



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Encurvadura lateral em vigas mistas

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na
Especialidade de Mecânica estrutural

Autor

Nuno Miguel Cardoso Gonçalves

Orientadores

Rui António Duarte Simões

Liliana Raquel Simões Marques

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correcções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

Coimbra, Julho, 2013

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer ao meu orientador Rui Simões e a minha coorientadora Liliana Marques, pela orientação, pelos conhecimentos transmitidos, pelas opiniões e críticas, total colaboração no solucionar de dúvidas que foram surgindo ao longo da tese e pela total disponibilidade relativamente a correções e sugestões relevantes para esta dissertação.

Quero agradecer aos meus pais e ao meu irmão, dirigindo um agradecimento especial por serem encorajadores, pelo seu apoio incondicional, incentivo, amizade, paciência demonstrada e total ajuda na superação dos obstáculos que foram surgindo nesta caminhada.

Por último quero agradecer aos meus amigos que estiveram ao meu lado durante esta fase, pelo companheirismo, força, apoio em certos momentos difíceis e também pela capacidade de incentivo que me deram nestes últimos cinco anos de estudo.

Sem as pessoas acima referidas, tornar-se-ia muito complicado a realização deste curso, pelo que finalizo com um Muito Obrigado a todos.

RESUMO

As vigas mistas aço-betão constituem um dos principais elementos estruturais em estruturas mistas. Estas vigas são geralmente compostas por perfis abertos em I ou H, ligados por conectores ao pavimento em betão armado ou em laje mista com chapa colaborante. Na fase definitiva o banzo superior é lateralmente restringido pelo pavimento o que elimina completamente os fenómenos de encurvadura lateral. A encurvadura lateral em vigas mistas restringe-se às zonas de momento flector negativo, junto aos apoios de continuidade em vigas contínuas; devido à restrição do banzo superior, este fenómeno é significativamente diferente do verificado em vigas metálicas com secções abertas.

Apesar de a regulamentação europeia (em particular o Eurocódigo 4) fornecer algumas regras simplificadas para assegurar a resistência à encurvadura lateral, fora do âmbito de aplicação destas regras é necessário aplicar um procedimento geral que envolve o cálculo prévio do momento crítico.

A formulação atualmente disponível para efetuar este cálculo é bastante complexa pois depende de diversos fatores como as dimensões e forma da secção metálica, tipologia e rigidez transversal do pavimento, entre outras.

No presente trabalho pretende-se numa primeira fase fazer uma abordagem teórica sobre o fenómeno de encurvadura lateral em vigas mistas aço-betão e uma recolha das metodologias disponíveis para o cálculo do momento crítico. Numa segunda fase pretende-se desenvolver uma ferramenta de cálculo automático (folha Excel) que permita o cálculo do momento crítico em vigas mistas contínuas, considerando diversas configurações para a parte metálica e para o pavimento em betão.

ABSTRACT

Composite steel-concrete beams are one of the main structural elements in composite beams. These beams are generally composed by open sections such as I or H, connected by stubs to the concrete floor or in composite slab with cooperating plate. In the final stage of construction the top flange is laterally restrained by the floor which eliminates completely lateral buckling phenomenon. Lateral-torsional buckling in composite beams occurs only in zones of hogging moment, near the middle supports of the continuous composite beam. Due the restriction of the top flanges, this phenomenon is significantly different than what is verified in open sections in steel structures.

Although the European regulation (Eurocode 4 in particular) provides some simplified rules to ensure resistance to lateral-torsional buckling, outside the scope of the application of these rules it is necessary to apply a general procedure in which calculation of the elastic critical moment is required.

The current formulation available to carry out this calculation is very complex as it depends of various factors such as the dimensions and the shape of the steel section, the type of the floor, among others.

In this document it is intended in a first stage to provide a theoretical approach about the lateral buckling phenomenon in composite beams steel-concrete and to describe a collection of different available methods for the critical moment calculation. In a second stage it is intended to develop an automatic calculation tool (Excel sheet) that allows the critical moment calculation for composite beams, considering several setups for the steel part as well as for the concrete floor.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	i
ABSTRACT	2
Índice	iii
SIMBOLOGIA	v
ABREVIATURAS	viii
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Considerações gerais.....	1
1.1.1 Vigas mistas.....	1
1.1.2 Conceito de encurvadura lateral	4
1.2 Objetivos.....	9
1.3 Estrutura da tese.....	10
2 REvisão bibliográfica	11
3 Metodologia de Cálculo do momento crítico de acordo com o EC4-1-1	13
3.1 Introdução	13
3.2 Enquadramento bibliográfico.....	14
3.3 Banzo comprimido.....	14
3.4 Classe	15
3.5 Modelo em U-invertido	15
3.6 Fórmula do momento crítico.....	16
3.7 Coeficiente C_4	17
3.8 Rigidez transversal k_s	20
3.8.1 Rigidez da laje k_1	24
3.8.2 Rigidez da alma k_2	30
3.9 Coeficiente k_c	32
3.10 Momento crítico desprezando a resistência à torção.....	35
3.11 Condições de admissibilidade da fórmula do momento crítico	35
3.12 Espaçamento entre conetores	36
3.13 Dispensa do cálculo direto	39
3.14 Momento resistente de cálculo $M_{b,Rd}$	41
3.15 Tipo de análise	44
3.16 Soluções	45
4 Ferramenta de cálculo.....	48
5 Exemplo.....	57

6 CONCLUSÕES	64
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	65
Anexo A.....	A-1

SIMBOLOGIA

a	distância entre duas vigas de aço consecutivas; distância entre a armadura longitudinal e o eixo neutro;
b	largura do banzo superior do perfil de aço;
b_0	largura média de uma nervura;
b/n	largura homogeneizada de betão;
b_f	largura do banzo inferior;
b_r	largura do contorno superior da nervura;
b_s	largura de uma nervura completa;
c	distância entre a altura média de uma nervura e o eixo neutro;
d	diâmetro da espiga dos conetores;
d_{sl}	distância à face superior das armaduras na direção do eixo da viga;
d_{st}	distância à face superior das armaduras perpendiculares ao eixo da viga;
e	dimensão calculada de acordo com a equação 21;
f_u	valor da tensão última do aço do conetor, mas não superior a 500 N/mm^2 ;
f_y	tensão de cedência do aço;
h	altura do perfil metálico;
h_c	altura comprimida;
h_{lm}	altura da laje maciça;
h_{tipo1}	altura da laje mista tipo 1;
h_{tipo2}	altura da laje mista tipo 2;
h_p	altura de uma nervura;
h_s	distância entre os centros de corte dos banzos da secção do aço estrutural (habitualmente coincide com a distância entre o centro dos banzos);
k_1	rigidez de flexão da laje fendilhada em torno de um eixo horizontal paralelo ao eixo da viga;
k_2	rigidez de flexão da alma do perfil de aço;
k_c	propriedade da secção mista cuja expressão é dada no subcapítulo 3.9;
k_s	rigidez transversal por unidade de comprimento da viga mista, descrita em 3.8 e dada pela expressão 8;
s	espaçamento longitudinal dos conectores.
t_f	espessura do banzo inferior;
t_w	espessura da alma do perfil metálico;

z	distância entre o centro de gravidade da área de betão localizado entre as nervuras e o centro de gravidade da área de armadura longitudinal;
z_c	distância entre o baricentro da secção de aço estrutural e a meia espessura da laje;
z_e	distância entre a face superior da laje e o eixo neutro;
z_s	distância entre o baricentro da secção de aço e o seu centro de corte, positiva quando o centro de corte e o banzo comprimido estão do mesmo lado do baricentro;
A	área da secção mista equivalente (secção homogeneizada), desprezando o betão tracionado, isto é, $A_a + A_s$;
A_a	área da secção transversal do perfil de aço;
A_w	área da alma com uma altura h_s e é dado pela expressão 33;
A_s	armadura longitudinal;
C_4	coeficiente dependente da distribuição do momento fletor no comprimento L cujo valor é dado no subcapítulo;
$E_a I_2$	rigidez de flexão da laje fendilhada por unidade de largura;
E_a	módulo de elasticidade de aço estrutural (210 GPa);
E_{cm}	módulo de elasticidade secante do betão;
G	módulo de distorção do aço estrutural (81 GPa);
I_{at}	constante de torção de St. Venant da secção de aço estrutural;
I_{afz}	momento de inércia do banzo inferior da secção de aço estrutural em relação ao eixo de menor inércia e é dada pela expressão 2;
I_{ay}	momento de inércia da secção de aço estrutural em relação ao eixo $y-y$ que passa pelo centro de massa (eixo de maior inércia);
I_y	momento de inércia referente ao eixo de maior inércia da secção mista fendilhada de área A ;
L	comprimento da viga mista entre os pontos em que o banzo inferior do elemento de aço está lateralmente travado (usualmente o vão da viga mista);
M_0	momento máximo positivo se a viga em análise fosse simplesmente apoiada;
M_{cr}	momento crítico elástico;
M_{Ed}	momento máximo negativo no apoio interno, como se ilustra na Figura 12;
M_{Rd}	momento resistente;
M_{Rk}	momento resistente da secção mista usando as propriedades características do material;
M_t	momento torsor;
T	força dos conectores;
α	parâmetro dependente do número de vigas que partilham a mesma laje (Figura 19 e Figura 20);

α_{LT}	fator de imperfeição, que corresponde a uma curva de encurvadura da figura 6.4 do EC3-1-1. Para saber a curva de encurvadura a utilizar recorre-se à Tabela 7;
ε	fator que depende do f_y determinado através da expressão 34;
θ_1	rotação devido à flexão da alma;
δ	deslocamento lateral do banzo inferior;
ν	coeficiente de Poisson do aço do perfil metálico;
ϕ_{LT}	fator determinado através da equação 42;
χ_{LT}	coeficiente de redução para a encurvadura lateral, dado em 6.4.2 (1) do EC4-1-1;
$\bar{\lambda}_{LT}$	esbelteza normalizada para encurvadura lateral, dada 6.4.2 (4) do EC4-1-1;
ψ	relação entre momentos;

ABREVIATURAS

EC3-1-1 – Eurocódigo 3 Parte 1-1

EC4-1-1 – Eurocódigo 4 Parte 1-1

EN – Norma Europeia

ENV4-1-1 – Norma Antiga Europeia Eurocódigo 4 Parte-1-1

GBT – Generalized Beam Theory

RDB – Restrained Distorcional Buckling

EC2-1-1 – Eurocódigo 2 Parte 1-1

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações gerais

1.1.1 Vigas mistas

As estruturas mistas são compostas sempre por dois materiais de funcionamento distinto, sendo que nesta dissertação apenas será analisada a combinação aço-betão. Esta junção dos dois materiais é feita porque aproveita as melhores características de cada material. O betão, como se sabe, apresenta um bom comportamento à compressão e por seu lado, o aço apresenta um bom comportamento à tração. Sendo o objeto de estudo as vigas mistas, as seções transversais terão simultaneamente algumas fibras à compressão e outras fibras à tração, sendo essa a principal razão para que o elemento viga seja o mais indicado para estruturas mistas, pois se for eficazmente idealizado e aplicado, o betão irá trabalhar à compressão e o aço à tração. A ligação destes dois materiais é feita com o recurso a conetores que fazem com que os dois materiais trabalhem solidariamente, como um só. Dependendo da quantidade de conetores utilizados e o respetivo espaçamento entre eles, pode ter-se diferentes níveis de conexão e interação entre os dois materiais, níveis esses que assumem particular importância aquando do dimensionamento do elemento. Nas figuras Figura 1 e Figura 2, ilustram-se alguns exemplos de estruturas mistas já executadas.



Figura 1 – Exemplo de laje mista (laje nervurada)



Figura 2 – Viga mista (conectores)

As vantagens deste tipo de estruturas em relação às estruturas de aço ou betão trabalhando isoladamente são as seguintes:

- O betão é eficiente à compressão e o aço à tração;
- O aço confere ductilidade às estruturas;
- O betão restringe parcialmente os fenómenos de instabilidade (encurvadura lateral);
- Ambos os materiais têm um coeficiente de dilatação térmica linear semelhante;
- O betão protege o aço de agentes corrosivos e das altas temperaturas (fogo);
- Rápida e simples montagem;

- Chapas colaborantes servem de cofragem.

Outras vantagens podiam aqui ser enunciadas, quer na fase de construção, quer na fase final.

Uma das desvantagens das estruturas mistas referem-se à maior dificuldade na sua modelação, e daí resulta uma das possíveis razões para que as estruturas mistas ainda não estejam implementadas no mercado como as estruturas metálicas ou em betão. Outra das desvantagens, em pilares especificamente, como é um elemento à compressão na maioria dos casos, não tira o máximo proveito da associação dos dois materiais. Olhando agora para o foco desta dissertação, as vigas mistas, elementos sujeitos maioritariamente à flexão, são elementos que poderão estar sujeitos a fenómenos de instabilidade como a encurvadura lateral. Existem inúmeras tipologias de pilares e vigas mistas, como é demonstrado de seguida na Figura 3.

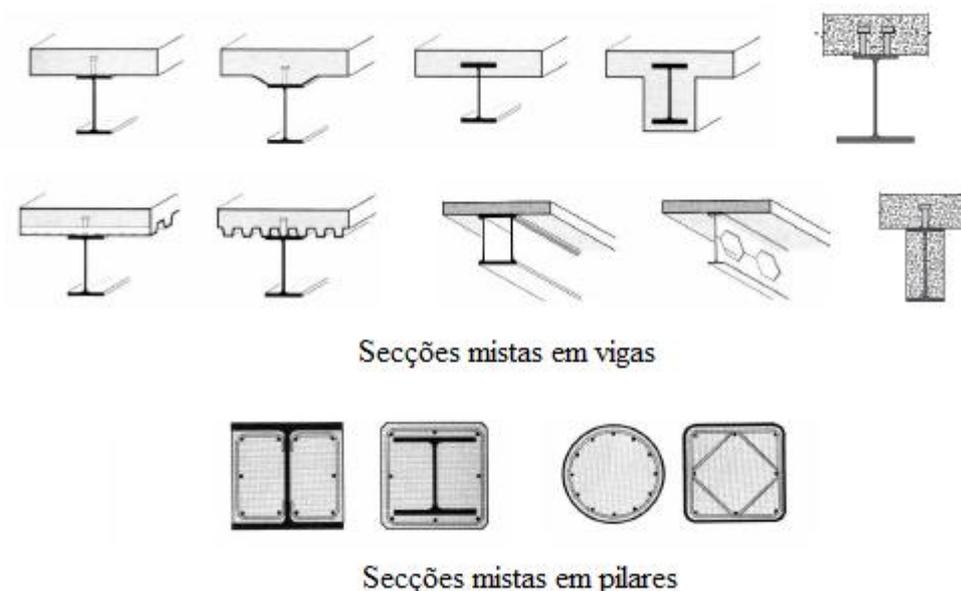


Figura 3 - Estruturas mistas

As lajes mistas ligadas às vigas podem ser maciças ou nervuradas. As lajes maciças são idênticas às utilizadas em estruturas de betão armado, podendo trabalhar em ambas as direções, ou seja, possuem uma malha de armadura que permite resistir aos momentos atuantes em duas direções ortogonais no plano da laje. Já as lajes mistas com nervuras, Figura 4, são aplicadas em estruturas mistas e são constituídas por uma chapa colaborante e betão, que depois são ligadas às vigas através de conetores. Estes lajes nervuradas são mais eficazes por reduzirem em larga quantidade o volume de betão em zonas da laje onde não é necessário essa quantidade de betão, e conseqüentemente o seu peso é reduzido consideravelmente. A

chapa colaborante também tem a grande vantagem de resistir eficazmente ao momento fletor positivo, uma vez que se encontra na face tracionada. Já na fase construtiva, a chapa colaborante, além de servir de cofragem também resiste às cargas de montagem. Este tipo de laje só trabalha numa direção, ao contrário do que acontece com as lajes maciças, sendo preciso ter em conta essa direção aquando da formulação do momento crítico na folha de Excel referida no capítulo 4.

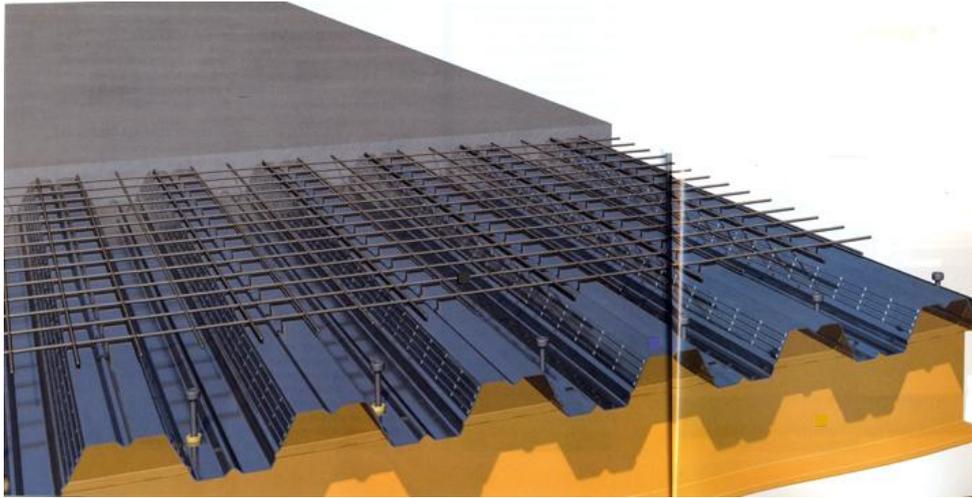


Figura 4 – Laje nervurada

1.1.2 Conceito de encurvadura lateral

Antes de falar do fenómeno da encurvadura lateral em estruturas mistas vai-se proceder a uma pequena introdução do fenómeno unicamente em estruturas metálicas. Uma viga simplesmente apoiada, constituída especialmente por perfis abertos em I ou H, quando sujeita a um carregamento vertical que provoca um momento fletor sobre o eixo de maior inércia do perfil metálico, tem tendência a encurvar lateralmente, sobre o eixo de menor inércia se não for devidamente contraventada. Este fenómeno tem o nome de encurvadura lateral ou bambeamento. Este fenómeno consiste na deformação lateral do banzo comprimido, em que a parte comprimida comporta-se como uma peça linear sujeita à compressão que está restringida pela parte tracionada. Este tipo de instabilidade envolve flexão lateral (segundo o eixo de menor inércia) e torção, daí também ser conhecido por encurvadura lateral torsional (Figura 5).

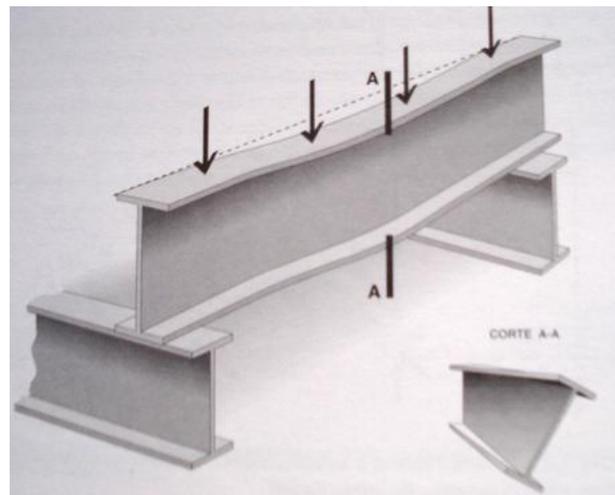


Figura 5 – Encurvadura lateral em vigas metálicas

Como a Figura 5 ilustra, existe uma torção da peça metálica que resulta da componente segundo o eixo da viga do momento atuante sobre o eixo de maior inércia. Como é possível perceber, a maior deformação lateral será a meio vão da viga, uma vez que essa seção (corte A-A') corresponde à maior distância a que uma seção de uma viga simplesmente apoiada está dos apoios que contraventam lateralmente a seção.

O momento crítico corresponde ao valor máximo do momento atuante numa viga em condições ideais, sem que a viga em análise sofra encurvadura lateral. Para vigas metálicas não contraventadas lateralmente, o momento crítico reduz a capacidade resistente da seção ao momento fletor, como é previsto na cláusula 6.3 do EC3-1-1.

Analisando agora o objecto de estudo desta dissertação, as estruturas mistas, essa instabilidade só se verifica em zonas comprimidas do perfil transversal da seção metálica. Quando a viga está sujeita a momentos positivos (vigas de um tramo), o banzo superior vai estar comprimido mas o pavimento de betão existente conectado a esse mesmo banzo previne as deformações laterais. Já quando a viga mista é contínua, ou seja, tem apoios intermédios, nas zonas próximas desses mesmos apoios vão estar a atuar momentos negativos (Figura 6). Logo o diagrama de tensões da seção transversal vai ser inverso ao que acontecia a meio vão da viga, ou por outras palavras, o betão vai estar na zona de tração e o perfil metálico à compressão. Deste modo, os materiais vão estar sujeitos a esforços contrários àqueles a que são mais eficazes, o que obriga naturalmente à colocação de armadura de tração no banzo de betão. Para além da fendilhação do betão nestas condições, o problema mais condicionante diz respeito à instabilidade do perfil metálico comprimido. Neste caso não tem o pavimento a contraventar o banzo comprimido estando ele livre de se movimentar lateralmente e, conseqüentemente, podendo levar à ocorrência de encurvadura lateral induzida pelo banzo

inferior, sendo necessário ser acautelada essa situação. Apesar disso, refira-se, em edifícios mistos este fenómeno não é tão condicionante como em edifícios metálicos.

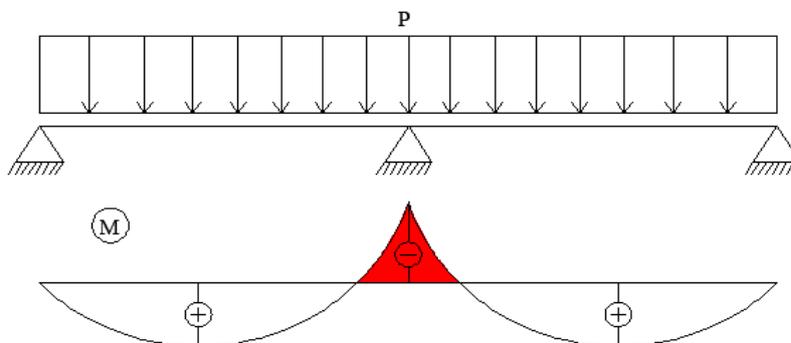


Figura 6 – Zona suscetível de ocorrência de encurvadura lateral

Ao invés do que acontece com as estruturas metálicas, numa viga mista, os movimentos laterais do banzo superior estão impedidos devido à laje de betão que restringe os movimentos nessa direção. Consequentemente, a rotação do perfil metálico sobre o seu eixo também está impedida. Daí resultar a distorção da secção aquando dos fenómenos de encurvadura lateral, uma vez que o banzo superior está impedido de rodar e de se deslocar, ao contrário do que acontece no banzo inferior. Essa distorção da secção transversal anteriormente referida deve-se à impossibilidade de toda a secção deformar como um todo, logo a encurvadura lateral resulta na mudança de forma da secção transversal (Figura 7).

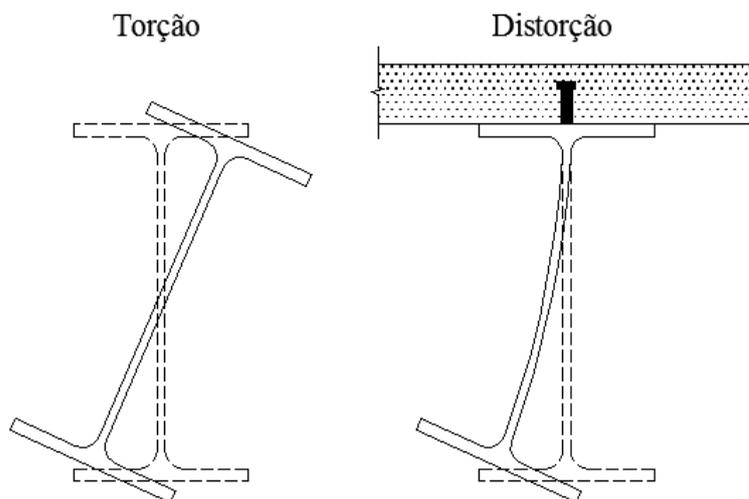


Figura 7 – Distorção vs torção

Para impedir esta distorção da secção, o banzo inferior, que é a parte do perfil que tende a induzir o fenómeno de encurvadura lateral, vai unicamente ser contraventada pela alma. Isto

porque, para o banzo rodar é necessário que exista uma flexão da alma, e como a alma é o único elemento ligado ao banzo inferior, a alma é efetivamente a única resistência que o banzo tem para não deformar lateralmente, dependendo da rigidez da alma. O EC4 tem em conta a flexão da alma e esse aspeto é incluído no dimensionamento à encurvadura lateral de vigas mistas. A tendência para que o banzo inferior comprimido encurvar lateralmente, depende, então, da flexão da alma e ainda da resistência da laje à torção do banzo superior. Ou seja, esses dois fatores vão ser preponderantes para a existência ou não deste fenómeno, e o EC4-1-1 prevê no seu método essas duas resistências, como é perceptível na Figura 8.

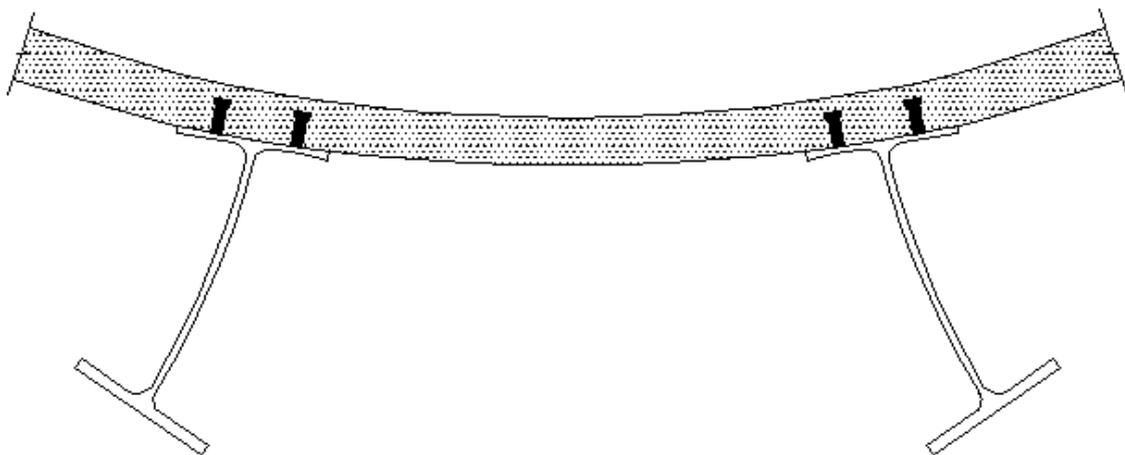


Figura 8 – Contraventamentos do banzo inferior – laje e alma

Os deslocamentos que existem quando uma viga está sujeita à encurvadura lateral, são semelhantes a uma meia onda para cada lado do apoio interno, sendo que no apoio interno esse movimento é restringido, não havendo deslocamentos laterais nessa secção. A meia onda para cada um dos lados não é sinusoidal e estende-se em quase toda a zona de momento negativo próxima do apoio interno, em que o deslocamento lateral máximo ocorre a aproximadamente 2 a 3 vezes a altura do perfil da viga, como ilustra a Figura 9:

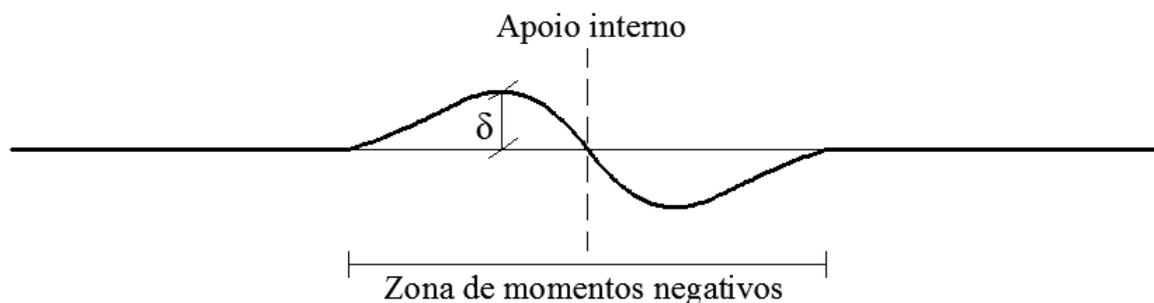


Figura 9 – Deformação lateral do banzo inferior da viga mista (vista em planta)

O conceito de encurvadura lateral de uma viga mista, como já foi referenciado, só se aplica quando há distorção no banzo inferior, não sendo aplicável em tipologias onde a laje de betão está apoiada no banzo inferior e conseqüentemente impede essa mesma distorção. Isso acontece em pavimentos do tipo *slim-floor*, como mostra a Figura 10, em que o pavimento está apoiado no banzo inferior e em contacto com a alma do perfil metálico, parcialmente ou na sua totalidade, impedindo a flexão da alma. Sendo a capacidade de flexão da alma uma das premissas para que a encurvadura lateral exista, este fenómeno não acontece nesta tipologia de estruturas.

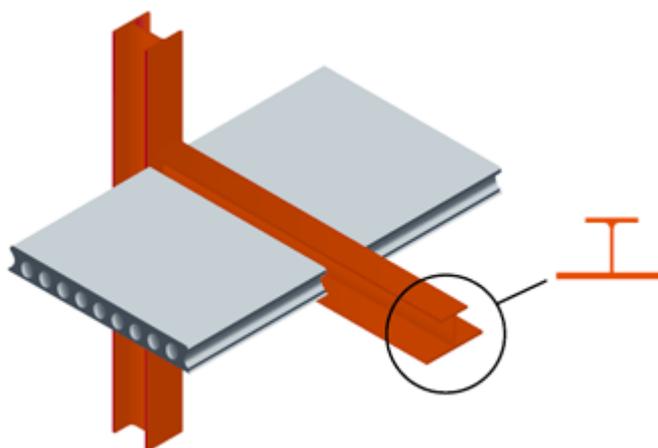


Figura 10 - *Slim floor*

Tendo em conta as especificidades das estruturas mistas, deve referir-se que o dimensionamento de vigas mistas, assim como de outros elementos mistos, deve ser efetuado para duas fases:

- fase de construção - apenas os perfis metálicos estão montados sem o pavimento de betão. Nessa fase, em que só existe a estrutura metálica, a estrutura obviamente que não se vai comportar como uma estrutura mista. De acordo com a cláusula 6.4.1.(3) do EC4-1-1, a encurvadura lateral que pode ocorrer é puramente por flexão torção e tem de ser feito o dimensionamento destes elementos à encurvadura lateral segundo o EC3-1-1, de acordo com a cláusula 6.3.2.2. Se nesta fase a encurvadura lateral for condicionante no dimensionamento, têm de ser previstos escoramentos (para diminuir os esforços atuantes) ou aumentar o número de contraventamentos laterais provisórios (para aumentar os momentos críticos). Normalmente, a fase de construção não é condicionante no dimensionamento de vigas mistas porque as cargas aplicadas são menores quando comparadas com as cargas que vão ser aplicadas na fase final;
- fase final - Assim que o betão ganha presa, a estrutura começa a funcionar como mista e o seu dimensionamento passa a incorporar este tipo de comportamento, ou seja, deve ser efetuado segundo os procedimentos explicitamente previstos no EC4-1-1.

A principal consequência da encurvadura lateral é a redução da capacidade resistente da secção, reduzindo o momento resistente de dimensionamento da viga mista. Outro dos inconvenientes, é que a encurvadura pode limitar a capacidade de rotação da viga mista, de tal modo que pode anular as capacidades dúcteis da estrutura mista.

1.2 Objetivos

Esta dissertação tem 3 objetivos em vista na sua realização. O primeiro objetivo passa por fazer uma pesquisa e consequente recolha de informação acerca do tema em análise, ou seja, a encurvadura lateral em vigas mistas.

Ao segundo objetivo também está inerente um trabalho de recolha de dados de diversas fontes bibliográficas, de modo a identificar os diversos métodos de cálculo do momento crítico que existem hoje em dia na literatura relacionada com esta problemática, uma quantidade chave para a verificação da segurança de vigas mistas contínuas

Por último, o terceiro objetivo é uma consequência dos objetivos anteriormente descritos, uma vez que com os conhecimentos que se reúnem, procede-se ao cálculo do momento crítico em vigas mistas, à luz da metodologia apresentada no EC4. Esta ferramenta de cálculo vem preencher uma lacuna no mercado, uma vez que atualmente não existe nenhum *software* que permita o cálculo do momento crítico em vigas mistas. Para esta vertente mais prática da dissertação desenvolve-se um programa para automatização do cálculo para as mais variadas características possíveis numa viga mista, sendo neste caso usada uma folha de Excel. Devido

à complexidade da metodologia de cálculo do momento crítico, a ferramenta de cálculo criada, irá facilitar o trabalho do projetista, uma vez que esta ferramenta irá automatizar esse mesmo cálculo. Assim, esta folha de Excel torna um cálculo, que à partida seria complexo e extenso, num cálculo simples e rápido, em que só é pedido ao projetista que introduza os dados da viga mista em análise.

1.3 Estrutura da tese

A tese está estruturada de maneira a que todas as informações apareçam de forma lógica e encadeada.

Começando pelo **capítulo introdutório** são aí apresentadas umas primeiras noções essenciais relacionadas com as estruturas mistas assim como os objetivos da dissertação, que servem de base a tudo o que vai ser desenvolvido no âmbito do tema de tese. Também será neste capítulo abordado, de forma sintética, o fenómeno da encurvadura lateral, introduzindo os conceitos mais gerais e a descrição do próprio fenómeno e em que condições é que se manifesta.

No **segundo capítulo**, este desenvolvimento vai ser feito por ordem cronológica, uma vez que o conceito teórico, neste capítulo, vai evoluindo à medida que as referências bibliográficas relacionadas com o tema vão sendo apresentadas. Essa é a razão para que o capítulo tenha o nome de “revisão bibliográfica”, pois aqui é feita uma reflexão sobre o estado da arte, recolhendo toda informação relativa ao tema que possa ser relevante.

No **terceiro capítulo** é enunciada a metodologia proposta pelo EC4.

O **quarto capítulo** refere-se à apresentação da ferramenta de cálculo em Excel. São mostradas as bases para o seu funcionamento, como também ilustrações dos *inputs* a fazer, assim como serão apresentadas as suas limitações, servindo como um pequeno manual de utilização do *software*.

O **quinto capítulo** mostra uma vertente mais prática da dissertação, em que o método teórico de cálculo do momento crítico enunciado no EC4, é aplicado num exemplo académico com algumas variantes. Através dessa aplicação analisam-se e comparam-se os resultados obtidos manualmente, pela folha de Excel, sendo posteriormente feita uma discussão desses mesmos resultados.

No **sexto e último capítulo**, serão enunciadas as conclusões retiradas do que foi desenvolvido nos capítulos anteriores

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A bibliografia que maioritariamente serviu de base ao exposto nesta dissertação assenta essencialmente no documento de Johnson e Anderson [2004] e no Eurocódigo 4, obviamente. Mas para além destes autores outros fornecem informações não menos importantes que os autores anteriormente citados.

Uma solução para vigas mistas contínuas bi-encastadas utilizando uma análise elástica sujeita a um diagrama de momentos fletores parabólico, foi apresentada por Bradford e Gao [1992] definindo um modelo para a determinação do momento crítico para um tramo interior. Numa viga mista, a rigidez à flexão varia dependendo do sinal do momento fletor, em que a análise é não fendilhada para momentos positivos e pode ser fendilhada para momentos negativos, sendo essencial determinar a secção em que o momento troca de sinal. Posteriormente, usando um modelo de elementos finitos desenvolvido por um dos autores (Bradford e Trahair [1981]) possibilitou-se a determinação do momento crítico usando uma fórmula cúbica para a rigidez à flexão transversal da alma. Também se concluiu que o momento crítico distorcional, aplicado a secções mistas, é superior ao momento crítico torsional, das vigas metálicas, à exceção de vãos muito pequenos de vigas em que os valores desses momentos críticos se aproximam consideravelmente. Esta discrepância entre os dois momentos críticos aumenta à medida que o vão da viga aumenta, porque existe um incremento de rigidez devido à laje de betão e da alma.

Foi desenvolvido um método de determinação do momento crítico para vigas metálicas de aço quando o banzo superior está restringido e o banzo inferior está em condições de sofrer essa deformação lateral, por Collin et al. [1997]. Foi desenvolvido com o objetivo de ser utilizado em vigas de paredes finas, e conseqüentemente a rigidez à torção de St.Venant poder ser desprezada. Em relação ao carregamento, esta teoria aplica-se a cargas uniformemente distribuídas. Os autores calculam o momento crítico admitindo que podem existir dois tipos de deformação da viga, sendo uma que cria uma onda longitudinalmente e a outra é simulada por duas ondas. O momento crítico da viga corresponde ao menor valor dos dois casos. Comparando os valores resultantes deste método com os determinados a partir do EC4-1-1, este conduz a valores mais baixos, uma vez que a constante de torção de St. Venant é desprezada. Este método de avaliação do momento crítico foi posteriormente inserido no EC3-2. Juntamente com o que foi exposto no EC3-2 foram determinadas expressões para o

cálculo da esbelteza, admitindo que o banzo comprimido funciona como um pilar com o respetivo comprimento de encurvadura.

Hanswille [2000] desenvolveu um método para a obtenção do momento crítico em vigas mistas. Esse método é baseado no modelo em U-invertido que vai ser desenvolvido mais detalhadamente no próximo capítulo. Este método é baseado em equações de equilíbrio diferenciais em que as restrições ao empenamento do banzo inferior são incluídas no processo de cálculo, seguindo a teoria de Vlasov.

Para vigas mistas sujeitas à flexão composta, foi desenvolvido por Vrcelj e Bradford [2006] um modelo denominado por *Restrained Distorsional Buckling* – RDB. Esta teoria permite calcular o momento crítico de uma viga em I através de um método energético para conhecer as cargas críticas de um elemento viga-coluna simplesmente apoiado. Os autores concluíram que existe uma redução significativa da carga última devido à não-linearidade dos materiais, como também devido ao fenómeno de encurvadura lateral. Também foi concluído pelos autores neste e noutros estudos posteriores a este, que o modo de encurvadura em vigas com um vão elevado é maioritariamente distorsional, ao contrário do que acontece em vigas de vão reduzido em que encurvadura é usualmente local.

Dos últimos trabalhos, de alguma relevância, refira-se que foi desenvolvido por Gonçalves e Camotim [2010] um método de determinação momento crítico para vigas sujeitas a carregamento uniforme, através de um modelo denominado *Generalized Beam Theory* – GBT que se releva ser um método complexo mas muito preciso. Este método é mais focalizado para pontes.

3 METODOLOGIA DE CÁLCULO DO MOMENTO CRÍTICO DE ACORDO COM O EC4-1-1

3.1 Introdução

Neste capítulo vai ser apresentada na íntegra a metodologia apresentada pelo EC4-1-1 e também com recurso à formulação proposta por Johnson [2004], para o dimensionamento de vigas mistas, no que respeita à verificação da estabilidade lateral. Este capítulo terá a seguinte sequência de subtemas:

- na secção 3.2 é apresentada com mais pormenor a bibliografia utilizada na exposição desta metodologia;
- na secção 3.3 é abordado o banzo comprimido neste tipo de estruturas quando sujeito a momento fletor negativo, relembrando alguns conceitos enunciados em 1.1.2;
- na secção 3.4 fala-se da importância da classe da secção metálica na verificação à encurvadura lateral. Também é introduzido o fenómeno de encurvadura local estabelecendo uma relação com a encurvadura lateral;
- na secção 3.5 é apresentado o “modelo em U-invertido” que é o modelo adotado pelo regulamento para cálculo do momento crítico;
- Na secção 3.11 são enumeradas diversas condições para aplicar a fórmula de cálculo do momento crítico;
- na secção 3.12 é analisada em detalhe uma das condições enumeradas em 3.11. Essa condição é o espaçamento longitudinal entre conetores e além de ser apresentada a fórmula exata para esse espaçamento máximo, serão também apresentadas duas fórmulas simplificadas;
- na secção 3.6 é enunciada a expressão do momento crítico, sendo apresentadas todas as variáveis envolvidas nessa equação;
- na secção 3.7 é apresentada a forma de cálculo de parâmetro C_4 que é uma das variáveis da fórmula do momento crítico. Este fator está diretamente relacionado com o diagrama de momento fletor instalado na viga mista contínua;
- na secção 3.8 é apresentado o método de cálculo para determinar a rigidez da laje, k_1 , na subsecção 3.8.1, tendo em conta três tipologias de laje. Já na subsecção 3.8.2 é estudada a rigidez da alma, k_2 . É previsto também o cálculo para a alma envolvida em

betão. Obtidas a rigidez de cada um dos elementos é possível determinar o valor da rigidez transversal da viga mista, k_s ;

- na secção 3.9 enuncia-se a formulação para o cálculo do parâmetro k_c . Este parâmetro está relacionado as propriedades da secção mista, e é feita a distinção no processo de cálculo entre secções bissimétricas e monossimétricas;
- na secção 3.10 é formulada uma hipótese simplificada para o cálculo do momento crítico ao não considerar-se a resistência à torção da peça;
- na secção 3.13 é enumerado um conjunto de condições enunciadas no EC4-1-1 de dispensa o cálculo do momento crítico;
- na secção 3.14 é definido o método de cálculo proposto pelo EC4-1-1 para a determinação do momento resistente reduzido;
- na secção **Error! Reference source not found.** é abordado os tipos de análises que podem ser feitas, fazendo a diferenciação entre análise fendilhada e não fendilhada;
- na secção 3.15 é apresentado um conjunto de soluções de modo a resolver problemas de encurvadura lateral, nomeadamente com o recurso a travamentos no banzo inferior.

3.2 Enquadramento bibliográfico

O EN 1994-1-1 prevê a verificação do fenómeno da encurvadura lateral na cláusula 6.4. A fundamentação da teoria aí apresentada, tem como base os estudos efetuados por Johnson [2004] no âmbito deste tema na obra “*Composite structures of steel and concrete*”. Nesse documento estão descritas as considerações e cálculos que precisam de ser feitos para acautelar a ocorrência da encurvadura lateral em vigas mistas. O EC4 segue fielmente essa teoria que vai passar a ser aqui enunciada.

3.3 Banzo comprimido

De acordo com 6.4.1 (2) do EC4-1-1, o banzo à compressão tem de ser sempre verificado à encurvadura lateral. Como já foi referido, o banzo que precisa de ser analisado em relação a este tipo de instabilidade é o banzo inferior quando sujeito a momentos negativos em zonas próximas de apoios internos e em consolas. Estão a ser analisadas vigas, ou seja, peças sujeitas essencialmente a momento fletor, logo, em toda a sua extensão vão existir compressões. Mas como já foi referido anteriormente, o banzo superior está contraventado com a laje de betão, logo está impedido de sofrer encurvadura lateral em zonas de momentos positivos. Em momentos negativos, se o banzo inferior não estiver devidamente contraventado tem de ser verificada a sua suscetibilidade de sofrer encurvadura lateral, de acordo com o EC4-1-1. Para fazer essa verificação é preciso numa primeira fase calcular o momento crítico M_{cr} e numa segunda fase reduzir o momento resistente da secção se o fenómeno de encurvadura lateral for condicionante, segundo a cláusula 6.4.2 do EC4-1-1.

3.4 Classe

Para a classificação das secções metálicas recorre-se ao EC3-1-1, cláusula 5.6, dependendo esta da geometria da secção, dos esforços atuantes e da classe do aço. O EC4 prevê o cálculo da encurvadura lateral somente para as classes 1,2 e 3 segundo 6.4.1 (4). Para a classe 4 o EC4 não fornece qualquer informação, partindo-se do princípio que o método de cálculo do fenómeno para essa tipologia de secções é feito de maneira semelhante, com a diferença de se usar no cálculo as propriedades da secção efetiva e não da secção total como é indicado em 6.2.2.5 do EC3-1-1.

É preciso aferir se a encurvadura local do banzo comprimido da viga é condicionante quando a relação entre o comprimento do banzo e a sua espessura, b_f/t_f , é grande. Segundo alguns ensaios realizados, a encurvadura local pode originar encurvadura lateral, mas apesar dessa provável relação entre os fenómenos provados experimentalmente, o EC4 diferencia-os e a sua verificação é feita de forma isolada.

3.5 Modelo em U-invertido

O cálculo do momento crítico em vigas mistas é feito com base num “modelo em U invertido” composto por duas vigas metálicas ligadas à mesma laje de betão através de conetores, representado na Figura 11. Nos banzos inferiores deste par de vigas metálicas são aplicadas duas forças horizontais de sentidos contrários. Deste modo é possível simular o comportamento de uma viga mista quando sujeita a momentos negativos. Esse modelo só é aplicável a estruturas que sejam compostas por uma malha paralela de vigas mistas, como mostra a seguinte figura. No caso da verificação à estabilidade lateral de uma viga mista isolada, a alternativa a este modelo pode passar por verificar a viga como se fosse metálica, segundo o EC3-1-1, ou poder-se-ia eliminar o fenómeno de encurvadura lateral se se optar, por exemplo, por uma secção fechada oca como elemento metálico da secção mista.

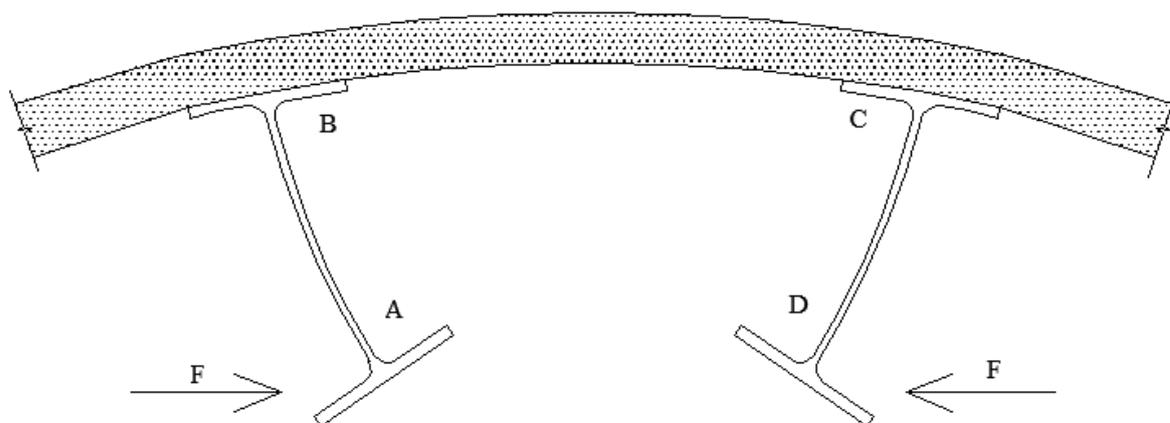


Figura 11 - Modelo em “U-invertido”

Este modelo de quadro em U-invertido ABCD tem em conta a resistência da laje, que ao fletir provoca a rotação do banzo superior, e o deslocamento lateral do banzo inferior que origina a flexão da alma. Estas duas resistências vão ser apresentadas mais detalhadamente no subcapítulo 3.8.

O modelo em U-invertido contínuo também tem sido usado no dimensionamento de pontes metálicas, nomeadamente no trabalho de Gonçalves e Camotim [2010].

3.6 Fórmula do momento crítico

O momento crítico elástico é feito a partir do modelo em U- invertido é dado pela seguinte expressão, que era facultada no ENV 1994-1-1 mas que foi retirada nesta nova versão do EC4-1-1, porque se considerava que esta expressão era do conhecimento geral de todos os projetistas. O momento crítico é dado então pela expressão 1.

$$M_{cr} = \frac{k_c C_4}{L} \sqrt{\left(GI_{at} + \frac{k_s L^2}{\pi^2} \right) E_a I_{afz}}, \quad (1)$$

sendo:

E_a	módulo de elasticidade de aço estrutural (210 <i>GPa</i>);
G	módulo de distorção do aço estrutural (81 <i>GPa</i>);
I_{at}	constante de torção de St. Venant da seção de aço estrutural;
I_{afz}	momento de inércia do banzo inferior da seção de aço estrutural em relação ao eixo de menor inércia e é dada pela expressão 2;
L	comprimento da viga mista entre os pontos em que o banzo inferior do elemento de aço está lateralmente travado (usualmente o vão da viga mista);
k_c	propriedade da seção mista cuja expressão é dada no subcapítulo 3.9;
k_s	rigidez transversal por unidade de comprimento da viga mista, descrita em 3.8 e dada pela expressão 21;
C_4	coeficiente dependente da distribuição do momento fletor no comprimento L cujo valor é dado no subcapítulo.

O momento de inércia do banzo inferior da seção de aço estrutural em relação ao eixo de menor inércia, I_{afz} , é dado pela expressão 2.

$$I_{afz} = \frac{b_f^3 t_f}{12}, \quad (2)$$

sendo:

b_f	largura do banzo inferior;
t_f	espessura do banzo inferior.

3.7 Coeficiente C_4

O coeficiente C_4 que é considerado no cálculo do momento crítico elástico é dado em várias tabelas apresentadas no Anexo B.1.2 da ENV 1994-1-1, determinadas numericamente através de uma análise de elementos finitos, podendo variar entre 6,2 e 47,6. Este valor depende dos valores e da configuração do diagrama de momento fletor a atuar na viga, e depende também do facto de a viga em análise ter sobre ela a atuar cargas transversais ou não, ou mesmo se é em consola. Nos casos em que os momentos flectores nos apoios são diferentes, o coeficiente C_4 relaciona-se com o apoio de maior momento negativo através do parâmetro ψ . Este valor de ψ pode ser calculado através da expressão 3.

$$\psi = \frac{M_{Ed}}{M_0}, \quad (3)$$

sendo:

M_{Ed}	momento máximo negativo no apoio interno, como se ilustra na Figura 12 ;
M_0	momento máximo positivo se a viga em análise fosse simplesmente apoiada.

O momento negativo usado para a verificação pode resultar de uma análise elástica, ou plástica, com redistribuição ou sem redistribuição, mas é sempre sobre o apoio interno, como mostra a Figura 14.

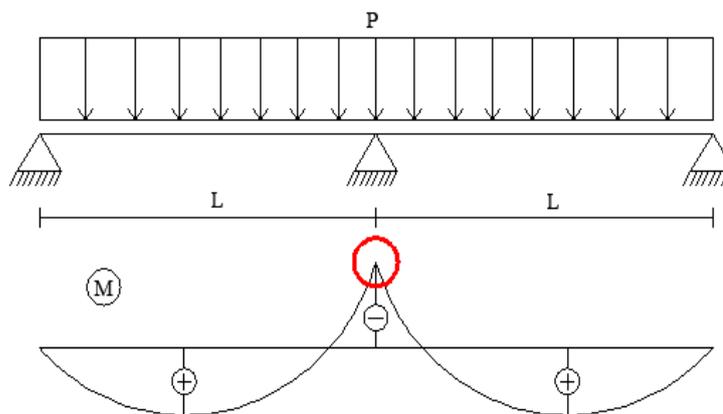


Figura 12 – Momento negativo, M_{Ed}

Já o valor de M_0 corresponde ao momento máximo se o apoio interno não existisse, ou seja, se fosse uma viga simplesmente apoiada de vão L , como ilustra a Figura 13.

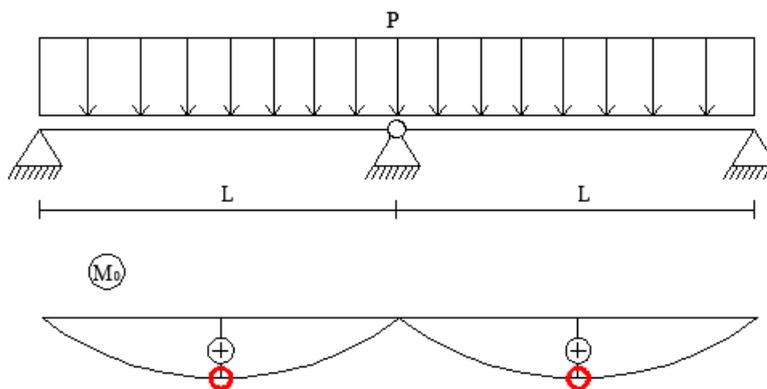


Figura 13 – M_0

Este fator ψ é maior se o diagrama de momentos ao longo da viga não for uniforme, que significa que a resistência à encurvadura lateral também aumenta. Quando se verifica a estabilidade lateral da viga, e se pretende obter este valor de C_4 , a distribuição dos momentos utilizada deve corresponder ao efeito das ações, e não a um valor equivalente uniforme, pois como já foi dito, a geometria e forma do diagrama são determinantes para a obtenção deste parâmetro. Para vãos com cargas transversais, o valor de C_4 pode ser retirado do ábaco da Figura 14.

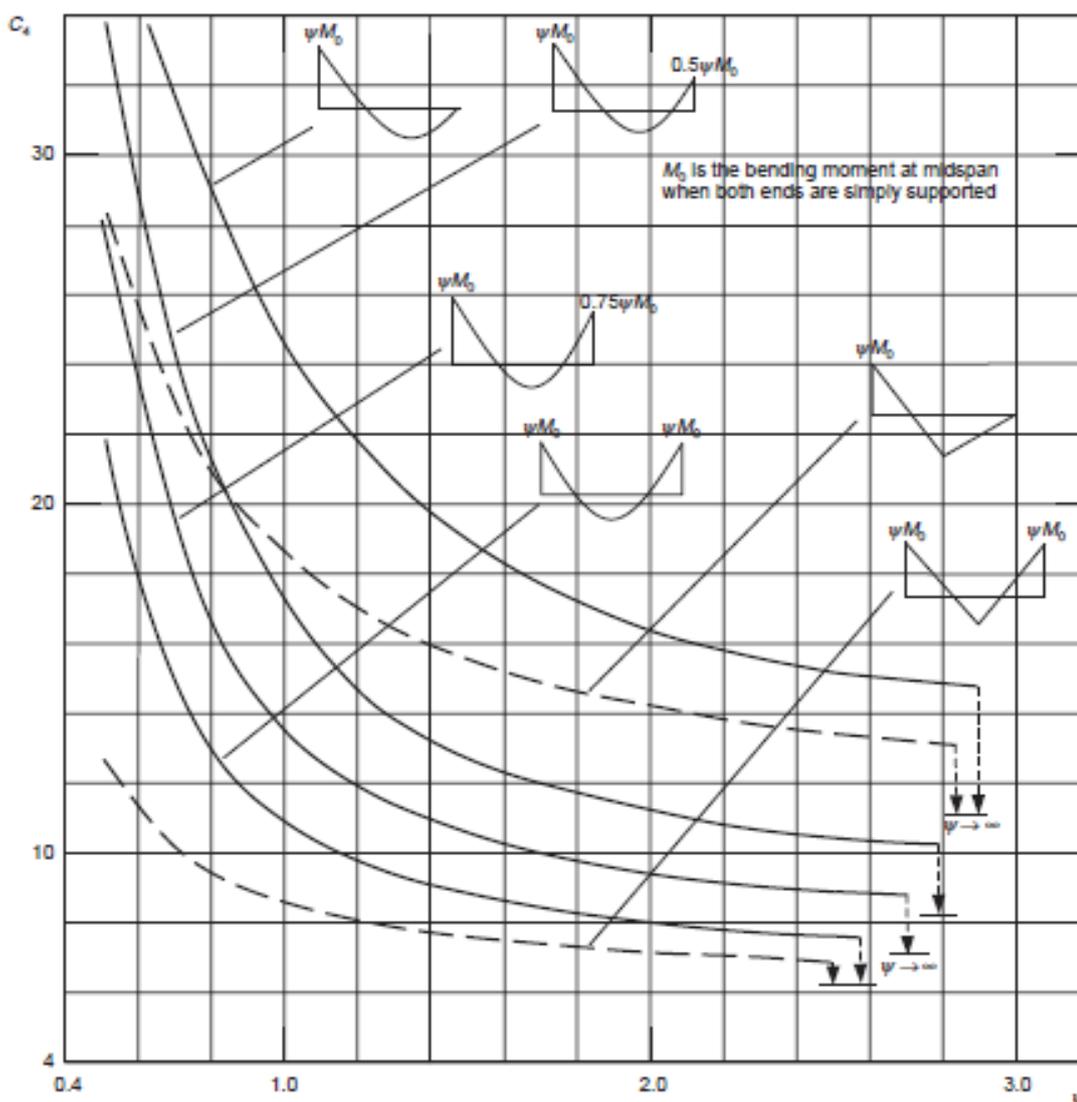


Figura 14 - Ábaco de determinação do parâmetro C_4 para vãos com cargas transversais

Para vãos sem cargas transversais, o valor de C_4 é obtido a partir da Tabela 1.

Diagrama de momentos fletores	C_4				
	$\Psi=0,00$	$\Psi=0,25$	$\Psi=0,50$	$\Psi=0,75$	$\Psi=1,00$
M 	11,10	9,50	8,20	7,10	6,20
M 	11,10	12,80	14,60	16,30	18,10

Tabela 1 – Valores do coeficiente C_4 para vãos com cargas transversais

Para vãos com extensão em consola, o valor do parâmetro C_4 é dado na Tabela 2, em que L_c representa o comprimento do tramo em consola.

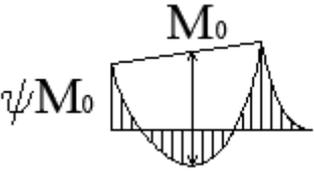
Diagrama de momentos fletores	L_c/L	C_4			
		$\Psi=0,00$	$\Psi=0,50$	$\Psi=0,75$	$\Psi=1,00$
	0,25	47,60	33,80	26,60	22,10
	0,50	12,50	11,00	10,20	9,30
	0,75	9,20	8,80	8,60	8,40
	1,00	7,90	7,80	7,70	7,60

Tabela 2 – Valores do coeficiente C_4 para vãos com uma extremidade em consola

Este método de determinação do momento crítico, M_{cr} , adequa-se quando em análise está uma viga completa com um vão considerável. Quando o vão é pequeno entre travamentos laterais este método já não é tão satisfatório uma vez que leva a resultados muito conservativos. Isto porque os valores do C_4 dependem dos comprimentos das vigas em análise entre travamentos, e quanto menor é o valor de L , mais conservativo é o método.

3.8 Rigidez transversal k_s

Na cláusula 6.4.2 do EC4-1-1, é preciso ter em conta possíveis travamentos da viga, pois poderá ser necessário calcular a rigidez desses elementos na determinação do momento crítico elástico. Este cálculo é feito onde a estrutura é composta por duas vigas paralelas e uma laje a ligar essas mesmas duas lajes formando o mencionado “modelo em U-invertido”, continuo ao longo do vão. A rigidez rotacional ao nível do banzo superior, k_s , pode ser definida nesta cláusula calculando os coeficientes k_1 e k_2 . Como foi dito no subcapítulo 3.5 o “modelo em U-invertido”, tem em conta a rigidez da laje, k_1 , e a rigidez da alma, k_2 .

O parâmetro k_s representa a rigidez transversal do “modelo em U-invertido” por unidade de comprimento da viga mista, que se opõe ao deslocamento lateral dos banzos inferiores, como é representado na Figura 15.

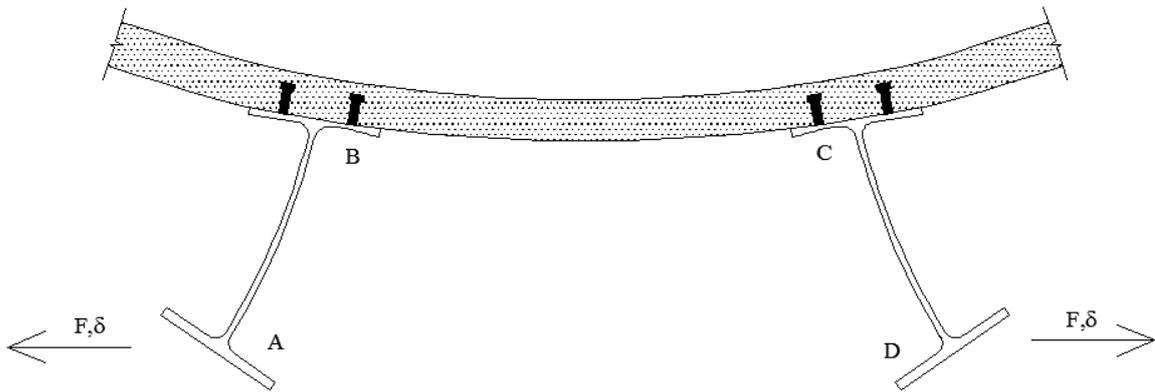


Figura 15 - Parâmetro k_s – Força F e deslocamento δ

Este parâmetro relaciona a força distribuída F com o deslocamento lateral do banzo, δ , provocado por essa mesma força. A rotação no ponto B, que provoca o deslocamento δ , é δ/h_s . Assim sendo, o momento fletor no ponto B é Fh_s , em que h_s é a distância entre os centros geométricos dos banzos. E consequentemente, a rigidez k_s é obtida pela relação entre o momento e a rotação através da expressão 4.

$$k_s = \frac{Fh_s}{\left(\frac{\delta}{h_s}\right)} \quad (4)$$

Através de uma simples operação matemática isola-se o deslocamento δ que é dado pela expressão 5.

$$\delta = \frac{Fh_s^2}{k_s} \quad (5)$$

A rotação da laje, θ_l , devido à flexão da laje provoca um deslocamento lateral do banzo inferior, como demonstra a Figura 16.

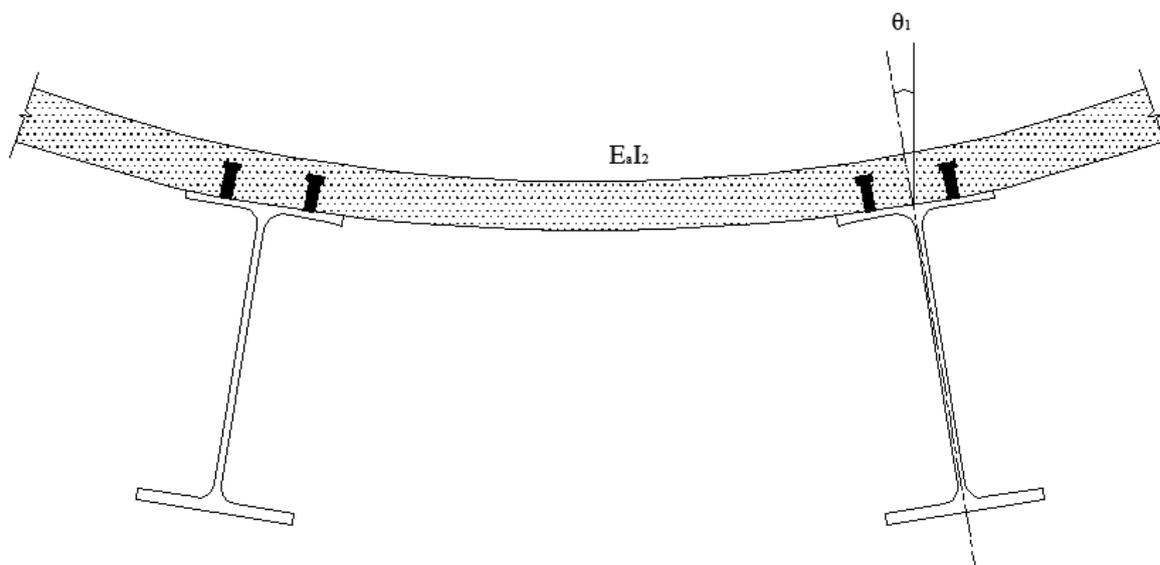


Figura 16 – Rotação da laje, θ_1

Já a rotação devido à flexão da alma, θ_1 , também provoca um deslocamento lateral ao banzo inferior em relação à posição original, tal como é ilustrado na Figura 17.

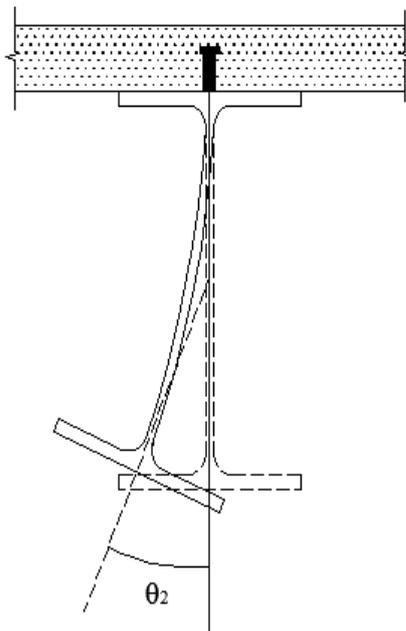


Figura 17 – Rotação da alma, θ_2

Estas duas rotações que têm de ser consideradas, são somadas na expressão 6 para se obter a rotação total do banzo inferior relativamente à posição indeformada.

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 . \quad (6)$$

Associadas a estas destas rotações, está a rigidez de cada um dos elementos que podem ser simuladas com molas, e segundo o EC4-1-1 vão estar dispostas em série como mostra a Figura 18.

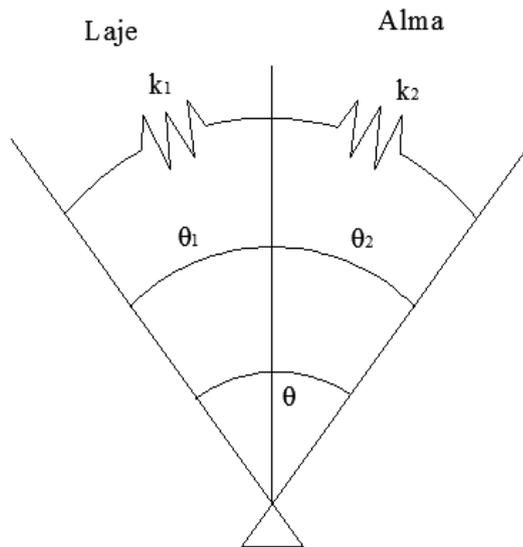


Figura 18 – Modelo de molas

A flexibilidade destes dois elementos é o inverso da rigidez, e tendo em conta este modelo, a soma das flexibilidades é igual à flexibilidade da viga mista $1/k_s$ de acordo com a expressão 7.

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} . \quad (7)$$

Segundo o EC4-1-1, além das flexibilidades $1/k_1$ e $1/k_2$, deveria ser adicionada a flexibilidade da ligação ao corte. De acordo com o EC4-1-1 essa última parcela pode ser desprezada. Assim, a rigidez, k_s poderá ser obtida a partir da expressão 8:

$$k_s = \frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)} , \quad (8)$$

sendo:

k_1	rigidez de flexão da laje fendilhada em torno de um eixo horizontal paralelo ao eixo da viga;
k_2	rigidez de flexão da alma do perfil de aço.

Neste modelo de molas, as molas estão dispostas em série, quando deveriam estar dispostas em paralelo pois, num caso extremo em que a laje não tenha rigidez e alma tenha uma rigidez elevada por estar envolvida em betão, por exemplo, a rigidez conjunta ia ser igual a zero, uma vez que a rigidez global passa a ser condicionada pela rigidez da laje, a componente mais fraca, quando na realidade a rigidez da secção mista ia ser grande devido à alma estar envolvida em betão. Essa formulação do EC4-1-1 deve ser revista, de modo a não tornar o dimensionamento demasiado conservativo, em casos como este.

3.8.1 Rigidez da laje k_1

Começando pela rigidez da laje k_1 , esta é determinada admitindo que a resistência do betão à tração é nula, portanto é feita uma análise fendilhada. Sendo assim, a rigidez de flexão da laje fendilhada, k_1 , pode ser obtida a partir da expressão 9. A rigidez de flexão da laje fendilhada por unidade de largura, $E_a I_2$ para os diferentes tipos de laje, é definida no artigo 6.4.2 (6) como o menor do valor a meio vão para o momento fletor positivo ou o valor num apoio interno para momento fletor negativo. Geralmente o último valor, na zona do apoio interno, é o condicionante, já que a chapa perfilada pode não ser contínua no apoio, para lajes nervuradas.

$$k_1 = \frac{\alpha E_a I_2}{a}, \quad (9)$$

sendo:

a	distância entre duas vigas de aço consecutivas;
$E_a I_2$	rigidez de flexão da laje fendilhada por unidade de largura;
α	parâmetro dependente do número de vigas que partilham a mesma laje (Figura 19 e Figura 20).

Se a laje for contínua sobre quatro ou mais vigas semelhantes, mesmo nos casos em que seja projetada como simplesmente apoiada, o parâmetro α é igual a 4 (Figura 19).

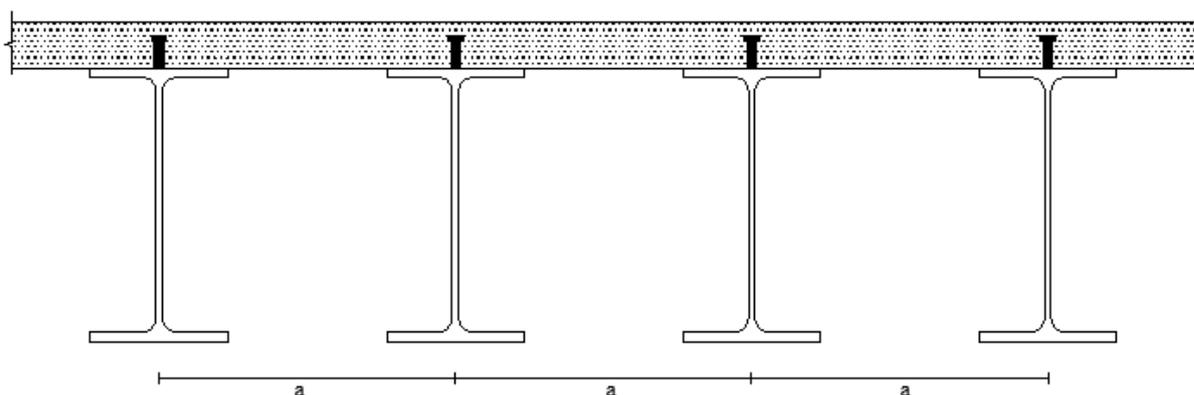


Figura 19 – $\alpha = 4$

Se a laje for simplesmente apoiada ou em consola sobre as vigas metálicas (Figura 20), o parâmetro α é igual a 2.

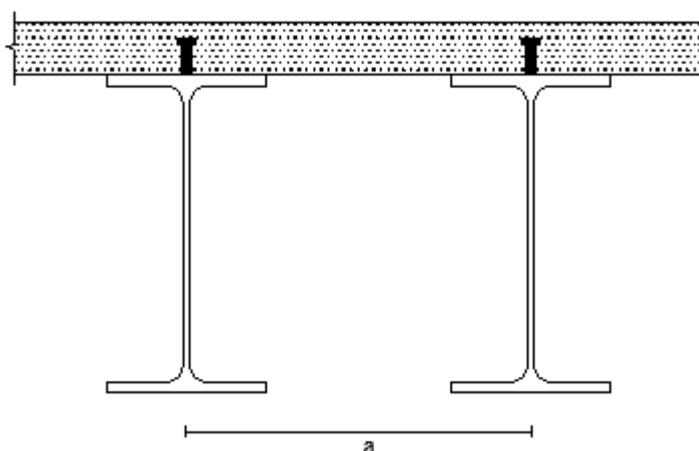


Figura 20 – $\alpha = 2$

Relativamente à laje, é preciso ter em conta que existem diferentes tipos de laje, em concordância com o que foi escrito na secção 1.1.1. Sendo assim têm de ser previstos diferentes comportamentos das diferentes lajes.

A laje maciça armada nas duas direções, perpendicularmente ao eixo das vigas tem armadura que conferem rigidez à laje, rigidez essa que é utilizada na equação 9 para determinar o k_1 . Para determinar essa rigidez EaI_2 , determina-se a posição de eixo neutro elástico, z_e , de modo a saber a altura de betão comprimido, h_c , de forma a determinar a inércia da laje fendilhada, I_2 . Como vão estar a interagir dois materiais diferentes é preciso achar uma unidade para homogeneizar o betão com o aço. Esse coeficiente de homogeneização, n , pode ser obtido com uma relação de entre os respetivos módulos de elasticidade dada pela expressão 10.

$$n = \frac{E_a}{E_{cm}}, \quad (10)$$

sendo:

E_{cm} módulo de elasticidade secante do betão;

E_a módulo de elasticidade de aço estrutural.

Se forem considerados efeitos de longa duração sobre o betão como a fluência, o valor de E_{cm} é dividido por 2, de acordo com a cláusula 5.4.2.2 (11) do EC4-1-1, e consequentemente o coeficiente de homogeneização, n , passa para o dobro.

A Figura 21 representa esquematicamente, as dimensões a considerar para o cálculo da rigidez $E_a I_2$ numa laje maciça.

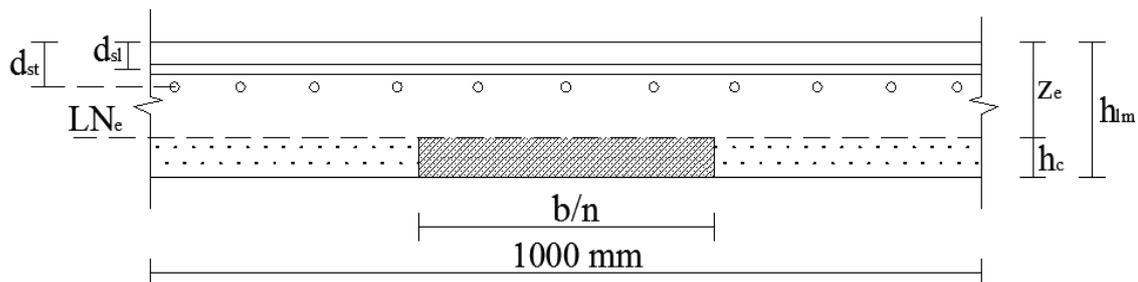


Figura 21 – Laje maciça

A simbologia indicada na Figura 21 tem o seguinte significado:

h_{lm} altura da laje maciça;

d_{st} distância à face superior das armaduras perpendiculares ao eixo da viga;

d_{sl} distância à face superior das armaduras na direção do eixo da viga;

b/n largura homogeneizada de betão;

z_e distância entre a face superior da laje e o eixo neutro;

h_c altura comprimida;

Em relação às lajes mistas nervuradas, estas podem estar a trabalhar numa das duas direções possíveis. A Figura 22 representa uma laje mista, a trabalhar perpendicularmente aos eixos das vigas, ou seja as nervuras evoluem transversalmente às vigas, sendo que nesta dissertação vai ser chamada de laje mista tipo 1.

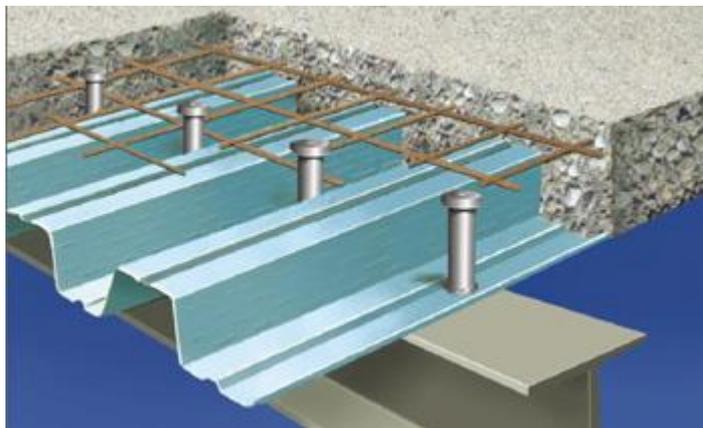


Figura 22 – Laje tipo 1

A laje nervurada, a trabalhar nesta direção vai ter uma grande rigidez I_2 . Este tipo de laje vai ter um tratamento ligeiramente diferente ao que foi feito para laje maciça, devido às diferenças geométricas. A chapa perfilada vai ser desprezada no cálculo, porque para a rigidez negativa da laje ia ter uma influência mínima, e admite-se que as nervuras estão comprimidas, como é ilustrado na Figura 23.

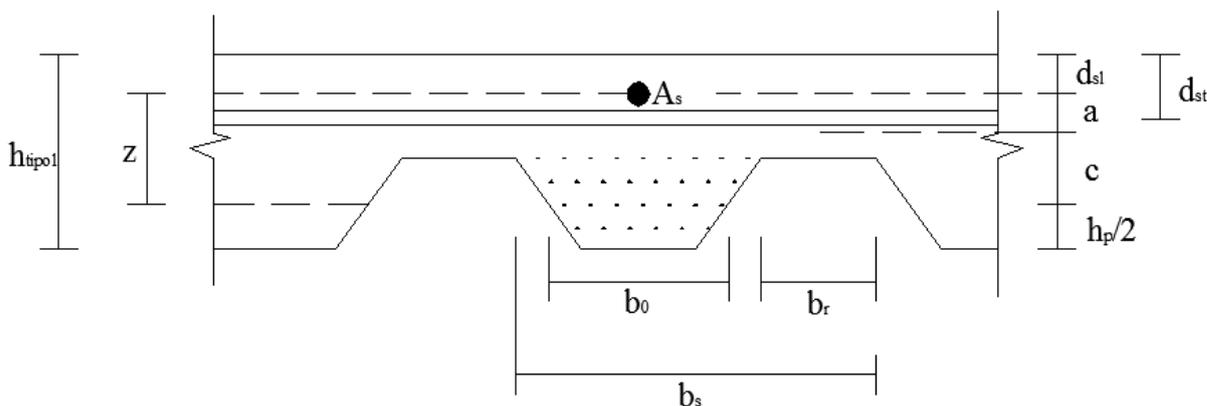


Figura 23 – Representação esquemática da laje mista tipo 1

A simbologia indicada na Figura 23 tem o seguinte significado:

h_{tipo1} a altura da laje mista tipo 1;

d_{st}	a distância à face superior das armaduras transversais à direção das nervuras, na direção do eixo das vigas;
d_{sl}	a distância à face superior das armaduras na direção longitudinal das nervuras, perpendiculares ao eixo das vigas;
b_0	a largura média de uma nervura;
b_r	a largura do contorno superior da nervura;
b_s	a largura de uma nervura completa;
A_s	a armadura longitudinal por metro;
h_p	a altura de uma nervura;
c	a distância entre a altura média de uma nervura e o eixo neutro;
a	a distância entre a armadura longitudinal e o eixo neutro;
z	a distância entre o centro de gravidade da área de betão localizado entre as nervuras e o centro de gravidade da área de armadura longitudinal.

A área homogeneizada de betão será dada pela expressão 11.

$$A_e = \frac{b_0 h_p}{n b_s} . \quad (11)$$

A posição do eixo neutro elástico pode ser definida através das dimensões a e c através das equações 12 e 13.

$$A_e c = A_s a . \quad (12)$$

$$a + c = z . \quad (13)$$

A distância z é dada pela expressão 14.

$$z = h_{ipol} - d_s - \frac{h_p}{2}. \quad (14)$$

Admitindo que a nervura tem uma forma retangular, o momento de inércia da secção homogeneizada por unidade de largura será dado pela expressão 15.

$$I_2 = A_s a^2 + A_e + \left(c^2 + \frac{h_p^2}{12} \right). \quad (15)$$

A rigidez de flexão da laje fendilhada, $E_a I_2$, através da expressão 16, com o I_2 apresentado com outra configuração matemática.

$$E_a I_2 = E_a \left[\frac{A_s A_e z^2}{A_s + A_e} + \frac{A_e h_p^2}{12} \right]. \quad (16)$$

O último tipo de laje que também tem de ser estudado, é a laje nervurada a trabalhar no mesmo sentido que as vigas, ou seja, com as nervuras a desenvolverem-se no mesmo sentido da viga, como mostra a seguinte representação esquemática na Figura 24, sendo chamada daqui em diante neste texto de laje mista de tipo 2.

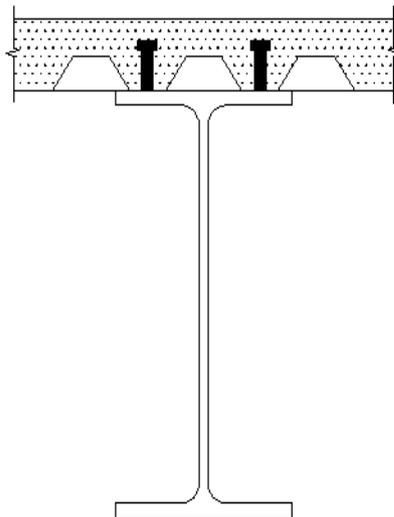


Figura 24 – Laje nervurada tipo 2

Para esta laje, o EC4-1-1 não prevê o cálculo do momento crítico porque esta laje tem uma rigidez $E_a I_2$ no “modelo em U-invertido” muito baixa, porque trabalha na direção perpendicular a essa. Desse modo, o k_I é sensivelmente igual a 0, e conseqüentemente a

rigidez transversal k_2 também é igual a 0, de acordo com a expressão 12. No subcapítulo 3.11, este tipo de laje não cumpre os requisitos para que a expressão 1 seja aplicada.

Concluindo, o EC4-1-1 tem esta lacuna para lajes deste tipo. Esta situação é corrente, uma vez que os edifícios mistos, na sua generalidade, são formados por malhas de vigas ortogonais, ficando nestas condições, as vigas na direção em que trabalha a laje nervurada. Pode-se assumir, à falta de melhor opção fornecida pelo EC4-1-1, que as vigas nestas condições não trabalham como mistas, mas sim como simples vigas metálicas no que se refere ao cálculo do momento crítico e verificação da estabilidade lateral. Assim sendo, a encurvadura lateral poderia ser calculada usando a formulação para o momento crítico fornecida pelo EC3-1-1. Ia ser um dimensionamento muito conservativo, uma vez que as vigas metálicas são mais suscetíveis de sofrer encurvadura lateral quando comparadas com as vigas mistas. Na folha de Excel, foi admitido que k_1 é igual a 0 e conseqüentemente a parcela k_s da expressão 1 é suprimida ficando o momento crítico para este tipo de lajes, de acordo com a expressão 17.

$$M_{cr} = \frac{k_c C_4}{L} \sqrt{GI_{at} E_a I_{afz}} \quad (17)$$

Resumindo, o coeficiente k_1 necessário para o cálculo do momento crítico de vigas mistas com os três tipos de lajes podem ser calculados de acordo com a Tabela 3:

	Laje maciça	Laje nervurada longitudinalmente	Laje nervurada transversalmente
$E_a I_2$	Com base na figura 21	Expressão 20	0
k_1	Expressão 9	Expressão 9	0
M_{cr}	Expressão 1	Expressão 1	Expressão 17

Tabela 3 - Quadro resumo para os diferentes tipos de laje

3.8.2 Rigidez da alma k_2

Existem duas variantes no cálculo da rigidez da alma, pois a alma pode ser ou não envolvida em betão.

Para o caso de uma alma não betonada a rigidez de flexão k_2 pode ser obtida a partir da expressão 18.

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4(1-\nu^2)h_s} \quad (18)$$

sendo:

- ν o coeficiente de Poisson do aço do perfil metálico;
- h_s a distância entre os centros de corte dos banzos da secção do aço estrutural (habitualmente coincide com a distância entre o centro dos banzos).

Em casos em que se pretende introduzir uma rigidez adicional à flexão da alma, ou até mesmo devido a imposições do próprio projeto, a alma da viga metálica pode ser envolvida em betão. Nessas situações em que a alma do perfil de aço estiver betonada, como é indicado na Figura 25, a rigidez de flexão k_2 pode ser obtida a partir da expressão 19:

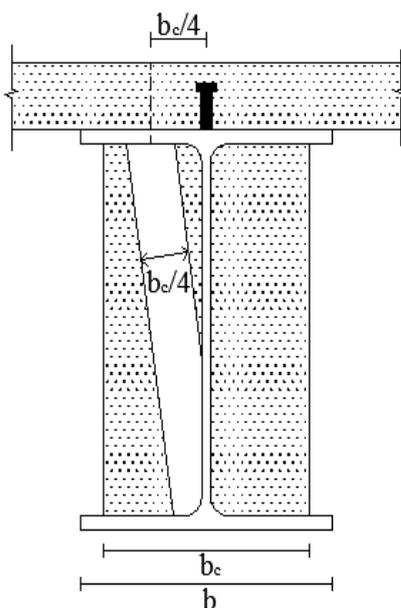


Figura 25 – Alma betonada

$$k_2 = \left(\frac{E_a t_w b_c^2}{16 h_s \left(1 + \frac{4 n t_w}{b_c} \right)} \right) \quad (19)$$

sendo:

- b_c a largura da zona betonada, como é ilustrado na Figura 25.

A expressão 19 enunciada anteriormente, pode ser obtida através de uma análise elástica, considerando que o betão que está de um dos lados da alma, e que se encontra à compressão,

funcionando como uma escora de largura $b_c/4$ que impede o movimento ascendente do banzo inferior do perfil de aço, tal como é representado na Figura 25. Tem-se assim um sistema de escora e tirante, onde a alma do perfil de aço, tirante, está à tração, e o betão, escora, está à compressão.

Esta adição de betão na alma pode ser crucial para evitar fenómenos de instabilidade, como a encurvadura lateral, uma vez que para secções laminadas a rigidez de flexão da alma pode ter um acréscimo de 10 a 40 vezes quando comparada com o valor da dessa mesma rigidez numa configuração não envolvida em betão. Essa diferença pode ser tanto maior, quanto maior for a razão entre a largura do banzo e a espessura da alma. Com aumentos de rigidez desta magnitude, a encurvadura lateral na maioria dos casos não ocorre, ou não é condicionante na viga mista.

Uma última verificação é necessária, relativamente ao espaçamento entre conetores, para perfis de aço em que a alma está betonada. A ENV 1994-1-1 no artigo 4.6.2 (d) indica que o espaçamento dos conetores não deve exceder 50% do espaçamento máximo definido para um perfil de aço não betonado, definido no subcapítulo 3.12.

3.9 Coeficiente k_c

Se a secção transversal do perfil de aço for bissimétrica, como é o caso dos perfis IPE e HE, o coeficiente k_c pode ser obtido a partir da seguinte expressão 20, retirada do Anexo B.1.3 da ENV 1994-1-1.

$$k_c = \frac{\frac{h_s I_y}{I_{ay}}}{\frac{h_s^2}{4} + \frac{I_{ay} + I_{az}}{A_a} + h_s} \quad (20)$$

sendo:

I_y	o momento de inércia referente ao eixo de maior inércia da seção mista fendilhada de área A;
A_s	a área de armadura longitudinal existente na largura efetiva do banzo de betão;
A_a	a área da secção transversal do perfil de aço;

A	a área da secção mista equivalente (secção homogeneizada), desprezando o betão tracionado, isto é, $A_a + A_s$;
I_{ay}	o momento de inércia da secção de aço estrutural em relação ao eixo y-y que passa pelo centro de massa (eixo de maior inércia);
z_c	a distância entre o baricentro da secção de aço estrutural e a meia espessura da laje.
e	a dimensão calculada de acordo com a equação 21.

A Figura 26 mostra algumas dimensões utilizadas na expressão 24:

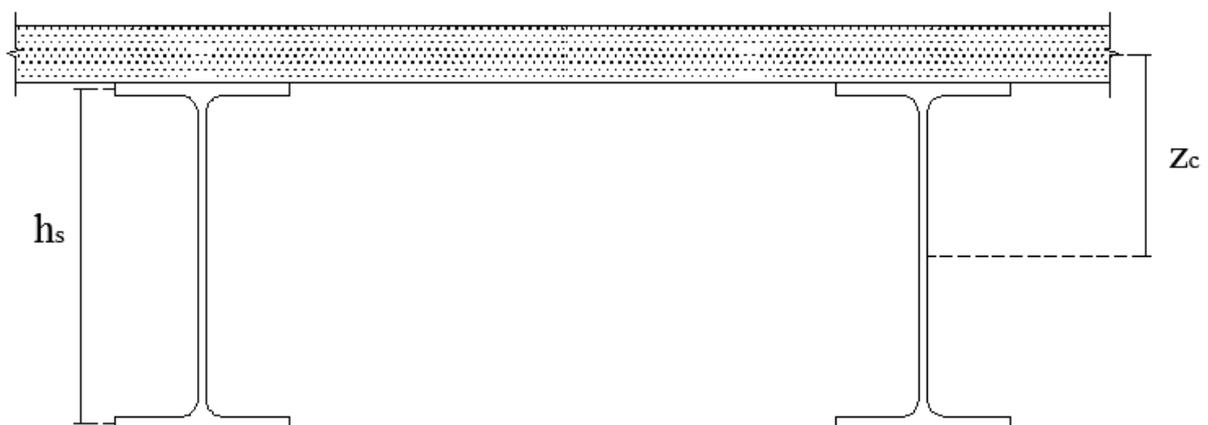


Figura 26 - Dimensões h_s e z_c para o cálculo de k_c

A dimensão e é calculada através da expressão 21.

$$e = \frac{AI_{ay}}{A_a z_c (A - A_a)} \quad (21)$$

A secção transversal do perfil de aço pode ser monossimétrica como a ilustrada na Figura 27.

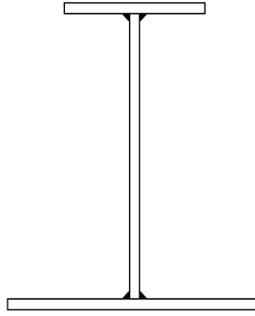


Figura 27 – Secção soldada monossimétrica

A secção monossimétrica mais frequentemente usada é constituída por um banzo inferior maior que o banzo superior, de modo a que o material seja mais eficazmente aproveitado, uma vez que irá haver uma maior quantidade de aço mais afastado do eixo neutro, aumentando o momento resistente. A expressão 22 retirada do Anexo B.1.4 da ENV 1994-1-1 permite calcular o coeficiente k_c para secções monossimétricas como a indicada na Figura 27.

$$k_c = \frac{\frac{h_s I_y}{I_{ay}}}{\frac{(z_f - z_s)^2 + \frac{I_{ay} + I_{az}}{A_a}}{e} + 2(z_f - z_j)} \quad (22)$$

Em que os parâmetros z_f e z_j são dados pelas expressões 23 e 24.

$$z_f = \frac{h_s I_{afz}}{I_{az}} \quad (23)$$

$$z_j = z_s - \int_{A_a} \frac{z(y^2 + z^2)}{2I_{ay}} dA, \quad (24)$$

sendo:

z_s	a distância entre o baricentro da seção de aço e o seu centro de corte, positiva quando o centro de corte e o banzo comprimido estão do mesmo lado do baricentro.
-------	---

A expressão 24 pode ser apresentada de outra forma, através da expressão 25.

$$z_j = 0,4h_s \left(\frac{2I_{afz}}{I_{az}} - 1 \right). \quad (25)$$

Este cálculo só é aplicável quando é respeitada a condição imposta pela inequação 26.

$$I_{afz} > 0,5I_{az}. \quad (26)$$

Quando esta condição não é verificada considera-se que z_j é igual 0.

3.10 Momento crítico desprezando a resistência à torção

Na expressão 1 referente ao momento crítico elástico, M_{cr} , o termo GI_{at} refere-se à torção de St. Venant. Esta contribuição para o valor de M_{cr} é geralmente pequena, em secções abertas, quando comparada com o valor do termo $k_s L^2 / \pi^2$, podendo por isso ser desprezada, o que simplifica os cálculos. Segundo Johnson [2004], a expressão ficará independente do vão, L , possibilitando que os valores do coeficiente C_4 sejam utilizados para qualquer valor do vão. A expressão 27 traduz essa simplificação.

$$M_{cr} = \frac{k_c C_4}{\pi} \sqrt{k_s E_a I_{afz}} \quad (27)$$

Com esta fórmula obtêm-se momentos críticos ligeiramente mais baixos, ou seja é mais conservativo, mas sendo este um método simplificado demonstra ser uma aproximação fiável para evitar algum volume de cálculo.

3.11 Condições de admissibilidade da fórmula do momento crítico

Para que a expressão para a determinação do momento crítico M_{cr} possa ser utilizada, precisam de ser verificadas 4 condições expostas na cláusula 6.4.3 (que se apresentam mais à frente no subcapítulo 3.13), juntamente com outras 3 condições expostas na antiga norma, a ENV 1994-1-1, que são as seguintes:

1. o banzo superior do perfil metálico tem de ser ligado ao pavimento através de conectores;
2. tem de formar o “modelo em U-invertido”, partilhando a mesma laje com outra viga;
3. a laje, se for mista, deve desenvolver-se entre as vigas do “modelo em U-invertido”;
4. nos apoios, o banzo comprimido deve ser lateralmente contraventado e a alma reforçada;

5. a resistência da laje do “modelo em U-invertido” à flexão em momento negativo tem de ser superior ao momento atuante;
6. a rigidez da laje à flexão tem de ser na direção transversal às vigas;
7. o espaçamento entre conectores tem de ser verificado segundo a ENV 1994-1-1, conforme é mencionado no subcapítulo 3.12.

Uma última condição é exigida para a utilização deste método, sendo na generalidade dos casos cumprida, em que se tem de verificar se as vigas mistas em análise são constantes ao longo de todo o seu vão, à exceção situações em que o pavimento tenha reforços de armadura localizados, ou até mesmo efeitos de fendilhação do betão tracionado.

3.12 Espaçamento entre conectores

Um dos aspetos que tem de ser respeitado é o espaçamento entre conectores. Para que a expressão do momento crítico possa ser aplicada, os conectores que ligam os dois materiais têm de respeitar um espaçamento longitudinal máximo, neste “modelo em U invertido”. Na norma em vigor, o EC4-1-1 não exige nenhuma limitação específica relativa a esse espaçamento. Mas se a norma antiga ENV 1994-1-1 for analisada, é lá que é considerado o espaçamento entre conectores como um fator condicionante na ocorrência de fenómenos de instabilidade, como a encurvadura lateral.

Este espaçamento refere-se a conectores uniformemente espaçados, e que formam uma única fiada alinhada com eixo do banzo, como mostra a Figura 28.

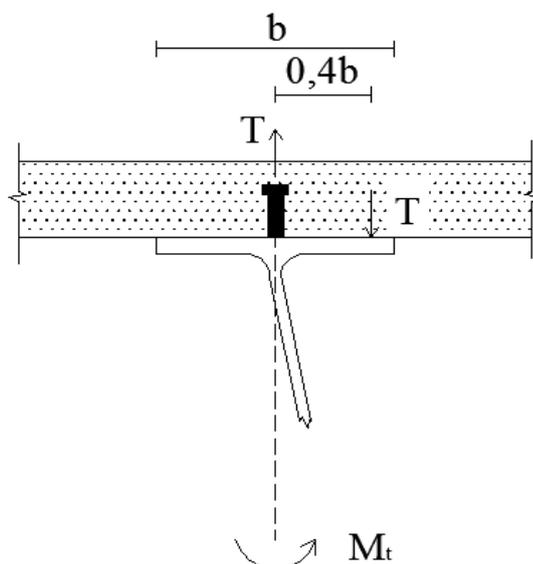


Figura 28 – Espaçamento entre conectores

O banzo inferior, quando é comprimido e encurva lateralmente provoca um momento torsor M_t que deve ser resistido pelo conetores através da força de tração que daí resulta. O momento torsor é dado pela expressão 28.

$$M_t = \frac{0,4bT}{s} \quad (28)$$

Tendo em conta a rigidez transversal da viga mista por unidade de comprimento, k_s , que vai ser estudado no subcapítulo 3.8, juntamente com fator de redução, χ_{LT} , e a esbelteza normalizada, $\bar{\lambda}_{LT}$, e ainda o facto da rotação da alma do perfil de aço ser de 0,05 radianos, o espaçamento longitudinal máximo entre conectores deve respeitar a inequação 29.

$$\frac{s}{b} \leq \frac{0,4f_u d^2 (1 - \chi_{LT} \bar{\lambda}_{LT}^2)}{k_s \chi_{LT} \bar{\lambda}_{LT}^2}, \quad (29)$$

sendo:

d	diâmetro da espiga dos conetores;
f_u	valor da tensão última do aço do conetor, mas não superior a 500 N/mm ² ;
χ_{LT}	coeficiente de redução para a encurvadura lateral, dado em 6.4.2 (1) do EC4-1-1;
$\bar{\lambda}_{LT}$	esbelteza normalizada para encurvadura lateral, dada 6.4.2 (4) do EC4-1-1;
k_s	rigidez transversal por unidade de comprimento da viga mista, descrita no subcapítulo 3.8 e dada pela expressão 8;
b	largura do banzo superior do perfil de aço;
s	espaçamento longitudinal dos conectores.

Os fatores que χ_{LT} e $\bar{\lambda}_{LT}$ vão ser estudados mais à frente no subcapítulo 3.14, numa fase posterior ao cálculo do momento crítico, no dimensionamento das vigas de acordo com o EC4. Ou seja, o espaçamento entre conectores só pode ser verificado no final do dimensionamento. Uma conclusão que se pode tirar desta expressão é que a mesma mostra que o espaçamento dos conectores diminui à medida que a esbelteza normalizada, $\bar{\lambda}_{LT}$, aumenta.

Para situações em que se utilizam conetores com diâmetro de 19 mm, perfis normalizados para os quais $h_s = 0,97h$ aproximadamente, sendo h_s a distância entre banzos e h a altura total do perfil, e tendo em consideração que $E_a = 210 \text{ MPa}$ e $\nu = 0,3$ é possível obter uma expressão simplificada, expressão 3, de acordo com Johnson e Anderson [2004], sendo função unicamente das características geométricas do perfil de aço. Deste modo, é possível ter uma aproximação do espaçamento longitudinal máximo entre conetores antes do cálculo do momento crítico, sendo que, posteriormente ao cálculo do momento crítico M_{cr} , esse espaçamento tem de ser novamente confirmado pela expressão 30.

$$s \leq 6,66 \left(\frac{b}{t_w} \right) \left(\frac{h}{t_w} \right) \left(\frac{1}{t_w} \right), \quad (30)$$

sendo:

t_w espessura da alma do perfil metálico;

h altura do perfil metálico;

Para perfis laminados normalizados, quanto mais espessa for a alma, menor deve ser o espaçamento máximo entre conectores para a situação de se utilizarem conetores com diâmetro de 19 mm. Na Tabela 4 são apresentados alguns exemplos usando esta fórmula simplificada.

Perfil	b (mm)	h (mm)	t_w (mm)	s (mm)
IPE400	180	400	8,6	754
HEA400	300	390	11,0	585
HEB400	300	400	13,5	325
HEM400	307	432	21,0	95

Tabela 4 - Alguns exemplos de espaçamentos longitudinais máximos usando a expressão 30

Para conectores aplicados em duas fiadas, Figura 29, o espaçamento longitudinal pode ser duplo, já que o braço para a determinação do momento torsor, M_t , aumenta de $0,4b$ para $0,8b$.

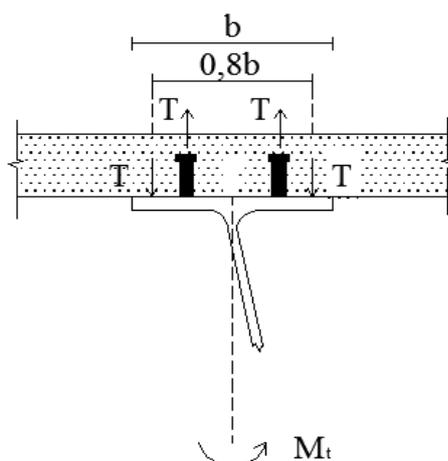


Figura 29 – Duas fiadas de conectores

Na ENV 1994-1-1, 4.6.2 (d) é indicada ainda a expressão 31 simplificada para o espaçamento máximo longitudinal dos pernos da cabeça em função do diâmetro da espiga, d , e das características geométricas do perfil de aço.

$$\frac{s}{b} \leq 0,02 \left(\frac{d^2 h}{t_w^3} \right) \quad (31)$$

Para as situações correntes de vigas mistas de edifícios, o espaçamento longitudinal dos conectores é condicionado pelas disposições construtivas, 6.6.5.5 do EC4-1-1, e não pela encurvadura lateral.

3.13 Dispensa do cálculo direto

O cálculo do momento crítico através do “modelo de U invertido” em vigas mistas é muito trabalhoso. De forma a poder simplificar o processo, o EC4-1-1 tem contempladas diversas condições que, se forem verificadas, permitem a dispensa deste cálculo e a consequente consideração da encurvadura lateral no dimensionamento da viga mista. A encurvadura lateral pode ser verificada sem cálculo e sem a adição de contraventamentos, exceto nos apoios, em vigas contínuas ou consolas se as seguintes condições expostas na cláusula 6.4.3 forem verificadas:

- a) os vãos dos tramos adjacentes não diferem em mais de 20% do vão mais curto. No caso em que exista uma consola, o seu comprimento não pode ser superior a 15% do vão adjacente;
- b) o carregamento em cada vão é uniformemente distribuído e o valor de cálculo da ação permanente é superior a 40% da carga total de cálculo;

- c) o banzo superior do perfil metálico é ligado ao pavimento em betão ou laje mista por meio de conetores em conformidade com a cláusula 6.6 do EC4;
- d) a mesma laje está também ligada outro elemento de apoio paralelo à viga mista considerada, de maneira a formar o “modelo em U-invertido”, como está representado na Figura 11;
- e) quando a laje é mista, tem como apoios os dois elementos que constituem o “modelo em U-invertido”, tal como a laje nervurada longitudinalmente exposta na secção 3.8.1.
- f) ao nível de cada apoio do elemento de aço, o seu banzo inferior é travado lateralmente e a sua alma é reforçada. Em qualquer outra zona, a alma poderá não ser reforçada;
- g) se elemento de aço é uma secção IPE ou uma secção HE que não é parcialmente revestida de betão, a sua altura h não pode exceder os limites indicados na Tabela 5:

Elemento de aço	Classe nominal de aço			
	S 235	S 275	S 355	S 420 a 460
IPE	600 mm	550 mm	400 mm	270 mm
HE	800 mm	700 mm	650 mm	500 mm

Tabela 5 - Altura máxima h para perfis não envolvidos em betão

- h) se o elemento de aço é parcialmente envolvido em betão, a altura h não pode exceder os limites indicados na Tabela 6:

Elemento de aço	Classe nominal de aço			
	S 235	S 275	S 355	S 420 a 460
IPE	800 mm	750 mm	600 mm	420 mm
HE	1000 mm	900 mm	850 mm	650 mm

Tabela 6 - Altura máxima h para perfis envolvidos em betão

Na ENV 1994-1-1 são ainda fornecidas expressões para verificar esta condição em secções que não estejam contempladas na Tabela 5 e Tabela 6. Para secções com uma geometria semelhante a IPE ou HE com $A_w/A_a \leq 0,45$ e a mesma altura h , a condição é dada pela expressão 32:

$$\left(\frac{h_s}{t_w}\right)^3 \frac{t_f}{b_f} \leq 10^4 \varepsilon^4, \quad (32)$$

sendo:

- A_w a área da alma com uma altura h_s e é dado pela expressão 33;
- ε o fator que depende do f_y determinado através da expressão 34;

$$A_w = h_s t_w. \quad (33)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}. \quad (34)$$

Em edifícios correntes, usualmente as condições anteriormente enunciadas para a dispensa do cálculo são verificadas, quando as vigas de suporte da laje são vigas principais. Noutros casos em que existem vigas secundárias para suportar a laje, as vigas principais já não satisfazem a alínea e) da cláusula 6.4.3 uma vez que trabalham na mesma direção da laje. Nestes casos, é frequente considerar-se que as vigas secundárias travam os banzos inferiores das vigas principais e assim reduzem consideravelmente a possibilidade das vigas principais sofrerem encurvadura lateral.

3.14 Momento resistente de cálculo $M_{b,Rd}$

O momento crítico elástico que foi apresentado anteriormente diz respeito a uma viga perfeita, que se mantém com um comportamento elástico. Como em qualquer problema de estabilidade, esta grandeza não tem em conta as imperfeições iniciais e tensões residuais que surgem nas peças reais.

Depois de ser determinado o momento crítico elástico, M_{cr} , esse valor vai ser usado no dimensionamento, de acordo com o EC4-1-1, através de uma redução do momento resistente segundo 6.4.2.(1). Ou seja, para fazer o dimensionamento de vigas mistas à encurvadura lateral, o momento resistente da secção mista, M_{Rd} , terá de ser reduzido para um valor $M_{b,Rd}$ que tem em conta essa mesma limitação relativa à encurvadura lateral. O fator de redução é denominado por χ_{LT} e é calculado através da expressão 35.

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} M_{Rd}. \quad (35)$$

Este fator de redução χ_{LT} depende diretamente do momento crítico M_{cr} . Como se pode ver, o coeficiente de redução é aplicado ao momento resistente, no caso de ser inferior a 1, pois se for igual ou superior a 1, o fator de redução deixa de fazer sentido, uma vez que ia estar a aumentar a capacidade resistente da secção ao momento fletor. O valor do momento resistente reduzido, $M_{b,Rd}$, deve ser superior ao valor do momento atuante M_{Ed} sem ser necessária a aplicação de travamentos no banzo comprimido.

Em 6.4.2.(2), para vigas de classe 1 e 2, o M_{Rd} deve ser calculado usando a capacidade plástica da secção mista à flexão, ao contrário do que acontece com a classe 3, de acordo com o 6.4.2.(3), em que deve ser usada a teoria elástica, assim como para a classe 4 em que tem de se ter em conta as propriedades efetivas da secção. Nestes cálculos a tensão de cedência do aço, f_y , de acordo com o EC4-1-1 deve ser considerada com o coeficiente de segurança, γ_{M1} , que é referente a fenómenos de instabilidade, e é dado no Anexo Nacional, com o valor de 1.0. Também estão previstas no EC4-1-1 situações em que resistência à flexão não é linear e, como tal, é sugerida a consulta da cláusula 6.2.1.4.

Finalmente, para secções de classe 3 é preciso ter em conta a fase de construção. O momento negativo atuante, M_{Ed} , pode ser considerado independente do facto de a construção ser escorada ou não escorada. No entanto, a tensão máxima a que a secção está sujeita, que determina o momento resistente elástico, $M_{el,Rd}$, pode ser diferente de uma construção escorada para uma construção não escorada. Como o banzo comprimido é o inferior nos dois casos, o momento elástico resistente, $M_{el,Rd}$, é inferior para a construção não escorada, sendo a redução aplicada mais gravosa devido à encurvadura lateral. A expressão 36 determina o momento crítico, através da soma do momento atuante na fase de construção, $M_{a,Ed}$, com o momento atuante na fase final, $M_{c,Ed}$, majorado com um fator k que resulta de uma análise das tensões elásticas nas fibras extremas da secção mista.

$$M_{Rd} = M_{el,Rd} = M_{a,Ed} + kM_{c,Ed}. \quad (36)$$

Relacionando a expressão 36 com a 35, obtém-se a expressão 37 para a verificação da segurança.

$$\chi_{LT} \geq \frac{(M_{a,Ed} + M_{c,Ed})}{M_{el,Rd}} = \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}}. \quad (37)$$

Para se chegar ao valor χ_{LT} , o EC4-1-1 indica o método geral apresentado no EC3-1-1, pois vão ser usados os mesmos fatores de imperfeição e as curvas de encurvadura utilizadas das estruturas metálicas, dada a inexistência de dados que melhor se adequem aos elementos mistos. A esbelteza normalizada é o primeiro fator a determinar.

Segundo 6.4.2.(4), a esbelteza normalizada $\bar{\lambda}_{LT}$ deve ser calculada da seguinte forma através da expressão 38.

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{Rk}}{M_{cr}}}, \quad (38)$$

sendo:

M_{Rk} o momento resistente da secção mista usando as propriedades características do material.

Não vai haver redução do momento resistente quando a esbelteza normalizada, $\bar{\lambda}_{LT}$, é pequena, mais precisamente se é inferior a 0,4 e assim considera-se que a viga mista em análise, não sofre redução da capacidade resistente devido ao fenómeno de instabilidade. Este valor é dado no Anexo Nacional do EC3-1-1. Esta esbelteza é dependente da variação do momento fletor ao longo da viga contínua ou em consola, que determina o valor do momento crítico elástico. A definição dos comprimentos dos vãos na cláusula 6.4.3 para a dispensa do cálculo estão diretamente ligados com a esbelteza normalizada.

Quando se pretende ter uma estimativa do valor da esbelteza normalizada sem proceder ao cálculo do momento crítico, para vigas não envolvidas em betão que cumpram as condições para se usar a expressão do M_{cr} , a esbelteza normalizada para secções bissimétricas de classe 1 ou 2 pode ser determinada conservativamente pela expressão 39.

$$\bar{\lambda}_{LT} = 5.0 \left(1 + \frac{t_w h_s}{4b_f t_f} \right) \left(\frac{h_s}{t_w} \right)^{0.5} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{0.25} \left(\frac{f_y}{E_a C_4} \right)^{0.5} . \quad (39)$$

Para classes 3 e 4, a expressão simplificada é muito semelhante, como comprova a expressão 39:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{el}}{M_{pl}}} \left[5.0 \left(1 + \frac{t_w h_s}{4b_f t_f} \right) \left(\frac{h_s}{t_w} \right)^{0.5} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^{0.25} \left(\frac{f_y}{E_a C_4} \right)^{0.5} \right] . \quad (40)$$

De seguida, é apresentada a fórmula 41 que permite o cálculo do fator de redução, χ_{LT} , de acordo com EC3-1-1.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1.0, \quad (41)$$

sendo:

ϕ_{LT} um fator determinado através da equação 42.

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] , \quad (42)$$

sendo:

α_{LT} o fator de imperfeição, que corresponde a uma curva de encurvadura da figura 6.4 do EC3-1-1. Para saber a curva a utilizar recorre-se à Tabela 7.

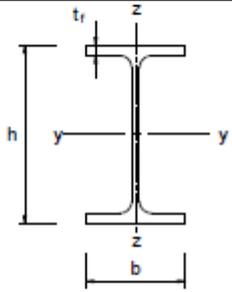
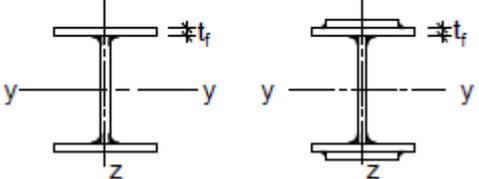
Secção transversal	Limites	Encurvadura em relação ao eixo	Curva de encurvadura	
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Perfis laminados 	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a a ₀
		$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c
	$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c
		$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d c
Perfis I soldados 	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	
	$t_f > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	c d	

Tabela 7 - Curvas de encurvadura

Sabendo a curva de encurvadura a utilizar, que depende da geometria da secção e se é uma secção soldada ou laminada, os valores de α_{LT} são dados pela Tabela 8 de acordo com a curva de encurvadura definida.

Curva de encurvadura	a	b	c	d
α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Tabela 8 - Fator de imperfeição α_{LT}

3.15 Tipo de análise

O momento resistente de uma viga mista contínua é condicionado pelo tipo de análise que é feita. É preciso definir se a análise que se pretende efetuar é fendilhada ou não fendilhada, ou seja, se no cálculo da resistência transversal vai ser contabilizada a resistência do betão à tração ou se se admite que fendilha e desse modo não oferece qualquer resistência. Uma vez que o objecto de estudo desta dissertação são as zonas de momento negativo, em que o betão

vai estar à tração, logo fica suscetível de fendilhar. Por simplificação de cálculos, o habitual é dispensar a contribuição do betão à tração por esta ser muito baixa.

Na determinação dos parâmetros C_4 e k_c é preciso definir o tipo de análise. O parâmetro k_c tem incluído na sua formulação, a inércia da secção mista que varia com o tipo de análise. Para o coeficiente C_4 , o momento de dimensionamento sobre o apoio interno, Figura 12, está diretamente dependente do tipo de análise efetuado aquando a obtenção do diagrama de momento fletor. Para zonas de momentos negativos a inércia da secção mista difere das zonas de momento positivo, devido ao comportamento do betão quando tracionado. Na determinação do momento sobre o apoio também poderá diferir, se for considerada uma redistribuição de esforços, para um dimensionamento plástico. Num dimensionamento elástico esta situação já não acontece por não existir capacidade de redistribuição de esforços da secção. Para verificar se se pode fazer o dimensionamento plástico ou elástico da secção é preciso classificar a secção em conformidade com a cláusula 5.6 do EC3-1-1.

3.16 Soluções

Quando o momento resistente reduzido $M_{b,Rd}$ é demasiado baixo quando comparado com M_{Ed} , devem procurar-se outras soluções. Ou deverá ser considerada uma secção com uma alma menos esbelta, ou uma alma envolvida em betão, ou mesmo secções metálicas fechadas com secção retangular oca, ou deverá ser contraventado o banzo comprimido em zonas de momento negativo. É economicamente mais viável aplicar reforços na alma ou nos banzos de modo a contraventar esses mesmos elementos e impedi-los de encurvar lateralmente. As soluções que podem ser aplicadas podem variar consoante o tipo de laje, como mostra a Figura 30 e a Figura 31, mas habitualmente implicam sempre a utilização de um elemento metálico a ligar duas vigas paralelas ou ligar o banzo inferior à laje maciça. Esses contraventamentos são designados por travamentos discretos, uma vez que são aplicados num ponto da viga mista. Já a laje que constitui a secção mista pode ser considerado como um travamento contínuo, pois trava lateralmente o perfil metálico em toda a extensão da viga. O EC4-1-1 não fornece nenhuma metodologia de dimensionamento desses elementos. A única referência regulamentar existente é relativa ao travamento quando sujeita à encurvadura e encontra-se descrito no EC3-1-1, artigo 6.3.5.2, o processo de dimensionamento desses elementos.

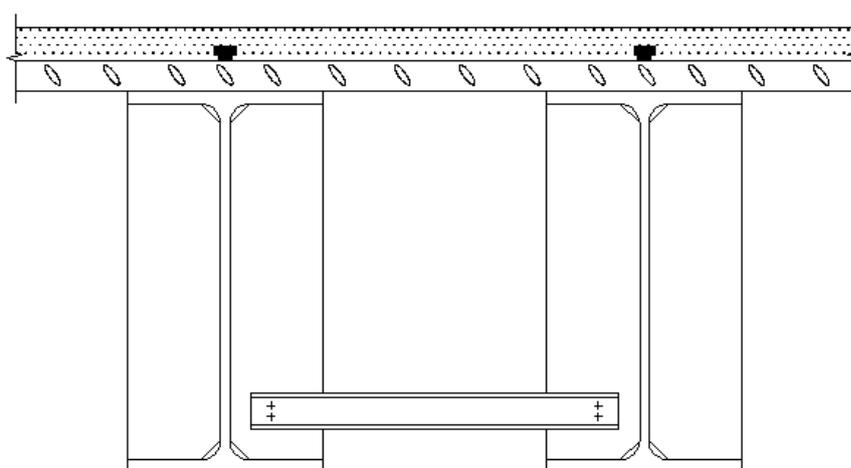


Figura 30 – Contraventamento do banzo inferior numa laje nervurada

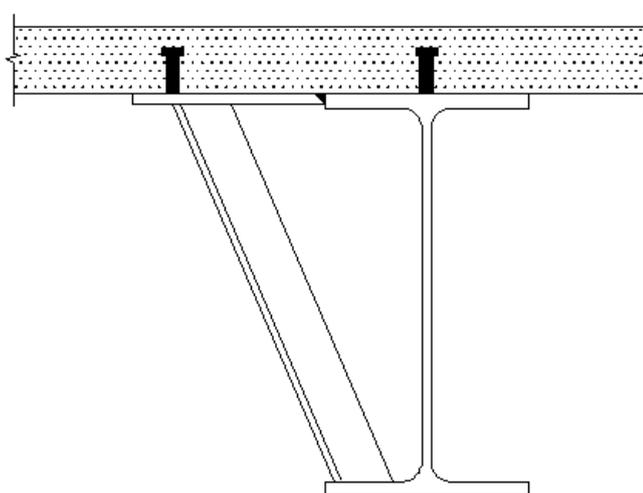


Figura 31 – Contraventamento do banzo inferior numa laje maciça

Nessa cláusula do EC3-1-1, que se refere ao dimensionamento de vigas à flexão, é dito que “as vigas com travamento lateral suficiente não são suscetíveis à encurvadura lateral torsional”. No entanto, esse parágrafo não define a palavra “suficiente”, sendo assim difícil de definir se um travamento que se tenciona introduzir numa viga impede ou não a encurvadura lateral. No Anexo BB.3 são indicados os comprimentos mínimos entre elementos contraventados, mas para fenómenos de encurvadura lateral torsional, podendo não estar tão apropriado para a encurvadura lateral distorcional. Como já foi mencionado, o EC4-1-1 não fornece qualquer metodologia de dimensionamento dos contraventamentos. Em alternativa, já foram desenvolvidos diversos métodos não inseridos no EC4-1-1, incluindo o método de Lawson e Rackham. O método descrito indica que os contraventamentos devem ser dimensionados de forma a resistir a um mínimo de 2% da força de compressão nos banzos. Quando existe um travamento discreto a trabalhar em conjunto com um travamento contínuo

essa força pode ser reduzida para 1%. É sugerido também que exista uma relação entre a força do travamento com a força total do banzo e da alma da secção transversal onde é introduzido o travamento, para aproveitar do declive acentuado do momento negativo.

Noutros estudos, mais concretamente da Universidade de Warwick por Johnson e Chen [1993], foi mostrado que os travamentos que conseguem resistir a 1% da força de compressão do banzo são eficazes. Esta força de dimensionamento do travamento resulta de uma análise elástica da secção, mas que se torna insegura em zonas próximas do ponto de inflexão do diagrama de momentos. Atualmente não existe uma melhor regra no dimensionamento deste tipo de elementos, do que a regra dos 2%, embora a mesma seja conservativa.

Este tipo de contraventamentos é mais frequentemente usado em pontes do que em edifícios porque em edifícios o espaçamento das vigas adjacentes habitualmente é superior ao comprimento das mesmas e pode interferir com equipamentos e instalações, sendo por isso de evitar em edifícios.

4 FERRAMENTA DE CÁLCULO

A ferramenta de cálculo desenvolvida foi feita com o recurso ao programa Microsoft Excel 2007. Toda a metodologia prevista no EC4-1-1 para a verificação da encurvadura lateral em vigas mistas foi programada nesta folha de Excel e apresentada no capítulo 3. Ao utilizador basta introduzir alguns dados da respetiva viga para que a verificação seja feita de forma instantânea. De seguida vão ser apresentados os *inputs* e *outputs* do programa respeitando a ordem em que aparecem no programa. Alguns dos *inputs* são para apenas selecionar um elemento de uma lista, sendo que para outros *inputs* é necessário colocar o valor na célula. As células onde se faz o *input* estão identificadas com a cor rosa. De forma a auxiliar a introdução dos dados no programa, são anexadas imagens de maneira a ajudar a identificar o *input* que o programa pretende.

Em primeiro lugar é preciso definir se a secção metálica é soldada ou laminada, como mostra a Figura 32.



Figura 32 – Lista de seleção do tipo de secção

Se for escolhida a opção soldada, é preciso ser introduzido pelo utilizador as dimensões dos banzos e da alma. Os banzos podem ter geometrias diferentes, formando assim uma estrutura monossimétrica. Na Figura 33 é apresentada folha de cálculo quando é escolhida uma secção soldada, com as respetivas características geométricas e mecânicas.

Secção soldada	b	t	Aparcial	A	yG
	mm	mm	cm2	cm2	mm
Alma	100	10	10	30	70
Banzo superior	50	20	10		
Banzo inferior	50	20	10		

Caraterísticas mecânicas (Secção soldada)									
G	ly	Wel.y	Wpl.y	lz	Wel.z	Wpl.z	lt	Iwx10-3	Iafz
kg/m	cm4	cm3	cm3	cm4	cm3	cm3	cm4	cm6	cm4
8,1	810	115,7143	145	42,5	17	27,5	30	0,0	20,83333333

Figura 33 – Input e output – secção soldada

Se for seleccionada a opção “laminada”, posteriormente escolhe-se o perfil IPE ou HE pretendido, sendo acompanhado também de todas as características geométricas e mecânicas relevantes no âmbito deste tema, como mostra a Figura 34.

Caraterísticas geométricas (Secção laminada)						
h	b	tw	tf	r	A	yG
mm	mm	mm	mm	mm	cm2	mm
400	180	8,6	13,5	21	84,46	200

Caraterísticas mecânicas (Secção laminada)									
G	ly	Wel.y	Wpl.y	lz	Wel.z	Wpl.z	lt	Iwx10-3	Iafz
kg/m	cm4	cm3	cm3	cm4	cm3	cm3	cm4	cm6	cm4
66,3	23130	1156	1307	1318	146,4	229	51,08	490	656,1

Figura 34 - Input e output – secção laminada

De seguida, escolhe-se o material usado, nomeadamente o aço estrutural, o aço das armaduras e a classe do betão. Também nesta fase é introduzido os varões utilizados na laje no sentido longitudinal da viga. A definição da armadura na outra direção é feita pelo utilizador aquando a definição da laje. A Figura 35 mostra as listas utilizadas para fazer essas opções juntamente com as características relevantes no cálculo.

Aço estrutural	fy	fyd	G	Ea
S 235	Mpa	Mpa	Gpa	Gpa
	235	235	81	210

Betão	fck	fed	fctm	Ecm
C 55/67	Mpa	Mpa	Mpa	Gpa
	55	36,66666667	4,2	38

Aço armaduras	fy	fyd	Varões	A
A400	Mpa	Mpa		cm2/m
	400	347,826087	ø12 // 0,1	11,30973355

Figura 35 – Escolha do material

Nesta fase também é calculado o coeficiente de homogeneização, n , tendo em conta o material escolhido anteriormente. O utilizador tem de definir se pretende incluir efeitos a longo prazo no cálculo de n , Figura 36.

Efeitos de fluência no betão	Sim
n	11,05

Figura 36 – Coeficiente de homogeneização

Posteriormente, a estes primeiros passos de introdução da secção transversal e dos materiais utilizados, procede-se ao cálculo do momento crítico, propriamente dito.

Inicia-se com o cálculo do coeficiente C_4 , que depende do diagrama de momentos atuante. A Figura 37 mostra uma correspondência de cores entre as células e a imagem que dá sentido a essa célula, de modo a ajudar o utilizador. Sendo assim, os valores de L e P que têm de ser introduzidos pelo utilizador dizem respeito ao modelo de viga simplesmente apoiada para calcular M_0 . Também tem de ser introduzido o momento negativo no apoio interno em módulo e assim determinar o valor de ψ .

Coeficiente C4		
L	20	m
P	30	KN/m
M0	1500	KNm
MEd(apoio interno)	700	KNm
ψ	0,45	

Figura 37 – Inputs para determinação de ψ

Depois é necessário definir se existem carregamentos transversais ou não, ou se o tramo é em consola. Consequentemente seleciona-se o diagrama de momento pré-definido que melhor se adequa ao diagrama real e retira-se o valor de C_4 de acordo com o ábaco da Figura 14. O input destes dados é feito através de duas listas, Figura 38.

Tipo_de_carregamento		C4
Com_cargas_transversais	Parabólico $0,75\psi M0$	20,04

Figura 38 – Tipo de carregamento – C_4

Calculado o valor de C_4 , avança-se para o cálculo de k_s , em particular da rigidez da alma k_2 . É dado a escolher ao utilizador se a alma é envolvida em betão ou não, como mostra a Figura 39.

Alma

Não envolvida

Envolvida

Não envolvida

Figura 39 – Lista de seleção de alma envolvida em betão ou não

Se for escolhido que a alma é envolvida, é pedido para que seja introduzida a largura betonada. O output desta rigidez é apresentado na Figura 40.

Alma		
Envolvida		
bc	100	mm
k2	608,16	KN/rad

Figura 40 – Input e output de k_2

O próximo passo consiste no cálculo da rigidez da laje, k_1 . No cálculo desta rigidez, é requerido que o utilizador faça o *input* do valor de α que varia entre 2 e 4, e também que seja introduzido o valor de distância a que separam duas vigas consecutivas, como mostra a Figura 41.

α	2	
a	1250	mm

Figura 41 – Input dos parâmetros α e a

De seguida, é necessário que o utilizador defina o tipo de laje e desse modo obter a rigidez $E_a I_2$:

- se a laje for maciça, introduz-se toda a sua altura, h_{lm} , assim como as posições da malha de armadura e o programa fornece todas as quantidades necessárias para a determinação da laje fendilhada, como mostra a Figura 42.

Laje maciça	As por metro	1130,97	mm ² /m
	b/n	90,48	mm
	h _{lm}	150	mm
	dst	52	mm
	dsl	40	mm
	ze	111,45	mm
	hc	38,55	mm
	I ₂	5724973,02	mm ⁴ /m
	EaI ₂	1202,24	KNm ² /m
	k ₁	1923,59	kNm/rad

Figura 42 - Input e output de k_1 para laje maciça

- se a laje for do tipo 1, introduz-se todas as dimensões que dizem respeito às nervuras da laje. Da mesma forma, é apresentado os *inputs* e *outputs* para o cálculo da rigidez, na Figura 43, auxiliada com a representação feita na Figura 23.

Laje mista tipo 1	h	100	mm
	hp	60	mm
	dst	20	mm
	dsl	30	mm
	b0	50	mm
	br	30	mm
	bs	90	mm
	z	40	mm
	Ae	2460,32	mm²
	As	1000,00	mm²
	c	11,56	mm
	a	28,44	mm
	I2	1875709,92	mm⁴
	EaI2	393,90	KNm²/m
k1	630,24	KNm/rad	

Figura 43 - *Input e output* de k_1 para laje nervurada longitudinalmente

- por último, se a laje for tipo 2, os dados são introduzidos de forma análoga ao que foi feito para a laje nervurada longitudinalmente. Como foi explicado na subsecção 3.8.1 a rigidez deste tipo de laje é considerada igual a 0, e desse modo, nesta folha de cálculo a rigidez k_s não é considerada para este tipo de laje, como demonstra a Figura 44.

Laje mista tipo 2	h	100	mm
	hp	60	mm
	dst	20	mm
	dsl	30	mm
	b0	50	mm
	br	30	mm
	bs	90	mm
	k1	0	KNm/rad

Figura 44 - *Input e output* de k_1 para laje nervurada transversalmente

Obtidos os valores de k_1 e k_2 , calcula-se a rigidez k_s (Figura 45).

Rigidez transversal da viga		
ks	377,44	KN/rad

Figura 45 – Output da rigidez k_s

Prosseguindo com a marcha de cálculo, a rigidez k_c é o próximo parâmetro a ser determinado. Na folha de cálculo, nesta fase, o único *input* que tem de ser feito diz respeito à largura efetiva da viga mista, que pode ser obtida através da cláusula 5.3.2.1 do EC2-1-1. O programa fornece todos os dados para o cálculo desta rigidez expostos na expressão 24. Foi previsto o caso em que o eixo neutro elástico está localizado na laje apesar de ser pouco provável em zona de momentos negativos e desse modo tem de se considerar a resistência do betão que irá estar comprimido. A localização do eixo neutro encontra-se, em quase todas as situações, no perfil metálico e conseqüentemente, o betão não irá ser tido em conta, uma vez que nesta folha de cálculo é considerada sempre uma análise fendilhada. A *interface* do programa para o cálculo da rigidez k_c é dada na Figura 46 para secções bissimétricas e Figura 47 para secções monossimétricas.

Secção	Bissimétrica	
hs	386,5	mm
beff	2000	mm
Aa	8446	mm ²
As	2261,95	mm ² /m
A	10707,95	mm ²
I _{ay}	231300000	mm ⁴
I _{az}	13180000	mm ⁴
Posição eixo neutro	Alma	
ze	286,56	mm
I _y	456251736,30	mm ⁴
zc	250	mm
e	518,57	mm

k_c	1,482
----------------------	--------------

Figura 46 - *Input* e *output* de k_c – Bissimétrica

Rigidez k_c		
Secção	Monossimétrica	
hs	115	mm
beff	2000	mm
Aa	2500	mm ²
As	2261,95	mm ² /m
A	4761,95	mm ²
lay	5560833,333	mm ⁴
laz	320833,3333	mm ⁴
Posição eixo neutro	Alma	
ze	109,04	mm
ly	41897898,48	mm ⁴
zc	123	mm
e	38,07	mm
zf	74,67532468	mm
zj	13,74025974	mm
zs	50	mm
kc	4,340	

Figura 47 - *Input e output* de k_c - Monossimétrica

Todos os parâmetros que entram na expressão 5 já foram determinados. Sendo assim, a folha de Excel fornece o valor do momento crítico (Figura 48).

Momento crítico		
Mcr	4764,56	KNm

Figura 48 – *Output* do M_{cr}

Posteriormente à determinação do valor do momento crítico, executa-se o cálculo do momento resistente reduzido, $M_{b,Rd}$, devido à encurvadura lateral. Na Figura 49, é pedido ao utilizador para introduzir a classe da secção do perfil metálico usado. A classe 4 não está incluída nesta folha de cálculo.

Classe	1
	<ul style="list-style-type: none"> 1 2 3

Figura 49 – Lista de seleção da classe da secção de aço

Com base na classe definida, vão existir dois caminhos para a verificação da secção.

- se a secção for classe 1 ou classe 2, o momento resistente irá ser feito usando uma distribuição plástica de tensões. Nesta fase não é necessário introduzir nenhum dado pelo utilizador, sendo retirado o valor de redução χ_{LT} automaticamente após a definição da classe da secção. Para este dimensionamento plástico, foi determinada posição do eixo plástico tendo em conta as forças existentes na secção. Se a alma for envolvida em betão, também se teve em consideração a sua força resistente. O eixo neutro plástico, z_{pl} , pode estar localizado na alma do perfil, no banzo, ou na laje, sendo este último caso mais difícil de acontecer, especialmente se a alma for envolvida em betão. Também é calculado o M_{Rk} , de acordo com a posição do eixo neutro plástico, que é usado no cálculo da esbelteza normalizada. Conservativamente, neste cálculo do M_{Rk} não foi considerada a resistência do betão na alma quando a alma é envolvida em betão. O programa também prevê a interrupção do cálculo quando o $\bar{\lambda}_{LT}$ é inferior a 0,4, tal como é descrito na secção 3.14, pois nestas condições a verificação da encurvadura é dispensada. No final, é indicado se a secção em causa resiste ao momento atuante ou não. A ilustra a interface do que foi descrito anteriormente:

Dimensionamento plástico da secção			
Força de tração das armaduras	Fs	904,78	KN
Força máxima no perfil de aço	Fa	587,5	KN
Força máxima na alma do perfil	Fw	235	KN
Força máxima no betão comprimido quando envolvida	Fc	495	KN

Posição do eixo neutro plástico (zpl)	Banzo		
---------------------------------------	-------	--	--

d	114,87	mm	
zpl	107,56	mm	Não foi considerada a resistência do betão na alma
Mrk	118,29	KNm	Não foi considerada a resistência do betão na alma

Curva de encurvadura		Curva d
λ	0,16	
α_{LT}	0,76	
θ_{LT}	Não é preciso considerar a encurvadura lateral	
χ_{LT}	Não há redução	

MRd	107,95	KNm
Mb,Rd	107,95	KNm
NÃO VERIFICA		

Figura 50 – Outputs do cálculo de $M_{b,Rd}$ – Classe 1 e 2

- se a secção for de classe 3, a distribuição de tensões é elástica e é preciso recorrer às expressões 36 e 37. Neste campo é necessário apenas que o utilizador introduza o valor do momento atuante na fase de construção, $M_{a,Ed}$. São calculadas as tensões nas fibras extremas de modo a chegar ao valor k . Se essas tensões calculadas elasticamente forem superiores às tensões de cedência dos materiais, o programa indica que não verifica. Se verificar e sabendo a localização das fibras condicionantes, o programa

usa o valor de k para essa zona mais condicionante e calcula o momento resistente elástico, $M_{el,Rd}$. A *interface* para o dimensionamento elástico da secção é exposta na Figura 51:

Dimensionamento elástico da secção			
Secção de aço (fase construção)			
dsup	225	mm	
dinf	225	mm	
Iy	33740	cm ⁴	
Ma,Ed	100	KNm	
Secção mista (fase final)			
dsup,s	298,75	mm	
dsup,a	198,75	mm	
dinf	251,25	mm	
Iy	42496,21	mm ⁴	
Mc,Ed	536	KNm	
σa,inf	465,83	MPa	NÃO VERIFICA
σa,sup	382,42	MPa	NÃO VERIFICA
σs,sup	376,81	MPa	VERIFICA
Valores de k			
σa,inf	0,72	Menor k	0,722324677
σa,sup	0,91		
σs,sup	1,15		
Zona condicionante		Banzo inferior no perfil de aço	
MeI,Rd	487,17	KNm	

Figura 51 - *Outputs* do cálculo de $M_{b,Rd}$ – Classe 3

5 EXEMPLO

Neste capítulo apresenta-se um exemplo prático do cálculo do momento resistente da secção transversal de uma viga mista tendo em conta a verificação à estabilidade lateral. O exemplo aqui representado foi calculado manualmente e validado com a folha de Excel. Toda a metodologia apresentada no capítulo 3 vai ser aplicada na íntegra e assume-se que a viga mista deste exemplo verifica as condições de utilização da fórmula do momento crítico M_{cr} . Vão ser somente apresentados os resultados finais, à exceção de alguns casos que justificam a inserção da expressão que os determinou. As fórmulas e cálculos para se chegar a esses resultados finais são remetidos para o Anexo A.

Na Figura 52, a viga mista é composta por um perfil IPE450 e por uma laje nervurada perpendicularmente (laje do tipo 1). Os varões no sentido longitudinal da viga são varões $\phi 12//0,125$, sendo que perpendicularmente existem $5\phi 12$ por metro. A largura efetiva da viga mista é de 1600 mm .

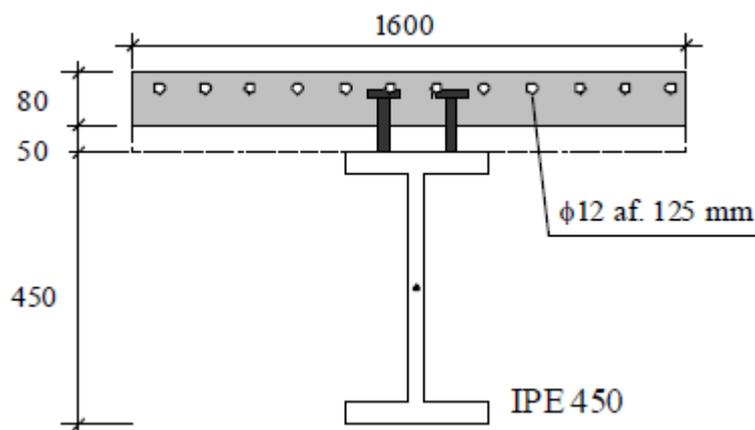


Figura 52 – Secção transversal da viga mista - Exemplo

Na Figura 53 está representada a viga contínua com 2 tramos de 12 m com o respetivo diagrama de momento fletor.

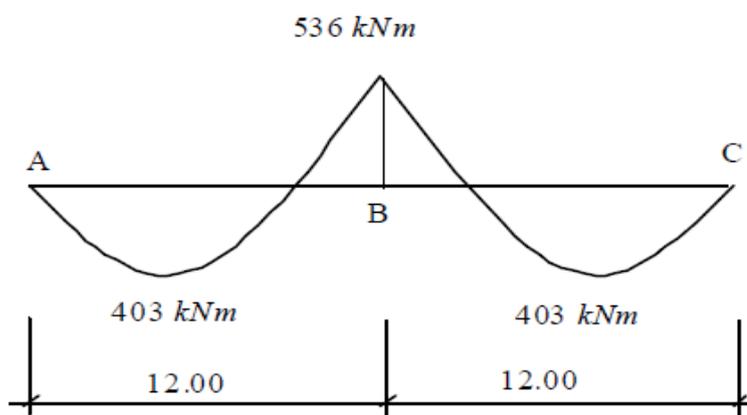


Figura 53 – Diagrama de momento fletor

As características do material que compõe a viga mista são apresentadas na Tabela 9.

Material	Classe	f_d	E
Aço estrutural	S355	355 MPa (f_{yd})	210 GPa (E_a)
Aço das armaduras	A500	434,8 MPa (f_{sd})	210 GPa (E_s)
Betão	C25/30	16,7 MPa (f_{cd})	31 GPa (E_{cm})

Tabela 9 – Materiais usados

Olhando para a fórmula do momento crítico dada pela expressão 1, começa-se por determinar o coeficiente C_4 . Como o carregamento é uniformemente distribuído ao longo de toda a viga mista, o diagrama de momento fletor é parabólico entre apoios. Também tem de se obter a razão ψ entre esse momento no apoio e o momento máximo que se obteria se fosse uma viga simplesmente apoiada. Recorrendo à expressão 3 e usando o ábaco da Figura 14 para estas condições e sabendo que o carregamento de cálculo (já majorado) é de 35,7 kN/m, obtém-se o valor de C_4 (Tabela 10).

M_0	ψ	C_4
640,8 kN/m	0,84	28,3

Tabela 10 – Parâmetro C_4

O valor de C_4 retirado da folha de Excel é apresentado na Figura 54.

Coeficiente C4		
L	12	m
P	35,7	KN/m
M0	642,6	KNm
MEd(apoio interno)	536	KNm
ψ	0,85	

Tipo_de_carregamento		C4
Com_cargas_transversais	Parabólico $0\psi M0$	27,92

Figura 54 – Output de C_4

Os resultados diferem em décimas devido à falta de rigor que está inerente à consulta do valor de C_4 através de um ábaco.

De seguida, passa-se ao cálculo da rigidez de flexão da laje fendilhada por unidade de comprimento, k_f , que é determinado através da expressão 9. O valor de α é igual a 4, uma vez que é considerado que existem 4 ou mais vigas paralelas a partilhar a mesma laje. A distância a também depende da disposição das vigas na estrutura do edifício, que representa a distância entre vigas, que neste caso é igual a 2,5m. Sendo assim falta determinar a inércia da laje fendilhada I_2 por unidade de largura que vai ser obtida com o auxílio da Figura 55.

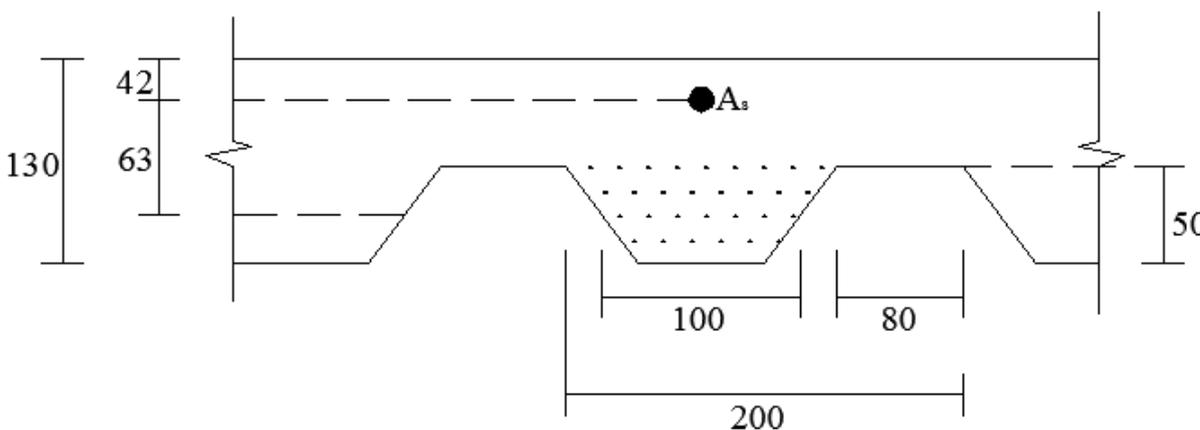


Figura 55 – Laje mista (tipo 2) – geometria

Como a análise é fendilhada, a parcela de laje que é tracionada não é considerada na análise. Esta análise da laje é feita isoladamente, e conseqüentemente o eixo neutro vai passar pela laje, havendo alguma área de laje que trabalha à compressão. Essa área de compressão tem de ser homogeneizada para que seja possível fazer o equilíbrio de forças com os varões de aço que estão na zona tracionada da laje. Admite-se que só o betão localizado entre nervuras está

à compressão. E não foram considerados efeitos a longo prazo no cálculo do coeficiente de homogeneização. A Tabela 11 resume os cálculos efetuados para obter a rigidez k_1 , onde se usaram as expressões 9, 10, 11, 15 e 16.

n	A_s	A_e	$E_a I_2$	k_1
13,55	565mm^2	1845mm^2	$441,2\text{kNm}^2/\text{m}$	$706\text{kNm}/\text{rad}$

Tabela 11 – Rigidez k_1

Através da observa-se que a ferramenta de cálculo alcançou os mesmos valores determinados manualmente.

Laje mista tipo 1	h	130	mm
	hp	50	mm
	dst	30	mm
	dsl	42	mm
	b0	100	mm
	br	80	mm
	bs	200	mm
	z	63	mm
	Ae	1845,24	mm²
	As	565,00	mm²
	c	14,77	mm
	a	48,23	mm
	I2	2101233,73	mm⁴
	Eal2	441,26	KNm²/m
	k1	706,01	KNm/rad

Figura 56 – Output do valor k_1

Calculada a rigidez da laje, procede-se agora ao cálculo da rigidez de flexão da alma k_2 , usando a expressão 18 para almas não embebidas em betão. A rigidez k_2 é igual a 110kN. Tal como, o resultado apresentado pela ferramenta de cálculo (Figura 57).

Rigidez da alma (k2)		
Alma		
Não envolvida		
k2	110,06	KN/rad

Figura 57 – Output do valor de k_2

De seguida é possível determinar a rigidez k_s com o recurso à expressão 8. Esse valor quer manualmente, quer pela folha de cálculo deu aproximadamente $96\text{kN}/\text{rad}$.

O cálculo do parâmetro da secção mista k_c é feito recorrendo à expressão 20 para secções bissimétricas. A Tabela 12 apresenta os resultados de relevo no cálculo de k_c , sabendo as inércias da perfil metálico e da secção mista.

A	z_c	I_{ay}	I_{az}	I_y	e	k_c
11329,6mm ²	290mm	3374000mm ²	167600mm ²	4670000mm ²	921mm	1,24

Tabela 12 – Coeficiente k_c

Comparando, os valores apresentados na Figura 58 retirados do Excel, os valores são bastante próximos.

Rigidez k_c		
Secção	Bissimétrica	
hs	435,4	mm
beff	1600	mm
Aa	9882	mm ²
As	1447,65	mm ² /m
A	11329,65	mm ²
Iay	337400000	mm ⁴
Iaz	16760000	mm ⁴
Posição eixo neutro	Alma	
ze	315,01	mm
Iy	470796460,20	mm ⁴
zc	290	mm
e	921,42	mm
k_c	1,156	

Figura 58 – Output do valor de k_c

Antes de proceder ao cálculo do M_{cr} falta calcular a inércia do banzo inferior, I_{afz} , de acordo com a expressão 2. O valor de I_{afz} é igual a 834,5mm⁴ e corresponde ao valor a que se chegou a folha de cálculo.

Tendo todos os elementos necessários efetua-se o cálculo do momento crítico usando a fórmula 1:

$$M_{cr} = \frac{1,24 \cdot 27,92}{12} \sqrt{\left(\left(81 \cdot 10^6 \cdot 66,87 \cdot 10^{-8} + \frac{96 \cdot 12^2}{\pi^2} \right) 210 \cdot 10^6 \cdot 834,5 \cdot 10^{-8} \right)} = 4305,5 kNm$$

A Figura 59 indica o valor do momento crítico obtido pela folha de Excel.

Momento crítico		
Mcr	4276,22	KNm

Figura 59 – Output do momento crítico

O valor do momento crítico tem uma discrepância que é inferior a 50kNm. Pode ser explicado com os arredondamentos e o com erro associado ao coeficiente C_4 , por se recorrer a um ábaco.

Assumindo que a classe da secção é a classe 2, para momentos negativos, é possível fazer um dimensionamento plástico da secção. Para o cálculo da esbelteza normalizada, dada pela expressão 38, é necessário saber o valor de M_{Rk} . O M_{Rk} é o momento resistente tendo em conta os valores característicos das propriedades dos materiais. M_{Rk} difere do momento plástico da secção ($M_{pl,Rd}$), uma vez que na determinação de momento resistente da secção foram usados os coeficientes de segurança aplicados a tensão de cedência das armaduras (f_s), sendo esse coeficiente γ_s de 1,15 como é prática em estruturas de betão armado. O betão tem um coeficiente γ_c igual a 1,5 mas como a análise é fendilhada, não vai entrar nos cálculos. Já o aço estrutural tem um coeficiente γ_a igual a 1, ou seja, a sua resistência não é reduzida. Na Tabela 13 aplicam-se as fórmulas 41 e 42 que resultam na redução no momento resistente.

M_{Rk}	$\bar{\lambda}_{LT}$	ϕ_{LT}	χ_{LT}	M_{Rd}	$M_{b,Rd}$
802kNm	0,43	0,632	0,913	781,1kNm	713,1kNm

Tabela 13 – Cálculo de $M_{b,Rd}$

O momento resistente retirado da folha de Excel é apresentado na Figura 60.

Mrk	772,48	KNm
Curva de encurvadura		Curva b
λ	0,43	
α_{LT}	0,34	
θ_{LT}	0,63	
χ_{LT}	0,92	
MRd	752,04	KNm
Mb,Rd	688,88	KNm
VERIFICA		

Figura 60 – Output do $M_{b,Rd}$

A segurança é verificada, pois $M_{b,Rd}$ é superior ao momento atuante no apoio interno.

Os momentos resistentes são muito próximos, o que valida a formulação introduzida no Excel para o cálculo de momento crítico e respetiva redução do momento resistente. Para as outras variantes de vigas mistas incluídas na programação da ferramenta de cálculo, mas que não foram aqui testadas, a validade desses mesmos resultados é assegurada.

6 CONCLUSÕES

Numa viga mista contínua com uma secção IPE ou HE, na zona do apoio interno, está sujeita a momentos fletores negativos e consequentemente, o seu banzo inferior pode induzir o fenómeno de encurvadura lateral. Esse fenómeno faz com que as vigas mistas, se tiveram pouca resistência à encurvadura lateral, sofram grandes reduções dos seus momentos resistentes. O momento crítico é menos condicionante em vigas mistas do que em estruturas metálicas. A metodologia do EC4-1-1 prevê o cálculo dos momentos críticos para as mais variadas secções mistas, com perfis monossimétricos ou bissimétricos, almas embebidas em betão ou não, e lajes maciças ou mistas.

O EC4-1-1 apenas permite o cálculo do momento crítico de vigas com lajes mistas com as nervuras perpendiculares ao eixo da viga (laje tipo 1). No caso da laje mista com as nervuras paralelas ao eixo da viga (laje tipo 2), o EC4-1-1 não propõe nenhum modelo para a determinação do momento crítico, já que o “modelo em U invertido” exclui este tipo de laje. Para resolver estas situações de forma simplificada, ou se considera conservativamente que a viga mista se comporta como uma viga metálica para a verificação da estabilidade lateral, ou como foi assumido na folha de Excel, com algumas reservas, que a rigidez da laje é igual a 0, sendo por isso excluída a sua contribuição na expressão 1. De qualquer forma esta situação deve ser aqui referida como um tópico relevante para desenvolver em estudos futuros, uma vez que se trata de uma situação em geral sempre presentes em edifícios mistos com vigas em malha ortogonal.

Para resolver problemas de encurvadura podem ser usados contraventamentos discretos ou contínuos. Outras das soluções que podem ser aplicadas para aumentar a capacidade resistente da secção mista à encurvadura lateral, passa por envolver a alma em betão ou aumentar a rigidez da laje. De modo a eliminar o efeito da encurvadura lateral por completo, pode-se optar por uma viga mista em que a secção metálica é um perfil fechado oco.

O objetivo desta tese consistiu na descrição das metodologias disponíveis para a verificação da encurvadura lateral de vigas mistas, em particular no desenvolvimento de uma ferramenta de cálculo automático simples que permitisse estimar o momento crítico para as diversas situações referidas acima. A ferramenta foi desenvolvida e testada para várias situações, permitindo assim contornar o problema do cálculo manual do momento crítico, que em geral envolve uma grande quantidade de cálculo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CEN. (2004). “EN 1994-1-1 Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings”.

CEN. (2005). “EN 1993-1-1 Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings”.

CEN. (2004). “EN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings”.

CEN. (1992). “ENV 1994-1-1 Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings”.

Johnson, R.P., Anderson, D. (2004). “Designers’ guide to EN 1994-1-1 Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings”. Thomas Telford, London. ISBN 0 7277 3151 3.

Johnson, R.P. (2004). “Composite structures of steel and concrete”. Third edition. Blackwell Publishing, UK. ISBN 1-4051-0035-4.

Calado, L. e Santos, J., 2010. Estruturas Mistas de Aço e Betão. IST Press, Li

Gonçalves, R. e Camotim, D., 2010. Steel-concrete Composite Bridge Analysis Using Generalised Beam Theory. Steel and Composite Structures, 10:223-243.

Simões, Rui A. D., (2007) “Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas”, CMM eds, 2ª ed, ISBN 978-972-98376-9-2, Coimbra.

Bradford, M. A. e Gao, Z., 1992. Distortional Buckling Solutions for Continuous Composite Beams. Journal of Structural Engineering, vol.118:1144.

ANEXO A

Para o cálculo do coeficiente C_4 , primeiro calculou-se o momento M_0 .

$$M_0 = \frac{P.L^2}{8} = \frac{35,6 \cdot 12^2}{8} = 640,8 \text{ kN/m}$$

De seguida, obtém-se o quociente ψ usando a expressão 3:

$$\varphi = \frac{M_B}{M_0} = \frac{536}{640,8} = 0,84$$

Consultando o ábaco da Figura 14, para vãos com cargas transversais e sabendo também que o momento numa extremidade é igual a 0:

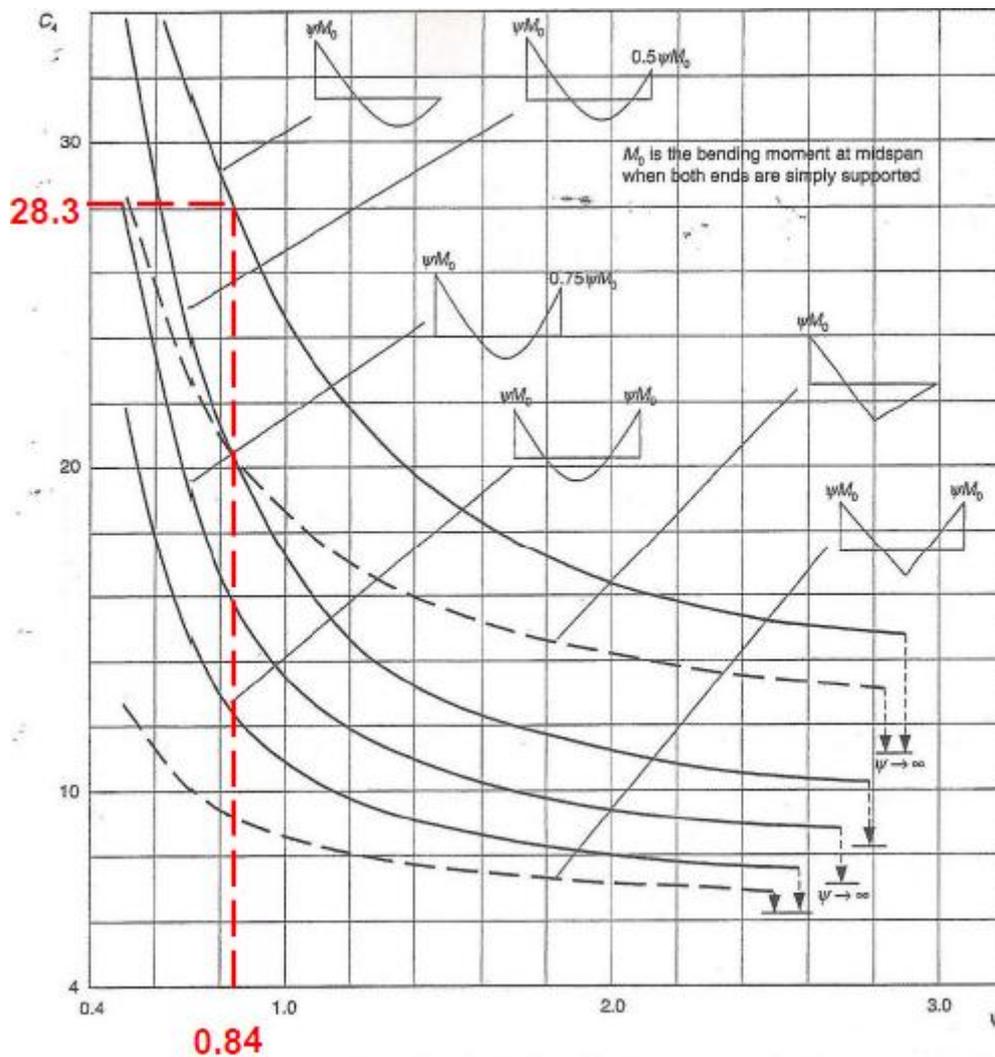


Figura 61 – Parâmetro C_4

O coeficiente de homogeneização é dado pela expressão 10.

$$n = \frac{210}{31} = 13,55.$$

Sabendo que existem 5 varões de diâmetro de 12 mm, a área de aço por metro é calculada.

$$A_s = 5 \cdot \frac{\pi \cdot 12^2}{4} = 565 \text{ mm}^2.$$

A área homogeneizada de betão é dada pela expressão 11.

$$A_e = \frac{100 \cdot 50}{13,55 \cdot 200} \cdot 1000 = 1845 \text{mm}^2.$$

A rigidez transversal da laje é dada pela expressão 16.

$$E_a I_2 = 210 \cdot 10^6 \cdot \left[\frac{565 \cdot 10^{-6} \cdot 1845 \cdot 10^{-6} \cdot (63 \cdot 10^{-3})^2}{565 \cdot 10^{-6} + 1845 \cdot 10^{-6}} + \frac{1845 \cdot 10^{-6} \cdot (50 \cdot 10^{-3})^2}{12} \right] = 441,2 \text{kNm}^2 / \text{m}$$

Já a rigidez k_1 é determinada a partir da expressão 9.

$$k_1 = \frac{4 \cdot 441,2}{2,5} = 706 \text{kNm} / \text{rad}.$$

A expressão 18 é usada para determinar o valor da rigidez k_2 .

$$k_2 = \frac{210 \cdot 10^6 \cdot (9,4 \cdot 10^{-3})^3}{4(1 - 0,3^2) \cdot (450 - 14,6) \cdot 10^{-3}} = 110 \text{kN} / \text{rad}.$$

Para saber a quantidade de armadura na largura efetiva da secção.

$$A = \frac{\pi \cdot 12^2}{4} \cdot \frac{1600}{125} + 98,82 \cdot 10^2 = 11329,6 \text{mm}^2.$$

Através da expressão 21 determina-se a dimensão e .

$$e = \frac{11329,6 \cdot 3374000}{98,82 \cdot 10^2 \left(225 + \frac{130}{2} \right) (11329,6 - 98,82 \cdot 10^2)} = 921 \text{mm}.$$

De seguida, utiliza-se a expressão 21.

$$k_c = \frac{\frac{(450 - 14,6) \cdot 4670000}{3374000}}{\frac{(450 - 14,6)^2}{4} + \frac{3374000 + 167600}{98,82 \cdot 10^2}} + (450 - 14,6) \cdot 921 = 1,24$$

É agora usada a expressão 2 para o cálculo da inércia do banzo inferior.

$$I_{afz} = \frac{190^3 \cdot 14,6}{12} = 834,5 \text{mm}^4$$

A esbelteza normalizada é dada pela expressão 38.

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{802}{4306}} = 0,43$$

O parâmetro ϕ_{LT} é calculado através da expressão 42, sabendo que a curva de encurvadura associada a este perfil é a curva b.

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,43 - 0,20) + 0,43^2] = 0,632$$

O fator de redução χ_{LT} é calculado segundo a expressão 41.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,632 + \sqrt{0,632^2 - 0,43^2}} = 0,913 \leq 1,0$$

Por último, o momento reduzido resistente é calculado com recurso à expressão 35.

$$M_{b,Rd} = 0,913 \cdot 781,1 = 713,1 \text{kNm}$$