



Análise de Monte Carlo de Vários Produtos Financeiros Complexos Emitidos em Portugal

Ricardo Filipe Bango Correia

Dissertação para a obtenção do Grau de

Mestre em Métodos Quantitativos em Finanças

Júri

Presidente: Prof. Doutor Luís Nunes Vicente

Co-Orientador: Prof. Doutor Helder Sebastião

Co-Orientador: Prof. Doutor Rui Pascoal

Vogal: Prof. Doutora Ana Margarida M. De Machado

Data: 6 de Setembro de 2013

Resumo

Desde o início da década de 90 ocorreu uma expansão acelerada do mercado de Produtos Financeiros Complexos (PFC) no espaço europeu e em particular em Portugal. Necessariamente foi criada a necessidade de avaliar e monitorizar estes produtos. Neste trabalho são estudados produtos emitidos pelos 5 maiores bancos a operar no espaço nacional: BES, BPI, CGD, MILLENNIUM BCP e SANTANDER. Alguns desses produtos já atingiram a maturidade enquanto outros ainda se encontram ativos, o que permite análises *ex ante* e *ex post*.

O método numérico utilizado na previsão dos resultados dos PFCs é o da Simulação de Monte Carlo. Combina-se com este método um modelo matemático que permite prevê a evolução do preço ou cotação dos ativos associados aos Produtos. Serão considerados dois modelos matemáticos: um processo estocástico de Movimento Geométrico Browniano, e o processo GARCH(1,1)-DCC.

Os resultados apontam para um prémio de emissão substancial em favor dos bancos emissores. Sintomático disto é o facto de que dos 12 PFCs já vencidos, apenas num dos casos se verificou um resultado favorável para o investidor.

O MGB é o que revela possuir resultados mais próximos dos reais, todavia este método é altamente sensível à amostra recolhida para estimar os parâmetros. O modelo GARCH(1,1)-DCC revelou melhores resultados ao avaliar as situações onde só existe um ativo subjacente ao PFC. Um aspeto bastante relevante do modelo é que permite atribuir probabilidades não nulas a todos os cenários possíveis, ao contrário do que acontece com o modelo MGB.

Palavras Chave: PFC, Monte Carlo, MGB, GARCH(1,1), DCC

Abstract

Since the early 90s there was a wide spread of the market for Complex Financial Products (CFP) in Europe and particularly in Portugal. Necessarily it was created the need to evaluate and control these products. In this work it were studied products issued by the five major banks operating in the portuguese national space: BES, BPI, CGD, MILLENNIUM BCP and SANTANDER. Some of these products have reached maturity while others are still active, which allows analysis *ex ante* and *ex post*.

The numerical method used to forecast the results of CFPs is the Monte Carlo Simulation. This method is combined with a mathematical model that predicts the evolution of the price or quote of assets associated with products. It will be considered two mathematical models: a

stochastic process of Geometric Brownian Motion (GBM), and the process GARCH(1,1)-DCC.

The results emphasize a considerable premium in favor of issuers. Symptomatic of this is the fact that of the 12 CFPs already due, only one of the cases showed a positive outcome for the investor.

The GBM is the model which shows results much closer to the real ones, however this method is highly sensitive to the sample collected to estimate the parameters. The GARCH(1,1)-DCC showed better results when evaluating situations where there is only one underlying asset to the CFP. A very important aspect of the model is that it allows you to assign non-zero probabilities to all possible scenarios, unlike what happens with the GBM model.

Keywords: Complex Financial Products, Monte Carlo, GBM, GARCH(1,1), DCC

Agradecimentos

Quero manifestar a minha gratidão a todos que me apoiaram e incentivaram a concluir este mestrado, nomeadamente:

- *Ao meu pai que, infelizmente não se encontra mais entre nós, sempre me orientou da melhor maneira possível na minha forma de estar perante a vida;*
- *A minha mãe e a minha irmã pelo apoio e amor incondicional, embora distantes;*
- *A Joana Cunha, minha noiva, por ser uma excelente amiga, boa ouvinte e conselheira, e, sobretudo, pela paciência;*
- *Aos meus tios, Fátima Correia e José Reis, por desempenharem bem o seu papel de tios e amigos;*
- *Aos pais da Joana, Marta e Ernesto Cunha, pelas conversas e opiniões construtivas;*
- *Aos meus orientadores, pelo apoio, amizade, uma orientação dedicada e motivação na execução desta tese;*
- *Aos meus amigos mais próximos, com quem pude trocar algumas ideias sobre a minha tese;*

Conteúdo

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1	Estudos Nacionais e Entidades Responsáveis	5
2.2	Estudos Internacionais	7
3	MODELOS QUANTITATIVOS UTILIZADOS	11
3.1	Simulação de Monte Carlo (SMC)	12
3.1.1	Movimento Geométrico Browniano	12
3.1.2	GARCH	16
3.2	Considerações Essenciais para as Simulações	18
3.2.1	Simulações Considerando o MGB	18
3.2.2	Simulações Considerando o GARCH(1,1)-DCC	19
4	RESULTADOS DOS PFCs	21
4.1	Exposição dos Resultados Reais e das Simulações	21
4.1.1	BES Crescimento Outubro 2009	22
4.1.2	EUR NOTES BES 18M Ouro Agosto 2010	23
4.1.3	EUR BES NOTES 2 Anos EURUSD Fevereiro 2011	23
4.1.4	EUR BES NOTES PSI20 Abril 2012-2015	24
4.1.5	EUR BES NOTES Exposição Petróleo 2012-2015	25
4.1.6	EUR BES NOTES Autocallable Grandes Marcas 2012-2016	26
4.1.7	BPI Financeiras 2010-2013	27
4.1.8	BPI Financeiras 18% 2010-2013	27
4.1.9	BPI Exposição Europa 2010-2013	28
4.1.10	BPI Exposição Europa 2011-2014	29
4.1.11	BPI NOTES Autocallable on Euro Stoxx 50	31
4.1.12	CAIXA Taxamix Maio 2013	32
4.1.13	CAIXA Eurovalor Julho 2013	33
4.1.14	CAIXA Renda Real Outubro 2013	34
4.1.15	CAIXA Luxaut Outubro 2014	35
4.1.16	CAIXA TOP Portugal 2015	35
4.1.17	CAIXA Ouroinvest 2016	36
4.1.18	BCP Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012	37
4.1.19	BCP Invest. Diversificado Abril 2013	38
4.1.20	BCP Invest. Mercado Mundial Setembro 2009-2012	39
4.1.21	BCP Invest. Europa Novembro 2014	40
4.1.22	BCP Invest. Reembolso Duplo Novembro 2014	41
4.1.23	BCP Cupão Fixo Antecipado Autocallable/IV 12 Abril 2014	41
4.1.24	SANTANDER Valorização <i>Performance</i> Europa 5 Anos	43
4.1.25	SANTANDER Valorização TOP Alemanha	43

4.1.26	SANTANDER Valor Anual Alemanha 2012-2015	44
4.2	Análise dos PFCs Já Vencidos	45
4.2.1	BES	45
4.2.2	BPI	46
4.2.3	CGD	48
4.2.4	BCP	49
4.3	Análise às Simulações dos 26 PFCs	50
5	CONCLUSÕES	57
A	ANEXO A	59
A.1	BES	59
A.1.1	BES Crescimento Outubro 2009	59
A.1.2	EUR NOTES BES 18M Ouro Agosto 2010	60
A.1.3	EUR BES NOTES 2 Anos EURUSD Fevereiro 2011	61
A.1.4	EUR BES NOTES PSI20 Abril 2012-2015	61
A.1.5	EUR BES NOTES Exposição Petróleo 2012-2015	62
A.1.6	EUR BES NOTES Autocallable Grandes Marcas 2012-2016	63
A.2	BPI	64
A.2.1	BPI Financeiras 2010-2013	64
A.2.2	BPI Financeiras 18% 2010-2013	65
A.2.3	BPI Exposição Europa 2010-2013	65
A.2.4	BPI Exposição Europa 2011-2014	66
A.2.5	BPI NOTES Autocallable on Euro Stoxx 50	67
A.3	CGD	69
A.3.1	CAIXA Taxamix Maio 2013	69
A.3.2	CAIXA Eurovalor Julho 2013	70
A.3.3	CAIXA Renda Real Outubro 2013	70
A.3.4	CAIXA Luxaut Outubro 2014	70
A.3.5	CAIXA TOP Portugal 2015	71
A.3.6	CAIXA Ouroinvest 2016	72
A.4	BCP	72
A.4.1	BCP Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012	72
A.4.2	BCP Invest. Diversificado Abril 2013	73
A.4.3	BCP Invest. Mercado Mundial Setembro 2009-2012	74
A.4.4	BCP Invest. Europa Novembro 2014	75
A.4.5	BCP Invest. Reembolso Duplo Novembro 2014	75
A.4.6	BCP Cupão Fixo Antecipado Autocallable/IV 12 Abril 2014	76
A.5	Santander	77
A.5.1	SANTANDER Valorização <i>Performance</i> Europa 5 Anos	77
A.5.2	SANTANDER Valorização TOP Alemanha	78
A.5.3	SANTANDER Valor Anual Alemanha 2012-2015	79

Lista de Tabelas

4.1	Tabela com resultados das simulações para o BES crescimento 2009.	22
4.2	Tabela com os resultados das simulações para o BES Notes 18M Ouro Agosto 2010.	23
4.3	Tabela com os resultados das simulações para o BES Notes 2 anos EURUSD Fevereiro 2011.	24
4.4	Tabela com os resultados das simulações para o BES Notes do PSI20 ABRIL 2012-2015.	25
4.5	Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , para o BES Notes Exposição Petróleo 2012-2015.	25
4.6	Tabela com os resultados das probabilidades de serem pagos os diversos cupões, C , para o BES Notes Exposição Petróleo 2012-2015.	25
4.7	Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , para o BES Notes Grandes Marcas 2012-2016.	26
4.8	Tabela com os resultados das probabilidades dos reembolsos antecipados, Re , associadas ao BES Notes Grandes Marcas 2012-2016.	26
4.9	Tabela com os resultados das simulações para o BPI Financeiras 2010-2013.	27
4.10	Tabela com os resultados das simulações para o BPI Financeiras 18% 2010-2013.	27
4.11	Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , para o BPI Exposição Europa 2010-2013.	28
4.12	Tabela com os resultados das probabilidades representativas dos reembolsos antecipados, Re , para o BPI Exposição Europa 2010-2013.	29
4.13	Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , para o BPI Exposição Europa 2011-2014.	30
4.14	Tabela com os resultados das probabilidades representativas dos reembolsos antecipados, Re , para o BPI Exposição Europa 2011-2014.	30
4.15	Tabela com os resultados das simulações, de VT e VT^* , para o BPI Autocallable on Euro Stoxx 50.	31
4.16	Tabela com os resultados das probabilidades associadas aos reembolsos antecipados, Re , para o BPI Autocallable on Euro Stoxx 50.	32
4.17	Tabela com os resultados das simulações para o Caixa Taxamix Maio de 2013.	33
4.18	Tabela com os resultados das simulações, de VT e VT^* , para o CAIXA Eurovalor Julho 2013.	33
4.19	Tabela com os resultados das probabilidades associadas aos possíveis reembolsos de 0%, 5% e 10%. Para o CAIXA Eurovalor Julho 2013.	34
4.20	Tabela com os resultados das simulações para o CAIXA Renda Real Outubro 2013.	34

4.21	Tabela com os resultados das simulações para o CAIXA Luxaut Outubro 2014.	35
4.22	Tabela com os resultados das simulações para o CAIXA TOP Portugal 2015.	35
4.23	Tabela com os resultados das simulações, de VT e VT^* , para o CAIXA Ouroinvest 2016.	36
4.24	Tabela com os resultados das probabilidades associadas as remunerações, R , de 0%, entre 0 e 7%, de 7%, e entre 7 e 45%. Para o CAIXA Ouroinvest 2016.	36
4.25	Tabela com os resultados das simulações, de VT e VT^* , para o BCP Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012.	37
4.26	Tabela com os resultados das probabilidades associadas aos pagamentos ou não dos diversos cupões ($C_0, C_1, C_2, \dots, C_6$) em cada semestre para o BCP Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012.	38
4.27	Tabela com os resultados das probabilidades associadas aos reembolsos antecipados, Re , em cada semestre. Para o BCP Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012.	38
4.28	Tabela com os resultados das simulações, de VT e VT^* , para o BCP Invest. Diversificado Abril 2013.	39
4.29	Tabela com os resultados das probabilidades associadas as remunerações, R , de 0%, 7%, 14%, e de 21%. Para o BCP Invest. Diversificado Abril 2013.	39
4.30	Tabela com os resultados reais e os das simulações, VT e VT^* , onde R representa a remuneração paga ao cliente na maturidade. Para o BCP Invest. Mercado Mundial Setembro 2009-2012.	40
4.31	Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , onde R representa a remuneração paga ao cliente na maturidade. Para o BCP Invest. Europa Novembro 2014.	40
4.32	Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , onde R representa a remuneração paga ao cliente na maturidade. Para o BCP Invest. Reembolso Duplo Novembro 2014.	41
4.33	Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , onde Re representa a probabilidade de ser pago o reembolso ao cliente no primeiro ano ou somente no segundo ano. Para o BCP Cupão Fixo Antecipado Autocallable/IV 12 Abril 2014.	42
4.34	Tabela com os resultados das probabilidades associadas as diversas remunerações, R , inferiores a 0%, iguais 0%, de 5%, e de 10%. Para o BCP Cupão Fixo Antecipado Autocallable/IV 12 Abril 2014.	42
4.35	Tabela com os resultados da simulação, onde R representa a probabilidade de ser paga: o remuneração mínima de 2,5% ou um superior. Para o SANTANDER Valorização <i>Performance</i> Europa 5 Anos.	43
4.36	Tabela com os resultados das simulações, onde R representa a probabilidade de ser paga: a remuneração mínima de 4% ou superior. Para o SANTANDER Valorização TOP Alemanha.	43
4.37	Tabela com os resultados das simulações, onde Re representa a probabilidade de ser pago o reembolso antecipado ao cliente no primeiro ano, no segundo ano ou somente no terceiro ano. Para o SANTANDER Valor Anual Alemanha 2012-2015.	44
4.38	Tabela com os resultados das simulações e com características dos PFCs do BES que já venceram.	45

4.39	Tabela com os resultados das simulações e com características dos PFCs do BPI que já venceram.	47
4.40	Tabela com os resultados das simulações e com características dos PFCs da CGD que já venceram.	48
4.41	Tabela com os resultados das simulações e com características dos PFCs do BCP que já venceram.	49
4.42	Tabela com os resultados das simulações e com características dos 26 PFCs.	54
A.1	Tabela com as datas anuais de observação do BES Crescimento Outubro 2009.	60
A.2	Tabela com as datas anuais de observação do BES Autocallable Grandes Marcas 2012-2016.	64
A.3	Tabela com os períodos de observação, as datas anuais de reembolso antecipado e da maturidade do BPI Exposição Europa 2010-2013.	66
A.4	Tabela com as datas de observação de B , de possíveis reembolsos antecipados e final BPI Exposição Europa 2011-2014.	67
A.5	Tabela com os períodos de observação, as remunerações e os respetivos anos. Para CAIXA Taxamix Maio 2013.	69
A.6	Tabela com as datas de observação, para pagamento trimestral. Para o CAIXA TOP Portugal 2015.	71
A.7	Tabela com as datas de observação e de pagamento semestral do cupão para o BPI Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012.	73

Lista de Figuras

4.1	Apresentação dos resultados reais e das simulações, MGB e GARCH-DCC.	52
4.2	Apresentação dos resultados das simulações, MGB e GARCH.	55

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Um **Produto Financeiro Complexo (PFC)** ou **Produto Estruturado**, é um produto financeiro de curto, médio ou longo prazo, que possibilita ao investidor aplicar o seu capital indiretamente num ou em vários ativos subjacentes, portanto possibilitando aos investidores a obtenção de posições complexas sobre certos ativos sem a sua direta negociação. Os PFCs oferecem uma determinada rentabilidade em função da *performance* de um ativo ou cabaz de ativos subjacentes. Alguns PFCs garantem o capital investido enquanto outros não contemplam essa garantia.

Os PFCs foram amplamente introduzidos nos mercados anglo-saxónicos na década de 80, [18] e [12], e chegaram à Europa em meados dos anos 90, durante um período em que as taxas de juro oferecidas pelos bancos eram baixas.

Estes produtos parecem oferecer elevadas taxas de rentabilidade, o que manifestamente é o principal fator de atração para os clientes bancários. Todavia, tal como já foi várias vezes discutido na literatura, a probabilidade de sucesso do investimento, tendo em vista a obtenção da rentabilidade máxima, é usualmente muito baixa. Na verdade, a rentabilidade esperada dos PFCs é usualmente inferior à de aplicações mais tradicionais, [11].

Para a **CMVM (Comissão do Mercado de Valores Mobiliários)** ¹, "*os Produtos Estruturados ou Produtos Financeiros Complexos têm como característica um retorno incerto, sempre dependente de outros instrumentos financeiros (nomeadamente: ações, índices, taxas de juros, commodities, entre outros), e muitas vezes podendo assumir valores negativos*". Assim, os PFCs são concorrentes diretos dos produtos de poupança tradicionais, de rentabilidade baixa mas certa.

Com a implementação da **DMIF (Diretiva dos Mercados de Instrumentos Financeiros)** ¹ e perante a conjuntura de crise financeira internacional, os PFCs passaram a ser alvo de regulamentação e vigilância mais apertadas. Em 2009 a CMVM ¹ recebeu 2417 reclamações de investidores (muitos deles clientes do BPP

¹www.cmvm.pt

e BPN), 98% das quais visaram intermediários financeiros. Em 2010, o número de reclamações baixou para 628, tendo 88,5% delas incidido sobre intermediários financeiros. As principais causas destas reclamações são: a falta de informação clara e objetiva, sobre os produtos aos clientes; falta de verificação por parte dos intermediários financeiros das condições, conhecimentos e necessidades dos clientes, face ao produto; entre outras.

Em Portugal, entre 1 de janeiro de 2007 e 23 de março de 2011¹, segundo dados da CMVM, foram comercializados pelo menos 4886 produtos diferentes, por cerca de três dezenas de intermediários financeiros. Cerca de 85% destes produtos (a maioria dos quais são *warrants* autónomos) foram emitidos por intermediários financeiros não nacionais. Quanto à procura, a maioria das emissões de PFCs é destinada a particulares.

No presente trabalho são estudados PFCs, colocados à disposição pelos 5 maiores bancos a operar no espaço nacional, que se encontram ou já se encontraram no mercado. Pretende-se concluir se os preços dos PFCs comercializados em Portugal são ou estão devidamente construídos em torno do seu valor teórico. Assim, para cada PFC são efetuadas duas simulações computacionais para se obter o **Valor Teórico (VT)**, atualizado ao dia de emissão do produto. O *VT* resultante de cada simulação é obtido recorrendo a **Simulação de Monte Carlo (SMC)**, representa o valor médio encontrado para as 10000 iterações por simulação. A diferença entre as duas simulações reside no modelo considerado para evolução dos preços, valores ou cotações do(s) ativo(s) subjacente(s) ao PFC:

1. Na primeira simulação, assume-se uma evolução segundo um **Movimento Geométrico Browniano (MGB)**;
2. Na segunda simulação, considera-se que a(s) rentabilidade(s) diária(s) do(s) ativo(s) associado(s) aos PFCs segue(m) um modelo **GARCH(1,1)**, com correlações dinâmicas no caso de cabazes de ativos subjacentes (**DCC**).

Considera-se sempre que o investidor investe 1€ em cada PFC, e a diferença entre o *VT*, obtido nas duas simulações, do PFC e o investimento,

$$1 - VT, \tag{1.1}$$

é interpretado como o "prémio" de emissão do PFC. Adicionalmente, o *VT* é comparado com o valor atual, à data de emissão do PFC, dum aplicação numa conta a prazo, VT^* .

No próximo capítulo procede-se a uma breve revisão da literatura, onde se distinguem os resultados nacionais e internacionais assim como se reúne alguma informação sobre as entidades responsáveis pelo seu controlo e supervisão. Os três capítulos seguintes são dedicados à metodologia implementada na elaboração das simulações computacionais; à exposição e análise dos resultados obtidos nas simulações e à análise dos resultados obtidos para os PFCs que já atingiram a maturidade, respetivamente. A presente tese termina com um capítulo onde se resumem as principais conclusões.

Capítulo 2

REVISÃO DA LITERATURA

2.1. Estudos Nacionais e Entidades Responsáveis

O Millennium ¹ é o banco português com mais informação sobre PFCs, considerando a informação disponibilizada no seu *site* oficial. Nele são apresentadas algumas vantagens deste tipo de produtos, tais como:

- Em alguns PFCs é garantido o capital investido e há possibilidade de ganhos associados ao ativo subjacente;
- Diversificação do risco de mercado, geográfico e sectorial;
- Investimentos transparentes, já que as condições do PFC são todas apresentadas ao investidor, e com menor risco em relação ao investimento direto nos ativos subjacentes.

As desvantagens ou riscos ligados a estes produtos são os seguintes:

- A incerteza do valor do retorno, dependente sempre do comportamento do ativo subjacente, que *"é incerto até ao momento de apuramento da remuneração final"*;
- Se o investidor não escolher um produto cujo capital investido não é garantido, corre o risco de perda de capital.

O **Regulamento n.º 1/2009 da CMVM** ² sobre PFCs refere que estes se encontram sob a supervisão e controlo da CMVM e do Banco de Portugal, designando um *"Entendimento conjunto do Banco de Portugal e da Comissão do Mercado de Valores Mobiliários quanto à delimitação de competências respeitante a produtos financeiros complexos"* de 12 de março de 2009. O Banco de Portugal e a CMVM ² entendem que:

¹ www.millenniumbcp.pt

² www.cmvm.pt e www.bportugal.pt

- O Banco de Portugal deve supervisionar os depósitos. Segundo o Banco de Portugal, os depósitos são aplicações de aforradores que, independentemente da forma de cálculo da sua remuneração, devem garantir sempre o reembolso integral do montante aplicado;
- A CMVM fica encarregue da supervisão dos produtos financeiros, ou seja, aplicações ligadas aos instrumentos financeiros.

Um artigo escrito no Jornal de Negócios (JN), em 2008, com o título "**Produtos Estruturados — Não se deixe enganar pela publicidade**", [9], alertava para o "perigo" dos *slogans* publicitários associados aos PFCs e na tradução da sua real construção, em termos práticos. Os autores do artigo expõem algumas das fragilidades e benefícios intrínsecos a tais produtos, suportando essas proposições com o estudo de 8 PFCs, nomeadamente: do Banif, do BPI, da Caixa Geral de Depósitos, do Millennium BCP, do Santander, do ActivoBank7, do BIG e do Best, sendo os últimos três considerados bancos "*on-line*".

No artigo referido, é realçada a oferta de PFCs de rentabilidades avultadas, [9], (8%, 10% ou até mais) com condições de atribuição complexas, cuja cabal compreensão pode ser impercetível para a maioria dos investidores particulares portugueses, todavia conduzem à retenção sem possibilidade de mobilidade do capital até à maturidade, podendo efetivamente produzir, nesse momento, baixos retornos ou mesmo perdas de capital. As rentabilidades publicitadas pelas entidades bancárias representam o ganho máximo possível e em muitos casos revelam uma baixíssima probabilidade de ocorrência, entre 1-3%, conforme já constatado por um estudo da CMVM². Segundo o artigo [9], os ganhos reais obtidos com PFCs são significativamente inferiores aos ganhos publicitados. Na maioria dos casos a rentabilidade gerada pelos produtos aproximam-se dos ganhos associados aos produtos de menor risco, que contam ainda com a vantagem de mobilização antecipada e garantia de capital (como é o caso de vários depósitos a prazo e de vários certificados de aforro).

Noutro estudo da CMVM, [11], sobre 9 produtos comercializados em Portugal (com maturidades compreendidas entre os 1 e os 10 anos) e com diferentes ativos subjacentes (ações, índices, *comoditties*, taxas de juro, etc.) recorre-se a dois métodos de simulação computacional: simulações de Monte Carlo e *Bootstrapp*. Para o primeiro método foram considerados 4 processos estocásticos para a evolução dos preços e cotações dos ativos financeiros: MGB, fazendo uso da Equação de Black-Scholes; *Variance Gamma Model* (VGM); modelo de Vasicek e o modelo de Cox,

Ingersoll e Ross (CIR). Neste estudo conclui-se que:

- A distribuição de pagamentos nos diversos cenários possíveis de reembolso e remuneração era difícil de ser apreendida pelos investidores, mesmo para os mais sofisticados ou com maiores conhecimentos em matérias de natureza financeira;
- Para os PFCs com garantia de capital, existe uma forte assimetria nas probabilidades de ocorrência dos vários cenários, observando-se uma elevada probabilidade de não ser paga qualquer remuneração ao cliente ou de só ser paga a remuneração mínima, estipulada pelo emissor do PFC;
- Os bancos realçam, nos prospectos informativos, a rentabilidade máxima que pode ser obtida na subscrição do PFC, não mencionando a baixa probabilidade de tal acontecer;
- No caso dos produtos em que não existe garantia de capital, torna-se ainda mais difícil para o investidor compreender a estrutura dos respetivos pagamentos devido à sua não-linearidade e ao número e tipo de ativos subjacentes ao produto;
- Na situação descrita no ponto anterior, o risco do investidor é elevado em virtude do capital não ser garantido, e nesse sentido, entende a CMVM, que a transparência dos diversos cenários de rentabilidade deve ser reforçada;
- Os resultados do estudo demonstram que os PFCs analisados apresentam em geral rentabilidades esperadas inferiores às dos depósitos tradicionais.

2.2. Estudos Internacionais

Chen e Kensiger (1990) analisaram o "*Market-Index-Certificates of Deposit*" (MICD), [6], norte-americano, onde a taxa de rentabilidade é composta por uma taxa de juro mínima garantida e uma taxa de juro variável que depende da *performance* do índice da S&P 500. A comparação entre a volatilidade implícita nas opções do índice da S&P 500 e a volatilidade implícita nas opções dos MICD permitiu evidenciar diferenças significativas, tanto positivas como negativas, entre os valores teóricos e os valores apresentados no mercado. Adicionalmente os autores detetaram inconsistências em ofertas de PFCs produzidos pela mesma instituição financeira, no preço dos

produtos, nas maturidades e nos diferentes tipos de produtos. Para Baubonis et al. (1993), [3], na análise feita a este tipo de produtos foi demonstrado que os bancos podiam ganhar cerca de 2,5 à 4,0% na venda destes produtos, no mercado primário. Já para Wasserfallen e Schenk (1996), [19], num estudo sobre o preço de produtos com capital garantido, datados entre 1991 e 1992, no mercado suíço, o preço destes produtos encontrava-se um pouco acima do seu valor teórico.

Stoimenov e Wilkens, [18], concluíram que no mercado primário de PFCs alemão, em média, estes produtos eram vendidos a um preço acima (sensivelmente 3,89%), do seu preço teórico em favor das instituições emitentes. Em geral, quão mais complexo era o produto maior era essa diferença. Para o mercado secundário, Stoimenov e Wilkens, [18], também observaram que os PFCs eram vendidos a um preço acima do seu valor teórico (cerca de 2,32% em média) embora essa diferença entre o preço observado e o teórico diminuía com o aproximar da maturidade do produto.

Burth et al. [5], descrevem no seu artigo a existência de dois tipos de PFCs:

1. Instrumentos com um perfil de *payoffs* convexo, os denominados produtos de capital garantido, que garantem uma determinada remuneração mínima na maturidade e com possibilidade de dar origem a mais ganhos. Estes produtos podem ser replicados através de um investimento sem risco combinado com uma ou mais opções de compra sobre o ativo subjacente, tipicamente um índice acionista.
2. Os produtos com um pagamento côncavo, que podem ser equiparados a combinações da posição longa no ativo subjacente (tipicamente uma única ação) e uma posição curta numa opção de compra sobre esse ativo. Ou seja, o investidor compra o ativo subjacente "com desconto" mas desiste de uma parte substancial do potencial ganho. Devido ao aumento de retorno aparente causado pela posição curta numa opção de compra, estes instrumentos tornaram-se extremamente populares em finais dos anos 90, época caracterizada por baixas taxas de juros no franco suíço.

Para o seu estudo, os autores selecionaram todos os produtos suíços, existentes em 1 de agosto de 1999, perfazendo um total de 275 produtos emitidos por 15 bancos. No mercado primário, verificaram que há um desvio no preço dos PFCs a favor das instituições emitentes. Pesquisaram de modo a aferir diferenças entre produtos com e sem cupão fixo. Avaliaram ainda produtos construídos e emitidos através da parceria

de vários bancos, onde essencialmente, os pequenos bancos unem-se a bancos mais fortes para produzirem PFCs. Dos 275 produtos analisados, 112 pertenciam a esta categoria e eram os que possuíam preços mais justos, apresentando, em média, um valor de mercado apenas 0,81% superior ao valor teórico. Os autores registaram ainda que dos 275 produtos apenas 44 tinham uma diferença de preços negativa, ou seja, o preço inicial do produto era baixo em comparação com a estratégia equivalente em favor do investidor. Os restantes 231 produtos apresentavam uma diferença de preços de 1,91% em favor dos emitentes. Os produtos com cupão fixo representam um ganho maior para as instituições emitentes do que os produtos sem cupão fixo, 3,22% e 1,40% respetivamente.

Frohm, [12], estudou 22 PFCs comercializados na Suécia. No seu estudo Frohm só considerou produtos ligados ao índice OMX 30, constituído pelas 30 maiores ações da bolsa de valores de Estocolmo. O autor dividiu os 22 PFCs em três grupos:

- Os Mini 1-8, 8 produtos cujas principais características são a garantia do capital investido na maturidade e o investidor tem a possibilidade de ganhar com o crescimento do índice OMX 30, multiplicado pelo fator de participação e pelo valor investido;
- Os *Tur och Retur* 1-9, 9 produtos similares aos 8 do grupo anterior, sendo a única diferença entre os dois grupos a taxa de 2,5 % adicionais que o cliente pode ganhar caso o índice tenha uma *performance* negativa na maturidade em relação a data de emissão do produto;
- Os *Turbobevis* 1-5, dos 5 últimos produtos, onde o investidor pode ganhar na maturidade entre (1,3-1,6) vezes o crescimento positivo do índice OMX 30, multiplicado ainda pelo fator de participação do investidor no produto. Se na maturidade for observado um decréscimo do índice, então, o investidor corre o risco de perder parte ou a totalidade do capital investido.

Como primeiro resultado do estudo, Frohm verificou que o desvio médio do preço praticado no OMX 30 e o teórico era de 7,5%, para os 22 produtos. Ou seja, as opções do OMX 30 possuem preços de exercício 7,5% superiores aos dos correspondentes PFCs. Neste sentido os produtos do grupo dos *Tur och Retur* 1-9, é o conjunto que apresenta um desvio de preços mais baixo em relação aos outros dois conjuntos enquanto o grupo dos Mini 1-8 é aquele que regista uma maior diferença nos preços. Os resultados do procedimento de correspondência indicaram dificuldades em encon-

Capítulo 2 REVISÃO DA LITERATURA

trar correspondências exatas entre os produtos estruturados e as opções negociadas em bolsa, na OMX. Em média, todos os PFCs têm preços 0,25% acima da estratégia de replicação baseada nas opções do OMX 30.

Capítulo 3

MODELOS QUANTITATIVOS UTILIZADOS

A literatura apresentada, nas páginas anteriores sugere diversas estratégias e técnicas para a avaliação dos PFCs. Neste trabalho optou-se pela utilização da SMC, um método estatístico muito utilizado em simulações estocásticas. A SMC é utilizada com o objetivo de serem apurados os preços teóricos, VT , dos PFCs. Entretanto, como os PFCs estão dependentes de um ou mais ativos subjacentes, é necessário considerar um modelo matemático que possa acomodar a evolução conjunta dos preços dos diversos ativos subjacentes. São então considerados dois modelos:

- O **Movimento Geométrico Browniano — MGB**, pois é a partir dele que se chega à equação de Black-Scholes. Esta equação assenta em pressupostos por vezes bastante restritivos como a constância em todas as maturidades da volatilidade dos ativos e da taxa de juros sem risco constantes;
- Dados os pressupostos restritivos do MBG é adicionalmente considerado um outro modelo para a evolução dos preços dos ativos subjacentes: o **GARCH-DCC (Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity — Dynamic Conditional Covariance)**, onde se considera explicitamente o comportamento dinâmico das variâncias e covariâncias.

No final de cada uma das simulações é comparado o VT de cada PFC com o VT^* de um depósito a prazo à data de emissão do produto. Se $VT < VT^*$ então os PFCs não são uma boa escolha em comparação com um produto tradicional. É considerado que o investidor aplica sempre 1€ por PFC. Se a diferença entre o investimento e o VT , $1 - VT$, for positiva significa que o banco ganha com o PFC, caso contrário, significa que o investidor sai a ganhar.

Neste estudo são analisados 26 PFCs sendo que quase metade deles já atingiu a maturidade. Tal facto permite a comparação *ex post*, isto é, a comparação entre o resultado da simulação e o resultado realizado.

3.1. Simulação de Monte Carlo (SMC)

A **Simulação de Monte Carlo** — **SMC** é um método numérico adequado para a avaliação aproximada de variáveis que seguem um processo estocástico Browniano [15].

Uma das primeiras aplicações de números aleatórios foi a programação computacional do cálculo de integrais, [15], [16] e [17]. Admita-se uma função $g(x)$ e suponha-se que se quer calcular θ , onde

$$\theta = \int_0^1 g(x)dx. \quad (3.1)$$

Para esse efeito pode-se considerar uma variável aleatória U uniformemente distribuída no intervalo $[0,1]$, e assim reescrever θ como

$$\theta = E[U(x)]. \quad (3.2)$$

Se $U_1, U_2, U_3, \dots, U_k$ são variáveis aleatórias independentes e uniformemente distribuídas no intervalo $[0,1]$, e conseqüentemente as variáveis aleatórias $g(U_1), g(U_2), g(U_3), \dots, g(U_k)$ são independentes e identicamente distribuídas de média θ . Entretanto, através da lei dos grandes números,

$$\sum_{i=1}^k \frac{g(U_i)}{k} \rightarrow E[U(x)] = \theta, \quad k \rightarrow +\infty. \quad (3.3)$$

Assim, pode-se calcular o valor aproximado de θ através da geração de um elevado número de variáveis aleatórias U_i tomando por aproximação o valor médio de $g(U_i)$. Este tipo de abordagem para aproximar o resultado de um integral, é denominada de aproximação de Monte Carlo, [17]. É exatamente esta a técnica desenvolvida numa Simulação de Monte Carlo utilizando-se simulações estocásticas para obter aproximações numéricas de funções complexas.

3.1.1. Movimento Geométrico Browniano

Trata-se de um movimento descrito pelo botânico **Robert Brown** (1773-1858), [9], [10], que observou que partículas suspensas num fluido apresentavam um movimento incessante com trajetórias irregulares. Esta teoria é aplicada em diversas áreas científicas, tais como a física, a biologia, a matemática financeira, etc...

Considere-se um movimento aleatório simétrico de uma partícula, em que, a cada unidade de tempo, se pode movimentar uma unidade para baixo com probabilidade $P_{i,i-1}$ ou movimentar para cima com probabilidade $P_{i,i+1}$, tal que

$$P_{i,i-1} = \frac{1}{2} = P_{i,i+1}, \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm n, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (3.4)$$

Acelerando-se o processo considerando passos, Δx , e intervalos de tempo, Δt , cada vez mais pequenos até ao limite obtém-se o movimento Browniano, [9], [10]. Ou seja, considera-se que o movimento Browniano é o limite do processo do passeio aleatório. $X(t)$ representa então a posição da partícula no instante t ,

$$X(t) = \Delta x(X_1 + X_2 + \dots + X_{[t/\Delta t]}) \quad (3.5)$$

e

$$X_i = \begin{cases} +1, & \text{se o } i - \text{ésimo passo for para cima} \\ -1, & \text{se for para baixo} \end{cases} \quad (3.6)$$

$[t/\Delta t]$ é o integral mais largo que seria menor ou igual a $t/\Delta t$, e X_i é uma variável independente dos passos anteriores, com a seguinte distribuição de probabilidade

$$P(X_i = -1) = \frac{1}{2} = P(X_i = 1). \quad (3.7)$$

Um processo estocástico $(X_t, t \geq 0)$, é um processo de movimento Browniano se:

- (i) $X(0) = 0$;
- (ii) $(X(t), t \geq 0)$ é de acréscimos estacionários e independentes;
- (iii) $\forall t > 0, X(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 t)$.

O processo de movimento Browniano é também designado por processo de Wiener, [10]. A definição concisa do processo estocástico subjacente ao movimento Browniano foi dada por Wiener numa série de artigos publicados em 1918. Quando $\sigma = 1$ o processo é denominado por processo **standard do movimento Browniano**, [9], [10]. Pois, qualquer movimento Browniano pode ser convertido no processo padrão, bastando para isso fazer

$$B(t) = X(t)/\sigma. \quad (3.8)$$

Antes de descrever o **Movimento Geométrico Browniano — MGB**, [9], [10], é necessário apresentar o conceito de movimento Browniano com *drift*. Ou seja, $(X_t, t \geq 0)$ é um processo de *drift* μ e variância σ^2 se:

(i) $X(0) = 0$;

(ii) $(X(t), t \geq 0)$ é de acréscimos estacionários e independentes;

(iii) $\forall t > 0, X(t) \sim \mathcal{N}(\mu t, \sigma^2 t)$.

Uma definição equivalente seria a de considerar o movimento Browniano padrão $(B(t), t \geq 0)$ e definir $X(t)$,

$$X(t) = \mu t + \sigma B(t). \quad (3.9)$$

Considere-se $(Y(t), t \geq 0)$ um processo de movimento Browniano com um coeficiente de *drift* μ e variância σ^2 , então o processo $(X(t), t \geq 0)$ definido por

$$X(t) = X_0 e^{Y(t)} = X_0 e^{\mu t + \sigma B(t)} \quad (3.10)$$

é denominado por **Movimento Geométrico Browniano — MGB**, [1], [9], [10]. O MGB é muito útil na modelação da evolução de preços de ações, quando as variações percentuais dos preços são independentes e identicamente distribuídas. Assim, no presente trabalho assume-se o seguinte processo estocástico MGB seguido pelo preço dos ativos subjacentes, [11],

$$X_{(t+\Delta t)} = X_t e^{((\mu-d-\frac{\sigma^2}{2})\Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t})}. \quad (3.11)$$

Onde σ representa a volatilidade do ativo subjacente, dada pelo seu desvio padrão anual, e μ é compreendido como sendo a taxa de crescimento média do preço, [1], do preço de um dado derivado que seja descrito por um MGB, d corresponde aos dividendos do ativo (se este os pagar), ε é o processo estocástico de movimento Browniano responsável pela aleatoriedade da rentabilidade do ativo subjacente. Referir que, neste trabalho considera-se que o(s) ativo(s) subjacente(s) ao(s) PFC(s) não pagam dividendos, logo $d = 0$. Entretanto, Δt representa o hiato de tempo entre os instantes t e $t + \Delta t$, onde X_t e $X_{t+\Delta t}$ representam os preços do ativo nesses instantes, respetivamente. Num cenário de neutralidade face ao risco, i.e., em equilíbrio de não-arbitragem, que deve ser admitida em qualquer avaliação financeira, tal implica que o valor esperado do preço do ativo cresce à taxa de juro sem risco r , e por isso $\mu = r$, [1], [9], [10]. Esta é uma das considerações fulcrais da equação de **Black-Scholes**.

Equação de Black-Scholes

O MGB é essencial para a obtenção da denominada equação desenvolvida por Fischer Black e Myron Scholes em 1973, [14], para a avaliação de opções tradicionais. Para se deduzir a equação de Black-Scholes, considera-se que o ativo subjacente e o seu derivado são negociados em simultâneo, sendo que, o preço do referido ativo, X , no instante t obedece a seguinte equação estocástica, [1],

$$\frac{dX_t}{X_t} = \mu dt + \sigma dB(t). \quad (3.12)$$

A equação segue um processo estocástico MGB, [1], [10] e [14], onde a parte determinística é representada por μdt e a parte estocástica por σdB_t , sendo μ e σ os parâmetros descritos anteriormente. B_t representa um processo de Wiener. Assumindo uma carteira constituída por uma opção de compra, C , e uma posição curta num número Δ do ativo subjacente de preço X . O valor da carteira, P , é dado por

$$P(t, X) = C(t, X) - \Delta X_t. \quad (3.13)$$

A derivada $dC(t, X)$ pode ser calculada com recurso ao *Lema de Itô* (3ª versão), [1] e [14]. Seja $f = f(t, X)$ e admitindo que o ativo X satisfaz a equação (3.12), então a derivada estocástica de f é dada por

$$df = \sigma X_t \frac{\partial f}{\partial X} dB_t + \left(\mu X_t \frac{\partial f}{\partial X} + \frac{1}{2} \sigma^2 X_t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial^2 X} + \frac{\partial f}{\partial t} \right) dt. \quad (3.14)$$

Para simplificar a notação considere-se que $P(t, X) = P$ e $C(t, X) = C$. A derivada de (3.13) é definida por

$$dP = dC - \Delta dX_t, \quad (3.15)$$

$$dP = \sigma X_t \frac{\partial C}{\partial X} dB_t + \left(\mu X_t \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{1}{2} \sigma^2 X_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial^2 X} + \frac{\partial C}{\partial t} \right) dt - \mu X_t \Delta dt - \sigma X_t \Delta dB(t)$$

⇔

$$dP = \sigma X_t \left(\frac{\partial C}{\partial X} - \Delta \right) dB_t + \mu X_t \left(\frac{\partial C}{\partial X} - \Delta \right) dt + \left(\frac{1}{2} \sigma^2 X_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial^2 X} + \frac{\partial C}{\partial t} \right) dt. \quad (3.16)$$

A pretensão agora é eliminar a componente estocástica da equação, ou seja, pretende-se eliminar o risco presente na equação através da volatilidade.

$$\frac{\partial C}{\partial X} = \Delta. \quad (3.17)$$

Com a eliminação da parte estocástica assume-se que existe um Δ tal que torna a carteira neutral face ao risco. Esta técnica é denominada de *hedging*, [1], ou seja, cobertura do risco. A equação (3.16) passa a ser igual a

$$dP = \left(\frac{1}{2} \sigma^2 X_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial^2 X} + \frac{\partial C}{\partial t} \right) dt. \quad (3.18)$$

Antes de se avançar para o passo final da equação de Black-Scholes falta considerar somente a hipótese de não-arbitragem, de acordo com a qual a variação do portfólio P sendo determinística deve ser igual a taxa de juro r . Logo,

$$dP = rPdt = r(C - \Delta X_t) dt. \quad (3.19)$$

Igualando o segundo membro desta equação ao da equação (3.18), chega-se finalmente à equação de Black-Scholes, [1] e [14], e tendo em conta a igualdade de (3.17),

$$\frac{1}{2} \sigma^2 X_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial^2 X} + \frac{\partial C}{\partial t} + r \frac{\partial C}{\partial X} X_t - rC = 0. \quad (3.20)$$

3.1.2. GARCH

Os modelos lineares revelaram-se inadequados para o tratamento e análise de séries financeiras que apresentam inúmeras fases de irregularidade, nomeadamente apresentam períodos com volatilidades bastante diferentes. Assim, é crucial desenvolver modelos que têm em conta a evolução no tempo dos seus momentos condicionais, [13]. Engle propõe em 1982, [13], uma classe de modelos nos quais a variância condicional (volatilidade) no instante t é uma função linear dos valores anteriores àquele instante t . A heteroscedasticidade condicional autorregressiva (*ARCH* — *Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity*) presente em tais modelos tornou-os particularmente úteis na análise deste tipo de séries. Devido ao problema encontrado nas formulações da variância condicional baseadas nas relações autorregressivas, que podem levar a uma ordem de desfasamentos bastante grande, Bollerslev (1986), [13], propôs a Generalização dos modelos ARCH — **GARCH**. Onde é considerada uma dinâmica autorregressiva e de média móvel.

Diz-se que $\varepsilon = (\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z})$ segue um modelo GARCH(p, q) se a sua variância condicional é tal que, [13],

$$\forall t \in \mathbb{Z}, V(\varepsilon_t | \underline{\varepsilon}_{t-1}) = h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}. \quad (3.21)$$

Onde $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, q$, e $\beta_j \geq 0, j = 1, \dots, p$. Os modelos GARCH são assintoticamente estacionários no sentido fraco se os parâmetros envolvidos na definição são tais que

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1. \quad (3.22)$$

GARCH—DCC

O modelo para o qual se fará a estimação e simulação é o modelo GARCH multivariado com **Correlação Condicional Dinâmica (DCC)**, [10]. Já em 1990, [10], Bollerslev tinha proposto um modelo GARCH multivariado mas com **Correlação Condicional Constante (CCC)**, onde são estimados modelos GARCH univariados para cada ativo e depois a matriz de correlação desses ativos é estimada a partir do estimador de máxima verossimilhança, através da transformação dos erros residuais a partir da utilização dos próprios desvios padrão condicionais estimados. O pressuposto de correlação constante torna a estimativa de um grande modelo viável e assegura que o estimador é positivamente definido, requerendo simplesmente que a variância condicional de cada ativo não seja nula. Entretanto, o estimador de correlação constante não proporcionava um método para a construção de desvios padrão consistentes, utilizando o processo de estimativa por vários passos. Daí que Engle (2001) tenha proposto um novo estimador mais geral ao permitir correlações dinâmicas. O GARCH—DCC preserva a identidade dos modelos GARCH univariados para os ativos individualmente conjugando a variável de tempo na matriz de correlações.

O modelo GARCH—DCC, [2], [7], [10], é estimado bietapicamente, primeiro reproduz os resultados do modelo GARCH univariado para cada ativo e, em seguida, calcula a matriz de correlação variável no tempo utilizando a transformada dos desvios padrão residuais provenientes do primeiro passo. Neste modelo é assumido que os retornos dos k ativos são condicionalmente multivariados normais com uma esperança nula e uma matriz de variâncias-covariâncias dada por H_t . A matriz de variâncias-covariâncias condicional, H_t , é definida por

$$H_t = D_t R_t D_t. \quad (3.23)$$

Onde D_t é uma matriz diagonal $k \times k$, variável no tempo com desvios padrão resultantes da simulação segundo o processo GARCH univariado com $\sqrt{h_{it}}$ no i -ésimo

elemento da diagonal, e R_t é a matriz de correlação variável no tempo. Sendo que

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1} \quad (3.24)$$

e

$$Q_t = \bar{Q}_t (1 - A - B) + (A \times Z_{t-1} Z_{t-1}') + (B \times Q_{t-1}), \quad (3.25)$$

onde, Q_t e \bar{Q}_t são, respetivamente, as matrizes de variância-covariâncias condicional e incondicional provenientes dos desvios padrão residuais de $Z_t \sim \mathcal{N}(0, R_t)$, originados pelo modelo GARCH univariado. Por sua vez, Q_t^* representa a matriz diagonal composta pela raiz quadrada dos elementos da diagonal da matriz Q_t . Finalmente, A e B são parâmetros escalares não negativos tais que $A + B < 1$.

Nesta tese os parâmetros p e q do modelo GARCH(p, q) considerados são $p = 1$ e $q = 1$, logo está-se perante o modelo GARCH(1,1)-DCC, para os PFCs que possuem mais do que um ativo subjacente. No caso dos PFCs que possuem somente um ativo subjacente considera-se o GARCH univariado, GARCH(1,1).

3.2. Considerações Essenciais para as Simulações

As simulações foram realizadas recorrendo ao *Matlab R2012b*.

3.2.1. Simulações Considerando o MGB

Para a primeira simulação onde o VT do PFC é encontrado a partir da SMC e os preços dos ativos subjacentes evoluem segundo um processo MGB, há que ter em consideração os seguintes aspetos:

- São recolhidas 180 observações, [14], referentes aos preços diários de fecho dos ativos subjacentes, imediatamente anteriores à data de emissão do PFC;
- A partir dos 180 dados recolhidos é calculada a rentabilidade logarítmica diária, $rent_t$, do ativo:

$$rent_t = \ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right); \quad (3.26)$$

- De seguida é calculado o desvio padrão diário da rentabilidade, dp , dos ativos subjacentes, sendo depois anualizada. Obtendo-se a volatilidade, σ , do ativo

$$\sigma = \frac{dp}{\sqrt{t}}. \quad (3.27)$$

Segundo Hull, [14], por ano podem ser considerados 252 dias de transação, logo na fórmula anterior $t = 252$;

- Para o caso em que os PFCs possuem mais que um ativo subjacente, há que calcular a matriz de correlação, P , dos ativos que compõem o PFC;
- A taxa de juros sem risco, r , considerada é a média das taxas de juro das obrigações europeias de rating AAA na data de emissão do produto e publicada pelo Banco Central Europeu;
- O VT é calculado a partir da média do ganho do cliente registado em cada iteração, num total de 10000 iterações por simulação. Portanto, o valor em cada iteração é calculado atualizando os *payoffs* para a data de emissão do produto, onde as taxas de juro de desconto consideradas são as praticadas nas obrigações do tesouro português, de 2 a 5 anos e a taxa Euribor a 1 ano;
- Para o VT^* , referente à aplicação do investimento de 1€ numa conta a prazo para o mesmo período de vida do PFC, consideram-se as mesmas taxas de juro de desconto referidas no ponto anterior. A taxa de juro que o cliente vai receber pela aplicação do seu capital é aquela que na data de emissão do PFC é considerada pelo Banco de Portugal, para novas operações de depósitos com prazo acordado.

3.2.2. Simulações Considerando o GARCH(1,1)–DCC

Também para a simulação através do modelo GARCH(1,1)–DCC o único *input* necessário para a execução da simulação refere-se aos preços dos ativos subjacentes. Também aqui são utilizadas 180 observações passadas, com as quais se computa as rentabilidades logarítmicas diárias. Estas séries são depois filtradas retirando-se a média. Nos resultados de cada iteração é calculado o preço ou a cotação do ativo subjacente. Nesse cálculo, para manter a consideração de não arbitragem, há que somar a taxa de juro sem risco que é a mesma da simulação anterior, r . Portanto

$$S_t = S_0 e^{\left(\sum_{i=1}^t res_i + r \times \frac{t}{252}\right)}. \quad (3.28)$$

Note-se que resulta da simulação uma rentabilidade diária, res_i (para o i -ésimo dia), de média nula, uma vez que o *input* do modelo dá as rentabilidades diárias, e como a taxa de juro é anual há que a transformar para a data t .

Capítulo 4

RESULTADOS DOS PFCs

No presente estudo foram analisados 26 PFC, emitidos pelos 5 maiores bancos a operar no espaço nacional: Banco Espírito Santo – BES; Banco Português de Investimentos – BPI; Caixa Geral de Depósitos – CGD; Banco Comercial Português – Millennium BCP; Banco Santander. A descrição pormenorizada dos PFCs encontra-se no ANEXO A. Dos PFCs escolhidos para cada banco, pelo menos 3 já atingiram a maturidade, assim, o seu resultado final é conhecido. Esta é uma maneira bastante simples de aferir a assertividade dos modelos matemáticos implementados. As exceções são a CGD com apenas 2 PFCs já vencidos e o Banco Santander onde todos os PFCs ainda não atingiram a maturidade. Os dados referentes a cada um dos ativos subjacentes associados aos produtos foram retirados das seguintes fontes: www.bolsapt.com, br.investing.com e do Google Finance. As taxas de juro sem risco, foram obtidas do *site* oficial do Banco Central Europeu, www.ecb.int, e as taxas de juro das obrigações do tesouro português foram retiradas do *site* do Banco de Portugal, www.bportugal.pt, bem como as taxas Euribor e as taxas de juro dos depósitos a prazo.

Recordar que o VT^* apresentado nas diversas tabelas corresponde a uma aplicação do capital, VN , numa conta a prazo no período máximo da maturidade, sem considerar os reembolsos antecipados. Os resultados são apresentados em tabelas, onde estão numa linha os resultados da primeira simulação segundo o processo MGB e na segunda linha os resultados do processo GARCH(1,1)–DCC, e para alguns PFCs, numa terceira linha apresentam-se os resultados reais.

4.1. Exposição dos Resultados Reais e das Simulações

4.1.1. BES Crescimento Outubro 2009

Na realidade não houve reembolso antecipado deste PFC e portanto ao fim de três anos o investidor recebeu somente o capital investido, que considerando-se uma aplicação de 1€ equivale a 0,945656€ na data de emissão. Este resultado significa um prêmio de emissão de 5,4344% para o banco.

Na tabela seguinte são apresentados os resultados obtidos com as duas simulações e aquele que se verificou na realidade. Nessa tabela, as últimas três colunas dizem respeito à probabilidade: de ser pago o reembolso antecipado no primeiro ano, $p(\text{Re}=1)$, e segundo ano, $p(\text{Re}=2)$, e a última coluna à possibilidade de haver reembolso só na maturidade, $p(\text{Re}=3)$.

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(\text{Re}=1)$	$p(\text{Re}=2)$	$p(\text{Re}=3)$
MGB	0,956351	0,043649		0,1025	0	0,8975
GARCH - DCC	0,982491	0,017509	0,99715	0,2286	0,0761	0,6953
REAL	0,945656	0,054344		-	-	Sim

Tabela 4.1: Tabela com resultados das simulações para o BES crescimento 2009.

Como se pode observar, pelos resultados da tabela, o BES sai a ganhar em média, 4,3649% segundo o processo MGB. Com a segunda simulação o ganho médio do banco na emissão deste produto é inferior, sendo de aproximadamente 1,75%. A probabilidade de ser pago um reembolso antecipado do PFC ocorre com muito baixa probabilidade e somente para o primeiro ano, 10,25%. Os 89,75% refletem a probabilidade de recepção do capital investido por parte do cliente, não se verificando em nenhum momento, a remuneração máxima de 15% ao cliente. Na simulação segundo o processo GARCH(1,1)-DCC já se observa uma probabilidade positiva de ocorrer reembolso antecipado no segundo ano, 7,61%, e um acréscimo da probabilidade de ocorrer reembolso antecipado no primeiro ano, superior ao dobro do valor alcançado na simulação anterior, 22,86%. Na última coluna encontra-se a probabilidade de haver reembolso só no terceiro ano, sendo que desse valor: 65,45% representam a probabilidade de o cliente na maturidade só receber o capital investido; e os 4,08% remanescentes à probabilidade de na maturidade o cliente receber a remuneração máxima de 15%.

Conforme os resultados apresentados, a primeira simulação é aquela que possui os resultados mais próximos dos reais. Para o cliente a melhor opção de investimento

seria uma conta a prazo, aliás, como se verificou na realidade.

4.1.2. EUR NOTES BES 18M Ouro Agosto 2010

Na tabela abaixo são apresentados os resultados reais e os das duas simulações.

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R>0)$
MGB	0,965234	0,034766		0
GARCH(1,1)	0,991701	0,008299	1,00114	0,3113
REAL	0,965234	0,034766		0

Tabela 4.2: Tabela com os resultados das simulações para o BES Notes 18M Ouro Agosto 2010.

Neste caso o banco sai a ganhar em média um prémio de 3,4766% segundo a primeira simulação, pois, para a segunda simulação o banco continua a ganhar, mas agora falamos num ganho médio de cerca de 0,8%.

Na tabela $p(R>0)$ reflete a probabilidade de na maturidade para além do reembolso do capital investido o cliente receber uma remuneração referente à *performance* positiva do ouro. Assim, para a segunda simulação a probabilidade do investidor receber uma remuneração dependente da *performance* positiva do ouro deixa de ser nula e passa a ser de 31,13%. Enquanto, na primeira simulação não se observou em nenhuma das iterações a não ultrapassagem da barreira imposta, B . Ou seja, a evolução do preço do ouro acabaria sempre por ultrapassar a barreira ou na maturidade a *performance* do ouro seria negativa, neste caso isso não se observa sempre.

A opção de aplicar 1€ numa conta a prazo seria bem mais vantajosa para o investidor, conforme se pode ver tanto para uma como para outra simulação. Efetivamente, na realidade o investidor só recebeu o capital investido. Pois, houve ultrapassagem da barreira, B , imposta. A aplicação de 1€ atualizado à data de emissão corresponde a 0,965234€ e portanto o banco ganhou na emissão do produto um prémio de 3,4766%.

4.1.3. EUR BES NOTES 2 Anos EURUSD Fevereiro 2011

Na tabela abaixo são apresentados os resultados reais e os das simulações da evolução do câmbio USD/EUR .

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R > 0)$
MGB	0,971254	0,028746		0,476
GARCH(1,1)	0,950034	0,049966	0,968338	0,2502
REAL	0,9397	0,0603		Sim

Tabela 4.3: Tabela com os resultados das simulações para o BES Notes 2 anos EURUSD Fevereiro 2011.

Embora o investidor possa ganhar quer com a apreciação quer com a depreciação do EUR só ganhará se a evolução for pequena, sendo assim, para a primeira simulação o ganho médio registado para o BES na emissão do produto é de quase 2,9%. Observando-se na segunda simulação que o prémio ganho pelo banco, em média, na emissão do produto é superior ao anterior, registando-se quase 5%. A probabilidade de haver remuneração reflete também a probabilidade de a taxa de câmbio se encontrar dentro dos limites considerados e de o cliente beneficiar desse facto, ganhando a par do capital investido uma remuneração que dependerá do desempenho positivo ou negativo do euro face ao dólar, como se vê ilustrado na tabela essa probabilidade é de 47,6%, para a primeira simulação, e 25,02% para a segunda. A aplicação do investimento numa conta a prazo não é a opção mais vantajosa para o cliente, conforme a simulação segundo o processo MGB, contrariando o que sucede para a simulação segundo o processo GARCH(1,1). Na realidade, verificou-se o pagamento de uma taxa de 0,567% ao investidor face ao capital investido, esse valor atualizado à data de emissão é equivalente a 0,9397€, isto é, a um ganho de 6,03% para o banco na emissão deste produto.

O resultado real deste PFC prova que a segunda simulação é que detém os resultados mais próximos dos reais, e que o investimento numa conta a prazo seria a melhor escolha.

4.1.4. EUR BES NOTES PSI20 Abril 2012-2015

Este é um PFC que ainda se encontra em curso, visto que a maturidade é só em 2015. Na próxima tabela são expostos os resultados obtidos com as duas simulações.

Nota-se que na primeira simulação, o BES ganha em média aproximadamente 21% de prémio neste produto. Em 10000 iterações, somente em 3494 se observaram remunerações acima do mínimo estabelecido. A opção de investir numa conta a prazo

4.1 Exposição dos Resultados Reais e das Simulações

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R > 0,05)$
MGB	0,789958	0,210042	0,794298	0,3494
GARCH(1,1)	0,776413	0,223587		0,38

Tabela 4.4: Tabela com os resultados das simulações para o BES Notes do PSI20 ABRIL 2012-2015.

permanece a melhor em ambas as simulações, verificando-se na segunda simulação um decréscimo do VT e conseqüentemente um crescimento, ligeiro, do prémio médio ganho pelo banco na emissão deste produto, 22,3587%. Por outro lado, observa-se um aumento da probabilidade de existir um pagamento de um cupão de valor superior ao mínimo estabelecido.

4.1.5. EUR BES NOTES Exposição Petróleo 2012-2015

Nas tabelas 4.5 e 4.6 são colocados os resultados obtidos com as duas simulações.

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	0,903005	0,096995	0,889795
GARCH(1,1)	0,920451	0,079549	

Tabela 4.5: Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , para o BES Notes Exposição Petróleo 2012-2015.

	$p(\text{Cup}=0,03)$	$p(\text{Cup}=0,15)$	$p(\text{Cup}>0,15)$
MGB	0,5581	0,143	0,2989
GARCH(1,1)	0,4809	0,1377	0,3814

Tabela 4.6: Tabela com os resultados das probabilidades de serem pagos os diversos cupões, C , para o BES Notes Exposição Petróleo 2012-2015.

Para a primeira simulação a instituição emitente ganha em média um prémio de aproximadamente 9,7%, entretanto na segunda simulação o ganho do banco na emissão do produto é inferior, quase 8%. Para a primeira simulação a probabilidade de ocorrer o pagamento do cupão mínimo, de 3%, é elevada, sendo superior a 55%; enquanto a probabilidade de existir um cupão superior a 15% do VN é de 29,89%. Deste valor 19,72% referem-se ao cupão de 30% que pode ser pago ao cliente na

maturidade do produto. Na segunda simulação nota-se um decréscimo da probabilidade do cliente receber o cupão mínimo superior a 7% e um acréscimo considerável na probabilidade dele receber um cupão de valor superior aos 15%, sendo que dessa probabilidade (38,14%), 27,68% dizem respeito à probabilidade do cupão recebido pelo cliente ser o máximo de 30%. Esta é a primeira situação em que, em média, o PFC apresentou-se como melhor opção em detrimento da aplicação do investimento numa aplicação mais tradicional, para as duas simulações.

4.1.6. EUR BES NOTES Autocallable Grandes Marcas 2012-2016

Nas tabelas abaixo estão apresentados os resultados das duas simulações.

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	0,679979	0,320021	0,782844
GARCH - DCC	0,6887	0,3113	

Tabela 4.7: Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , para o BES Notes Grandes Marcas 2012-2016.

	$p(\text{Re}=1)$	$p(\text{Re}=2)$	$p(\text{Re}=3)$	$p(\text{Re}=4)$
MGB	0,0036	0	0	0,9964
GARCH - DCC	0,0069	0,0072	0,0088	0,9771

Tabela 4.8: Tabela com os resultados das probabilidades dos reembolsos antecipados, Re , associadas ao BES Notes Grandes Marcas 2012-2016.

Para a primeira simulação visualiza-se que o BES ganha um prémio, em média, de aproximadamente 32% na venda deste PFC. Curioso é também observar que a probabilidade de existir qualquer reembolso antecipado é de 0,36% somente para o primeiro ano, e a de haver reembolso do capital investido na maturidade é de 99,64%. Nos resultados da segunda simulação observa-se um ligeiro decréscimo no prémio médio ganho pelo BES na emissão deste produto, 31,13%. Por outro lado, é visível um aumento em todas as probabilidades relativas aos reembolsos antecipados possíveis, nomeadamente, ao fim do primeiro, segundo e terceiro ano, enquanto, na simulação anterior as probabilidades associadas ao segundo e terceiro ano eram nulas.

4.1.7. BPI Financeiras 2010-2013

Na tabela abaixo são apresentados os resultados das duas simulações, MGB e GARCH(1,1)-DCC e os resultados reais.

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R=0,04)$
MGB	0,960507	0,039493		0
GARCH - DCC	0,963762	0,036238	0,963709	0,0883
REAL	0,960507	0,039493		Não

Tabela 4.9: Tabela com os resultados das simulações para o BPI Financeiras 2010-2013.

Como se pode observar, segundo a primeira simulação, a probabilidade do investidor receber na maturidade o cupão de 4% é nula, sendo o ganho do BPI na emissão deste produto de aproximadamente 4%. O PFC e o depósito a prazo apresentam quase o mesmo valor, ainda assim, este último aparenta ser mais vantajoso.

Os resultados da segunda simulação revelam um ligeiro decréscimo no ganho médio do banco na emissão deste PFC em relação ao ganho anterior. Salienta-se a existência da probabilidade, 8,83%, de ser paga uma remuneração de 4% ao cliente. De acordo com esta simulação a aplicação do investimento numa conta a prazo seria menos benéfica para o cliente do que a aplicação neste PFC. Na realidade, também não houve o pagamento do cupão de 4% recebendo o investidor o VT previsto pela primeira simulação.

4.1.8. BPI Financeiras 18% 2010-2013

Os 5 ativos subjacentes deste produto são exatamente os mesmos do PFC anterior. Os resultados obtidos nas duas simulações e na realidade são os seguintes.

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R=0.18)$
MGB	0,921569	0,078431		0
GARCH - DCC	0,936598	0,063402	0,963709	0,09094
REAL	0,921569	0,078431		Não

Tabela 4.10: Tabela com os resultados das simulações para o BPI Financeiras 18% 2010-2013.

As duas alterações de relevo, entre este PFC e o anterior, e que justificam a diferença nos resultados obtidos nas simulações, são as seguintes: no PFC anterior o cliente tem a possibilidade de ganhar na maturidade uma remuneração máxima de 4%, no caso atual 18%, ou a mínima de 0%; segundo, no PFC anterior o cliente recebia anualmente um cupão fixo de 2% nos dois primeiros anos. Na primeira simulação a possibilidade do investidor ganhar um cupão único de 18% sobre o VN na maturidade é nula, como acontecera com o PFC anterior. Neste PFC, o BPI ganha um prémio médio na emissão de quase 8%. Os resultados obtidos com a segunda simulação demonstram que a aplicação numa conta a prazo permanece como a melhor escolha para o cliente. Por outro lado, é evidente o decréscimo do ganho médio do banco na emissão deste produto, sendo agora inferior aos 6,5%. Porque agora existe a probabilidade do cliente receber a remuneração de 18%, que é aproximadamente de 9,1%. Como na realidade já se sabe que quem investiu neste produto não ganhou qualquer remuneração, o cliente recebeu o capital investido e obteve um resultado igual ao da primeira simulação.

4.1.9. BPI Exposição Europa 2010-2013

Na tabela abaixo os valores ilustrados são os que resultaram das duas simulações e os que foram observados na realidade.

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	1,01378	-0,01378	
GARCH(1,1)	0,976115	0,023885	0,940939
REAL	1,0412	-0,0412	

Tabela 4.11: Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , para o BPI Exposição Europa 2010-2013.

Pela primeira vez neste estudo a aplicação do capital do investidor num PFC compensa o investidor, ou seja, em média o investidor poderia ganhar aproximadamente 1,4% do VN , na primeira simulação. O PFC torna-se uma melhor opção em relação a uma aplicação numa conta a prazo. É de ressaltar a elevada probabilidade do investidor ser reembolsado antecipadamente logo no primeiro ano e a baixa probabilidade de perda de capital por parte do investidor, 5,1%. Não está representado este resultado na tabela, mas em todos os anos, segundo a simulação,

	p(Re=1)	p(Re=2)	p(Re=3)	p(VN < 1)
MGB	0,4576	0,2502	0,2922	0,0512
GARCH(1,1)	0,5195	0,1292	0,3513	0,1096
REAL	Sim	-	-	-

Tabela 4.12: Tabela com os resultados das probabilidades representativas dos reembolsos antecipados, Re, para o BPI Exposição Europa 2010-2013.

há pagamento do cupão de 5,5%, ou seja, durante o período de observação existirá sempre um dia em que o preço do índice será superior ou igual a B , o que se verificou na realidade. Para a segunda simulação, embora a probabilidade do cliente receber antecipadamente seja também a mais elevada, de 51,95%, existem outras situações menos benéficas para o cliente, nomeadamente: o banco ganha em média um prémio de quase 2,4% na emissão deste produto; há um decréscimo na probabilidade do cliente ser reembolsado antecipadamente no segundo ano, passando quase a metade do valor resultante da simulação anterior; há depois o aumento da probabilidade do cliente só ser pago no terceiro ano, agora de 35,13%; no terceiro ano, dos 35,13%, há cerca de 10,96% que dizem respeito à probabilidade do cliente perder parte do VN investido. A queda registada no valor de VT obtido nesta simulação deve-se sobretudo aos aumentos das probabilidades de ocorrer pagamento só no terceiro ano e do aumento da probabilidade de perda de capital por parte do cliente. De facto, segundo o preço final do índice na data de valorização de 18 de junho de 2011, observou-se que o investidor recebeu o VN acrescido do cupão de 5,5% o que corresponderia a um valor atualizado de 1,0412€ na data de emissão do PFC.

4.1.10. BPI Exposição Europa 2011-2014

Nas tabelas 4.13 e 4.14 são apresentados os resultados obtidos nas duas simulações, e na realidade.

Olhando para os resultados apresentados, pela primeira simulação, observa-se que em média a aplicação de 1€ neste PFC é consideravelmente melhor do que a aplicação numa conta a prazo. Mais uma vez, em média, o BPI ganha pouco mais de 10% do VN neste produto. Conforme aconteceu no PFC anterior, de características semelhantes a este, a possibilidade de ocorrer reembolso antecipado no primeiro ano é elevada. Não foram aqui reveladas as probabilidades de haver acumulação da

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	0,897655	0,102345	
GARCH(1,1)	0,893458	0,106542	0,648199
REAL	0,8082	0,1918	

Tabela 4.13: Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , para o BPI Exposição Europa 2011-2014.

	$p(Re=1)$	$p(Re=2)$	$p(Re=3)$	$p(VN < 1)$
MGB	0,4939	0,2594	0,2467	0,009
GARCH(1,1)	0,536	0,1343	0,3297	0,0313
REAL	-	Sim	-	-

Tabela 4.14: Tabela com os resultados das probabilidades representativas dos reembolsos antecipados, Re , para o BPI Exposição Europa 2011-2014.

remuneração, mas estas também foram calculadas. Existe uma probabilidade de 0,19% da remuneração ser acumulada do primeiro para o segundo ano e de 1,28% dela ser acumulada do segundo para o terceiro ano, e a probabilidade é nula para uma acumulação do primeiro até ao terceiro ano.

Na segunda simulação o banco também ganha na emissão do produto, pouco mais de 0,4% em relação à simulação anterior. Há um aumento da probabilidade do cliente receber antecipadamente no final do primeiro ano de vida do produto, de 53,6%; uma queda acentuada na probabilidade do cliente receber antecipadamente no segundo ano, agora de 13,43%; por último a probabilidade de 32,97% do cliente só receber no terceiro ano, dos quais 3,13% se referem a probabilidade de o cliente vir a ter perda de capital. Não estão aqui apresentadas, mas foram calculadas, as probabilidades de existirem remunerações acumuladas de ano para ano, assim: a probabilidade de ser acumulada a remuneração do primeiro para o segundo ano é de 0,07%, do segundo para o terceiro de 0,6% e do primeiro para o terceiro de 0,03%. Sendo a probabilidade do cliente não receber qualquer remuneração, em nenhum dos anos de vida do produto, igual a 0,05%.

Os baixos valores aqui apresentados devem-se às taxas de desconto utilizadas para calcular VT e VT^* atualizados à data de emissão dos produtos, pois nesta altura as obrigações do tesouro nacional tinham para o segundo e o terceiro ano taxas de

juro correspondentes a 0,2027 e 0,2119, respetivamente. Comparativamente ao PFC anterior, em que a 02 de julho de 2010, praticamente um ano antes, as taxas de juro das obrigações do tesouro para o segundo e terceiro ano eram de 0,0326 e 0,0365. De facto, no primeiro ano de vida deste produto não houve reembolso antecipado, mas houve pagamento da remuneração de 7%. No segundo ano também houve pagamento da remuneração de 7% e reembolso do capital investido ao cliente, ou seja, um VT de 0,8082 para um investimento de 1€.

4.1.11. BPI NOTES Autocallable on Euro Stoxx 50

Na próxima tabela são expostos os resultados obtidos com as duas simulações, para VT e VT^* .

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	1,14602	-0,14602	0,92045
GARCH(1,1)	0,986773	0,013227	

Tabela 4.15: Tabela com os resultados das simulações, de VT e VT^* , para o BPI Autocallable on Euro Stoxx 50.

Na primeira simulação observa-se que em média o investidor teria um ganho ligeiramente superior aos 14,5%. Nesta situação, da primeira simulação, também se observa que a aplicação do VN neste PFC seria a opção mais benéfica para o investidor em vez da opção tradicional, conta a prazo. Na segunda simulação está evidenciada, em relação à simulação anterior, a queda acentuada do valor do VT que se traduz neste caso num ganho médio para o banco, de cerca de 1,3%, na emissão do produto.

Na tabela 4.16 são apresentados os resultados correspondentes às probabilidades de existir reembolso antecipado e reembolso somente no quinto ano.

Claramente se repara que o VT elevado se deve em grande parte a existência de uma elevada probabilidade de ocorrer um reembolso antecipado antes do PFC atingir a maturidade e mesmo antes do PFC chegar ao quarto ano. A probabilidade do reembolso ser pago até ao segundo ano é ligeiramente superior a 70%. Recorde-se que no quinto ano existem três situações de remuneração: onde o cliente sai a ganhar se a cotação do ativo subjacente for superior ou igual à cotação de referência inicial, de 3

	p(Re=1)	p(Re=2)	p(Re=3)	p(Re=4)	p(Re=5)
MGB	0,4597	0,243	0,1312	0,0691	0,097
GARCH(1,1)	0,5116	0,1298	0,0608	0,0392	0,2586

Tabela 4.16: Tabela com os resultados das probabilidades associadas aos reembolsos antecipados, Re, para o BPI Autocallable on Euro Stoxx 50.

de maio de 2013; é reembolsado do capital investido se a cotação for inferior à cotação de referência inicial, mas nunca inferior a 60% da mesma; e a última possibilidade prende-se com a possibilidade de perda de capital, supondo que a cotação do ativo subjacente na maturidade é inferior a 60% da cotação de referência inicial. Assim, a probabilidade do cliente ser reembolsado no quinto ano, 9,7%, subdivide-se em: 1,84% alusivos a probabilidade do cliente perder parte do capital investido; 3,32% referem-se a probabilidade do cliente ser reembolsado somente do capital investido; e 4,54% refletem a probabilidade de o cliente ganhar uma remuneração extra na maturidade, no mínimo de 37,5% sobre o capital investido.

Nos resultados da segunda simulação evidencia-se o aumento de duas probabilidades: a de ocorrer reembolso antecipado no final do primeiro ano, de 51,16%, e a de este só ocorrer no quinto ano, de 25,86%. Sendo que dentro desta última probabilidade: 10,1% são respeitantes a probabilidade do cliente perder parte do capital investido; 12,91% referem-se a probabilidade do cliente ser reembolsado somente do capital investido; e 2,85% refletem a probabilidade do cliente ganhar uma remuneração extra na maturidade, no mínimo de 37,5% sobre o capital investido. Quanto as outras três probabilidades de reembolso antecipado, segundo, terceiro e quarto ano: nota-se uma descida de quase 50% em cada uma dessas probabilidades, da simulação anterior para a atual. É essencialmente devido ao aumento da probabilidade de reembolso no quinto ano que o VT decresce da simulação anterior para esta simulação, e conseqüentemente diminuem as probabilidades para reembolso antecipado no segundo, terceiro e quarto anos.

4.1.12. CAIXA Taxamix Maio 2013

Na próxima tabela são apresentados os resultados reais e os referentes às duas simulações.

Conforme os resultados apresentados, o banco possui um prêmio médio superior

4.1 Exposição dos Resultados Reais e das Simulações

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB/ GARCH(1,1)/ REAL	0,966829	0,033171	0,946179

Tabela 4.17: Tabela com os resultados das simulações para o Caixa Taxamix Maio de 2013.

a 3,3% e o PFC revela ser uma alternativa melhor do que uma aplicação do investimento numa conta a prazo. Em nenhum dos dias do período de vida do PFC o valor da taxa euribor 6M foi superior a 2,00% (de 24/05/2011 a 23/05/2012) ou a 2,30% no período análogo (de 24/05/2012 a 23/05/2013). Um caso único nesta tese, a concordância dos resultados das duas simulações com os reais.

4.1.13. CAIXA Eurovalor Julho 2013

Na próxima tabela são apresentados os resultados das simulações e do que se verificou na realidade, para VT e VT^* .

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	1,01073	-0,01073	
GARCH(1,1)	1,00869	-0,00869	1,01756
REAL	0,9880	0,012	

Tabela 4.18: Tabela com os resultados das simulações, de VT e VT^* , para o CAIXA Eurovalor Julho 2013.

Como se pode observar pela primeira simulação, neste produto o emissor perde em média um prémio de 1,065% para o investidor, enquanto na segunda simulação o emissor perde em média um prémio de 0,869% para o investidor. Enquanto na realidade, o banco ganhou um prémio médio de 1,2%. De referir ainda que, a opção de efetuar o investimento numa conta a prazo seria mais benéfica para o investidor.

Conforme ilustra a tabela 4.19, foi calculada a probabilidade de ser paga a remuneração máxima de 10%, a de 5% correspondente à ultrapassagem da barreira imposta, e a de 0%, que refletia que na maturidade o cliente só seria ressarcido do VN, o que significava que o Euro se tornava mais forte perante o Dólar Canadiano. Assim, para a primeira simulação é elevadíssima a probabilidade de não ocorrer pa-

	$p(R=0)$	$p(R=0,05)$	$p(R=0,1)$
MGB	0,4882	0,1108	0
GARCH(1,1)	0,4979	0,2068	

Tabela 4.19: Tabela com os resultados das probabilidades associadas aos possíveis reembolsos de 0%, 5% e 10%. Para o CAIXA Eurovalor Julho 2013.

gamento de remuneração alguma, 48,82%, e de o cliente somente receber o VN . Na segunda simulação, em comparação com a simulação anterior, nota-se: um ligeiro crescimento na probabilidade do cliente só receber o capital investido na maturidade e nenhuma remuneração extra, 49,79%; e um crescimento acentuado, de quase o dobro, da probabilidade do cliente receber a remuneração de 5%, 20,68%. Tanto numa simulação como na outra a probabilidade do cliente receber a remuneração máxima é nula. Na realidade, não foi paga qualquer remuneração ao cliente. Este somente recebeu o VN , pois, esperava-se que o Euro sofresse uma depreciação face ao dólar canadiano, mas aconteceu o contrário.

4.1.14. CAIXA Renda Real Outubro 2013

Neste PFC aconteceu algo curioso. Na primeira simulação realizada considerando o processo GARCH(1,1), o resultado obtido para o VT foi muitíssimo elevado. Só para determinado número de dados é que os resultados se apresentavam coerentes, sendo assim, não se considerou o resultado desta simulação dado o problema de *data mining*. Na origem desta situação pode estar o facto de os dados, IHPC, serem obtidos mensalmente. Na tabela 4.16 encontram-se os resultados obtidos para VT considerando somente o processo MGB.

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	1,02158	-0,02158	1,0208

Tabela 4.20: Tabela com os resultados das simulações para o CAIXA Renda Real Outubro 2013.

Conforme o resultado apresentado, neste caso o PFC seria a melhor opção de investimento. Embora o cliente saia a ganhar em ambas as situações.

4.1.15. CAIXA Luxaut Outubro 2014

Na tabela 4.21 são apresentados os resultados das duas simulações.

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R=0,0435)$
MGB	0,983194	0,016806	1,00547	0,023
GARCH(1,1)	0,984177	0,015823		0,0281

Tabela 4.21: Tabela com os resultados das simulações para o CAIXA Luxaut Outubro 2014.

Conforme se pode visualizar na tabela, na primeira simulação, o banco ganha em média um prêmio de aproximadamente 1,7% na emissão deste produto. Em relação a segunda simulação, o banco continua a ganhar na emissão deste PFC, neste caso, um prêmio médio de aproximadamente 1,6%. Conforme, a primeira simulação seria muitíssimo pouco provável, 2,3%, o cliente receber a remuneração máxima de 4,35%, entretanto, para a segunda simulação essa probabilidade é de 2,81%. O investimento do VN numa conta a prazo seria a opção mais vantajosa para o cliente.

4.1.16. CAIXA TOP Portugal 2015

Na tabela seguinte encontram-se os resultados das duas simulações.

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	0,94341	0,05659	0,954196
GARCH(1,1)	0,961764	0,038236	

Tabela 4.22: Tabela com os resultados das simulações para o CAIXA TOP Portugal 2015.

Conforme se pode observar a Caixa ganha um prêmio médio, na emissão do produto, de quase 6,0%, na primeira simulação. Entretanto, a opção de aplicação do investimento numa conta a prazo parece melhor do que a de investir no PFC. Ainda foi calculada a média do número de vezes em que a *performance* trimestral era a mínima, 3,0%, nas 10000 iterações, ou seja, ela ocorre aproximadamente 8 vezes em 12 trimestres por iteração. Por sua vez, para a segunda simulação observa-se que o VT aumenta ligeiramente, o que permite que este PFC seja uma melhor opção do que a aplicação do investimento numa conta a prazo. Mesmo assim, o banco ganha um prêmio médio na emissão deste produto de cerca de 3,8%. Também foi calculada

a média de vezes em que trimestralmente o cliente recebe a remuneração mínima (3,0%), ou seja, ocorre cerca de 6,5 vezes por iteração em 12 trimestres.

4.1.17. CAIXA Ouroinvest 2016

Na tabela 4.19 são ilustrados os resultados das duas simulações, para VT e VT^* .

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	0,948305	0,051695	0,954818
GARCH(1,1)	0,987735	0,012265	

Tabela 4.23: Tabela com os resultados das simulações, de VT e VT^* , para o CAIXA Ouroinvest 2016.

Como se pode ver pela primeira simulação, o banco ganha um prêmio médio de aproximadamente 5,2% na emissão deste produto. Para o cliente seria mais vantajoso, embora a diferença não seja elevada, investir o VN numa conta a prazo. Só que na segunda simulação começa-se por verificar que embora o banco continue a ganhar na emissão deste PFC, com um ganho médio de aproximadamente 1,2%, a aplicação do investimento numa conta a prazo deixa de ser a melhor alternativa em relação ao produto. Na próxima tabela são apresentadas as diversas probabilidades de ocorrência de pagamento de remuneração, nomeadamente: 0%, entre 0 e 7%, 7% e entre 7 e 45%.

	$p(R=0)$	$p(0 < R < 0,07)$	$p(R=0,07)$	$p(0,07 < R < 0,45)$
MGB	0,5249	0,1151	0,0437	0,3163
GARCH(1,1)	0,1438	0,078	0,3904	0,3878

Tabela 4.24: Tabela com os resultados das probabilidades associadas as remunerações, R , de 0%, entre 0 e 7%, de 7%, e entre 7 e 45%. Para o CAIXA Ouroinvest 2016.

Pela tabela 4.24, para a simulação segundo o processo MGB, a maior probabilidade de ocorrência é a do reembolso de 0% ao cliente, aproximadamente 52%. Sendo a probabilidade de ocorrer ultrapassagem da barreira, equivalente a um pagamento de 7%, de 4,37%. Por último, é de salientar que a probabilidade do cliente receber um pagamento entre os 7 e os 45%, é de 31,63%, a segunda maior probabilidade registada. Na mesma tabela, para a segunda simulação, a maior probabilidade de re-

gisto deixa de ser a do pagamento mínimo e passa a ser dividida entre: o pagamento da remuneração dos 7% e o de uma remuneração entre os 7 e os 45%, respectivamente, 39,04% e 38,78%. Em segundo plano, observam-se duas quedas: da probabilidade de ser pago ao cliente um reembolso mínimo, agora de 14,38%, quase um quarto do valor da simulação anterior; e da probabilidade de ocorrer um pagamento de uma remuneração inferior a 7%, de 7,8%.

4.1.18. BCP Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012

Na tabela seguinte são apresentados os resultados das simulações realizadas a par daqueles que foram observados na realidade.

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	0,968032	0,031968	
GARCH - DCC	1,03978	-0,03978	0,996584
REAL	0,945099	0,054901	

Tabela 4.25: Tabela com os resultados das simulações, de VT e VT^* , para o BCP Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012.

Conforme se pode observar no quadro anterior, através da primeira simulação, o banco ganha um prémio na emissão do produto de quase 3,2%. Neste caso, a escolha da aplicação do capital investido numa conta a prazo seria uma melhor alternativa ao PFC. A primeira diferença entre as duas simulações reside no VT obtido. Na segunda simulação o banco não ganha na emissão do PFC, o cliente ganha em média um prémio de aproximadamente 4,0% na emissão deste produto.

Esta diferença no VT é justificada pelas probabilidades que são apresentadas nas tabelas seguintes: uma correspondente à probabilidade de serem pagos ou não os diversos cupões nomeadamente, C0 - nenhum cupão pago, C1 - um cupão pago, por aí em diante até chegar à probabilidade de serem pagos todos os cupões - C6; na segunda tabela encontram-se as probabilidades relativas aos reembolsos antecipados que podem ocorrer no final de cada um dos semestres.

Atenção, o pagamento dos cupões, C1, C2, C3,..., C6, não implica que os mesmos tenham ocorrido consecutivamente.

Como se pode visualizar na tabela anterior, para a primeira simulação, a maior

	p(C0)	p(C1)	p(C2)	p(C3)	p(C4)	p(C5)	p(C6)
MGB	0,693	0,2711	0,034	0,0019	0	0	0
GARCH-DCC	0,2794	0,3491	0,2005	0,1011	0,0477	0,019	0,0032

Tabela 4.26: Tabela com os resultados das probabilidades associadas aos pagamentos ou não dos diversos cupões (C0, C1, C2,...,C6) em cada semestre para o BCP Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012.

	p(Re=1)	p(Re=2)	p(Re=3)	p(Re=4)	p(Re=5)	p(Re=6)
MGB	0,0182	0,0157	0,0127	0,0081	0,0093	0,936
GARCH-DCC	0,1414	0,0769	0,0517	0,0393	0,0341	0,6566

Tabela 4.27: Tabela com os resultados das probabilidades associadas aos reembolsos antecipados, Re, em cada semestre. Para o BCP Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012.

probabilidade de ocorrência refere-se ao facto de o investidor não receber qualquer cupão, quase 70%. A probabilidade do cliente receber mais do que um cupão é de 3,59%. Na segunda simulação, regista-se uma diminuição considerável da probabilidade do cliente não receber qualquer cupão, 27,94%, e conseqüentemente um aumento considerável das outras probabilidades.

Para ambas as simulações é clara a elevada probabilidade do cliente só ser reembolsado na maturidade, sendo para a primeira simulação essa probabilidade igual a 93,6% e para a segunda simulação igual a 65,66%.

Na realidade o cliente foi ressarcido, somente, do capital investido e na maturidade do PFC, não tendo recebido qualquer cupão. Ou seja, as probabilidades elevadas nas duas simulações, acima referidas, vão de encontro aos resultados reais.

4.1.19. BCP Invest. Diversificado Abril 2013

Na tabela 4.28 são apresentados os dados reais e os respeitantes aos resultados das duas simulações, para VT e VT^* .

Conforme se pode observar na tabela seguinte, o banco ganha um prêmio médio superior aos 8% na emissão do produto. Na segunda simulação o ganho médio do banco na emissão do PFC é menor, igual a 6,823%. Neste caso observa-se que a opção

4.1 Exposição dos Resultados Reais e das Simulações

	VT	$1 - VT$	VT^*
MGB	0,917211	0,082789	
GARCH - DCC	0,93177	0,06823	0,941262
REAL	0,902727	0,097273	

Tabela 4.28: Tabela com os resultados das simulações, de VT e VT^* , para o BCP Invest. Diversificado Abril 2013.

de aplicar o VN numa conta a prazo representaria a melhor escolha do investidor.

Na tabela seguinte apresentam-se os dados alusivos às probabilidades do cliente receber as diversas remunerações possíveis, incluindo a probabilidade dele não receber qualquer remuneração.

	$p(R=0,21)$	$p(R=0,14)$	$p(R=0,07)$	$p(R=0)$
MGB	0,0186	0,0392	0,095	0,8472
GARCH - DCC	0,0648	0,0698	0,1256	0,7398

Tabela 4.29: Tabela com os resultados das probabilidades associadas as remunerações, R , de 0%, 7%, 14%, e de 21%. Para o BCP Invest. Diversificado Abril 2013.

Na primeira simulação, claramente se vê que a probabilidade de não ocorrer o pagamento de qualquer remuneração ao cliente é de quase 85%, e a de ser paga a remuneração máxima é inferior a 2%. Na simulação segundo o processo GARCH(1,1)-DCC, há um aumento das primeiras probabilidades, e uma consequente diminuição da probabilidade do cliente não receber qualquer remuneração na maturidade, igual a aproximadamente 74%. Por sua vez a probabilidade do cliente receber a remuneração máxima, de 21%, é agora de 6,48%.

Na realidade o cliente só recebeu o capital investido, o resultado balanceou para a probabilidade mais elevada. Como indicavam as simulações.

4.1.20. BCP Invest. Mercado Mundial Setembro 2009-2012

Na próxima tabela encontram-se os resultados reais e os que foram obtidos nas duas simulações.

A tabela ilustra que o banco ganha um prémio médio de aproximadamente 2,6% e 1,4% na emissão do produto, na primeira e segunda simulação, respetivamente. Mais

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R=0,01)$	$p(R=0,11)$
MGB	0,973813	0,026187		0,992	0,008
GARCH - DCC	0,986047	0,013953	0,993699	0,8624	0,1376
REAL	0,973058	0,026942		Sim	-

Tabela 4.30: Tabela com os resultados reais e os das simulações, VT e VT^* , onde R representa a remuneração paga ao cliente na maturidade. Para o BCP Invest. Mercado Mundial Setembro 2009-2012.

uma vez se observa que a aplicação do VN numa conta a prazo seria uma alternativa mais vantajosa em relação ao PFC. Nas últimas duas colunas desta tabela, é visível que a probabilidade de ocorrer o pagamento extra de 10% sobre o VN na maturidade é de 0,8% para a primeira simulação, sendo essa probabilidade igual a 13,76% na segunda simulação.

O que aconteceu na realidade foi que o cliente recebeu na maturidade o capital investido a par do cupão fixo de 1% que é pago anualmente pelo produto.

4.1.21. BCP Invest. Europa Novembro 2014

Na tabela abaixo estão apresentados os resultados das duas simulações, a primeira segundo o processo MGB e a segunda considerando o processo GARCH(1,1)-DCC.

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R=0)$	$p(R>0)$
MGB	0,923974	0,076026		0,7502	0,2498
GARCH - DCC	0,959743	0,040257	0,951621	0,6106	0,3894

Tabela 4.31: Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , onde R representa a remuneração paga ao cliente na maturidade. Para o BCP Invest. Europa Novembro 2014.

A tabela mostra que, o banco ganha em média um prémio de cerca de 7,6% na emissão deste produto para a primeira simulação, e de aproximadamente 4% para a segunda simulação. A aplicação do VN numa conta a prazo traria mais ganhos para o cliente na primeira simulação, enquanto o investimento no PFC é a melhor opção considerando a segunda simulação. Quanto às duas últimas colunas da tabela, no caso da primeira simulação, é evidente que a probabilidade de o cliente receber

uma remuneração superior aos 2% é baixa, 24,98%, comparada com a de receber o mínimo, três vezes superior. Para a segunda simulação a probabilidade do cliente receber a remuneração mínima é de 61,06%, o que significa que a probabilidade associada a uma remuneração maior cresceu, em relação à simulação anterior, agora igual a 38,94%.

4.1.22. BCP Invest. Reembolso Duplo Novembro 2014

Na tabela seguinte tem-se os resultados alcançados pelas duas simulações.

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R=0)$	$p(R>0)$
MGB	0,921623	0,078377	0,951621	0,554	0,446
GARCH(1,1)	0,927886	0,072114		0,49	0,51

Tabela 4.32: Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , onde R representa a remuneração paga ao cliente na maturidade. Para o BCP Invest. Reembolso Duplo Novembro 2014.

A tabela acima mostra que, em média, o banco ganha na emissão deste produto um prêmio ligeiramente superior a 7,8% e a 7,2%, respetivamente, para a primeira e segunda simulação. A aplicação do investimento numa conta a prazo permanece como a melhor opção, para as duas simulações. Na primeira simulação a probabilidade do investidor ganhar uma segunda remuneração superior a 0% é de 44,6%, inferior à de não ganhar nada, 55,4%. Os resultados obtidos pela segunda simulação não se revelaram muito diferentes destes, sendo a probabilidade do cliente receber uma remuneração mínima igual a 51% e de 49% a probabilidade dele receber uma remuneração superior ao mínimo aplicado.

Como se pode observar nesta tabela e na tabela 4.31, o VT^* é igual, isto acontece porque estes PFCs foram emitidos na mesma data.

4.1.23. BCP Cupão Fixo Antecipado Autocallable/IV 12 Abril 2014

Na tabela abaixo são apresentados os resultados obtidos pelas duas simulações, para VT e VT^* , e ainda, para a probabilidade de ocorrer o reembolso antecipado, Re , no primeiro ano ou de este só ocorrer na maturidade.

Essa tabela demonstra que, para a primeira simulação, o banco ganha um prêmio

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(Re=1)$	$p(Re=2)$
MGB	0,782229	0,217771	0,883886	0,086	0,914
GARCH - DCC	0,963068	0,036932		0,3056	0,6944

Tabela 4.33: Tabela com os resultados das simulações, VT e VT^* , onde Re representa a probabilidade de ser pago o reembolso ao cliente no primeiro ano ou somente no segundo ano. Para o BCP Cupão Fixo Antecipado Autocallable/IV 12 Abril 2014.

médio ligeiramente superior a 21% na emissão deste produto e na segunda simulação esse prêmio é de quase 3,7%. Sendo que a opção de investir o capital numa conta a prazo seria muito mais vantajosa para o cliente na primeira simulação, e o contrário é observado na segunda simulação. Veja-se que mesmo com o cupão fixo de 15% a perda do cliente é bastante elevada. Também se pode ver na penúltima coluna a probabilidade de existir reembolso antecipado, no primeiro ano de vida do PFC, para a primeira simulação inferior a 9% e na segunda simulação essa probabilidade é igual a 30,56%, o que justifica a elevada diferença no VT de uma simulação para a outra.

Na seguinte tabela são expostos os resultados correspondentes às probabilidades associadas às diversas remunerações que podem ser pagas ao investidor.

	$p(R<0)$	$p(R=0)$	$p(R=0,05)$	$p(R=0,1)$
MGB	0,5415	0,3056	0,086	0,0669
GARCH - DCC	0,2354	0,3426	0,3056	0,1164

Tabela 4.34: Tabela com os resultados das probabilidades associadas as diversas remunerações, R , inferiores a 0%, iguais 0%, de 5%, e de 10%. Para o BCP Cupão Fixo Antecipado Autocallable/IV 12 Abril 2014.

Na primeira simulação, claramente, se evidencia a probabilidade de perda de capital, quase a atingir os 55%, o que justifica o baixo VT , e logo a seguir a probabilidade do cliente na maturidade só receber o capital investido, a soma das probabilidades superam os 84%. Então, para a segunda simulação o aumento do VT deve-se basicamente ao aumento considerável das probabilidades de ocorrerem remunerações iguais a 5% e a 10%, em relação aos valores das mesmas na simulação anterior. A probabilidade do cliente perder capital passa a menos de metade do valor da simulação anterior, sendo agora igual a 23,54%.

4.1.24. SANTANDER Valorização *Performance* Europa 5 Anos

Na tabela abaixo estão apresentados os resultados da simulação segundo o processo MGB. Neste caso não se obtiveram os resultados da segunda simulação porque existiram problemas de convergência e de estacionaridade.

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R=0,025)$	$p(R>0,025)$
MGB	0,794626	0,205374	0,856812	0,5882	0,4118

Tabela 4.35: Tabela com os resultados da simulação, onde R representa a probabilidade de ser paga: o remuneração mínima de 2,5% ou um superior. Para o SANTANDER Valorização *Performance* Europa 5 Anos.

A tabela anterior ilustra o elevado prêmio, médio, de quase 21% ganho pelo banco na emissão deste produto. Entretanto, novamente, a opção da aplicação do investimento numa conta a prazo permanece como melhor alternativa em relação ao PFC. As duas últimas colunas da tabela refletem a probabilidade do cliente receber uma remuneração mínima, 2,5%, de 58,82% e a probabilidade da remuneração ser superior ao mínimo imposto de 41,18%.

4.1.25. SANTANDER Valorização TOP Alemanha

Na tabela seguinte tem-se os resultados alcançados pelas duas simulações.

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(R=0,04)$	$p(R>0,04)$
MGB	0,83068	0,16932	0,883882	0,6657	0,3343
GARCH - DCC	0,854409	0,145591		0,5694	0,4306

Tabela 4.36: Tabela com os resultados das simulações, onde R representa a probabilidade de ser paga: a remuneração mínima de 4% ou superior. Para o SANTANDER Valorização TOP Alemanha.

Na tabela anterior verifica-se que, o banco ganhou em média um prêmio de quase 17% na emissão deste PFC para a primeira simulação, e superior a 14,5% na segunda simulação. Na mesma tabela é evidenciado que o ganho do investidor seria maior numa conta a prazo do que na aplicação do investimento neste PFC. Nas últimas

duas colunas desta tabela estão descritas as probabilidades associadas: ao pagamento da remuneração mínima, de 4%; e ao pagamento de uma remuneração superior ao valor mínimo. Como se pode ver na primeira simulação a probabilidade de ocorrer o pagamento da remuneração mínima é de 66,57%, na segunda simulação a mesma probabilidade é igual a 56,94%.

4.1.26. SANTANDER Valor Anual Alemanha 2012-2015

Na tabela 4.37 tem-se os resultados alcançados pelas duas simulações.

	VT	$1 - VT$	VT^*	$p(\text{Re}=1)$	$p(\text{Re}=2)$	$p(\text{Re}=3)$
MGB	0,871577	0,128423	0,927685	0,0409	0,0326	0,9265
GARCH - DCC	0,912319	0,087681		0,1746	0,0845	0,7409

Tabela 4.37: Tabela com os resultados das simulações, onde Re representa a probabilidade de ser pago o reembolso antecipado ao cliente no primeiro ano, no segundo ano ou somente no terceiro ano. Para o SANTANDER Valor Anual Alemanha 2012-2015.

Os dados da primeira simulação refletem o ganho médio do banco na emissão deste produto próximo dos 13%. Na segunda simulação o banco ganha um prêmio médio próximo dos 9%. A aplicação do investimento numa conta mais tradicional, a prazo, seria mais vantajosa para o cliente. A probabilidade de reembolso antecipado de maior relevo na primeira simulação é a do primeiro ano, de 4,09%. A probabilidade do cliente só receber na maturidade é de 92,65%. Na segunda simulação, a maior probabilidade de existir reembolso antecipado é a de 17,46% respeitante ao primeiro ano, quanto à probabilidade do cliente só ser reembolsado na maturidade ela é de 74,09%.

É de recordar que, ao reembolso antecipado pago ao cliente no primeiro ano está associado um cupão de 6,3%, para o segundo ano uma remuneração de 13%. No terceiro ano existem duas possibilidades: a do cliente receber um cupão de 19,5%, com uma probabilidade de 2,77% e de 5,57%, respetivamente, para a primeira e segunda simulação; e a do cliente não receber qualquer remuneração, com uma probabilidade de 89,88% e de 68,52%, respetivamente, para a primeira e segunda simulação.

4.2. Análise dos PFCs Já Vencidos

No presente capítulo são analisados os resultados reais e os teóricos dos PFCs cuja maturidade já fora atingida. Nas análises pretende-se concretamente identificar a simulação com resultados mais próximos dos reais por banco, nomeadamente comparando os ganhos reais e os teóricos dos bancos na emissão deste tipo de produtos. É analisada a diferença entre o VT^* e VT , de forma a ilustrar a melhor opção para o cliente, ou seja: se a diferença for negativa a melhor opção teria sido o PFC ; caso contrário, a melhor opção seria a conta a prazo.

Vai ser verificada também a existência ou ausência da influência: dos cupões fixos, C_f ; dos ganhos máximos, R_{max} , que podem ser distribuídos ao cliente; das barreiras, B , impostas para o crescimento ou decréscimo do(s) ativo(s); da possibilidade de perda parcial ou total do capital investido, $< VN$; e do número de ativos subjacentes, $N.a$.

Os valores são apresentados nas próximas tabelas e têm no seu limite 4 casas decimais, para facilitar a leitura dos mesmos.

4.2.1. BES

Na próxima tabela são colocados os resultados das simulações, VT e VT^* , e algumas das características dos PFCs do BES que já se encontram vencidos.

	PFC	$1 - VT$	$VT^* - VT$	C_f	R_{max}	B	$< VN$	$N.a$
MGB		0,0436	0,0410					
GARCH-DCC	4.1.1	0,0175	0,0147	<i>Não</i>	15%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	3
REAL		0,0543	0,0515					
MGB		0,0348	0,0359					
GARCH(1,1)	4.1.2	0,0083	0,0094	<i>Não</i>	$\sim 25\%$	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	1
REAL		0,0348	0,0359					
MGB		0,0287	-0,0029					
GARCH(1,1)	4.1.3	0,0500	0,0183	1%	$\sim 45\%$	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	1
REAL		0,0603	0,0286					

Tabela 4.38: Tabela com os resultados das simulações e com características dos PFCs do BES que já venceram.

As primeiras observações: o banco ganha sempre; e, excetuando uma previsão (PFC 4.1.3), o investimento numa conta a prazo seria considerado sempre o melhor investimento, tanto para as simulações bem como para a realidade. O PFC com cupão fixo e, curiosamente, com remuneração máxima mais elevada dos três foi o que contribuiu com um maior ganho para o banco. Para estes produtos nota-se que na realidade o banco ganhou mais que o previsto em qualquer uma das simulações. Sendo a simulação segundo um processo MGB a que se aproximou mais vezes dos resultados reais, coincidindo uma vez com esses resultados. O PFC que tem a R_{max} mais baixa não se traduz no PFC que dá ao banco menos ganhos, dos 3 produtos. Em média, na aplicação do investimento numa conta a prazo o banco ganha 1.11% do capital investido. Mas, ganha muito mais na emissão destes PFCs, ou seja, 4.98%.

Resumidamente, destes três produtos pode-se realçar o seguinte:

- O primeiro PFC não possui cupão fixo e tem uma maturidade de três anos, podendo ser reembolsado antecipadamente num dos outros dois anos. Há garantia de reembolso do capital investido ao cliente;
- O segundo PFC não possui cupão fixo, tem uma maturidade de ano e meio, e há uma barreira imposta que se for ultrapassada o cliente não recebe qualquer remuneração, somente o VN . Com garantia do capital investido;
- O último PFC possui um cupão fixo de 1%/ano. Há garantia de receção do capital investido, há um limite mínimo e máximo de negociação do valor do EUR face ao USD, embora a remuneração que possa vir a ser paga dependa tanto da apreciação bem como da depreciação do EUR face ao USD. Este produto tem 2 anos de maturidade.

4.2.2. BPI

Em primeira análise observa-se, na tabela 4.39, que o banco sai a ganhar na maioria dos casos, em qualquer um dos dois tipos de investimento. Excetua-se o PFC 4.1.9, onde segundo a previsão MGB e a realidade o cliente ganha na emissão do produto. Mas, se nesse cenário o cliente tivesse investido numa conta a prazo ganhava o banco.

Ao contrário do que aconteceu para o BES, por duas vezes o PFC revelou ser o melhor investimento em detrimento da conta a prazo.

	PFC	$1 - VT$	$VT^* - VT$	C_f	R_{max}	B	$< VN$	$N.a$
MGB		0,0395	0,0032					
GARCH-DCC	4.1.7	0,0362	-0,0001	2%	4%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	5
REAL		0,0395	0,0032					
MGB		0,0784	0,0421					
GARCH-DCC	4.1.8	0,0634	0,0271	<i>Não</i>	18%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	5
REAL		0,0784	0,0421					
MGB		-0,0138	-0,0728					
GARCH(1,1)	4.1.9	0,0239	-0,0352	<i>Não</i>	5,5% -	<i>Sim</i>	<i>Sim</i>	1
REAL		-0,0412	-0,1003		16,5%			
MGB		0,1023	-0,2495					
GARCH(1,1)	4.1.10	0,1065	-0,2453	<i>Não</i>	7% -	<i>Sim</i>	<i>Sim</i>	1
REAL		0,1918	-0,1600		21%			

Tabela 4.39: Tabela com os resultados das simulações e com características dos PFCs do BPI que já venceram.

Nestes produtos, o ganho médio real do banco (de aproximadamente 6.7%) é acentuado e tal facto deve-se à consideração realizada para as taxas de desconto utilizadas para o PFC 4.1.10 BPI. Analisando agora o modelo mais próximo dos dados reais este é o do processo MGB. Nos dois primeiros produtos o processo obteve exatamente os mesmos resultados que a realidade, e no terceiro produto foi o modelo que mais se aproximou dos resultados reais. Observa-se claramente que a simulação segundo o processo MGB é a menos flexível, isto porque os resultados originados nessa simulação são mais concentrados e menos voláteis.

Nos quatro produtos analisados, há os seguintes aspetos à realçar:

- O PFC 4.1.7 tem um cupão fixo de 2%/por ano para os dois primeiros anos, o VN é garantido na maturidade e não existem possibilidades de reembolso antecipado. Na maturidade, a par do VN , o cliente pode receber uma remuneração de 4%;
- O segundo PFC não possui cupão fixo, nem possibilidade de reembolso antecipado e o cliente tem na maturidade a possibilidade de ganhar uma remuneração de 18%, a par do VN . Este PFC tem uma maturidade de 3 anos;

- Para o terceiro PFC existe a possibilidade do cliente perder a totalidade ou parte do capital investido, existe a possibilidade do cliente ser reembolsado antecipadamente, há uma barreira que se nunca for transposta, durante um dado período de observação, o cliente não recebe a remuneração anual de 5.5%. Esta remuneração anual pode ser acumulada de um ano para o outro, se não for paga no ano anterior. O PFC tem uma maturidade de 3 anos;
- Para o último PFC existe a possibilidade do cliente perder a totalidade ou parte do capital investido, existe a possibilidade do cliente ser reembolsado antecipadamente, há uma barreira que se nunca for transposta, numa data especificada, o cliente não recebe a remuneração anual de 7%. Esta remuneração anual pode ser acumulada de um ano para o outro, se não for paga no ano anterior. Tem uma maturidade de três anos.

4.2.3. CGD

	PFC	$1 - VT$	$VT^* - VT$	C_f	R_{max}	B	$< VN$	$N.a$
MGB GARCH(1,1) REAL	4.1.12	0,0332	-0,0207	1,5%	4,30%	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	1
MGB GARCH(1,1) REAL	4.1.13	-0,0107 -0,0087 0,012	0,0068 0,0089 0,0296	<i>Não</i>	10%	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	1

Tabela 4.40: Tabela com os resultados das simulações e com características dos PFCs da CGD que já venceram.

Para os clientes da CGD que investissem neste PFC o banco ganharia em ambos na emissão do produto. As previsões coincidem com o resultado real do primeiro produto. Para a CGD o PFC que mais rendeu foi o que oferece ao cliente a remuneração máxima mais baixa, e que tem um cupão fixo. Quanto à melhor opção de investimento, a aplicação numa conta a prazo foi numa das situações a melhor.

Até ao momento a CGD é a instituição financeira que revela ganhos médios menos avultados, 2,26%, em relação aos bancos anteriores. Nota-se que ambos os modelos em simulação tendem a sub-valorizar, sempre, os ganhos do banco na emissão dos

produtos. Em momento algum tanto para este banco bem como para os anteriores o ganho real, médio, dos bancos para estes produtos foi ultrapassado.

Os PFCs analisados possuem as seguintes características:

- No primeiro produto existe um cupão fixo de 1.50% para o primeiro ano, um mínimo de 0.50% para o segundo ano, um mínimo de 0.75% para o terceiro ano e há garantia de reembolso do capital investido na maturidade;
- No segundo PFC a maturidade é de um ano, e existe uma barreira que, se o EUR face ao CAD for negociado abaixo dela, então o cliente receberá uma remuneração de 5%, caso contrário só na maturidade.

4.2.4. BCP

	PFC	$1 - VT$	$VT^* - VT$	C_f	R_{max}	B	$< VN$	$N.a$
MGB		0,0320	0,0286					
GARCH-DCC	4.1.18	-0,0398	-0,0432	<i>Não</i>	6% -	<i>Não</i>	<i>Não</i>	5
REAL		0,0543	0,0515		36%			
MGB		0,0828	0,0241					
GARCH-DCC	4.1.19	0,0682	0,0095	<i>Não</i>	21%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	4
REAL		0,0973	0,0385					
MGB		0,0262	0,0199					
GARCH-DCC	4.1.20	0,0140	0,0077	1%	10%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	6
REAL		0,0269	0,0206					

Tabela 4.41: Tabela com os resultados das simulações e com características dos PFCs do BCP que já venceram.

Como se pode observar pela tabela 4.41, o banco ganha na emissão de todos os produtos e mesmo que o cliente investisse o capital numa conta a prazo o banco ganhava também. Só há uma previsão que não vai de encontro aos resultados reais, a do PFC 4.1.18 segundo o processo GARCH(1,1)-DCC. O BCP ganha em média 5.95% na emissão destes PFCs.

É bem visível que o processo MGB é o que melhor modela os PFCs do BCP. As simulações subvalorizam o valor ganho pelos bancos, encontram-se sempre abaixo do real.

Os três PFCs analisados têm as seguintes características:

- Para o primeiro PFC existe a possibilidade do cliente receber semestralmente um cupão de 6%, existe a probabilidade do cliente ser reembolsado antecipadamente e este PFC tem uma maturidade de três anos;
- O segundo produto não possui qualquer cupão intermédio, há garantia do cliente ser reembolsado do capital investido e existe a possibilidade do cliente ser remunerado, no máximo de 21%, ou não na maturidade do produto, três anos;
- No terceiro PFC o cliente recebe ao longo dos três anos um cupão fixo de 1%/por ano, o capital investido é garantido na maturidade e não há possibilidade do cliente ser reembolsado antecipadamente.

Os gráficos da figura 4.1 dispõem os dados apresentados nas quatro tabelas anteriores, $1 - VT$ e $Vt^* - VT$, num gráfico de barras, de forma a ilustrar uma visão mais geral.

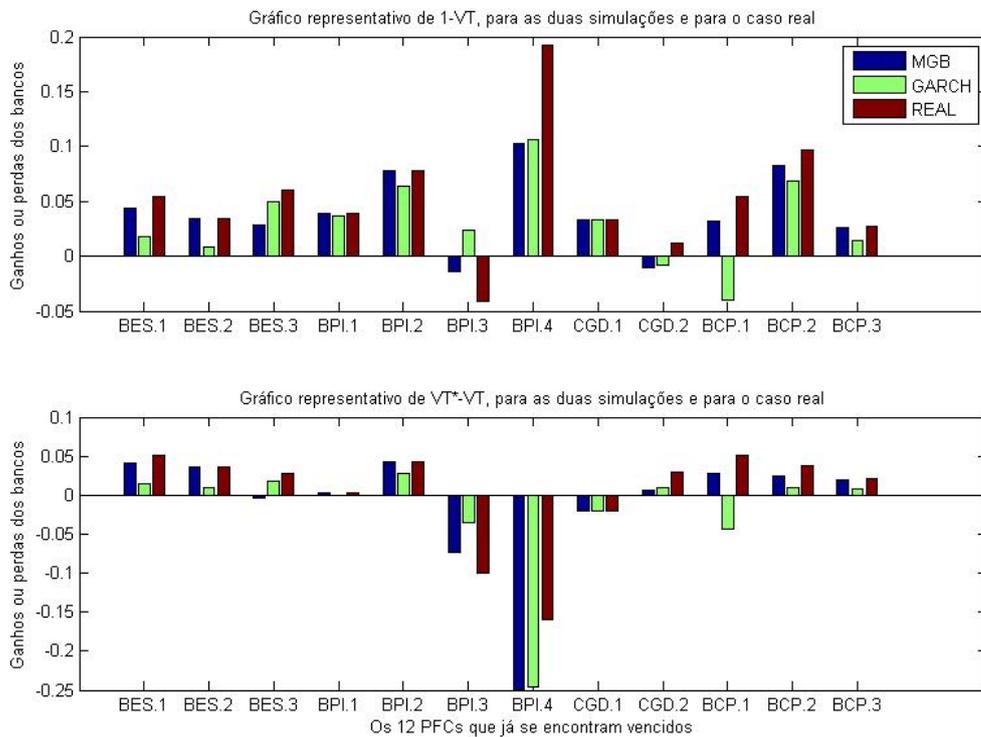


Figura 4.1: Apresentação dos resultados reais e das simulações, MGB e GARCH-DCC.

4.3. Análise às Simulações dos 26 PFCs

Na próxima tabela são colocados os resultados das simulações, VT e VT^* , e algumas das características de todos os PFCs deste trabalho. Na tabela: Sl — Sem limite.

Se analisarmos a última tabela olhando somente para os resultados das simulações e comparando os diversos PFCs entre si notamos o seguinte:

- Os bancos ganham na maior parte das vezes na emissão destes PFCs. Ganhando, muitas vezes, também nas aplicações a prazo;
- As simulações tendem a demonstrar que maioritariamente as opções de investimento numa conta a prazo são melhores do que o investimento nos PFCs;
- Em várias situações, os PFCs que apresentam remunerações máximas elevadas, superiores a 20%, traduzem-se em PFCs de ganhos mais elevados para os bancos, ganhos superiores a 5% na emissão dos produtos. Até mesmo, alguns PFCs que combinam cupões fixos com possibilidades de remunerações elevadas, superiores a 20%, permitem aos bancos ganhos muito elevados;
- Os PFCs que possuem poucos ativos, menos de 4 ativos, são também os que parecem ser mais propícios aos ganhos dos bancos;
- A CGD representa a instituição bancária mais modesta com ganhos menos exuberantes. Por outro lado, o BES e o Santander são os que apresentam ganhos mais exuberantes, olhando para a regularidade dos ganhos resultantes das simulações.

Os gráficos da figura 4.2 dispõem os dados apresentados na tabela 4.42, $1 - VT$ e $VT^* - VT$, num gráfico de barras, de forma a ilustrar uma visão mais geral.

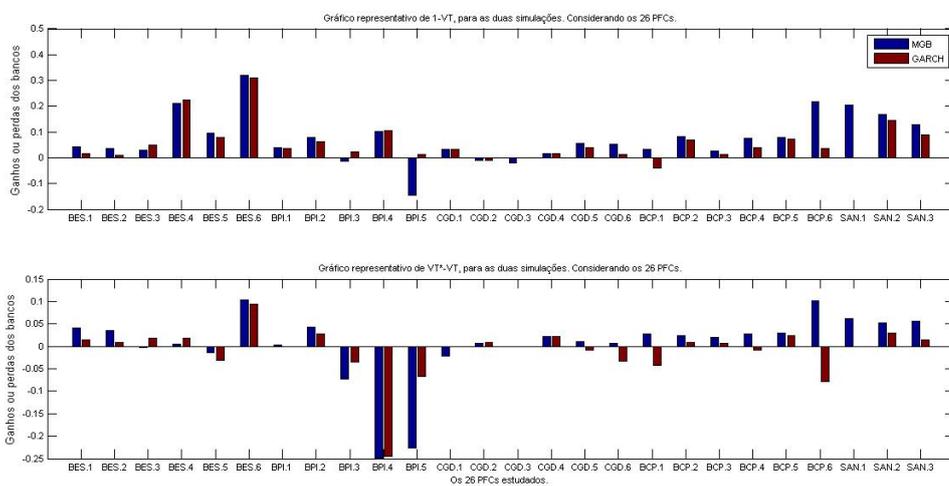


Figura 4.2: Apresentação dos resultados das simulações, MGB e GARCH.

4.3 Análise às Simulações dos 26 PFCs

	PFC	$1 - VT$	$VT^* - VT$	C_f	R_{max}	B	$< VN$	$N.a$
BES								
MGB GARCH-DCC	4.1.1	0,0436 0,0175	0,0410 0,0147	<i>Não</i>	15%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	3
MGB GARCH(1,1)	4.1.2	0,0348 0,0083	0,0359 0,0094	<i>Não</i>	~ 25%	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	1
MGB GARCH(1,1)	4.1.3	0,0287 0,0500	-0,0029 0,0183	1%	~ 45%	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	1
MGB GARCH(1,1)	4.1.4	0,2100 0,2236	0,0043 0,0179	<i>Não</i>	Sl	<i>Não</i>	<i>Não</i>	1
MGB GARCH(1,1)	4.1.5	0,0970 0,0795	-0,0132 -0,0307	<i>Não</i>	30%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	1
MGB GARCH-DCC	4.1.6	0,3200 0,3113	0,1029 0,0941	<i>Não</i>	8,25% - 33,75%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	4
BPI								
MGB GARCH-DCC	4.1.7	0,0395 0,0362	0,0032 -0,0001	2%	4%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	5
MGB GARCH-DCC	4.1.8	0,0784 0,0634	0,0421 0,0271	<i>Não</i>	18%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	5
MGB GARCH(1,1)	4.1.9	-0,0138 0,0239	-0,0728 -0,0352	<i>Não</i>	5,5% - 16,5%	<i>Sim</i>	<i>Sim</i>	1
MGB GARCH(1,1)	4.1.10	0,1023 0,1065	-0,2495 -0,2453	<i>Não</i>	7% - 21%	<i>Sim</i>	<i>Sim</i>	1
MGB GARCH(1,1)	4.1.11	-0,1460 0,0132	-0,2256 -0,0663	<i>Não</i>	Sl	<i>Não</i>	<i>Sim</i>	1
CGD								
MGB GARCH(1,1)	4.1.12	0,0332	-0,0207	1,5%	4,30%	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	1
MGB GARCH(1,1)	4.1.13	-0,0107 -0,0087	0,0068 0,0089	<i>Não</i>	10%	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	1

Capítulo 4 RESULTADOS DOS PFCs

	PFC	$1 - VT$	$VT^* - VT$	C_f	R_{max}	B	$< VN$	$N.a$
CGD								
MGB	4.1.14	-0,0216	-0,0008	<i>Não</i>	Sl	<i>Não</i>	<i>Não</i>	1
MGB	4.1.15	0,0168	0,0223	<i>Não</i>	4,35%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	1
GARCH(1,1)		0,0158	0,0213					
MGB	4.1.16	0,0566	0,0108	<i>Não</i>	Sl	<i>Não</i>	<i>Não</i>	1
GARCH(1,1)		0,0382	-0,0076					
MGB	4.1.17	0,0517	0,0065	<i>Não</i>	45%	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	1
GARCH(1,1)		0,0123	-0,0329					
BCP								
MGB	4.1.18	0,0320	0,0286	<i>Não</i>	6% - 36%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	5
GARCH-DCC		-0,0398	-0,0432					
MGB	4.1.19	0,0828	0,0241	<i>Não</i>	21%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	4
GARCH-DCC		0,0682	0,0095					
MGB	4.1.20	0,0262	0,0199	1%	10%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	6
GARCH-DCC		0,0140	0,0077					
MGB	4.1.21	0,0760	0,0276	<i>Não</i>	Sl	<i>Não</i>	<i>Não</i>	3
GARCH-DCC		0,0403	-0,0081					
MGB	4.1.22	0,0784	0,0300	1%	20%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	1
GARCH-(1,1)		0,0721	0,0237					
MGB	4.1.23	0,2178	0,1017	15%	10%	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	3
GARCH-DCC		0,0369	-0,0792					
SANTANDER								
MGB	4.1.24	0,2054	0,0622	<i>Não</i>	Sl	<i>Não</i>	<i>Não</i>	3
MGB	4.1.25	0,1693	0,0532	<i>Não</i>	Sl	<i>Não</i>	<i>Não</i>	6
GARCH-DCC		0,1456	0,0295					
MGB	4.1.26	0,1284	0,0561	<i>Não</i>	6,30% - 19,50%	<i>Não</i>	<i>Não</i>	4
GARCH(1,1)		0,0877	0,0154					

Tabela 4.42: Tabela com os resultados das simulações e com características dos 26 PFCs.

Capítulo 5

CONCLUSÕES

PFCs Já Vencidos

Pode-se concluir que em geral os bancos ganham na emissão deste tipo de produtos. Chegam a ganhar inclusivé, na maioria das situações, na aplicação do investimento em contas a prazo.

Conclui-se que a aplicação do investimento numa conta a prazo é, na maior parte dos casos, melhor do que a aplicação no PFC.

Nos 12 PFCs analisados o banco na sua emissão ganhou em 11 deles, só não ganhou na emissão do 4.2.3 BPI Exposição Europa 2010-2013. Em 9 deles, a aplicação do capital numa conta a prazo é melhor do que no PFC.

As duas simulações vão de encontro aos resultados reais em 9 PFCs, mas o processo MGB provou ser o mais exato dos dois. O processo MGB em 9 PFCs esteve mais próximo do resultado e o GARCH(1,1)-DCC esteve mais próximo do resultado em 4 ocasiões. Ora, tanto nos casos em que existem cupões fixos, possibilidades de perda de parte do capital investido e possibilidade de reembolso antecipado o modelo MGB revelou ser o que melhor descreve ou se aproxima dos resultados reais. Esta aproximação deve-se ao facto deste modelo ser menos flexível, no sentido em que se há uma forte tendência, revelada na volatilidade calculada dos 180 dias anteriores, para o cliente perder, o que acontece na maioria dos casos, é que há uma elevada probabilidade de ele perder. Enquanto, para o caso do GARCH(1,1)-DCC como as correlações entre os ativos são dinâmicas há sempre possibilidades que terão uma probabilidade não nula de ocorrer. Este último modelo dispersa-se pelas diversas situações com mais facilidade. Quando há só um ativo associado ao PFC o GARCH(1,1) tende a obter resultados mais próximos dos reais. Sendo que, por 4 ocasiões o modelo MGB acertou no resultado real e o GARCH(1,1) por uma ocasião.

Todos os PFCs

Para todos os PFCs analisados conclui-se que ambas as previsões apontam quase sempre para um ganho na emissão dos produtos a favor do banco. Dos 26 PFCs, só em 5 deles é que as simulações não estão em consenso. Outra ilação, já descrita, refere-se ao facto das aplicações a prazo revelarem-se melhores que os PFCs.

Os PFCs que apresentam remunerações máximas elevadas, superiores a 20%, tendem a proporcionar ao banco emitente ganhos mais elevados.

Os PFCs que apresentam geralmente poucos ativos, menos de 4 ativos, são mais favoráveis aos ganhos das instituições bancárias.

Apêndice A

ANEXO A

A.1. BES

A.1.1. BES Crescimento Outubro 2009

Neste PFC, o investidor tem 100% do capital investido garantido na maturidade. O produto consiste em obrigações com maturidade até 3 anos sujeitas à possibilidade de reembolso antecipado (ao fim do primeiro ano ou do segundo ano) nas condições previstas e cuja rentabilidade está diretamente associada à evolução de três índices acionistas — *DJ EURO STOXX 50*, *S&P 500* e *NIKKEI 225*. O reembolso antecipado e a rentabilidade dependem das seguintes condições:

- No final do primeiro ano, se o valor oficial de fecho de cada um dos três índices, S_1^k , $k = 1, 2, 3$, na data de observação, do referido ano, for igual ou superior ao seu valor inicial, S_0^k , $k = 1, 2, 3$, ou seja, verificado na data de emissão do produto,

$$S_1^k \geq S_0^k, \quad k = 1, 2, 3. \quad (\text{A.1})$$

Nestas condições, haverá reembolso antecipado de 100% do capital investido acrescido de um cupão de 5%. Caso contrário, não haverá nem pagamento do cupão ou reembolso antecipado;

- Não existindo reembolso antecipado no primeiro ano, esse só poderá existir agora no segundo ano, se e só se o valor oficial de fecho de cada um dos três índices, S_2^k , $k = 1, 2, 3$, na data de observação, do referente ano, for igual ou superior a 105% do seu valor inicial, S_0^k , $k = 1, 2, 3$, ou seja,

$$S_2^k \geq 1,05 \times S_0^k, \quad k = 1, 2, 3. \quad (\text{A.2})$$

Nestas condições, haverá reembolso antecipado de 100% do capital investido acrescido de um cupão de 10%. Caso contrário, não haverá nem pagamento do cupão nem reembolso antecipado;

- Não existindo reembolso antecipado, se o valor oficial de fecho de cada um dos três índices na maturidade, S_3^k , $k = 1, 2, 3$, na data de observação final, for igual ou superior a 110% do seu valor inicial, S_0^k , $k = 1, 2, 3$, ou seja,

$$S_3^k \geq 1,1 \times S_0^k, \quad k = 1, 2, 3. \quad (\text{A.3})$$

O investidor receberá 100% do capital investido acrescido de um cupão de 15%. Caso contrário, só receberá 100% do capital investido.

As datas de emissão e observação dos valores de fecho de cada índice, são:

DATA DE EMISSÃO	DATAS DE OBSERVAÇÃO
30/10/2009	23/10/2010
	23/10/2011
	23/10/2012

Tabela A.1: Tabela com as datas anuais de observação do BES Crescimento Outubro 2009.

A.1.2. EUR NOTES BES 18M Ouro Agosto 2010

Neste PFC as obrigações possuem uma maturidade de 18 meses e só haverá remuneração e reembolso de 100% do capital investido na maturidade. A rentabilidade do produto está associada à evolução do ouro:

- Se o valor diário do ouro for sempre inferior à barreira, B , durante o período de vida do produto, a remuneração na maturidade corresponderá a 100% da *performance* positiva do ouro,

$$\text{Max}[0, \text{Performance positiva do ouro}] \times VN$$

$$\text{Performance positiva do ouro} = (S_T - S_0)/S_0. \quad (\text{A.4})$$

Se a *performance* do ouro for negativa, então a remuneração, R , na maturidade será de 0%;

- Se o valor diário do ouro for alguma vez superior a B , em pelo menos um dia durante os 18 meses, então a remuneração na maturidade será de 0%. A barreira é função do preço do ouro na data de emissão:

$$B = 1,25 \times S_0, \quad (\text{A.5})$$

onde S_0 é o valor fixado do ouro na *Gold Market Fixing Ltd* na data de emissão do produto e S_T é o valor fixado do ouro na *Gold Market Fixing Ltd*. A data de emissão do produto é a de 26 de agosto de 2010 e este atinge a maturidade à 20 de fevereiro de 2012. VN é o capital investido no PFC.

A.1.3. EUR BES NOTES 2 Anos EURUSD Fevereiro 2011

Para este PFC as obrigações têm uma maturidade de 2 anos e 1 dia, e a sua rentabilidade na maturidade está dependente da evolução da taxa de câmbio USD/EUR , expressa com o número de USD por cada unidade do EUR:

- Anualmente o produto paga um cupão fixo de 1% sobre o capital investido;
- A remuneração na maturidade corresponderá a 100% da taxa de variação do USD/EUR em valor absoluto, desde que durante o período de vida do produto USD/EUR transacione sempre dentro do intervalo $]1, 1000; 1, 6000[$, caso contrário o investidor recebe 0%;

A taxa de variação USD/EUR é determinada pelo valor do quociente entre o valor inicial e o valor final desta taxa de câmbio, beneficiando o investidor tanto da apreciação como da depreciação do EUR face ao USD.

$$\text{Max} \left[\frac{EURUSD_{inicial}}{EURUSD_{final}} - 1; 1 - \frac{EURUSD_{inicial}}{EURUSD_{final}} \right] \times VN. \quad (\text{A.6})$$

As datas de emissão e de maturidade do PFC são, respetivamente, 17 de fevereiro de 2011 e 18 de fevereiro de 2013. Mas, o período de observação da variação da taxa de câmbio é compreendido entre 14 de fevereiro de 2011 e 11 de fevereiro de 2013.

A.1.4. EUR BES NOTES PSI20 Abril 2012-2015

Este produto possui uma maturidade de 3 anos, com 100% do capital investido garantido na maturidade, e estando a rentabilidade ligada à evolução da cotação do

índice PSI20. A remuneração será única na maturidade, equivalente a 50% da taxa de variação do índice, tvi , se positiva. A remuneração mínima corresponderá a um cupão de 5% em relação ao VN ,

$$VN \times \text{Max}[0, 05; 0, 5 \times tvi]. \quad (\text{A.7})$$

A tvi é dada por

$$\frac{S_T}{S_0} - 1, \quad (\text{A.8})$$

onde S_T e S_0 são, respetivamente, o valor oficial de fecho do índice na data de observação final, 23 de abril de 2015, e o valor oficial de fecho do índice na data de observação inicial, 30 de abril de 2012.

A.1.5. EUR BES NOTES Exposição Petróleo 2012-2015

Este PFC possui uma maturidade de 3 anos e 2 dias e tem capital 100% garantido na maturidade do produto. O ativo subjacente do qual está dependente o PFC é o contrato de futuros do *BRENT*. A remuneração é única e ocorre na maturidade. Existem três cenários possíveis de remuneração ao investidor:

- Se a taxa de variação do indexante, tvi , for inferior a 0%, então o investidor receberá na maturidade o VN acrescido de um cupão de 3% sobre o VN ,

$$1, 03 \times VN; \quad (\text{A.9})$$

- Se na maturidade a tvi for superior ou igual a 0% e inferior a 15%, então o investidor receberá para além do VN um cupão acrescido de 15% sobre o VN ,

$$VN + (0, 15 \times VN); \quad (\text{A.10})$$

- A última hipótese prende-se com a possibilidade da tvi ser superior ou igual a 15% do VN , neste caso o investidor receberá no mínimo um cupão de 15% sobre o VN que pode ir no máximo até 30%,

$$VN + (\text{Min}[tvi, 0, 3] \times VN). \quad (\text{A.11})$$

A tvi é dada por

$$\frac{S_T}{S_0} - 1, \quad (\text{A.12})$$

onde S_T e S_0 são, respetivamente, o valor oficial de fecho do indexante na data de observação final, 22 de junho de 2015, e o valor oficial de fecho do indexante na data de observação inicial, 27 de junho de 2012.

A.1.6. EUR BES NOTES Autocallable Grandes Marcas 2012-2016

Este PFC tem uma maturidade que pode ir desde 1 a 4 anos, cuja remuneração se encontra dependente da evolução das ações de 4 empresas, nomeadamente: *Vodafone Group Plc (VOD)*, *Sanofi (SAN)*, *Novartis AG (NOVN)* e a *Macdonald's Corp (MCD)*. Para haver reembolso antecipado do capital investido e acrescido de uma determinada remuneração, devem ser satisfeitas as seguintes condições:

- Se no final do primeiro ano, o valor de cada ação, $S_1^k, k = 1, 2, 3, 4$, que compõem o PFC for superior ou igual ao seu valor inicial, $S_0^k, k = 1, 2, 3, 4$,

$$S_1^k \geq S_0^k, \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (\text{A.13})$$

o investidor receberá o VN acrescido de um cupão de 8,25% sobre o capital investido. Caso esta condição falhe, em pelo menos 1 das ações, então não haverá qualquer reembolso antecipado ou remuneração;

- Se no final do segundo ano, o valor de cada ação, $S_2^k, k = 1, 2, 3, 4$, que compõem o PFC for superior ou igual ao seu valor inicial, $S_0^k, k = 1, 2, 3, 4$,

$$S_2^k \geq S_0^k, \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (\text{A.14})$$

então o investidor receberá o VN acrescido de um cupão de 16,5% sobre o capital investido. Caso esta condição falhe, em pelo menos 1 das ações, então não haverá qualquer reembolso antecipado ou remuneração;

- Se no final do terceiro ano, o valor de cada ação, $S_3^k, k = 1, 2, 3, 4$, que compõem o PFC for superior ou igual ao seu valor inicial, $S_0^k, k = 1, 2, 3, 4$,

$$S_3^k \geq S_0^k, \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (\text{A.15})$$

então o investidor receberá o VN acrescido de um cupão de 24,75% sobre o capital investido. Caso esta condição falhe, em pelo menos 1 das ações, então não haverá qualquer reembolso antecipado ou remuneração;

- Caso no final do quarto ano não se tenha verificado o pagamento do reembolso antecipado em anos anteriores, e o valor de cada ação, $S_4^k, k = 1, 2, 3, 4$, que compõem o PFC for superior ou igual a 80% do seu valor inicial, $S_0^k, k = 1, 2, 3, 4$,

$$S_4^k \geq 0.8 \times S_0^k, \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (\text{A.16})$$

então o investidor receberá o VN acrescido de um cupão de 33,00% sobre o capital investido. Caso esta condição falhe, em pelo menos 1 das ações, então não haverá qualquer remuneração e o investidor receberá somente o capital investido.

Na tabela A.2, estão especificadas a data do valor inicial e as de observação dos respetivos anos, na eminência da possibilidade de existir reembolso ou não,

DATA DO VALOR INICIAL	DATA DO VALOR FINAL DE CADA ANO
31/07/2012	24/07/2013
	24/07/2014
	24/07/2015
	25/07/2016

Tabela A.2: Tabela com as datas anuais de observação do BES Autocallable Grandes Marcas 2012-2016.

Nas datas apresentadas, considera-se o valor de fecho de cada um dos ativos subjacentes.

A.2. BPI

A.2.1. BPI Financeiras 2010-2013

Este PFC garante 100% do capital investido na maturidade e um cupão fixo de 2% sobre o VN para o primeiro e segundo ano, e uma remuneração de 4% sobre o VN na maturidade caso se verifique que

$$S_T^k \geq S_0^k, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, \quad (\text{A.17})$$

em que os 5 ativos subjacentes a este PFC, são as seguintes ações: *JP Morgan Chase*, *Wells Fargo*, *Goldman Sachs*, *Deutsche Bank* e *Barclays*. Onde S_T e S_0 são, respetivamente, o valor oficial de fecho de cada ação na data de observação final, 12 de fevereiro de 2013, e o valor oficial de fecho de cada ação na data de observação inicial, 26 de fevereiro de 2010.

A.2.2. BPI Financeiras 18% 2010-2013

Este PFC é em quase tudo igual ao último PFC apresentado, exceto que neste caso não há um cupão anual fixo de 2% e na maturidade o investidor tem a possibilidade de receber um cupão único de 18%, se a mesma condição do PFC anterior for satisfeita, ou seja se

$$S_T^k \geq S_0^k, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (\text{A.18})$$

Os 5 ativos subjacentes são exatamente os mesmos do PFC anterior, e as datas para S_T e S_0 também são as mesmas.

A.2.3. BPI Exposição Europa 2010-2013

Neste PFC existe a possibilidade do investidor perder parcial ou totalmente o capital investido. A remuneração que o investidor pode ganhar é função do índice do *EURO STOXX 50*. O produto tem uma maturidade que pode ir de 1 a 3 anos. As condições de remuneração são as seguintes:

- Se em qualquer um dos dias do período de observação o preço relevante do índice alguma vez for maior ou igual à barreira, B , então o investidor recebe uma remuneração de 5,5% sobre o VN . Caso contrário a remuneração será de 0%, e essa remuneração será acumulada e passará, nas mesmas condições, para o período de observação seguinte;
- Se na data de valorização do reembolso antecipado o preço relevante do índice for superior ou igual ao seu preço inicial, então haverá reembolso antecipado do VN acrescido da respectiva remuneração. Caso contrário, poderá ou não haver a remuneração e a possibilidade de reembolso antecipado transita para a data de valorização seguinte;
- Caso, ao fim dos três anos, não se tenha verificado a existência de reembolso antecipado e verificando-se nessa altura (data de valorização final) que o preço final do índice é superior ou igual ao preço inicial, então o investidor receberá o VN acrescido do cupão de 5,5%. Se o preço final for inferior ao preço inicial do índice o investidor receberá o VN menos a percentagem da *performance* do índice, pi , sobre o VN ,

$$VN \times (1 + pi). \quad (\text{A.19})$$

Onde a barreira, B , é dada por

$$B = 0,60 \times pii. \quad (\text{A.20})$$

O preço inicial do índice, pii , é o preço relevante do índice na data de valorização inicial. A data de valorização inicial é a de 2 de julho de 2010 e o preço relevante é o valor oficial de fecho do índice. Analogamente, o preço final do índice, pfi , será o valor oficial de fecho do índice na data de valorização final, ou seja, 18 de junho de 2013. O pi é dado por,

$$pi = \frac{pfi}{pii} - 1. \quad (\text{A.21})$$

Na próxima tabela são apresentados os períodos de observação e as datas de valorização,

PERÍODOS DE OBSERVAÇÃO	DATAS DE R. ANTECIPADO/FINAL
3/07/2010 → 18/06/2011	18/06/2011
19/06/2011 → 18/06/2012	18/06/2012
19/06/2012 → 18/06/2013	18/06/2013 (data de valorização final)

Tabela A.3: Tabela com os períodos de observação, as datas anuais de reembolso antecipado e da maturidade do BPI Exposição Europa 2010-2013.

A.2.4. BPI Exposição Europa 2011-2014

Este PFC é muito similar ao PFC anterior, existindo no entanto a possibilidade do investidor perder parcial ou totalmente o capital investido, VN . A remuneração que o investidor pode ganhar não é garantida e o ativo subjacente a este PFC é o índice *EURO STOXX 50*. O produto tem uma maturidade que pode ir de 1 a 3 anos. As condições de remuneração e possível reembolso antecipado são as seguintes:

- Se na data de observação da barreira, B , o preço relevante do índice alguma vez for maior ou igual a barreira o investidor recebe uma remuneração de 7% sobre o VN , caso contrário a remuneração será de 0%. A remuneração passará a ser acumulada, nas mesmas condições, para a data de observação seguinte;
- Se na data de valorização do reembolso antecipado (que coincide com a data de observação da barreira) o preço relevante do índice for superior ou igual ao preço inicial do índice, pii , então haverá reembolso antecipado do VN acrescido

da respectiva remuneração. Caso contrário, poderá ou não haver a remuneração e a possibilidade de reembolso antecipado transitar para a data de valorização seguinte;

- Caso, ao fim dos três anos, não se tenha verificado a existência de reembolso antecipado e verificando-se, nessa altura (data de valorização final), que o preço final do índice, pf_i , é superior ou igual a barreira, o investidor receberá o VN acrescido do cupão de 7%. Se o preço final for inferior a barreira o investidor receberá o VN menos a percentagem da *performance* do índice, pi , sobre o VN ,

$$VN \times (1 + pi) \quad (A.22)$$

Onde, a barreira, B é dada por

$$B = 0,60 \times pii. \quad (A.23)$$

O pii , é o preço relevante do índice na data de valorização inicial. A data de valorização inicial é a de 18 de julho de 2011, e o preço relevante é o valor oficial de fecho do índice. Analogamente, o pf_i será o valor oficial de fecho do índice na data de valorização final, ou seja, 4 de julho de 2014. O pi é dado por,

$$pi = \frac{pf_i}{pii} - 1 \quad (A.24)$$

Na próxima tabela são apresentadas as datas de observação da barreira que são as mesmas que as datas de valorização do reembolso antecipado,

DATAS DE OBS. DE B / DATAS DE R. ANTECIPADO (FINAL)
4/07/2012
4/07/2013
4/07/2014

Tabela A.4: Tabela com as datas de observação de B , de possíveis reembolsos antecipados e final BPI Exposição Europa 2011-2014.

A.2.5. BPI NOTES Autocallable on Euro Stoxx 50

Este PFC tem uma maturidade compreendida entre 1 e 5 anos, mediante determinadas condições em que se possa verificar um reembolso antecipado. O ativo subjacente

a este PFC é o índice *EURO STOXX 50*. Neste PFC o investidor pode perder parcial ou totalmente o capital investido. Estas Notes foram concebidas para serem pagas somente na data de maturidade, 18 de maio de 2018, somente em condições excepcionais a seguir indicadas, se pode realizar o seu reembolso antecipado. Este ocorre se em alguma das datas de verificação de reembolso antecipado se verificar um valor oficial de fecho do índice subjacente superior ou igual ao seu valor oficial de fecho em 3 de maio de 2013. Se não se verificar um reembolso antecipado, os investidores receberão na maturidade:

- Caso o valor oficial de fecho do índice subjacente à 3 de maio de 2018, preço de referência final, prf , seja superior ou igual ao preço de referência inicial, pri , o investidor receberá o VN acrescido de um cupão de 37,5% no mínimo, ou um cupão de valor superior, conforme o desempenho do índice, tal que

$$VN \times MAX \left[1 + (0.075 \times 5), \left(\frac{prf}{pri} \right) \right]; \quad (A.25)$$

- Se por sua vez o prf for inferior ao pri , mas, ao mesmo tempo superior ou igual a 60% do pri , o investidor receberá somente a totalidade do VN ;
- Se o prf for inferior a 60% do pri o investidor corre o risco de não receber o VN na totalidade, mas parte dele, ou seja,

$$VN \times \left(\frac{prf}{pri} \right). \quad (A.26)$$

Se numa das datas de verificação de reembolso antecipado for satisfeita a condição para que o investidor receba antecipadamente, então existem as seguintes opções de pagamento do reembolso antecipado:

- Se a condição for verificada no primeiro ano, $k = 1$, o investidor receberá o VN acrescido de um cupão de 7,5%;
- Se essa condição for verificada num dos outros anos, $k = 2, 3$ e 4 , anteriores à maturidade do PFC, o investidor ganhará no mínimo para além do VN um cupão de 7,5% multiplicado por cada ano anterior ao reembolso antecipado incluindo o ano do reembolso antecipado ou a *performance* do indexante se superior, ou seja:

$$VN \times MAX \left[1 + (0,075 \times k); \left(\frac{prf}{pri} \right) \right]. \quad (A.27)$$

A.3. CGD

A.3.1. CAIXA Taxamix Maio 2013

Este PFC garante 100% do capital investido, na maturidade. O PFC está indexado à taxa *Euribor 6M*. O produto tem uma maturidade de três anos e em cada um dos anos a remuneração paga ao investidor é diferente, ou seja:

- No primeiro ano o investidor recebe uma taxa de juro de 1,50%, sobre o capital investido, VN ;
- Para o segundo ano o cliente receberá, R_1 , 2,00% por cada dia em que a taxa Euribor se encontre inferior ou igual a 2,00% e 0,50% por cada dia em que a taxa se encontre acima desse valor, isto é,

$$R_1 = \left(\left(0,02 \times \frac{n}{N} \right) + \left(0,005 \times \frac{m}{N} \right) \right) \times VN; \quad (\text{A.28})$$

- No último ano, a remuneração, R_2 , ocorrerá segundo as mesmas condições do ano anterior. Sendo que, a barreira considerada para a taxa Euribor passa a ser de 2,30% e o valor pago ao cliente por cada dia em que ela é ultrapassada é de 0,75%, enquanto, para os dias em que ela é inferior ou igual a barreira o cliente recebe 2,50%,

$$R_2 = \left(\left(0,025 \times \frac{n}{N} \right) + \left(0,0075 \times \frac{m}{N} \right) \right) \times VN, \quad (\text{A.29})$$

em que n e m representam os dias de transação em que a barreira imposta para a taxa Euribor não foi ultrapassada e os dias em que a mesma foi transposta, respetivamente. Sendo N o número total de dias de transação de cada ano. Na tabela abaixo, estão expostos os períodos de observação de cada ano.

ANO	REMUNERAÇÃO	PERÍODO DE OBSERVAÇÃO
1	0.015	24/05/2010 → 23/05/2011
2	R_1	24/05/2011 → 23/05/2012
3	R_2	24/05/2012 → 23/05/2013

Tabela A.5: Tabela com os períodos de observação, as remunerações e os respetivos anos. Para CAIXA Taxamix Maio 2013.

A.3.2. CAIXA Eurovalor Julho 2013

Neste PFC o indexante é a taxa de câmbio do Euro face ao Dólar Canadiano (EUR/CAD). A caracterização deste PFC é a seguinte:

- Na maturidade, o cliente recebe uma remuneração variável igual à depreciação do EUR face ao CAD, com um mínimo de 0% e um máximo de 10%, sobre o VN . A remuneração R , será dada por

$$R = VN \times \text{Min} \left[\text{MAX} \left(0; \frac{CAD_{inicial} - CAD_{final}}{CAD_{final}} \right); 0, 1 \right]; \quad (\text{A.30})$$

- Mas, se em qualquer momento durante o período de observação (de 03/07/2012 a 25/06/2013), o EUR/CAD transacionar a um nível abaixo da barreira, B ,

$$B = \frac{CAD_{inicial}}{1,10}. \quad (\text{A.31})$$

Verificando-se portanto uma depreciação intercalar de 10% ou mais em relação a cotação inicial, o cliente receberá uma remuneração de 5% sobre o VN . Onde $CAD_{inicial}$ e CAD_{final} são, nomeadamente, a taxa de câmbio de referência do EUR/CAD do BCE na data de início do depósito, 02 de julho de 2012, e a taxa de câmbio de referência do EUR/CAD do BCE na data de observação final, 25 de junho de 2013.

A.3.3. CAIXA Renda Real Outubro 2013

Depósito indexado não mobilizável antecipadamente, pelo prazo de 1 ano, indexado à taxa de inflação anual da zona Euro (variação anual do *Índice Harmonizado de Preços do Consumidor — IHPC*). O capital investido, VN , é garantido na maturidade. Na maturidade, que vai de julho de 2012 a julho de 2013, o investidor tem a possibilidade de receber uma remuneração, R , variável que corresponde a um múltiplo de 1,5 da *performance* do IHPC, com um mínimo de 0%, ou seja,

$$R = VN \times \left[1,5 \times \text{MAX} \left(0, \frac{IHPC_{final} - IHPC_{inicial}}{IHPC_{inicial}} \right) \right]. \quad (\text{A.32})$$

A.3.4. CAIXA Luxaut Outubro 2014

Depósito indexado não mobilizável pelo período de 18 meses, com capital garantido na maturidade do produto. A remuneração, R , que poderá ser ganha pelo investidor

deponderá sempre da evolução da ação da *BMW* no mercado alemão. Na maturidade, 08 de outubro de 2014, o cliente poderá receber uma remuneração variável, igual a 2,55% do rácio entre o Preço final, Pf , e o Preço inicial, Pi , da ação, com um valor máximo de 4,35% do montante investido, VN . Isto é,

$$R = VN \times \left[\text{Min} \left(0,0255 \times \frac{Pf}{Pi}; 0,0435 \right) \right]. \quad (\text{A.33})$$

A.3.5. CAIXA TOP Portugal 2015

Depósito não mobilizável antecipadamente, pelo prazo de 3 anos, condicionado pela evolução, no período do depósito, de um ativo subjacente, de exposição ao mercado acionista português, o índice PSI20. O capital investido, VN , é garantido na maturidade do produto. Na data de vencimento, 28 de dezembro de 2015, o cliente recebe uma remuneração, R , variável dependente da *performance*, $Perf_t$, observada trimestralmente, com um valor mínimo de 3,0%, sobre o VN . Ou seja,

$$R = VN \times \left[\frac{1}{12} \times \sum_{t=1}^{12} Perf_t \right] \quad (\text{A.34})$$

e

$$Perf_t = \text{MAX} \left[0,5 \times \left(\frac{PSI20_t}{PSI20_{inicial}} - 1 \right); 0,03 \right]. \quad (\text{A.35})$$

Sendo o $PSI20_t$ o preço oficial de fecho do ativo subjacente na data de observação t do depósito e $PSI20_{inicial}$ é o preço oficial de fecho do ativo subjacente na data de início do depósito, 28 de dezembro de 2012. As datas de observação trimestrais são as seguintes:

DATA DE OBS. (t)	DATA DE OBS. (t)	DATA DE OBS. (t)
28/03/2013	28/03/2014	30/03/2015
28/06/2013	30/06/2014	29/06/2015
30/09/2013	29/09/2014	28/09/2015
30/12/2013	29/12/2014	21/12/2015

Tabela A.6: Tabela com as datas de observação, para pagamento trimestral. Para o CAIXA TOP Portugal 2015.

A.3.6. CAIXA Ouroinvest 2016

Depósito não mobilizável antecipadamente, pelo prazo de 3 anos, indexado à cotação de referência da onça de ouro. O capital investido pelo cliente é garantido na maturidade. Existem duas condições associadas à remuneração, nomeadamente:

- Na data de vencimento, 25 de fevereiro de 2016, o depósito paga uma remuneração variável dependente da apreciação observada da cotação de referência do ouro, entre 0% e 45% do montante depositado, VN ,

$$R = VN \times \text{MAX} \left[0; \frac{\text{Ouro}_{\text{final}} - \text{Ouro}_{\text{inicial}}}{\text{Ouro}_{\text{inicial}}} \right]; \quad (\text{A.36})$$

- Entretanto, se durante o período de observação, de 25/02/2013 à 18/02/2016, a cotação de referência da onça do ouro for fixada ao nível ou acima da barreira, B ,

$$B = \text{Ouro}_{\text{inicial}} \times 1,45$$

a taxa de remuneração na maturidade será de 7,0%.

Onde $\text{Ouro}_{\text{final}}$ e $\text{Ouro}_{\text{inicial}}$ são, respetivamente, a cotação de referência na data de observação final, 18 de fevereiro de 2016, e a cotação de referência na data de início do depósito, 25 de fevereiro de 2013.

A.4. BCP

A.4.1. BCP Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012

Este PFC possui uma maturidade de 3 anos, com possibilidade de reembolso antecipado do VN , que é sempre garantido, acrescido de determinada reemuneração, mediante a satisfação das condições abaixo enunciadas. O PFC tem como ativo subjacente um cabaz composto por 5 ações de empresas industriais, do ramo da energia — *EDP; Veolia Environment; Gamesa corporacion Tecnol, S.A.; Vestas Wind Systems; Iberdrola, S.A.* As condições necessárias para existir o pagamento da remuneração e possível reembolso antecipado são as seguintes:

- A remuneração da emissão corresponderá ao pagamento de um cupão semestral de 6% caso o valor oficial de fecho, S_t , de cada uma das 5 ações que compõem

o cabaz seja superior ou igual a 85% do seu valor inicial, S_0 , nas diversas datas de observação, t ,

$$R = \begin{cases} 6\%, & \text{se } S_t^k \geq 0.85 \times S_0^k, \text{ com } k = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0\%, & \text{caso contrário} \end{cases}. \quad (\text{A.37})$$

Sendo que, se não houver pagamento do cupão no semestre t esse valor não será acumulado para o semestre seguinte.

- Por sua vez, o PFC reembolsa antecipadamente ao investidor se em alguma das datas de observação, t , o valor oficial de fecho de cada uma das 5 ações que compõem o cabaz for igual ou superior ao seu valor de referência inicial, S_0 .

Entenda-se por S_0 o valor oficial de fecho de cada uma das 5 ações na data de emissão do PFC, de 03 de novembro de 2009, e por S_t o valor oficial de fecho de cada uma das 5 ações na data de observação t . As datas de observação são:

DATA DE OBS. (t)	DATA DE PAGAMENTO DO CUPÃO
26/04/2010	03/05/2010
27/10/2010	03/11/2010
26/04/2011	03/05/2011
27/10/2011	03/11/2011
26/04/2012	03/05/2012
29/10/2012	03/11/2012

Tabela A.7: Tabela com as datas de observação e de pagamento semestral do cupão para o BPI Invest. Cabaz Energia Novembro 2009/2012.

A.4.2. BCP Invest. Diversificado Abril 2013

Este PFC garante o VN na maturidade. Neste produto não existem possibilidades de reembolso antecipado, há distribuição de uma remuneração variável, compreendida entre os 0% e os 21%, dependente do cabaz de ações associado ao PFC. Este cabaz é composto por 4 ações de empresas mundiais de diversos setores, nomeadamente: *Coca-Cola Co.*; *Sony Corp.*; *Mcdonald's Corp.*; *Iberdrola, S.A.* Assim, a remuneração atribuída ao cliente poderá ser a seguinte:

- Se no dia 15 de abril de 2013 o valor oficial de fecho, S_T^k , com $k = 1, 2, 3, 4$, da ação com pior *performance* do cabaz, i , for igual ou superior a 110% do seu valor de referência inicial, S_0^k , então o investidor receberá a par do VN um valor acrescido de 21% sobre o mesmo,

$$R = 21\%, \quad se \exists i \in k : S_T^i \geq 1,1 \times S_0^i, \quad com \quad k = 1, 2, 3, 4; \quad (A.38)$$

- Caso se verifique na data acima mencionada que o valor oficial de fecho, S_T^k , com $k = 1, 2, 3, 4$, da ação com pior desempenho do cabaz, i , é igual ou superior ao seu valor de referência inicial e inferior a 110% do mesmo, S_0^k , então o investidor receberá a par do VN um valor acrescido de 14% sobre o mesmo,

$$R = 14\%, \quad se \exists i \in k : S_0^i \leq S_T^i < 1,1 \times S_0^i, \quad com \quad k = 1, 2, 3, 4; \quad (A.39)$$

- Não se verificando nenhuma das situações anteriores, mas antes que o valor oficial de fecho, S_T^k , com $k = 1, 2, 3, 4$, da ação com pior desempenho, i , do cabaz é igual ou superior a 90% do seu valor de referência inicial, S_0^k , o investidor receberá a par do VN um valor acrescido de 7% sobre o mesmo,

$$R = 7\%, \quad se \exists i \in k : 0,9 \times S_0^i \leq S_T^i < S_0^i, \quad com \quad k = 1, 2, 3, 4; \quad (A.40)$$

- Caso contrário, desde que uma das ações, i , que compõem o cabaz possua na data 15 de abril de 2013, S_T^k , com $k = 1, 2, 3, 4$, como valor oficial de fecho um valor inferior a 90% do seu valor de referência inicial, S_0^k , então o investidor receberá somente o VN ,

$$R = 0\%, \quad se \exists i \in k : S_T^i < 0,9 \times S_0^i, \quad com \quad k = 1, 2, 3, 4. \quad (A.41)$$

O valor de referência inicial, S_0^k , com $k = 1, 2, 3, 4$, refere-se ao valor oficial de fecho de cada ação k na data de emissão do PFC 22 de abril de 2010.

A.4.3. BCP Invest. Mercado Mundial Setembro 2009-2012

Este produto garante no vencimento o capital investido, acrescido também de um cupão anual garantido de 1% sobre o VN . Na maturidade o cliente poderá receber uma remuneração não garantida de 10%. Ou seja, na maturidade se cada um dos 6 índices que compõem o cabaz subjacente apresentar uma cotação, S_T^k , com $k =$

1, 2, 3, 4, superior ou igual a cotação inicial, S_0^k , será pago ao cliente um cupão extra de 10%.

Os 6 índices que compõem o cabaz são: *Euro Stoxx 50*, *S&P 500*, *Nikkei 225*, *Swiss Market*, *FTSE 100*, *Nasdaq 100*. S_T^k e S_0^k , com $k = 1, 2, 3, 4$, representam, nomeadamente, o valor oficial de fecho das cotações dos diversos índices na data final e inicial, de 22 de setembro de 2012 e 22 de setembro de 2009.

A.4.4. BCP Invest. Europa Novembro 2014

Este PFC refere-se à emissão de obrigações indexadas, pelo prazo de 2 anos, com reembolso do VN na maturidade, e cuja remuneração, R , é indexada à evolução de 3 índices europeus, nomeadamente: *DAX*, *CAC* e *FTSE 100*. A remuneração da emissão corresponderá ao pagamento de um cupão no reembolso equivalente a 20% da média aritmética das valorizações dos índices, com um mínimo de 2%. A média é calculada com base nos valores oficiais de fecho de cada um dos 3 índices, em igual ponderação, registados na data de observação final, 13 de outubro de 2014, S_T^k , com $k = 1, 2, 3$, face aos valores oficiais de fecho registados na data de emissão do produto, 02 de novembro de 2012, S_0^k , com $k = 1, 2, 3$. Ou seja,

$$R = VN \times \text{MAX} \left[0, 2 \times \frac{1}{3} \times \sum_{k=1}^3 \frac{S_T^k - S_0^k}{S_0^k}; 0, 02 \right]. \quad (\text{A.42})$$

A.4.5. BCP Invest. Reembolso Duplo Novembro 2014

Este PFC traduz-se numa emissão de obrigações indexadas, pelo prazo de 2 anos, com reembolso de 25% do capital investido, na data de vencimento parcial — 02 de fevereiro de 2013, e os restantes 75% na data de vencimento final — 03 de novembro de 2014, e cujo ativo subjacente é o índice *Euro Stoxx 50*.

As duas remunerações que o cliente recebe podem ser descritas do seguinte modo:

- A remuneração, R_1 que poderá ser paga ao cliente corresponderá ao pagamento de um cupão fixo de 1% no dia 02/02/2013 sobre 25% do VN , ocorrendo em simultâneo o reembolso correspondente a esta parte do capital,

$$R_1 = (0, 25 \times 0, 01) \times VN; \quad (\text{A.43})$$

- Caso o valor oficial de fecho da cotação do índice subjacente registado na data de observação final — 13 de outubro de 2014, S_T , seja igual ou superior ao seu

valor de referência inicial — de 02 de novembro de 2012, S_0 , sobre os restantes 75% do VN a reembolsar na maturidade serão acrescidos de 40% da valorização do ativo subjacente com um limite máximo de 20%. Caso contrário não haverá lugar ao pagamento da remuneração variável, R_2 , e serão reembolsados só os 75% do VN em falta. Ou seja,

$$R_2 = \text{Min} \left[0, 2; \left(\frac{S_T - S_0}{S_0} \times 0, 4 \right) \right] \times 0, 75 \times VN. \quad (\text{A.44})$$

A.4.6. BCP Cupão Fixo Antecipado Autocallable/IV 12 Abril 2014

Este PFC representa a emissão de títulos de dívida, pelo prazo de 2 anos, sem garantia do VN , no vencimento do produto, 24/04/2014, e cujos indexantes associados ao PFC são ações das seguintes empresas: *Boeing*, *General Electrics* e *Microsoft*.

- No dia 02 de maio de 2012 o investidor recebe um cupão fixo de 15% sobre o VN ;
- O investidor poderá receber antecipadamente, caso na data de 02 de abril de 2013 o valor oficial de fecho do preço da acção de cada um dos indexantes, S_t^k , com $k = 1, 2, 3$, do produto se apresente igual ou superior ao seu valor de referência inicial, S_0^k , datado de 02/04/2012. Nestas circunstâncias, o investidor receberá o VN acrescido de um cupão de 5% sobre o mesmo,

$$R = 5\%, \text{ se } S_1^k \geq S_0^k, \text{ com } k = 1, 2, 3; \quad (\text{A.45})$$

- Caso contrário, só no dia 02 de abril de 2014 e dependendo do valor oficial de fecho do preço da ação de cada um dos indexantes, S_T^k , com $k = 1, 2, 3$, se poderá concluir sobre a remuneração a ser paga ao cliente, nomeadamente, se o valor oficial de fecho do preço da ação de cada um dos indexantes, S_T^k , do produto se apresentar igual ou superior ao seu valor de referência inicial, S_0^k ,

$$R = 10\%, \text{ se } S_T^k \geq S_0^k, \text{ com } k = 1, 2, 3. \quad (\text{A.46})$$

Esta remuneração é paga a par do VN . Se a condição imposta não for verificada, e o valor oficial de fecho do preço da ação de algum dos indexantes, i , S_T^i , com $i \in k = 1, 2, 3$, do produto se apresentar igual ou superior a 70%

do seu valor de referência inicial, S_0^i , então o cliente poderá receber somente o VN ,

$$R = 0\%, \quad \text{se } \exists i \in k : 0,7 \times S_0^i \leq S_T^i < S_0^i, \quad \text{com } k = 1, 2, 3. \quad (\text{A.47})$$

Se nenhuma das condições anteriores for satisfeita, o cliente corre o risco de perder parte do capital investido. Ou seja, se o valor oficial de fecho do preço da ação de algum dos indexantes, i , S_T^i , com $i \in k = 1, 2, 3$, do produto se apresentar inferior a 70% do seu valor de referência inicial, S_0^i , então o reembolso na maturidade será dado pela seguinte equação

$$\text{Reembolso} = VN - VN \times \left(\frac{S_T^i - S_0^i}{S_0^i} \right), \quad \text{se } \exists i \in k : S_T^i < 0,7 \times S_0^i, \quad \text{com } k = 1, 2, 3. \quad (\text{A.48})$$

A.5. Santander

A.5.1. SANTANDER Valorização *Performance Europa 5 Anos*

Conforme o próprio nome indica este PFC tem uma duração de 5 anos, cujo capital investido pelo cliente é garantido na maturidade do produto. A remuneração, R , paga ao cliente corresponderá a 50% da rentabilidade média mensal de um cabaz composto por 3 índices, respetivamente: *Euro Stoxx 50*, *FTSE 100* e o *Swiss Market Index*. O valor da remuneração paga não será inferior a 2,5% sobre o VN . Assim, a remuneração que vai ser paga ao investidor será tanto maior quanto maior for a rentabilidade média mensal dos índices. Ou seja, na maturidade a remuneração paga ao cliente a par do capital investido será dada por,

$$R = \text{MAX} [, .025; 0,5 \times \Delta \text{Cabaz}] \times VN, \quad (\text{A.49})$$

onde " ΔCabaz " representa a rentabilidade média mensal do cabaz de índices, calculada com base na seguinte equação

$$\Delta \text{Cabaz} = \frac{1}{3} \times \sum_{k=1}^3 \Delta \text{Índice}^k. \quad (\text{A.50})$$

Por sua vez, " $\Delta \text{Índice}^k$ " representa a rentabilidade média mensal do índice k respetivo, não esquecendo que $k = 1, 2, 3$, representa cada um dos índices, calculada com

base na seguinte equação

$$\Delta \acute{I}ndice^k = \frac{1}{60} \times \sum_{j=1}^{60} \frac{\acute{I}ndice_j^k - \acute{I}ndice_0^k}{\acute{I}ndice_0^k}. \quad (A.51)$$

Onde, $\acute{I}ndice_j^k$ é o valor oficial de fecho do índice k respetivo, conforme observado na data de observação j , e $\acute{I}ndice_0^k$ é o valor oficial de fecho do índice k respetivo, conforme observado na data de emissão do produto, 30 de setembro de 2010. As datas de observação correspondem aos dias 18 de cada mês de cada ano, e incluem o dia 18 de outubro de 2010, $j = 1$, e o dia 18 de setembro de 2015, $j = 60$.

A.5.2. SANTANDER Valorização TOP Alemanha

Este PFC corresponde a obrigações, com um prazo de 4 anos, associadas a 5 ações de empresas alemãs e um índice, nomeadamente: *Allianz SE*, *Bayer AG*, *BASF AG*, *Fresenius SE* e *Deutsche Post AG*; e o índice, *Euro Stoxx 50*. Com um prazo de 4 anos. Na maturidade a remuneração ganha pelo cliente a par do VN , corresponderá a 50% da diferença positiva, caso exista, entre a rentabilidade média anual do cabaz composto pelas 5 ações e a rentabilidade média anual de um índice de ações, sendo a remuneração mínima paga ao investidor de 4% sobre o capital investido. Ou seja, na maturidade a remuneração paga ao cliente a par do capital investido será dada por,

$$R = \text{MAX}[0, 04; 0,5 \times (\Delta \text{Cabaz} - \Delta \acute{I}ndice)] \times VN. \quad (A.52)$$

Onde " ΔCabaz " representa a rentabilidade média anual do cabaz de ações, calculada com base na seguinte equação:

$$\Delta \text{Cabaz} = \frac{1}{4} \times \sum_{i=1}^4 \Delta \text{Cabaz}_i - 1. \quad (A.53)$$

Por sua vez, " ΔCabaz_i " é calculado conforme a seguinte fórmula,

$$\Delta \text{Cabaz}_i = \frac{1}{5} \times \sum_{j=1}^5 \frac{A_i^j}{A_0^j}, \quad (A.54)$$

onde A_i^j é o preço oficial de fecho da ação j relevante, com $j = 1, 2, 3, 4, 5$, conforme observado na data de observação i relevante, para $i = 1, 2, 3, 4$. Analogamente, A_0^j é o preço oficial de fecho da ação j relevante, com $j = 1, 2, 3, 4, 5$, conforme observado na data de emissão, 14 de fevereiro de 2011. Onde " $\Delta \acute{I}ndice$ " corresponde

a rentabilidade média anual do índice de ações, calculada com base na seguinte equação,

$$\Delta \acute{I}ndice = \frac{1}{4} \times \sum_{i=1}^4 \frac{\acute{I}ndice_i}{\acute{I}ndice_0} - 1, \quad (\text{A.55})$$

onde $\acute{I}ndice_i$ é o preço oficial de fecho do índice de ações, conforme observado na data de observação i relevante, para $i = 1, 2, 3, 4$. Onde $\acute{I}ndice_0$ é o preço oficial de fecho do índice de ações, conforme observado na data de emissão, 14 de fevereiro de 2011. As datas de observação correspondem aos dias 03 do mês de fevereiro de cada ano, e incluindo o dia 03 de fevereiro de 2012, $i = 1$, até ao dia 03 de fevereiro de 2015, inclusivé, $i = 4$.

A.5.3. SANTANDER Valor Anual Alemanha 2012-2015

O PFC representa um depósito, por um prazo máximo de 3 anos, cuja remuneração se encontra indexada à evolução de um cabaz de 4 ações de empresas multinacionais alemãs, nomeadamente: *Volkswagen AG*, *Deutsche Post AG*, *Bayerische Motoren Werke AG*, *E.ON AG*. No final de cada ano, dependendo da evolução do cabaz de ações, poderá haver lugar ao pagamento de uma remuneração eventual, caso em que haverá igualmente o reembolso automático da totalidade do montante depositado, VN , nos seguintes termos:

- No final do primeiro ano, poderá ser pago ao investidor uma remuneração no valor de 6,30% sobre o VN e a par do mesmo, se se verificar, simultâneamente, que todas as ações que compõem o cabaz de ações no final desse ano (data de determinação, $n = 1$) apresentam um preço oficial de fecho igual ou superior ao registado na data de constituição; assim, o produto reembolsa nesse momento de forma automática a totalidade do montante depositado. Caso contrário, não haverá lugar nem ao pagamento da remuneração nem se quer do reembolso antecipado;
- Assim, no final do segundo ano poderá ser pago ao investidor uma remuneração no valor de 13% sobre o VN e a par do mesmo, se se verificar, simultâneamente, que todas as ações que compõem o cabaz de ações no final desse ano (data de determinação, $n = 2$) apresentam um preço oficial de fecho igual ou superior ao registado na data de constituição, assim, o produto reembolsa nesse momento

de forma automática a totalidade do montante depositado a par da dita remuneração. Caso contrário, não haverá lugar nem ao pagamento da remuneração nem se quer do reembolso antecipado;

- Se nos anos anteriores não for verificada a condição de reembolso antecipado, no final do terceiro ano poderá ser pago ao investidor uma remuneração no valor de 19,5% sobre o VN e a par do mesmo, se se verificar, simultaneamente, que todas as ações que compõem o cabaz de ações no final desse ano (data de determinação, $n = 3$) apresentam um preço oficial de fecho igual ou superior ao registado na data de constituição, então, o produto reembolsa nesse momento de forma automática a totalidade do montante depositado a par da dita remuneração. Caso contrário, não haverá lugar o pagamento da remuneração e só será pago, ou devolvido, ao cliente a totalidade do VN .

A data de constituição é a de 29 de outubro de 2012, e as datas de determinação são, respetivamente: 29 de outubro de 2013 ($n = 1$), 29 de outubro de 2014 ($n = 2$) e a de 29 de outubro de 2015 ($n = 3$).

Bibliografia

- [1] Abreu, Daniel. *Modelação de preços de derivados financeiros*. FCT-UC, Departamento de Matemática, Fevereiro, 2011.
- [2] Acatrinei, Marius; Gorun, Adrian and Marcu, Nicu. *A DCC-GARCH Model to Estimate The Risk to The Capital Market in Romania*. Romanian Journal of Economic Forecasting, 1/2013.
- [3] Baubonis, Charles; Gastineau, Gary L. and Purcell, David. *The Banker's Guide to Equity-Linked Certificates of Deposit*. The Journal of Derivatives, Winter, 1993.
- [4] Bisgaard, Soren and Kulahci, Murat. *Time Series Analysis and Forecasting by Example*. WILEY, 2011.
- [5] Burth, Stefan; Kraus, Thomas and Wohwend, Hanspeter. *The Pricing of Structured Products in the Swiss Market*. The Journal of Derivatives, Winter, 2001;
- [6] Chen, Andrew H. and Kensinger, John W. . *An analysis of Market Index Certificates of Deposit*. Journal of Financial Services Research, 1990.
- [7] Chou, Ray Y.; Chou, Hengchih and Liu, Nathan. *Range Volatility Models and Their Applications in Finance*. Springer, 2009.
- [8] Cryer, Jonathan D. and Chan, Kung-Sik. *Time Series Analysis — With Applications in R, 2nd Edition*. Springer, 2010.
- [9] Dias, Patricia Silva e Moutinho, Paulo. Artigo do Jornal de Negócios — *Produtos estruturados – Não se deixe enganar pela publicidade*, 1 de Agosto de 2008.
- [10] Engle, Robert F. . *Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models*. Journal of Business & Economic Statistics, July, 2002;

- [11] Estudo da CMVM. *Produtos Financeiros Complexos: Metodologias para a sua avaliação*. 2010.
- [12] Frohm, Dan. . *The Pricing of Structured Products in Sweden — Empirical findings for Index-linked Notes issued by Swedbank 2005*. Master's Thesis, Department of Management and Engineering, Linköping Institute of Technology, 2007;
- [13] Gonçalves, esmeralda e Lopes, Nazaré M. . *Séries Temporais — Modelações lineares e não lineares, 2ª Edição*. SPE, 2008.
- [14] Hull, John C. . *Options, Futures and Other Derivatives, 7th Edition*. Pearson — Prentice Hall, 2009.
- [15] Mazo, Robert M. . *Brownian Motion — Fluctuations, Dynamics and Applications*. Oxford Science Publications, Clarendon Press, 2002.
- [16] Sheldon M. Ross. *Introduction to Probability Models, 10th Edition*. Elsevier, 2010.
- [17] Sheldon M. Ross. *Simulation, 4th Edition*. Elsevier, 2006.
- [18] Stoimenov, Pavel A. and Wilkens, Sascha. *Are structured products "fairly" priced? An analysis of the German market for equity-linked instruments*. Journal of Banking & Finance, 2005;
- [19] Wasserfallen, Walter and Schenk, Christoph. *Portfolio Insurance for the small investor in Switzerland*. The Journal of Derivatives. Springer, 1996.