figura 30. Comparação entre o erro máximo estimado e o erro máximo calculado para a interpolação com superfícies Nagata: (a) módulo do erro radial; (b) erro do vector normal.

A Figura 30 apresenta a comparação entre o erro radial e do vector normal máximo estimado para a interpolação Nagata da esfera, avaliado na secção 2.2.3, e o erro máximo efectivamente calculado para cada interpolação das malhas poliédricas da Figura 29. Para ambos os erros em estudo, verifica-se que existe uma correlação elevada entre o erro máximo calculado para a interpolação Nagata e o estimado através da Figura 17. Desta análise conclui-se que esta figura pode ser utilizada para determinar o erro máximo que está associado à interpolação de cada malha poliédrica da superfície da ferramenta.

Antes de estudar a influência da modelação da ferramenta nos resultados da simulação numérica, é feita a comparação entre a versão do DD3IMP V45 e O10. A Figura 31 representa a evolução da força do indentador em função do seu deslocamento, para as duas versões do programa DD3IMP. Analisando a figura, conclui-se que não existe qualquer diferença na evolução da força em função do deslocamento do indentador. A Figura 32 mostra a distribuição da deformação plástica equivalente na zona do bloco que sofre a indentação. Tal como na evolução da força, verifica-se que não existem diferenças visíveis para a distribuição da deformação plástica equivalente obtida pelas versões V45 e O10.

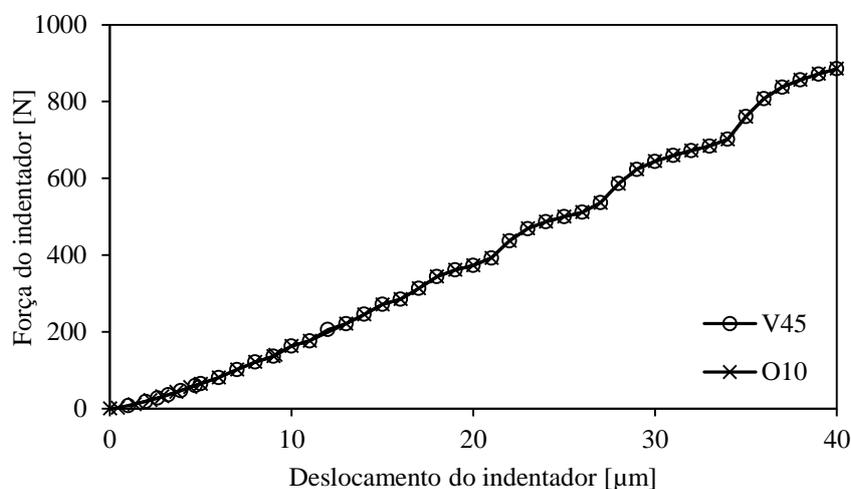


Figura 31. Indentação esférica: comparação da evolução da força do indentador com o deslocamento para as duas versões do DD3IMP.

A comparação do perfil de indentação nas secções transversais xOz e yOz (ver Figura 28 (a)), correspondentes aos planos de simetria, é apresentada na Figura 33 (a) e Figura 33 (b), respectivamente. A amplitude da escala utilizada no eixo das ordenadas e abcissas é muito diferente, sendo que o nó de coordenadas iniciais (0,0,0) se desloca

40 μm , correspondente à profundidade de indentação. Tanto para a secção xOz como para a secção yOz, os perfis obtidos com a versão V45 e O10 são idênticos.

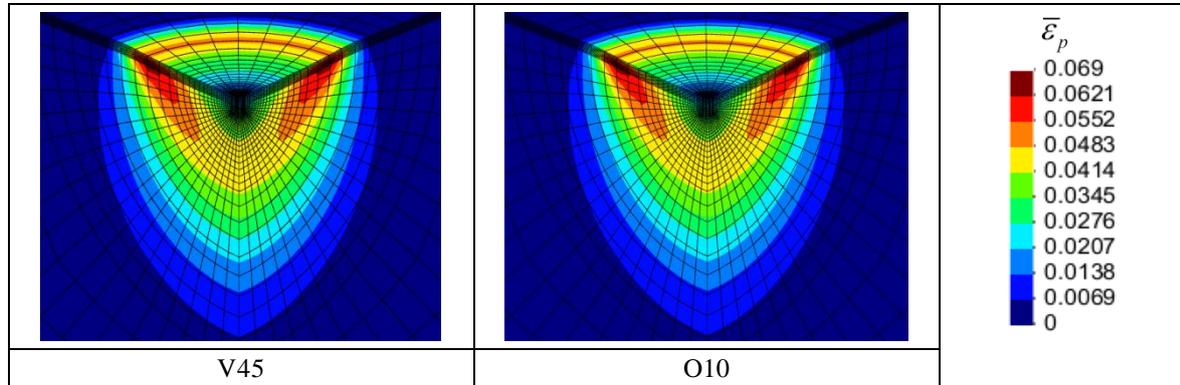


Figura 32. Distribuição da deformação plástica equivalente no bloco para as duas versões do DD3IMP.

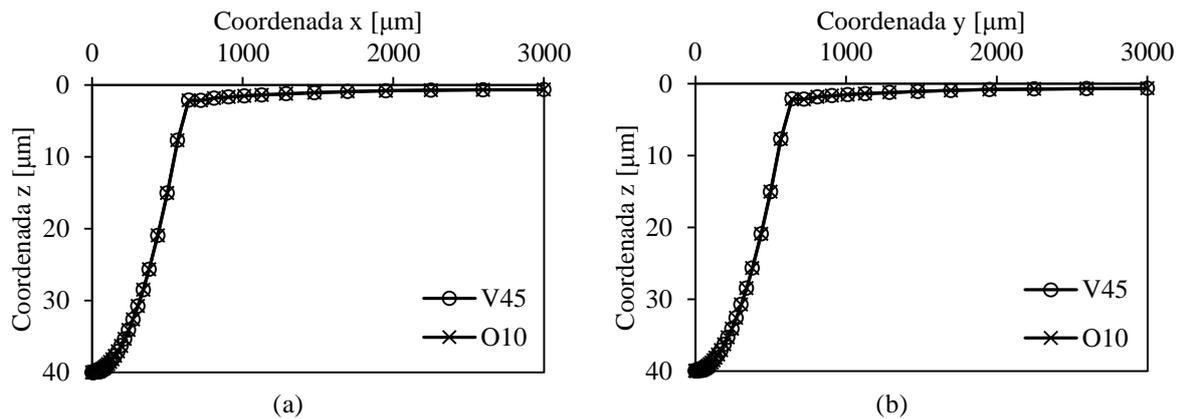


Figura 33. Comparação do perfil de indentação entre a versão V45 e O10: (a) secção xOz; (b) secção yOz.

O tempo total de simulação de cada uma das versões é apresentado na Tabela 2. Existe claramente uma grande diminuição do tempo total de simulação entre a versão V45 e a versão O10 do programa DD3IMP. Para o caso em estudo, a versão O10 é cerca de oito vezes mais rápida que a anterior versão V45.

Tabela 2. Indentação esférica: tempos totais de simulação para as duas versões do DD3IMP

	V45	O10
Tempo total de simulação (min.)	40,2	5,1

A Figura 34 apresenta a evolução da força do indentador com o deslocamento, para os vários modelos de indentador considerados. Observa-se que a modelação da ferramenta influencia a evolução da força de indentação, ou seja, o grau da superfície e o número de superfícies Bézier deve ser correctamente seleccionado. Considerando os diferentes modelos apresentados na Figura 34, observa-se que as malhas 4 e 5 são as que originam resultados mais próximos dos obtidos para o modelo GV. Apesar da malha 3 ser composta por mais elementos que a malha 2, originando uma suavização de maior precisão geométrica, a evolução da força de indentação é mais precisa para a malha 2. Isto deve-se ao facto da zona da ferramenta que estabelece contacto com o bloco apresentar uma distribuição de erro inferior para o modelo resultante da malha 2. Este efeito pode ser melhor entendido pela comparação da distribuição de erro radial apresentada na Figura 16, com as malhas 2 e 3 apresentadas na Figura 29. De facto, todas as discretizações com arestas no plano de simetria apresentam uma distribuição de erro geométrico inferior nesta zona.

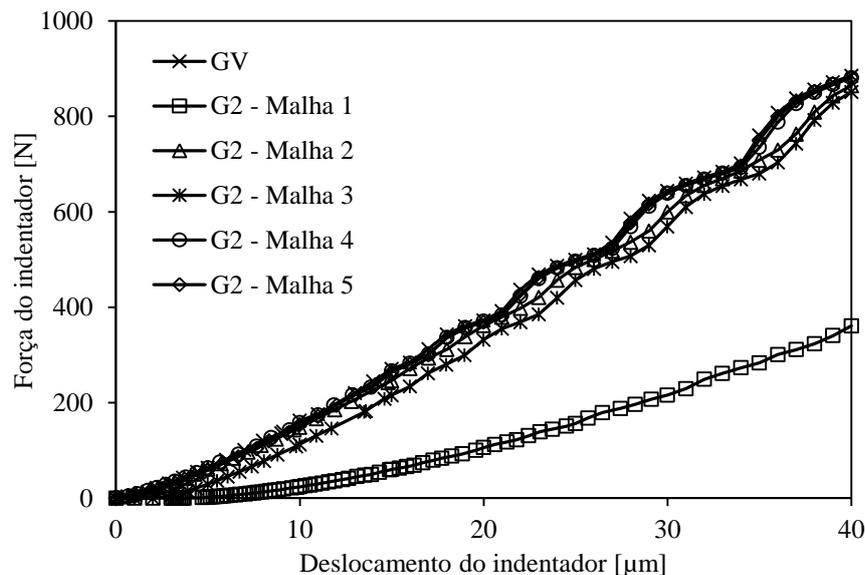


Figura 34. Indentação esférica: comparação da evolução da força do indentador para os vários modelos de indentador.

As distribuições de deformação plástica equivalente na zona do bloco que sofre a indentação são apresentadas na Figura 35 para todos os modelos de indentador estudados. O material do bloco é considerado isotrópico (ver Tabela 1), pelo que a distribuição da deformação plástica equivalente deve apresentar simetria axial relativamente ao eixo Oz, caso a geometria seja bem definida. Observa-se que o modelo do indentador resultante da

suavização da malha 4 (Figura 29) origina a distribuição mais próxima da obtida com o modelo de referência (GV), tal como se verificou na evolução da força de indentação.

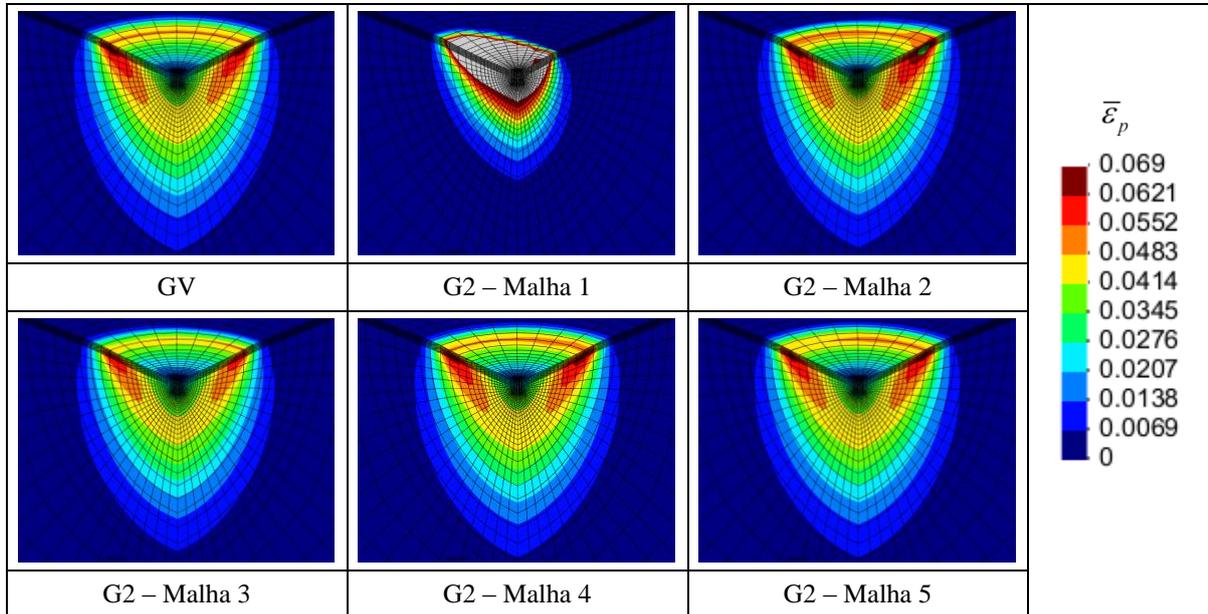


Figura 35. Comparação da distribuição da deformação plástica equivalente no bloco, para os vários modelos de indentador.

Na Figura 36 são apresentados os diferentes perfis de indentação para os vários modelos de indentador considerados. Para as duas secções xOz e yOz, o perfil que mais se afasta do originado pela ferramenta modelada com superfícies Bézier de grau variável é o que se obtém através da suavização da malha mais grosseira (Malha 1). Os dois modelos mais refinados (G2-Malha 4 e G2-Malha 5) originam perfis de indentação muito próximos dos obtidos com o modelo de indentador GV.

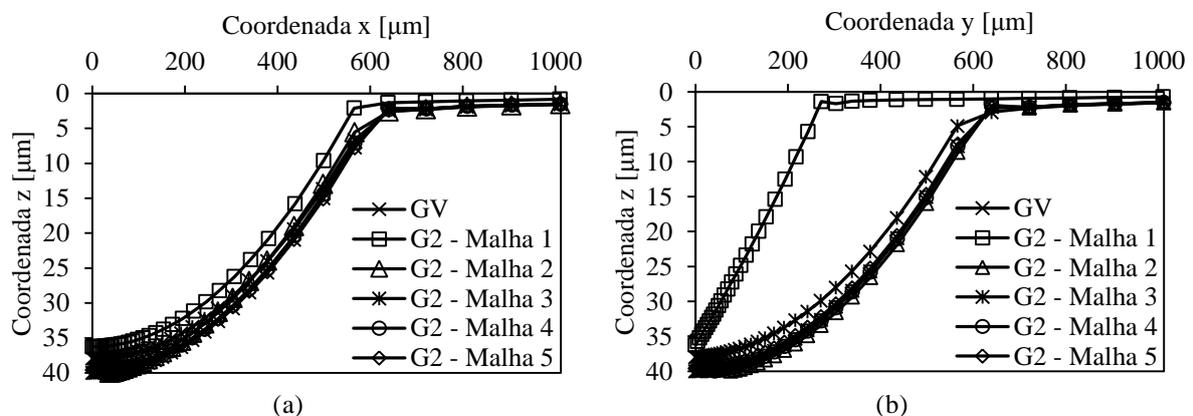


Figura 36. Comparação do perfil de indentação entre os vários modelos do indentador: (a) secção xOz; (b) Secção yOz.

A Figura 37 mostra os tempos totais de simulação para os 6 modelos de indentador. Comparando todos os modelos, o que utiliza superfícies Bézier de grau mais elevado (GV) é o que tem um tempo computacional menor. No problema em estudo o número de nós efectivamente em contacto com o indentador é muito reduzido quando comparado com o número de nós potenciais de contacto. Como tal, existem muitos com estatuto livre. O algoritmo de detecção de contacto global implementado é mais eficiente na detecção de nós livres quando o número de superfícies que descrevem o indentador é inferior a 10. O modelo correspondente à suavização da malha 1 (Figura 29) é aquele que apresenta um tempo computacional maior. Este facto deve-se à perda de simetria do problema, tal como se pode observar na Figura 35, o que aumenta a complexidade dos algoritmos numéricos conduzindo consequentemente a tempos computacionais maiores.

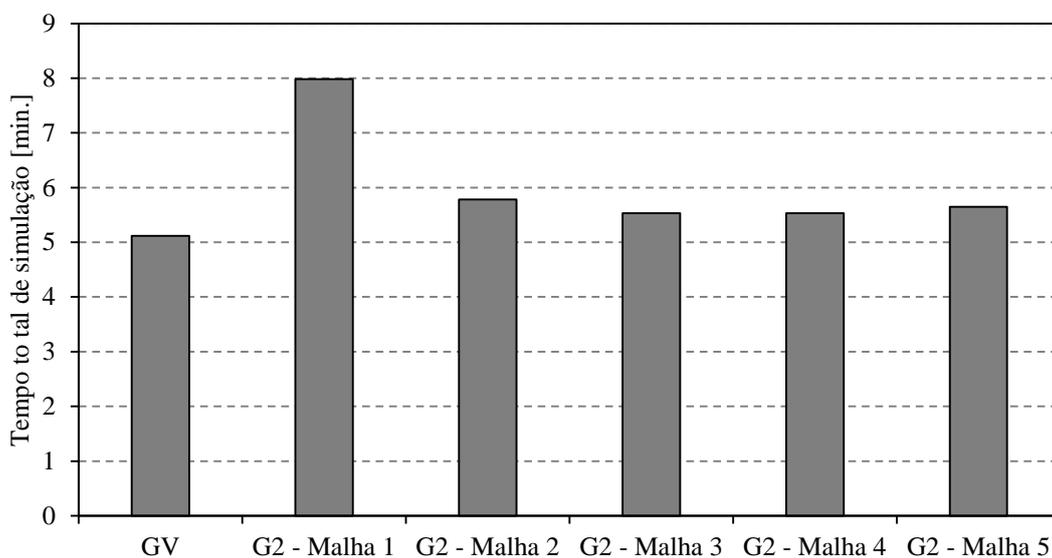


Figura 37. Indentação esférica: tempos totais de simulação para os vários modelos de indentador com a versão O10.

3.2.2. Flexão cilíndrica livre

O ensaio de flexão cilíndrica livre foi proposto no congresso Numisheet 2002, sendo o seu principal objectivo estudar o fenómeno do retorno elástico. O ensaio consiste na dobragem de uma chapa metálica através de um punção e uma matriz cilíndrica, como se indica na Figura 38. Durante o ensaio o punção desloca-se verticalmente 28,5 mm, sendo as dimensões das ferramentas indicadas na figura [Yang *et al.*, 2002]. A avaliação do retorno elástico é feita com base no ângulo de dobragem antes e após o retorno elástico,

como se mostra na Figura 39. O material proposto para a chapa é um aço de alta resistência (HSS), cujas propriedades mecânicas se apresentam na Tabela 3.

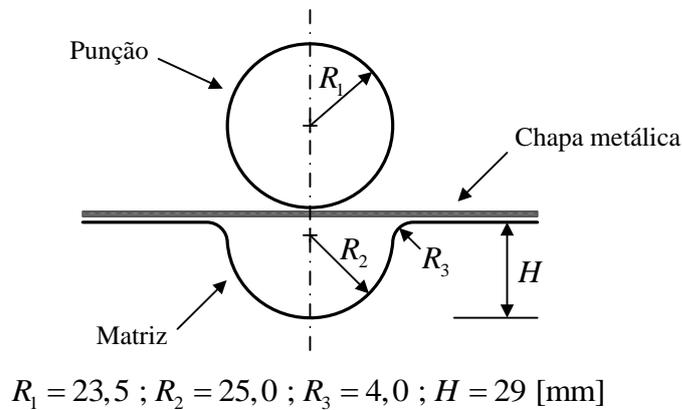


Figura 38. Esquema do ensaio de flexão cilíndrica livre.



Figura 39. Avaliação do retorno elástico: (a) chapa metálica antes do retorno elástico; (b) chapa metálica depois do retorno elástico.

Tabela 3. Parâmetros do material da chapa metálica usada na flexão cilíndrica livre.

Propriedades elásticas	Lei de encruamento: Swift $\sigma = K(\bar{\epsilon}_p + \epsilon_0)^n$	Critério de plasticidade: Hill'48
Módulo de Young: $E = 222170 \text{ MPa}$ Coeficiente de Poisson: $\nu = 0,3$	$K = 645,24 \text{ MPa}$ $\epsilon_0 = 0,0102$ $n = 0,25177$	$F = 0,25397$ $G = 0,39683$ $H = 0,60318$ $L = M = 1,5$ $N = 1,68946$

As dimensões iniciais da chapa metálica são $120 \times 30 \times 1 \text{ mm}$ sendo o coeficiente de atrito entre as ferramentas e a chapa de $0,1482$. Devido às condições de

simetria geométrica e material, apenas se simula $\frac{1}{4}$ do problema. A chapa é discretizada com uma malha de elementos finitos, contendo no total 10980 elementos hexaédricos de 8 nós (ver Figura 40).

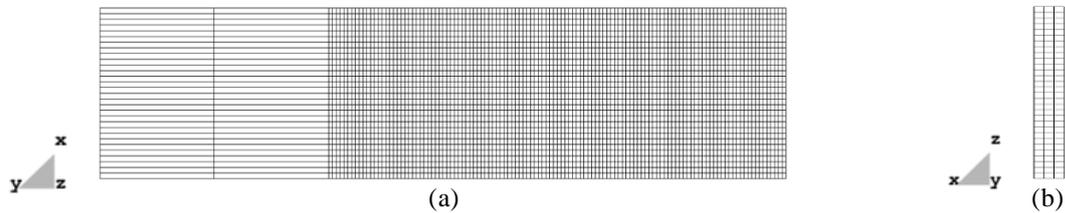


Figura 40. Malha de elementos finitos da chapa metálica: (a) plano xOy; (b) plano xOz.

São construídos 4 modelos, sendo que um utiliza superfícies Bézier desde grau 1 até grau 6, designado GV. Os restantes 3 modelos utilizam apenas superfícies Bézier de grau 2. As malhas poliédricas apresentadas na Figura 41 são a base de interpolação para a geração destes 3 modelos.

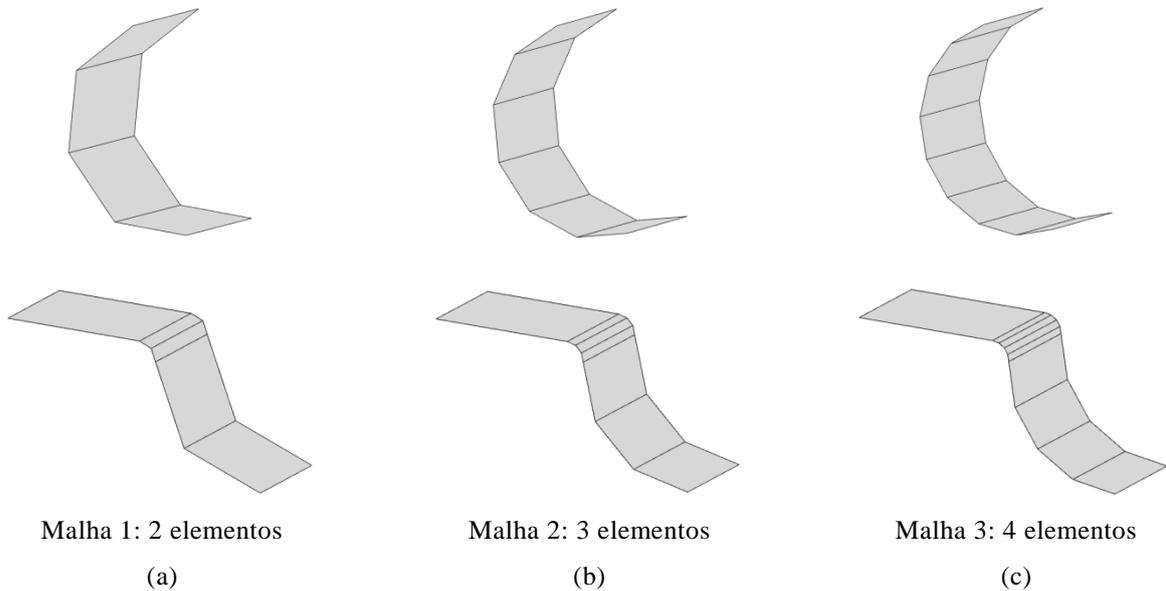


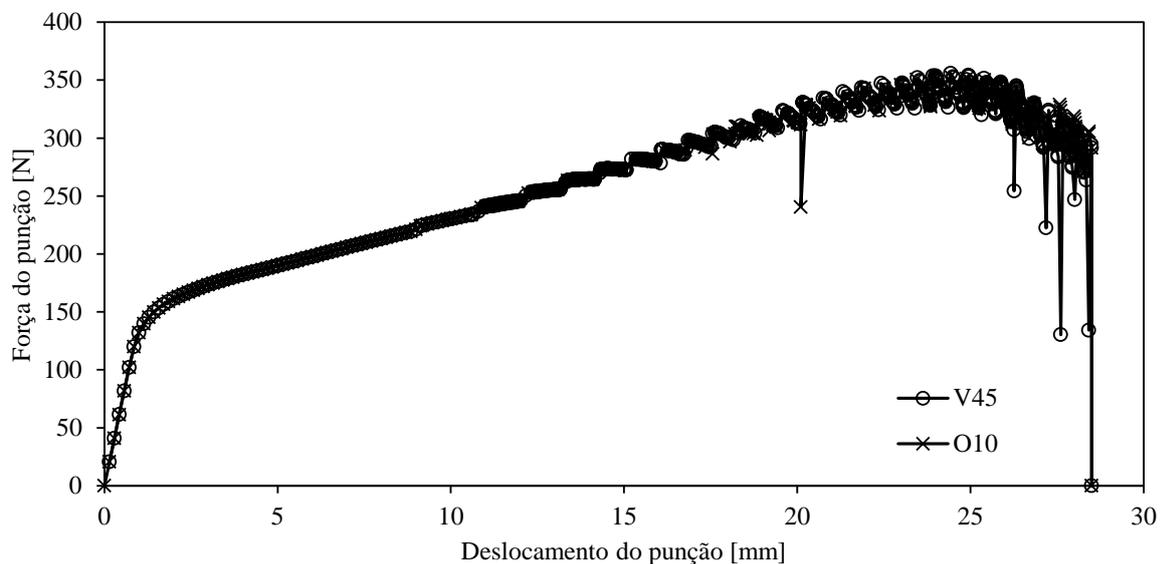
Figura 41. Malhas poliédricas de elementos finitos utilizadas na discretização da matriz e punção : (a) malha 1; (b) malha 2; (c) malha 3.

As várias discretizações seleccionadas para as ferramentas consideram 2, 3 e 4 elementos finitos para descrever as zonas cilíndricas correspondentes a $\frac{1}{4}$ de cilindro, como se mostra na Figura 41. Depois de construídas as malhas poliédricas é aplicado o algoritmo Nagata para suavizar os elementos finitos. A Tabela 4 apresenta os valores do erro radial máximo e do erro máximo do vector normal para as diferentes zonas cilíndricas.

Tabela 4. Erro radial máximo e erro máximo do vector normal para as diferentes zonas cilíndricas das ferramentas (ver Figura 38).

	δ_r [mm]			δ_n [°]		
	Zona R_1	Zona R_2	Zona R_3	Zona R_1	Zona R_2	Zona R_3
Malha 1	0,07866	0,08318	0,01208	0,73661	0,73324	0,68155
Malha 2	0,01598	0,01689	0,00245	0,22229	0,22124	0,20517
Malha 3	0,00504	0,00533	0,00077	0,09342	0,09297	0,08615

Na Figura 42 está representada a evolução da força do punção em função do deslocamento para as duas versões do DD3IMP consideradas. Da análise da figura é possível concluir que ambas apresentam uma evolução semelhante. As oscilações apresentadas por ambas as evoluções resultam da discretização seleccionada para a chapa. Ambas as versões apresentam algumas variações bruscas do valor da força, que estão também associadas a problemas de contacto. No entanto, uma vez que o critério de convergência é sempre cumprido, observa-se que também a distribuição da deformação plástica equivalente é semelhante, como se mostra na Figura 43.

**Figura 42.** Flexão cilíndrica livre: comparação da evolução da força do punção com o deslocamento para as duas versões do DD3IMP.

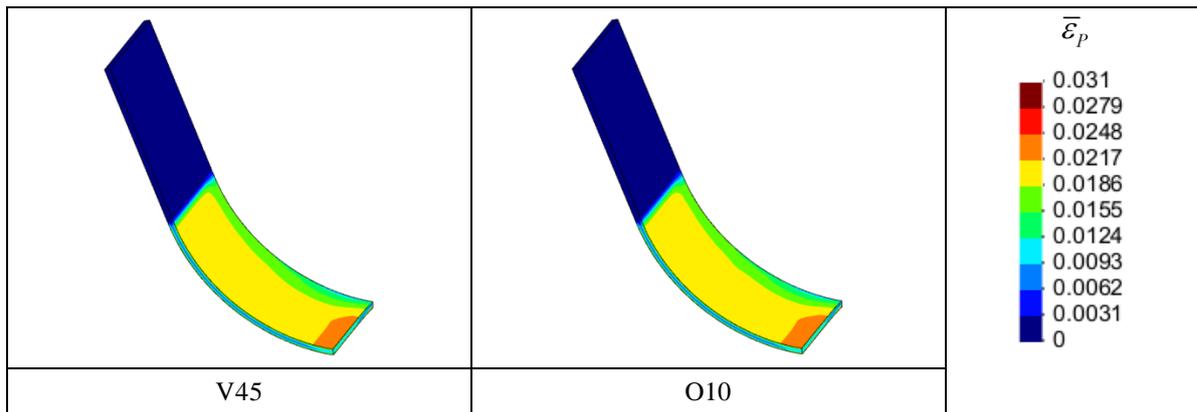


Figura 43. Distribuição da deformação plástica equivalente da chapa metálica para as duas versões do DD3IMP.

A Figura 44 apresenta a comparação do perfil da chapa metálica antes e depois do retorno elástico. Este perfil é gerado a partir das coordenadas dos nós da parte superior da chapa. Quando comparados os ângulos de abertura da chapa metálica, conclui-se que não existe variação entre a versão V45 e O10, antes e depois do retorno elástico como se mostra na Tabela 5.

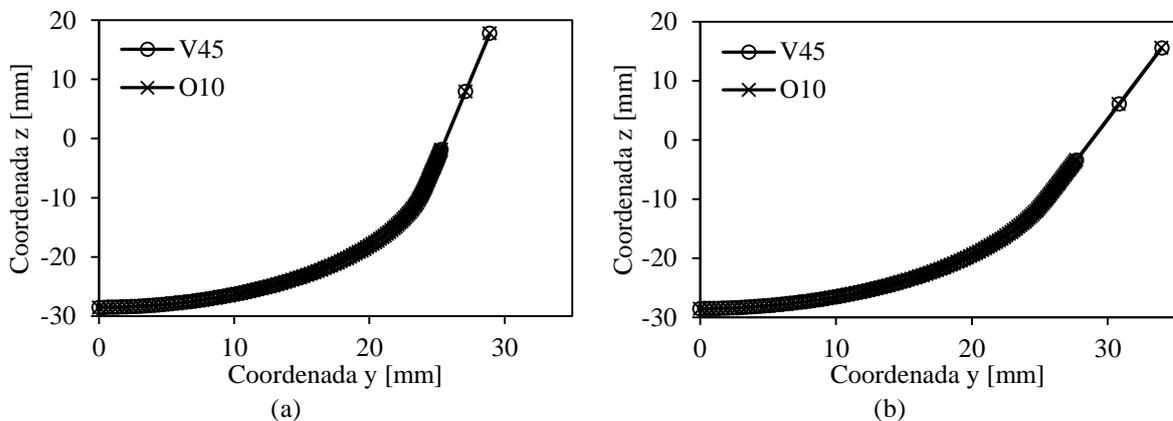


Figura 44. Comparação do perfil da chapa metálica obtido com a versão V45 e O10: (a) antes do retorno elástico; (b) depois do retorno elástico.

Tabela 5. Comparação do ângulo de abertura da chapa metálica para as duas versões do DD3IMP.

	V45	O10
Antes do retorno elástico	20,7°	20,7°
Depois do retorno elástico	36,6°	36,6°

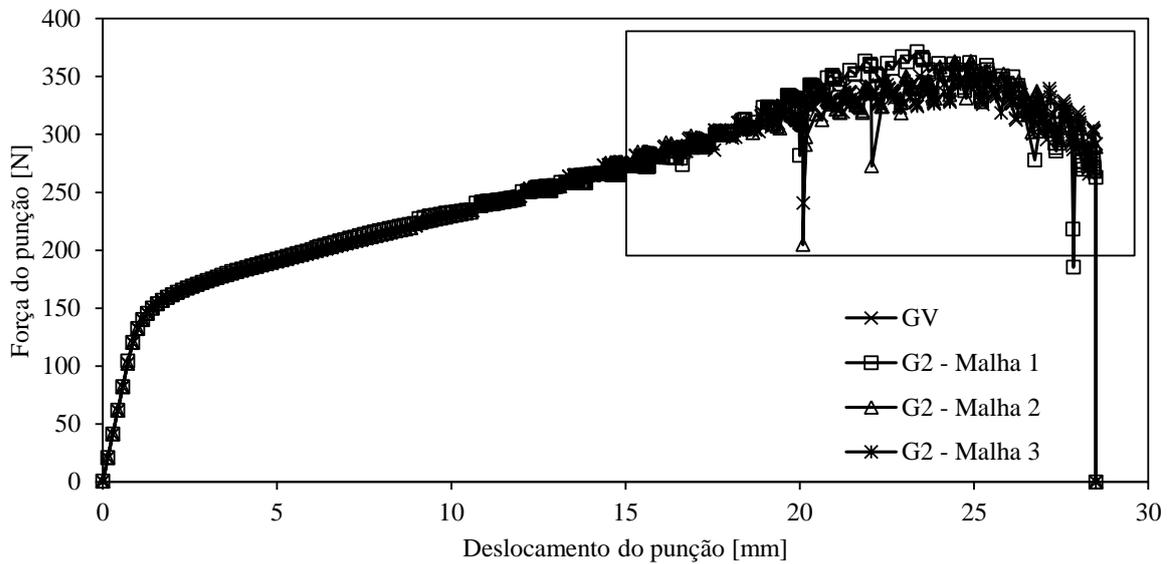
O tempo total de simulação de cada uma das versões é apresentado na Tabela 6. A versão V45 demorou mais de 3 dias enquanto que a nova versão completou a simulação em menos de 3 horas. Além disso, não se verificaram problemas de convergência na versão O10, ao contrário do que aconteceu na V45.

Tabela 6. Flexão cilíndrica livre: tempos totais de simulação para as duas versões do DD3IMP.

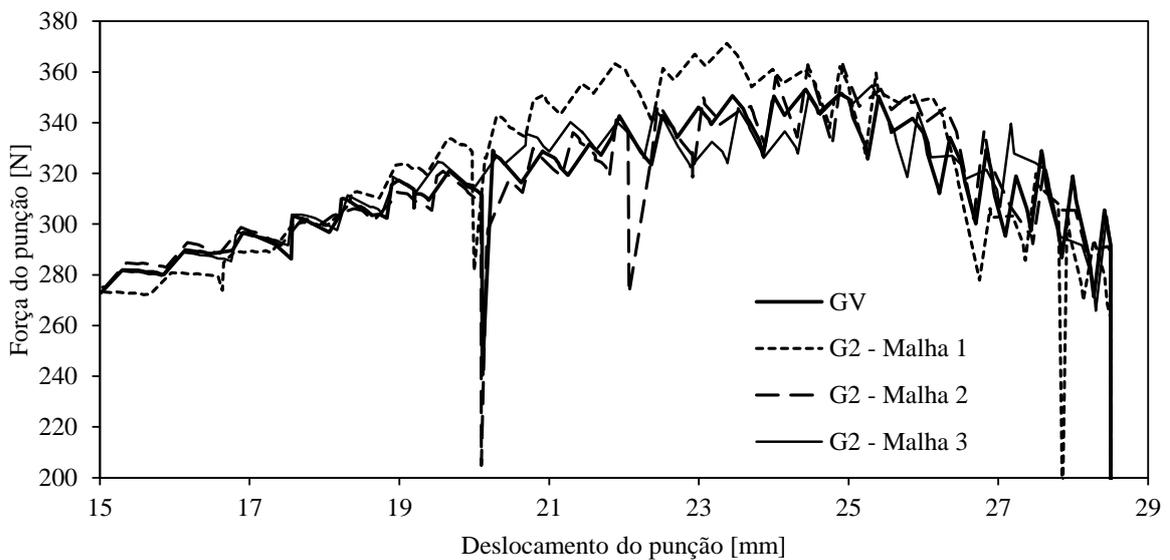
	V45	O10
Tempo total de simulação (h)	83,53	2,45

A Figura 45 representa a evolução da força do punção em função do deslocamento para os vários modelos considerados. Apesar das oscilações observadas pode concluir-se que a malha 3 é a que mais se aproxima dos resultados de referência (GV), visto que origina uma interpolação com uma gama de erro geométrico inferior (ver Tabela 4). A mesma conclusão pode ser retirada da comparação das distribuições de deformação plástica equivalente na chapa metálica, como se mostra na Figura 46. Globalmente, as diferenças observadas não são significativas entre os vários modelos.

A Figura 47 apresenta a comparação dos perfis da chapa metálica, antes e após retorno elástico, para os vários modelos utilizados. Os perfis são muito semelhantes, não sendo perceptível qualquer diferença entre eles. Este resultado é confirmado pela comparação dos ângulos de abertura da chapa metálica, antes e após retorno elástico. De facto, a variação entre os diferentes modelos de ferramentas é inferior a 4,8% , sendo que o modelo G2 - Malha 3 acaba por ter um ângulo de abertura idêntico ao modelo GV. Da análise da Tabela 4, é possível correlacionar as ligeiras diferenças observadas entre os modelos G2 com o erro radial máximo e o erro máximo do vector normal. Ou seja, o modelo deve apresentar um erro radial máximo de aproximadamente 0,02% e aproximadamente 0,1° de erro máximo do vector normal.



(a)



(b)

Figura 45. Flexão cilíndrica livre: (a) comparação da evolução da força do punção com o deslocamento entre os vários modelos das ferramentas; (b) pormenor da variação no final do processo.

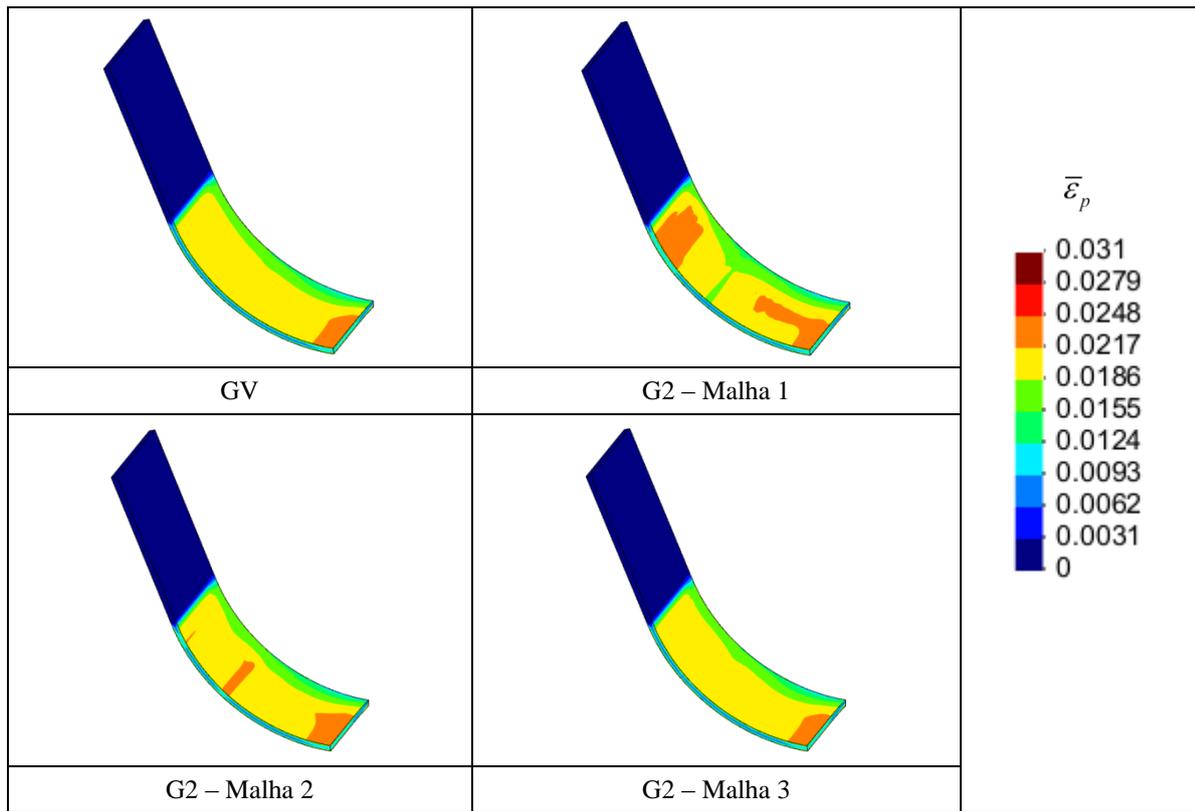


Figura 46. Comparação da distribuição de deformação plástica equivalente na chapa metálica entre os vários modelos das ferramentas.

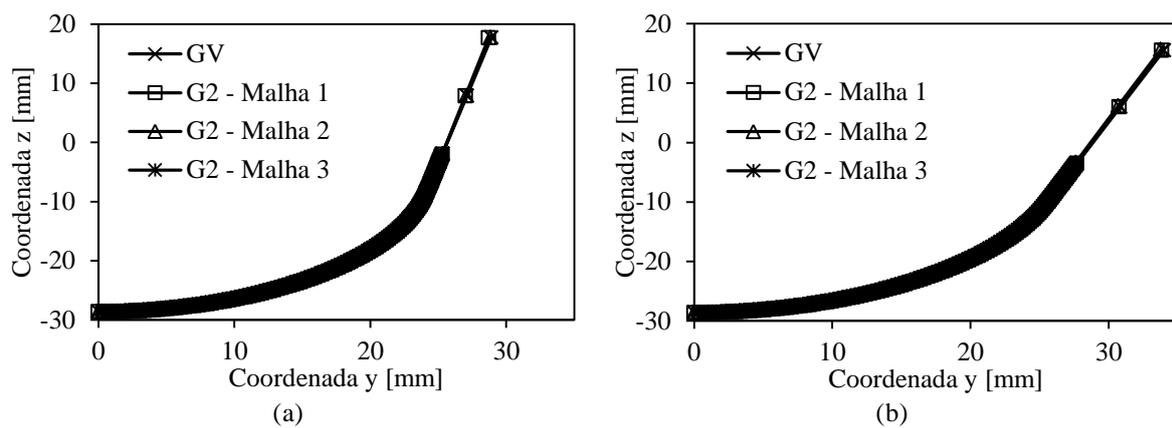


Figura 47. Comparação do perfil da chapa metálica para os vários modelos das ferramentas: (a) antes do retorno elástico; (b) depois do retorno elástico.

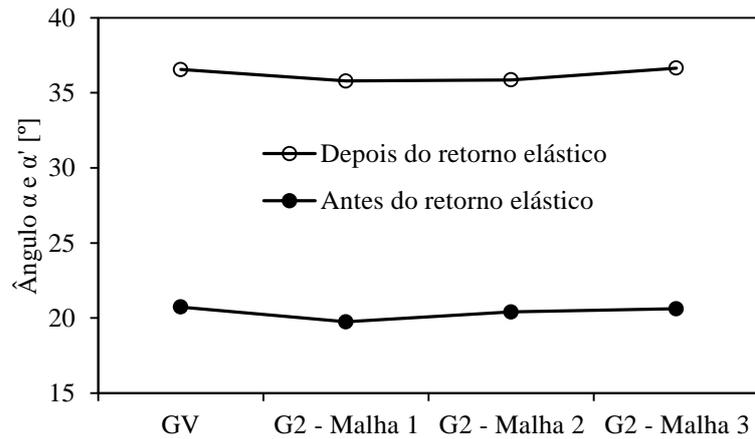


Figura 48. Comparação do ângulo de abertura da chapa metálica, antes e depois do retorno elástico, entre os vários modelos das ferramentas.

A Figura 49 mostra os tempos totais de simulação para todos os modelos de ferramentas considerados. Observa-se que para os modelos que utilizam superfícies Bézier de grau 2, o tempo de simulação aumenta com o aumento do número de superfícies que compõem as ferramentas, sendo o modelo G2 - Malha 3 aquele que apresenta um tempo computacional mais elevado (3,6% superior ao do modelo GV).

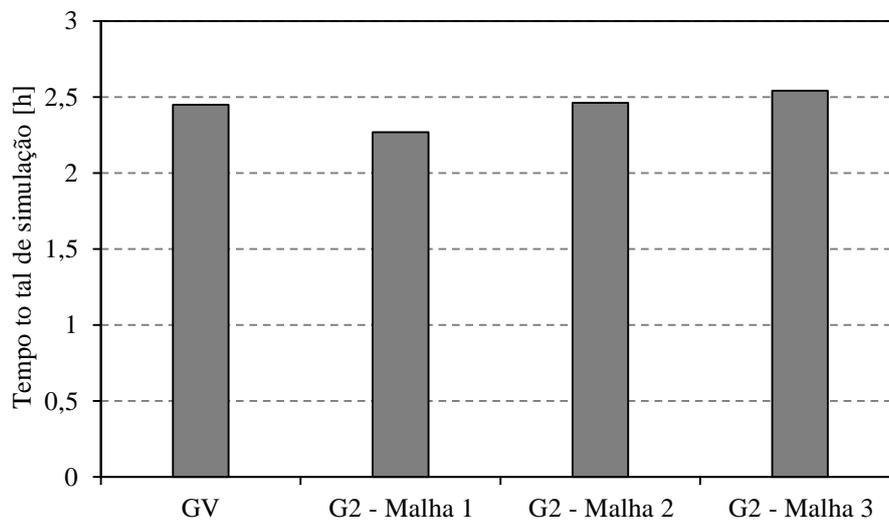


Figura 49. Flexão cilíndrica livre: tempos totais de simulação para os vários modelos das ferramentas.

3.2.3. Taça em cruz

A simulação numérica da conformação de uma taça em cruz envolve três ferramentas diferentes: um punção, uma matriz e um cerra-chapas, as quais são apresentadas na Figura 50. O material proposto para a chapa é um aço de alta resistência (DC06), cujas propriedades mecânicas são apresentadas na Tabela 7. A chapa metálica a

conformar tem dimensões de $250 \times 250 \times 0,8$ mm, sendo o coeficiente de atrito entre esta e as ferramentas de 0,03. Devido à simetria geométrica e material do problema, apenas é simulado $\frac{1}{4}$ do ensaio. A chapa é descrita com 7688 elementos hexaédricos de 8 nós, sendo uma discretização regular do tipo $62 \times 62 \times 2$ elementos. A simulação numérica do processo é realizada considerando 3 fases: o aperto do cerra-chapas; o deslocamento do punção de 60 mm, o que corresponde à estampagem completa com calibração do fundo da taça; e o retorno elástico. A espessura da taça em cruz, no final do processo, é avaliada nas três direcções apresentadas na Figura 55.

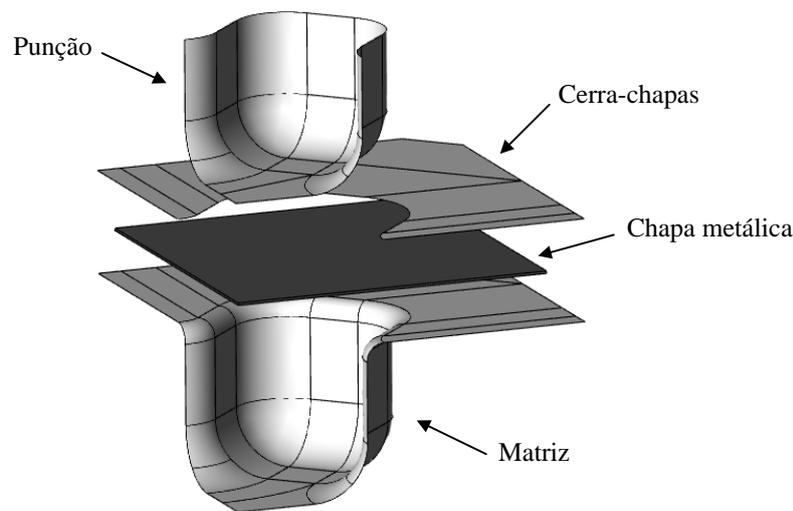


Figura 50. Representação de $\frac{1}{4}$ das ferramentas necessárias para obter uma taça em cruz.

Tabela 7. Parâmetros do material da chapa metálica usada para obter uma taça em cruz.

Propriedades elásticas	Lei de encruamento: Swift $\sigma = K(\bar{\varepsilon}_p + \varepsilon_0)^n$	Critério de plasticidade: Hill'48
Módulo de Young: $E = 210000$ MPa Coeficiente de Poisson: $\nu = 0,3$	$K = 529,5$ MPa $\varepsilon_0 = 0,00439$ $n = 0,268$	$F = 0,251$ $G = 0,297$ $H = 0,703$ $L = M = 1,5$ $N = 1,29$

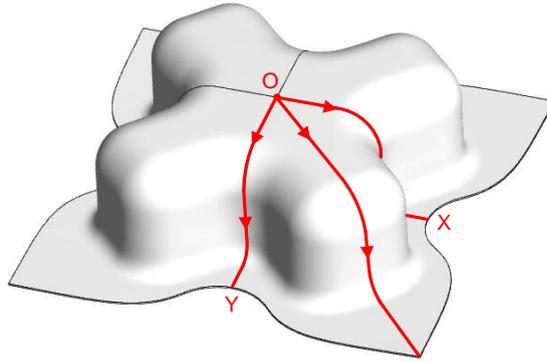


Figura 51. Taça em cruz depois do processo de estampagem e direcções de medição da espessura da chapa.

Para este exemplo numérico, o modelo das ferramentas considerado de referência, apresenta 64 superfícies Bézier de grau variável. Os modelos poliédricos utilizados neste exemplo para construir dois modelos de ferramentas são apresentados na Figura 52.

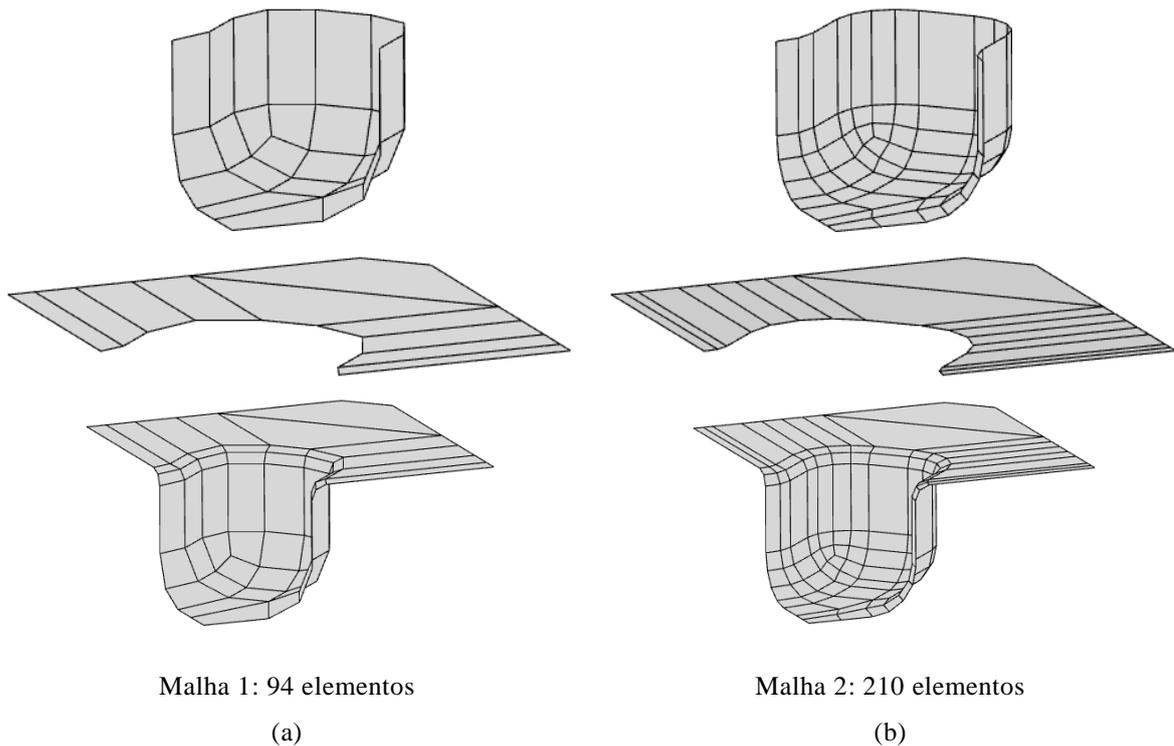


Figura 52. Malhas poliédricas das ferramentas usadas na simulação da taça em cruz: (a) malha 1; (b) malha 2.

Tabela 8. Erro radial máximo e erro máximo do vector normal para as ferramentas (ver Figura 52).

	δ_r [mm]	δ_n [°]
Malha 1	0,3857	9,306
Malha 2	0,0748	3,653

Na Tabela 8 apresenta-se o erro radial máximo e o erro máximo para o vector normal observado para os modelos suavizados. Neste caso específico, os valores máximos de erro do vector normal ocorrem na transição entre as zonas toroidais e as cilíndricas ou planas. O erro radial máximo ocorre nas zonas toroidais. Assim, a construção dos dois modelos poliédricos foi realizada com base nos resultados apresentados na secção 2.2.4, para a selecção das discretizações a adoptar nas zonas toroidais. A discretização das outras geometrias é definida com base na conectividade com as zonas toroidais, uma vez que se opta sempre por malhas estruturadas.

A Figura 53 apresenta a comparação da evolução da força do punção em função do deslocamento para as duas versões do programa DD3IMP. Verifica-se que o comportamento é o mesmo para as duas versões, não existindo qualquer diferença visível. As distribuições de deformação plástica equivalente na chapa no final do processo de conformação são apresentadas na Figura 54, de onde se pode extrair a mesma conclusão.

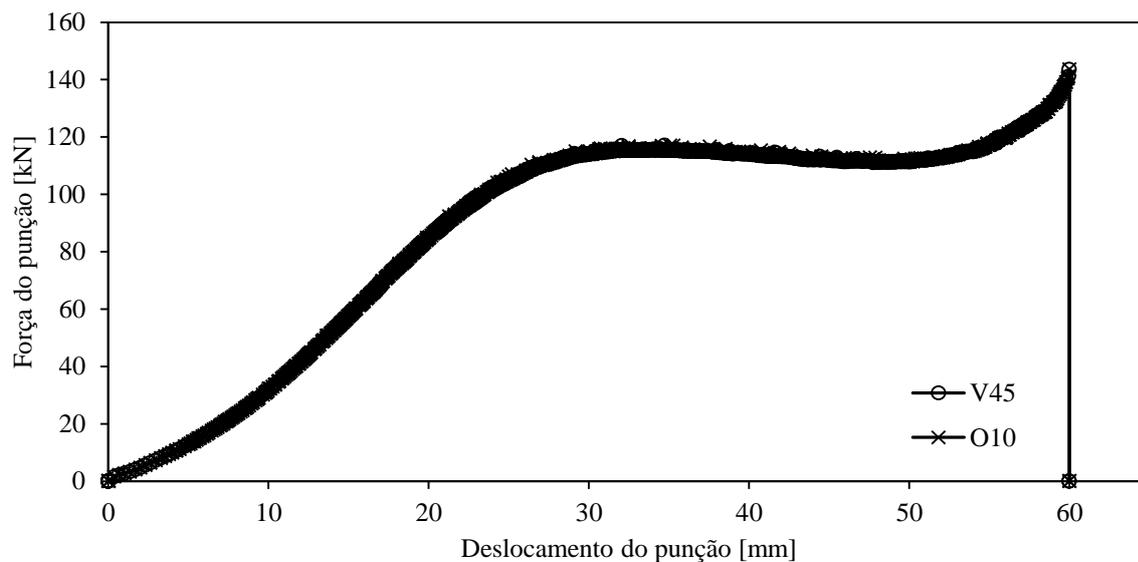


Figura 53. Taça em cruz: comparação da evolução da força do punção com o deslocamento para as duas versões do programa DD3IMP.

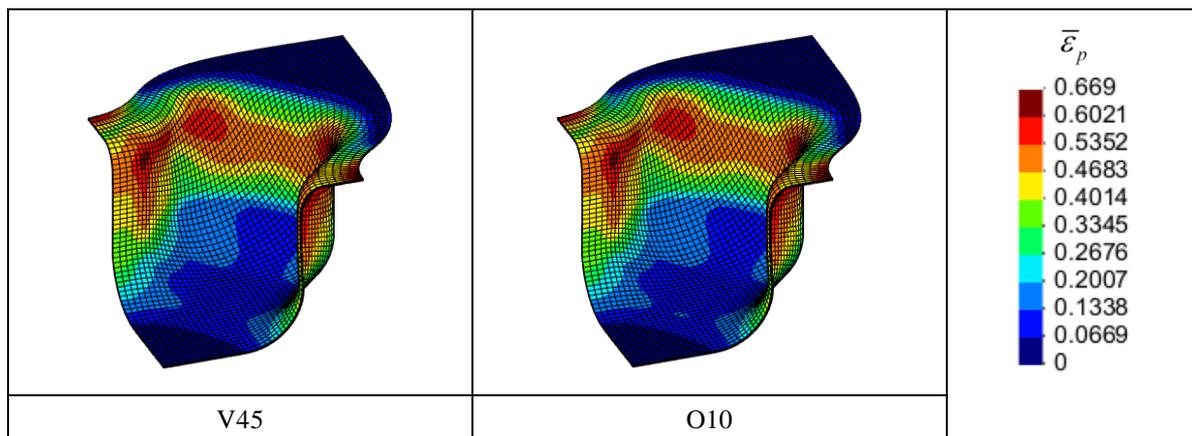


Figura 54. Distribuição de deformação plástica equivalente da taça em cruz para as duas versões do programa DD3IMP.

Na Figura 55 é apresentada a evolução da espessura da chapa metálica, ao longo das três direcções representadas na Figura 51. Para cada uma das direcções a evolução da espessura é idêntica para ambas as versões do programa DD3IMP.

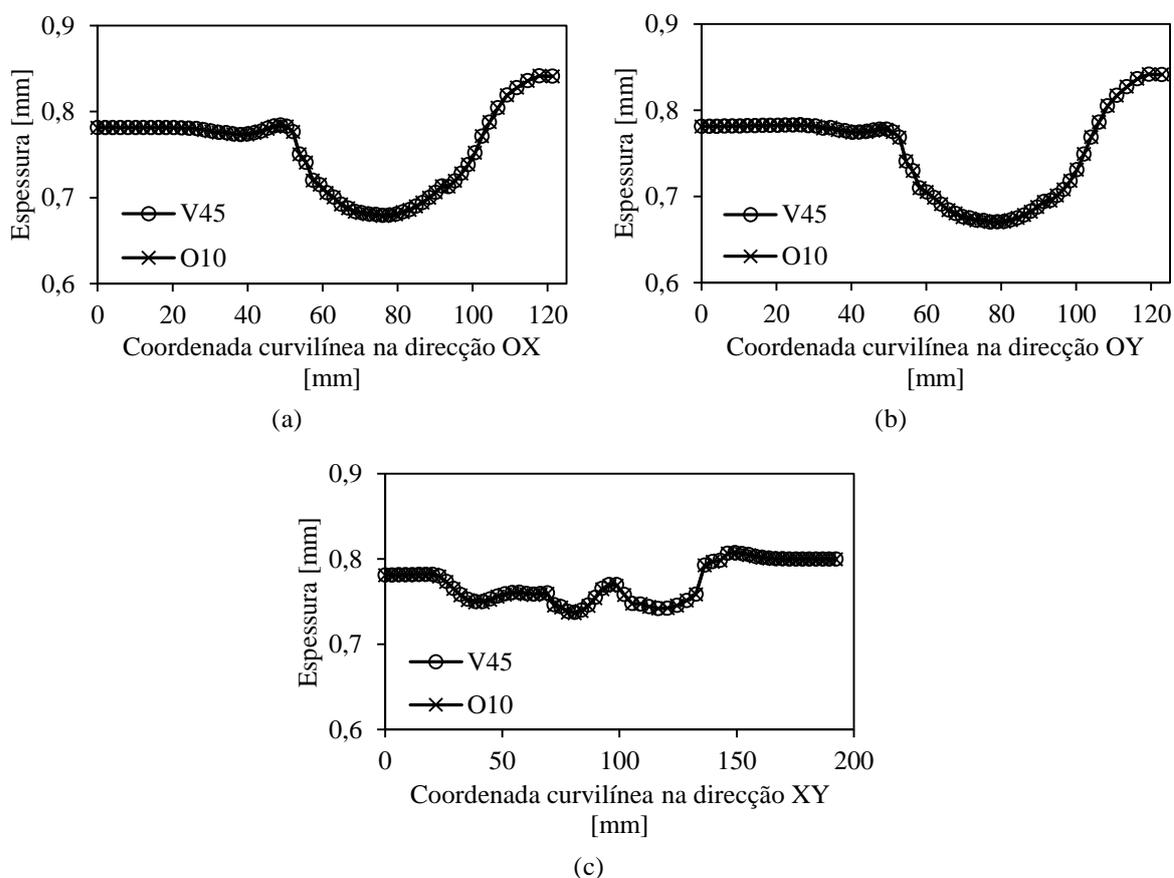


Figura 55. Comparação da espessura da chapa para as duas versões do DD3IMP: (a) direcção OX; (b) direcção OY; (c) direcção XY.

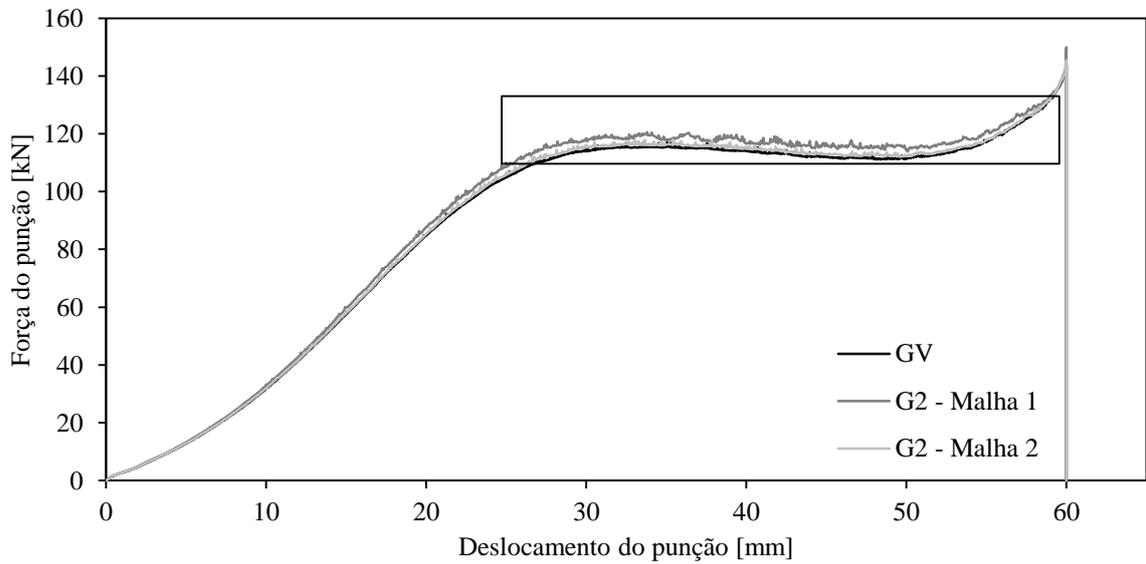
A Tabela 9 apresenta o tempo total de simulação da taça em cruz utilizando as versões V45 e O10 do programa DD3IMP. A utilização da versão O10 reduz significativamente o tempo de simulação do processo, sendo neste problema cerca de 10 vezes mais rápida do que a versão V45.

Tabela 9. Taça em cruz – tempos totais de simulação para as diferentes versões do DD3IMP.

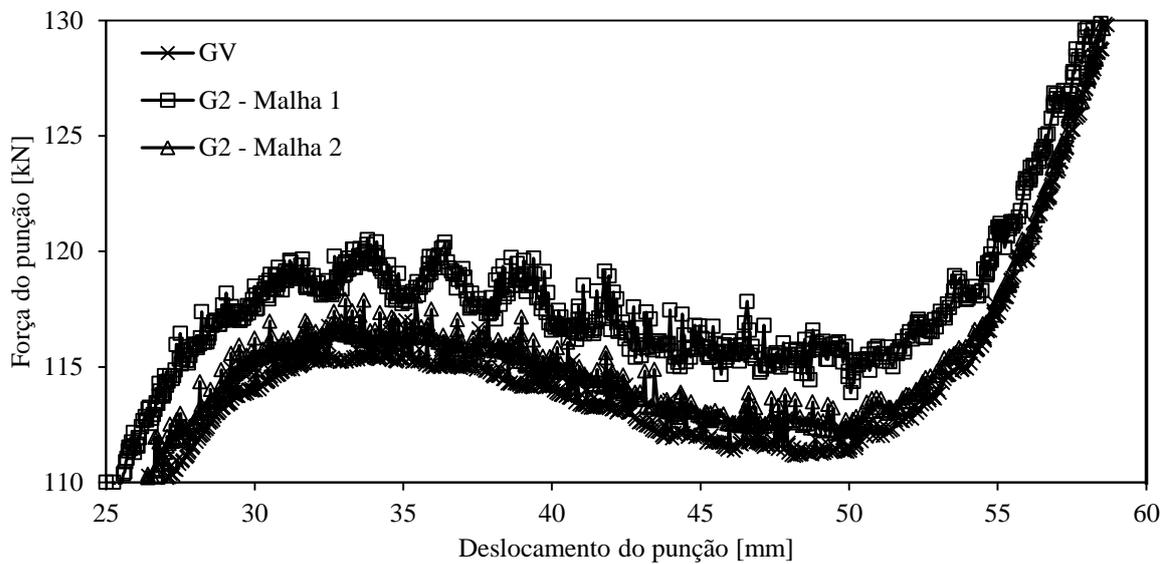
	V45	O10
Tempo total de simulação (h)	24,23	2,19

A Figura 56 mostra a evolução da força do punção em função do deslocamento, para os 3 modelos de ferramentas analisadas. Apenas o modelo G2-Malha 1 origina uma evolução de força ligeiramente diferente da obtida com o modelo de referência. No entanto, a Figura 56 (b) mostra que a evolução da força correspondente à malha 2, é muito semelhante da obtida pelo modelo GV.

A comparação da distribuição de deformação plástica equivalente na chapa para os 3 modelos de ferramentas é apresentada na Figura 57. Observa-se, também nesta distribuição uma ligeira diferença do modelo G2-Malha 1 em relação aos outros, sendo evidente a alteração da localização do máximo. No entanto, para o modelo G2-Malha 2 a distribuição é idêntica à obtida com o modelo de ferramenta de referência GV.



(a)



(b)

Figura 56. Taça em cruz: (a) comparação da evolução da força do punção com o deslocamento entre os vários modelos das ferramentas; (b) pormenor da variação final no final do processo.

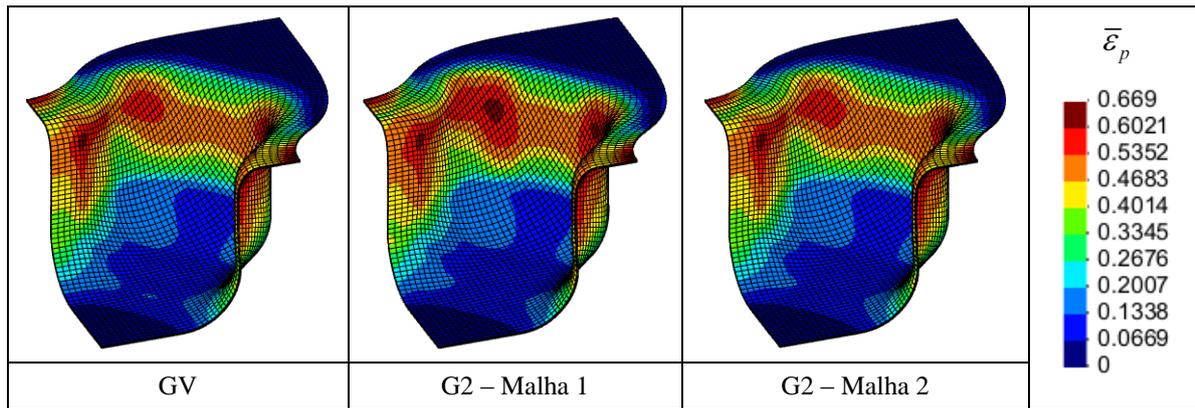


Figura 57. Comparação da distribuição de deformação plástica equivalente da taça em cruz entre os vários modelos das ferramentas.

A Figura 58 apresenta a comparação da espessura da chapa metálica nas três direcções indicadas na Figura 51, para os vários modelos de ferramentas. Observa-se que globalmente a evolução da espessura na taça em cruz não é visivelmente diferente para os vários modelos de ferramentas. As diferenças observadas para o modelo G2 – Malha 1 resultam do maior erro geométrico apresentado, em particular nas zonas toroidais, como se mostra na Tabela 8.

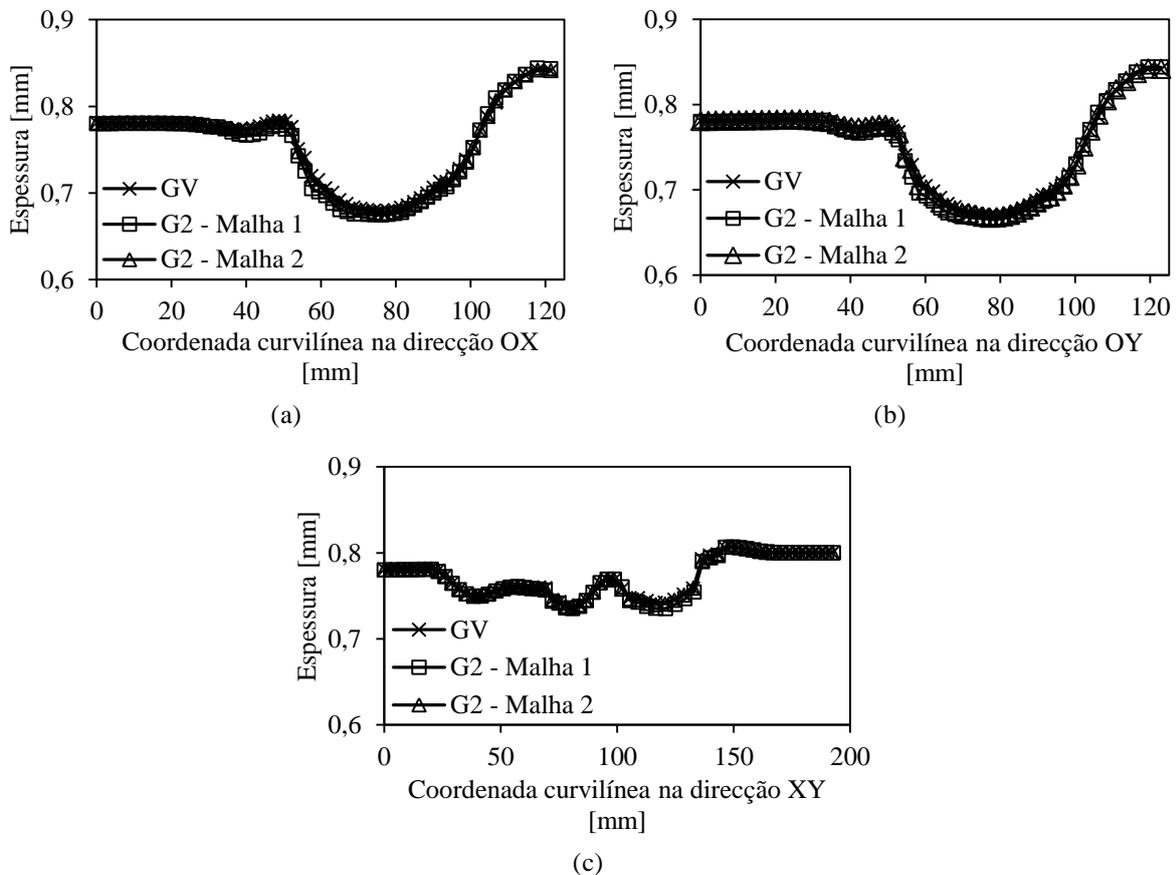


Figura 58. Comparação da espessura da chapa para os vários modelos das ferramentas: (a) direcção OX; (b) direcção OY; (c) direcção XY.

A Figura 59 mostra os tempos totais de simulação da conformação da taça em cruz para os vários modelos de ferramentas. Observa-se que a utilização de ferramentas descritas por superfícies Bézier de grau 2 pode originar tempos de cálculo inferiores ou superiores ao modelo GV, dependendo do número de superfícies utilizadas na descrição das ferramentas. No entanto, importa salientar que o aumento de tempo de cálculo do modelo G2 - Malha 2 é de apenas 4,5% em relação ao modelo GV.

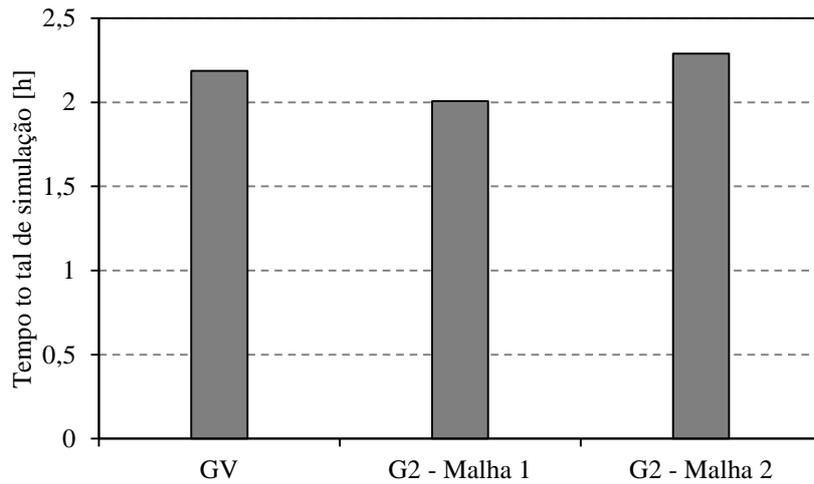


Figura 59. Taça em cruz: tempos totais de simulação para os vários modelos das ferramentas.

4. CONCLUSÕES

Da análise dos valores máximos do erro geométrico e do vector normal, realizada para as diferentes geometrias elementares, conclui-se que:

- No caso do cilindro, o erro radial máximo é independente do número de elementos finitos na direcção axial, para discretizações triangulares ou quadrangulares, sendo ditado apenas pelo número de elementos finitos na direcção circunferencial. Para elementos quadrangulares, o erro máximo do vector normal também é independente do número de elementos na direcção axial. No entanto, para elementos finitos triangulares, o valor do erro máximo do vector normal decresce com a diminuição do número de elementos na direcção axial.

- No caso do cone, os valores máximos do erro radial e do vector normal são independentes do número de elementos na direcção axial, para elementos finitos quadrangulares. Os resultados para discretizações poliédricas com elementos finitos triangulares apresentam valores máximos de ambos os erros idênticos aos obtidos para discretizações com elementos quadrangulares. Ambos os erros apresentam valores mínimos para $R_h = 1$.

- No caso da esfera, para o mesmo comprimento adimensional do elemento, os valores máximos de erro (radial e do vector normal) apresentam valores inferiores quando se utilizam discretizações com elementos finitos triangulares.

- No caso do toróide, tanto para a superfície hiperbólica como para a superfície elíptica, mantendo a discretização na direcção poloidal, a variação da razão do elemento não implica grandes variações de ambos os valores de erro máximo. De modo a garantir os mesmos valores de erro máximo deve-se evitar a razão de 2, uma vez que conduz a um maior número de elementos finitos do que o necessário para as outras razões.

Globalmente, os resultados obtidos permitem concluir que a discretização poliédrica das geometrias simples, cilindro, cone e toróide, deve ser preferencialmente definida com elementos finitos quadrangulares. De facto, a utilização de elementos quadrangulares conduz a valores máximos de erro radial e do vector normal idênticos à discretização com elementos finitos triangulares com um número bastante menor de elementos. A discretização poliédrica da esfera deve ser preferencialmente definida com

elementos finitos triangulares, uma vez que quando se utiliza o mesmo número de elementos quadrangulares a diferença relativa nos valores de erro é muito reduzida, e esta geometria é muito mais fácil de definir com elementos finitos triangulares.

Da análise dos resultados numéricos obtidos para os três exemplos estudados, conclui-se que:

- A versão O10 do programa DD3IMP permite obter soluções idênticas às obtidas com a versão V45, com tempos de computação sempre inferiores a 8 vezes.

- A precisão da descrição das ferramentas com superfícies de grau 2 influencia a precisão dos resultados numéricos da simulação dos processos de conformação. Este efeito é particularmente visível na curva de evolução da força da ferramenta em função do seu deslocamento, isto porque esta é uma variável global. Pelo contrário, é menos evidente na distribuição de deformação plástica equivalente e na geometria final, porque são variáveis locais.

- É possível representar com grande precisão geometrias complexas com o auxílio de superfícies paramétricas de grau 2. Isto implica um aumento do número de superfícies relativamente aos modelos que utilizam superfícies de grau mais elevado, mas muito inferior ao que seria necessário para obter os mesmos valores de erro geométrico e do vector normal com modelos poliédricos de elementos bilineares.

- Uma correcta selecção da discretização poliédrica das ferramentas, permite obter resultados numéricos com a mesma precisão que os obtidos com superfícies Bézier de grau mais elevado, num tempo computacional ligeiramente superior.

Globalmente, os resultados mostram que é possível utilizar os resultados de avaliação de erro para geometrias elementares para estimar o erro cometido em ferramentas complexas. Assim, os resultados compilados no capítulo 2 desta dissertação constituem uma enorme mais-valia para a tarefa, tipicamente morosa, de discretização poliédrica das superfícies das ferramentas. Com base nesses resultados é possível estimar o número de elementos finitos necessários, em função do valor de erro máximo pretendido. Os resultados indicam que as superfícies Nagata com um erro geométrico próximo de 0,5% permitem obter resultados idênticos aos obtidos com as ferramentas descritas por superfícies Bézier. As discretizações com superfícies de grau 2 exigem um número de superfícies maior o que penaliza o tempo computacional. No entanto, importa realçar que as diferenças são sempre inferiores a 10%.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alves, J.L., Oliveira, M.C., Menezes, L.F. e Bouvier, S., (2006), Influence of the Yield Criteria on the Numerical Results: the Cross Tool Example, N. Juster e A. Rosochowski eds. ESAFORM'06, 9th International ESAFORM Conference on Material Forming, pp. 887-890.
- Boschioli, M., Funzig, C., Romani, L. e Albrecht, G., (2011), “A comparison of local parametric C^0 Bézier interpolants for triangular meshes”, *Comput. & Graph.* Vol **35**, pp. 20-34.
- Hachani, M. e Fourment, L., (2010), A 3D contact smoothing method based on quasi- C^1 interpolation and normal voting – Application to 3D forging and rolling. F. Barlat, Y.H. Moon, M.G. Lee eds. NUMIFORM 2010, 10th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes, Pohang, pp. 487-495.
- Hama, T., Nagata, T., Teodosiu, C., Makinouchi, A. e Takuda, H., (2008), “Finite-element simulation of springback in sheet metal forming using local interpolation for tool surfaces”, *Int. J. Mech. Sci.* Vol. **50**, pp. 175-192.
- Lin J., Ball, A.A. e Zheng, J.J., (2001), “Approximating circular arcs by Bézier curves and its application to modelling tooling for FE forming simulations”, *Int. J. Mach. Tools Manuf.* Vol. **41**, pp. 703-717.
- Menezes, L.F. e Teodosiu, C., (2000), “Three-Dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements”, *J. Mater. Process. Tech.* Vol. **97**, pp. 100-106.
- Nagata, T., (2005), “Simple local interpolation of surfaces using normal vectors”, *Comput. Aided Geom. D.* Vol. **22**, pp. 327-347.
- Neto, D.M. (2010). “Development and Implementation of Nagata Patches Interpolation Algorithms”. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Sistemas de Produção, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Neto, D.M., Oliveira, M.C. e Menezes, L.F., (2010), Nagata patch interpolation algorithms: strategies towards sheet metal forming tools description in CAE, VDM Verlag, 1^a Edição.
- Oliveira, M.C., Alves, J.L. e Menezes, L.F., (2008), “Algorithms and strategies for treatment of large deformation frictional contact in the numerical simulation of deep drawing process”, *Arch. Comput. Method Eng.* Vol. **15**, pp. 113-162.
- Pietrzak, G. e Curnier, A., (1999), “Large deformation frictional contact mechanics: continuum formulation and augmented Lagrangian treatment”, *Comput. Meth.*

- Appl. Mech. Eng. Vol. **177**, pp. 351-381.
- Sekine, T. e Obikawa T., (2010), “Normal-unit-vector-based tool patch generation using a modified local interpolation for ball-end milling”, J. Adv. Mech. Des. Syst. Manuf. Vol. **4**, pp. 1246-1260.
- Yang, D.-Y., Oh, S.I., Huh, H. e Kim, Y.H., (2002), Benchmark Test B: Unconstrained Cylindrical Bending, NUMISHEET 2002, The 5th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, 21 a 25 de Outubro, Coreia do Sul, pp. 757-811.
- Yoon, J.W. e Dick, R.E., (2011), Benchmark 1: Earing Evolution During Drawing and Ironing Processes Description, NUMISHEET 2011, The 8th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, 21 a 26 de Agosto, Coreia do Sul, pp. 1-4.