



**FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Caracterização da rigidez dinâmica de apoios anti-vibráteis – metodologias e equipamento**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Construções

Autor

**José Guilherme Rosa Gonçalves**

Orientador

**Professor Doutor António José Barreto Tadeu**

**Professora Doutora Julieta Maria Pires António**

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada.

**Colaboração Institucional**



**Coimbra, Julho, 2013**

## **AGRADECIMENTOS**

Este espaço destina-se a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para que fosse possível a realização deste trabalho.

Obviamente, os meus primeiros agradecimentos serão para os meus orientadores, a Professora Doutora Julieta Maria Pires António e ao Professor Doutor António José Barreto Tadeu, pela disponibilidade e pelos conhecimentos que me foram transmitidos ao longo deste trabalho.

Outro dos agradecimentos, que não poderia deixar de referir, será para o Engenheiro Filipe Pedro pela ajuda, disponibilidade e conselhos que me deu na compreensão e manuseamento do equipamento por ele dimensionado.

Agradeço igualmente ao ITeCons – Instituto de Investigação e Desenvolvimento Tecnológico em Ciências da Construção, por me ter disponibilizado todo o equipamento, material e laboratório para a realização dos ensaios, bem como a ajuda de alguns funcionários.

Aos meus pais e avós, um agradecimento especial pela presença, apoio e motivação dedicados ao longo deste trabalho e em todos os momentos da minha vida.

A todos os meus colegas e amigos que sempre me acompanharam ao longo deste percurso, um muito obrigado pelo interesse e preocupação demonstrados e, igualmente, pelos magníficos momentos de convívio vividos.

## RESUMO

Estando a sociedade em constante desenvolvimento, com a procura de conforto em todos os momentos do dia-a-dia, urge desenvolver estudos que contemplem esse mesmo conforto.

As vibrações, sejam elas, vibrações sísmicas, vibrações provocadas pelo ruído, vibrações provocadas por equipamentos mecânicos ou pelo tráfego automóvel, causam um mal-estar permanente. O desenvolvimento de atenuadores dessas vibrações, é um importante passo no sentido de melhorar a comodidade na sociedade. Por este motivo, as tecnologias têm vindo a evoluir, sendo cada vez maiores as exigências com os estudos de materiais isoladores.

No presente estudo pretende-se estudar alguns tipos de materiais isoladores de vibrações. Para o efeito, é necessário usar um equipamento recentemente projetado, dimensionado e construído no ITeCons. Para a validação e verificação do equipamento foi seguida a norma EN ISO 10846 que preconiza todos os passos a realizar. Foram ensaiados quatro tipos de amostras: aglomerado de poliuretano reciclado, granulado de borracha 1, granulado de borracha 2 e um compósito de pneu reciclado com EPDM. Cada uma destas amostras foi caracterizada dinamicamente, nomeadamente foram avaliadas a transmissibilidade e a rigidez dinâmica.

## **ABSTRACT**

With the society in constant development and the daily search for comfort, it is crucial that we develop studies involving this comfort.

The vibrations, no matter their type, the seismic ones, those induced by the noise, vibrations induced by mechanical equipment or from road traffic, cause a permanent malaise. The development of some vibration dumping is an important step in order to improve the convenience of society. For this reason, the technologies have been evolving and the demands with the studies of insulating material are getting higher all the time.

This study aims at looking into some types of vibration damping material. To this end, it is necessary to use equipment recently projected, dimensioned and built at ITeCons. For the validation and verification of the equipment, EN ISO 10846 standard, which calls all the steps to perform, was followed. Four types of samples have been tested: an agglomerate of recycled polyurethane, granulated rubber 1, granulated rubber 2 and a composite of recycled tire containing EPDM. Each one of these samples was dynamically characterized and the transmissibility and the dynamic stiffness have been namely assessed.

---

## ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Enquadramento .....	1
1.2	Objetivos.....	3
1.3	Estrutura da dissertação .....	3
2	VIBRAÇÃO E ISOLAMENTO.....	5
2.1	Introdução .....	5
2.2	Equações de movimento para sistemas de um grau de liberdade.....	5
2.2.1	Vibração livre não amortecida.....	8
2.2.2	Vibração livre amortecida .....	12
2.2.3	Vibração forçada harmónica não amortecida .....	18
2.2.4	Vibração forçada harmónica amortecida.....	20
2.2.5	Transmissibilidade e isolamento .....	22
2.3	Caracterização de isoladores – normalização aplicável.....	23
3	METODOLOGIA EXPERIMENTAL.....	25
3.1	Introdução .....	25
3.2	Descrição do equipamento de ensaio.....	25
3.3	Verificação do equipamento de ensaio .....	27
3.4	Descrição das amostras ensaiadas.....	28
3.5	Descrição dos ensaios .....	30
3.6	Tratamento dos resultados .....	34
4	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS.....	36
4.1	Introdução .....	36
4.2	Apresentação de resultados.....	36
4.2.1	Amostra A .....	36
4.2.2	Amostra B.....	46
4.2.3	Amostra C.....	52
4.2.4	Amostra D .....	56
4.3	Análise de resultados .....	57
5	CONCLUSÕES .....	64
5.1	Considerações finais .....	64
5.2	Perspetivas de trabalhos futuros.....	65
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	66

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Componentes básicos de um sistema com um grau de liberdade .....	6
Figura 2.2 - Forças em equilíbrio de um sistema com um grau de liberdade ideal.....	6
Figura 2.3 - Sistema com um grau de liberdade .....	8
Figura 2.4 - Deslocamento para sistemas livres não amortecida.....	11
Figura 2.5 - Resposta de um sistema subamortecido (Silva, 2009).....	16
Figura 2.6 - Resposta de um sistema superamortecido (Silva, 2009).....	17
Figura 2.7 - Resposta de um sistema com amortecimento crítico (Silva, 2009). .....	18
Figura 2.8 - Sistema com um grau de liberdade sujeito a uma força de excitação.....	18
Figura 2.9 - Fator de ampliação para sistemas com vibração forçada não amortecida. ....	20
Figura 2.10 - Sistema com um grau de liberdade com amortecimento $c$ , sujeito a força de excitação. ....	20
Figura 2.11 - Sistema com vibrações forçadas com amortecimento. ....	21
Figura 2.12 - Curvas típicas de transmissibilidade (Gheller, Jordão). ....	23
Figura 3.1 - Massas excêntricas que constituem o shaker. ....	25
Figura 3.2 - Equipamento utilizado. ....	27
Figura 3.3 - Amostra de aglomerado de poliuretano reciclado ensaiada com diferentes dimensões. ....	28
Figura 3.4 - Amostra do granulado de borracha 1.....	29
Figura 3.5 - Amostra do granulado de borracha 2.....	29
Figura 3.6 - Amostra do material de pneu reciclado com EPDM .....	30
Figura 3.7 - Esquematização dos ensaios. ....	31
Figura 3.8 – massas excêntricas. ....	31
Figura 3.9 - Sistema Multi-analisador Pulse TM, com o <i>Software</i> PULSE LabShop Version 15.1.0. ....	32
Figura 3.10 – Resposta em tempo e em frequência.....	32
Figura 4.1 - Amostra A com dimensões 500x500x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	37
Figura 4.2 - Amostra A com dimensões 500x500x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: curva de transmissibilidade. ....	37
Figura 4.3 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	38

---

Figura 4.4 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: curva de transmissibilidade. ....	39
Figura 4.5 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 147.57 kg : rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	40
Figura 4.6 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 147.57 kg: curva de transmissibilidade. ....	40
Figura 4.7 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 125x125x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	41
Figura 4.8 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 125x125x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: curva de transmissibilidade. ....	42
Figura 4.9 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntricas nº 3: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	43
Figura 4.10 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntricas nº 3: curva de transmissibilidade. ....	43
Figura 4.11 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntricas nº 4: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	44
Figura 4.12 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntricas nº 4: curva de transmissibilidade. ....	45
Figura 4.13 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg e massas excêntricas nº 3: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	46
Figura 4.14 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg e massas excêntricas nº 3: curva de transmissibilidade. ....	46
Figura 4.15 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 73.787 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	47
Figura 4.16 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 73.787 kg: curva de transmissibilidade. ....	48
Figura 4.17 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 147.57 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	49
Figura 4.18 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 147.57 kg: curva de transmissibilidade. ....	49
Figura 4.19 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 221.36 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	50
Figura 4.20 Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 221.36 kg: curva de transmissibilidade. ....	50
Figura 4.21 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 295.21 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	51

---

---

Figura 4.22 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 295.21 kg: curva de transmissibilidade.....	52
Figura 4.23 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 221.36 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava .....	53
Figura 4.24 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 221.36 kg: curva de transmissibilidade.....	53
Figura 4.25 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 295.21 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	54
Figura 4.26 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 295.3 kg: curva de transmissibilidade.....	54
Figura 4.27 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 369.2 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava. ....	55
Figura 4.28 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 369.2 kg: curva de transmissibilidade.....	56
Figura 4.29 - Amostra D com dimensões 100x100x20 (mm) e blocking mass 664.3 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava .....	57
Figura 4.30 - Amostra D com dimensões 100x100x20 (mm) e blocking mass 664.3 kg: curva de transmissibilidade .....	57
Figura 4.31 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade da amostra A de provetes com 500x500x40 (mm), 250x250x250x40 (mm) e 125x125x40 (mm) sujeitos ao carregamento de 295.21 kg.....	58
Figura 4.32 - Rigidez dinâmica para provetes da amostra A com dimensões: 500x500x40 (mm), 250x250x40 (mm) e 125x125x40 (mm) sujeitos ao carregamento de 295.21 kg	59
Figura 4.33 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade dos 4 provetes da amostra A de 62.5x62.5x40 (mm) sujeitos a carregamentos de 73.787 kg e 295.21 kg.....	59
Figura 4.34 - Rigidez dinâmica da amostra A para carregamentos de 73.787 kg e 295.21 kg com 4 provetes de 62.5x62.5x40 (mm) .....	60
Figura 4.35 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade de um provete da amostra B com 144x152x12.7 (mm) sujeito as carregamentos de: 73.787 kg, 147.57 kg, 221.36 kg e 295.21 kg.....	61
Figura 4.36 - Rigidez dinâmica para o provete da amostra B de 144x152x12.7 (mm) sujeito as carregamentos de: 73.787 kg, 147.57 kg, 221.36 kg e 295.21 kg. ....	61
Figura 4.37 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade de um provete da amostra C com 280x280x12.1 (mm) sujeito as carregamentos de: 221.4 kg, 295.3 kg e 369.2 kg. 62	
Figura 4.38 - Rigidez dinâmica para o provete da amostra C de 280x280x12.1 (mm) sujeito as carregamentos de: 221.4 kg, 295.3 kg e 369.2 kg. ....	63

---

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Massas das chapas do equipamento.....	26
Tabela 3.2 - Critério da linearidade .....	28
Tabela 3.3 - Variáveis dos ensaios. ....	33
Tabela 4.1 - Amostra A com dimensões 500x500x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	36
Tabela 4.2 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	38
Tabela 4.3 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 147.57 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	39
Tabela 4.4 - Amostra A com dimensões 125x125x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	41
Tabela 4.5 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntricas nº 3: resultados em bandas de 1/3 de oitava. ....	42
Tabela 4.6 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntrica nº 4: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	44
Tabela 4.7 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg e massas excêntrica nº 3: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	45
Tabela 4.8 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 73.787 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	47
Tabela 4.9 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 147.57 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	48
Tabela 4.10 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 221.36 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	50
Tabela 4.11 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 295.21 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	51
Tabela 4.12 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 221.36 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	52
Tabela 4.13 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 295.21 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	54
Tabela 4.14 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 369.2 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.....	55

Tabela 4.15 - Amostra D com dimensões 100x100x20 (mm) e blocking mass 664.3 kg:  
resultados em bandas de 1/3 de oitava..... 56

---

## SIMBOLOGIA

- $c$  – amortecimento
- $C_c$  – amortecimento crítico
- $C$  – constante
- $f$  – frequência de vibração
- $F$  – amplitude de excitação
- $F_t$  – força transmitida por uma mola
- $f_D$  – força de amortecimento
- $f_I$  – força de inércia
- $f_S$  – força da mola
- $k$  – rigidez
- $m$  – massa
- $R(\omega)$  – resposta do sistema no domínio da frequência
- $r$  – frequência de excitação
- $t$  – tempo
- $x$  – deslocamento
- $x_0$  – deslocamento inicial
- $X$  – amplitude da resposta
- $X_0$  – amplitude inicial da resposta
- $\beta$  – fator de ampliação
- $\xi$  – fator de amortecimento do sistema
- $\omega$  – frequência angular
- $\omega_d$  – frequência angular do sistema com amortecimento
- $\omega_n$  – frequência natural de vibração não amortecida do sistema
- $\dot{x}$  – velocidade linear
- $\ddot{x}$  – aceleração linear
- $\dot{x}_0$  – velocidade linear inicial
- $\tau$  – transmissibilidade do sistema com amortecimento viscoso
- $\sigma$  – tensão normal
- $\delta$  – decremento logarítmico

## **ABREVIATURAS**

CD – Compact disk

dB – Decibel

EDO – Equação diferencial ordinária

EPDM – Ethylene Propylene Diene Monomer

HDRB - High Damping Rubber Bearing

ITeCons - Instituto de Investigação e Desenvolvimento Tecnológico em Ciências da Construção

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Enquadramento

Com o evoluir dos tempos, a procura de melhor qualidade de vida é um objetivo para todas as pessoas.

No quotidiano, a população em geral, depara-se com inúmeros problemas de conforto, e sendo o conforto uma característica da qualidade de vida, este tende a evoluir.

O conforto nas habitações está intimamente ligado às vibrações provocadas por equipamentos mecânicos, por tráfego, por ruído, por sismos ou por outra razão qualquer. Estas vibrações podem ser mitigadas fazendo uso de material isolador e equipamentos de amortecimento.

No isolamento sísmico, uma das formas de atenuar o efeito das vibrações, é a instalação de estruturas nos alicerces das casas de modo a absorver essas mesmas vibrações. As estruturas de isolamento sísmico funcionam como um “para-choque” que protege a casa.

No caso de pontes, um dos isoladores mais utilizados, são os blocos de borracha de alto amortecimento – HDRB. Estes dispositivos são constituídos por lâminas de borracha intercaladas por chapas de aço, apresentando este tipo de borracha um amortecimento na ordem dos 10 a 20%.

Em relação às vibrações provocadas pelo ruído, existem várias políticas de prevenção, sendo também o correto cumprimento da legislação um aspeto fundamental no combate aos fatores de risco garantindo um melhor conforto tanto no local de trabalho como nas habitações.

O ruído resultante da transmissão de energia em meio sólido, líquido ou gasoso através de variações de pressões e deslocamentos pode ter origem em vibrações de equipamentos, ou mesmo dos componentes dos edifícios. Para atenuar este efeito, é necessário efetuar algumas intervenções tais como colocação de amortecedores nos equipamentos, ou utilização de materiais resilientes nos pavimentos ou em tetos.

Os equipamentos mecânicos, na sua maioria, vibram em redor de determinada frequência. A transmissão dessa vibração através de uma estrutura, pode, em alguns casos, ser amplificada, trazendo danos irreparáveis ao funcionamento do sistema. Muitos equipamentos podem ter o seu funcionamento prejudicado na presença de vibrações. Um exemplo deste problema, são os equipamentos eletrónicos portáteis, tais como leitores de CD's, os quais são potencialmente sensíveis às vibrações e ao impacto, precisando de ser isolados para garantir um bom funcionamento.

A preocupação com o ruído, vibrações sísmicas, vibrações de equipamentos e outro tipo de vibrações têm sido alvo de vários estudos por parte de investigadores de modo a tentar arranjar soluções para estes problemas.

Barbetti (2005) realizou em estudo comparativo entre um amortecedor hidráulico e um amortecedor elastomérico de modo a obter a mesma qualidade mas com custos menores. Este tipo de amortecedores são usados no sistema de apoio do motor de veículos. No estudo verificou-se que o amortecedor elastomérico apresenta melhores resultados na gama das altas frequências enquanto o amortecedor hidráulico apresenta alto amortecimento na zona das baixas frequências. Devido ao fato de o amortecedor elastomérico ter um preço três vezes menor que o preço do amortecedor hidráulico, o mesmo torna-se interessante para compor o sistema de apoio do motor.

Miguel (2002) realizou um estudo sobre amortecedores por atrito onde é apresentado um estudo teórico e experimental. Amortecedores passivos são uma alternativa económica, eficaz e rápida para reduzir ou eliminar vibrações. Dentro de vários tipos de amortecedores passivos propostos ou já em uso, destacam-se aqueles que funcionam por atrito entre dois corpos sólidos, devido à sua simplicidade, grande poder de dissipação e baixo custo.

Paez (2009) desenvolveu um estudo sobre a aplicabilidade de molas pneumáticas na indústria. O objetivo é caracterizar a utilização de molas pneumáticas em veículos e indústrias (como isoladores de vibração) e ilustrar, com a apresentação de um projeto básico de um acoplador pneumático, os processos de projeto, o fabrico e testes de um sistema que utiliza molas pneumáticas.

O artigo escrito por Petit *et al.* (2009), detalha o desenvolvimento de uma aplicação de alta atenuação, que, adaptado com uma camada resiliente, irá proporcionar uma redução significativa de vibração nos caminhos-de-ferro. O principal objetivo consiste, em proporcionar uma alternativa mais rentável. Além do desempenho da atenuação de vibrações, o objetivo posterior, passa também, por proporcionar um sistema de calhas mais compacto e fácil de instalar.

Ripin & Ean (2010) apresentaram um artigo sobre suportes de borracha para motores. O objetivo principal do estudo desenvolvido, foi estudar a rigidez dinâmica dependente da frequência e fator de perda, e determinar o efeito do ângulo de orientação da montagem do motor, com as características dinâmicas.

Apesar de já terem sido desenvolvidos muitos estudos na área de apoios anti-vibráteis, ainda existem muitos trabalhos a realizar neste âmbito. No caso do presente trabalho, procurou-se verificar um equipamento recentemente desenvolvido para testar materiais para atenuar vibrações.

O equipamento foi desenvolvido de acordo com as indicações da norma EN ISO 10846-3. No âmbito desta dissertação, foram realizadas algumas das verificações do equipamento preconizadas pela referida norma. Foi também implementada a metodologia descrita pela norma para a realização do ensaio. Após todos os procedimentos estarem devidamente

definidos e ajustados, realizaram-se ensaios de caracterização de alguns elementos de material resiliente, passíveis de serem utilizados como apoios anti-vibráteis.

## **1.2 Objetivos**

O presente trabalho tem como principal objetivo, mais que fazer uma caracterização de materiais resilientes para apoios anti-vibráteis, realizar uma validação e a verificação do funcionamento de um equipamento recentemente projetado e construído.

O equipamento em questão, ao qual poderemos chamar de “Shaker”, foi dimensionado pelo ITeCons – Instituto de Investigação e Desenvolvimento Tecnológico em Ciências da Construção, e permite realizar ensaios para a caracterização da rigidez dinâmica em função da frequência e do carregamento de diferentes tipos de materiais para isolar vibrações. Na construção do equipamento, todas as verificações e validações, assim como a realização dos ensaios com variação da massa e frequência de excitação, tiveram como suporte, o método indireto (EN ISO 10846-3:2002) da norma EN ISO 10846.

Não tendo sido imperativo a utilização de um material em específico, procurou-se ensaiar materiais isoladores de vibrações com o objetivo de fazer uma caracterização da rigidez dinâmica dos mesmos, dando ênfase às propriedades relacionadas com o isolamento de vibrações, tais como, frequência de ressonância, transmissibilidade, entre outros.

## **1.3 Estrutura da dissertação**

Esta dissertação encontra-se estruturada em cinco capítulos. No presente capítulo, procura-se fazer um enquadramento do tema, dar a conhecer a relevância do estudo realizado e ainda a definição dos objetivos.

No segundo capítulo serão abordados os conceitos teóricos acerca das vibrações e do isolamento para um sistema com um grau de liberdade. Estes conceitos, serão de extrema utilidade para uma melhor compreensão da parte experimental, de modo a definir as condições de montagem e a realização dos ensaios, assim como a análise e a compreensão dos resultados.

No terceiro capítulo será descrito a metodologia experimental. Descreve-se e verifica-se o equipamento utilizado, assim como as amostras ensaiadas. Apresenta-se, igualmente, neste capítulo o procedimento do tratamento dos resultados.

Seguidamente, no quarto capítulo, é feita uma apresentação e análise de resultados. Será exposta uma análise comparativa de todos os materiais ensaiados.

Por último, o capítulo cinco apresentará algumas conclusões retiradas da análise do trabalho realizado, abrindo ainda algumas perspectivas a desenvolvimentos futuros.

## **2 VIBRAÇÃO E ISOLAMENTO**

### **2.1 Introdução**

O conforto humano pode ser prejudicado quando existe um nível de ruído ou vibração excessivo em sistemas mecânicos.

As vibrações são agentes físicos nocivos que afetam os trabalhadores e que podem ser provenientes das máquinas, de ferramentas portáteis a motor, ou resultantes dos postos de trabalho. As vibrações encontram-se presentes em quase todas as atividades, nomeadamente em construção e obras públicas, indústrias extrativas, exploração florestal, fundições e transportes.

A análise das vibrações é fundamental para determinar as causas e permitir reduzir e/ou eliminar determinados tipos de vibrações, principalmente aquelas cujo ritmo corresponde à frequência de ressonância do corpo.

A vibração é qualquer movimento que se repete, regular ou irregularmente, depois de um intervalo de tempo.

O movimento de um pêndulo e da corda de um violão são exemplos simples de vibrações.

Em engenharia estes movimentos ocorrem em elementos de máquinas e nas estruturas, quando estes estão submetidos a ações dinâmicas.

### **2.2 Equações de movimento para sistemas de um grau de liberdade**

O número de graus de liberdade (gdl), usado na análise de um sistema mecânico, é o número de coordenadas cinematicamente independentes, necessárias para descrever completamente (localizar e orientar) o movimento espacial de toda a partícula de um sistema em qualquer instante de tempo. Qualquer conjunto de coordenadas é chamado de conjunto de coordenadas generalizadas. Deve ficar claro, que a escolha de um conjunto de coordenadas generalizadas não é única. Quantidades cinemáticas como deslocamentos, velocidades e aceleração, são escritas em função das coordenadas generalizadas e das suas derivadas temporais.

As propriedades físicas que são essenciais a qualquer sistema linear elástico, estrutural ou mecânico, que é submetido a uma fonte externa de excitação, ou de carregamentos dinâmicos, são a sua massa, propriedades elásticas tais como flexibilidade e rigidez,  $k$ , e o mecanismo de perda de energia ou de amortecimento, Clough & Penzien (2003).

No modelo mais simples do sistema de um grau de liberdade, cada uma destas propriedades é assumida estar concentrada num único elemento físico. Um esboço deste sistema está esquematizado na figura 2.1.

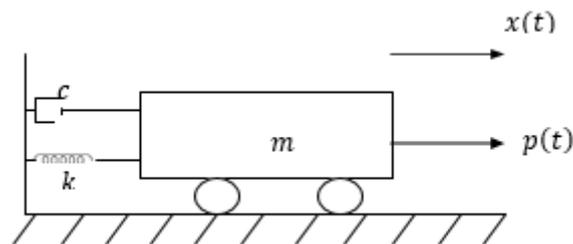


Figura 2.1 - Componentes básicos de um sistema com um grau de liberdade

A massa inteira  $m$  deste sistema está incluída no bloco rígido. Apoios restringem este bloco de modo a só ter movimento de translação simples; assim a única coordenada do deslocamento  $x(t)$  define completamente a sua posição. A resistência elástica do movimento é caracterizada pela rigidez da mola,  $k$ , enquanto o mecanismo de perda de energia é representado pelo amortecedor  $c$ . O mecanismo de carregamento externo que produz a excitação dinâmica deste sistema é a carga variando ao longo do tempo,  $p(t)$ .

Para definir a equação do movimento para este tipo de sistemas, utiliza-se o princípio de d'Alembert em que a soma das diferenças entre as forças que atuam num sistema e as que resultam no tempo do sistema ao longo de um deslocamento virtual é zero.

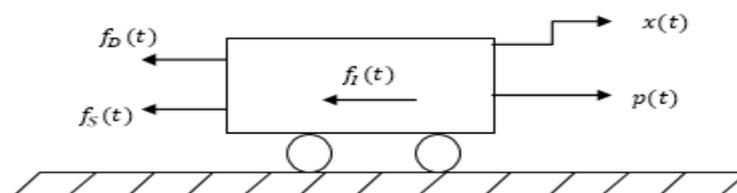


Figura 2.2 - Forças em equilíbrio de um sistema com um grau de liberdade ideal

Como é mostrado na figura 2.2, a força é aplicada atuando na direção do movimento  $p(t)$ , resultando três forças que resistem ao movimento, as forças de inércia  $f_I(t)$ , a força de amortecimento  $f_D(t)$  e a força da mola  $f_S(t)$ .

$$f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) = p(t) \quad \text{Eq. 2.1}$$

Cada uma das forças representadas no lado esquerdo desta equação está em função do deslocamento  $x(t)$  ou das suas derivadas, sendo o sentido destas forças positivas escolhido deliberadamente para corresponder com o sentido negativo do deslocamento, opondo-se assim às cargas positivas aplicadas.

De acordo com o princípio d'Alembert, a força de inércia resulta do produto da massa do corpo pela sua aceleração  $\ddot{x}(t)$ , de acordo com a expressão:

$$f_I(t) = m\ddot{x}(t) \quad \text{Eq. 2.2}$$

Assumindo que o mecanismo utilizado é o de um amortecimento viscoso, a força de amortecimento é o produto da constante de amortecimento  $c$  com a velocidade  $\dot{x}(t)$  que o corpo atinge

$$f_D(t) = c\dot{x}(t) \quad \text{Eq. 2.3}$$

Finalmente, a força elástica provém do produto da rigidez  $k$  pelo deslocamento

$$f_S(t) = kx(t) \quad \text{Eq. 2.4}$$

Substituindo na equação 2.1, resulta a equação de movimento para um sistema com um grau de liberdade:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = p(t) \quad \text{Eq. 2.5}$$

### 2.2.1 Vibração livre não amortecida

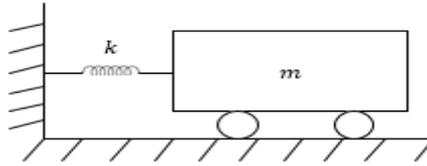


Figura 2.3 - Sistema com um grau de liberdade

Considere-se agora um sistema com apenas um grau de liberdade onde existe uma massa  $m$ , e com rigidez  $k$ .

A partir da figura 2.3 onde está representado um exemplo de um sistema massa-mola, e assumindo que  $c = 0$ , para a equação 2.3, e sabendo que não há amortecimento obtém-se:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad \text{Eq. 2.6}$$

Ao dividir a Eq. 2.6 por  $m$ , tem-se que:

$$\ddot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0 \quad \text{Eq. 2.7}$$

Como se sabe a frequência angular natural para sistemas não amortecidos,  $\omega_n$  é dada pela Eq. 2.8,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rads/s} \quad \text{Eq. 2.8}$$

Substituindo a Eq. 2.8 na Eq. 2.7, obtém-se:

$$\ddot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = 0 \quad \text{Eq. 2.9}$$

Assumindo que a resposta desta equação diferencial ordinária (EDO) é do tipo  $x(t) = Ce^{\lambda t}$  em que  $C$  é uma constante. Obtém-se,

$$x(t) = C e^{\lambda t} \quad \text{Eq. 2.10}$$

$$\dot{x}(t) = C \lambda e^{\lambda t} \quad \text{Eq. 2.11}$$

$$\ddot{x}(t) = C \lambda^2 e^{\lambda t} \quad \text{Eq. 2.12}$$

Substituindo estes valores na Eq. 2.9 chega-se a

$$\lambda^2 C e^{\lambda t} + \omega_n^2 C e^{\lambda t} = 0, \quad \text{Eq. 2.13}$$

$$C e^{\lambda t} (\lambda^2 + \omega_n^2) = 0 \quad \text{Eq. 2.14}$$

Como  $C=0$  é solução e  $e^{\lambda t} \neq 0$ , fica a equação que caracteriza este tipo de vibração

$$\lambda^2 + \omega_n^2 = 0 \therefore \lambda^2 = -\omega_n^2 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm i \omega_n \quad \text{Eq. 2.15}$$

Com estes dados obtém-se a solução da EDO que descreve o movimento oscilatório da seguinte forma:

$$x(t) = C_1 e^{i\omega_n t} + C_2 e^{-i\omega_n t} \quad \text{Eq. 2.16}$$

Sabendo que a relação de *Euler* é dada pelas seguintes equações:

$$e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \text{sen}(\theta) \quad \text{Eq. 2.17}$$

$$e^{-i\theta} = \cos(\theta) - i \text{sen}(\theta) \quad \text{Eq. 2.18}$$

Pode-se proceder à sua substituição na Eq. 2.16 e resulta que  $\theta = \omega_n t$ ; daí obtém-se:

$$x(t) = C_1[(\cos(\omega_n t) + i \text{sen}(\omega_n t))] + C_2[(\cos(\omega_n t) - i \text{sen}(\omega_n t))] \quad \text{Eq. 2.19}$$

Simplificando:

$$x(t) = (C_1 + C_2) \cos(\omega_n t) + (C_1 - C_2) i \operatorname{sen}(\omega_n t)$$

$$x(t) = B \cos(\omega_n t) + A \operatorname{sen}(\omega_n t) \quad \text{Eq. 2.20}$$

Sendo,

$$A = i(C_1 - C_2) \text{ e } B = C_1 + C_2$$

Esta equação do movimento tem solução final em função das constantes  $A$  e  $B$  que são obtidas a partir das condições iniciais do deslocamento  $x(0) = x_0$  e velocidade  $\dot{x}(0) = v_0$ . Assim:

$$\dot{x}(t) = A \omega_n \cos(\omega_n t) - B \omega_n \operatorname{sen}(\omega_n t) \quad \text{Eq. 2.21}$$

Obtendo-se:

$$\begin{cases} x(0) = A \operatorname{sen}(0) + B \cos(0) \\ \dot{x}(0) = A \omega_n \cos(0) - B \omega_n \operatorname{sen}(0) \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} B = x(0) = x_0 \\ A = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_n} = \frac{v_0}{\omega_n} \end{cases} \quad \text{Eq. 2.22}$$

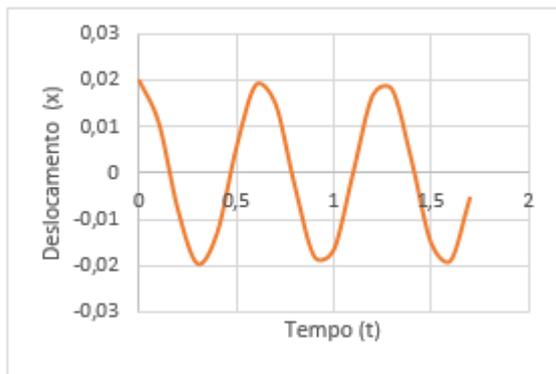
Em que  $v_0$  é a velocidade inicial do movimento e  $x_0$  o deslocamento inicial do movimento.

Desta forma a solução final da equação diferencial ordinária, EDO, será:

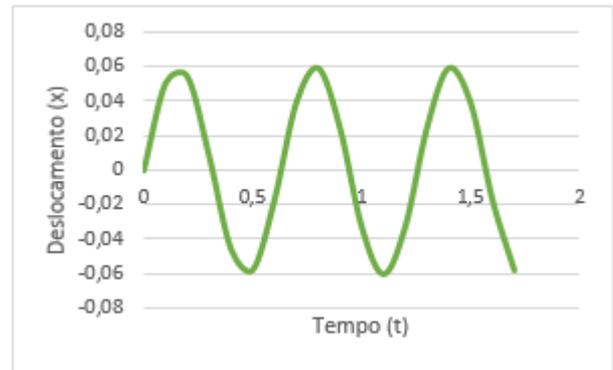
$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_n} \operatorname{sen}(\omega_n t) + x_0 \cos(\omega_n t) \quad \text{Eq. 2.23}$$

A partir da equação 2.23, verifica-se que a vibração livre sem amortecimento, consiste em duas partes, sendo que uma delas é proporcional ao  $\cos(\omega_n t)$  e dependente do valor inicial do deslocamento e a outra é proporcional ao  $\operatorname{sen}(\omega_n t)$  e dependente da velocidade inicial.

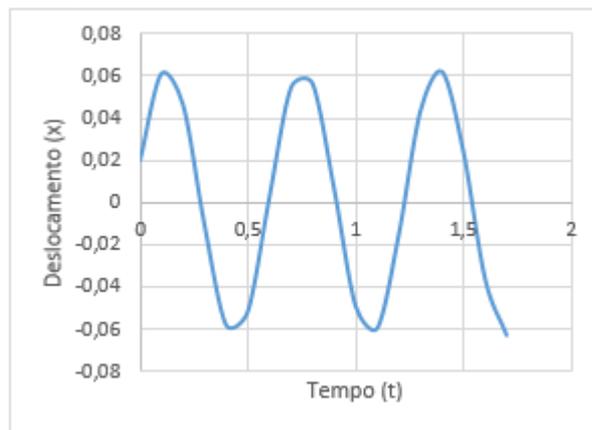
Na figura 2.4 estão representados exemplos de resposta de sistema livre não amortecido para diferentes condições iniciais.



$$x_0 = 0.02 \text{ m e } v_0 = 0$$



$$x_0 = 0 \text{ e } v_0 = 0.6 \text{ m/s}$$



$$x_0 = 0.02 \text{ m e } v_0 = 0.6 \text{ m/s}$$

Figura 2.4 - Deslocamento para sistemas livres não amortecida.

A frequência natural de vibração não amortecida, dada pela equação 2.6, vem em radianos por segundo. A frequência de vibração é:

$$f = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Eq. 2.24}$$

Assim o período de vibração, que o sistema massa-mola demora a completar uma oscilação completa é dada por:

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{Eq. 2.25}$$

### 2.2.2 Vibração livre amortecida

Considerando de novo a figura 2.3, agora com  $c \neq 0$  e atendendo à equação 2.3, uma vez que estamos a fazer o estudo de sistemas com amortecimento, verifica-se que o movimento do corpo é descrito através da seguinte equação:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad \text{Eq. 2.26}$$

O sistema em análise tem uma solução do tipo  $x(t) = De^{\lambda t}$ , sendo  $\lambda$  uma variável complexa. Deste modo:

$$x(t) = De^{\lambda t} \quad \text{Eq. 2.27}$$

$$\dot{x}(t) = \lambda De^{\lambda t} \quad \text{Eq. 2.28}$$

$$\ddot{x}(t) = \lambda^2 De^{\lambda t} \quad \text{Eq. 2.29}$$

Fazendo as respetivas substituições na Eq. 2.26, chega-se ao seguinte resultado:

$$m\lambda^2 De^{\lambda t} + c\lambda De^{\lambda t} + k.De^{\lambda t} = 0 \quad \text{Eq. 2.30}$$

$$De^{\lambda t}(m\lambda^2 + c\lambda + k) = 0 \quad \text{Eq. 2.31}$$

Na presença de movimento  $D \neq 0$ , e dado que  $e^{\lambda t}$  nunca terá o valor de zero, então verificar-se-á a seguinte condição:

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad \text{Eq. 2.32}$$

podendo tomar a forma:

$$\lambda^2 + \frac{c}{m}\lambda + \frac{k}{m} = 0 \quad \text{Eq. 2.33}$$

A solução da equação do segundo grau na equação anterior (Eq. 2.33) é:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad \text{Eq. 2.34}$$

Assim, a solução final da equação 2.26 é dada por:

$$x(t) = D_1 e^{\lambda_1 t} + D_2 e^{\lambda_2 t} \quad \text{Eq. 2.35}$$

$$x(t) = D_1 e^{\left(-\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} + D_2 e^{\left(-\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} \quad \text{Eq. 2.36}$$

Colocando em evidência o termo  $e^{-\frac{c}{2m}t}$ , para simplificar a resolução da equação, obtemos a seguinte equação como solução final:

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} \left[ D_1 e^{\left(\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} + D_2 e^{-\left(\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} \right] \quad \text{Eq. 2.37}$$

O termo  $e^{-\frac{c}{2m}t}$ , é uma função exponencialmente decrescente. Através da relação entre  $\frac{c}{2m}$  e  $\frac{k}{m}$  podendo ser definidos três casos:

- Para  $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 > \frac{k}{m}$ , os expoentes são números reais. Não ocorrem oscilações, sendo o sistema caracterizado por super-amortecimento. A resposta decai sem oscilar em torno da posição de equilíbrio.
- Para  $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 < \frac{k}{m}$ , os expoentes são números imaginários. Neste caso registam-se oscilações em torno da posição de equilíbrio. Trata-se de um movimento oscilatório subamortecido.
- Para  $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m}$ , o sistema quando é perturbado não exibe oscilação e volta rapidamente para a sua posição de equilíbrio. Denomina-se um sistema com amortecimento crítico.

Define-se o coeficiente de amortecimento crítico  $c_c$ , sabendo que  $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$ , como:

$$\left(\frac{c_c}{2m}\right)^2 = \omega_n^2 \Rightarrow c_c = 2m \omega_n \quad \text{Eq. 2.38}$$

Como é considerado que  $m$  é igual à massa equivalente do sistema com apenas um grau de liberdade, e depois de ter sido definido o coeficiente de amortecimento crítico  $c_c$ , define-se o fator de amortecimento.

$$\xi = \frac{c}{c_c} \Rightarrow c = \xi c_c = \xi 2m \omega_n \quad \text{Eq. 2.39}$$

$$\frac{c}{2m} = \xi \omega_n \quad \text{Eq. 2.40}$$

A forma mais comum de se escrever o fator de amortecimento,  $\xi$ , é:

$$\xi = \frac{c}{2m \omega_n} = \frac{c}{2m \sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{c}{2\sqrt{\frac{k m^2}{m}}} = \frac{c}{2\sqrt{k m}} \quad \text{Eq. 2.41}$$

Assim as raízes da equação 2.31, podem ser descritas por:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = -\xi \omega_n \pm \sqrt{\xi^2 \omega_n^2 - \omega_n^2} = \\ &= -\xi \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.42}$$

Desta forma podem escrever-se as seguintes soluções:

- subamortecida:  $0 < \xi < 1$

Nesta situação, a solução da equação do movimento é dado por:

$$x(t) = e^{-\xi \omega_n t} \left[ D_1 e^{i((\omega_n \sqrt{1-\xi^2}))t} + D_2 e^{-i(\omega_n \sqrt{1-\xi^2})t} \right] \quad \text{Eq. 2.43}$$

Tendo em conta a relação de Euler  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \text{sen}(\theta)$ , obtém-se a seguinte equação:

$$x(t) = e^{-\xi \omega_n t} (A \cos(\omega_d t) + (B \text{sen}(\omega_d t))) \quad \text{Eq. 2.44}$$

sendo  $\omega_d$ , a frequência angular natural amortecida, definida como

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad \text{Eq. 2.45}$$

$A$  e  $B$  são constantes obtidas a partir das condições iniciais de deslocamento e velocidades. Estas são dadas por:

$$A = x_0 \quad \text{Eq. 2.46}$$

$$B = \frac{v_0 + \xi \omega_n x_0}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}}. \quad \text{Eq. 2.47}$$

Deste modo:

$$\lambda_{1,2} = -\xi \omega_n \pm i \omega_d, \quad \text{Eq. 2.48}$$

Assim a equação 2.44 pode escrever-se como sendo

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{-\xi \omega_n t} \left[ x_0 \cos(\omega_D t) + \frac{v_0 + \xi \omega_n x_0}{\omega_D} \text{sen} \omega_D t \right] = \\ &= e^{-\xi \omega_n t} \times \rho \cdot \text{cos}(\omega_D t + \phi) \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.49}$$

Em que:

$$\rho = \sqrt{x_0^2 \pm \left( \frac{v_0 + \xi \omega_n x_0}{\omega_D} \right)^2} \quad \text{Eq. 2.50}$$

$$\phi = -\tan^{-1} \left[ \frac{v_0 + \xi \omega_n x_0}{u_0 \omega_D} \right] \quad \text{Eq. 2.51}$$

Na figura 2.5 podemos observar um exemplo de resposta de um sistema subamortecido, acompanhada com uma linha de evolução que se encontra a tracejado e que corresponde à função  $e^{-\xi \omega_D t}$ .

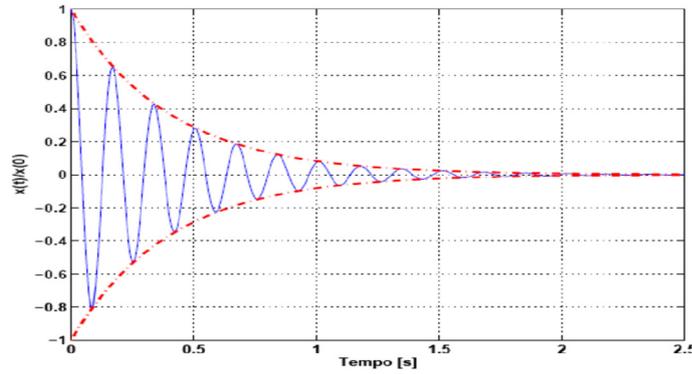


Figura 2.5 - Resposta de um sistema subamortecido (Silva, 2009).

Considere-se quaisquer dois picos sucessivos positivos, tais como  $x_n$  e  $x_{n+1}$  que ocorrem no tempo  $n \left(\frac{2\pi}{\omega_D}\right)$  e  $(n + 1) \frac{2\pi}{\omega_D}$ , respetivamente. A relação entre estes dois valores sucessivos é dada por:

$$\frac{x_n}{x_{n+1}} = e^{\left(\frac{2\pi \xi \omega_n}{\omega_d}\right)} \quad \text{Eq. 2.52}$$

Aplicando, nesta equação, em ambos os membros, o logaritmo natural (ln) e substituindo  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ , obtém-se o decremento logarítmico representado por  $\delta$  que é calculado a partir da equação 2.53:

$$\delta \equiv \ln \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{2\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad \text{Eq. 2.53}$$

Para valores pequenos de amortecimento, a equação 2.54 pode ser aproximada por:

$$\delta \doteq 2\pi \xi \quad \text{Eq. 2.54}$$

onde  $\doteq$  representa aproximadamente igual. Desta forma:

$$\frac{x_n}{x_{n+1}} = e^\delta \doteq e^{(2\pi\xi)} = 1 + 2\pi\xi + \frac{(2\pi\xi)^2}{2!} + \dots \quad \text{Eq. 2.55}$$

É obtida precisão suficiente retendo apenas os dois primeiros termos da série de Taylor do lado direito, Clough & Penzien, (2003).

$$\xi \doteq \frac{x_n - x_{n+1}}{2\pi x_{n+1}} \quad \text{Eq. 2.56}$$

➤ Superamortecida:  $\xi > 1$

Para um sistema em que  $\xi > 1$ , significa que as raízes da equação 2.42 resultaram em um par de números reais. A solução da equação do movimento nesta situação por ser dada por:

$$x(t) = Ae^{(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} + Be^{(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} \quad \text{Eq. 2.57}$$

As constantes  $A$  e  $B$  são calculadas novamente a partir das condições iniciais e podemos obtê-las a partir de:

$$A = \frac{v_0 + (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n x_0}{2\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}} \quad \text{Eq. 2.58}$$

$$B = -\frac{v_0 + (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n x_0}{2\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}} \quad \text{Eq. 2.59}$$

Os sistemas com características de superamortecimento não envolvem oscilações, e quando é excitado, este retorna a sua posição de equilíbrio de forma exponencial.

Na figura 2.6 podemos observar uma resposta que poderá ser obtida por um sistema de um grau de liberdade com estas características, considerando-se as condições iniciais de  $x_0 = 0.02\text{m}$  e a velocidade inicial nula.

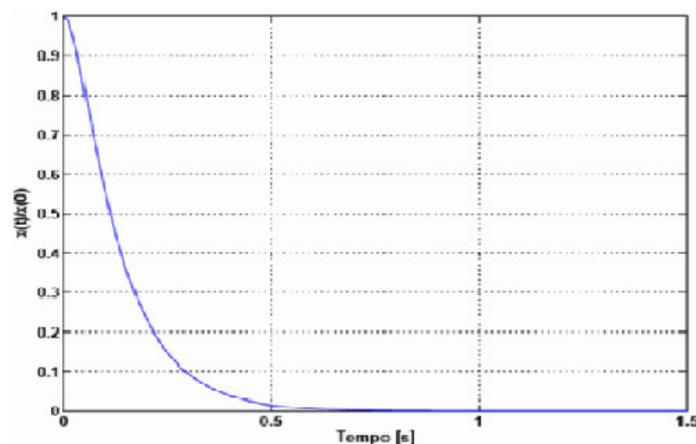


Figura 2.6 - Resposta de um sistema superamortecido (Silva, 2009).

➤ Amortecimento crítico:  $\xi = 1$

Para este tipo de amortecimento, as raízes são um par de números reais negativos e iguais. A solução da equação do movimento é:

$$x(t) = e^{-\omega_n t}[(v_0 - \omega_n x_0)t + x_0] \quad \text{Eq. 2.60}$$

Este tipo de sistema, com amortecimento crítico, quando é perturbado por algumas condições iniciais, retorna rapidamente à posição do equilíbrio em termos temporais, sem qualquer oscilação. Na figura 2.7 é representada a resposta para vários valores da condição inicial de  $v_0$ .

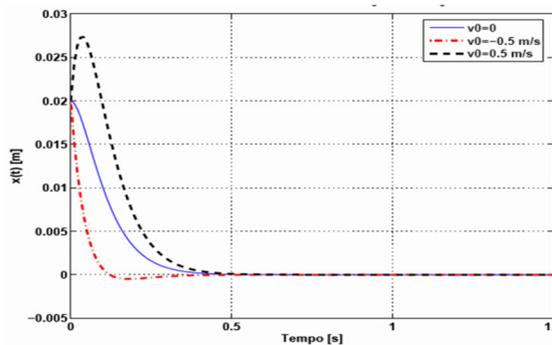


Figura 2.7 - Resposta de um sistema com amortecimento crítico (Silva, 2009).

### 2.2.3 Vibração forçada harmónica não amortecida

Considere-se agora a figura 2.8, que representa um sistema com apenas um grau de liberdade sujeito a uma força de excitação. O sistema é constituído por uma massa  $m$  e uma mola com rigidez  $k$ .

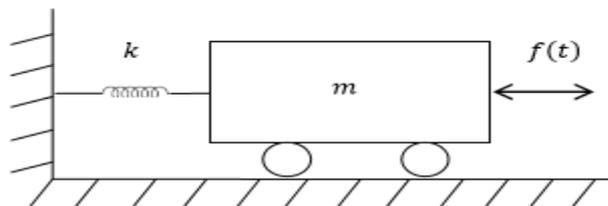


Figura 2.8 - Sistema com um grau de liberdade sujeito a uma força de excitação.

Considere-se que a excitação é definida por:

$$f(t) = F e^{i\omega t} \quad \text{Eq. 2.61}$$

em que  $F$  é a amplitude de excitação e  $\omega$  a frequência angular da força aplicada.

Sabendo que o sistema é elástico, a excitação e a resposta têm a mesma frequência, pelo que:

$$x(t) = X e^{i\omega t} \quad \text{Eq. 2.62}$$

com  $X$  - amplitude de resposta.

A relação de equilíbrio dinâmico para os sistemas com vibração forçada não amortecida é dada por:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F e^{i\omega t} \quad \text{Eq. 2.63}$$

Substituindo a equação 2.62 na equação 2.63 e sabendo que  $r = \frac{\omega}{\omega_n}$ , vem que:

$$X = \frac{F}{k(1-r^2)} \quad \text{Eq. 2.64}$$

Procedendo-se agora à substituição da equação 2.64 na equação 2.62, e sabendo que o fator de ampliação é dado por  $\beta = \frac{1}{(1-r^2)}$ , obtém-se:

$$x(t) = \frac{F}{k(1-r^2)} e^{i\omega t} \Leftrightarrow x(t) = \frac{F}{k} \beta e^{i\omega t} \quad \text{Eq. 2.65}$$

Quando  $r = 1$ , ou seja, a frequência de excitação é igual à frequência própria do sistema, o valor de  $\beta$  tende para infinito, o que significa que estamos perante o fenómeno de ressonância do sistema. A figura 2.9 representa este fenómeno.

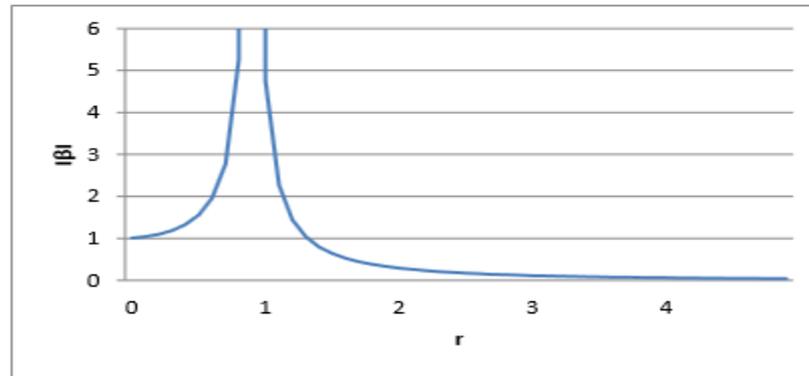


Figura 2.9 - Fator de ampliação para sistemas com vibração forçada não amortecida.

#### 2.2.4 Vibração forçada harmónica amortecida

O sistema massa-mola representado na figura 2.10 apresenta um grau de liberdade, é constituído por uma massa  $m$ , rigidez  $k$  e amortecimento  $c$  e é considerado para o sistema com vibrações forçadas, com amortecimento.

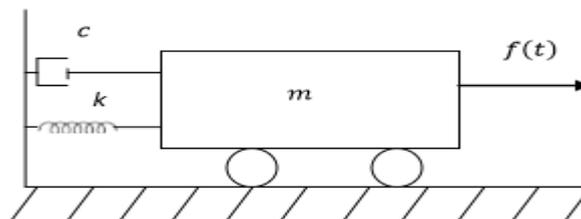


Figura 2.10 - Sistema com um grau de liberdade com amortecimento  $c$ , sujeito a força de excitação.

A equação de equilíbrio para este sistema é dado por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = Fe^{i\omega t} \quad \text{Eq. 2.66}$$

Sabendo que  $x(t) = Xe^{i\omega t}$ , a equação 2.66 fica:

$$m(-\omega^2Xe^{i\omega t}) + ic\omega Xe^{i\omega t} + kXe^{i\omega t} = Fe^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow X = \frac{F}{k - m\omega^2 + ic\omega} \quad \text{Eq. 2.67}$$

Trabalhando a equação anterior resulta:

$$X = \frac{1}{k(1-r^2+2i\xi r)} F \quad \text{Eq. 2.68}$$

Sabendo que  $R(\omega) = \frac{1}{k(1-r^2+2i\xi r)}$  é a função que representa a resposta em frequência para uma carga unitária, cuja amplitude é

$$A = |R(\omega)| = \frac{1}{k\sqrt{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}} \quad \text{Eq. 2.69}$$

e com uma fase inicial:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2\xi r}{1-r^2}\right) \quad \text{Eq. 2.70}$$

vem que:

$$x(t) = R(\omega)F e^{i\omega t} = |R(\omega)|e^{-i\phi} F e^{i\omega t} = \frac{1}{k\sqrt{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}} F e^{i(\omega t-\phi)}$$

$$\Leftrightarrow x(t) = \beta \frac{F}{k} e^{i(\omega t-\phi)} \quad \text{Eq. 2.71}$$

Sabendo que  $\beta = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}}$  é o fator de ampliação, e a deformação estática é definida por

$$\frac{F}{k}$$

Podemos observar agora, na figura 2.11, que representa o sistema com vibrações forçadas amortecidas com um grau de liberdade, a variação de  $\beta$  para diferentes valores de amortecimento  $\xi$

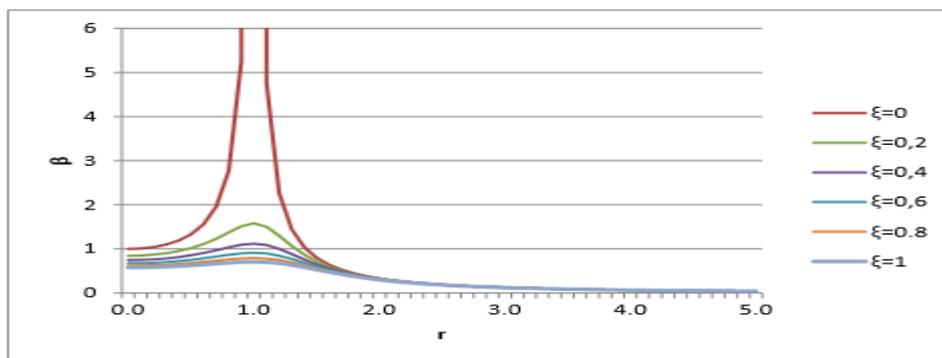


Figura 2.11 - Sistema com vibrações forçadas com amortecimento.

Neste tipo de sistemas o deslocamento não tende para infinito na situação de ressonância, ao contrário do que foi constatado em sistemas de vibrações não amortecidas.

$$r = 1 \Rightarrow \omega = \omega_n \Rightarrow \beta = \frac{1}{2\xi} \quad \text{Eq. 2.72}$$

A resposta da função em frequência para  $R(\omega)$ , expressa a resposta da estrutura à força aplicada, em função da frequência. Esta resposta pode vir em velocidade, e por isso é obtida uma função de transferência da mobilidade, por outro lado pode vir em aceleração, sendo deste modo a função de transferência será a aceleração. Como pode ser observado a equação 2.62, representa o deslocamento do sistema. Relativamente à aceleração, esta pode ser descrita em relação ao tempo por:

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 X e^{i\omega t} \quad \text{Eq. 2.73}$$

### 2.2.5 Transmissibilidade e isolamento

Entenda-se transmissibilidade como a taxa de vibração transmitida de um sistema para outro. A transmissibilidade depende da frequência natural de vibração, da frequência imposta e do fator de perda do material sendo equacionada da seguinte forma:

$$\tau = \left[ \frac{1 + (2\xi r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2} \right]^{1/2} \quad \text{Eq. 2.74}$$

Que pode ser reduzida para:

$$\tau = \frac{1}{r^2 - 1} \text{ quando } r > \sqrt{2} \text{ e } \xi = 0 \quad \text{Eq. 2.75}$$

Onde:

- $\tau$  – transmissibilidade da vibração aplicada no material, adimensional
- $r$  - razão entre a frequência imposta e a frequência natural  $= \frac{f}{f_n}$

A figura 2.12 representa a relação entre duas curvas típicas de transmissibilidade e a razão de frequência ( $r$ ). Uma curva representa um material com alto amortecimento (fator de perda de 0.5) e outra um material com baixo amortecimento (fator de perda de 0.05).

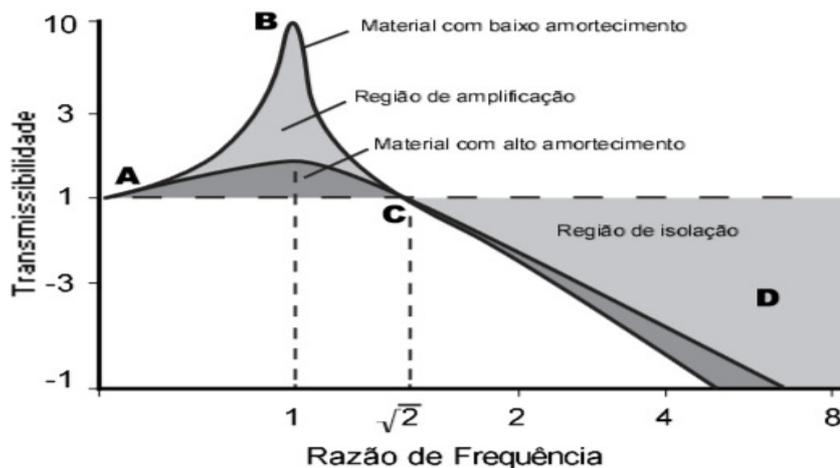


Figura 2.12 - Curvas típicas de transmissibilidade (Gheller, Jordão).

### 2.3 Caracterização de isoladores – normalização aplicável

O estudo de isoladores requer a determinação da rigidez dinâmica dos materiais usados para o isolamento de vibrações.

Para a determinação da rigidez dinâmica de suportes elásticos, existem diferentes métodos para a sua determinação. É neste contexto que se enquadra a norma EN ISO 10846. Esta norma tem como principal objetivo normalizar a determinação da rigidez dinâmica, explicitando vários métodos para a determinação da mesma.

A norma EN ISO 10846 é constituída por cinco partes. Na primeira parte definem-se os princípios e as diretrizes que se deverão usar para a determinação da rigidez dinâmica.

Na segunda parte da referida norma, contempla o método direto para a determinação da rigidez dinâmica para elementos resilientes. A característica deste método é que a força de bloqueio na saída é medida entre o lado de fora do suporte resiliente e a fundação. A fundação deve ter uma redução de vibrações no lado de fora do objeto em teste, comparativamente com aqueles do lado de dentro.

A terceira parte consiste no método indireto, sendo este o método usado no presente trabalho. O princípio básico deste método é que a força de bloqueio na saída é derivada das medições da aceleração, medidas sobre um corpo compacto de massa  $m$  que fornece vibrações suficientemente pequenas no lado da saída do elemento de teste. Esta massa de bloqueio deve ser dinamicamente dissociada das outras partes da disposição do teste para impedir a transmissão lateral.

Estes são os dois métodos explicitados pela norma EN ISO 10846, no entanto, na quarta parte da mesma, é explicado como se determina a rigidez dinâmica para outros elementos resilientes lineares que não apoios.

Por último, a quinta parte da norma, refere um método para a determinação da rigidez dinâmica de elementos resilientes para as baixas frequências. O princípio básico deste método é a força na entrada juntamente com o deslocamento na entrada, ou a velocidade ou a aceleração são medidas com o isolador de vibração bloqueado.

## 3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

### 3.1 Introdução

No presente capítulo serão apresentados todos os materiais testados neste trabalho, assim como os equipamentos e a metodologia utilizada ao longo da fase de ensaio.

Para a caracterização experimental dos apoios anti-vibráteis, é utilizado um sistema do tipo massa-mola, comportando-se como um sistema de um grau de liberdade. Os parâmetros que serão possíveis determinar, obtêm-se a partir do seu comportamento dinâmico.

Apresentam-se também neste capítulo, todas as verificações do equipamento de ensaio. Tratando-se de um equipamento novo, todo ele dimensionado e montado no Instituto de Investigação e Desenvolvimento Tecnológico em Ciências da Construção, importa realçar todas as verificações efetuadas para a sua validação.

### 3.2 Descrição do equipamento de ensaio

O presente trabalho centrou-se essencialmente na verificação e validação do equipamento. Este equipamento simula um sistema com um grau de liberdade, ou seja, um sistema massa-mola. O deslocamento vertical é o único que tem liberdade de ocorrer, uma vez que, o shaker é constituído por quatro massas excêntricas iguais permitindo apenas esse movimento. As diferentes massas excêntricas permitem-nos a aplicação de diferentes amplitudes de vibração. Na figura 3.1 é possível verificar uma das massas excêntricas que constituem o shaker.

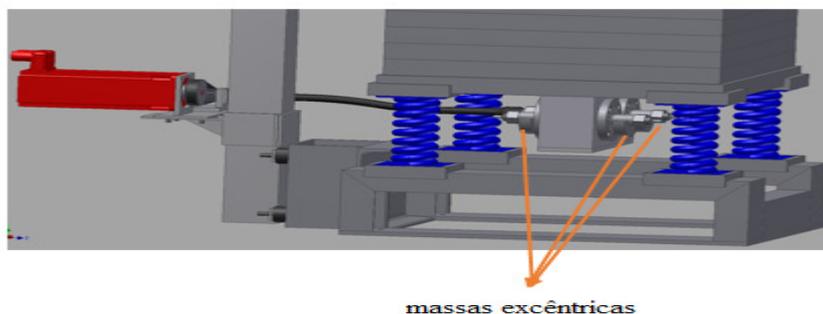


Figura 3.1 - Massas excêntricas que constituem o shaker.

A alimentação do shaker é da responsabilidade de um cervo motor de marca SEW, modelo CMP63M podendo alterar-se a frequência de excitação sempre que desejarmos através do software Movitools 5.7, dando indicação da rotação por minuto que irá corresponder a uma certa frequência (Hz).

O equipamento é constituído por vinte chapas, quadradas, em aço com dimensões, 495x495x40 (mm), aparafusadas entre si, podendo-se adicionar ou retirar massas sempre que se desejar. Estas chapas têm cerca de 74kg cada uma. Na tabela 3.1 estão apresentadas as massas de cada chapa.

	massas (Kg)
massa 1 + shaker	102.0
massa 2	73,8
massa 3	73,8
massa 4	73,8
massa 5	73,8
massa 6	73,8
massa 7	73,8
massa 8	73,8
massa 9	73,7
massa 10	73,9
massa 11	73,8
massa 12	73,8
massa 13	73,8
massa 14	73,8
massa 15	73,8
massa 16	73,8
massa 17	73,8
massa 18	73,8
massa 19	73,9
massa 20	73,7

Tabela 3.1 – Massas das chapas do equipamento

O equipamento permite-nos ter rotações até 12000 rpm, o que nos permite ter um intervalo de medição dos 5 Hz a 200 Hz. A base do equipamento apoia sobre quatro molas num suporte. Sobre estas molas é colocado um conjunto de massas (no presente estudo foram usadas onze massas) que constitui a base. Sobre esta base é colocado o provete a ensaiar. Sobre o provete é aplicado um outro conjunto de massas designado por “blocking mass”. Na figura 3.2 podemos observar o equipamento na fase de projeto e o equipamento real.

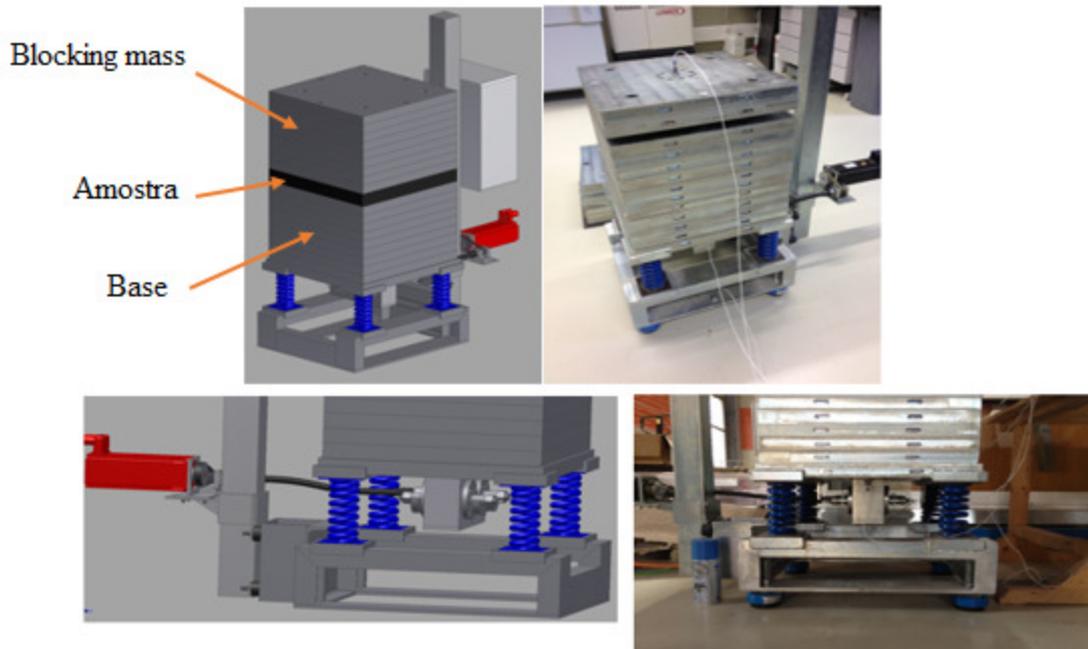


Figura 3.2 - Equipamento utilizado.

### 3.3 Verificação do equipamento de ensaio

Segundo a norma EN ISO 10846 existiam uma série de verificações que tínhamos que realizar.

Uma das verificações que tínhamos que realizar, seria a medição de deslocamentos horizontais do equipamento. A norma refere que a amplitude de vibração nas outras direções que não a vertical, terá que ser sempre inferior a 5.62 vezes a amplitude de excitação. Nas verificações efetuadas os deslocamentos horizontais revelaram-se desprezáveis.

No presente estudo foi realizada apenas uma verificação preconizada na norma EN ISO 10846. Esta verificação consiste na verificação da linearidade dos resultados. De acordo com a norma, a diferença de rigidez medida numa certa frequência para diferentes amplitudes de vibração, não poderá ser maior que 1.5 dB. No ensaio em questão, foram usadas as massas excêntricas nº 3 e nº 4, numa amostra de aglomerado de poliuretano reciclado, sendo nos dois ensaios, carregado com 73.787 kg. O ensaio foi efetuado entre os 10 Hz e os 50 Hz. Na tabela 3.2, usando os resultados dos ensaios, apresentam-se as diferenças entre os valores de rigidez dinâmica obtidos. Como se pode observar, o critério da linearidade não é validado, porque nas frequências de 20 Hz e 25 Hz, obtém-se diferenças superiores a 1.5 dB. De salientar que estas diferenças, ao que a norma refere, são mínimas.

Freq. (Hz)	10	12,5	16	20	25	31,5	40	50
R4 (dB)	125,1	132,8	141,0	138,7	134,3	132,8	132,3	132,5
R3 (dB)	124,5	132,0	141,3	140,3	135,9	134,0	133,3	133,5
R3-R4 (dB)	-0,6	-0,7	0,3	1,6	1,6	1,2	1,0	0,9

Tabela 3.2 - Critério da linearidade

### 3.4 Descrição das amostras ensaiadas

Apresenta-se, agora, a descrição das amostras ensaiadas.

Foram realizados ensaios com uma amostra de aglomerado de poliuretano reciclado. Esta amostra foi ensaiada com diferentes dimensões. Inicialmente ensaiou-se a amostra com uma dimensão de 500x500x40 mm<sup>3</sup> para depois se ir reduzindo as dimensões. Posteriormente, foram ensaiadas as seguintes dimensões: um provete de 250x250x40 mm<sup>3</sup>, quatro de 125x125x40 mm<sup>3</sup> e quatro 62.5x62.5x40 mm<sup>3</sup>. Na figura 3.3, podemos observar algumas das dimensões que foram testadas da amostra de aglomerado de poliuretano reciclado.



Figura 3.3 - Amostra de aglomerado de poliuretano reciclado ensaiada com diferentes dimensões.

Foram também ensaiadas, amostras de um granulado de borracha 1, com dimensões de 144x152x12.7 mm<sup>3</sup>. Este provete tem as superfícies onduladas como pode ser observado na figura 3.4



Figura 3.4 - Amostra do granulado de borracha 1.

Outro material ensaiado, foi o material representado na figura 3.5, granulado de borracha 2. A amostra foi ensaiada para as seguintes dimensões,  $280 \times 280 \times 12.1 \text{ mm}^3$ . Este provete também apresenta uma superfície ondulada.



Figura 3.5 - Amostra do granulado de borracha 2.

Por fim, ensaiou-se uma amostra de pneu reciclado com EPDM. A amostra foi ensaiada para as seguintes dimensões:  $100 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$ . Na figura 3.6 apresenta-se um exemplo do material.



Figura 3.6 - Amostra do material de pneu reciclado com EPDM

Por uma questão de simplicidade, atribuímos letras para fazer referências às amostras ensaiadas. Assim sendo:

- Amostra A – aglomerado de poliuretano reciclado
- Amostra B – amostra de granulado de borracha 1
- Amostra C – amostra de granulado de borracha 2
- Amostra D – amostra de pneu reciclado com EPDM

### 3.5 Descrição dos ensaios

Para a realização do ensaio procede-se à colocação da amostra sobre o equipamento, carregando-a de seguida com a massa desejada.

Posteriormente ao primeiro passo, colocam-se os acelerómetros nos locais referidos pela norma EN ISO 10846-3:2002. A norma refere que serão colocados nos seguintes locais: um acelerómetro na fundação do equipamento, dois acelerómetros colocados simetricamente na massa onde está instalado o shaker (acelerómetro 1) e um acelerómetro na massa colocada sobre a amostra (acelerómetro 2).

Na figura 3.7 estão representados os dois primeiros passos dos ensaios.

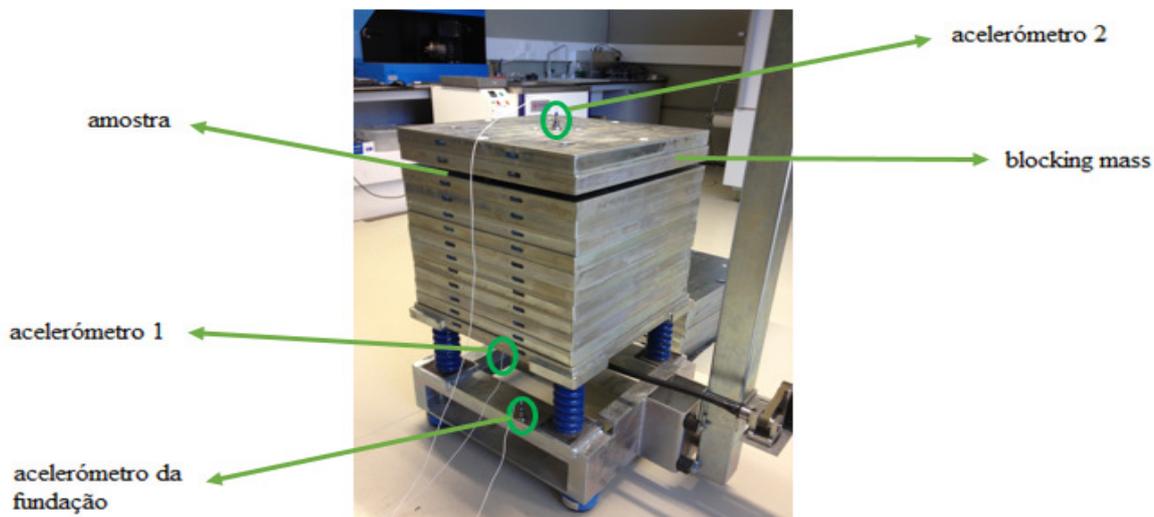


Figura 3.7 - Esquemática dos ensaios.

O passo seguinte será a colocação das massas excêntricas pretendidas. Como já foi referido na descrição do equipamento, poderemos escolher de entre cinco massas excêntricas diferentes, de modo a realizar os ensaios com diferentes amplitudes. Na figura 3.8 poderemos observar um exemplo de uma utilização de uma massa excêntrica no shaker. De salientar que a figura demonstra o shaker numa posição invertida em relação à posição original.

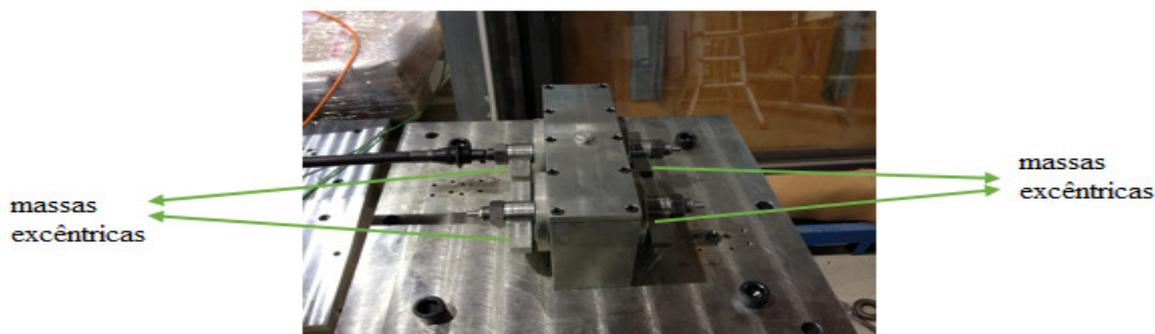


Figura 3.8 – massas excêntricas.

A excitação do sistema será feita através da rotação do motor do equipamento mediante o *software* Movitools 5.7. A aceleração do sistema será registada através dos acelerómetros colocados.

Os registos serão tratados pelo sistema Multi-analisador Pulse TM, em conjugação com o *software* PULSE LabShop Version 15.1.0. Este software dá-nos a resposta em tempo e a resposta em frequência, sendo que, apenas iremos usar a resposta em tempo. Esta resposta será tratada a partir de um programa desenvolvido em linguagem *Fortran* que nos irá dar a resposta em frequência aplicando uma transformada de Fourier à resposta obtida no tempo. Este programa com base na linguagem *Fortran* foi desenvolvido, pois, numa fase inicial do presente estudo, seria de prever a utilização de um Data Logger em que só iríamos obter a resposta em tempo. Na figura 3.9, está retratado o equipamento usado para a obtenção dos registos.



Figura 3.9 - Sistema Multi-analisador Pulse TM, com o *Software* PULSE LabShop Version 15.1.0.

Na figura 3.10 podemos observar um exemplo de uma resposta em frequência e uma resposta em tempo.



Figura 3.10 – Resposta em tempo e em frequência.

Como a norma EN ISO 10846 refere que deveremos ter no mínimo cinco frequências em cada banda de 1/3 de oitava, apresentamos na tabela 3.4 as frequências que foram usadas, assim como as rotações por minuto que correspondem a cada frequência.

Freq (Hz)	rpm	rpm (motor)
8.91	538.60	267.30
9.43	566.06	283.03
10.00	600.00	300.00
10.58	634.65	317.33
11.20	672.00	336.00
11.86	711.82	355.91
12.59	755.40	377.70
13.31	798.68	399.34
14.10	846.00	423.00
14.95	896.75	448.37
15.85	951.00	475.50
16.79	1007.56	503.78
17.80	1068.00	534.00
18.85	1131.17	565.59
19.95	1197.00	598.50
21.15	1268.94	634.47
22.40	1344.00	672.00
23.72	1423.64	711.82
25.12	1507.20	753.60
26.62	1597.35	798.68
28.20	1692.00	846.00
29.87	1792.24	896.12

Freq (Hz)	rpm	rpm (motor)
31.62	1897.20	948.60
33.51	2010.87	1005.44
35.50	2130.00	1065.00
37.61	2256.31	1128.16
39.81	2388.60	1194.30
42.20	2531.86	1265.93
44.70	2682.00	1341.00
47.33	2839.99	1419.99
50.12	3007.20	1503.60
53.07	3184.42	1592.21
56.20	3372.00	1686.00
59.54	3572.41	1786.21
63.10	3786.00	1893.00
66.83	4009.69	2004.84
70.80	4248.00	2124.00
74.99	4499.31	2249.65
79.43	4765.80	2382.90
84.12	5047.40	2523.70
89.1	5346.00	2673.00
94.34	5660.62	2830.31
100	6000.00	3000.00

Tabela 3.4 – Tabela de frequências com as respectivas rotações por minuto.

As amostras supracitadas, foram ensaiadas com diferentes dimensões e com diferentes combinações de variáveis, tais como massas excêntricas, intervalos de frequências e carregamentos. Na tabela 3.5 podemos observar todas as variáveis utilizadas nos ensaios.

Amostras	Dimensões (mm)	Nº das massas excêntricas	Blocking Mass (Kg)	Intervalo de medição (Hz)
A	500x500x40	3	295.21	8.91 – 59.54
	250x250x40	3	147.57; 295.21	8.91 – 66.83
	125x125x40	3	295.21	8.91 – 66.83
	62.5x62.5x40	3; 4	73.787; 295.21	8.91 – 70.8
B	144x152x12.7	4	73.787; 147.57; 221.36; 295.21	15 – 70
C	280x280x12.1	4	221.36; 295.21; 369.20	15 - 70
D	100x100x20	4	664.30	15 - 70

Tabela 3.3 - Variáveis dos ensaios.

Nos ensaios com as amostras B, C e D, de modo a obter-se resultados para frequências maiores, foram utilizadas apenas as massas excêntricas nº 4, pois, as massas excêntricas nº 3 geram amplitudes maiores, mas não se conseguem excitar frequências tão elevadas, devido a limitações mecânicas do shaker.

### 3.6 Tratamento dos resultados

Através do sistema multi-analisador Pulse TM, tal como já foi descrito, são adquiridos os dados relativos aos vários ensaios. Este sistema dá-nos dois tipos de respostas, resposta em tempo e resposta em frequência. A resposta que nos irá interessar para o cálculo da rigidez dinâmica e da curva de transmissibilidade será a resposta em frequência.

Como estamos a analisar a resposta dada por três acelerómetros, dois dos quais colocados simetricamente na base do excitador, e um em cima da blocking mass, iremos efetuar uma média das respostas dos dois acelerómetros colocados simetricamente.

Posto isto, ficamos com apenas duas respostas, a resposta do acelerómetro situado em cima do provete, e a resposta do acelerómetro situado em baixo.

A diferença de sinal destes dois acelerómetros permite-nos saber se a amostra estará a atenuar ou a amplificar vibrações. Este processo é repetido para todas as frequências ensaiadas. Como já foi referido em 3.2, a norma indica que os resultados devem ser apresentados em bandas de 1/3 de oitava, usando pelo menos cinco frequências em cada banda.

Tendo então a aceleração 1 (acelerações medidas por baixo do provete) e a aceleração 2 (acelerações medidas sobre o provete), poderemos transformar estas acelerações em níveis de aceleração. Para estes cálculos seguimos a norma EN ISO 10846-3:2002 onde poderemos encontrar a fórmula para o cálculo. A equação 3.1 foi a equação usada:

$$L_{a_n} = 10 \cdot \log \frac{a_n^2}{a_0^2} \quad \text{Eq. 3.1}$$

Sendo  $a_0 = 10^{-6}$

A transmissibilidade é obtida através da relação das acelerações medidas pelos acelerómetros, ou seja, é a relação da aceleração medida em cima da blocking mass com a aceleração medida na base da massa de excitação,  $T = \frac{a_2}{a_1}$ .

Para o cálculo da transmissibilidade em dB usamos a equação 3.2:

$$T_{dB} = 20 \cdot \log(T) \quad \text{Eq. 3.2}$$

No cálculo da rigidez, seguimos também a norma EN ISO 10846-3:2002, onde está explícita a forma de cálculo da rigidez dinâmica em N/m. A equação 3.3 foi a equação usada.

$$R = (2\pi \cdot f)^2 \cdot (m_2 + m_f) \cdot T \text{ para } |T| \ll 1 \quad \text{Eq. 3.3}$$

Onde  $m_2$  é a blocking mass,  $m_f$  é a massa da flange (massa extra que poderá envolver ou estar presente no provete),  $f$  a frequência e  $T$  a transmissibilidade.

A rigidez dinâmica em bandas de 1/3 de oitava foi calculada através da fórmula 3.4.

$$R = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |R(f_i)|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{Eq.3.4}$$

Onde  $n$  é o número de frequências na banda de 1/3 de oitava. Segundo a norma, o número mínimo de frequências em banda é 5.

Para o cálculo da rigidez dinâmica em dB usou-se a equação 3.5.

$$R(dB) = 10 \cdot \log(R^2) \quad \text{Eq.3.5}$$

## 4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

### 4.1 Introdução

Com os parâmetros obtidos durante os ensaios, é possível obter a curva de transmissibilidade e a construção de gráficos que relacionam a rigidez dinâmica com as várias frequências. Apresenta-se, para cada ensaio realizado, um quadro com a transmissibilidade, rigidez dinâmica e níveis de aceleração para as bandas de 1/3 de oitava. Apresenta-se ainda sob a forma de gráfico a curva de transmissibilidade e nível de rigidez dinâmica e níveis de aceleração em função da frequência. Os resultados a apresentar serão das amostras de aglomerado de poliuretano reciclado (Amostra A), amostra de granulado de borracha 1 (Amostra B), amostra de granulado de borracha 2 (Amostra C) e o material de pneu reciclado com EPDM (Amostra D).

### 4.2 Apresentação de resultados

#### 4.2.1 Amostra A

Na tabela 4.1 apresentam-se os níveis de aceleração, a transmissibilidade e a rigidez dinâmica para um provete da amostra A com as seguintes condições de ensaio:

Dimensões: 500x500x40 (mm)

Blocking Mass: 295.21 kg

Massas excêntricas: nº 3

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	$\Delta L_{1,2}$	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
10,00	89,0	90,6	-1,6	1,6	1448232	123,2
12,50	87,1	89,6	-2,5	2,5	2559187	128,2
16,00	88,1	92,2	-4,1	4,2	5033105	134,0
20,00	89,9	97,4	-7,5	7,7	12524143	142,0
25,00	91,1	103,9	-12,8	12,9	34832352	150,8
31,50	104,1	113,0	-8,8	9,6	34561461	150,8
40,00	109,4	110,0	-0,7	2,5	20119820	146,1
50,00	111,0	105,8	5,1	5,4	16208168	144,2

Tabela 4.1 - Amostra A com dimensões 500x500x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg:  
resultados em bandas de 1/3 de oitava.

Com os resultados explícitos na tabela 4.1, podem-se construir gráficos que relacionam os níveis de aceleração e a rigidez com as frequências medidas ao longo do ensaio. Na figura 4.1 apresentamos a relação entre valores.

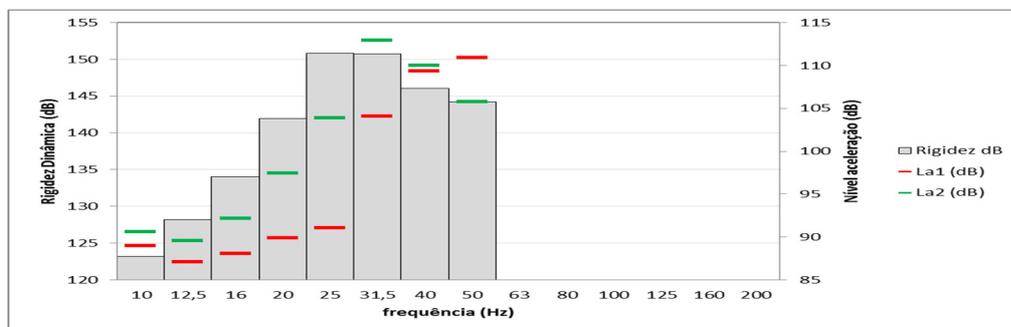


Figura 4.1 - Amostra A com dimensões 500x500x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

Na figura 4.2 apresenta-se a transmissibilidades em dB, ao longo de todas as frequências ensaiadas. Uma vez que esta curva não está representada em bandas de 1/3 de oitava, podem observar-se, com maior detalhe do que na tabela 4.1, os valores da transmissibilidade.

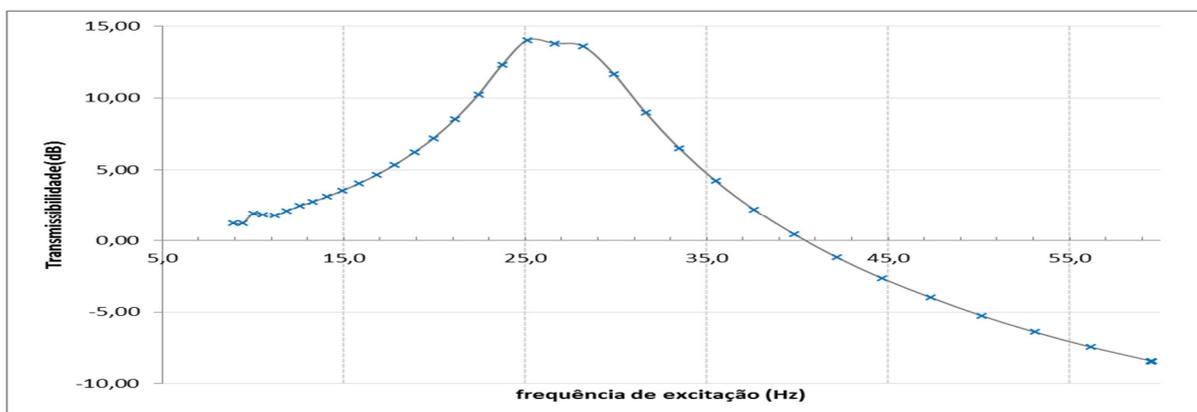


Figura 4.2 - Amostra A com dimensões 500x500x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: curva de transmissibilidade.

Ainda para a amostra A, apresentam-se, na tabela 4.2, os valores dos níveis de aceleração, da transmissibilidade e da rigidez dinâmica de um provete, mas agora, para as seguintes condições de ensaio:

Dimensões: 250x250x40 (mm)

Blocking Mass: 295.21 kg

Massas excêntricas: nº 3

Banda Freqüência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	$\Delta L_{1,2}$	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
10,00	86,2	90,9	-4,7	4,8	2143734	126,6
12,50	83,3	92,0	-8,7	8,9	5874672	135,4
16,00	85,8	98,7	-12,9	13,1	13573919	142,7
20,00	100,6	105,5	-4,9	5,9	8628604	138,7
25,00	101,9	99,2	2,6	3,5	5455864	134,7
31,50	104,3	96,1	8,2	8,4	4551427	133,2
40,00	106,5	93,8	12,7	12,8	4278432	132,6
50,00	109,8	93,2	16,6	16,7	4326759	132,7

Tabela 4.2 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava

De igual modo, apresentam-se, na figura 4.3, as relações entre a rigidez dinâmica e os níveis de aceleração com as frequências medidas.

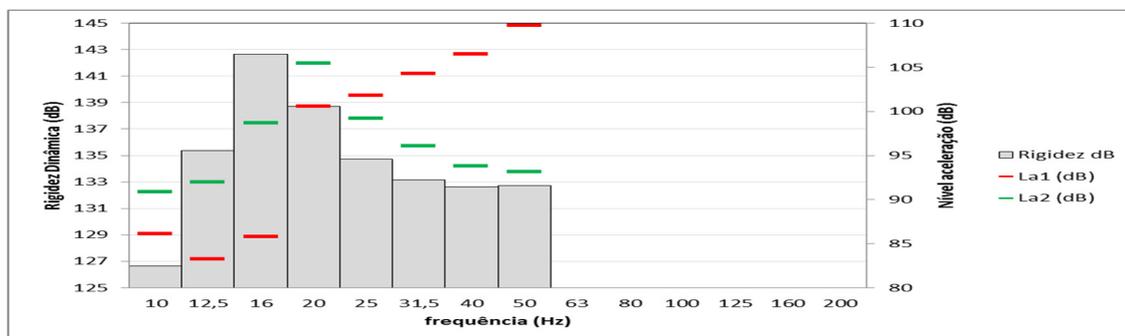


Figura 4.3 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

Para uma melhor compreensão do comportamento da transmissibilidade do sistema durante este ensaio, apresenta-se na figura 4.4, a curva de transmissibilidade no intervalo de frequências medido.

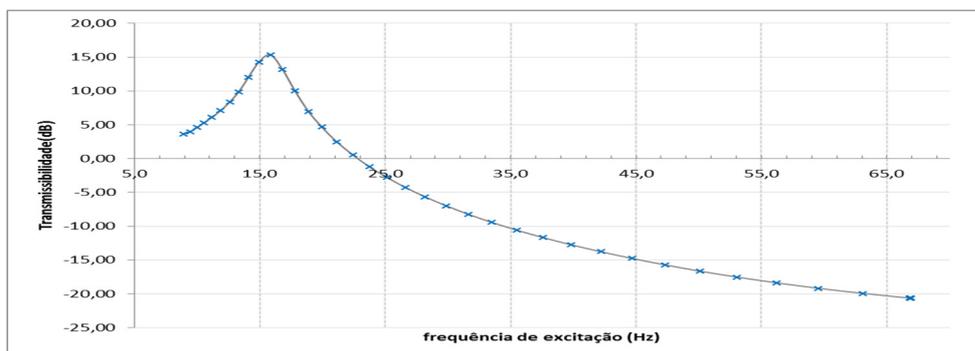


Figura 4.4 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg:  
curva de transmissibilidade.

Mantendo o mesmo provete da amostra A, mudando apenas a blocking mass, apresentam-se na tabela 4.3, os valores obtidos para a transmissibilidade, para os níveis de aceleração e rigidez dinâmica nas seguintes condições de ensaio:

Dimensões: 250x250x40 (mm)

Blocking Mass: 147.57 kg

Massas excêntricas: nº 3

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	ΔL <sub>1,2</sub>	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
10,00	99,3	100,6	-1,3	1,4	701357	116,9
12,50	91,4	93,9	-2,5	2,5	1280163	122,1
16,00	92,0	95,9	-3,9	4,0	2448904	127,8
20,00	94,3	101,3	-7,0	7,1	5795233	135,3
25,00	96,6	109,3	-12,6	12,8	17964888	145,1
31,50	104,1	113,2	-9,1	9,9	17861089	145,0
40,00	106,5	107,2	-0,6	2,5	10042937	140,0
50,00	109,6	104,5	5,0	5,3	8217857	138,3
63,00	112,6	103,6	9,0	9,1	8212394	138,3

Tabela 4.3 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 147.57 kg:  
resultados em bandas de 1/3 de oitava.

Neste ensaio foram atingidas frequências mais elevadas, uma vez que, os acelerómetros usados conseguiram medir frequências maiores.

Na figura 4.5 está representada a relação entre a rigidez dinâmica, os níveis de sinal e as frequências medidas, em bandas de 1/3 de oitava.

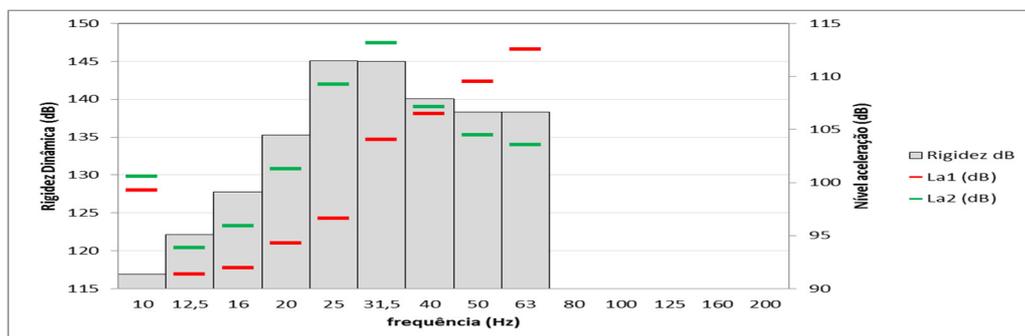


Figura 4.5 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 147.57 kg : rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

O comportamento da transmissibilidade ao longo das frequências medidas, está retratado na figura 4.6.

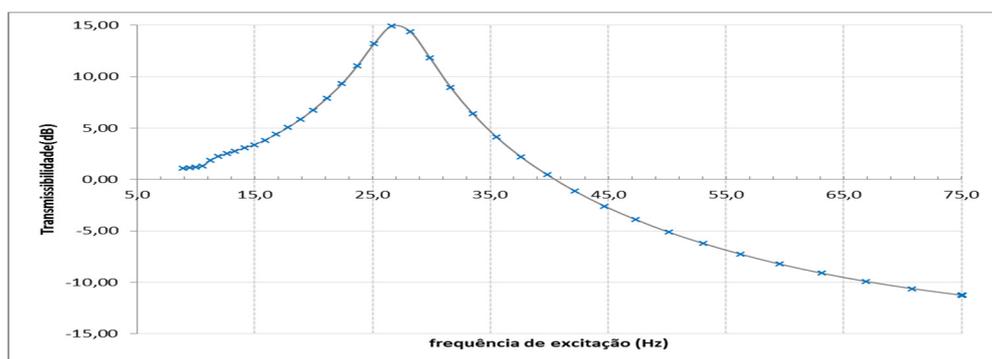


Figura 4.6 - Amostra A com dimensões 250x250x40 (mm) e blocking mass 147.57 kg: curva de transmissibilidade.

Como as dimensões destes provetes já são pequenas, não é possível testar, de uma forma estável, apenas um apoio. Assim, são montados quatro apoios iguais de forma a garantir que as massas superiores não se desequilibrem. O ensaio de 4 provetes de 125x125x40 (mm) equivale ao ensaio de um provete de 250x250x40 (mm). Por outro lado, equivale também a ensaiar apenas um apoio de 125x125x40 (mm) quando se aplicar apenas ¼ da massa aplicada no presente ensaio.

Seguidamente apresentam-se os resultados obtidos usando a amostra A, mas agora com quatro provetes com as seguintes condições:

Dimensões: 125x125x40 (mm)

Blocking Mass: 295.21 kg

Massas excêntricas: nº 3

Na tabela 4.4 apresentam-se os valores dos níveis de aceleração, a transmissibilidade e a rigidez dinâmica.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	$\Delta L_{1,2}$	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
10,00	86,4	91,0	-4,6	4,7	2126119	126,6
12,50	83,2	91,8	-8,6	8,8	5757766	135,2
16,00	85,3	98,3	-13,0	13,1	13701918	142,7
20,00	100,2	105,5	-5,3	6,3	9098687	139,2
25,00	101,9	99,6	2,3	3,2	5669605	135,1
31,50	104,3	96,4	7,9	8,0	4731352	133,5
40,00	106,5	94,1	12,4	12,5	4427644	132,9
50,00	109,8	93,5	16,3	16,3	4505806	133,1

Tabela 4.4 - Amostra A com dimensões 125x125x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg:  
resultados em bandas de 1/3 de oitava.

O comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração ao longo das frequências medidas, está representado na figura 4.7.

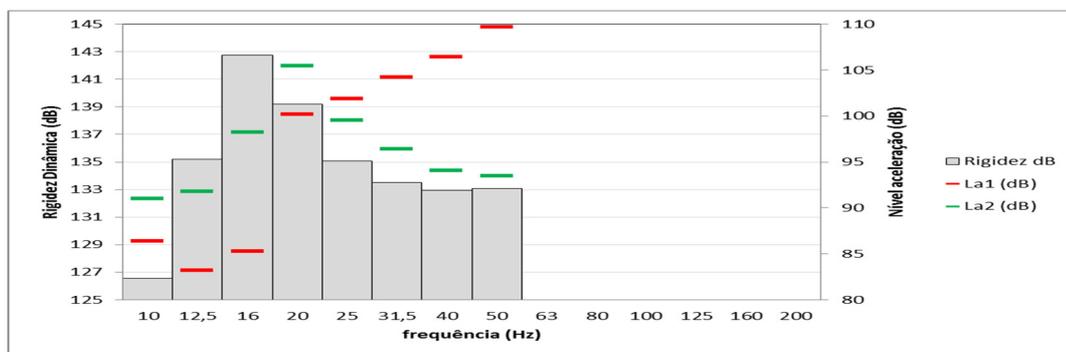


Figura 4.7 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 125x125x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

Na figura 4.8, pode-se observar o comportamento da curva de transmissibilidade ao longo das frequências medidas.

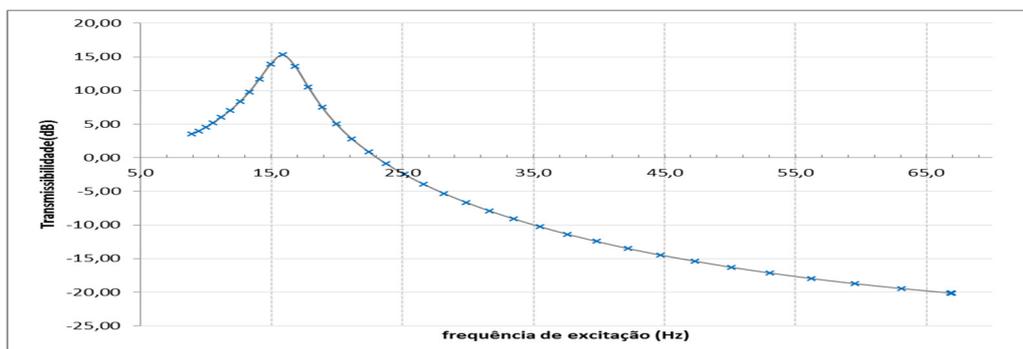


Figura 4.8 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 125x125x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg: curva de transmissibilidade.

Continuando com a amostra A, ensaiaram-se quatro provetes com as seguintes condições de ensaio:

Dimensões: 62.5x62.5x40 (mm)

Blocking Mass: 73.787 kg

Massas excêntricas: nº 3

Este ensaio é equivalente ao ensaio de um provete de 125x125x40 (mm) com a mesma blocking mass. Não se realizou o ensaio de apenas um provete de 125x125x40 (mm), mas tem-se o ensaio de 4 provetes de 125x125x40 (mm) com aproximadamente o quádruplo da massa (295.21 kg), o que é equivalente.

Os valores obtidos para a transmissibilidade, para a rigidez dinâmica e níveis de aceleração encontram-se na tabela 4.5.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	ΔL <sub>1,2</sub>	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
10,00	105,8	109,8	-3,9	4,0	487195	113,8
12,50	98,4	105,5	-7,0	7,2	1152994	121,2
16,00	99,4	111,7	-12,3	12,4	3344991	130,5
20,00	106,0	113,9	-7,9	8,6	3054116	129,7
25,00	107,8	107,6	0,3	2,4	1804361	125,1
31,50	111,5	105,4	6,1	6,4	1446657	123,2
40,00	114,1	103,4	10,7	10,9	1339783	122,5
50,00	117,5	102,8	14,6	14,7	1360630	122,7

Tabela 4.5 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntricas nº 3: resultados em bandas de 1/3 de oitava.

Na figura 4.9 pode-se observar o comportamento da rigidez dinâmica assim como o comportamento dos níveis de aceleração.

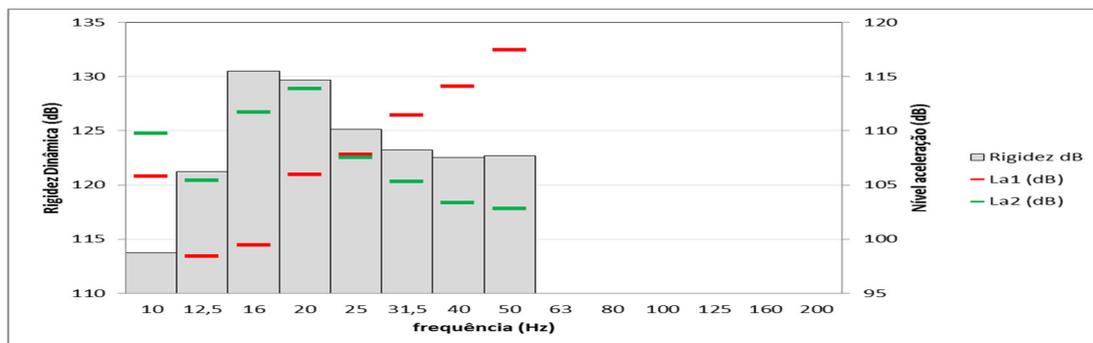


Figura 4.9 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntricas nº 3: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

O comportamento da transmissibilidade durante este ensaio pode ser observado, através da figura 4.10.

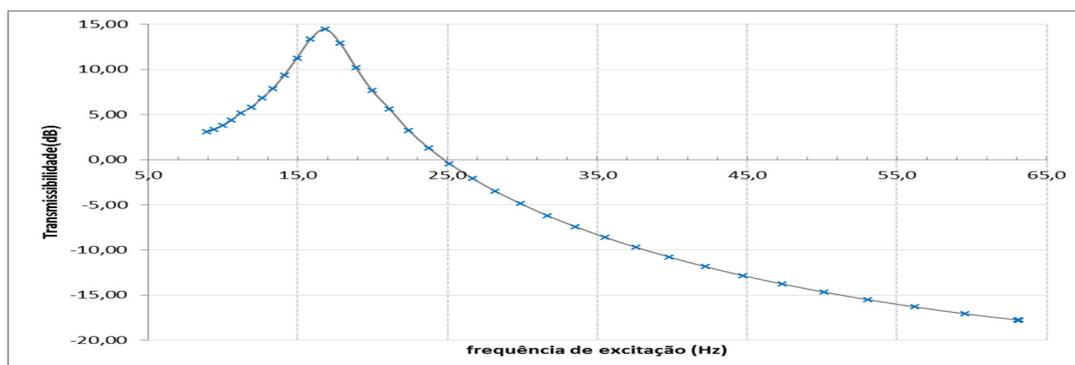


Figura 4.10 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntricas nº 3: curva de transmissibilidade.

Mantendo as dimensões dos quatro provetes da amostra A e ensaiando para uma blocking mass de 73.787 kg, usaram-se para este novo ensaio, as massas excêntricas nº 4. O ensaio teve as seguintes características:

Dimensões: 62.5x62.5x40 (mm)

Blocking Mass: 73.787 kg

Massas excêntricas: nº 4

Na tabela 4.6 apresentam-se os valores da rigidez dinâmica, da transmissibilidade e dos níveis de aceleração para o ensaio realizado.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	$\Delta L_{1,2}$	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
10,00	96,7	101,3	-4,6	4,7	519745	114,3
12,50	89,9	97,3	-7,4	7,7	1256960	122,0
16,00	91,7	104,1	-12,4	12,5	3227697	130,2
20,00	97,7	103,6	-5,9	6,7	2397438	127,6
25,00	99,3	97,5	1,9	2,9	1494564	123,5
31,50	103,0	95,7	7,3	7,5	1261994	122,0
40,00	105,7	93,9	11,8	11,9	1191577	121,5
50,00	109,1	93,5	15,6	15,6	1221175	121,7

Tabela 4.6 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntrica nº 4: resultados em bandas de 1/3 de oitava.

O comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração pode-se visualizar na figura 4.11.

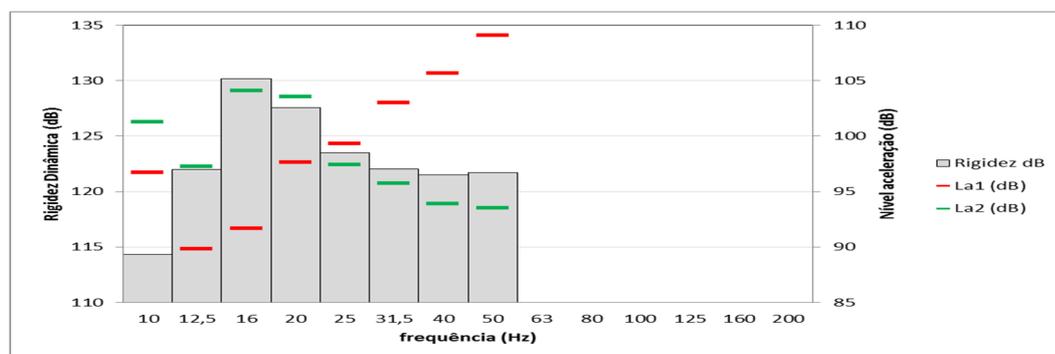


Figura 4.11 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntricas nº 4: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

O comportamento da transmissibilidade ao longo das frequências medidas, está representado na figura 4.12.

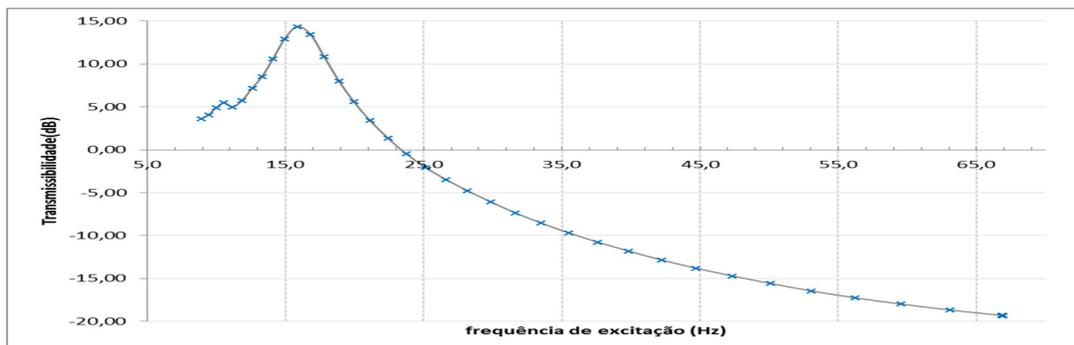


Figura 4.12 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 73.787 kg e massas excêntricas nº 4: curva de transmissibilidade

Com os mesmos quatro provetes da amostra A foi feito de seguida o ensaio com uma blocking mass mais elevada que o anterior. O ensaio realizado teve as seguintes características:

Dimensões: 62.5x62.5x40 (mm)  
Blocking Mass: 295.21 kg  
Massas excêntricas: nº 3

Na tabela 4.7 apresentam-se os valores de transmissibilidade, de rigidez dinâmica e de níveis de aceleração obtidos.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	ΔL <sub>1,2</sub>	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
10,00	85,5	90,9	-5,3	5,4	2300523	127,2
12,50	82,6	92,1	-9,5	9,7	6490192	136,2
16,00	87,7	99,8	-12,1	12,7	12940433	142,2
20,00	102,1	106,1	-3,9	4,6	7601935	137,6
25,00	101,7	99,0	2,7	3,4	5415393	134,7
31,50	104,2	96,2	8,1	8,2	4613447	133,3
40,00	106,5	94,0	12,5	12,6	4379307	132,8
50,00	109,7	93,4	16,4	16,4	4453200	133,0
63,00	112,9	93,3	19,6	19,6	4859568	133,7

Tabela 4.7 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg e massas excêntrica nº 3: resultados em bandas de 1/3 de oitava.

A figura 4.13 mostra o comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração ao longo das frequências medidas.

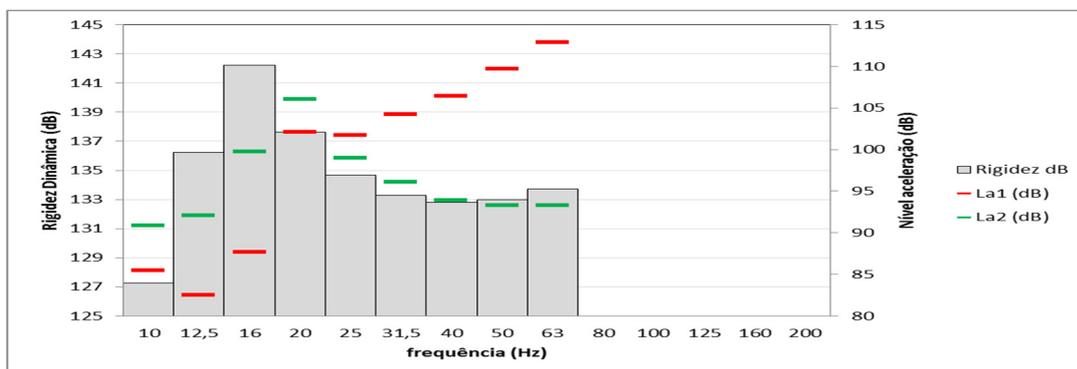


Figura 4.13 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg e massas excêntricas nº 3: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

O comportamento da transmissibilidade está representado na figura 4.14.

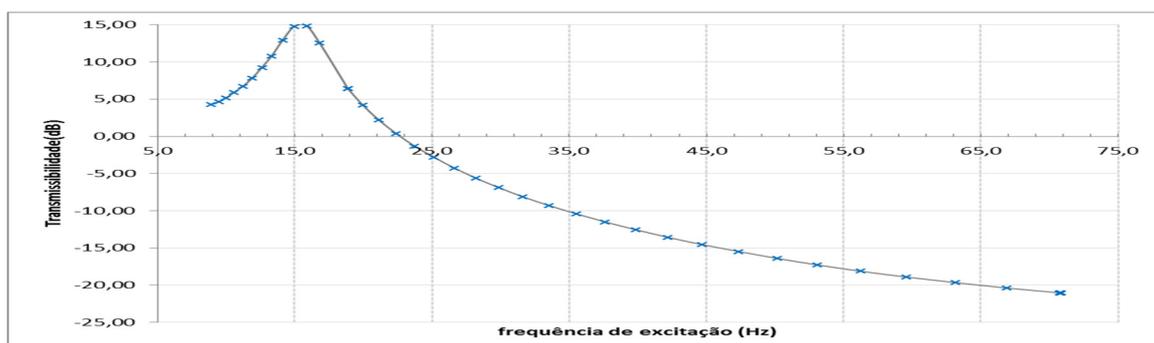


Figura 4.14 - Amostra A com 4 apoios de dimensões 62.5x62.5x40 (mm) e blocking mass 295.21 kg e massas excêntricas nº 3: curva de transmissibilidade

#### 4.2.2 Amostra B

Apresentam-se agora todos os ensaios realizados para a amostra B.

Para esta amostra, todos os ensaios foram realizados com as mesmas dimensões e usadas as mesmas massas excêntricas, variando apenas a blocking mass.

O primeiro ensaio realizado com esta amostra, teve as seguintes condições:

Dimensões: 144x152x12.7 (mm)

Blocking Mass: 73.787 kg

Massas excêntricas: nº 4

Na tabela 4.8 observam-se os valores de transmissibilidade, de rigidez dinâmica e os níveis de aceleração.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	$\Delta L_{1,2}$	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
20,00	94,4	100,4	-6,1	6,2	2566078	128,2
25,00	96,3	108,8	-12,5	12,8	9849184	139,9
31,50	104,2	114,6	-10,4	11,2	10617773	140,5
40,00	106,7	108,1	-1,4	2,9	5484366	134,8
50,00	109,9	104,9	5,0	5,4	4134705	132,3
63,00	113,4	103,4	10,0	10,1	3673638	131,3

Tabela 4.8 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 73.787 kg:  
resultados em bandas de 1/3 de oitava

O comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração apresentam-se na figura 4.15.

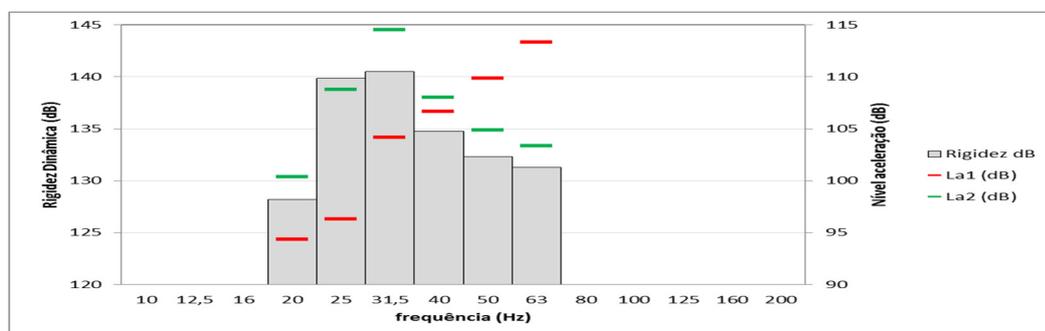


Figura 4.15 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 73.787 kg:  
rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

A figura 4.16 apresenta o comportamento da transmissibilidade para as condições do ensaio.

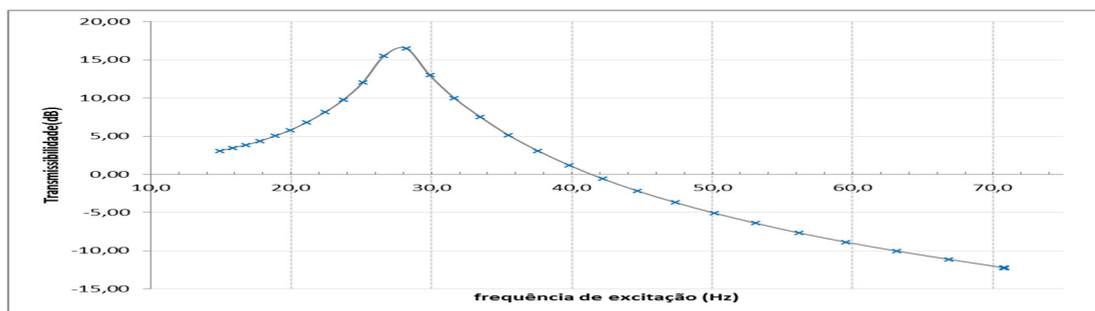


Figura 4.16 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 73.787 kg: curva de transmissibilidade.

No segundo ensaio feito para a amostra B, foi aumentada a blocking mass. O ensaio teve as seguintes características:

Dimensões: 144x152x12.7 (mm)  
Blocking Mass: 147.57 kg  
Massas excêntricas: nº 4

N tabelas 4.9 observam-se os valores de transmissibilidade, de rigidez dinâmica e os níveis de aceleração.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	ΔL <sub>1,2</sub>	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
20,00	92,0	100,6	-8,6	8,9	7434100	137,4
25,00	96,9	110,1	-13,2	13,5	18308324	145,3
31,50	105,9	111,0	-5,0	5,8	10724925	140,6
40,00	107,1	105,0	2,1	3,1	7266351	137,2
50,00	110,1	102,5	7,7	7,9	6065010	135,7
63,00	113,6	101,3	12,3	12,4	5646750	135,0

Tabela 4.9 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 147.57 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava

O comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração apresentam-se na figura 4.17.

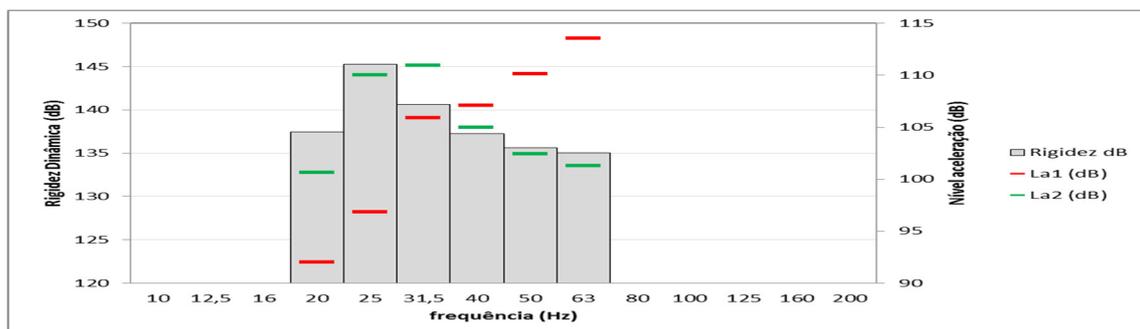


Figura 4.17 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 147.57 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava

A figura 4.18 apresenta o comportamento da transmissibilidade para as condições do ensaio.

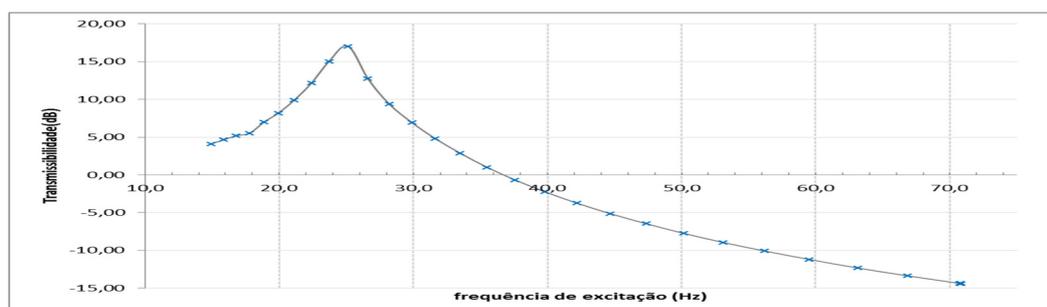


Figura 4.18 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 147.57 kg: curva de transmissibilidade

No terceiro ensaio realizado para a amostra B, foi aumentada de novo a blocking mass, tendo as seguintes características:

- Dimensões: 144x152x12.7 (mm)
- Blocking Mass: 221.36 kg
- Massas excêntricas: nº 4

Na tabela 4.10 observam-se os valores de transmissibilidade, de rigidez dinâmica e os níveis de aceleração.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	ΔL <sub>1,2</sub>	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
20,00	90,0	99,8	-9,8	10,2	13381398	142,5
25,00	96,5	109,3	-12,8	13,4	26287494	148,4
31,50	107,1	110,7	-3,6	4,5	13543596	142,6
40,00	107,6	104,6	3,0	3,6	9866222	139,9
50,00	110,4	102,2	8,3	8,4	8499730	138,6
63,00	113,7	101,1	12,6	12,7	8108880	138,2

Tabela 4.10 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 221.36 kg:  
resultados em bandas de 1/3 de oitava

O comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração apresentam-se na figura 4.19.

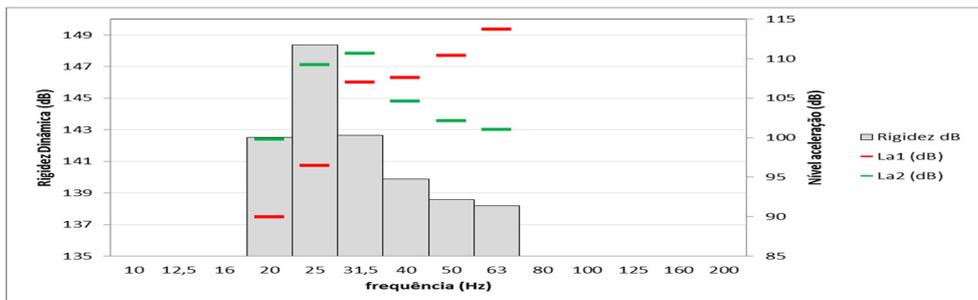


Figura 4.19 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 221.36 kg:  
rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

A figura 4.20 apresenta o comportamento da transmissibilidade para as condições do ensaio.

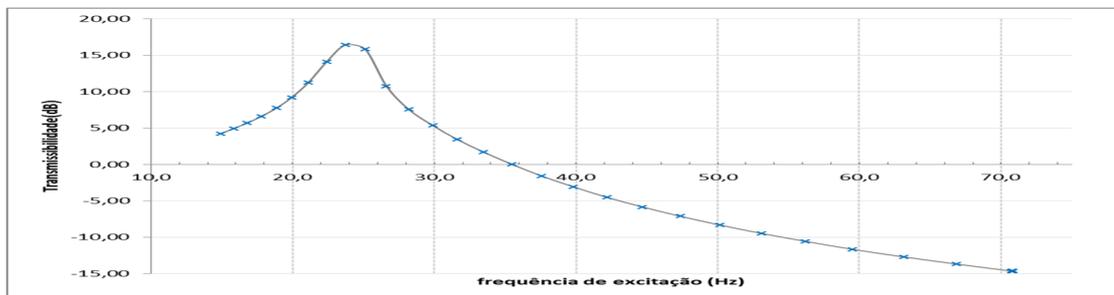


Figura 4.20 Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 221.36 kg:  
curva de transmissibilidade.

O último ensaio realizado com a amostra B, tendo sido aumentado a blocking mass, teve as seguintes características:

Dimensões: 144x152x12.7 (mm)

Blocking Mass: 295.21 kg

Massas excêntricas: nº 4

Na tabela 4.11 observam-se os valores de transmissibilidade, de rigidez dinâmica e os níveis de aceleração.

Banda Freqüência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	$\Delta L_{1,2}$	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
20,00	92,6	99,8	-7,2	7,4	12107762	141,7
25,00	95,1	108,7	-13,6	13,8	40815844	152,2
31,50	106,0	113,3	-7,3	8,2	29044626	149,3
40,00	107,4	106,7	0,7	2,4	17162193	144,7
50,00	110,3	103,7	6,5	6,8	13835884	142,8
63,00	113,6	102,4	11,2	11,3	12729487	142,1

Tabela 4.11 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 295.21 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava

O comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração apresentam-se na figura 4.21.

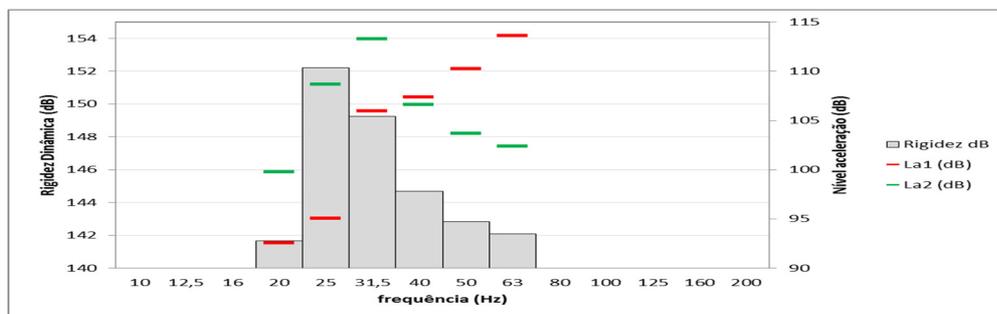


Figura 4.21 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 295.21 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

A figura 4.22 apresenta o comportamento da transmissibilidade para as condições do ensaio

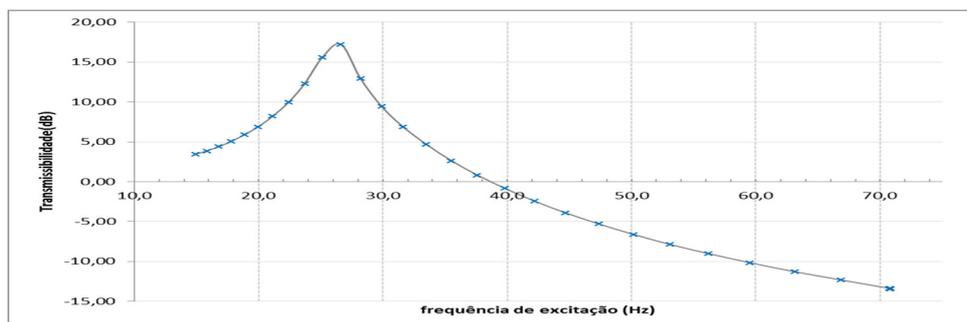


Figura 4.22 - Amostra B com dimensões 144x152x12.7 (mm) e blocking mass 295.21 kg: curva de transmissibilidade

#### 4.2.3 Amostra C

Para a amostra C foram realizados três ensaios, em que, mais uma vez, apenas se procedeu ao aumento da blocking mass, não tendo as dimensões e as massas excêntricas mudado ao longo dos três ensaios.

O primeiro ensaio foi realizado nas seguintes condições:

Dimensões: 280x280x12.1 (mm)  
Blocking Mass: 221.36 kg  
Massas excêntricas: nº 4

Na tabela 4.12 observam-se os valores de transmissibilidade, de rigidez dinâmica e os níveis de aceleração.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	ΔL <sub>1,2</sub>	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
20,00	91,2	98,0	-6,8	6,9	8516946	138,6
25,00	91,8	105,5	-13,7	14,0	32800513	150,3
31,50	105,7	114,0	-8,3	9,6	26802723	148,6
40,00	108,3	108,0	0,3	2,4	13455380	142,6
50,00	110,7	104,5	6,2	6,4	10808905	140,7
63,00	113,9	103,0	10,9	11,0	9960571	140,0

Tabela 4.12 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 221.36 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava.

O comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração apresentam-se na figura 4.23.

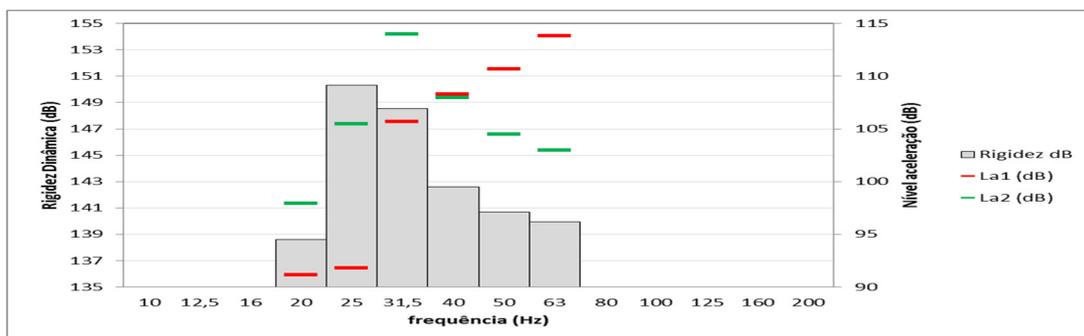


Figura 4.23 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 221.36 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava

A figura 4.24 apresenta o comportamento da transmissibilidade para as condições do ensaio

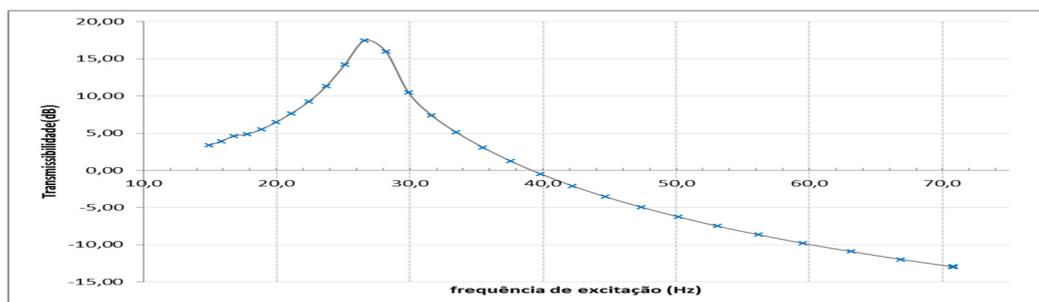


Figura 4.24 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 221.36 kg: curva de transmissibilidade

No segundo ensaio, e como já foi referido atrás, foi aumentada a blocking mass, mantendo-se as dimensões e as massas excêntricas. O ensaio teve as seguintes características:

Dimensões: 280x280x12.1 (mm)  
Blocking Mass: 295.21 kg  
Massas excêntricas: nº 4

Na tabela 4.13 observam-se os valores de transmissibilidade, de rigidez dinâmica e os níveis de aceleração.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	$\Delta L_{1,2}$	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
20,00	89,3	97,9	-8,6	8,9	14821260	143,4
25,00	92,9	106,5	-13,7	14,0	39367008	151,9
31,50	108,1	112,6	-4,4	5,5	20339969	146,2
40,00	108,7	106,2	2,6	3,3	13823811	142,8
50,00	110,9	103,0	7,9	8,1	11840263	141,5
63,00	114,0	101,7	12,3	12,4	11248234	141,0

Tabela 4.13 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 295.21 kg:  
resultados em bandas de 1/3 de oitava

O comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração apresentam-se na figura 4.25.

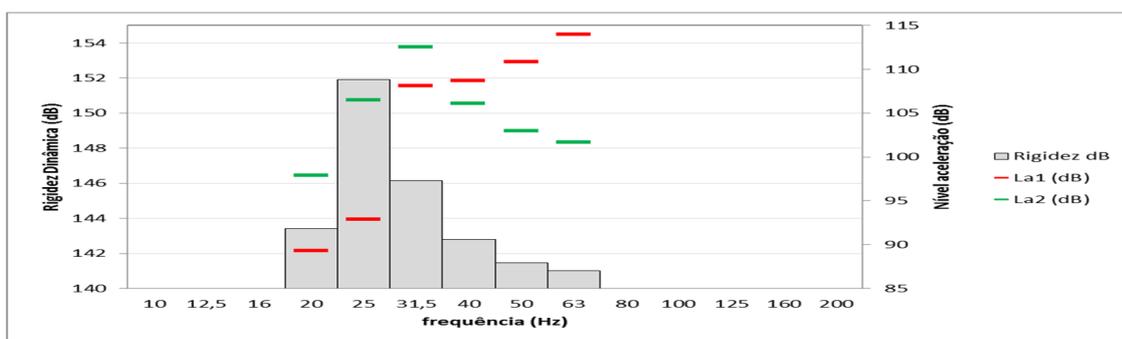


Figura 4.25 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 295.21 kg:  
rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

A figura 4.26 apresenta o comportamento da transmissibilidade para as condições do ensaio

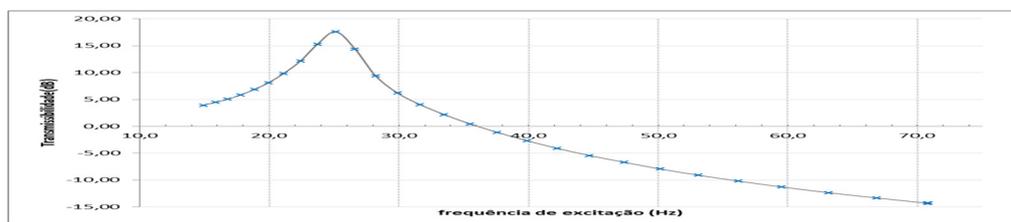


Figura 4.26 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 295.3 kg:  
curva de transmissibilidade.

No último ensaio para a amostra C, foi, mais uma vez, aumentada a blocking mass.  
O ensaio foi realizado com as seguintes características:

Dimensões: 280x280x12.1 (mm)  
Blocking Mass: 369.2 kg  
Massas excêntricas: n° 4

Na tabela 4.14 observam-se os valores de transmissibilidade, de rigidez dinâmica e os níveis de aceleração.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	$\Delta L_{1,2}$	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
20,00	87,6	97,2	-9,6	10,0	21736711	146,7
25,00	92,6	105,9	-13,3	13,9	47504846	153,5
31,50	109,0	112,1	-3,1	4,2	21478184	146,6
40,00	109,0	105,5	3,5	4,0	15539046	143,8
50,00	111,1	102,5	8,6	8,7	13619114	142,7
63,00	114,0	101,1	12,9	13,0	13133113	142,4

Tabela 4.14 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 369.2 kg:  
resultados em bandas de 1/3 de oitava

O comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração apresentam-se na figura 4.27

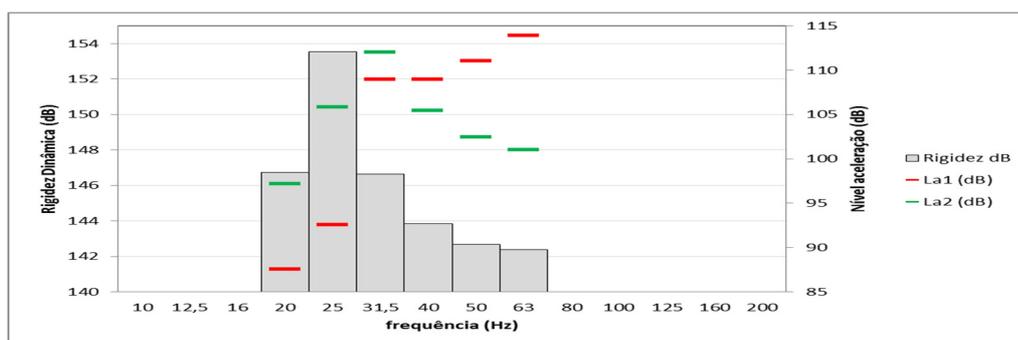


Figura 4.27 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 369.2 kg:  
rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava.

A figura 4.28 apresenta o comportamento da transmissibilidade para as condições do ensaio

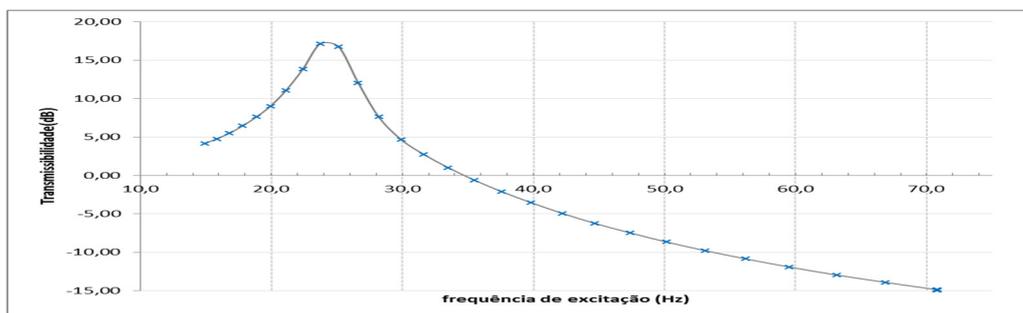


Figura 4.28 - Amostra C com dimensões 280x280x12.1 (mm) e blocking mass 369.2 kg: curva de transmissibilidade.

#### 4.2.4 Amostra D

A última amostra para a qual se apresentam resultados, é para a amostra D, onde só foi possível a realização de um ensaio. Esta amostra tem uma rigidez muito elevada, sendo que, para ter resultados para obter a curva de transmissibilidade, seria preciso carregar a amostra com uma massa bastante elevada. Como o equipamento está limitado à utilização de uma blocking mass de 664.3 kg, só foi possível ensaiar com o valor máximo, O ensaio realizado teve as seguintes características:

Dimensões: 100x100x20 (mm)

Blocking Mass: 664.3 kg

Massas excêntricas: nº 4

Na tabela 4.15 observam-se os valores de transmissibilidade, de rigidez dinâmica e os níveis de aceleração.

Banda Frequência (Hz)	L <sub>a1</sub> (dB)	L <sub>a2</sub> (dB)	ΔL <sub>1,2</sub>	Transmissibilidade (dB)	Rigidez dinâmica (N/m)	Rigidez dinâmica (dB)
20,00	83,5	93,8	-10,3	10,6	43240499	152,7
25,00	84,9	100,1	-15,2	15,9	110191351	160,8
31,50	108,8	112,0	-3,2	5,1	42113656	152,5
40,00	111,9	108,2	3,7	4,2	27037624	148,6
50,00	112,1	103,4	8,7	8,9	24146147	147,7
63,00	114,5	101,6	12,9	13,0	23576191	147,4

Tabela 4.15 - Amostra D com dimensões 100x100x20 (mm) e blocking mass 664.3 kg: resultados em bandas de 1/3 de oitava

O comportamento da rigidez dinâmica e dos níveis de aceleração apresentam-se na figura 4.29

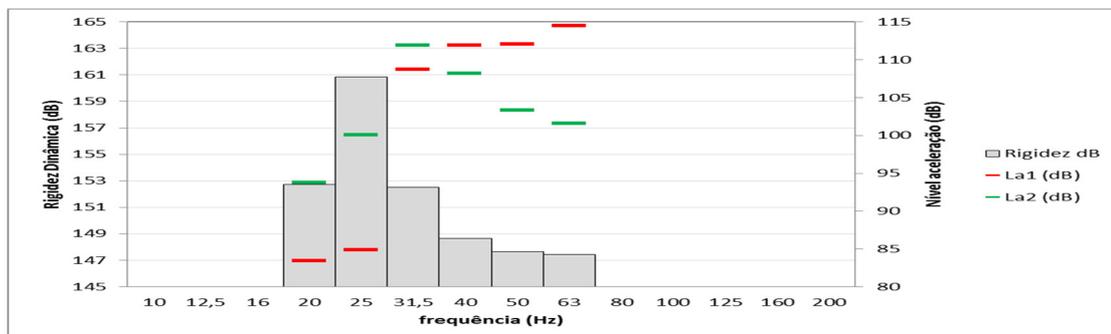


Figura 4.29 - Amostra D com dimensões 100x100x20 (mm) e blocking mass 664.3 kg: rigidez dinâmica e níveis de aceleração em bandas de 1/3 de oitava

A figura 4.30 apresenta o comportamento da transmissibilidade para as condições do ensaio

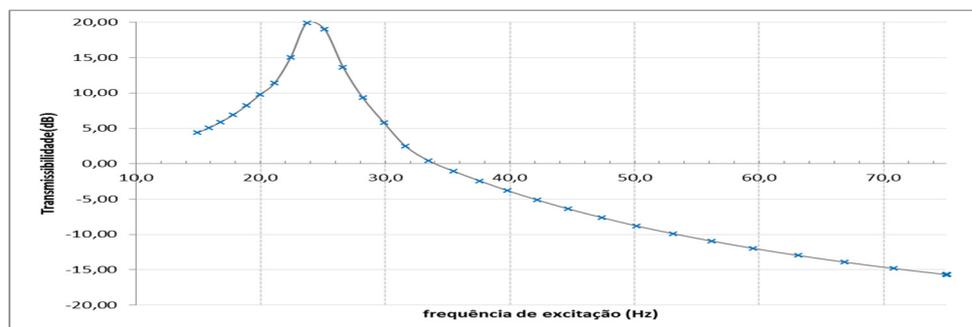


Figura 4.30 - Amostra D com dimensões 100x100x20 (mm) e blocking mass 664.3 kg: curva de transmissibilidade

### 4.3 Análise de resultados

Apresentam-se de seguida uma análise dos vários resultados obtidos em função das dimensões usadas e dos carregamentos utilizados.

Relativamente à amostra A, começa-se por sobrepor as curvas de transmissibilidade do provete de 500x500x40 (mm), do provete 250x250x40 (mm), e dos 4 provetes de 125x125x40 (mm), sujeitos ao mesmo carregamento (295.21 kg). Na figura 4.31 comparam-se as três curvas de transmissibilidade.

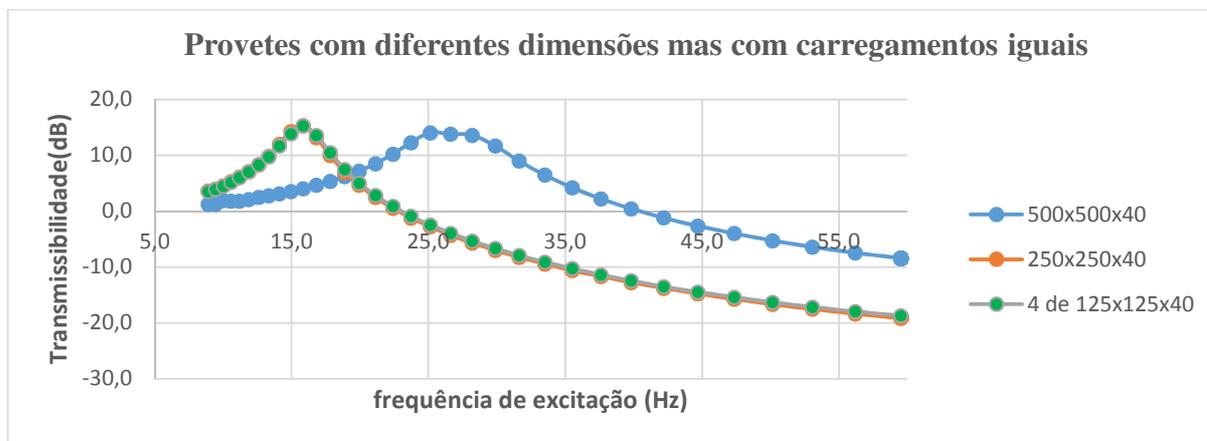


Figura 4.31 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade da amostra A de provetes com 500x500x40 (mm), 250x250x250x40 (mm) e 125x125x40 (mm) sujeitos ao carregamento de 295.21 kg

Como podemos observar na figura 4.31, o provete com 250x250x40 (mm) tem uma curva de transmissibilidade praticamente igual à curva de transmissibilidade dos quatro provetes de 125x125x40 (mm), com frequência de ressonância à volta de 15 Hz, enquanto o provete com a maior dimensão apresenta uma frequência de ressonância de 25 Hz. Como já foi referido anteriormente, é equivalente ter um apoio de 250x250x40 (mm) ou quatro apoios de 125x125x40 (mm) para o mesmo carregamento.

Uma das conclusões que poderemos retirar da observação da figura, são os valores de frequência onde os provetes começaram a atenuar as vibrações, sendo que os provetes de menores dimensões começam a atenuar em valores de frequências mais baixas do que o provete com maior dimensão.

Na figura 4.32 poderemos comparar o comportamento da rigidez dinâmica para os provetes das diferentes dimensões, sujeitos ao mesmo carregamento (295.21 kg). Neste caso o comportamento da rigidez dinâmica é praticamente igual para os dois casos de menores dimensões, sendo que o provete de maiores dimensões apresenta valores de rigidez bastante mais elevados a partir dos 25 Hz. Podemos assim verificar que o provete de 250x250x40 (mm) tem o mesmo comportamento que os quatro provetes de 125x125x40 (mm), ou seja, os resultados são idênticos dividindo o provete em quatro. Um provete com maior área terá, em princípio, maior rigidez, o que foi confirmado pelos ensaios.

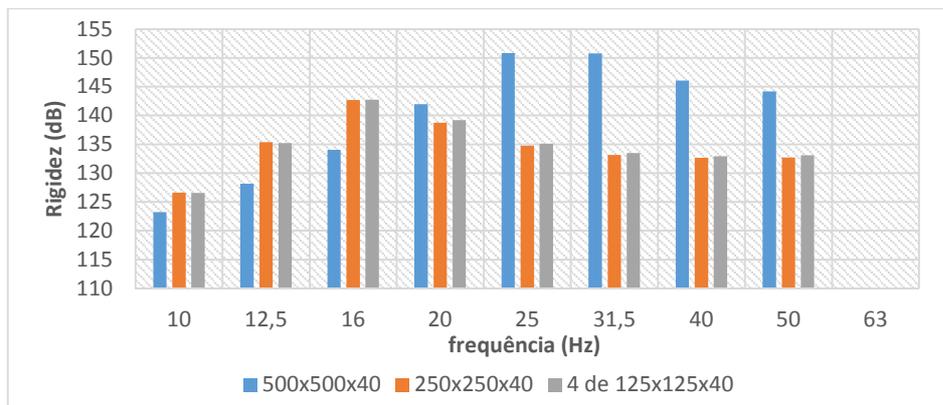


Figura 4.32 - Rigidez dinâmica para provetes da amostra A com dimensões: 500x500x40 (mm), 250x250x40 (mm) e 125x125x40 (mm) sujeitos ao carregamento de 295.21 kg

Ainda com a amostra A, relacionaram-se as curvas de transmissibilidade de quatro provetes com as mesmas dimensões (62.5x62.5x40 (mm)), sujeitos a carregamentos diferentes (73.787 kg e 295.21 kg). Na figura 4.33 observamos a sobreposição dessas curvas.

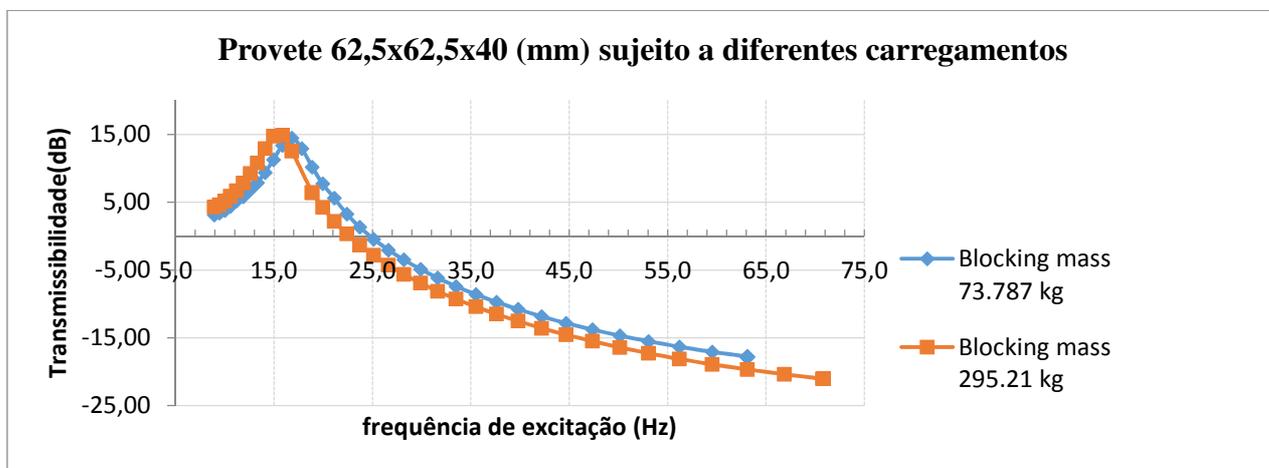


Figura 4.33 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade dos 4 provetes da amostra A de 62.5x62.5x40 (mm) sujeitos a carregamentos de 73.787 kg e 295.21 kg.

Fazendo uma análise da figura 4.33, concluímos que existe pouca diferença entre os 4 provetes carregados com menor massa (73.787 kg) e os 4 provetes carregados com maior massa (295.21 kg). Apesar da ligeira melhoria em termos de comportamento de atenuação dos 4 provetes mais carregados, podemos dizer que os 4 provetes com dimensões 62.5x62.5x40 (mm), não alteram

significativamente o seu comportamento com o aumento de carregamento. Há uma ligeira diminuição da frequência de ressonância e um ligeiro aumento da atenuação de vibração.

Quanto ao comportamento da rigidez dinâmica poderemos observar na figura 4.34, alguma diferença nos valores de rigidez dos dois carregamentos ao longo das frequências, para os 4 provetes com 62.5x62.5x40 (mm). Na zona antes da ressonância obtêm-se valores de rigidez menores para menor massa, sendo estes valores crescentes até á frequência de ressonância para os dois carregamentos. Na zona após a ressonância, a rigidez dinâmica vai diminuído para os diferentes carregamentos, sendo que para o carregamento maior (295.21 kg), os valores da rigidez também são maiores.

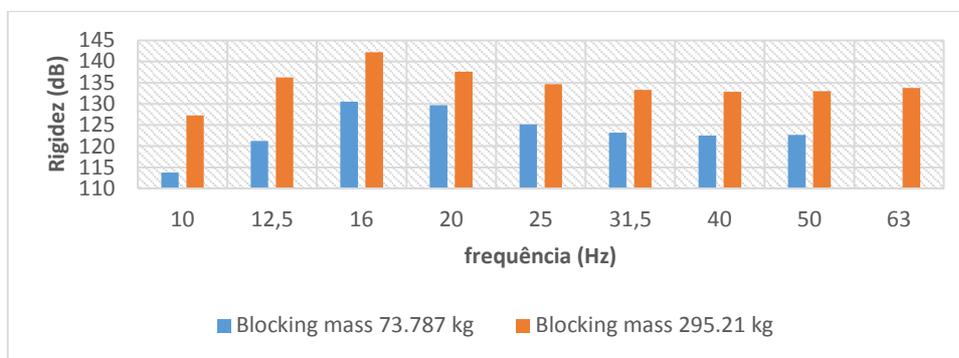


Figura 4.34 - Rigidez dinâmica da amostra A para carregamentos de 73.787 kg e 295.21 kg com 4 provetes de 62.5x62.5x40 (mm)

Na figura 4.35 apresentam-se os resultados de transmissibilidade obtidos com a amostra B (proвете de 144x152x12.7 (mm)) carregada com diferentes massas (73.787 kg, 147.57 kg, 221.36 kg e 295.21 kg). Da figura 4.35 pode-se observar que o provete carregado com uma massa de 295.21 kg atinge a atenuação numa frequência mais baixa do que os outros provetes carregados com as restantes massas. Também podemos afirmar que o provete carregado com a massa mais pequena (73.787 kg), é aquele que começa a atenuar vibrações em frequências mais elevadas, neste caso, a partir de sensivelmente 42 Hz.

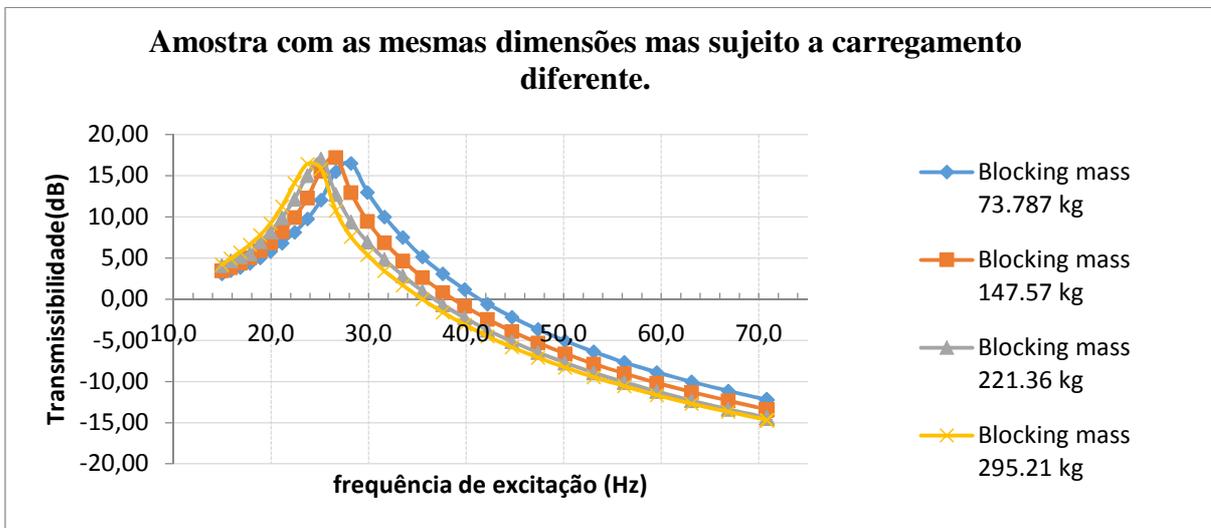


Figura 4.35 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade de um provete da amostra B com 144x152x12.7 (mm) sujeito as carregamentos de: 73.787 kg, 147.57 kg, 221.36 kg e 295.21 kg

De notar na figura 4.36, o comportamento da rigidez dinâmica dos quatro casos. O comportamento da rigidez dinâmica atinge valores mais elevados no provete que tem um carregamento de 295.21 kg, sendo que para um carregamento de 73.787 kg teremos os valores mais pequenos de rigidez dinâmica. Como se pode observar, a rigidez dinâmica aumenta com o carregamento imposto.

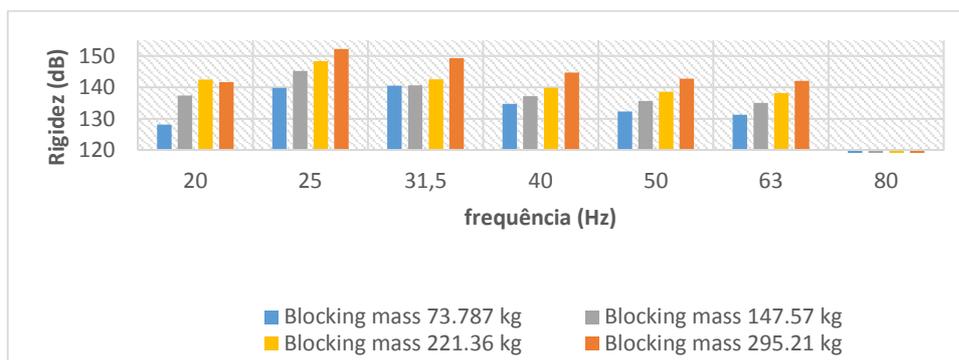


Figura 4.36 - Rigidez dinâmica para o provete da amostra B de 144x152x12.7 (mm) sujeito as carregamentos de: 73.787 kg, 147.57 kg, 221.36 kg e 295.21 kg.

Numa análise comparativa aos resultados dos ensaios da amostra C, apresenta-se uma comparação entre os três ensaios realizados com esta amostra.

Na figura 4.37 pode-se observar as curvas de transmissibilidade do provete com 280x280x12.1 (mm) sujeito a carregamentos de 221.4 kg, 295.3 kg e 369.2 kg. Analisando a figura 4.37 retira-se que o provete sujeito ao carregamento de 369.2 kg inicia a atenuação de vibrações numa gama de frequências mais baixa do que o mesmo provete sujeito a carregamentos mais baixos, assim como a sua frequência de ressonância é mais baixa. Quanto mais carregado estiver o provete, menor será a frequência de ressonância que o sistema atinge.

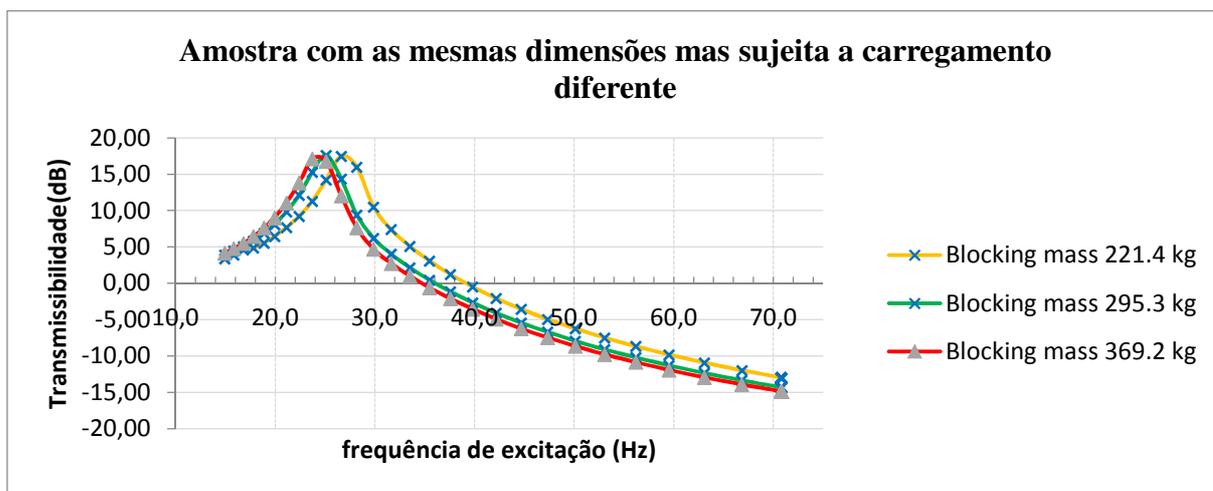


Figura 4.37 - Sobreposição das curvas de transmissibilidade de um provete da amostra C com 280x280x12.1 (mm) sujeito as carregamentos de: 221.4 kg, 295.3 kg e 369.2 kg.

Comparando, através da figura 4.38, a rigidez dinâmica do provete de 280x280x12.1 (mm) sujeito aos carregamentos de 221.4 kg, 295.3 kg e 369.2 kg, pode-se afirmar que quando o provete é sujeito ao carregamento mais elevado (369.2 kg) atinge um valor de rigidez mais elevado.

De notar, que a rigidez dinâmica aumenta os seus valores até atingir a zona de isolamento. A partir desta zona, ou seja, na zona da pós ressonância, a rigidez vai diminuindo os seus valores à medida que aumentamos a frequência. Esta observação é válida para todos os carregamentos testados nesta amostra.

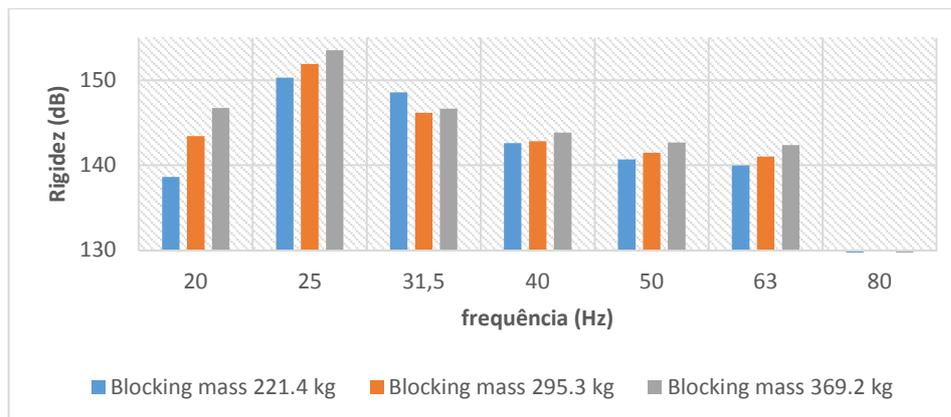


Figura 4.38 - Rigidez dinâmica para o provete da amostra C de 280x280x12.1 (mm) sujeito as carregamentos de: 221.4 kg, 295.3 kg e 369.2 kg.

## 5 CONCLUSÕES

### 5.1 Considerações finais

O presente trabalho teve como principal objetivo a verificação e validação de um equipamento de medição de vibrações. Para o efeito foram realizados ensaios para a caracterização da rigidez dinâmica de alguns materiais, tendo como base, a norma EN ISO 10846.

Foram necessárias efetuar algumas verificações. Uma dessas verificações, que está preconizada na norma como o critério da linearidade, foi realizada estando descrita no capítulo 3, concluindo-se que em duas das frequências medidas durante o ensaio, não se obteve a diferença máxima de 1.5 dB nos valores da rigidez dinâmica. Uma vez que as diferenças em duas das frequências medidas, se situam na ordem dos 1.6 dB, podemos afirmar que o critério da linearidade dos resultados não se verifica, mas que não é preocupante, pois é por valores decimais mínimos.

Na análise de resultados da amostra A verificou-se que o provete de 250x250x40 (mm) tem o mesmo comportamento de atenuação que os 4 provetes de 125x125x40 (mm) sujeitos a uma blocking mass de 295.21 kg. Esta conclusão seria expectável, uma vez que, um provete de 250x250x40 (mm) tem a mesma área que 4 provetes de 125x125x40 (mm). Em termos de rigidez dinâmica, conclui-se que o provete maior (500x500x40 (mm)), tem valores mais elevados de rigidez no pós ressonância, comparado com as outras dimensões, sendo esperado este comportamento, pois quanto maior área, maior rigidez.

Nos ensaios com 4 provetes de 62.5x62.5x40 (mm), sujeitos a carregamentos diferentes (73.787 kg e 295.21 kg), conclui-se que os provetes mais carregados têm um melhor desempenho de atenuação das vibrações, tendo uma frequência de ressonância mais baixa. No que se refere à comparação da rigidez dinâmica, os provetes sujeitos a um carregamento mais elevado, atingem valores de rigidez dinâmica mais elevados.

As conclusões retiradas dos resultados para a amostra B foram as esperadas. Comparando as curvas de transmissibilidade para os vários ensaios com a amostra B, verificou-se que o provete com dimensões de 144x152x12.7 (mm) tem um melhor comportamento atenuador quando carregado com a maior massa (295.21 kg), diminuindo essa melhoria de comportamento à medida que estiver menos carregado. O comportamento com a rigidez é o mesmo, ou seja, aumenta a rigidez dinâmica com o carregamento aplicado.

Para a amostra C, as conclusões são praticamente iguais às da amostra B. Comparam-se as curvas de transmissibilidade dos 3 ensaios, observando-se que o provete com 280x280x12.1 (mm) tem um melhor comportamento atenuador quando carregado com a maior massa (369.2 kg). Quando se carregou o provete com massas menores (221.4 kg e 295.3 kg), o seu comportamento de atenuação diminuiu, sendo que apresentou um pior comportamento para o carregamento menor (221.4 kg). Para a rigidez dinâmica, concluiu-se que os valores da rigidez aumentam quando se aumenta o carregamento.

Por último, para a amostra D, não foi possível obter grandes conclusões. Esta amostra é bastante rígida, só tendo sido possível a realização de um ensaio. O ensaio foi realizado com a maior carga aplicada possível (664.3 kg) de modo a obter-se o comportamento do material. O que se concluiu foi que, para um provete de 100x100x20 (mm) carregado com 664.3 kg, a frequência de ressonância anda por volta de 24 Hz e que a rigidez diminuiu na zona da pós ressonância.

## **5.2 Perspetivas de trabalhos futuros**

Após a realização deste trabalho, detetaram-se alguns aspetos adicionais que deveriam ter sido considerados. No entanto, devido ao limitado período de trabalho, não foi possível realizar esta análise.

Um dos trabalhos futuros, que poderá ser interessante a sua realização, é um estudo mais detalhado de um material resiliente. Este estudo, poderia envolver um intervalo de frequências mais alargado, assim como uma utilização de um maior número de massas para o carregamento.

Por fim, é sugerido a realização de um estudo de outro tipo de materiais. O estudo poderia incidir na caracterização de molas, fazendo todas as verificações preconizadas na norma EN ISO 10846.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barbetti, Marcos (2005). “Estudo comparativo entre coxim hidráulico e coxim elastomérico, aplicados ao sistema de apoio do motor automotivo”. Tese de mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Clough, R.W., Penzien, J. (2003). “Analysis of free vibrations” (Chapter 2). In: Dynamics of structure. Third edition, Library of Congress Cataloging in Publication Data.
- EN ISO 10846. Acoustics and vibration – Laboratory measurement of vibro-acoustic transfer properties of resilient elements: Part 1: Principles and guidelines: 2008; Part 2: Direct method for determination of the dynamic stiffness of resilient supports for translatory motion: 2008; Part 3: Indirect method for determination of the dynamic stiffness of resilient supports for translatory motion: 2002; Part 4: Dynamic stiffness of elements other than resilient supports for translatory motion: 2003; Part 5: Driving point method for determination of the low-frequency transfer stiffness of resilient supports for translatory motion: 2008.
- Jeinänen, J., Lindroos, T., Kallio, M., Aalto, S., (2007). “Dynamic Properties of Magnetorheologic Elastomer”.
- Jordão Gheller, SENAI –CETEPO. Avaliação do isolamento de vibrações por elastómeros.
- Le Corre, Frédéric, Robertson, Ian, Petit, Charles (2009). “High Attenuation Sleeper”. 10th International Conference on Railway on Railway Engineering. London. UK, ALSTON.
- Miguel, Letícia, (2002). “Estudo teórico e experimental de amortecedores de vibração por atrito”. Tese de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Paez, L., (2009). “Aplicabilidade de molas pneumáticas na indústria e projeto básico de um acoplador pneumático”. Tese de mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

- Ripin, Z., Ooi, E., (2010). “Dynamic characterization of engine mount at different orientation using sine swept frequency test”. Regional Conference on Mechanical and Aerospace Technology, Bali.
- Silva, S. (2009). “Vibrações Mecânicas”, Universidade Estadual do oeste do Paraná UNIOESTE/ Campus de Foz do Iguaçu. Centro de Engenharia e Ciências Exatas – CECE.