



FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS  
E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA MECÂNICA

# **Medição da tensão superficial em escoamento desenvolvido numa conduta de secção variável**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica na Especialidade de Energia e Ambiente

## **Measuring of wall shear stress in rectangular ducts of variable section in a fully developed pipe flow**

**Autor**

**Gonçalo Eduardo Lourenço Batista**

**Orientador:**

**Professor Doutor Almerindo Ferreira Domingues**

**Professor Doutor António Manuel Gameiro Lopes**

**Júri**

**Presidente**

**Professor Doutor Manuel Carlos Gameiro da Silva**  
**Professor Associado da Universidade de Coimbra**

**Vogais**

**Professor Doutor Pedro de Figueiredo Vieira Carvalheira**  
**Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra**

**Orientador**

**Professor Doutor Almerindo Ferreira Domingues**  
**Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra**

**Coimbra, setembro, 2016**



“A persistência é o menor caminho do êxito.”

Charles Chaplin

Aos meus pais e irmã.



## Agradecimentos

A elaboração desta dissertação de mestrado não se teria tornado uma realidade, sem o apoio e incentivo de diversas pessoas, as quais contribuíram, quer de forma direta ou indireta para que este patamar fosse alcançado e posteriormente superado, a essas pessoas ficarei eternamente grato.

Ao Professor Doutor Almerindo Ferreira, expresso os meus sinceros agradecimentos, pela sua orientação, disponibilidade, apoio, conhecimento, conselhos e palavras de incentivo transmitidas.

Ao Professor Doutor António Lopes, agradeço por toda a atenção e disponibilidade ao longo desta caminhada.

À Professora Raquel Faria, o meu obrigado por todo o tempo despendido, conhecimento e conselhos transmitidos.

À minha família, em especial à minha irmã e aos meus pais, pela educação, confiança, motivação, paciência e esforço realizado, pois sem as condições que me disponibilizaram nunca teria conseguido alcançar os meus objetivos.

À Sabrina, um grande e sincero obrigado pela paciência, apoio, palavras de incentivo transmitidas e compreensão para entender o quão difícil esta caminhada foi.

Por fim, mas não menos importante, a todos os meus amigos, que foram um alicerce extremamente importante nesta caminhada. Sem vocês tudo teria sido mais complicado, são extraordinários.



## Resumo

O trabalho desenvolvido teve como objetivo a medição da tensão superficial (tensão parietal), com recurso ao tubo de Preston, num escoamento desenvolvido no interior duma conduta de secção retangular variável. Uma vez realizadas medições da tensão superficial e da diferença de pressão média na sonda de Irwin, foi possível calibrar estas sondas, em condições de gradientes de pressão nulo e diferente de zero.

Para a medição da tensão superficial, através do tubo de Preston, recorreu-se à curva de calibração de Patel, sendo que a única equação utilizada dessa curva foi aquela cujos valores do parâmetro  $x^*$  variam entre 2,9 e 5,6 e os valores do parâmetro  $y^*$  variam entre 1,5 e 3,5.

Foram estudados três casos: (i) gradiente de pressão nulo, (ii) gradiente de pressão favorável e (iii) gradiente de pressão desfavorável. Para os casos em que os gradientes de pressão não eram nulos, foram estudadas, para cada caso, três configurações diferentes.

Para cada um dos casos testados, a tensão superficial é calculada para diversos caudais, concluindo-se que, para o mesmo caso, a tensão superficial aumenta com o caudal. Na presença de gradientes de pressão favoráveis o valor da tensão superficial também é superior ao registado em gradientes de pressão desfavoráveis.

**Palavras-chave:** Tubo de Preston, Tensão superficial, Curva de calibração de Patel, Conduta retangular, Sondas de Irwin.



## Abstract

The purpose of this study was measuring skin friction, making use of a Preston tube, in a fully developed pipe flow. The pipe flow takes place inside of a rectangular duct with variable section. After the measurements of skin friction and mean pressure difference in Irwin probes, in a pipe flow under pressure gradients it was possible to calibrate these probes for such conditions.

To measure the skin friction, making use of a Preston tube, it was used Patel's calibration curve. The equation that was applied in the study is the one where  $x^*$  and  $y^*$  parameters varying between 2,9 and 5,6 and 1,5 and 3,5, respectively.

Three cases were studied: (i) constant pressure gradient, (ii) favourable pressure gradient and (iii) adverse pressure gradient. Three geometries were studied for each pressure gradient case.

For each case that was tested, wall shear stress was calculated, for different fluid flows, and it was concluded that wall shear stress increases with fluid flow. For favourable pressure gradient wall shear stress is higher than in adverse pressure gradient conditions.

**Keywords** Preston tube, Wall shear stress, Patel's calibration curve, Rectangular duct, Irwin probes.



## Índice

Índice de Figuras .....	xi
Índice de Tabelas .....	xv
Simbologia e Siglas .....	xvii
Simbologia.....	xvii
Siglas .....	xix
1. Introdução.....	1
1.1. Revisão bibliográfica .....	2
1.1.1. Tubo de Preston.....	2
1.1.2. Sondas de Irwin .....	10
2. Fundamentação teórica.....	13
2.1. Escoamentos com gradientes longitudinais de pressão nulos, desfavoráveis e favoráveis.....	13
2.2. Escoamentos em condutas não circulares .....	15
2.3. Região de entrada e escoamento desenvolvido.....	16
2.4. Camada limite em regime turbulento.....	18
2.4.1. Estrutura de uma camada limite turbulenta .....	18
2.4.2. Perfil de velocidade média na camada limite turbulenta.....	24
2.5. Evolução de camadas limites turbulentas em gradientes de pressão .....	25
3. Atividades Experimentais.....	29
3.1. Recolha de dados .....	31
3.2. Ensaio desenvolvidos .....	33
4. Análise de resultados.....	37
4.1. Testes de Repetibilidade .....	37
4.1.1. Caso A .....	38
4.1.2. Caso B .....	39
4.1.3. Caso C .....	40
4.2. Condições de operacionalidade dos escoamentos.....	41
4.3. Distribuição da pressão estática e estática média ao longo da conduta .....	43
4.3.1. Caso A .....	44
4.3.2. Caso B .....	45
4.3.3. Caso C .....	47
4.4. Tensão superficial e curvas de calibração das sondas de Irwin .....	49
4.4.1. Caso A .....	50
4.4.2. Caso B .....	51
4.4.3. Caso C .....	53
5. Conclusão .....	55
5.1. Propostas de trabalhos futuros .....	56
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	57
ANEXO A - Técnicas de medição da tensão superficial.....	59

ANEXO B – Simplificação da equação de quantidade de movimento .....	61
ANEXO C – Resultados dos testes de Repetibilidade .....	63
ANEXO D – Condições de operacionalidade dos escoamentos .....	65
ANEXO E – Distribuições da pressão estática/estática média ao longo da conduta .....	67

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Comparação entre as curvas de calibração de Preston (1954), do National Physical Laboratory (1958) e de Patel (1965): a) Valores de $x < 5,6$ ; b) Valores de $x > 5,6$ ; (Patel, 1965).....	5
Figura 1.2. Esquema representativo dos <i>Preston-Static Tube</i> (Ackerman et al., 1994).....	8
Figura 2.1. Representação esquemática das diferentes geometrias utilizadas para originar os gradientes longitudinais de pressão (adaptado de Monteiro e Viegas, 1996)...	14
Figura 2.2. Representação esquemática das regiões de entrada e de escoamento desenvolvido no interior de uma conduta (White, 2002).....	16
Figura 2.3. Representação esquemática da variação da pressão na região de entrada e de escoamento desenvolvido no interior de uma conduta (White, 2002).....	17
Figura 2.4 Perfis de tensão de corte total em camadas limites turbulentas para diferentes gradientes de pressão (Brederode, 2014).....	20
Figura 2.5. Evolução das tensões de corte de nível molecular e turbulento na sub-camada viscosa de uma camada limite em gradiente nulo (Brederode, 2014).....	23
Figura 2.6. Perfil de velocidades de uma camada limite turbulenta nas coordenadas semi-logarítmicas da lei da parede (Brederode, 2014).....	25
Figura 2.7. Perfis de velocidade de uma camada limite turbulenta em diferentes gradientes de pressão: a) baseado em coordenadas lineares; b) baseado em coordenadas semi-logarítmicas (Brederode, 2014).....	26
Figura 3.1. Esquema do modelo experimental – Vista de top (Faria et al., 2016) (Dimensões em m).....	29
Figura 3.2. Esquema das geometrias da conduta para os diferentes casos testados (adaptado de Monteiro e Viegas, 1996).....	30
Figura 3.3. Placas de madeiras limitadoras do diâmetro de aspiração do ventilador.....	30
Figura 3.4. Instrumentos utilizados na recolha de dados: a) Tubo de Preston; b) Scanivalve de 48 canais; c) Transdutor Murtur; d) Sonda Irwin.....	31
Figura 3.5. Representação da altura da secção transversal no local onde ocorre a medição do tubo de Preston para os diferentes casos estudados (adaptado de Monteiro e Viegas, 1996).....	34
Figura 3.6. Peças de madeira e os grampos para fixação do ângulo do topo da conduta $\alpha$ .....	35
Figura 4.1. Evolução do coeficiente de pressão para o caso A: a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média.....	38
Figura 4.2. Evolução do coeficiente de pressão para o caso B, em que $\alpha = -1^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média.....	39

Figura 4.3. Evolução do coeficiente de pressão para o caso C, em que $\alpha = 2^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média. ....	40
Figura 4.4. Evolução da distribuição da pressão para o caso A: a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média. ....	44
Figura 4.5. Evolução da distribuição da pressão para o caso B, em que $\alpha = -1^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média. ....	46
Figura 4.6. Evolução da distribuição da pressão para o diâmetro de aspiração (70 mm) e para as diferentes configurações do caso B: a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média. ....	47
Figura 4.7. Evolução da distribuição da pressão para o caso C, em que $\alpha = 2^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média. ....	48
Figura 4.8. Evolução da distribuição da pressão para o mesmo caudal e para as diferentes configurações do caso C: a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média. ....	48
Figura 4.9. Curva de calibração da sonda de Irwin para gradiente de pressão nulo. ....	50
Figura 4.10. Curva de calibração da sonda de Irwin para gradientes de pressão favoráveis. ....	52
Figura 4.11. Curva de calibração da sonda de Irwin para gradientes de pressão desfavoráveis. ....	53
Figura A.1. – Classificação das técnicas de medição da tensão superficial (Kornilov et al, 2002). ....	59
Figura C.1. Evolução do coeficiente de pressão para o caso B, em que $\alpha = -0,5^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média. ....	63
Figura C.2. Evolução do coeficiente de pressão para o caso B, em que $\alpha = -1,5^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média. ....	63
Figura C.3. Evolução do coeficiente de pressão para o caso C, em que $\alpha = 1^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média. ....	64
Figura C.4. Evolução do coeficiente de pressão para o caso C, em que $\alpha = 3^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média. ....	64
Figura E.1. Evolução da distribuição da pressão para o caso B, em que $\alpha = -0,5^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média. ....	67
Figura E.2. Evolução da distribuição da pressão para o caso B, em que $\alpha = -1,5^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média. ....	67
Figura E.3. Evolução da distribuição da pressão para o caso C, em que $\alpha = 1^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média. ....	68

Figura E.4. Evolução da distribuição da pressão para o caso C, em que  $\alpha = 3^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média. .... 68



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Configuração da conduta nos diferentes ensaios realizados.....	34
Tabela 4.1. Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que $\alpha = 0^\circ$ .....	42
Tabela 4.2. Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que $\alpha = -1^\circ$ .....	42
Tabela 4.3. Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que $\alpha = 2^\circ$ .....	43
Tabela D.1. Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que $\alpha = -1,5^\circ$ .....	65
Tabela D.2. Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que $\alpha = -0,5^\circ$ .....	65
Tabela D.3. Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que $\alpha = 1^\circ$ .....	66
Tabela D.4. Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que $\alpha = 3^\circ$ .....	66



---

## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

$A$  – Área da secção transversal da conduta

$A_1$  – Área da secção transversal da conduta na zona onde a conduta tem uma altura constante.

$A_2$  – Área da secção transversal da conduta no lugar onde estará localizado o tubo de Preston.

$A_3$  – Área de entrada do venturi.

$A_4$  – Área de saída do venturi

$C_d$  – Coeficiente de descarga do venturi

$C_f$  – Coeficiente de tensão de corte superficial

$C_p$  – Coeficiente de pressão

$\bar{C}_{p_x}$  – Média aritmética dos coeficientes de pressão

$C_{vp1}$  – Coeficiente de variação de Pearson para o coeficiente de pressão

$C_{vp2}$  – Coeficiente de variação de Pearson entre os valores da pressão estática e da pressão estática média

$d$  – Diâmetro do tubo de Preston

$d_i$  – Diâmetro do tubo da sonda de Irwin

$d_3$  – Diâmetro de entrada do venturi

$d_4$  – Diâmetro de saída do venturi

$D$  – Diâmetro da conduta circular

$D_h$  – Diâmetro hidráulico

$D_S$  – Diâmetro de aspiração do ventilador

$\vec{F}_s$  – Forças de superfície

$\vec{F}_c$  – Forças de campo

$h$  – Altura do tubo da sonda de Irwin acima da superfície

$H$  – Altura da secção transversal da conduta retangular

$H_M$  – Altura da secção transversal da conduta retangular no local onde ocorrem as medições do tubo de Preston e da sonda de Irwin.

$K$  – Constante de von-Kármán

$L$  – Largura da secção transversal da conduta

$L_e$  – Comprimento da região de entrada

$L_{ST1}$  – Comprimento da sub-secção de testes 1

$L_{ST2}$  – Comprimento da sub-secção de testes 2

$p$  – Pressão estática no ponto onde o coeficiente de pressão está a ser avaliado

$p_{ES}$  – Pressão estática

$p_{ref}$  – Pressão estática de referência

$\bar{p}_x$  – Média aritmética dos valores da pressão estática e da pressão estática média

$P_m$  – Perímetro molhado

$Q_{TCC}$  – Caudal teórico na conduta circular

$Q_{RCC}$  – Caudal real na conduta circular

$Q_{ST1}$  – Caudal na sub-secção de testes 1

$Q_{ST2}$  – Caudal na sub-secção de testes 2

$Re$  – Número de Reynolds

$Re_d$  – Número de Reynolds baseado no diâmetro da conduta circular

$Re_{D_h}$  – Número de Reynolds baseado no diâmetro hidráulico

$t_{AP}$  – Intervalo de aquisição dos dados.

$u_\tau$  – Velocidade de atrito

$\vec{U}$  – Vetor da velocidade média do escoamento segundo a componente longitudinal

$U$  – Velocidade média do escoamento segundo a componente longitudinal

$U_1$  – Velocidade média do escoamento segundo a componente longitudinal na zona onde a altura da conduta é constante

$U_2$  – Velocidade média do escoamento segundo a componente longitudinal no local onde se encontra o tubo de Preston

$U_e$  – Velocidade do escoamento potencial

$U_V$  – Tensão medida no voltímetro

$x$  – Coordenada longitudinal

- 
- $x^*$  – Parâmetro adimensional da pressão na forma logarítmica  
 $y^*$  – Parâmetro adimensional da tensão superficial na forma logarítmica  
 $y$  – Valor da distância à parede  
 $\alpha$  – Ângulo entre a parte superior da conduta e o plano horizontal  
 $\delta$  – Espessura da camada limite  
 $\Delta L$  – Distância entre os dois pontos onde foi medida a pressão estática  
 $\Delta p$  – Diferença de pressão média nas sondas de Irwin  
 $\Delta p_p$  – Leitura do tubo de Preston  
 $\Delta p_{1-2}$  – Diferença de pressão estática entre dois pontos  
 $\Delta p_{3-4}$  – Variação da pressão no venturi  
 $\sigma_{C_p}$  – Desvio padrão do coeficiente de pressão  
 $\sigma_p$  – Desvio padrão entre os valores da pressão estática e da pressão estática

média

- $\nu$  – Viscosidade cinemática  
 $\rho$  – Massa volúmica do fluido  
 $\tau_{lam}$  – Tensão laminar  
 $\tau_0$  – Tensão superficial medida pelo Preston  
 $\tau_T$  – Tensão superficial total  
 $\tau_{turb}$  – Tensão turbulenta

## Siglas

- DEM – Departamento de Engenharia Mecânica  
 FCTUC – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra  
 GISF – *Global Interferometry Skin Friction*



## 1. INTRODUÇÃO

No presente trabalho estudou-se a medição da tensão superficial (ao longo desta dissertação o termo tensão parietal será designado por tensão superficial) em escoamento desenvolvido numa conduta de secção transversal retangular variável, em que o escoamento de ar está sujeito a: (i) gradiente de pressão nulo, ou (ii) gradiente de pressão favorável, ou (iii) gradiente de pressão desfavorável.

Como Bertelud (1975) indica, há uma vasta gama de técnicas que permitem efetuar a medição da tensão superficial, quer seja de forma direta ou indireta, sendo que um dos métodos mais comuns é a utilização dum tubo de Pitot, na forma sugerida por Preston (Preston, 1954; Rechenberg, 1963). A técnica de medição da tensão superficial apresentada por Preston (1954) é bastante aplicada pelo facto de ser simples e relativamente económica. No entanto, Irwin (1980), desenvolveu um dispositivo omnidirecional que permite a medição da velocidade média do vento e flutuações de baixa frequência nas proximidades de uma superfície, sendo que este dispositivo pode ser utilizado como medidor da tensão superficial.

Para o desenvolvimento desta dissertação, o tubo de Pitot e as sondas de Irwin foram introduzidos no interior duma conduta de secção transversal retangular variável, onde ocorre o escoamento de ar. Esta conduta, na zona de testes, é constituída por duas sub-seções, sendo que a primeira sub-seção apresenta altura e largura constante, encontrando-se ligada à segunda sub-seção através duma rótula que permite que a altura da conduta varie aí ao longo do sentido longitudinal. Essa variação de altura ocorre segundo um determinado ângulo  $\alpha$ , que se verifica entre a parte superior da conduta e o plano horizontal. Deste modo, é possível medir a tensão superficial com recurso ao tubo de Preston e à curva de calibração de Patel (1965), e posteriormente calibrar as sondas de Irwin para três situações diferentes: quando a conduta apresenta uma altura constante em ambas as seções ( $\alpha = 0^\circ$ ); quando a conduta é divergente ( $\alpha > 0^\circ$ ); quando a conduta é convergente ( $\alpha < 0^\circ$ ). Assim, é possível calibrar as sondas de Irwin na presença de gradientes favoráveis longitudinais de pressão ( $\alpha < 0^\circ$ ), e gradientes desfavoráveis longitudinais de pressão ( $\alpha > 0^\circ$ ). Nos gradientes favoráveis longitudinais de pressão, a pressão diminui no sentido do escoamento, enquanto

nos gradientes desfavoráveis longitudinais de pressão, a pressão aumenta no sentido do escoamento.

Tendo em conta que a medição da tensão superficial e a calibração das sondas de Irwin ocorrem numa conduta de secção transversal retangular recorre-se à noção de diâmetro hidráulico para relacionar o comportamento do escoamento na conduta de secção transversal retangular com o escoamento numa conduta de secção circular. Uma vez que o escoamento numa conduta de secção transversal retangular é mais complexo, pelo facto de existirem fluxos secundários próximo dos cantos, a tensão superficial obtida representa o valor da tensão superficial média, visto que a tensão superficial não é constante ao longo do perímetro da secção transversal.

Para o caso em que os dois troços da conduta apresentam a mesma altura, ou seja, o ângulo  $\alpha$  é igual a zero, pode-se desprezar o efeito dos cantos no escoamento de ar e calcular a tensão superficial através do princípio de conservação da quantidade de movimento. Deste modo, é possível fazer uma comparação entre os valores da tensão superficial obtidos através do princípio de conservação da quantidade de movimento e aqueles que são obtidos com recurso ao tubo de Preston e à curva de calibração de Patel (1965). É importante também realçar que desta forma pode-se obter duas curvas de calibração para a sonda de Irwin, em que uma é determinada por intermédio do princípio de conservação da quantidade de movimento e a outra por intermédio do tubo de Preston e da curva de calibração de Patel (1965). Quando a conduta é convergente ou divergente, o princípio de conservação da quantidade de movimento é mais complexo, e como tal não se pode realizar a medição da tensão superficial com recurso a este método.

Na próxima secção, revisão bibliográfica, é feito um resumo sobre os instrumentos que permitem medir a tensão superficial e que são utilizados ao longo desta dissertação.

## **1.1. Revisão bibliográfica**

### **1.1.1. Tubo de Preston**

O tubo de Preston consiste num tubo de Pitot sem a tomada de pressão estática que ao ser colocado na superfície permite, através de relações conhecidas, medir a tensão superficial que se verifica nesta. Este método foi aplicado pela primeira vez por Preston (1954), o que fez com que o tubo de Pitot começasse a ser conhecido também por tubo de

Preston. No entanto, a curva de calibração original proposta por Preston tem um erro, pelo que Patel (1965) realizou experiências para obter uma nova curva de calibração para o tubo de Preston, bem como os limites dos gradientes de pressão em que essa curva pode ser utilizada.

Patel (1965), com recurso ao método de Preston para medir tensões superficiais, que consiste na medição da pressão dinâmica utilizando um tubo de Pitot assente na superfície duma conduta, conseguiu obter uma relação entre a pressão obtida pelo tubo de Preston e a distribuição da pressão estática, que pode ser traduzida na equação (1.1) numa forma adimensional:

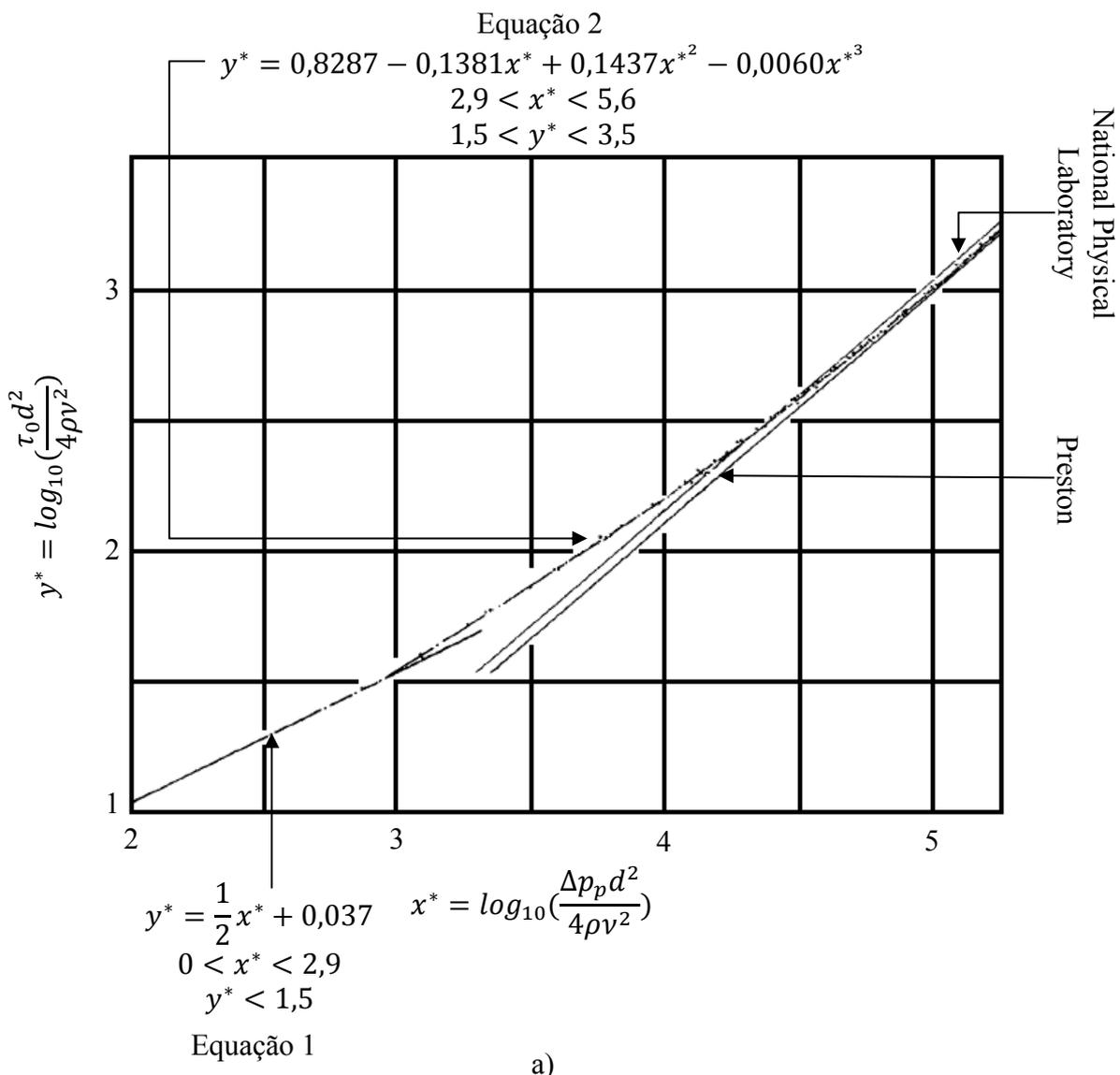
$$\frac{\Delta p_p}{\rho U_\tau^2} = f\left(\frac{U_\tau d}{\nu}\right), \quad (1.1)$$

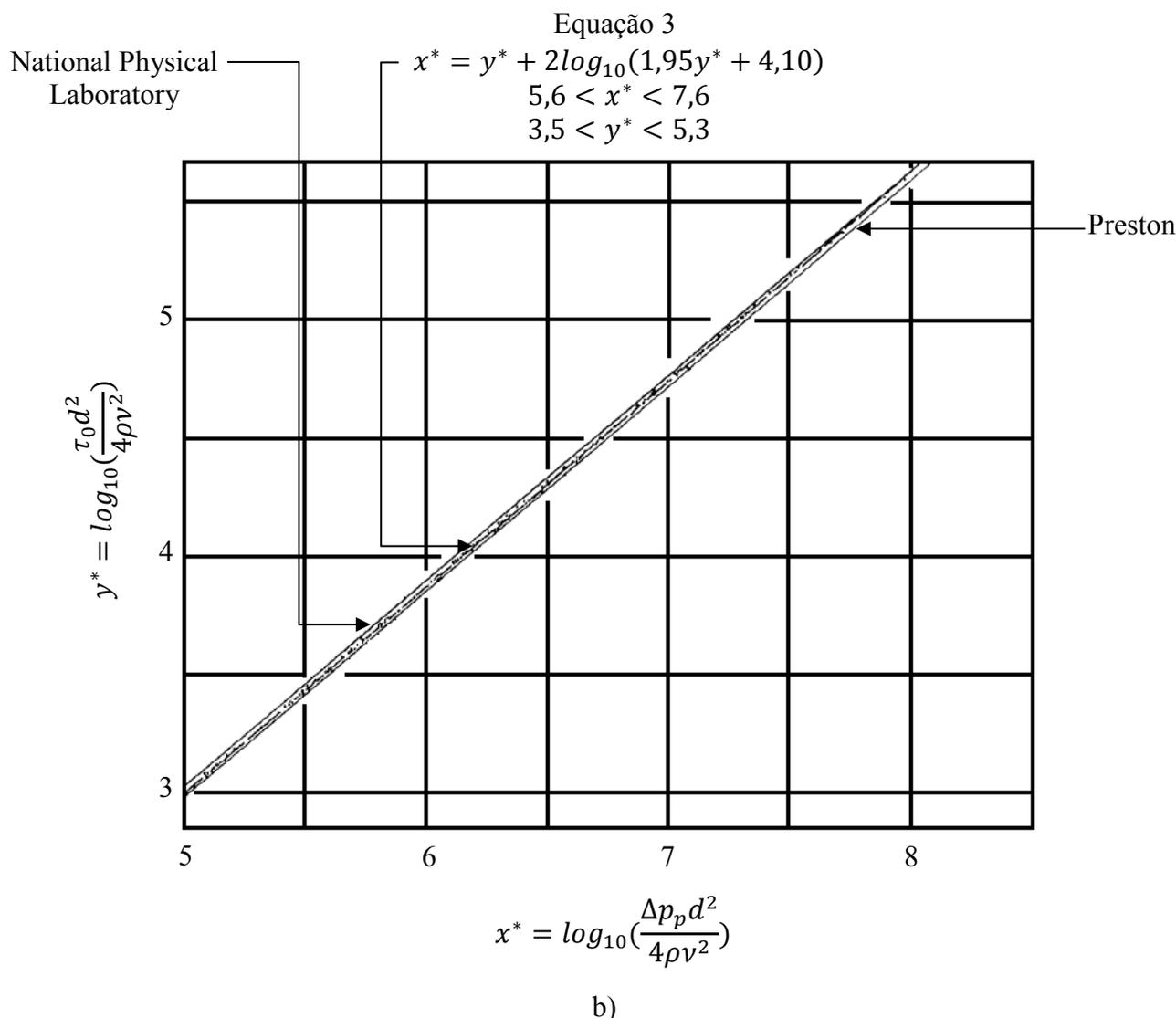
onde  $\Delta p_p$  é a leitura do tubo de Preston, ou seja a diferença entre a pressão dinâmica medida no tubo de Preston e a pressão estática,  $d$  é o diâmetro exterior do tubo de Preston e  $u_\tau \equiv \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$  é a velocidade de atrito. As variáveis  $\rho$  e  $\nu$  representam a massa volúmica do fluido e viscosidade cinemática, respectivamente, enquanto  $\tau_0$  é a tensão superficial. A relação adimensional entre a leitura do tubo de Preston e a tensão superficial pode ser apresentada numa forma mais conveniente na equação (1.2), que é a forma proposta por Preston (1954):

$$\frac{\tau_0 d^2}{4\rho\nu^2} = F\left(\frac{\Delta p_p d^2}{4\rho\nu^2}\right). \quad (1.2)$$

Esta curva de calibração depende da suposição da existência de uma lei de parede que seja comum à camada limite interior e à camada exterior turbulenta. Para a obtenção da curva de calibração de Patel (1965) aquele autor realizou testes em três condutas circulares de diâmetros diferentes, sendo que em cada uma delas foram realizados testes com tubos de Preston de vários diâmetros e para diversas velocidades do escoamento. Para a realização desses testes os tubos de Preston foram colocados numa zona da conduta onde existia uma distribuição linear da pressão estática, o que garante que o escoamento se encontrava completamente desenvolvido. Com a realização daquele estudo, Patel (1965) obteve curvas de calibração para as três condutas de diferentes diâmetros que apresentavam uma boa concordância entre si, o que permitiu concluir que existe apenas uma curva de calibração

para o tubo de Preston e que esta não depende do diâmetro da conduta onde ocorre o escoamento. Patel (1965) obteve assim uma curva de calibração que não é uma reta, como era sugerido por Preston, mas sim uma curva constituída por três equações. É importante realçar que a equação (3) da curva de calibração de Patel (Figura 1.1 b)) apresenta valores da tensão superficial 3% superiores aos sugeridos pela calibração de Preston (1954) para os limites inferiores e cerca de 9% superiores para os limites superiores. Os resultados alcançados por Patel (1965) apresentam uma excelente concordância com os que foram obtidos por Rechenberg (1963). A curva de calibração de Patel é constituída por três equações que são utilizadas para diferentes intervalos de  $x^* = \log_{10}\left(\frac{\Delta p_p d^2}{4\rho v^2}\right)$  e  $y^* = \log_{10}\left(\frac{\tau_0 d^2}{4\rho v^2}\right)$ . Na Figura 1.1 é possível observar as curvas de calibração sugeridas por Preston (1954), pelo National Physical Laboratory (1958) e por Patel (1965).





**Figura 1.1.** Comparação entre as curvas de calibração de Preston (1954), do National Physical Laboratory (1958) e de Patel (1965): a) Valores de  $x^* < 5,6$ ; b) Valores de  $x^* > 5,6$ ; (Patel, 1965).

É importante salientar também que a curva de calibração de Patel (1965) permitiu determinar as constantes  $A$  e  $B$  da lei logarítmica, que se encontra representada na equação (1.4). A distribuição de velocidade, dentro da camada limite, divide-se em três zonas:

- a) Sub-camada linear;

$$\frac{U}{U_\tau} = \frac{U_\tau y}{\nu}; \tag{1.3}$$

- b) Camada exterior turbulenta:

$$\frac{U}{u_\tau} = A \log_{10} \left( \frac{u_\tau y}{\nu} \right) + B; \quad (1.4)$$

c) Zona intermédia:

$$\frac{U}{u_\tau} = A \log_{10} \left( \frac{u_\tau y}{\nu} + C \right) + B; \quad (1.5)$$

em que  $U$  é a velocidade média do escoamento segundo a componente longitudinal e  $y$  é o valor da distância à parede. Para determinar as constantes  $A$  e  $B$  Patel (1965) recorreu à correção do deslocamento do centro efetivo do tubo de Pitot proposta por McMillan (1957). Comparando o perfil de velocidade média que foi alcançado experimentalmente por Patel com o que é obtido por intermédio da lei logarítmica, Patel (1965) chegou à conclusão que os valores das constantes  $A$  e  $B$ , permitem obter um perfil de velocidade média (lei logarítmica), que está de acordo com o perfil de velocidade média obtido experimentalmente, isto para o caso em que o gradiente longitudinal de pressão é nulo. É também de evidenciar que Patel (1965) cita que os valores das constantes são muito semelhantes aos propostos por Sarnecki (1959).

Patel (1965), como já foi referido anteriormente, considerou que a curva de calibração de Preston depende da suposição da existência de uma lei de parede que é comum à camada limite interior e à camada exterior turbulenta, sendo que a lei de parede que melhor se adapta a esta situação é a lei logarítmica. Quando os gradientes longitudinais de pressão não são muito acentuados, como é o caso do escoamento desenvolvido com números de Reynolds muito elevados, o perfil logarítmico é uma boa aproximação do perfil de velocidade média, uma suposição que é fortemente suportada pelo facto de tubos de Preston de diferentes diâmetros e sujeitos a diferentes números de Reynolds terem resultado numa única curva de calibração. No entanto, quando os gradientes longitudinais de pressão são bastante intensos o perfil logarítmico não é uma boa aproximação para o perfil de velocidade média e a calibração do tubo de Preston alterar-se-á. Deste modo, é necessário estabelecer limites de gradientes de pressão favoráveis e desfavoráveis para os quais a lei logarítmica é uma boa aproximação do perfil de velocidade média, estabelecendo-se assim a gama de validação da curva de calibração. Com o objetivo de estipular esses limites definiu-se o parâmetro  $\Delta$ , que mede a severidade com que o gradiente de pressão afeta o fluido na zona da camada limite. O parâmetro  $\Delta$  pode ser determinado recorrendo à equação (1.6)

$$\Delta = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \frac{dp_{ES}}{dx}, \quad (1.6)$$

onde  $p_{Es}$  é a pressão estática e  $x$  a coordenada longitudinal. Segundo Patel (1965), os limites do parâmetro  $\Delta$  sugeridos para que o tubo de Preston apresente um erro máximo de 3% ou 6% na medição da tensão superficial são:

i) Gradiente favorável longitudinal de pressão

- Erro máximo de 3%:  $0 > \Delta > -0,005, \frac{u_{\tau d}}{v} \leq 200, \frac{d}{dx(\Delta)} < 0$ ;
- Erro máximo de 6%:  $0 > \Delta > -0,007, \frac{u_{\tau d}}{v} \leq 200, \frac{d}{dx(\Delta)} < 0$ ;

ii) Gradiente desfavorável longitudinal de pressão

- Erro máximo de 3%:  $0 < \Delta < 0,01, \frac{u_{\tau d}}{v} \leq 200$ ;
- Erro máximo de 6%:  $0 < \Delta < 0,015, \frac{u_{\tau d}}{v} \leq 250$ ;

Para um escoamento com um gradiente favorável longitudinal de pressão a verificação do parâmetro  $\frac{d}{dx(\Delta)} < 0$  garante que não ocorre relaminarização do escoamento.

É também importante salientar que, no caso de gradientes longitudinais de pressão favoráveis ou desfavoráveis, a medição da tensão superficial com recurso ao tubo de Preston e à curva de calibração de Patel, apresenta valores sobrestimados da tensão superficial.

Duffy & Norbury (1967) examinaram a possibilidade de medir a tensão superficial através da utilização dum *Static Hole Pair*, que consiste em duas tomadas de pressão estática, de dimensões diferentes e que por isso adquirem leituras de pressão estática também diferentes. A diferença de pressão estática observada nas tomadas de pressão estática de tamanhos diferentes é uma função da tensão superficial, ou seja, pela diferença de pressão estática obtida nessas tomadas é possível obter a tensão superficial. Este método para medir a tensão superficial foi utilizado na presença de gradientes favoráveis longitudinais de pressão e os valores da tensão superficial observada foram comparados com os que foram obtidos através do tubo de Preston. No estudo realizado por Duffy & Norbury (1967) uma das conclusões a que os autores chegaram foi que os tubos de Preston com diâmetro maior induzem a resultados da tensão superficial que normalmente são inferiores aos que são obtidos com tubos de Preston de menor diâmetro. Este facto deve-se à possibilidade do tubo de Preston apresentar dimensões que ultrapassam a espessura da camada limite.

Bertelrud (1975) refere que as variáveis  $x^*$  e  $y^*$  da curva de calibração de Preston, representam o parâmetro adimensional da pressão e da tensão superficial, respetivamente, na sua forma logarítmica e portanto são menos adequados para avaliar a precisão das medições (pressão estática e, conseqüentemente, tensão superficial) do que outras variáveis que foram propostas mais recentemente por Head e Vasanta Ram (1971) e Bradshaw e Unsworth (1973). Deste modo, Bertelrud (1975) propôs-se avaliar qual a dependência que uma curva de calibração apresenta em relação à localização e à forma como a pressão estática é medida. Nesse sentido, Bertelrud (1975) fez uma réplica dos ensaios realizados por Patel (1965), em que utilizou diâmetros do tubo de Preston de dimensões diferentes, para obter a curva de calibração de Patel e reparou que a presença do tubo de Preston influenciava as medições da pressão estática que eram efetuadas na proximidade deste, o que induzia alguma incerteza em relação às medições. Assim, Bertelrud (1975) concluiu que as variáveis  $x^*$  e  $y^*$  da curva de calibração de Patel são verificadas, mas no entanto tem que se ter cuidado na forma como se realiza a medição da pressão estática, para esta não ser influenciada pela presença do tubo de Preston.

Ackerman et al. (1994) realizaram um estudo em que desenvolveram um *Preston-Static tube* para a medição da tensão superficial. Conforme se pode verificar pela observação da Figura 1.2., o *Preston-Static tube* é constituído por dois canais, em que num canal ocorre a medição da pressão total ( $p_{tot}$ ), e noutro a medição da pressão estática ( $p_s$ ). Para o estudo desenvolvido por Ackerman et al. (1994) foram utilizados: dois tubos de Preston normais de diâmetro diferente; dois *Preston-Static tube* também de diâmetro diferente; duas tomadas de pressão estática. Os tubos de Preston convencionais e o *Preston-Static tube* foram colocados numa conduta circular de PVC através duma perfuração, sendo que as tomadas de pressão estática situavam-se a um metro de distância uma da outra.

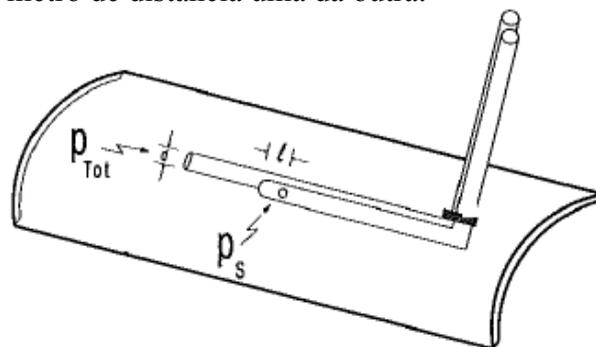


Figura 1.2. Esquema representativo dos *Preston-Static Tube* (Ackerman et al., 1994).

Nos primeiros ensaios os tubos de Preston convencionais foram colocados na zona superior e inferior da conduta circular com o objetivo de testar: se existiam diferenças nas leituras entre os tubos de diferentes diâmetros; se havia diferenças nas leituras quando os tubos estavam localizados na zona superior e inferior da conduta; e para calibrar os tubos de Preston. No segundo conjunto de ensaios, o *Preston-Static tube* foi colocado na zona superior da conduta para determinar se existem diferenças entre a pressão estática medida pelo *Preston-Static tube* e a que é medida pelas tomadas de pressão estática. Ambas as experiências foram repetidas para diferentes caudais.

Ackerman et al. (1994) indica que nas suas experiências obteve uma curva de calibração similar às de Preston (1954), de Patel (1965) e de Bertelrud (1975).

Através dos ensaios realizados foi possível concluir que no caso dos tubos de Preston convencionais estarem localizados na parte superior ou inferior da conduta, e/ou apresentarem diferentes diâmetros, a tensão superficial medida não apresenta diferenças. Uma vez que a novidade do estudo realizado por Ackerman et al. (1994) era a utilização de *Preston-Static tubes* para a medição da tensão superficial foi necessário realizar uma comparação entre a pressão estática obtida pelos *Preston-Static tubes* e as tomadas de pressão estática. Após uma análise dos dados, aqueles autores concluíram que as diferenças que se verificam entre ambas as ferramentas de medição eram cerca de 1,6%. Introduzindo, a diferença medida entre a pressão total do tubo de Preston convencional e os valores das pressões estáticas medidos pelo *Preston-Static tubes* e pelas tomadas de pressão estática na curva de calibração sugerida por Preston (1954), confirmou-se que a tensão superficial apresentava valores muito semelhantes em ambos os casos.

Kornilov et al. (2002) efetuaram uma análise comparativa de diferentes métodos diretos (tubo de Preston, barreira na sub-camada) e indiretos (elemento flutuante e *Optical method (GISF)*) para medir a tensão superficial na camada limite turbulenta dum fluido incompressível, em escoamento sobre uma placa plana que está sujeita a gradientes longitudinais de pressão favoráveis e desfavoráveis não muito acentuados. Segundo Kornilov et al. (2002) os métodos considerados (tubo de Preston, barreira na sub-camada, elemento flutuante e *Optical method (GISF)*) são aproximadamente equivalentes e são bem sucedidos na presença de gradientes longitudinais de pressão favoráveis e desfavoráveis não

muito acentuados. Naquele estudo foi verificado que o comportamento do tubo de Preston em condições de gradientes longitudinais de pressão favoráveis e desfavoráveis não muito acentuados não pode ser completamente entendido, sendo que apenas a simplicidade e a alta confiabilidade desta técnica são confirmadas.

No Anexo A é apresentada a Figura A.1, que resume as diferentes técnicas que podem ser utilizadas para a medição da tensão de corte superficial.

### **1.1.2. Sondas de Irwin**

Irwin (1981) desenvolveu um sensor com o objetivo de analisar o comportamento do vento ao nível pedestre, através da medição da velocidade média do vento e das flutuações de baixa frequência nas proximidades de uma superfície, sendo que essas medições podiam ocorrer em todas as direções, uma vez que as sondas desenvolvidas (sondas de Irwin) era omnidirecionais. Estas sondas podem ser também utilizadas para medir a tensão superficial, recorrendo para isso a uma curva de calibração. Para realizar a calibração das sondas, Irwin (1981) gerou uma camada limite turbulenta num túnel de vento e colocou as sondas numa superfície plana e lisa e recorreu a um sistema automatizado Scanivalve que permite que a aquisição de dados fosse feita de uma forma mais rápida. A calibração de sondas foi realizada tendo em conta que numa região muito perto da superfície plana e lisa, o perfil de velocidade média obedece às leis da camada limite (lei da sub-camada laminar, lei da camada tampão e lei logarítmica). Deste modo, Irwin (1981) refere que foi possível calibrar as sondas relacionando a medição da diferença de pressão média,  $\Delta p$ , com as medições das tensões superficiais obtidas com recurso ao método de Patel (1965) e ao método de Clauser (1954). Esta calibração foi realizada considerando uma configuração padrão de  $\frac{h}{d_i} = 1$ , em que  $h$  é a altura do tubo da sonda acima da superfície e  $d_i$  é o diâmetro do tubo da sonda, contudo Irwin (1981) verificou que mesmo para diferentes relações de  $\frac{h}{d_i}$  a curva de calibração era idêntica. No sentido de confirmar os resultados obtidos, os valores das sondas de Irwin foram comparados com os obtidos através de medições feitas com anemómetros de fio quente, tendo verificando-se uma boa concordância.

Monteiro e Viegas (1996) desenvolveram um estudo em que realizaram testes de medição da tensão superficial com recurso a sondas do tipo Irwin e a tubos de Preston. Os testes foram realizados numa conduta onde foram gerados gradientes longitudinais de

pressão favoráveis e desfavoráveis e tinham como instrumento de referência um anemómetro de fio quente. O principal objetivo daquele estudo foi a obtenção duma estimativa dos erros de medição da tensão superficial, quando se utiliza a sonda de Irwin para medir a tensão superficial em escoamentos sujeitos a gradientes longitudinais de pressão. Nesse sentido, Monteiro e Viegas (1996) recorreram ao parâmetro  $\Delta$ , sugerido por Patel (1965) que, como já foi referido anteriormente, mede a severidade com que o gradiente longitudinal de pressão afeta o fluido na zona da camada limite e permite também saber qual o intervalo de erro que está associado à medição da tensão superficial. Para o estudo do comportamento das sondas (tubo de Preston, sondas de Irwin) em condições de gradientes desfavoráveis longitudinais de pressão recorreu-se a uma conduta de secção transversal divergente, enquanto que para o estudo do comportamento das mesmas sondas em condições de gradientes favoráveis longitudinais de pressão utilizaram-se duas opções: uma conduta de secção transversal convergente e uma conduta de secção transversal constante que contém a presença dum obstáculo bidimensional posicionado perpendicularmente ao escoamento. As sondas de Irwin utilizadas para o estudo tinham três geometrias, em que a única diferença entre elas era a altura  $h$  a que o tubo da sonda estava acima da superfície. Estas sondas de Irwin e os tubos de Preston foram testados para diferentes distâncias entre o ponto onde o escoamento muda de condições e o ponto onde estes instrumentos se localizam. No caso de gradientes favoráveis longitudinais de pressão, Monteiro e Viegas (1996) referem que, para as mesmas condições de ensaio, as sondas de Irwin e os tubos de Preston tem um comportamento semelhante e o intervalo de erro na medição da tensão superficial sugerido por Patel (1965) para os tubos de Preston é idêntico para ambos os instrumentos. Nestas condições de ensaio foram também realizados testes para três sondas de Irwin que apresentam geometrias diferentes, e verificou-se que a sonda que tem uma menor altura do tubo acima da superfície era a mais sensível à presença de gradientes favoráveis longitudinais de pressão. Para o caso de gradientes desfavoráveis longitudinais de pressão verifica-se que, tal como no caso de gradientes favoráveis longitudinais de pressão, as sondas de Irwin e os tubos de Preston têm um comportamento semelhante, sendo que para o mesmo valor do parâmetro  $\Delta$ , quanto maior é a distância que se verifica entre a sonda e o local onde ocorre a mudança das condições do escoamento, maior é o erro na medição da tensão superficial. Os testes

realizados para as três sondas de Irwin que apresentam geometrias diferentes nestas condições, não apresentam uma tendência particular entre elas. Monteiro e Viegas (1996) também registaram os perfis de velocidade para os diversos gradientes de pressão e concluíram que no local onde estavam posicionadas as sondas, o valor da tensão superficial medido foi o mesmo, o que confirma a tendência observada nos comportamentos da sonda de Irwin e tubo de Preston.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo inicia-se com uma abordagem de como são originados os gradientes longitudinais de pressão nulos, desfavoráveis e favoráveis, que são utilizados para a medição da tensão superficial. Seguidamente, é feita uma pequena abordagem acerca das diferenças que ocorrem entre um escoamento numa conduta circular e numa conduta de secção transversal retangular, definindo um parâmetro característico, o diâmetro hidráulico,  $D_h$ , que permite que as leis de fricção, estabelecidas para escoamentos em condutas de secção circular sejam aplicados para escoamentos em condutas de secção transversal retangular, com boa aproximação, desde que para isso o diâmetro da conduta circular,  $D$ , seja substituído pelo diâmetro hidráulico  $D_h$  (Brederode, 2014). Posteriormente, é introduzido o conceito de escoamento desenvolvido e a sua importância para as medições da tensão superficial. Por fim, é apresentado o conceito de camada limite, que é a região onde são feitas as medições da tensão superficial.

Nesta secção da dissertação a maioria das terminologias adotadas são as utilizadas por Brederode (2014).

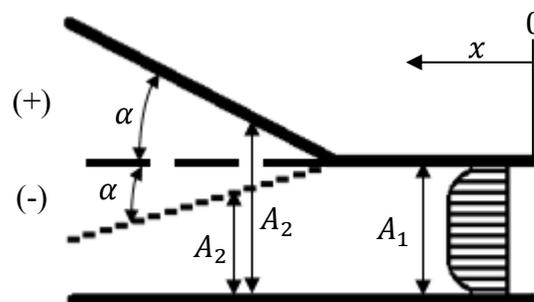
### 2.1. Escoamentos com gradientes longitudinais de pressão nulos, desfavoráveis e favoráveis

Como foi referido na secção 1, no presente trabalho pretende-se a medição da tensão superficial numa conduta que está sujeita a gradientes longitudinais de pressão nulos, desfavoráveis e favoráveis, sendo que o principal foco de estudo é a medição da tensão superficial na presença de gradientes longitudinais de pressão. Nesse sentido, torna-se importante explicar o que são gradientes longitudinais de pressão desfavoráveis e favoráveis.

Um gradiente desfavorável longitudinal de pressão desfavorável verifica-se quando o gradiente de pressão,  $\frac{dp}{dx}$ , for positivo, o que significa que a pressão aumenta ao longo do sentido longitudinal da conduta. Uma vez que o escoamento deveria ocorrer no sentido das altas para as baixas pressões, um gradiente positivo de pressão vai opor-se ao movimento

natural do escoamento, aliando-se ao efeito viscoso da camada limite no sentido de retardar o escoamento (Oliveira e Lopes, 2012). De forma semelhante, um gradiente favorável longitudinal de pressão verifica-se quando o gradiente de pressão,  $\frac{dp}{dx}$ , for negativo, isto é, a pressão diminui ao longo do sentido do escoamento. Neste caso, o gradiente de pressão vai favorecer o movimento natural do escoamento (Oliveira e Lopes, 2012).

Para originar gradientes desfavoráveis longitudinais de pressão, será, no presente trabalho utilizada uma conduta de secção transversal retangular, que apresenta uma secção divergente, enquanto que, para originar gradientes favoráveis longitudinais de pressão, a mesma conduta apresentará uma secção convergente. Na Figura 2.1 mostra-se uma representação esquemática da conduta utilizada para ambos os casos.



**Figura 2.1.** Representação esquemática das diferentes geometrias utilizadas para originar os gradientes longitudinais de pressão (adaptado de Monteiro e Viegas, 1996).

Pela análise do balanço de Bernoulli, para um escoamento potencial (Oliveira e Lopes, 2012):

$$U_e \frac{dU_e}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}, \quad (2.1)$$

onde,  $U_e$ , é a velocidade do escoamento potencial, verifica-se que para um gradiente positivo de velocidade potencial, corresponde um gradiente negativo de pressão, e vice-versa. Assim, pela equação da continuidade e com recurso à Figura 2.1 (Oliveira e Lopes, 2012):

$$A_1 U_1 = A_2 U_2, \quad (2.2)$$

onde  $A_1$  é a área da secção transversal da conduta, na zona onde a conduta tem uma altura constante,  $U_1$  é a velocidade média do escoamento nessa zona segundo a direção  $Ox$ ,  $A_2$  representa a área da secção transversal da conduta no lugar onde estará localizado o tubo de Preston e  $U_2$  é o valor da velocidade média do escoamento no local onde se encontra o tubo de Preston, é possível concluir que, para o caso em que a conduta é divergente ( $A_2 > A_1$ ), a

velocidade  $U_2$  é menor que a velocidade  $U_1$ , e, de forma análoga, para uma conduta convergente ( $A_2 < A_1$ ), a velocidade  $U_2$  é maior que a velocidade  $U_1$ . Deste modo, para o caso duma conduta divergente, vamos ter um gradiente negativo da velocidade média do escoamento e, de acordo com a equação (2.1), daí resultará um gradiente positivo longitudinal de pressão, que é considerado um gradiente desfavorável. De forma semelhante, para o caso duma conduta convergente, vamos ter um gradiente positivo da velocidade média do escoamento e, com recurso à equação (2.1), é possível concluir que será originado um gradiente negativo longitudinal de pressão, que é considerado um gradiente favorável.

Quando a conduta apresenta uma secção transversal constante, também ocorre uma variação da pressão ao longo do comprimento da conduta, mas que nesse caso é constante, uma vez que não ocorre variação da velocidade média do escoamento, e a variação da pressão, resulta da perda de carga, por ação do atrito visco. Nesse caso, diz-se que o gradiente longitudinal de pressão é nulo, já que, assumindo o escoamento como potencial, a variação da pressão será nula, uma vez que no escoamento potencial as perdas por atrito são consideradas como nulas.

## **2.2. Escoamentos em condutas não circulares**

Os escoamentos que ocorrem em condutas não circulares, que é o caso do escoamento em estudo, são mais complexos do que os escoamentos em condutas circulares (Brederode, 2014). O escoamento numa conduta de secção transversal retangular é mais complexo pelo facto de existirem fluxos secundários próximos dos cantos. Esses fluxos secundários tendem a drenar fluído com maior quantidade de movimento para os cantos, e por continuidade, a transportar fluido com menor quantidade de movimento para fora dos cantos ao longo das paredes (Brederode, 2014). Pelo facto de existir uma grande quantidade de informação acerca dos escoamentos que ocorrem em condutas circulares, tenta-se estabelecer uma analogia entre esses escoamentos e aqueles que ocorrem em condutas de secção transversal não circular, utilizando-se para isso o conceito de diâmetro hidráulico (Brederode, 2014). O parâmetro de comprimento característico, diâmetro hidráulico ( $D_h$ ), é dado pela seguinte relação (White, 2002):

$$D_h = \frac{4A}{P_m}, \quad (2.3)$$

onde  $A$  representa a área da secção transversal da conduta e  $P_m$  o perímetro molhado, que representa todas as superfícies sobre as quais a tensão superficial actua. Uma vez que a conduta em estudo é retangular, o perímetro molhado é dado por:

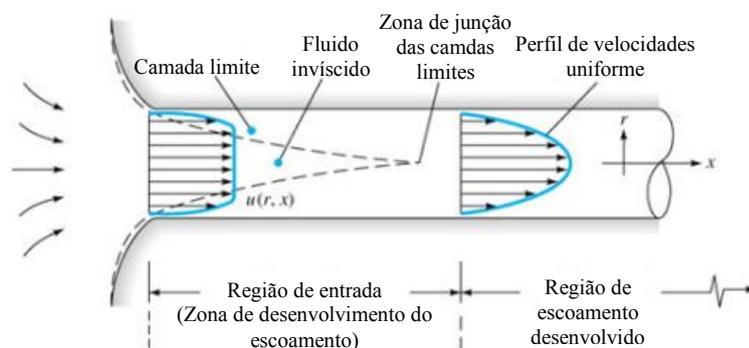
$$P_m = 2 \times (H + L), \quad (2.4)$$

em que  $H$  representa a altura da secção transversal da conduta e  $L$  a largura da secção transversal da conduta.

Para escoamentos turbulentos em condutas com igual diâmetro hidráulico, produz-se, para a mesma velocidade média e, portanto, para o mesmo número de Reynolds, valores de  $\lambda$  (coeficiente de perda de carga) muito próximos. Desta forma, é possível concluir que as leis de atrito estabelecidas para escoamentos em condutas de secção circular podem ser aplicadas em escoamentos em condutas de secção transversal retangular, com boa aproximação, desde que para isso o diâmetro da conduta circular,  $D$ , seja substituído pelo diâmetro hidráulico  $D_h$  (Brederode, 2014).

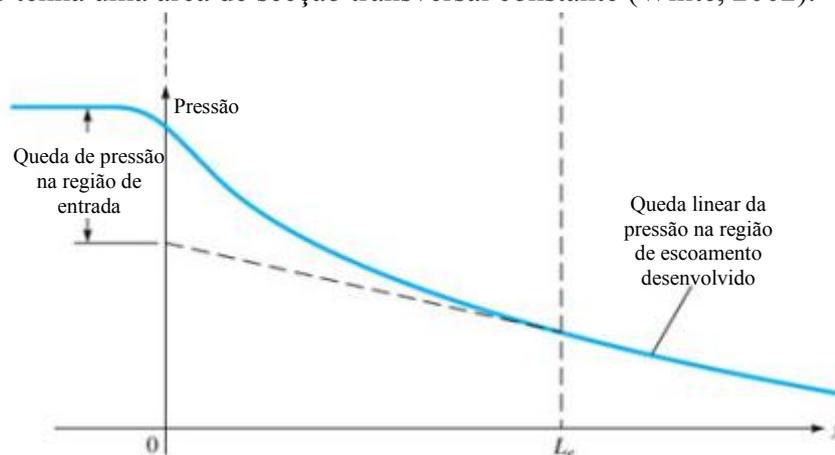
### 2.3. Região de entrada e escoamento desenvolvido

Na Figura 2.2 encontra-se representado o escoamento no interior de uma conduta, que pode ser dividido em duas zonas: região de entrada e região de escoamento desenvolvido, de acordo com o comportamento do fluido ao longo da conduta (Oliveira & Lopes, 2012).



**Figura 2.2.** Representação esquemática das regiões de entrada e de escoamento desenvolvido no interior de uma conduta (White, 2002).

Oliveira e Lopes (2012) referem que quando um fluido converge para o interior duma conduta apresenta, nessa fase, um perfil de velocidades aproximadamente uniforme. Contudo, com a progressão do fluido ao longo da conduta, devido ao atrito provocado pelas paredes, onde a condição de aderência parietal impõe que a velocidade do fluido seja nula, o perfil de velocidades vai alterando-se. A principal causa da alteração do perfil de velocidades deve-se ao efeito do atrito que retarda o fluido na vizinhança das paredes devido à viscosidade. Esse efeito de retardamento é transmitido de uma forma gradual a todo o fluido, o que se traduz numa progressiva diminuição da importância do núcleo central invíscido ao longo do comprimento da conduta (Oliveira e Lopes, 2012). Desta forma, a espessura da camada limite (região afetada pela viscosidade) cresce, no sentido do escoamento, até esta preencher a totalidade do domínio. Quando a espessura da camada limite preencher a totalidade do domínio, estão reunidas as condições, após uma fase de reajuste, para que o perfil de velocidade deixe de depender da coordenada axial e se encontre completamente desenvolvido. Essa situação é verificada para valores de  $x$  superiores a  $L_e$ , em que  $L_e$  representa o comprimento da região de entrada (Oliveira e Lopes, 2012). Na região de escoamento desenvolvido, como se pode verificar na Figura 2.3, a pressão decresce linearmente como o aumento de  $x$  e a tensão superficial passa a ser constante, caso a conduta em estudo tenha uma área de secção transversal constante (White, 2002).



**Figura 2.3.** Representação esquemática da variação da pressão na região de entrada e de escoamento desenvolvido no interior de uma conduta (White, 2002).

A região de entrada apresenta um comprimento menor em regime turbulento do que em regime laminar, uma vez que em regime turbulento, as tensões de Reynolds são mais

elevadas, o que facilita a troca da quantidade de movimento em diferentes regiões do escoamento. O cálculo do comprimento de entrada,  $L_e$ , depende do número de Reynolds, e pode ser obtido, para regime turbulento ( $Re_d > 2300$ ), através da seguinte relação (Oliveira e Lopes, 2012):

$$\frac{L_e}{D} \approx 4.4 (Re_d)^{1/6}, \quad (2.5)$$

onde,  $Re_d$  representa o número de Reynolds em função do diâmetro da conduta de secção circular, sendo que no caso em estudo o diâmetro da conduta de secção circular é substituído pelo diâmetro hidráulico. Desta forma, a equação (2.5) passa a ser expressa na seguinte forma:

$$\frac{L_e}{D_h} \approx 4.4 (Re_{D_h})^{1/6}, \quad (2.6)$$

em que  $Re_{D_h}$  é o número de Reynolds expresso em função do diâmetro hidráulico, e é dado pela seguinte equação:

$$Re_{D_h} = \frac{U_1 D_h}{\nu}. \quad (2.7)$$

É também de salientar que é na região do escoamento desenvolvido que todas as medições devem ser efetuadas, uma vez que aí a tensão superficial deixa de depender da distância a que se encontra da entrada da conduta (Cengel e Cimbala, 2005).

## 2.4. Camada limite em regime turbulento

### 2.4.1. Estrutura de uma camada limite turbulenta

Brederode (2014) refere que o comportamento de um escoamento turbulento é controlado por turbilhões de grandes dimensões, que apresentam características que dependem das condições de fronteira. Deste modo, torna-se impossível determinar modelos de turbulência genéricos ou estabelecer leis semi-empíricas que acompanhem a variação dos parâmetros definidores ao longo de todo o domínio. Assim, deve-se procurar subdividir o escoamento em zonas que apresentem características semelhantes e, se possível, estabelecer leis semi-empíricas nessas zonas. Se não for possível estabelecer leis semi-empíricas, deve-se determinar relações dimensionais, entre as propriedades físicas do fluido e as diferentes escalas de comprimento e de velocidade do campo turbulento, nas zonas que apresentam

---

características semelhantes (Brederode, 2014). Por sua vez, uma análise dimensional será mais fácil em regiões do escoamento cujas características apenas dependem de ocorrências locais, ou seja, zonas do escoamento onde não se sente efeitos de história do escoamento (Brederode, 2014). As regiões do escoamento onde não se sente efeitos de história do escoamento são as regiões que se encontram na vizinhança de uma parede sólida, uma vez que os turbilhões nessa região têm dimensões pequenas, pelo facto de estarem condicionados pela distância à parede. O facto de nessa região estarmos na presença de turbilhões de dimensões pequenas, permite que a troca de informações para e dessas regiões seja desprezável, encontrando-se essa região do escoamento em condições de equilíbrio local. Uma vez que a região em condições de equilíbrio local se encontra na proximidade de uma parede, é então designada por camada de parede (Brederode, 2014).

As regiões em condições de equilíbrio local só existem em escoamentos de camada limite, sendo que uma camada limite turbulenta pode-se considerar constituída por duas camadas que apresentam características diferentes: uma camada interior, que se encontra em condições de equilíbrio local, e uma camada exterior onde se sentem os efeitos de história (Brederode, 2014). Na secção seguinte (2.4.1.1) será feita uma abordagem mais profunda sobre a camada interior, que é aquela que apresenta maior importância no estudo em análise, uma vez que a tensão de corte superficial é medida na vizinhança da parede. A camada interior deverá apresentar as mesmas características para os casos em que os escoamentos ocorrem na presença de uma superfície sólida, quer o escoamento seja exterior tipo camada limite ou ocorra no interior duma conduta (Brederode, 2014).

#### **2.4.1.1. Camada interior**

Para analisar o comportamento de um escoamento de camada limite na região da camada interior, em condições de equilíbrio local, recorreu-se, por uma questão de simplicidade, a um escoamento desenvolvido tipo Couette, onde a equação da quantidade de movimento é dada por (Brederode, 2014):

$$\frac{d\tau}{dy} + \frac{dp}{\partial x}, \quad (2.8)$$

onde,  $\frac{d\tau}{dy}$  representa a variação da tensão de superfície segundo o eixo  $Oy$ , e  $\frac{dp}{dx}$  a variação da pressão segundo o eixo  $Ox$ . Esta simplificação da equação da quantidade de movimento resulta dos termos de inércia que foram anulados (dedução disponível no Anexo B) (Brederode, 2014).

Brederode (2014) refere que, em regime turbulento, a tensão de corte,  $\tau$ , que é sentida nas proximidades de uma parede, é definida por dois fluxos difusivos de quantidade de movimento, um de carácter molecular,  $\tau_{lam}$ , e outro de carácter turbulento,  $\tau_{turb}$ , que resultam numa tensão de corte total,  $\tau_t$ . Desta forma, a tensão de corte total é expressa na seguinte equação (Brederode, 2014):

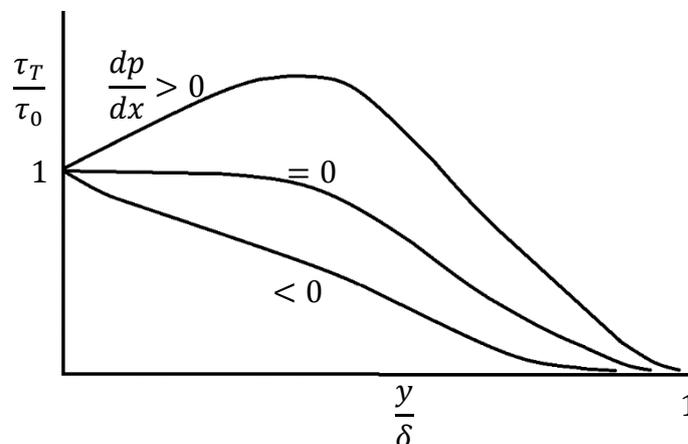
$$\tau_T = \tau_{lam} + \tau_{turb} = \mu \frac{\partial U}{\partial y} - \rho \overline{u'v'}, \quad (2.9)$$

em que  $\tau_{lam} \approx \mu \frac{\partial U}{\partial y}$ , representa a difusão molecular ao longo do eixo  $Oy$ , e  $\tau_{turb} = -\rho \overline{u'v'}$ , caracteriza as tensões de Reynolds que têm  $x$  como a direcção principal do escoamento, e  $y$  como a direcção normal à parede. Estas tensões de Reynolds funcionam como um mecanismo adicional de troca de quantidade de movimento entre diferentes regiões do escoamento (Oliveira e Lopes, 2012).

Se for realizada uma integração da equação (2.9), ao longo da espessura da camada limite,  $\delta$ , obtém-se a seguinte expressão (Brederode, 2014):

$$\tau_T = \tau_0 + \frac{dp}{dx} y, \quad (2.10)$$

em que  $\tau_0$  é a tensão superficial na parede, ou seja, a tensão que irá ser medida através do tubo de Preston.



**Figura 2.4** Perfis de tensão de corte total em camadas limites turbulentas para diferentes gradientes de pressão (Brederode, 2014).

Através da análise da equação (2.10) e da Figura 2.4, verifica-se que a variação da tensão de corte total é linear, enquanto for válida a condição de equilíbrio local, isto é, para valores de  $\frac{y}{\delta}$  pequenos (Brederode, 2014). Quando os valores de  $\frac{y}{\delta}$  começam a aumentar, isto é, o escoamento na camada limite começa a aproximar-se do escoamento potencial exterior, começa a verificar-se uma certa inclinação que é controlada pelo gradiente longitudinal de pressão (Brederode, 2014). Nesta fase, o valor da tensão de corte começa também a tender para zero. No caso, em que  $\frac{dp}{dx}$  não apresenta valores muito elevados, na camada da parede, pode considerar-se que a tensão de corte total é semelhante à tensão superficial na parede (Brederode, 2014). Devido a este facto, a camada de parede, é por vezes designada por camada de tensão constante (Brederode, 2014). Na Figura 2.4, pode-se também observar a variação da tensão de corte total ao longo da espessura da camada limite, na presença de gradientes longitudinais de pressão, verificando-se que o quociente entre a tensão de corte total e a tensão superficial atinge valores máximos na presença de gradientes desfavoráveis longitudinais de pressão, e mínimos na presença de gradientes favoráveis longitudinais de pressão (Brederode, 2014).

Na vizinhança da parede, a dimensão máxima dos grandes turbilhões é pequena, o que permite que a troca de informações para a vizinhança da parede e dessa região para outras seja desprezável, tornando-se deste modo a contribuição turbulenta desprezável para a tensão superficial, quando comparada com a laminar. Além disso, as componentes de flutuação  $u'$  e  $v'$ , que representam respetivamente o desvio da velocidade  $u$  e  $v$  em relação ao valor médio de  $U$  e  $V$ , devem ser zero na zona da parede. Desta forma, a equação (2.9) irá resultar em (Brederode, 2014):

$$\tau_T \approx \tau_0 \approx \mu \frac{\partial U}{\partial y}. \quad (2.11)$$

Se for realizada a integração da equação (2.11), em função de  $y$ , obtém-se o perfil de velocidade média (Brederode, 2014):

$$U = \frac{\tau_0 y}{\mu}, \quad (2.12)$$

tendo em conta que a viscosidade dinâmica,  $\mu$ , é dada por:

$$\mu = \nu\rho, \quad (2.13)$$

em que  $\nu$  é a viscosidade cinemática, é agora possível, escrever o perfil de velocidades em função de grandezas cinemáticas:

$$U = \frac{\tau_0 y}{\rho\nu}, \quad (2.14)$$

sendo que, adimensionalizando  $U$ , vamos obter a seguinte relação de variação linear do campo de velocidades médias (Brederode, 2014):

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{u_\tau y}{\nu}, \quad (2.15)$$

onde, como já foi referido na secção 1.1,  $u_\tau \approx \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$  representa a velocidade de atrito e que desempenhará o papel de uma escala velocidades locais que foi construída a partir de  $\tau$ .

A relação obtida na equação (2.15) é válida até valores de  $\frac{u_\tau y}{\nu}$  na ordem de 5, sendo aplicável na região de sub-camada linear, em que a velocidade varia linearmente com a distância à parede.

Com o aumento da distância à parede, o efeito viscoso deixará de ser significativo, tendo-se verificado que para valores de  $\frac{u_\tau y}{\nu} > 30 - 50$ , as tensões de corte são quase na totalidade de origem turbulenta. Nesta região do escoamento a velocidade média do escoamento depende da coordenada  $y$ , da escala de velocidades  $u_\tau$ , bem como das propriedades do fluido  $\nu$  e  $\rho$ , sendo que a massa volúmica do fluido já se encontra contemplada em  $u_\tau$  e  $\nu$ . Assim, uma análise dimensional, das grandezas  $U$ ,  $u_\tau$ ,  $y$  e  $\nu$  permite obter a seguinte distribuição de velocidade:

$$\frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right), \quad (2.16)$$

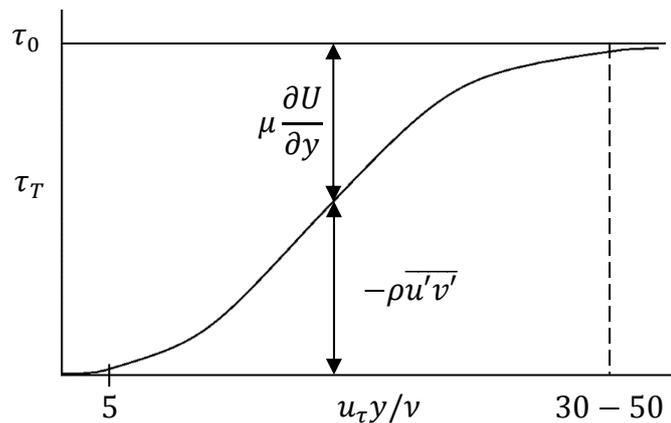
neste caso, o gradiente transversal de velocidades é dado por (Brederode, 2014):

$$\frac{\partial U}{\partial y} = u_\tau \frac{u_\tau}{\nu} f'\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right) = \frac{u_\tau}{y} \left[ \frac{u_\tau y}{\nu} f'\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right) \right] = \frac{u_\tau}{y} g\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right), \quad (2.17)$$

sendo que, com recurso à via experimental, inferiu-se, que na região contemplada,  $g\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right)$  é constante, e igual a  $\frac{1}{K}$ , em que  $K$  é a constante de von-Kármán. Deste modo, o gradiente transversal de velocidades, é agora dado por (Brederode, 2014):

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{u_\tau}{Ky}. \quad (2.18)$$

Como já foi referido anteriormente, tendo em conta que na região em que  $\frac{u_\tau y}{\nu} > 30 - 50$ , as tensões de corte são maioritariamente de carácter turbulento, isto é,  $\tau_T \approx -\rho \overline{u'v'}$ , seria expectável que aí apenas as tensões de Reynolds estejam relacionadas com o gradiente de velocidade média, e que desse modo a viscosidade, ou mais propriamente  $\frac{u_\tau y}{\nu}$ , não afectasse o gradiente de velocidade média, o que se verificou experimentalmente (Brederode, 2014). Esta evolução das tensões de corte de nível molecular e turbulento encontra-se representada na Figura 2.5.



**Figura 2.5.** Evolução das tensões de corte de nível molecular e turbulento na sub-camada viscosa de uma camada limite em gradiente nulo (Brederode, 2014).

Pela integração da equação (2.18) e recorrendo à relação da distribuição de velocidades estabelecida na equação (2.16), obtém-se a chamada lei logarítmica (Brederode, 2014):

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{K} \ln \frac{u_\tau y}{\nu} + C, \quad (2.19)$$

onde os valores para as constantes empíricas  $K$  e  $C$ , são 0,41 e 5,2, respectivamente (Brederode e Bradshaw, 1978). Esta lei é válida a partir de  $\frac{u_\tau y}{\nu} = 30 - 50$  (Brederode, 2014). Segundo Oliveira e Lopes (2012), se os gradientes longitudinais de pressão não forem muito acentuados, a lei logarítmica poderá ser adotada também na camada exterior. Para o caso em estudo, em que se realiza a medição da tensão superficial recorrendo à calibração

de Patel (1965), a lei logarítmica representa uma boa aproximação para a camada limite exterior, pois, como já foi referido, Patel (1965) obteve um perfil de velocidade média teórico (lei logarítmica), que está de acordo com o perfil de velocidade média obtido experimentalmente, isto quando os gradientes longitudinais de pressão são nulos. Na presença de gradientes longitudinais de pressão desfavoráveis e favoráveis, Patel (1965) estabeleceu limites para esses gradientes, de forma que o perfil logarítmico apresente apenas um desvio irrelevante em relação ao perfil de velocidades média.

A lei da parede, equação (2.16), que permite obter a lei da camada sub-camada linear, a lei logarítmica, entre outras, que não se encontram referidas, em conjunto com a condição de equilíbrio local, serve de auxílio a técnicas experimentais usadas para medir a tensão de superficial,  $\tau_0$ . Esta lei de parede foi também deduzida para uma superfície lisa, sendo que se a superfície for rugosa, a distribuição de velocidades irá ser alterada devido à dimensão, grau de uniformidade, geometria e densidade das rugosidades (Brederode, 2014). Pelo facto de já terem sido realizados testes na conduta que foi utilizada, sabe-se à partida, que o escoamento se comporta como se desenvolvesse ao longo de uma superfície lisa.

Após uma análise do comportamento das tensões de corte ao longo da camada limite interior, é possível dividir esta camada em três subcamadas (Brederode, 2014):

- a) Sub-camada linear, em que as tensões de corte significativas são de nível molecular  $\left(\frac{u_{\tau}y}{\nu} < 5\right)$ ;
- b) Camada tampão, em que coexistem tensões de corte de nível molecular e turbulento  $\left(5 < \frac{u_{\tau}y}{\nu} < 30 - 50\right)$ ;
- c) Camada de parede, em que existem tensões de corte maioritariamente de nível turbulento  $\left(\frac{u_{\tau}y}{\nu} > 30 - 50\right)$ .

A sub-camada onde as tensões viscosas apresentam relevância é designada sub-camada viscosa, e encontra-se situada até valores de  $\frac{u_{\tau}y}{\nu} = 30 - 50$ .

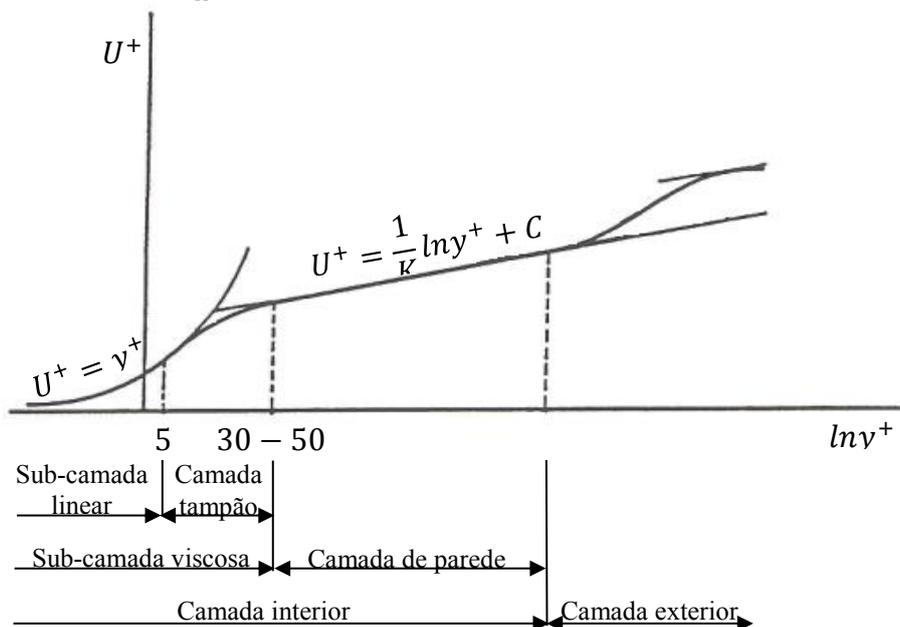
Na próxima secção será feito um resumo dos perfis de velocidade média, com as respetivas leis que os regem e a zona da camada limite interior onde se situam.

#### 2.4.2. Perfil de velocidade média na camada limite turbulenta

Na Figura 2.6, mostra-se a representação do perfil de velocidade, dentro da camada limite turbulenta. O perfil de velocidade, normalmente é representado nas coordenadas semi-

logarítmicas, na forma da lei de parede, ou seja, na forma  $U^+$  vs.  $\ln y^+$ , em que  $U^+ = \frac{U}{u_\tau}$  e  $y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$ . Na Figura 2.6, pode-se então identificar:

- Uma região de sub-camada linear, que apresenta uma variação exponencial,  $U^+ = y^+$ , de acordo com a equação (2.15);
- Uma região tampão, que apresenta uma zona de transição entre a evolução exponencial e a logarítmica;
- Uma camada de parede, que apresenta uma evolução linear,  $U^+ = \frac{1}{K} \ln y^+ + C$ , de acordo com a equação (2.19)
- Uma camada exterior, que no caso em estudo, em que os gradientes de pressão longitudinais são controlados, apresenta uma elevada semelhança à evolução linear,  $U^+ = \frac{1}{K} \ln y^+ + C$ , da camada de parede.



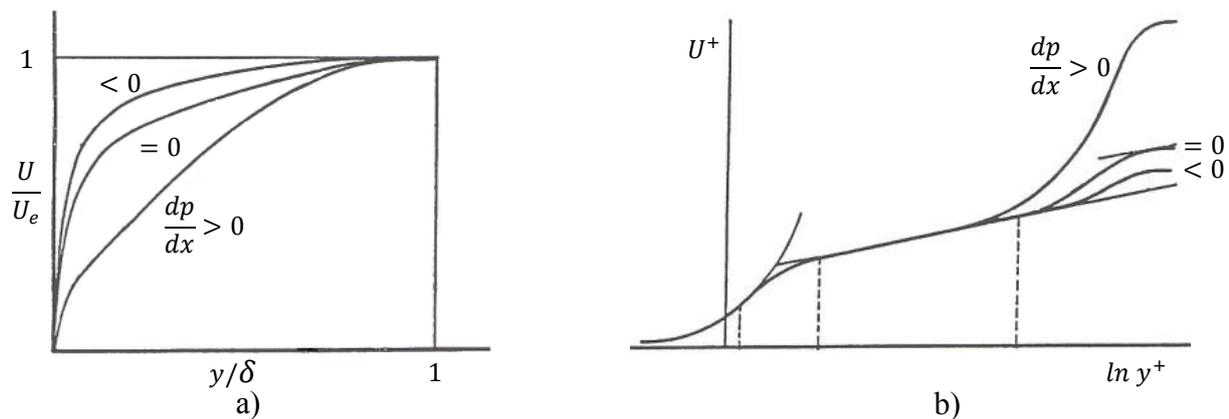
**Figura 2.6.** Perfil de velocidades de uma camada limite turbulenta nas coordenadas semi-logarítmicas da lei da parede (Brederode, 2014).

## 2.5. Evolução de camadas limites turbulentas em gradientes de pressão

O gradiente de pressão influencia o escoamento de tipo camada limite laminar ou turbulento, uma vez que o gradiente de pressão é de natureza invíscida (Brederode, 2014).

Contudo, o efeito do gradiente de pressão é mais forte em regime laminar do que em regime turbulento, devido ao facto do mecanismo adicional de troca de quantidade de movimento entre diferentes regiões do escoamento, as chamadas tensões de Reynolds, serem também mais fortes em regime turbulento do que em regime laminar, facilitando a uniformização do perfil de velocidades médias ao longo da espessura da camada limite (Brederode, 2014).

Na Figura 2.7 estão representados os perfis de velocidade na camada limite turbulenta em função das escalas  $\frac{U}{U_e}$  vs  $\frac{y}{\delta}$  e  $U^+$  vs  $\ln y^+$  (Brederode, 2014).



**Figura 2.7.** Perfis de velocidade de uma camada limite turbulenta em diferentes gradientes de pressão: a) baseado em coordenadas lineares; b) baseado em coordenadas semi-logarítmicas (Brederode, 2014).

Pela análise da Figura 2.7 a), conclui-se que a velocidade média do escoamento,  $U$ , numa determinada cota  $\frac{y}{\delta}$ , apresenta um maior desvio em relação à velocidade potencial do escoamento,  $U_e$ , em gradiente desfavorável do que em nulo, sendo que o desvio em gradiente nulo é também maior do que em gradiente favorável. Passando agora à análise da Figura 2.7 b), verifica-se que o quociente,  $\frac{U}{u_\tau}$ , quando a cota  $y^+$  tende para espessura da camada limite exterior, é maior em gradiente desfavorável do que em nulo, sendo que esse quociente em gradiente nulo é maior do que em gradiente favorável. Deste modo, e de forma análoga, o quociente  $\frac{U_e}{u_\tau}$  será maior em gradiente desfavorável do que em nulo e este menor que em favorável. Uma vez que o coeficiente de tensão de corte superficial depende inversamente do quadrado de  $\frac{U_e}{2u_\tau}$ , pode-se concluir, que o coeficiente de tensão de corte superficial,  $C_f$ , será mínimo para um gradiente de pressão desfavorável e máximo para um gradiente de pressão favorável, sendo que apresenta um valor intermédio para um gradiente de pressão nulo.

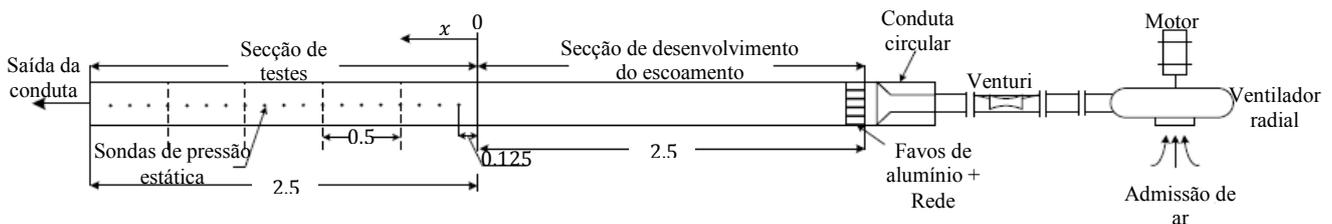
É importante também salientar que o perfil de velocidade média, que é observado na Figura 2.7 b), é uma representação exagerada do caso em estudo, uma vez que, no caso em estudo os gradientes de pressão favoráveis e desfavoráveis são de uma grandeza menor, podendo, inclusive, como foi referido anteriormente, ser representados na camada limite exterior por uma lei logarítmica.



### 3. ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

As atividades experimentais foram desenvolvidas numa conduta de secção transversal retangular de madeira, que se encontrada acoplada a um ventilador radial, através duma conduta circular, sendo que a ligação entre a conduta circular e a conduta de madeira é feita com recurso a uma manga de plástico. No início da conduta de secção transversal de madeira foram colocados favos de abelha de alumínio e uma rede, que tinham como objetivo diminuir os turbilhões gerados na manga de plástico.

A conduta de secção transversal retangular é constituída por duas secções: uma secção responsável pelo desenvolvimento do escoamento com 2,5 m de comprimento; e outra secção onde são realizados os testes de medição da tensão superficial, também com 2,5 m de comprimento. Ambas as secções da conduta estão representadas na Figura 3.1.

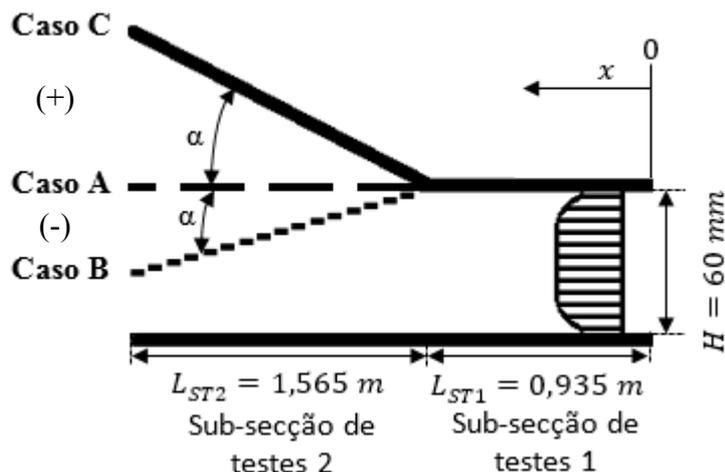


**Figura 3.1.** Esquema do modelo experimental – Vista de top (Faria et al., 2016) (Dimensões em [m]).

A secção que é responsável pela obtenção do escoamento desenvolvido, apresenta uma área da secção transversal retangular constante, em que a altura,  $H$ , é 60 mm e a largura,  $L$ , é 120 mm.

A secção onde são realizados os testes é constituída por duas sub-secções: uma primeira com as mesmas características que a secção onde ocorre o desenvolvimento do escoamento, e que tem 0,935 m de comprimento; outra sub-secção com 1,565 m de comprimento, que se encontra ligada à anterior, através duma rótula, que permite que o topo da conduta fique móvel, e deste modo a altura desta sub-secção possa variar ao longo do comprimento. Na Figura 3.2, é possível observar as duas sub-secções que constituem a secção de testes, bem como as geometrias que permitem originar os gradientes de pressão

desfavoráveis, favoráveis e nulos.



**Figura 3.2.** Esquema das geometrias da conduta para os diferentes casos testados (adaptado de Monteiro e Viegas, 1996).

Como já foi referido anteriormente, nas secções 1 e 2.1, para o caso A, em que a conduta mantém a sua secção constante, os gradientes de pressão serão nulos. No entanto, no caso B, em que a conduta é convergente, serão originados gradientes de pressão favoráveis. No caso C serão originados gradientes de pressão desfavoráveis. Os ângulos  $\alpha$  que serão testados para o caso B e C encontram-se registados na Tabela 3.1.

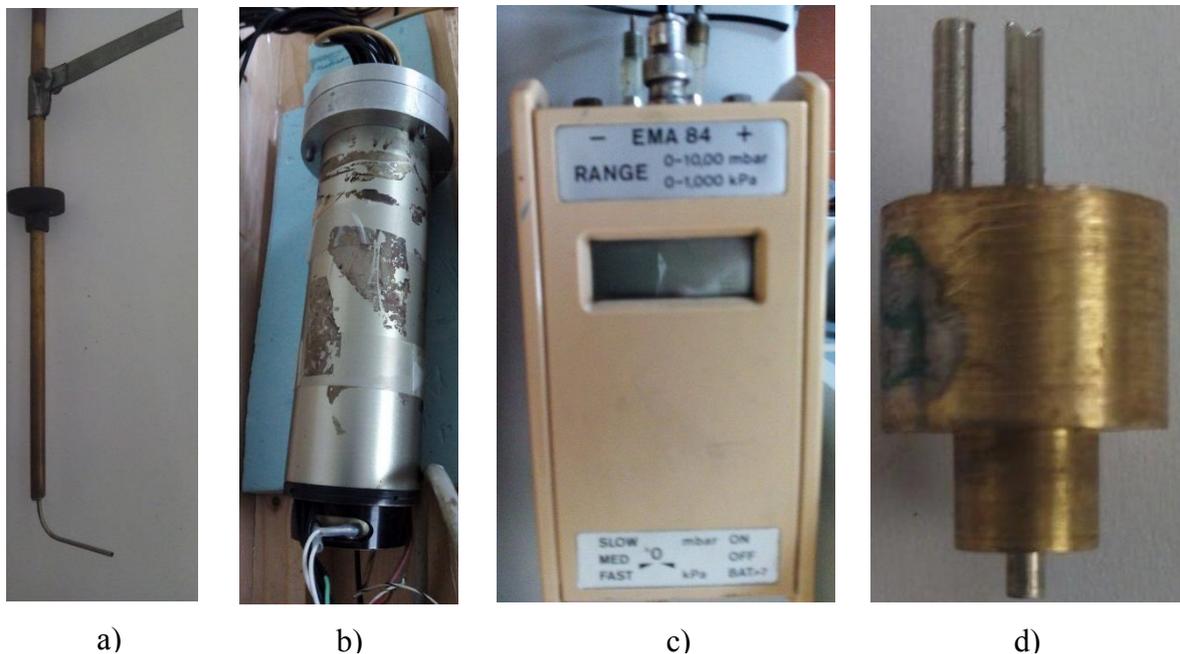
Para a medição da distribuição da pressão ao longo da conduta existem, na secção de testes, tomadas de pressão estática que distam entre si, e ao longo do comprimento da secção de testes,  $0,125 \text{ m}$ . Com o objetivo de se obter distribuições da pressão para diferentes velocidades, foi necessário regular o caudal de insuflação do ventilador radial, sendo que a solução encontrada foi limitar o diâmetro de aspiração,  $D_S$ , do ventilador através das placas de madeira que se mostram na Figura 3.3.



**Figura 3.3.** Placas de madeiras limitadoras do diâmetro de aspiração do ventilador.

### 3.1. Recolha de dados

A recolha de dados, nas tomadas de pressão estática, bem como a recolha de dados da pressão dinâmica, no tubo de Preston, é possível através de tubos plásticos, que ligam as tomadas de pressão estática e o tubo de Preston a uma Scanivalve de 48 canais, sendo que esta se encontra depois ligada a um transdutor de pressão Multur, onde é registada a pressão, tendo em conta uma pressão de referência, isto é, a pressão registada no transdutor Multur é dada pela diferença entre a pressão verificada nas tomadas/tubo de Preston e a pressão atmosférica, que é a pressão de referência. O transdutor Multur funciona num intervalo de  $\pm 1000$  Pa, e tem uma precisão de  $\pm 0,5$  Pa. Para se obter a diferença de pressão média, nas sondas de Irwin, os dados são recolhidos pelo método acima descrito, sendo os tubos de plástico ligados a cada uma das entradas da sonda de Irwin. Na Figura 3.4, estão representados alguns dos instrumentos utilizados na recolha dos dados.



**Figura 3.4.** Instrumentos utilizados na recolha de dados: a) Tubo de Preston; b) Scanivalve de 48 canais; c) Transdutor Multur; d) Sonda Irwin.

Com o objetivo de determinar a velocidade média do escoamento na conduta, na subsecção de testes 1, e posteriormente, a velocidade média do escoamento, no local onde está

situado o tubo de Preston e a sonda de Irwin (1,380 m após o início da secção de testes), foi necessário determinar o caudal na conduta circular. Para isso, recorreu-se à equação de Bernoulli e à equação da continuidade, obtendo-se a seguinte equação para o caudal na conduta circular:

$$Q_{TCC} = \frac{A_4}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_4}{A_3}\right)^2}} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_3 - p_4)}, \quad (3.1)$$

onde  $Q_{TCC}$  é o caudal teórico na conduta circular,  $A_3$  é a área de entrada do venturi,  $A_4$  é a área de saída do venturi e  $p_3 - p_4$  a variação da pressão no venturi, que pode ser designada também por  $\Delta p_{3-4}$ . Tendo em conta a área de entrada do venturi,  $\left(A_3 = \frac{\pi d_3^2}{4}\right)$ , e a área de saída do venturi,  $\left(A_4 = \frac{\pi d_4^2}{4}\right)$ , a expressão (3.1) pode ser dada por:

$$Q_{TCC} = \sqrt{\frac{\pi^2 \Delta p_{3-4}}{8\rho \left(\frac{1}{d_4^4} - \frac{1}{d_3^4}\right)}}, \quad (3.2)$$

em que  $d_3$  é o diâmetro de entrada do venturi e  $d_4$  é o diâmetro de saída do venturi. Uma vez que o caudal teórico depende da massa volúmica do ar e da diferença de pressão registada no venturi, foi necessário a utilização dum termómetro, para saber a temperatura na sala e desta forma calcular a massa volúmica do ar, e dum voltímetro, que opera num intervalo de  $\pm 2500$  Pa, como um transdutor de pressão. A expressão que relaciona a diferença de pressão registada no venturi com a tensão medida no voltímetro, é dada por:

$$\Delta p_{3-4} = 1000U_V - 2500, \quad (3.3)$$

em que  $U_V$  é a tensão medida no voltímetro em  $mV$ . Considerando agora que o coeficiente de descarga do venturi é aproximadamente igual a 1, é possível obter-se o caudal real na conduta circular pela seguinte expressão:

$$Q_{RCC} = C_d Q_{TCC} \Rightarrow Q_{RCC} \approx Q_{TCC}. \quad (3.4)$$

Pela definição de caudal, e pela equação da continuidade, é agora possível calcular a velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1:

$$Q_{RCC} = Q_{ST1} = A_1 U_1, \quad (3.5)$$

---

Recorrendo, novamente à equação da continuidade, pode-se determinar a velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 2, no local onde se encontra localizado o tubo de Preston e a sonda de Irwin, pela seguinte expressão:

$$Q_{ST1} = Q_{ST2} = A_2 U_2. \quad (3.6)$$

O caudal real na conduta circular,  $Q_{RCC}$ , a velocidade média do escoamento na secção de desenvolvimento do escoamento e na secção de testes, bem como o número de Reynolds na secção de desenvolvimento do escoamento foram determinados para todos os casos os que foram estudados, isto é, nas diferentes geometrias, e para os diferentes diâmetros de aspiração. É importante também salientar que a recolha de todos os dados ocorreu a uma frequência de 50 Hz, fazendo-se uma aquisição de 750 pontos em cada tomada de pressão. Deste modo, o tempo de aquisição da pressão foi, em camada tomada:

$$t_{AP} = \frac{\text{amostra}}{\text{frequência}} = \frac{750}{50} = 15 \text{ s}. \quad (3.7)$$

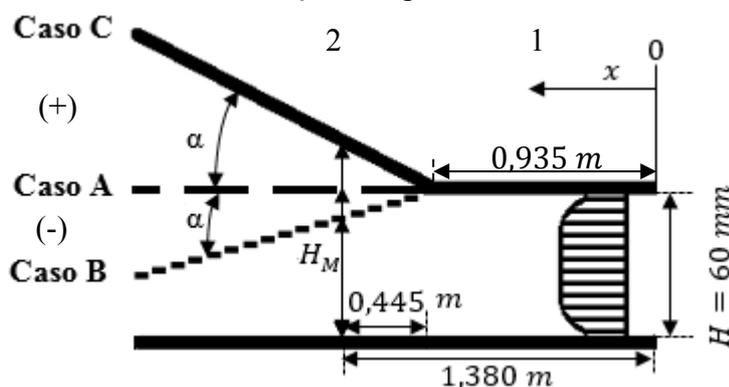
### 3.2. Ensaios desenvolvidos

Como referido anteriormente, na secção 1, os ensaios foram realizados para as diferentes geometrias (Casos A, B e C da Figura 3.2), apresentado diferentes ângulos  $\alpha$ , e para diversos caudais, com o objetivo de determinar a tensão superficial para diferentes situações e na presença de diferentes valores do número de Reynolds. Procedeu-se também ao registo da diferença de pressão média, nas sondas de Irwin, nas situações acima indicadas, o que permite a calibração destas sondas, em função da tensão superficial que é medida, com recurso ao tubo de Preston e à curva de calibração de Patel (1965). Na Tabela 3.1 é feito um pequeno resumo das configurações testadas.

**Tabela 3.1.** Configuração da conduta nos diferentes ensaios realizados

Caso	Ângulo <sup>o</sup>	$H_M$ [mm]	$L$ [mm]
A	0	60	120
B	-0,5	56	
B	-1	52	
B	-1,5	48	
C	1	68	
C	2	76	
C	3	83	

A altura,  $H_M$ , apresentada na Tabela 3.1 e representada na Figura 3.5, é a altura no local onde são feitas as medições com o tubo de Preston e com a sonda de Irwin. O local onde estão as aberturas que permitem a introdução da sonda de Irwin e do tubo de Preston no interior da conduta situa-se a uma distância de 1,405 m do início da secção de testes da conduta, e 0,470 m a jusante da rótula, que permite a variação da altura da conduta. No entanto, o tubo de Preston tem um comprimento de 25 mm, pelo que as medições efetuados por este são feitas a uma distância de 1,380 m do início da secção de testes da conduta, e de 0,445 m a justante da rótula. Assim, conclui-se que entre o local onde são feitas as medições do tubo de Preston e as medições efetuadas pela sonda de Irwin verifica-se uma distância de 25 mm. Contudo, para todos os casos estudados, listados na Tabela 3.1, considera-se, como aproximação, que a sonda de Irwin está à mesma distância do início da secção de testes da conduta que o início do tubo de Preston, e deste modo, a altura  $H_M$ , refere-se à altura da secção transversal da conduta a uma distância de 1,380 m do início da secção de testes da conduta. Esta aproximação é possível uma vez que, no caso mais desfavorável, a variação da pressão nesses 25 mm é igual a 1,44%, e a variação da altura é de 1,55%, podendo-se, desta forma, considerar ambas as variações desprezáveis.



**Figura 3.5.** Representação da altura da secção transversal no local onde ocorre a medição do tubo de Preston para os diferentes casos estudados (adaptado de Monteiro e Viegas, 1996).

Para garantir que a conduta divergia ou convergia com os ângulos apresentados na Tabela 3.1. foram construídas peças de madeira que foram colocadas no final da conduta. As peças de madeira apresentavam uma determinada altura que correspondia à altura necessária para a conduta divergir ou convergir com os ângulos pretendidos. Uma vez que essas peças não podiam ficar no interior da conduta, pois iam perturbar o escoamento, foi necessário construir grampos em forma de U que impediam a conduta de baixar após a retirada das peças de madeira. Na Figura 3.6 pode-se observar as peças que permitem estabelecer o ângulo pretendido, bem com os grampos que impedem que esse ângulo se altere.



**Figura 3.6.** Peças de madeira e os grampos para fixação do ângulo do topo da conduta  $\alpha$ .

Os ensaios foram realizados, para todas as geometrias, da seguinte forma: primeiro procedia-se à medição da distribuição da pressão estática e diferença de pressão média na sonda de Irwin, e, noutro ensaio, fazia-se a medição da pressão dinâmica no tubo de Preston. Deste modo, garantiu-se que o tubo de Preston não influenciava as medições na sonda de Irwin, nem nas tomadas de pressão que se encontravam a jusante deste. Como foi referido anteriormente, e se pode verificar na Figura 3.1, as tomadas de pressão estática encontram-se situadas no topo da conduta, distanciadas entre si 0,125 m. A cada 0,5 m, é feita a medição da pressão estática no topo, base e lados da conduta. Desta forma, é possível obter uma média da pressão estática nessas secções e ter uma perceção acerca do efeito dos cantos, isto é, se o efeito dos cantos está a afetar muito a distribuição da pressão ou não. Assim, para cada caso estudado, vamos ter duas distribuições da pressão estática ao longo da conduta: uma é determinada pela aproximação a uma curva (reta, polinómio) dos valores da pressão estática obtidos em cada tomada de pressão estática que se encontra no topo da conduta; a segunda será determinada pela aproximação a uma curva (reta, polinómio) dos valores da pressão estática média obtidos nas secções da conduta onde há tomadas de pressão estática

no topo, base e lados da conduta (a cada 0,5 m). O primeiro método será nomeado de distribuição da pressão estática ao longo da conduta, enquanto o segundo será designado de distribuição da pressão estática média ao longo da conduta, uma vez que faz o uso de valores da pressão estática médios. Com o objetivo de garantir fiabilidade do estudo desenvolvido foram realizados ensaios de repetibilidade para a distribuição da pressão estática/pressão estática média ao longo da conduta para todas as configurações descritas na Tabela 3.1.. Além disso foram também realizados ensaios de forma a garantir que o tubo de Preston se encontrava alinhado com o escoamento.

Tendo a distribuição da pressão estática/estática média ao longo da conduta e a pressão dinâmica medida no tubo de Preston é agora possível determinar a tensão superficial.

Para o caso em que a conduta mantém a secção transversal constante (caso A), a tensão superficial média pode ser determinada com recurso à diferença entre a pressão estática e dinâmica, através da curva de calibração de Patel. Ou, recorrendo à equação da quantidade de movimento para regime permanente (Oliveira e Lopes, 2012):

$$\vec{F}_s + \vec{F}_c = \iint_{SC} \rho \vec{U} (\vec{U} \cdot \hat{n}) dA, \quad (3.8)$$

onde  $\vec{F}_s$  são as forças de superfície,  $\vec{F}_c$  as forças de campo e  $\vec{U}$  o vetor da velocidade média do escoamento, e desprezando o efeito dos cantos é possível obter a seguinte expressão:

$$\bar{\tau}_0 = \frac{\Delta p_{1-2}}{\Delta L} \frac{A}{P_m}, \quad (3.9)$$

onde,  $\bar{\tau}_0$  é a tensão de corte superficial média,  $\Delta L$  a distância entre os pontos onde foi medida a pressão estática e  $\Delta p_{1-2}$  a diferença de pressão estática entre esses pontos.

Para os casos B e C, a tensão superficial pode ser obtida apenas com recurso à diferença entre a pressão estática e dinâmica, através da curva de calibração de Patel (Figura 1.1).

## 4. ANÁLISE DE RESULTADOS

### 4.1. Testes de Repetibilidade

Como referido na secção 3.2 foram realizados ensaios para quantificar a repetibilidade (JCGM 200:2012, 2008) da distribuição da pressão estática/estática média ao longo da conduta. Para analisar a repetibilidade dos dados, recorreu-se ao coeficiente adimensional de pressão,  $C_p$ , que é dado pela seguinte expressão:

$$C_p = \frac{p - p_{ref}}{\frac{1}{2}\rho U^2}, \quad (4.1)$$

onde  $p$  é a pressão estática no ponto onde o coeficiente de pressão está a ser avaliado e  $p_{ref}$  é a pressão estática de referência. É também de realçar que apenas no caso A a velocidade média do escoamento,  $U$ , será constante, uma vez que no caso B, quando a conduta converge, esta velocidade aumentará com o comprimento da conduta, sendo que no caso C, em que a conduta diverge, verifica-se o inverso.

De acordo com a secção 3.1, todas as aquisições foram realizadas considerando um tempo de aquisição de 15 segundos.

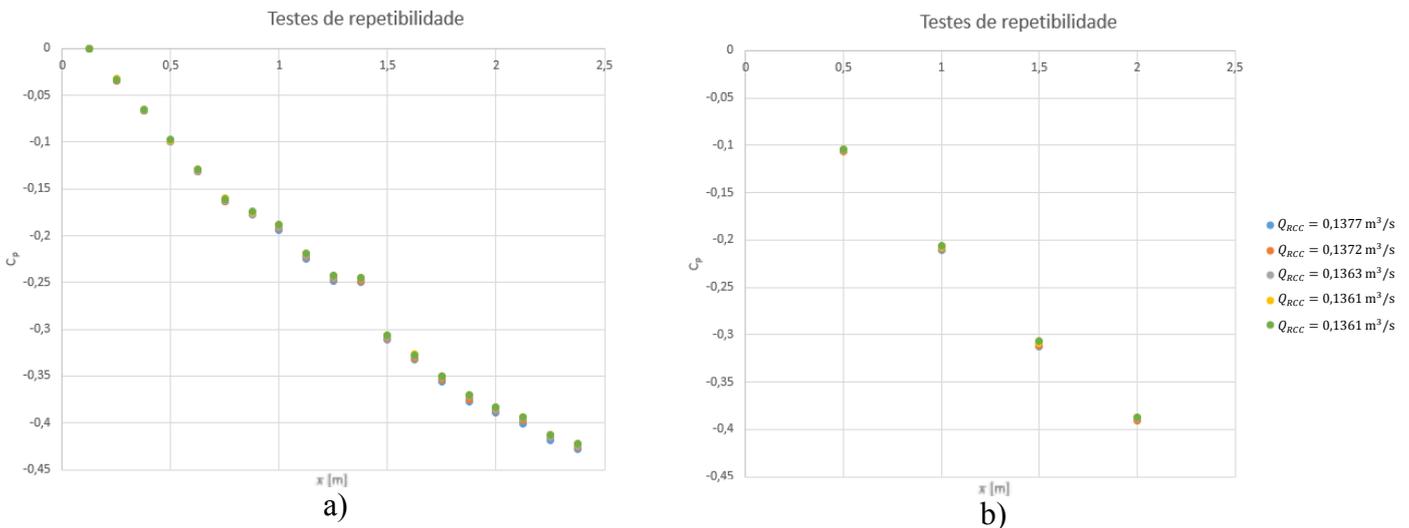
Nos próximos sub-capítulos serão apresentados os testes de repetibilidade para os casos A, B e C. Para ajudar a interpretação dos resultados será utilizado o coeficiente de variação de Pearson, que é representado por:

$$C_{vp1} = \frac{\sigma_{C_p}}{\bar{C}_{p_x}} \times 100, \quad (4.2)$$

em que  $\sigma_{C_p}$  corresponde ao desvio padrão do coeficiente de pressão e  $\bar{C}_{p_x}$  à média aritmética dos valores do coeficiente de pressão, para cada coordenada.

### 4.1.1. Caso A

Para o caso A foram realizados cinco testes de repetibilidade quando o caudal insuflado pelo ventilador é máximo, tendo sido obtidos os gráficos representados na Figura 4.1.



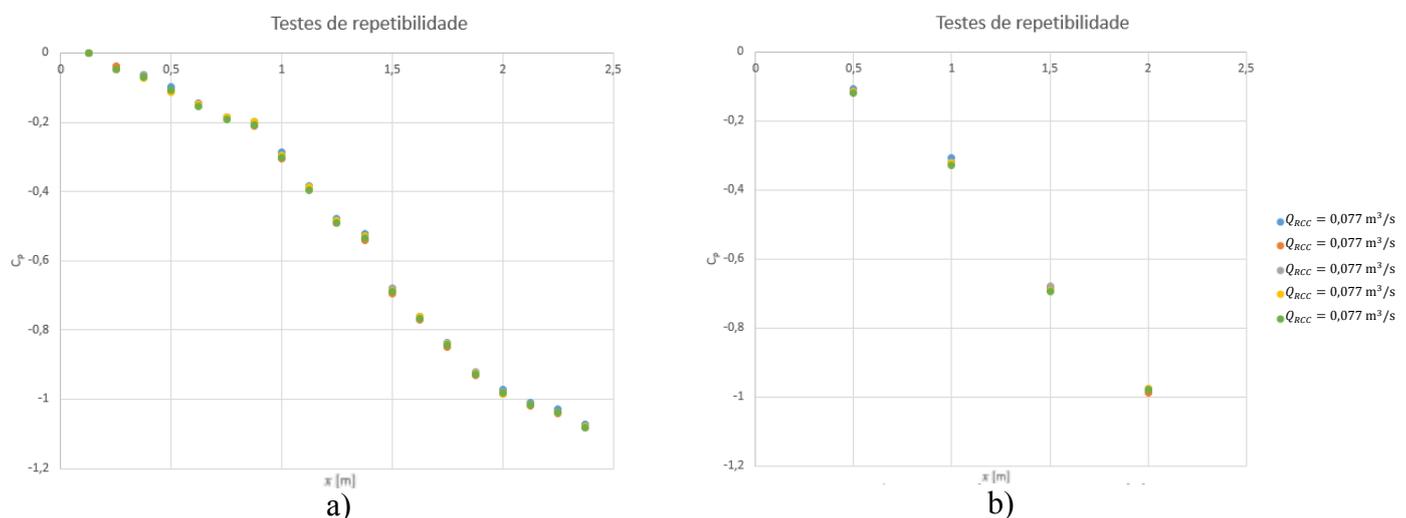
**Figura 4.1.** Evolução do coeficiente de pressão para o caso A: a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média.

No gráfico da Figura 4.1 a) apresenta-se a variação do coeficiente de pressão ao longo da secção de testes da conduta, baseado na distribuição da pressão estática, enquanto que o gráfico da Figura 4.1 b) representa também a variação do coeficiente de pressão ao longo da secção de testes na conduta, mas neste caso com base na distribuição da pressão estática média. Pela análise do coeficiente de variação de Pearson é possível concluir que se verifica uma boa repetibilidade dos dados adquiridos para o caso em estudo, uma vez que no gráfico da Figura 4.1 a) o coeficiente de variação de Pearson é cerca de 0,9%, e para o gráfico b) da Figura 4.1, o mesmo coeficiente é cerca de 0,8%. Além disso, se for efetuada uma comparação entre os valores do coeficiente de pressão obtidos pela distribuição da pressão estática e pela distribuição da pressão estática média, observa-se um coeficiente de variação de cerca de 2,4%. É possível também verificar que o coeficiente de pressão é negativo, o que era esperado, uma vez que a pressão estática diminui ao longo da conduta e foi tomada como pressão de referência a pressão estática na primeira tomada de pressão estática. Pela observação do gráfico a) da Figura 4.1, verifica-se também que o valor do coeficiente de pressão, localizado precisamente antes da coordenada 1,5 m, apresenta um valor fora do

comum, o que pode ser explicado pela existência, na sua vizinhança, do furo que permite a entrada do tubo de Preston na conduta, e que perturba o escoamento de ar.

#### 4.1.2. Caso B

Tal como se verifica para o caso A, no caso B foram também realizados cinco ensaios para testar a repetibilidade dos dados obtidos. Neste caso, os ensaios de repetibilidade foram efetuados quando o caudal insuflado na conduta era cerca de 60% do caudal máximo que podia ser insuflado.



**Figura 4.2.** Evolução do coeficiente de pressão para o caso B, em que  $\alpha = -1^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média.

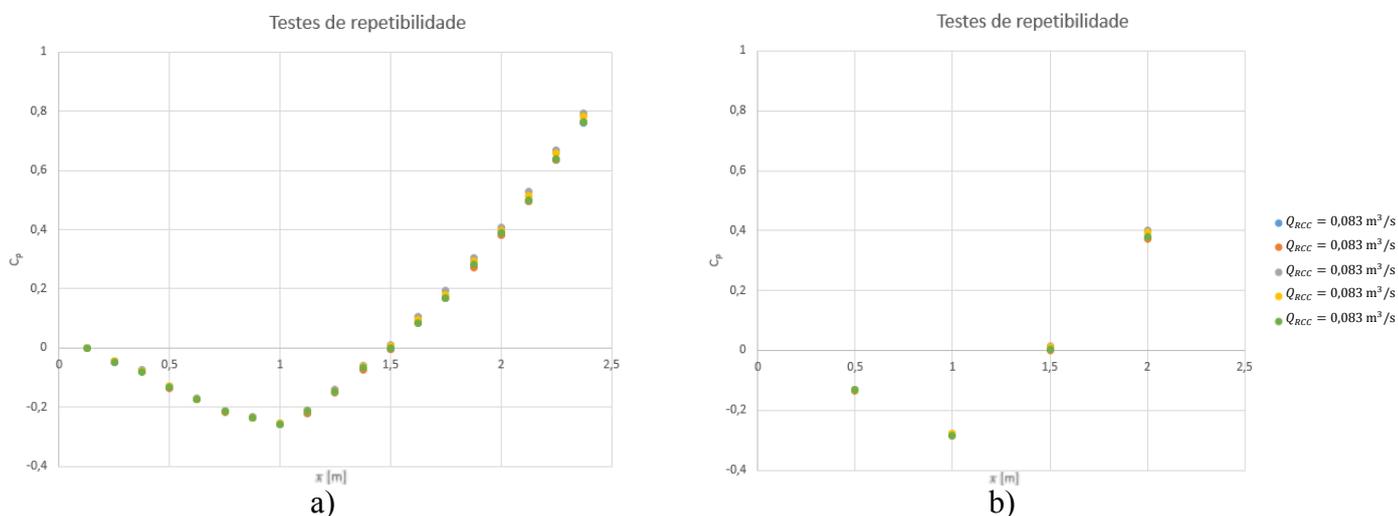
Nos gráficos da Figura 4.2 está representada a evolução do coeficiente de pressão ao longo da secção de testes da conduta, quando o ângulo  $\alpha = -1^\circ$ , sendo esta evolução representativa para todas as configurações do caso B, como se pode confirmar no Anexo C.1 e C.2.

Para o caso apresentado, em que o ângulo  $\alpha = -1^\circ$ , verificou-se um coeficiente de variação de Pearson de cerca de 2%, tanto para a evolução do coeficiente de pressão representada no gráfico 4.2. a), como para a que se encontra representada no gráfico 4.2. b). Além disso, se for realizada uma comparação entre os valores do coeficiente de pressão obtidos pela distribuição da pressão estática e pela distribuição da pressão estática média,

observa-se um coeficiente de variação de cerca de 2,8%. Deste modo, pela análise dos gráficos obtidos na Figura 4.2. e dos coeficientes de variação, pode-se constatar que a repetibilidade obtida foi boa. É também importante salientar que, tal como no caso A, o coeficiente de pressão é negativo, o que era expectável, uma vez que a pressão estática vai diminuindo ao longo da conduta e foi tomada como pressão de referência a pressão estática na primeira tomada de pressão. Também neste caso, o valor do coeficiente de pressão, localizado precisamente antes da coordenada 1,5 m, apresenta um pequeno desvio em relação ao valor expectável, provavelmente devido à existência do furo que permite a entrada do tubo de Preston na conduta, e que se encontra na vizinhança daquela tomada de pressão estática.

#### 4.1.3. Caso C

No caso C, o método utilizado para analisar a repetibilidade dos dados obtidos foi o mesmo que no caso B, uma vez que também foram efetuados cinco testes de repetibilidade, e o caudal a que ocorreram esses testes também foi cerca de 60% do caudal máximo que podia ser insuflado.



**Figura 4.3.** Evolução do coeficiente de pressão para o caso C, em que  $\alpha = 2^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média.

Na Figura 4.3 apresenta-se a evolução do coeficiente de pressão ao longo da secção de testes da conduta, que é representativa para todos os ângulos do caso C (para confirmar consultar Anexo C.3 e C.4), sendo que a evolução do coeficiente de pressão representada na Figura 4.3 foi obtida para um ângulo  $\alpha = 2^\circ$ .

No caso apresentado na Figura 4.3, verificou-se um coeficiente de variação de Pearson de cerca de 3,2% para a evolução do coeficiente de pressão ilustrado no gráfico a) da Figura 4.3, e de cerca de 2% para a evolução do coeficiente de pressão representada no gráfico b). Além disso, se for efetuada uma comparação entre os valores do coeficiente de pressão obtidos pela distribuição da pressão estática e pela distribuição da pressão estática média, observa-se um coeficiente de variação de cerca de 3,2%. Assim, pela análise dos gráficos da Figura 4.3, e pelo coeficiente de variação, é possível concluir que a repetibilidade dos ensaios é boa. É possível também verificar que o coeficiente de pressão é negativo e diminui sucessivamente até um determinado ponto, o que era expectável, uma vez que na sub-secção de testes 2 a conduta irá apresentar uma geometria divergente, e de acordo com a análise efetuada no sub-capítulo 2.1, quanto maior a área da secção transversal da conduta menor a velocidade média do escoamento e, conseqüentemente, maior será a pressão, de acordo com a equação de Bernoulli. Deste modo, está explicada a razão pela qual o coeficiente de pressão é negativo e diminui sucessivamente apenas até um determinado ponto, pois quando a conduta começa a divergir tem-se um aumento sucessivo da pressão e como tal o coeficiente de pressão aumenta também.

## **4.2. Condições de operacionalidade dos escoamentos**

Como já foi referido no capítulo 3, com o objetivo de se obterem distribuições de pressão para diferentes caudais de ar e, desta forma, para diferentes velocidades médias do escoamento, para a mesma geometria da conduta, limitou-se o diâmetro de aspiração do ventilador. Dado que a tensão superficial é calculada tendo em conta a diferença de pressão que se verifica entre a pressão dinâmica, medida pelo tubo de Preston, e a pressão estática medida no local onde se encontra o tubo de Preston, ao serem realizados testes a diferentes velocidades médias do escoamento, vão-se obter diversos valores para essa diferença de pressão, e desta forma, registam-se diferentes valores da tensão superficial para as diferentes velocidades médias do escoamento. No entanto, para se determinarem os valores da tensão superficial de forma correta, o tubo de Preston precisa de estar completamente imerso na camada limite. Uma das formas de garantir que o tubo de Preston se encontra completamente

imerso na camada limite é garantir que o escoamento se encontra completamente desenvolvido, uma vez que quando o escoamento se encontra completamente desenvolvido a camada limite preenche a totalidade do domínio, tal como se verifica na Figura 2.2 Nesse sentido, e com o intuito de confirmar a informação exposta no capítulo 3, de que a conduta utilizada para o estudo, era constituída por uma secção para desenvolvimento do escoamento de 2,5 m, calculou-se o comprimento da região de entrada para todas as configurações testadas. Para o cálculo do comprimento da região de entrada recorreu-se às equações (2.6), (2.7), (3.4) e (3.5), sendo que os dados determinados através dessas equações encontram-se sintetizados nas Tabelas 4.1, 4.2, 4.3 e nas Tabelas do Anexo D.

**Tabela 4.1.** Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que  $\alpha = 0^\circ$ .

Caso A ( $\alpha = 0^\circ$ )					
$D_S$ [mm]	$Q_{RCC}$ [m <sup>3</sup> /s]	$U_1$ [m/s]	$D_h$ [m]	$Re_{D_h}$	$L_e$ [m]
110	0,137	19,0	0,08	100508	2,40
90	0,130	18,0		95297	2,38
85	0,125	17,4		91938	2,36
80	0,120	16,7		88161	2,35
70	0,106	14,7		77721	2,30
56	0,082	11,4		60407	2,20
51	0,076	10,5		55610	2,17
44	0,059	8,3		43669	2,09
35	0,043	6,0		31945	1,98
32	0,038	5,3		27805	1,94

**Tabela 4.2.** Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que  $\alpha = -1^\circ$ .

Caso B ( $\alpha = -1^\circ$ )					
$D_S$ [mm]	$Q_{RCC}$ [m <sup>3</sup> /s]	$U_1$ [m/s]	$D_h$ [m]	$Re_{D_h}$	$L_e$ [m]
110	0,119	16,6	0,08	87868	2,35
90	0,114	15,9		84091	2,33
85	0,111	15,5		81981	2,32
80	0,108	15,0		79297	2,31
70	0,097	13,5		71215	2,27
56	0,077	10,7		56510	2,18
51	0,072	9,9		52658	2,15
44	0,057	8,0		42594	2,08
35	0,042	5,8		30962	1,97
32	0,037	5,1		27053	1,93
27	0,024	3,3		17585	1,79

**Tabela 4.3.** Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-seção de testes 1, número de Reds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que  $\alpha = 2^\circ$ .

Caso C ( $\alpha = 2^\circ$ )					
$D_S$ [mm]	$Q_{RCC}$ [m <sup>3</sup> /s]	$U_1$ [m/s]	$D_h$ [m]	$Re_{D_h}$	$L_e$ [m]
110	0,142	19,7	0.08	104564	2,42
90	0,133	18,5		97884	2,39
85	0,129	17,9		94561	2,38
80	0,123	17,1		90627	2,36
70	0,108	15,0		79374	2,31
56	0,083	11,5		60943	2,20
51	0,076	10,5		55704	2,18
44	0,060	8,3		43799	2,09
35	0,042	5,8		30970	1,97
32	0,036	5,0		26502	1,92

Através da análise das Tabelas 4.1, 4.2, 4.3 e das Tabelas disponíveis no Anexo D, é possível concluir que na zona de testes da conduta, o escoamento encontra-se completamente desenvolvido, em todas as configurações testadas, o que confirma que o tubo de Preston está imerso na camada limite, e as suas medições são corretas. É de salientar que nas Tabelas 4.1, 4.2, 4.3 e nas Tabelas do Anexo D, representou-se o caudal da conduta na secção circular,  $Q_{RCC}$ , e a velocidade média do escoamento na sub-seção de testes 1,  $U_1$ ; contudo, esse facto não apresenta qualquer problema, uma vez que o caudal é constante ao longo da conduta e a velocidade média do escoamento na secção de desenvolvimento do escoamento é igual à velocidade média do escoamento na sub-seção de testes 1 (ambas as secções têm a mesma área de secção transversal).

### 4.3. Distribuição da pressão estática e estática média ao longo da conduta

Neste sub-capítulo vão ser apresentados alguns resultados exemplificativos da distribuição da pressão estática e estática média ao longo da conduta, para os diferentes casos e configurações testadas (Tabela 3.1). Todas as distribuições da pressão que serão apresentadas foram obtidas na secção de testes da conduta, e incluem também resultados da pressão dinâmica medida no tubo de Preston. Com o objetivo de facilitar a interpretação das

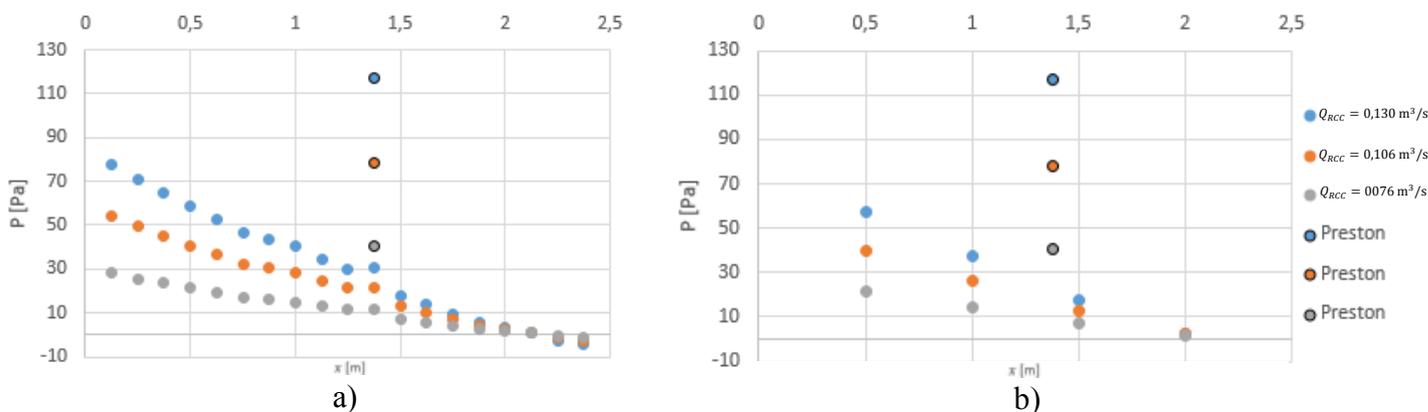
figuras, a pressão estática e dinâmica são apresentadas com a mesma cor para o mesmo caudal ou configuração. Para ajudar a interpretação dos resultados será também utilizado o coeficiente de variação de Pearson, como na secção 4.1. Para esta secção o coeficiente de variação de Pearson é representado por:

$$C_{vp2} = \frac{\sigma_p}{\bar{p}_x} \times 100, \quad (4.3)$$

onde  $\sigma_p$  é o desvio padrão entre os valores da pressão estática e da pressão estática média e  $\bar{p}_x$  corresponde à média aritmética dos valores da pressão estática e da pressão estática média. Os valores de  $\sigma_p$  e  $\bar{p}_x$  são apenas determinados em cada secção da conduta onde há tomadas de pressão estática no topo, base e lados da conduta (a cada 0,5 m).

### 4.3.1. Caso A

Neste sub-capítulo é apresentada a distribuição da pressão estática e da pressão estática média ao longo da conduta (Figura 4.4), para o caso A ( $\alpha = 0^\circ$ ), para três caudais diferentes.



**Figura 4.4.** Evolução da distribuição da pressão para o caso A: a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média.

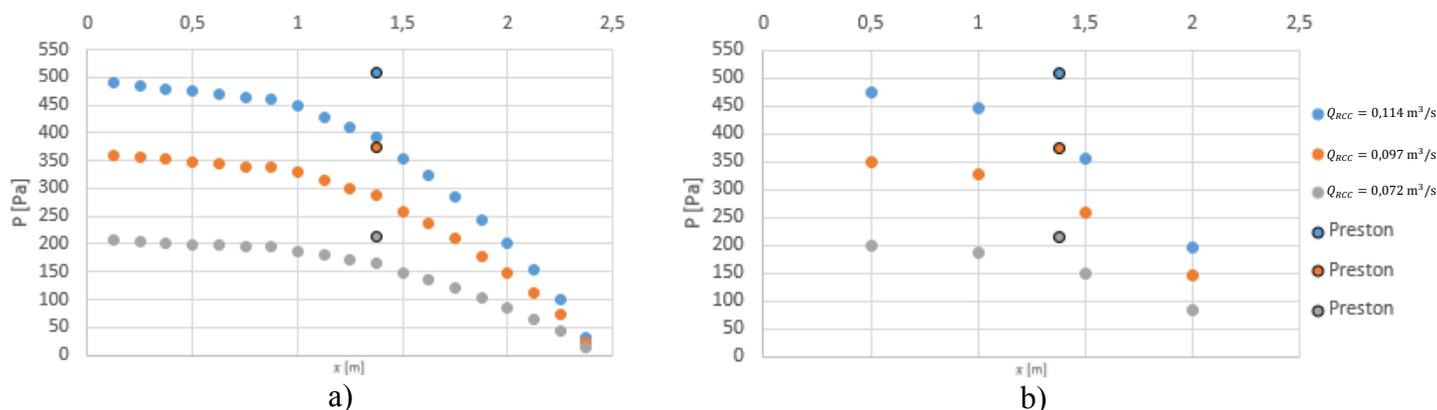
Pela análise da Figura 4.4, verifica-se que a pressão estática ao longo da conduta será tanto maior, quanto maior for o caudal de ar insuflado na conduta, sendo que com o aproximar do fim da conduta, a pressão estática, medida para os diferentes caudais apresenta valores muito próximos e que chegam mesmo a ser negativos. Segundo Freitas (2011), os valores da pressão estática negativos que foram medidos devem-se à perda de velocidade do ar, quando o escoamento de ar passa da conduta para um espaço que apresenta dimensões muito superiores.

---

Recorrendo à equação (4.3), infere-se que a distribuição da pressão estática e da pressão estática média ao longo da conduta apresentam valores que têm um coeficiente de variação de: cerca de 7% para  $Q_{RCC} = 0,130 \text{ m}^3/\text{s}$ ; aproximadamente 6% para  $Q_{RCC} = 0,106 \text{ m}^3/\text{s}$  e de cerca de 4% para  $Q_{RCC} = 0,076 \text{ m}^3/\text{s}$ . Estas variações, vão provocar também pequenas oscilações no valor de  $\Delta p_p$ , que é utilizado para determinar a tensão superficial, uma vez que o valor de  $\Delta p_p$  é calculado tendo como base o valor da pressão estática e da pressão dinâmica, e o valor da pressão estática não é o mesmo para a distribuição da pressão e pressão estática média. Analisando a Figura 4.4, é possível também observar a pressão dinâmica medida pelo tubo de Preston apresenta uma maior diferença em relação à pressão estática, quanto maior for o caudal, pelo que o valor de  $\Delta p_p$  cresce com o aumento do caudal.

#### 4.3.2. Caso B

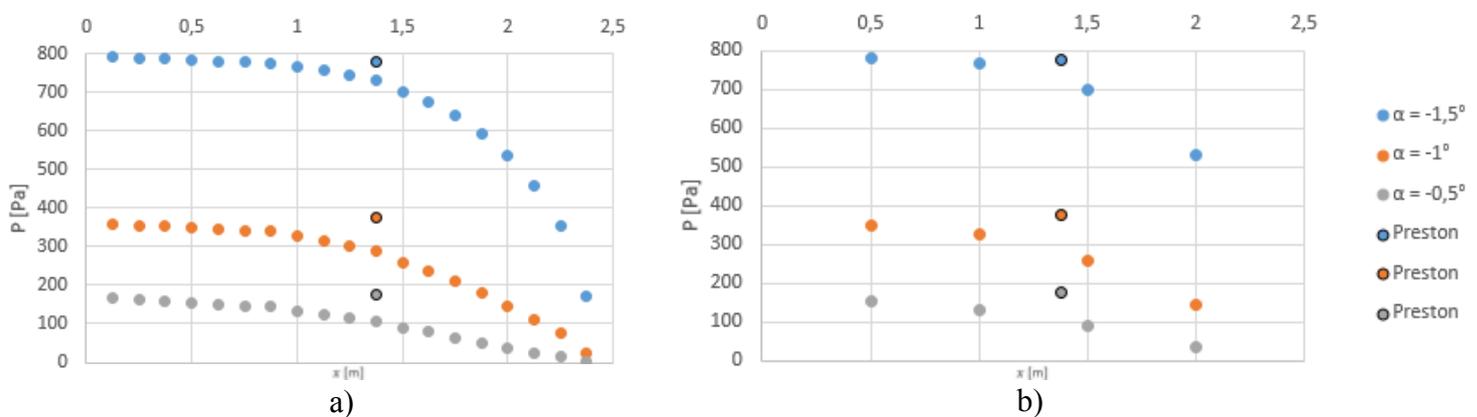
Para a situação B, foram obtidas distribuições da pressão estática e da pressão estática média ao longo da conduta para as três configurações apresentadas na Tabela 3.1 e para os diversos caudais apresentados nas Tabelas 4.2, D.1 e D.2. Na Figura 4.5 encontram-se representadas as distribuições da pressão estática e pressão estática média, ao longo da conduta, para o caso em que  $\alpha = -1^\circ$ , para três caudais diferentes. Estas distribuições da pressão estática e da pressão estática média ao longo da conduta são representativas das distribuições da pressão estática e da pressão estática média ao longo da conduta, para as outras configurações do caso B. No Anexo E.1 e E.2 encontram-se representadas as distribuições da pressão estática e pressão estática média ao longo da conduta para os restantes casos B, também para três caudais diferentes.



**Figura 4.5.** Evolução da distribuição da pressão para o caso B, em que  $\alpha = -1^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média.

Pela análise da Figura 4.5, verifica-se, tal como no caso A, que a pressão estática ao longo da conduta será tanto maior, quanto maior for o caudal de ar insuflado na conduta, sendo que com o aproximar do fim da conduta, a pressão estática, medida para os diferentes caudais, apresenta valores muito próximos da pressão atmosférica. Constata-se também que a pressão estática começa, em  $x \approx 1$ , a diminuir de uma forma mais acentuada, o que era expetável, uma vez que em  $x = 0,935$  m está localizada a rótula que permite que a conduta comece a convergir, verificando-se assim uma diminuição sucessiva da área da secção transversal retangular da conduta, o que provoca um aumento sucessivo da velocidade média do escoamento, e conseqüentemente leva à diminuição acentuada da pressão estática.

Recorrendo à equação (4.3), infere-se que a distribuição da pressão estática e da pressão estática média ao longo da conduta apresentam valores do coeficiente de variação de: 0,53% para  $Q_{RCC} = 0,114 \text{ m}^3/\text{s}$ ; 0,48% para  $Q_{RCC} = 0,097 \text{ m}^3/\text{s}$  e de cerca de 0,42% para  $Q_{RCC} = 0,072 \text{ m}^3/\text{s}$ . Deste modo, o valor de  $\Delta p_p$  é praticamente o mesmo, quer este caso seja calculado tendo como base a distribuição da pressão estática ou da pressão estática média ao longo da conduta e, conseqüentemente, o valor da tensão superficial não apresenta grandes oscilações quer seja calculado com base na distribuição da pressão estática ou da pressão estática média ao longo da conduta. Tal como no caso A, para o caso B também se verifica que o valor de  $\Delta p_p$  aumentará com o aumento do caudal.



**Figura 4.6.** Evolução da distribuição da pressão para o diâmetro de aspiração (70 mm) e para as diferentes configurações do caso B: a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática

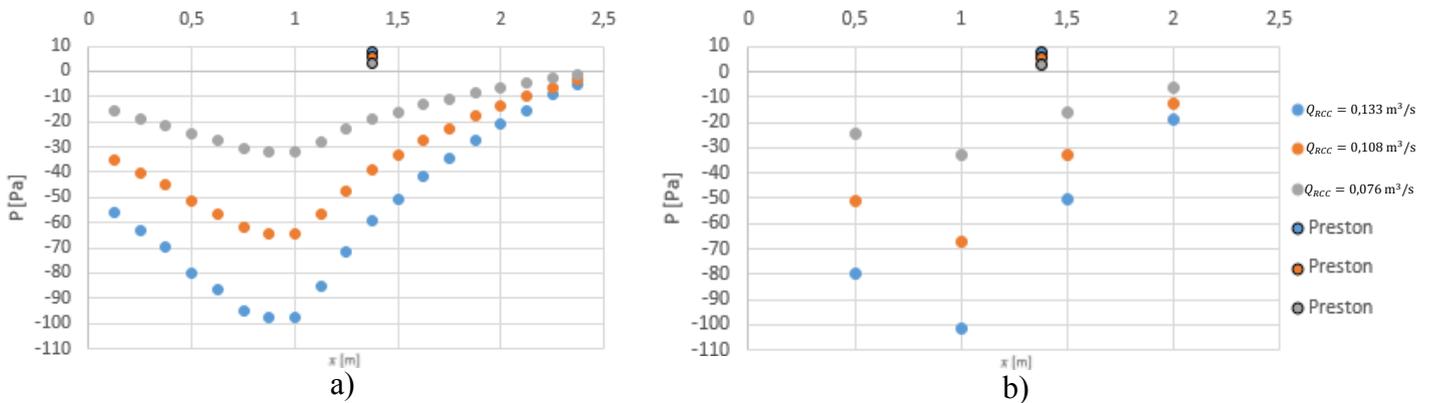
Analisando a Figura 4.6, em que está representada a distribuição da pressão estática e pressão estática média ao longo da conduta, para o mesmo diâmetro de aspiração do ventilador (70 mm) e para os diversos casos B, conclui-se que a pressão estática será tanto mais elevada quanto maior for o ângulo de convergência da conduta ( $\alpha$ ) e que a diminuição da pressão estática na sub-seção de testes 2 também é tanto mais acentuada quanto maiores são os valores absolutos de  $\alpha$ . Além disso, é possível deduzir que a diferença de pressão, entre a pressão estática ou pressão estática média e a pressão dinâmica, é maior para  $\alpha = -1^\circ$  do que para  $\alpha = -0,5^\circ$ , e para  $\alpha = -0,5^\circ$  maior do que para  $\alpha = -1,5^\circ$ . É importante também referir que embora as curvas representadas na Figura 4.6 tenham sido obtidas para o mesmo diâmetro de aspiração do ventilador (70 mm), os caudais que escoam na conduta não são iguais, como é possível verificar a partir das Tabelas 4.2, D.1 e D.2.

### 4.3.3. Caso C

Para o caso C, tal como aconteceu para o caso B, as distribuições da pressão estática e da pressão estática média foram obtidas para as diferentes configurações representadas na Tabela 3.1, sendo que para cada configuração foram testados os caudais apresentados nas Tabelas 4.3., D.3 e D.4.

Na Figura 4.7 estão exemplificadas distribuições da pressão estática e da pressão estática média ao longo da conduta para o caso em estudo, tendo em consideração três caudais diferentes. Estas distribuições foram obtidas para um ângulo  $\alpha = 2^\circ$ , sendo que no

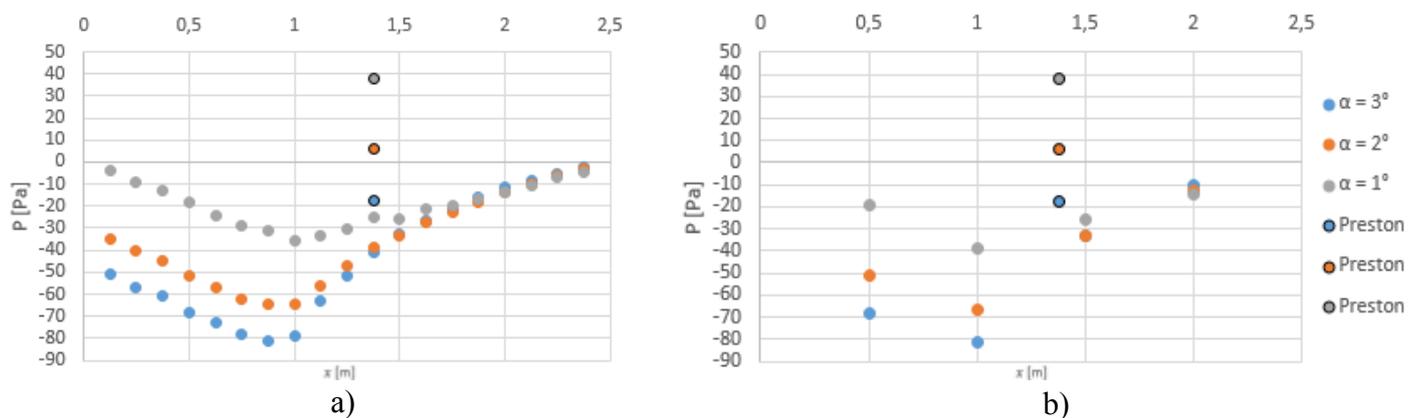
Anexo E.3 e E.4 estão representadas as distribuições da pressão estática e da pressão estática média ao longo da conduta, para os restantes ângulos  $\alpha$  indicados na Tabela 3.1.



**Figura 4.7.** Evolução da distribuição da pressão para o caso C, em que  $\alpha = 2^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média.

Analisando a Figura 4.7, verifica-se que quanto maior é o caudal insuflado na conduta menores são os valores absolutos da pressão estática, até um determinado ponto em que a pressão estática começa a aumentar. Esse aumento da pressão estática deve-se ao facto da conduta começar a divergir, o que leva a uma diminuição sucessiva da velocidade média do escoamento e, conseqüentemente, ao aumento da pressão estática.

Com recurso à equação (4.3), conclui-se que a distribuição da pressão estática e da pressão estática média ao longo da conduta apresentam valores que têm um coeficiente de variação de: 2,36% para  $Q_{RCC} = 0,133 \text{ m}^3/\text{s}$ ; 2,16% para  $Q_{RCC} = 0,108 \text{ m}^3/\text{s}$  e de cerca de 2,14% para  $Q_{RCC} = 0,076 \text{ m}^3/\text{s}$ .



**Figura 4.8.** Evolução da distribuição da pressão para o mesmo caudal e para as diferentes configurações do caso C: a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média.

Analisando a Figura 4.8, observa-se que quanto maior for o ângulo de divergência da conduta ( $\alpha$ ) menores são os valores da pressão estática e que o aumento da pressão estática na sub-seção de testes 2 também é mais acentuado. Aliás, também se verifica que, na sub-seção de testes 2, os valores da pressão estática e pressão estática média tendem a aproximar-se para os diversos ângulos de convergência da conduta. Além disso, é possível concluir que a diferença de pressão, entre a pressão estática ou pressão estática média e a pressão dinâmica, é maior para  $\alpha = 1^\circ$  do que para  $\alpha = 2^\circ$ , e para  $\alpha = 2^\circ$  maior do que para  $\alpha = 3^\circ$ .

#### 4.4. Tensão superficial e curvas de calibração das sondas de Irwin

Uma vez confirmado que os valores das pressões estáticas obtidos para as diferentes configurações são representativos destas, e que o tubo de Preston se encontra completamente imerso na camada limite, estão então reunidas as condições para calcular a tensão superficial recorrendo à curva de calibração de Patel (1965). Tal como foi apresentado no sub-capítulo 1.1.1, esta curva de calibração é composta por três equações, em que a sua utilização depende dos valores dos parâmetros  $x^*$  e  $y^*$ . Dado que, para todos os casos estudados os valores de  $x^*$  estão compreendidos entre 2,9 e 5,6, e os valores de  $y^*$  compreendidos entre 1,5 e 3,5, apenas se recorreu à equação (2) da Figura 1.1 Para calcular a tensão superficial é necessário determinar o valor do parâmetro  $x^*$ , substituir este na equação (2) da Figura 1.1 para obter o valor do parâmetro  $y^*$ , e consequentemente obter o valor da tensão superficial. Dado que o único termo dos parâmetros  $x^*$  e  $y^*$  que varia de ensaio para ensaio, ou para o mesmo ensaio<sup>1</sup> é o valor de  $\Delta p_p$ , conclui-se que o cálculo do valor da tensão superficial, segundo a curva de calibração de Patel, depende apenas do valor  $\Delta p_p$ . Como para os casos estudados a pressão estática foi calculada recorrendo à equação da distribuição da pressão estática e à equação da pressão estática média, na vizinhança do tubo de Preston, o valor de  $\Delta p_p$  não vai

---

<sup>1</sup> É necessário ter em conta que o valor da pressão estática não é o mesmo quando esta é calculada pela equação da distribuição da pressão estática ou pela equação da distribuição da pressão estática média, contudo, apesar do valor não ser o mesmo as oscilações que este apresenta são pequenas.

ser o mesmo para ambos os casos e, conseqüentemente, o valor da tensão superficial também será diferente. Com o objetivo de ter um único valor da tensão superficial foi feita uma média de ambos os valores obtidos. Tendo agora o valor da tensão superficial e utilizando a diferença de pressão média medida na sonda de Irwin para diferentes caudais, é possível obter uma curva de calibração para a sonda de Irwin, para todas as configurações da conduta que foram estudadas.

#### 4.4.1. Caso A

Para este caso, a tensão superficial foi determinada recorrendo à curva de calibração de Patel, equação (2) da Figura 1.1, e à equação (3.9), que resulta da equação de conservação de quantidade de movimento, quando os efeitos de canto são desprezados. Para simplificar a análise de resultados, passar-se-á a designar como caso A.1 a determinação da tensão superficial com base equação da curva de calibração de Patel (1965), e caso A.2 a determinação da tensão superficial que é baseada na equação (3.9).

Após a determinação da tensão superficial e da diferença de pressão média na sonda de Irwin, para os diferentes caudais, obtiveram-se as curvas de calibração para a sonda de Irwin representadas na Figura 4.9.

Pela observação da Figura 4.9 infere-se que a tensão superficial no caso A.1 apresenta valores superiores do que no caso A.2. Tal constatação pode ser explicada pelo facto da tensão superficial do caso A.2 ser um valor médio que se regista ao longo de toda a conduta, enquanto que a tensão superficial do caso A.1 é um valor local.

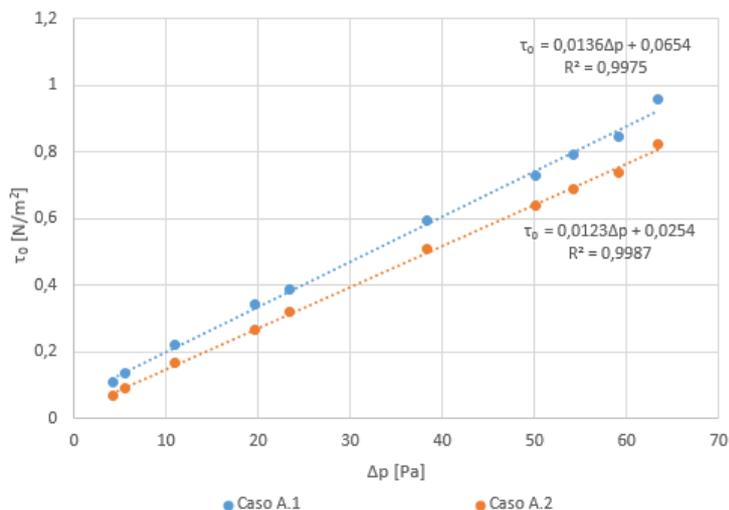


Figura 4.9. Curva de calibração da sonda de Irwin para gradiente de pressão nulo.

Na curva de calibração que foi obtida para a sonda de Irwin, no caso A.1, a tensão superficial é expressa em função da diferença de pressão média medida na sonda de Irwin por:

$$\tau_0 = 0,0136\Delta p + 0,0654. \quad (4.4)$$

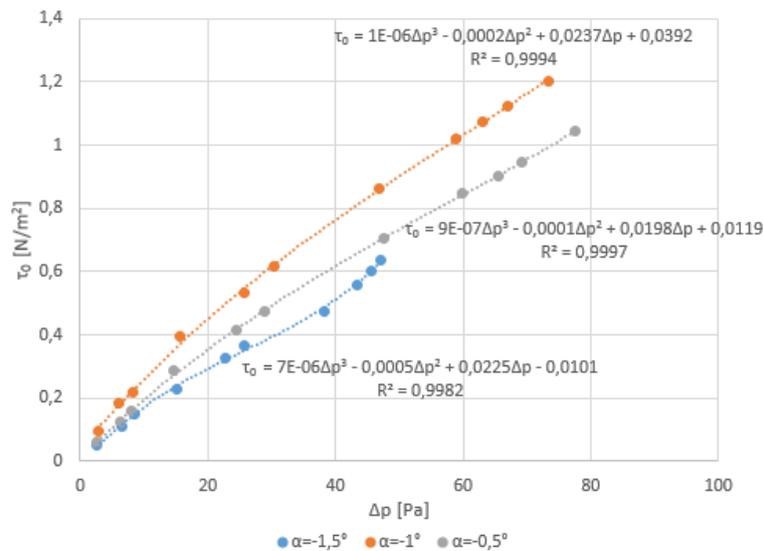
Para o caso A.2, a tensão superficial é expressa em função da diferença pressão média medida na sonda de Irwin por:

$$\tau_0 = 0,0123\Delta p + 0,0254. \quad (4.5)$$

O coeficiente de variação de Pearson, que se verifica entre a equação (4.4) e a equação (4.5), atinge um valor máximo de cerca de 30% para um  $Re_{D_h} = 27805$ , sendo que esse valor tende a baixar e para  $Re_{D_h} > 77221$  estabiliza em aproximadamente 10%.

#### 4.4.2. Caso B

Para a situação B, como foi mencionado no sub-capítulo 1.1.1, é necessário determinar os parâmetros  $\Delta$  e  $\frac{U_\tau d}{\nu}$  com o objetivo de garantir no cálculo da tensão superficial um erro inferior a 3% ou 6%, dependendo dos valores que os parâmetros  $\Delta$  e  $\frac{U_\tau d}{\nu}$  apresentam. Para as diferentes configurações do caso B foi garantido que esses parâmetros tinham valores que permitiam que o erro associado ao cálculo da tensão superficial fosse inferior a 3% . Outro parâmetro que também devia ser cumprido era  $\frac{d}{dx(\Delta)} < 0$ , dado que se este parâmetro fosse verificado era garantido que não ocorria a relaminarização do escoamento. Contudo, para realizar a verificação deste parâmetro seria necessário proceder a testes, para os diferentes caudais e configurações, em que o tubo de Preston se encontrasse a diferentes distâncias do início da secção de testes, pelo que devido ao curto período de tempo disponível não foi possível a realização desses testes e posterior verificação do parâmetro  $\frac{d}{dx(\Delta)} < 0$ .



**Figura 4.10.** Curva de calibração da sonda de Irwin para gradientes de pressão favoráveis.

Pela observação da Figura 4.10 facilmente se conclui que quanto maior o ângulo de convergência, isto é, quanto mais negativo for o valor de  $\alpha$ , maior será a tensão superficial. Além disso, verifica-se que quanto maior o ângulo de convergência maior é o valor de  $\Delta p_p$  (Figura 4.6), o que implica um aumento do valor do parâmetro  $x^*$  da curva de calibração de Patel que, por sua vez, leva ao crescimento do valor do parâmetro  $y^*$ , resultando num aumento da tensão superficial. É importante salientar que estas conclusões não tiveram em consideração a configuração  $\alpha = -1,5^\circ$  pelo facto da curva de calibração para esta configuração não apresentar qualquer similaridade com as curvas de calibração para as outras configurações, podendo mesmo ter acontecido relaminarização do escoamento, dado que para esta configuração os gradientes de pressão favoráveis deveriam ser os mais elevados, o que não se verificou.

A curva de calibração obtida para a sonda de Irwin, quando  $\alpha = -0,5^\circ$ , é dada por:

$$\tau_0 = 9 \times 10^{-7} \Delta p^3 + 1 \times 10^{-4} \Delta p^2 + 0,0198 \Delta p + 0,0119. \quad (4.6)$$

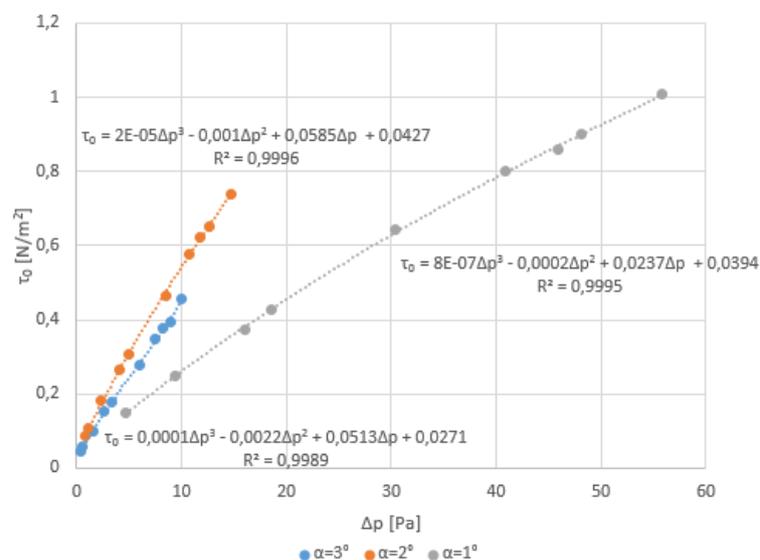
Para o caso em que  $\alpha = -1^\circ$ , a curva de calibração da sonda de Irwin é expressa na equação (4.7):

$$\tau_0 = 1 \times 10^{-6} \Delta p^3 + 2 \times 10^{-4} \Delta p^2 + 0,0237 \Delta p + 0,0392. \quad (4.7)$$

### 4.4.3. Caso C

Seguindo para o caso C a mesma analogia do caso B, e de acordo com o que foi mencionado no sub-capítulo 1.1.1, também se procedeu à determinação dos parâmetros  $\Delta$  e  $\frac{U_{\tau}d}{\nu}$ , sendo que os valores obtidos para estes também permitiram que o erro associado ao cálculo da tensão superficial fosse inferior a 3%.

Analisando detalhadamente a Figura 4.11, verifica-se que a tensão superficial é máxima para o caso em que o ângulo de divergência da conduta ( $\alpha$ ) é mínimo, tendendo esse valor a diminuir com o aumento do ângulo de divergência da conduta. Além disso, o valor de  $\Delta p_p$  diminuirá com o aumento do ângulo de convergência maior (Figura 4.8), o que provoca uma diminuição do valor do parâmetro  $x^*$  da curva de calibração de Patel, que por sua vez leva ao crescimento do valor do parâmetro  $y^*$ , sendo este traduzido num aumento da tensão superficial.



**Figura 4.11.** Curva de calibração da sonda de Irwin para gradientes de pressão desfavoráveis.

As curvas de calibração da sonda de Irwin, para as diferentes configurações da conduta, estão representadas na Figura 4.11, sendo que a tensão superficial é expressa em função da diferença de pressão média medida na sonda de Irwin, quando  $\alpha = 1^\circ$ , por:

$$\tau_0 = 8 \times 10^{-7}\Delta p^3 + 2 \times 10^{-4}\Delta p^2 + 0,0237\Delta p + 0,0394, \quad (4.8)$$

para  $\alpha = 2^\circ$ , por:

$$\tau_0 = 2 \times 10^{-5} \Delta p^3 + 1 \times 10^{-3} \Delta p^2 + 0,0585 \Delta p + 0,0427, \quad (4.9)$$

finalmente, para  $\alpha = 3^\circ$ , a tensão superficial em função da diferença de pressão média medida na sonda de Irwin é representada pela seguinte expressão:

$$\tau_0 = 1 \times 10^{-4} \Delta p^3 + 2,22 \times 10^{-3} \Delta p^2 + 0,0513 \Delta p + 0,0271. \quad (4.10)$$

## 5. CONCLUSÃO

O trabalho desenvolvido teve como objetivo a medição da tensão superficial com recurso ao tubo de Preston e à curva de calibração de Patel (1965), num escoamento desenvolvido que ocorre no interior duma conduta de secção retangular variável. Uma vez realizadas as medições da tensão superficial e da diferença de pressão média na sonda de Irwin, foi possível obter as curvas de calibração dessas sondas, em condições de gradiente de pressão constante, e variável. Para realizar medições da tensão superficial e da diferença de pressão média na sonda de Irwin em gradientes de pressão variáveis foram utilizadas seis configurações, três para cada um dos casos que se encontram exemplificadas na Figura 3.2 (caso B e caso C), enquanto para realizar essas medições em gradiente de pressão constante foi utilizada apenas uma configuração do caso A também da Figura 3.2. Para todas as configurações, foi estudado o efeito do caudal de ar insuflado na conduta.

No caso A, a tensão superficial foi calculada recorrendo à equação de conservação da quantidade movimento e recorrendo a uma das equações da curva de calibração de Patel (1965), verificando-se que o coeficiente de variação entre as tensões superficiais calculadas por ambos os métodos era cerca de 30% para um  $Re_{D_h} = 27805$  e para  $Re_{D_h} > 77221$  estabiliza em cerca de 10%.

Nos casos B e C, a tensão superficial só foi calculada com base numa das equações da curva de calibração de Patel (1965), uma vez que a equação integral de conservação da quantidade de movimento não é aplicável na presença de gradientes de pressão variáveis.

Da análise de resultados foi possível concluir que:

- Para a mesma configuração, a tensão superficial aumenta com o aumento do caudal para todos os casos;
- Para as diferentes configurações do caso B, a tensão superficial aumenta com o aumento do ângulo de convergência da conduta;

- Quando o ângulo de convergência da conduta é máximo, isto é,  $\alpha = -1,5^\circ$  tudo aponta para que tenha ocorrido relaminarização do escoamento, atendendo aos resultados estranhos obtidos;
- Para as diferentes configurações do caso C, a tensão superficial diminui com o aumento do ângulo de divergência da conduta;
- Comparando os diferentes casos e configurações, a tensão superficial é máxima para  $\alpha = -1^\circ$ , diminuindo sucessivamente na seguinte sequência  $\alpha = -0,5^\circ$ ,  $\alpha = 1^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 2^\circ$  e  $\alpha = 3^\circ$ ;
- A tensão superficial calculada para todas as configurações dos casos B e C apresenta um erro inferior a 3%.

## 5.1. Propostas de trabalhos futuros

O estudo da tensão superficial em condutas de secção variável ainda tem muitas questões que podem ser aprofundadas, como tal serão apresentadas algumas propostas para trabalhos futuros:

- Para as geometrias testadas neste trabalho realizar um cálculo da tensão superficial, em que o Preston esteja localizado mais para jusante na conduta;
- Para o caso  $\alpha = -1,5^\circ$  calcular o valor de  $\frac{d}{dx(\Delta)}$  para confirmar a ocorrência ou não da relaminarização, usando mais tubos de Preston;
- Testar novos ângulos de convergência e divergência da conduta.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ackerman, J.F., Wong, L., Ethier, C.R., Allen, D.G. e Spelt, J.K. (1994), “Preston-Static Tubes for the Measurement of Wall Shear Stress”, *Journal of Fluids Engineering*, 116, pp. 645-649.
- Bertelrud, A. (1975), “Preston Tube Calibration Accuracy”, *Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 14, pp. 98-100.
- Bradshaw, P. e Unsworth, K. (1973), “A Note on Preston Tube Calibrations in Compressible Flow”, *Imperial College Aeronautics Report 73-07*, London.
- Brederode, V. e Bradshaw, P. (1978), “Influence of the Side Walls on the Turbulent Center-Plane Boundary-Layer in Square Duct”, *Journal of Fluids Engineering*, 100, pp. 91-96.
- Brederode, V. de (2014), “Aerodinâmica Incompressível: Fundamentos”, 1ª Ed., IST Press.
- Cengel, Y. e Cimbala, J. (2005), “Fluid Mechanics Fundamental and Applications”, 1ª Ed., McGraw-Hill. Acedido a 7 de Agosto de 2016, em: [https://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MEK4450/h11/undervisningsmateriale/modul-5/Pipeflow\\_intro.pdf](https://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MEK4450/h11/undervisningsmateriale/modul-5/Pipeflow_intro.pdf).
- Clauser, F.H. (1954) “Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients”, *Journal of the Aeronautical Sciences*, 21, pp. 91-108.
- Duffy, J. e Norbury J.F. (1967) “The Measurement of Skin Friction in Pressure Gradients Using a Static Hole Pair”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, London, September 1967, pp. 76-83.
- Faria, R., Ferreira, A.D., Lopes, A.M.G. e Sousa, A.C.M. (2016) “On the use of Irwin probes to measure wall shear stress in rectangular ducts of constant section” VII Congresso Ibérico | VI Congresso Ibero Americano de Ciências e Técnicas do Frio, Coimbra, Portugal, 3-6 Maio 2016.
- Freitas, M. (2011) “Desenvolvimento de Ferramenta de Cálculo para Dimensionamento de Redes Aeráulicas”. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica. Departamento de Engenharia Mecânica – Universidade do Minho, Guimarães.
- Head, M.R. e Vasanta Ram, V. (1971), “Simplified Presentation of Preston Tube Calibration”, *Aeronautical Quarterly*, 22, pp. 295-300.
- Irwin, H. (1980), “A simple omnidirectional sensor for wind-tunnel studies of pedestrian-level winds”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 7, 219-239.
- JCGM 200:2012, (2008) “International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms” 3<sup>rd</sup> edition, VIM. Acedido a 28 de Agosto de 2016, em: [http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM\\_200\\_2012.pdf](http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_200_2012.pdf).
- Kornilov, V.I., Litvinenko, Y.A. e Pavlov, A.A. (2002) “Skin-Friction Measurements in an Incompressible Pressure-Gradient Turbulent Boundary Layer. Review of

- Techniques and Results”, International Conference on Methods of Aerophysical Research (11th), Novosibirsk, Russia, 1-7 July 2002. pp. 114-119.
- McMillan, F.A. (1957), “Experiments on Pitot tubes in shear flow”, Aeronautical Research Council Reports and Memoranda, no. 3028.
- Monteiro, J. e Viegas, D. (1996), “On the use of Irwin and Preston wall shear stress probes in turbulent incompressible flows with pressure gradients”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 64, 15-29.
- Oliveira, L. e Lopes, A. (2012), “Mecânica dos Fluidos”, 4ª Ed., Lidel.
- Patel, V.C. (1965) “Calibration of the Preston Tube and Limitations on its Use in Pressure Gradients”, *Journal of Fluid Mechanics*, 23, pp. 185-207.
- Preston, J.H. (1954), “The Determination of Turbulent Skin Friction by Means of Pitot Tubes”, *Journal Royal Aeronautical Society*, 58, pp. 109-121.
- Rechenberg, I. (1963), “Messung der turbulenten Wandschubspannung”, *Zeitschrift für Flugwiss*, 11, pp. 429-438.
- Sarnecki, A.J. (1959), “The turbulent boundary layer on a permeable surface”, Ph.D Thesis – Cambridge University, Cambridge.
- Staff of Aerodynamics Division, National Physical Laboratory (1958), “On the measurement of local skin friction on a flat by means of Preston tube”, Aeronautical Research Council Reports and Memoranda, no. 3185.
- White, F. (2002) “Fluid Mechanics”, 4ª Ed., McGraw-Hill.

## ANEXO A - TÉCNICAS DE MEDIÇÃO DA TENSÃO SUPERFICIAL

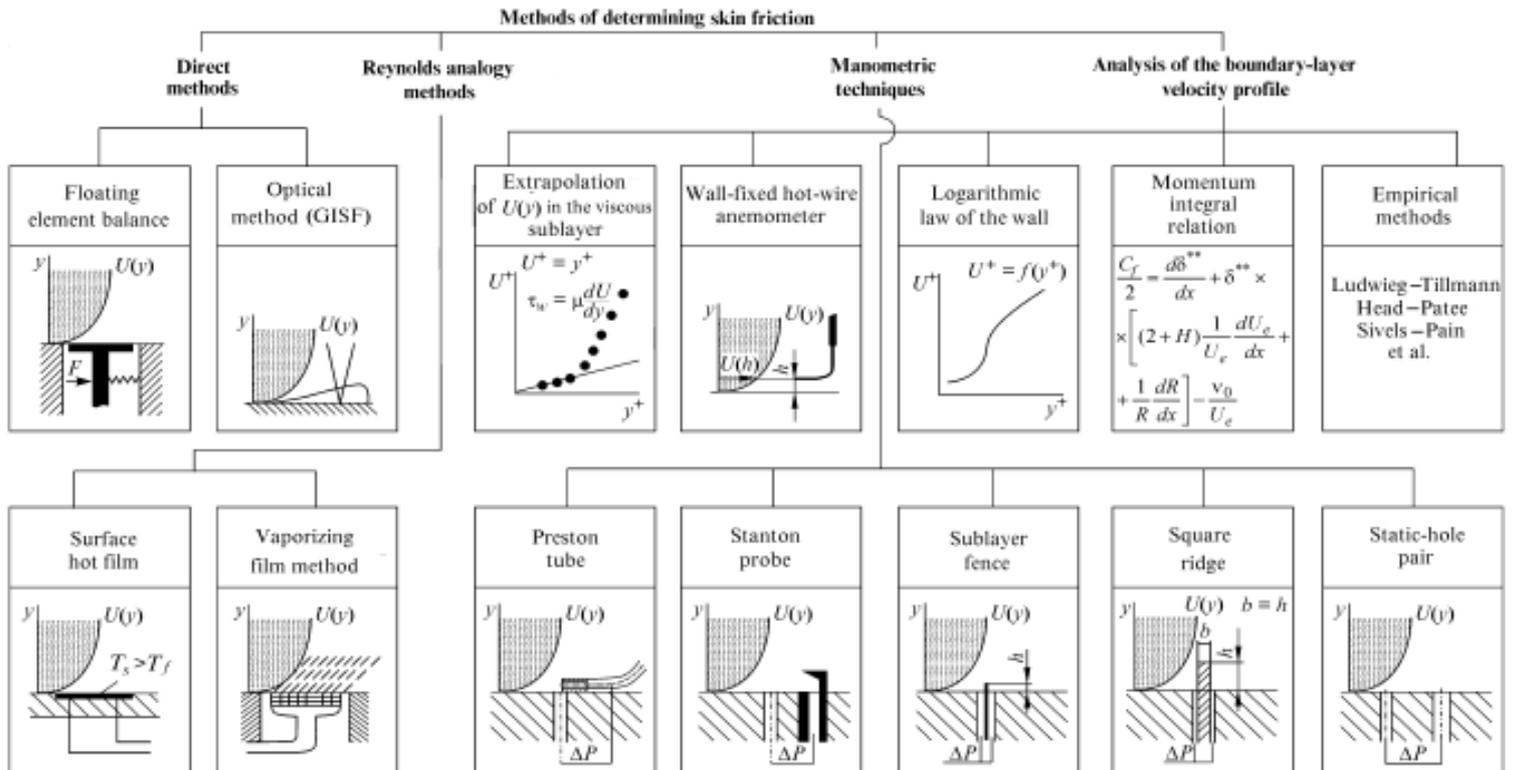


Figura A.1. – Classificação das técnicas de medição da tensão superficial (Kornilov et al, 2002).

Na Figura A.1 é apresentado um resumo das técnicas de medição de tensão superficial, de acordo com os métodos utilizados. A medição da tensão superficial pode ocorrer com recurso: a métodos diretos (elemento flutuante e “*Optical method (GISF)*”), ou métodos indiretos (métodos de analogia através do número de Reynolds, análise dos perfis de velocidade média).

Segundo (Brederode, 2014) a medição da tensão superficial, recorrendo única e exclusivamente à análise do perfil de velocidades média, na camada limite, será extremamente complicada, devido à dificuldade em determinar o coeficiente de atrito, que por norma é muito trabalhosa. Assim, estas técnicas são utilizadas, por vezes para a comprovação dos valores  $C_f$  e  $\tau_0$ , que são calculados através de técnicas experimentais mais simples (tubo de Stanton, tubo de Preston, barreira na sub-camada, elemento flutuante).



## ANEXO B – SIMPLIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Para analisar o comportamento de um escoamento de camada limite na região da camada interior, em condições de equilíbrio local, recorreu-se, por uma questão de simplicidade, a um escoamento desenvolvido tipo Couette (Brederode, 2014). Sendo o escoamento de Couette bi-dimensional, a equação da continuidade é representada por:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (\text{B.1})$$

onde  $U$  representa a velocidade do escoamento segundo a direção  $x$ , e  $V$  a velocidade do escoamento segundo a direção  $y$ .

Dado que o escoamento de Couette se realiza em condições de escoamento desenvolvido,  $\frac{\partial U}{\partial x}$  será nulo, e por continuidade,  $\frac{\partial V}{\partial y}$  será também nulo. Deste modo, é possível concluir que num escoamento de bidimensional desenvolvido, que apresente paredes sólidas, forçosamente resulta em unidimensional, ou seja,  $\vec{U} = (U, 0, 0)$  (Brederode, 2014).

A equação da quantidade de movimento, escolhendo como pressão de referência a hidrostática local, é dada por:

$$\frac{DU}{Dt} \equiv \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \vec{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{U}. \quad (\text{B.2})$$

Brederode (2014) refere que o primeiro membro da equação, representa a variação total da quantidade de movimento por unidade de massa de um elemento de fluido, que ocorre devido ao efeito conjugado da variação do escoamento ao longo do tempo (primeiro termo) e ao transporte do elemento de fluido de um ponto do espaço para o outro que apresente diferente velocidade (variação convectiva, segundo termo).

No segundo membro da equação estão representadas as forças aplicadas no elemento de fluido: a contribuição invíscida do gradiente de pressão estática (primeiro termo) e a contribuição viscosa (segundo termo).

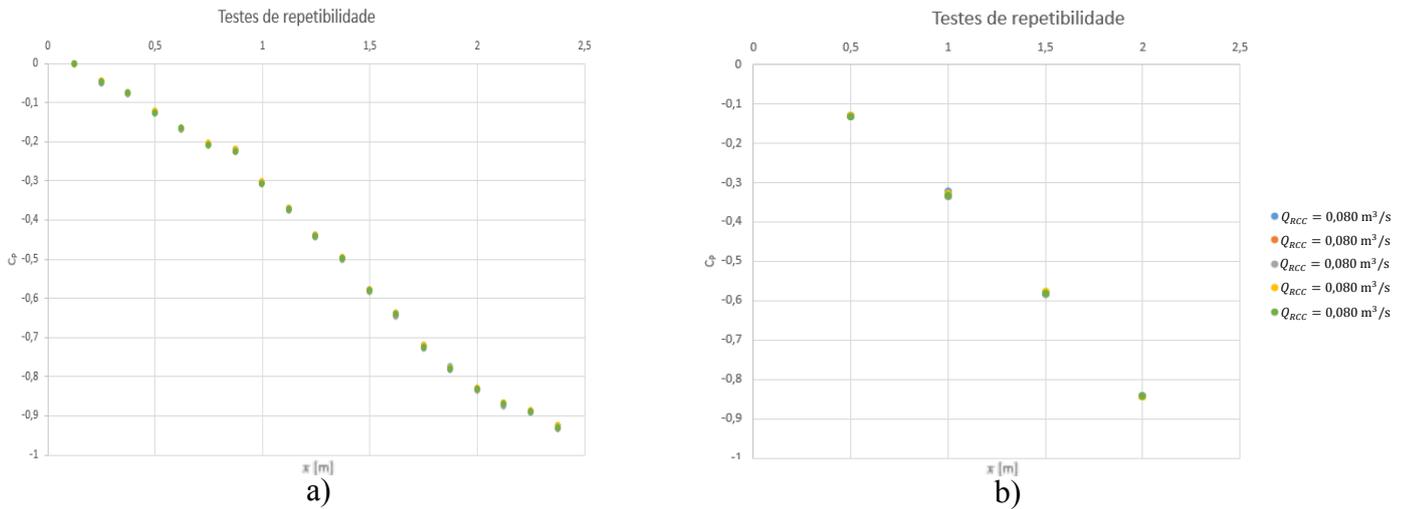
Analisando a equação da quantidade de movimento (B.2), nas condições acima descritas, no escoamento de Couette, conclui-se que os únicos elementos não nulos do

desviador das tensões são  $\tau_{yx} = \tau_{xy} = \mu \frac{dU}{dy} = \tau$ , e a equação da quantidade de movimento

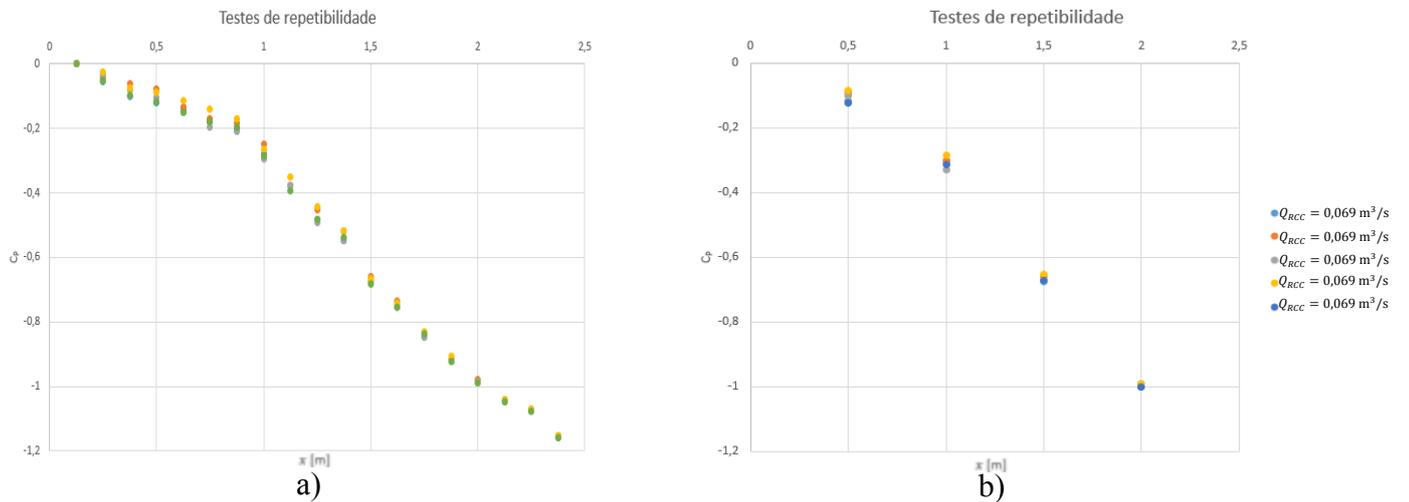
B.2 resulta em :

$$\frac{dp}{dx} = \mu \frac{d^2U}{dy^2} = \frac{d\tau}{dy}. \quad (\text{B.3})$$

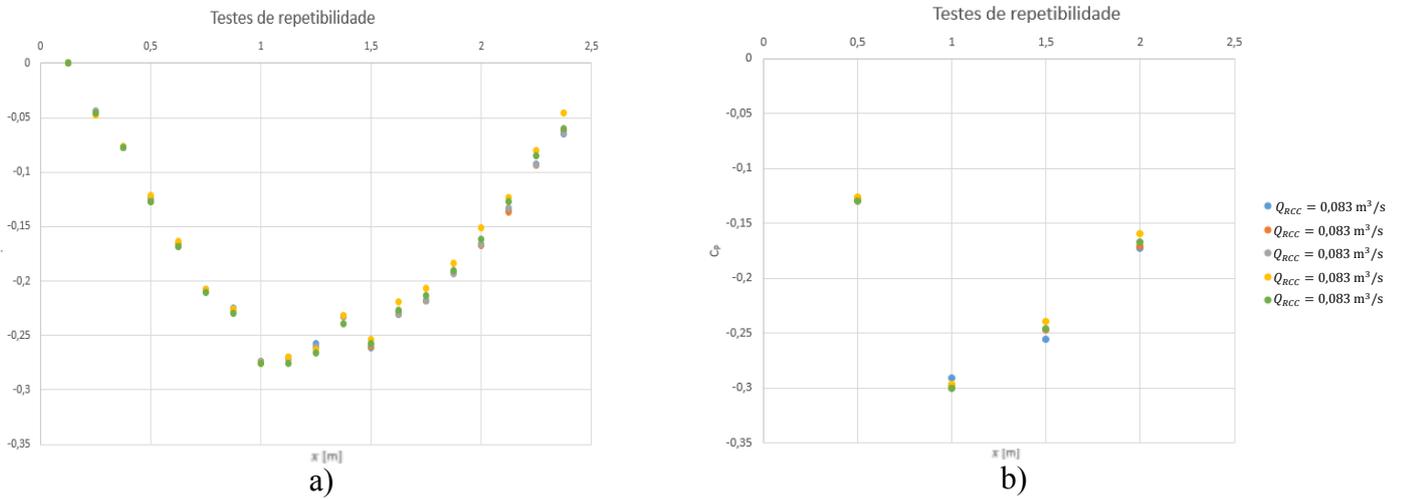
## ANEXO C – RESULTADOS DOS TESTES DE REPETIBILIDADE



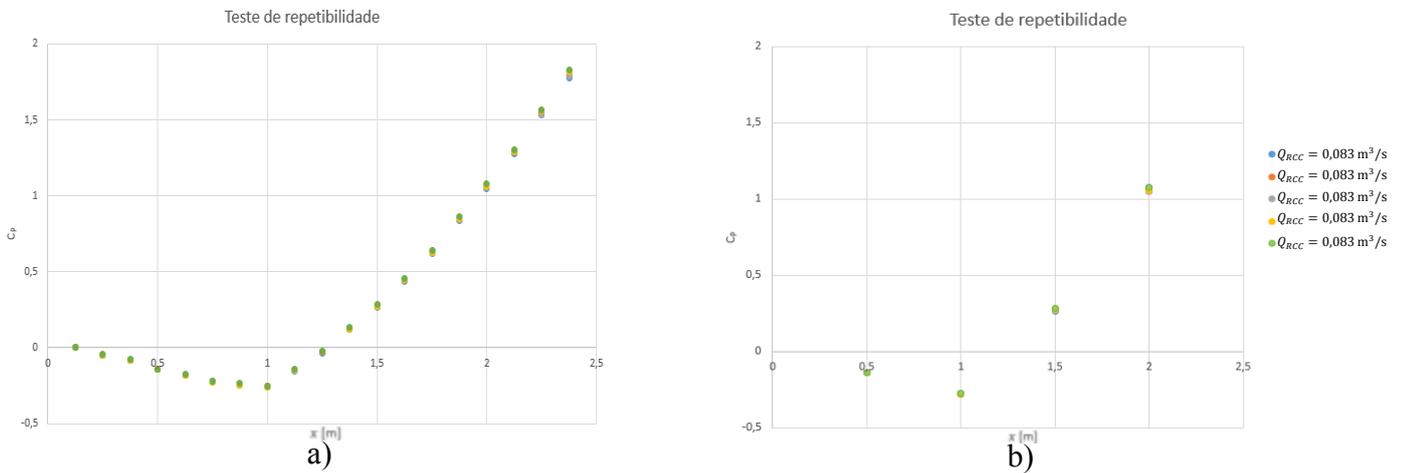
**Figura C.1.** Evolução do coeficiente de pressão para o caso B, em que  $\alpha = -0,5^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média.



**Figura C.2.** Evolução do coeficiente de pressão para o caso B, em que  $\alpha = -1,5^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média.



**Figura C.3.** Evolução do coeficiente de pressão para o caso C, em que  $\alpha = 1^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média.



**Figura C.4.** Evolução do coeficiente de pressão para o caso C, em que  $\alpha = 3^\circ$ : a) baseado na distribuição da pressão estática; b) baseado na distribuição da pressão estática média.

## ANEXO D – CONDIÇÕES DE OPERACIONALIDADE DOS ESCOAMENTOS

**Tabela D.1.** Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-seccção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que  $\alpha = -1,5^\circ$ .

Caso B ( $\alpha = -1,5^\circ$ )					
$D_S$ [mm]	$Q_{RCC}$ [m <sup>3</sup> /s]	$U_1$ [m/s]	$D_h$ [m]	$Re_{D_h}$	$L_e$ [m]
90	0,092	12,7	0,08	67478	2,25
85	0,090	12,5		66363	2,24
80	0,088	12,2		64654	2,23
70	0,081	11,3		60036	2,20
56	0,069	9,5		50484	2,14
51	0,065	9,0		47770	2,12
44	0,054	7,6		39994	2,06
35	0,040	5,6		29750	1,96
32	0,036	5,0		26327	1,92
27	0,024	3,3		17585	1,79

**Tabela D.2.** Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-seccção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que  $\alpha = -0,5^\circ$ .

Caso B ( $\alpha = -0,5^\circ$ )					
$D_S$ [mm]	$Q_{RCC}$ [m <sup>3</sup> /s]	$U_1$ [m/s]	$D_h$ [m]	$Re_{D_h}$	$L_e$ [m]
110	0,130	18,1	0,08	96153	2,38
90	0,124	17,2		90908	2,36
85	0,120	16,7		88350	2,35
80	0,115	16,0		84778	2,33
70	0,102	14,2		75213	2,28
56	0,080	11,2		59051	2,20
51	0,074	10,3		54447	2,17
44	0,060	8,2		43445	2,09
35	0,042	5,9		31151	1,97
32	0,036	5,0		26378	1,92
27	0,023	3,2		16989	1,78

**Tabela D.3.** Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que  $\alpha = 1^\circ$ .

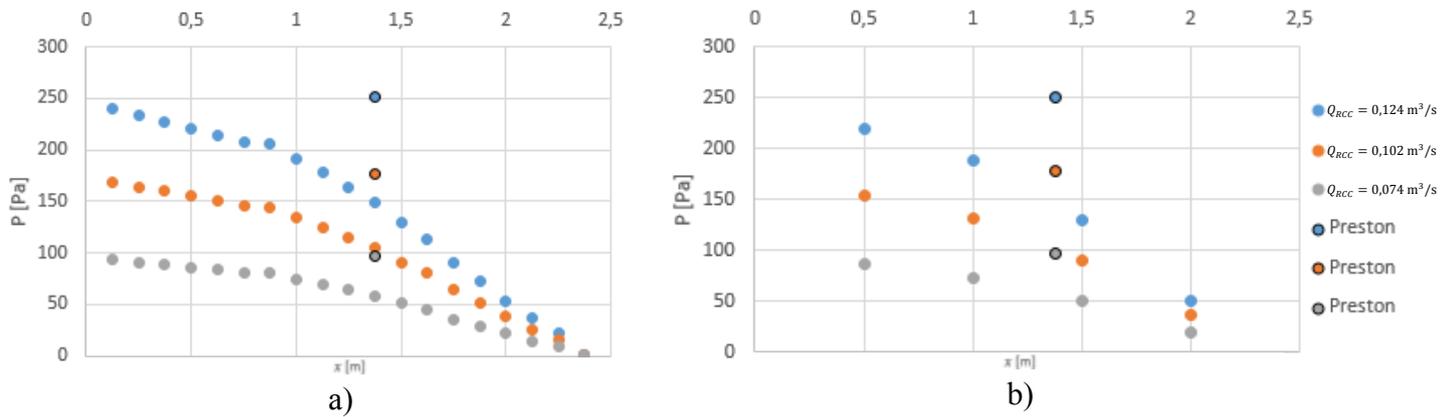
Caso C ( $\alpha = 1^\circ$ )					
$D_S$ [mm]	$Q_{RCC}$ [m <sup>3</sup> /s]	$U_1$ [m/s]	$D_h$ [m]	$Re_{D_h}$	$L_e$ [m]
110	0,140	19,5	0,08	103075	2,41
90	0,132	18,3		97159	2,39
85	0,128	17,8		93978	2,37
80	0,122	17,0		90047	2,36
70	0,108	14,9		79076	2,31
56	0,083	11,5		60874	2,20
51	0,076	10,5		55751	2,18
44	0,060	8,3		43739	2,09
35	0,042	5,9		31139	1,97

**Tabela D.4.** Valores do caudal, velocidade média do escoamento na sub-secção de testes 1, número de Reynolds em função do diâmetro hidráulico e comprimento de entrada para o caso em que  $\alpha = 3^\circ$ .

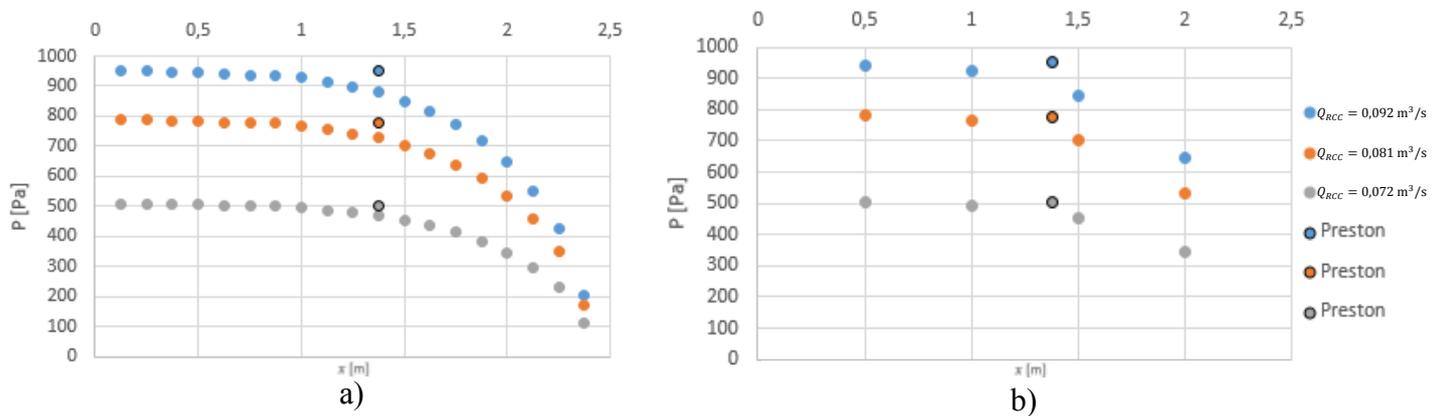
Caso C ( $\alpha = 3^\circ$ )					
$D_S$ [mm]	$Q_{RCC}$ [m <sup>3</sup> /s]	$U_1$ [m/s]	$D_h$ [m]	$Re_{D_h}$	$L_e$ [m]
110	0,143	19,8	0,08	104864	2,42
90	0,133	18,5		98045	2,39
85	0,129	17,9		94783	2,38
80	0,123	17,1		90801	2,36
70	0,108	15,0		79341	2,31
56	0,083	11,5		60857	2,20
51	0,076	10,5		55704	2,18
44	0,060	8,3		43739	2,09
35	0,042	5,8		30801	1,97
32	0,036	5,0		26402	1,92

média ao longo da conduta

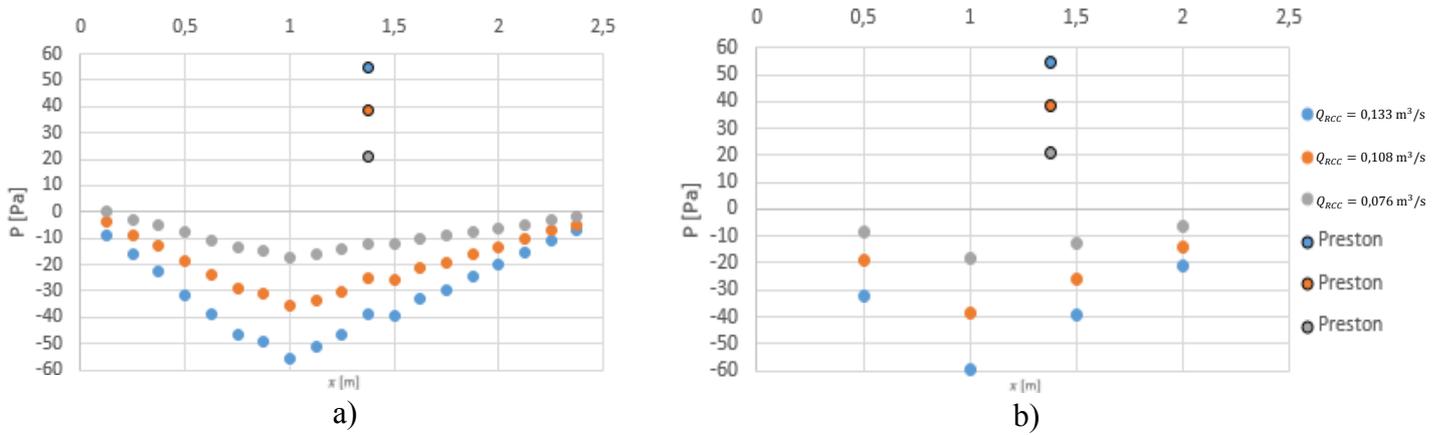
## ANEXO E – DISTRIBUIÇÕES DA PRESSÃO ESTÁTICA/ESTÁTICA MÉDIA AO LONGO DA CONDUTA



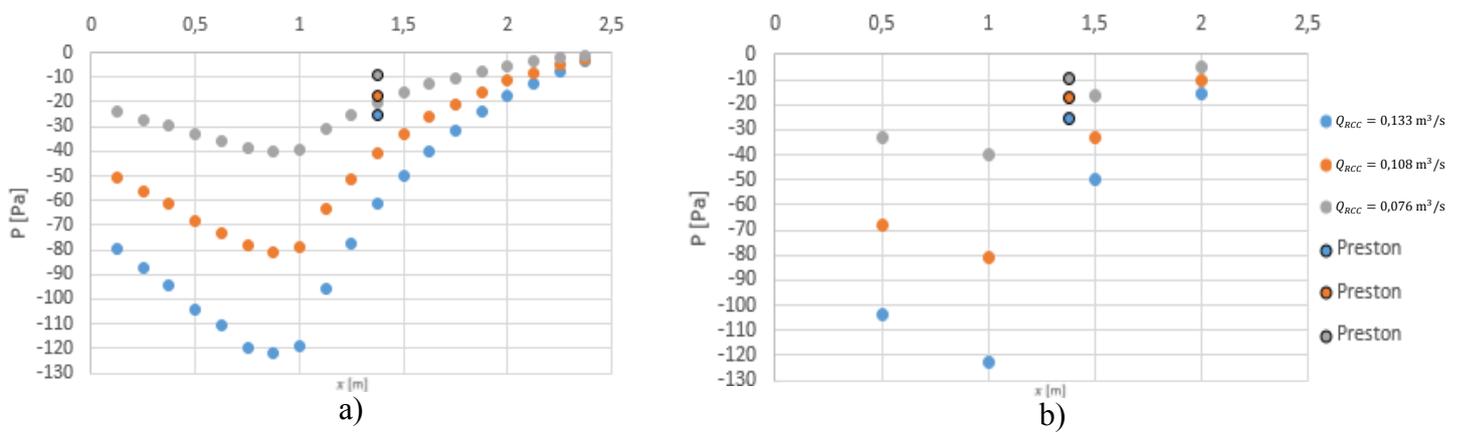
**Figura E.1.** Evolução da distribuição da pressão para o caso B, em que  $\alpha = -0,5^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média.



**Figura E.2.** Evolução da distribuição da pressão para o caso B, em que  $\alpha = -1,5^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média.



**Figura E.3.** Evolução da distribuição da pressão para o caso C, em que  $\alpha = 1^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média.



**Figura E.4.** Evolução da distribuição da pressão para o caso C, em que  $\alpha = 3^\circ$ : a) baseado na pressão estática; b) baseado na pressão estática média.

