



**FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Avaliação do comportamento de colunas atirantadas pré-esforçadas**

**Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil  
na Especialidade de Mecânica Estrutural**

**Autor**

**Luís Manuel Silva Alves**

**Orientador**

**Luís Alberto Proença Simões da Silva**

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

**Coimbra, Março, 2014**

## **AGRADECIMENTOS**

A elaboração do presente trabalho não teria sido possível sem o contributo de um conjunto de pessoas a quem aproveito para deixar algumas palavras de gratidão e apreço.

Ao meu orientador científico, o Professor Doutor Luís Simões da Silva não só pela orientação deste trabalho, mas também pelo interesse que despertou em mim pelas Estruturas Metálicas.

Ao Eng. Miguel Serra por todo o apoio no trabalho desenvolvido e pela amizade desenvolvida durante estes seis meses de trabalho.

Ao Luís Gaspar por todas as horas de trabalho laboratorial partilhadas comigo mantendo sempre o profissionalismo e empenho necessários à sua correta realização.

Por fim, um especial agradecimento às pessoas que sempre tiveram presentes e tornaram isto possível, os meus pais e o meu irmão.

## RESUMO

A capacidade de carga de colunas esbeltas é limitada pela instabilidade destas quando sujeitas a cargas de compressão em detrimento da resistência plástica da secção transversal. O comportamento destas colunas pode ser melhorado pela aplicação de tirantes que inibem os deslocamentos laterais e as rotações quando sujeitas à compressão.

Com a introdução de cabos pré-esforçados, o comprimento de encurvadura das colunas ensaiadas reduz-se para metade do comprimento total, conseguindo-se soluções mais leves devido à redução da área da secção transversal e assim mais económicas que as soluções tradicionais.

O trabalho desenvolvido pretende avaliar o comportamento de pré e pós-encurvadura de colunas atirantadas pré-esforçadas em compressão. O estudo tem por base uma série de ensaios laboratoriais, à escala real, fazendo variar parâmetros como a secção transversal das colunas, o diâmetro dos cabos, o nível de pré-esforço inicial aplicado nos cabos e a classe de aço da secção transversal das colunas.

Para além dos ensaios experimentais das colunas, efetua-se a caracterização completa das propriedades geométricas e mecânicas das colunas.

Os resultados obtidos experimentalmente para as colunas atirantadas pré-esforçadas são comparados com os das colunas simples de modo a estimar o ganho de resistência à compressão das soluções atirantadas pré-esforçadas relativamente à situação sem cabos. Posteriormente compararam-se os resultados experimentais com os resultados obtidos pela metodologia de dimensionamento.

**ABSTRACT**

The maximum load capacity of slender columns is limited by the instability when prompted to compressive loads, rather than yielding of columns' cross-section. The behavior of these columns can be improved, as for lateral and rotational displacements when subjected to compression, when cables are rigged to the column.

Due to introduction of prestressed cables, the buckling length of the tested columns is halved of the total length, achieving lighter solutions due to the reduced cross-section area and thus more economical than traditional solutions.

The work developed aims to evaluate prior and post behavior of prestressed stayed columns in compression. This study is based on full scale experimental tests varying parameters such as the cross section of the column, the diameter of cables, level of initial prestress applied on the cables and steel grade of cross section of the column.

Moreover, a complete characterization of geometrical and mechanical properties of columns is conducted additionally.

The gain of compressive strength of prestressed stayed columns can be obtained comparing the experimental results on two different situations, with and without cables. Later, the experimental results are compared with results obtained by the proposed design methodology.

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO .....	ii
ABSTRACT .....	iii
ÍNDICE.....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS .....	vii
ÍNDICE DE QUADROS .....	xi
SIMBOLOGIA .....	xiii
ABREVIATURAS .....	xvii
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Enquadramento .....	1
1.2. Objetivos do trabalho .....	3
1.3. Estruturação da tese .....	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
2.1. Introdução .....	5
2.2. Estado de arte .....	7
2.3. Metodologia de dimensionamento de (Wadee et al., 2013).....	24
3. PROGRAMA EXPERIMENTAL .....	28
3.1. Introdução .....	28
3.2. Sistema de apoio da coluna.....	30
3.3. Instrumentação da coluna .....	31
3.3.1. Introdução.....	31
3.3.2. Equipamento de medição.....	32
3.3.3. Posicionamento do equipamento de medição.....	32
3.4. Levantamento da geometria.....	36
3.4.1. Introdução.....	36

3.4.2.	Equipamento utilizado e procedimento .....	36
4.	ENSAIOS EXPERIMENTAIS .....	40
4.1.	Introdução .....	40
4.2.	Ensaio ao material .....	40
4.2.1.	Provetes da coluna .....	40
4.2.2.	Cabos de pré-esforço .....	44
4.3.	Procedimento experimental dos ensaios das colunas .....	46
4.4.	Tratamento de dados dos ensaios das colunas .....	48
5.	ANÁLISE DE RESULTADOS DO PROGRAMA EXPERIMENTAL .....	50
5.1.	Introdução .....	50
5.2.	Colunas de controlo .....	50
5.3.	Colunas atirantadas pré-esforçadas .....	51
5.3.1.	Introdução .....	51
5.3.2.	Deslocamento a $1/2$ vão e encurtamento da coluna.....	52
5.3.3.	Pré-esforço nos cabos .....	55
5.3.4.	Modos de encurvadura, Cargas críticas e últimas .....	56
5.3.5.	Esforços axiais e momento fletor .....	59
5.4.	Comparativo com metodologia (Wadde et al., 2013).....	61
6.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	66
6.1.	Conclusões e discussão dos resultados .....	66
6.2.	Sugestões para trabalhos futuros.....	69
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	71
	ANEXOS .....	A-1
A.	Propriedades geométricas dos elementos constituintes das colunas.....	A-1
B.	COLUNA 01 .....	B-1
B.1.	Curvas $P/P_{cr}$ – Encurtamento da coluna; Deslocamento a $1/2$ vão.....	B-1
B.2.	Curvas Pré-esforço nos cabos – Carga exterior/Carga crítica; Deslocamento lateral $1/2$ vão.....	B-1
B.3.	Curvas Carga exterior/Carga crítica – Momento Fletor; Esforço axial/Carga crítica .....	B-4
C.	COLUNA 02.....	C-1

---

C.1.	Curvas Pré-esforço nos cabos – Carga exterior/Carga crítica; Deslocamento lateral 1/2vão .....	C-1
C.2.	Curvas Carga exterior/Carga crítica – Momento Fletor; Esforço axial/Carga crítica .....	C-4
D.	COLUNA 03 .....	D-1
D.1.	Curvas P/Pcr – Encurtamento da coluna; Deslocamento a 1/2vão .....	D-1
D.2.	Curvas Pré-esforço nos cabos– Carga exterior/Carga crítica; Deslocamento lateral 1/2vão .....	D-1
D.3.	Curvas Carga exterior/Carga crítica – Momento Fletor; Esforço axial/Carga crítica .....	D-4
E.	COLUNA 04 .....	E-1
E.1.	Curvas Pré-esforço nos cabos/2000 – Carga exterior/Carga crítica; Deslocamento lateral 1/2vão .....	E-1
E.2.	Curvas Carga exterior/Carga crítica – Momento Fletor; Esforço axial/Carga crítica .....	E-4
F.	Cálculos intermédios de aplicação da metodologia (Wadee et al., 2013) .....	F-1

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Tipologias de PSSC .....	1
Figura 1.2 – Configuração de mastro aplicada em barcos.....	2
Figura 1.3 – Aplicações de PSSC.....	2
Figura 2.1 – Efeito da variação do comprimento do braço no comportamento de encurvadura (adaptado de (Smith et al., 1975)) .....	9
Figura 2.2 - Efeito do diâmetro do cabo no comportamento de encurvadura (adaptado de (Smith et al., 1975)).....	9
Figura 2.3 – Pré-esforço inicial vs Carga crítica (adaptado de (Hafez et al., 1979)) .....	12
Figura 2.4 – Carga exterior vs Pré-esforço nos cabos (adaptado de (Hafez et al., 1979) .....	13
Figura 2.5 – Cargas críticas teóricas e experimentais vs Pré-esforço inicial nos cabos (adaptado de (Wong e Temple, 1982)).....	15
Figura 2.6 – Cargas de rotura vs Pré-esforço inicial nos cabos (adaptado de (Temple et al., 1984)) .....	16
Figura 2.7 – Relação $P/T$ vs Deslocamento lateral da coluna (adaptado de (Chan et al., 2002)) .....	18
Figura 2.8 – Modo interativo de encurvadura de PSSC (adaptado de (Saito e Wadee, 2009b)) .....	21
Figura 3.1 – Plano geral do <i>layout</i> de ensaio.....	28
Figura 3.2 – Identificação das secções de apoio da coluna .....	31
Figura 3.3 – Cavaletes de apoio da coluna .....	31
Figura 3.4 – Geometria das células de carga construídas.....	32
Figura 3.5 – Extremidades da coluna .....	33
Figura 3.6 – Identificação dos cabos de pré-esforço .....	33
Figura 3.7 – Secções da coluna instrumentadas com extensómetros .....	34
Figura 3.8 – Secção S2 .....	34
Figura 3.9 – Disposição de LVDTs .....	35
Figura 3.10 – Disposição de LVDTs .....	35
Figura 3.11 – Esquema representativo do processo de medição das imperfeições .....	37
Figura 3.12 – Perfil de imperfeições COL03_C10.....	37
Figura 4.1 – Geometria e nomenclatura dos provetes .....	41
Figura 4.2 – Provetes instrumentados da COL03.....	41
Figura 4.3 – Vista de ensaio de provete da COL03.....	42
Figura 4.4 – Curva $\sigma$ - $\varepsilon$ do provete 1 da COL01 .....	43
Figura 4.5 - Curva $\sigma$ - $\varepsilon$ do provete 1 da COL02.....	43



Figura 4.6 – Vista longitudinal do <i>layout</i> de ensaio dos cabos .....	44
Figura 4.7 – Curvas $\sigma$ - $\varepsilon_s$ dos testes de tração dos cabos 7 e 5 de 47mm <sup>2</sup> e 89mm <sup>2</sup> .....	45
Figura 4.8 – Pós-ensaio_ COL2_C13_T <sub>ini</sub> 9000.....	47
Figura 5.1 – Curvas $P - \delta_{l/2vão}$ das 4 colunas ensaiadas para a situação sem cabos.....	50
Figura 5.2 - COL02_Carga normalizada – Encurtamento da coluna .....	52
Figura 5.3 - COL02_Carga normalizada – Deslocamento 1/2vão .....	53
Figura 5.4 – COL02_C13_T <sub>ini</sub> 4000_Carga normalizada – Deslocamentos laterais .....	53
Figura 5.5 - COL04_Carga normalizada – Encurtamento da coluna .....	54
Figura 5.6 - COL04_Carga normalizada – Deslocamento 1/2vão .....	54
Figura 5.7 - COL01_C13_ T <sub>ini</sub> 9000N.....	55
Figura 5.8 - COL03_C10_ T <sub>ini</sub> = 7500N .....	56
Figura 5.9 – Curvas Pré-esforço inicial – Carga última_COL01, COL02 .....	58
Figura 5.10 - Curvas Pré-esforço inicial – Carga última_COL03, COL04.....	59
Figura 5.11 - Esforços_ COL01_C13_ T <sub>ini</sub> 9000N.....	60
Figura 5.12 - Esforços_ COL03_C10_ T <sub>ini</sub> 7500N.....	61
Figura 5.13 – Cargas últimas_COL01, COL02 .....	63
Figura 5.14 - Cargas últimas_COL03, COL04.....	64
Figura 5.15 - Cargas últimas normalizadas_COL01, COL02 .....	65
Figura 5.16 - Cargas últimas normalizadas_COL03, COL04 .....	65
Figura A. 1 - Perfis de imperfeições COL01 e COL04.....	A-4
Figura A. 2 - Perfis de imperfeições COL02_C10 .....	A-4
Figura A. 3 - Perfis de imperfeições COL02_C13 .....	A-4
Figura A. 4 - Perfil de imperfeições COL03_C13 .....	A-5
Figura B. 1 – COL01_Carga normalizada – Encurtamento da coluna.....	B-1
Figura B. 2 – COL01_Carga normalizada – Deslocamento a 1/2vão .....	B-1
Figura B. 3 - COL01_C10_ T <sub>ini</sub> = 2000N.....	B-1
Figura B. 4 - COL01_C10_ T <sub>ini</sub> = 4000N.....	B-2
Figura B. 5 - COL01_C10_ T <sub>ini</sub> = 7500N.....	B-2
Figura B. 6 - COL01_C10_ T <sub>ini</sub> = 9000N.....	B-2
Figura B. 7 - COL01_C10_ T <sub>ini</sub> = 10500N.....	B-3
Figura B. 8 - COL01_C13_ T <sub>ini</sub> = 2000N.....	B-3
Figura B. 9 - COL01_C13_ T <sub>ini</sub> = 4000N.....	B-3
Figura B. 10 - COL01_C13_ T <sub>ini</sub> = 7500N.....	B-4
Figura B. 11 - COL01_C13_ T <sub>ini</sub> = 10500N.....	B-4
Figura B. 12 – Esforços_COL01_C10_ T <sub>ini</sub> = 2000N .....	B-4
Figura B. 13 – Esforços_ COL01_C10_ T <sub>ini</sub> = 4000N .....	B-5
Figura B. 14 – Esforços_ COL01_C10_ T <sub>ini</sub> = 7500N .....	B-5
Figura B. 15 – Esforços_ COL01_C10_ T <sub>ini</sub> = 9000N .....	B-5
Figura B. 16 – Esforços_ COL01_C10_ T <sub>ini</sub> = 10500N .....	B-6
Figura B. 17 – Esforços_ COL01_C13_ T <sub>ini</sub> = 2000N .....	B-6

Figura B. 18 – Esforços_ COL01_C13_ $T_{ini} = 4000N$ .....	B-6
Figura B. 19 – Esforços_ COL01_C13_ $T_{ini} = 7500N$ .....	B-7
Figura B. 20 – Esforços_ COL01_C13_ $T_{ini} = 10500N$ .....	B-7
Figura C. 1 - COL02_C10_ $T_{ini} = 2000N$ .....	C-1
Figura C. 2 - COL02_C10_ $T_{ini} = 4000N$ .....	C-1
Figura C. 3 - COL02_C10_ $T_{ini} = 7500N$ .....	C-1
Figura C. 4 - COL02_C10_ $T_{ini} = 9000N$ .....	C-2
Figura C. 5 - COL02_C10_ $T_{ini} = 10500N$ .....	C-2
Figura C. 6 - COL02_C13_ $T_{ini} = 2000N$ .....	C-2
Figura C. 7 - COL02_C13_ $T_{ini} = 4000N$ .....	C-3
Figura C. 8 - COL02_C13_ $T_{ini} = 7500N$ .....	C-3
Figura C. 9 - COL02_C13_ $T_{ini} = 9000N$ .....	C-3
Figura C. 10 - COL02_C13_ $T_{ini} = 10500N$ .....	C-4
Figura C. 11 – Esforços_ COL02_C10_ $T_{ini} = 2000N$ .....	C-4
Figura C. 12 – Esforços_ COL02_C10_ $T_{ini} = 4000N$ .....	C-4
Figura C. 13 – Esforços_ COL02_C10_ $T_{ini} = 7500N$ .....	C-5
Figura C. 14 – Esforços_ COL02_C10_ $T_{ini} = 9000N$ .....	C-5
Figura C. 15 – Esforços_ COL02_C10_ $T_{ini} = 10500N$ .....	C-5
Figura C. 16 - Esforços_ COL02_C13_ $T_{ini} = 2000N$ .....	C-6
Figura C. 17 - Esforços_ COL02_C13_ $T_{ini} = 4000N$ .....	C-6
Figura C. 18 – Esforços_ COL02_C13_ $T_{ini} = 7500N$ .....	C-6
Figura C. 19 – Esforços_ COL02_C13_ $T_{ini} = 9000N$ .....	C-7
Figura C. 20 – Esforços_ COL02_C13_ $T_{ini} = 10500N$ .....	C-7
Figura D. 1 – COL03_Carga normalizada – Encurtamento da coluna .....	D-1
Figura D. 2 – COL3_Carga normalizada – Deslocamento a 1/2vão .....	D-1
Figura D. 3 - COL03_C10_ $T_{ini} = 2000N$ .....	D-1
Figura D. 4 - COL03_C10_ $T_{ini} = 4000N$ .....	D-2
Figura D. 5 - COL03_C10_ $T_{ini} = 10500N$ .....	D-2
Figura D. 6 - COL03_C10_ $T_{ini} = 14000N$ .....	D-2
Figura D. 7 - COL03_C13_ $T_{ini} = 2000N$ .....	D-3
Figura D. 8 - COL03_C13_ $T_{ini} = 4000N$ .....	D-3
Figura D. 9 - COL03_C13_ $T_{ini} = 7500N$ .....	D-3
Figura D. 10 - COL03_C13_ $T_{ini} = 10500N$ .....	D-4
Figura D. 11 - COL03_C13_ $T_{ini} = 14000N$ .....	D-4
Figura D. 12 – Esforços_ COL03_C10_ $T_{ini} = 2000N$ .....	D-4
Figura D. 13 – Esforços_ COL03_C10_ $T_{ini} = 4000N$ .....	D-5
Figura D. 14 – Esforços_ COL03_C10_ $T_{ini} = 10500N$ .....	D-5
Figura D. 15 – Esforços_ COL03_C10_ $T_{ini} = 14000N$ .....	D-5
Figura D. 16 – Esforços_ COL03_C13_ $T_{ini} = 2000N$ .....	D-6
Figura D. 17 – Esforços_ COL03_C13_ $T_{ini} = 4000N$ .....	D-6

---

Figura D. 18 – Esforços_ COL03_C13_ $T_{ini} = 7500N$ .....	D-6
Figura D. 19 – Esforços_ COL03_C13_ $T_{ini} = 10500N$ .....	D-7
Figura D. 20 – Esforços_ COL03_C13_ $T_{ini} = 14000N$ .....	D-7
Figura E. 1 - COL04_C10_ $T_{ini} = 2000N$ .....	E-1
Figura E. 2 - COL04_C10_ $T_{ini} = 4000N$ .....	E-1
Figura E. 3 - COL04_C10_ $T_{ini} = 7500N$ .....	E-1
Figura E. 4 - COL04_C10_ $T_{ini} = 10500N$ .....	E-2
Figura E. 5 - COL04_C10_ $T_{ini} = 14000N$ .....	E-2
Figura E. 6 - COL04_C13_ $T_{ini} = 2000N$ .....	E-2
Figura E. 7 - COL04_C13_ $T_{ini} = 4000N$ .....	E-3
Figura E. 8 - COL04_C13_ $T_{ini} = 7500N$ .....	E-3
Figura E. 9 - COL04_C13_ $T_{ini} = 10500N$ .....	E-3
Figura E. 10 - COL04_C13_ $T_{ini} = 14000N$ .....	E-4
Figura E. 11 – Esforços_ COL04_C10_ $T_{ini} = 2000N$ .....	E-4
Figura E. 12 – Esforços_ COL04_C10_ $T_{ini} = 4000N$ .....	E-4
Figura E. 13 – Esforços_ COL04_C10_ $T_{ini} = 7500N$ .....	E-5
Figura E. 14 – Esforços_ COL04_C10_ $T_{ini} = 10500N$ .....	E-5
Figura E. 15 – Esforços_ COL04_C10_ $T_{ini} = 14000N$ .....	E-5
Figura E. 16 – Esforços_ COL04_C13_ $T_{ini} = 2000N$ .....	E-6
Figura E. 17 – Esforços_ COL04_C13_ $T_{ini} = 4000N$ .....	E-6
Figura E. 18 – Esforços_ COL04_C13_ $T_{ini} = 7500N$ .....	E-6
Figura E. 19 – Esforços_ COL04_C13_ $T_{ini} = 10500N$ .....	E-7
Figura E. 20 – Esforços_ COL04_C13_ $T_{ini} = 14000N$ .....	E-7

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Quadro síntese das investigações de PSSC até à data .....	5
Quadro 2.2 – Propriedades geométricas e mecânicas relativas ao estudo paramétrico de (Smith et al., 1975).....	8
Quadro 2.3 – Propriedades geométricas e mecânicas relativas aos ensaios experimentais de (Hafez et al., 1979) .....	12
Quadro 2.4 – Propriedades geométricas e mecânicas respeitantes aos ensaios experimentais de (Wong e Temple, 1982).....	14
Quadro 2.5 – Propriedades geométricas e mecânicas relativas aos ensaios experimentais de (Temple et al., 1984).....	16
Quadro 2.6 – Propriedades geométricas e mecânicas dos ensaios experimentais de (Araújo et al., 2008).....	19
Quadro 2.7 – Propriedades geométricas e mecânicas dos ensaios experimentais de (Osofero et al., 2012).....	23
Quadro 2.8 – Carga máxima normalizada (adaptado de (Wadee et al., 2013)).....	26
Quadro 3.1 – Plano de ensaios do Projeto “RFCS HILONG” .....	29
Quadro 3.2 – Critério de escolha das secções transversais das colunas .....	29
Quadro 3.3 – Propriedades geométricas e mecânicas dos cabos aplicados nas colunas ensaiadas .....	30
Quadro 3.4 – Série de ensaios realizados por coluna .....	30
Quadro 3.5 – Perfis de imperfeições COL03 .....	38
Quadro 3.6 – Perfis de imperfeições COL02 .....	38
Quadro 3.7 – Perfis de imperfeições COL01 e COL04.....	39
Quadro 4.1 – Dimensões dos provetes .....	41
Quadro 4.2 – Propriedades mecânicas do aço das colunas.....	43
Quadro 4.3 – Módulos de elasticidade equivalentes dos cabos de pré-esforço.....	46
Quadro 5.1 – Cargas elásticas de Euler, críticas e últimas experimentais.....	51
Quadro 5.2 – Cargas críticas, últimas e modos de encurvadura para os ensaios realizados ....	57
Quadro 5.3 – Esbelteza normalizada das colunas de ensaio.....	61
Quadro 6.1 – Ganhos de carga última .....	67
Quadro 6.2 – Rácio entre o esforço axial na coluna-carga.....	68
Quadro 6.3 – Diferenças entre cargas últimas experimentais e tridimensionais .....	69
Quadro A. 1 - Propriedades geométricas das secções do núcleo central da coluna .....	A-1
Quadro A. 2 - Propriedades geométricas das secções dos braços da coluna.....	A-2

Quadro F. 1 – Propriedades mecânicas assumidas .....	F-1
Quadro F. 2 – Rigidezes de rotação e axiais da coluna e dos braços .....	F-1
Quadro F. 3 – Rigidezes axiais dos cabos .....	F-1
Quadro F. 4 – Ângulos médios formados entre os cabos e a secção central da coluna.....	F-1
Quadro F. 5 – Pré-esforços mínimos e ótimos e carga críticas máximas por modo de encurvadura .....	F-2
Quadro F. 6 – Zonas de comportamento, carga crítica máxima e carga última normalizada segundo o Quadro 2.8.....	F-2
Quadro F. 7 – Atribuição da imperfeição e Cargas últimas .....	F-3

## SIMBOLOGIA

### Letras minúsculas latinas

$b$	Largura da zona útil do provete
$f_{u,ca}$	Tensão última do aço da secção transversal dos braços
$f_{u,col}$	Tensão última do aço da secção transversal central da coluna
$f_{u,s}$	Tensão última dos cabos de pré-esforço (“steel wire ropes”)
$f_{u,vr}$	Tensão última dos varões roscados (“steel rods”)
$f_{y,ca}$	Tensão de cedência do aço da secção transversal dos braços
$f_{y,col}$	Tensão de cedência da secção transversal central da coluna
$l$	Comprimento de 1/2vão da coluna
$l_{ca_{i,j}}$	Comprimento dos braços $i$ e $j$ ( $i = \{1, 2\}$ , $j = \{3, 4\}$ )
$l_s$	Comprimento do cabo de pré-esforço considerado no ensaio de tração
$r$	Raio de transição do provete
$t_{ca_{i,j}}$	Espessura dos braços $i$ e $j$ ( $i = \{2\}$ , $j = \{4\}$ )
$t_{col_i}$	Espessura da secção central da coluna na secção $i$ ( $i = [0, 4]$ )
$x$	Eixo longitudinal da coluna
$y$	Valor de imperfeição inicial medido
$y^*$	Valor de imperfeição inicial corrigido
$z$	Distância do extensómetro $i$ ao eixo longitudinal da secção

### Letras maiúsculas latinas

$A_{ca_{i,j}}$	Área dos braços $i$ e $j$ ( $i = \{2\}$ , $j = \{4\}$ )
$A_{col_i}$	Área da secção transversal $i$ da coluna ( $i = [0, 4]$ )
$A_s$	Área do cabo de pré-esforço
$B_{ca_{i,j}}$	Rigidez de rotação dos braços $i$ e $j$ ( $i = \{2\}$ , $j = \{4\}$ )
$B_{col}$	Rigidez de rotação da coluna

---

$B_i$	Braço ( $i = [1, 4]$ )
$C_i$	Cabo ( $i = [1, 8]$ )
$C_{ij}$	Coluna ( $i = \{0, 1\}$ , $j = [0, 9]$ )
$Cl_i$	Cabo de diâmetro ( $i = \{0, 3\}$ )
$C_{11}$	Coefficiente de compatibilização
$C_{22,3D}$	Coefficiente de compatibilização
$D_i$	Constante representativa do ponto de bifurcação da PSSC para o modo $i$ ( $i = \{1, 2\}$ )
$E_{ca}$	Módulo de elasticidade do braço
$E_{col}$	Módulo de elasticidade da coluna
$E_{eq}$	Módulo de elasticidade equivalente (tem em conta as ancoragens)
$E_s$	Módulo de elasticidade do cabo de pré-esforço (“steel wire ropes”)
$E_{vr}$	Módulo de elasticidade do varão roscado de pré-esforço (“steel rods”)
$F$	Largura de aperto do provete
$G$	Comprimento de aperto do provete
$I_{ca\_i,j}$	Inércia da secção transversal do braço $i$ e $j$ ( $i = \{2\}$ , $j = \{4\}$ )
$I_{col\_i}$	Inércia da secção transversal $i$ da coluna ( $i = [0, 4]$ )
$K_{ca\_i,j}$	Rigidez axial dos braços $i$ e $j$ ( $i = \{2\}$ , $j = \{4\}$ )
$K_{col}$	Rigidez axial da coluna
$K_s$	Rigidez axial do cabo de pré-esforço
$L$	Comprimento total da coluna
$L_c$	Comprimento da zona útil do provete
$L_e$	Comprimento de encurvadura da coluna
$L_t$	Comprimento total do provete
$L_s$	Comprimento do cabo de pré-esforço
$L_0$	Comprimento inicial do provete
$M_{ci}$	Momento Fletor na secção $i$ da coluna ( $i = [1, 3]$ )
$N_{ci}$	Esforço axial na secção $i$ da coluna ( $i = [0, 4]$ )
$P$	Carga externa axial aplicada na coluna
$P_{cr}$	Carga crítica

---

---

$P'_{cr}$	Máxima carga crítica teórica
$P_E$	Carga crítica elástica de Euler
$P_{LT}$	Carga aplicada que provoca a perda de $T_{ini}$ dos cabos
$P_{máx}$	Carga máxima de encurvadura correspondente a $T_{opt}$
$P_{máx}^{cr}$	Carga crítica máxima
$P_{máx,modoi}^{cr}$	Máxima carga crítica de encurvadura ( $i = \{1, 2\}$ )
$P_{modoi,zj}^{cr}$	Carga crítica do modo $i$ , zona $j$ ( $i = \{1, 2\}$ , $j = [1, 3]$ )
$P_{min}$	Carga mínima de encurvadura correspondente a $T_{min}$
$P_{rot}$	Carga de rotura da PSSC
$P_u$	Carga última
$P_{u,3D}$	Carga última da coluna tridimensional
$P_y$	Esforço normal resistente
$P_{1,2}$	Carga para a qual a encurvadura ocorre pelo modo 1 estando 2 cabos ativos
$P_{1,4}$	Carga para a qual a encurvadura ocorre pelo modo 1 estando os 4 cabos ativos
$P_{2,2}$	Carga para a qual a encurvadura ocorre pelo modo 2 estando 2 cabos ativos
$P_{2,4}$	Carga para a qual a encurvadura ocorre pelo modo 1 estando os 4 cabos ativos
$S_0$	Área da secção inicial da zona útil do provete
$S_i$	Secção da coluna instrumentada com extensómetros ( $i = [0, 4]$ )
$T$	Pré-esforço instalado nos cabos/ varões roscados de pré-esforço
$T_{ini}$	Pré-esforço inicial
$T_{máx}$	Pré-esforço máximo
$T_{min}$	Pré-esforço efetivo mínimo
$T_{opt}$	Pré-esforço ótimo
$T_{ropt}$	Pré-esforço ótimo real
$W$	Peso total da coluna

---



**Letras minúsculas gregas**

$\alpha$	Ângulo entre a secção central da coluna e o cabo
$\alpha_{i,j}$	Ângulo entre a secção central da coluna e o cabo segundo o plano de encurvadura respeitante os braços i e j ( $i = \{1, 2\}$ ; $j = \{3, 4\}$ )
$\delta_l$	Deslocamento lateral
$\delta_{l\_LVDTi}$	Deslocamento lateral para o LVDT i ( $i = [0, 11]$ )
$\delta_{l\_1/2\text{vão}}$	Deslocamento lateral a 1/2vão da coluna
$\Delta_a$	Encurtamento axial
$\Delta'_s$	Variação de comprimento do cabo de pré-esforço
$\varepsilon$	Extensão
$\varepsilon_{col\_ini}$	Extensão inicial na coluna
$\varepsilon_i$	Extensão medida no extensómetro i
$\varepsilon_{i+inc}$	Extensão medida no extensómetro diametralmente oposto ao extensómetro i
$\varepsilon_s$	Extensão do cabo de pré-esforço
$\varnothing_{ext\_col}$	Diâmetro exterior da coluna
$\varnothing_{ext\_col\_i}$	Diâmetro exterior da coluna na secção i ( $i = [0, 4]$ )
$\varnothing_{ext\_ca\_i,j}$	Diâmetro exterior dos braços ( $i = \{2\}$ , $j = \{4\}$ )
$\varnothing_{int\_col}$	Diâmetro interior da coluna
$\varnothing_{int\_ca}$	Diâmetro interior do braço
$\varnothing_{vr}$	Diâmetro do varão roscado de pré-esforço (“steel tension rods”)
$\varnothing_s$	Diâmetro do cabo de pré-esforço (“steel wire ropes”)
$\bar{\lambda}$	Esbelteza normalizada
$\eta$	Rácio representativo da capacidade resistente da coluna
$\eta_s$	Rácio representativo da capacidade resistente do cabo
$\sigma$	Tensão
$\mu_1$	Coefficiente de imperfeição

## ABREVIATURAS

CHS	Circular Hollow Sections
COL	Coluna
DCRMCC	Dept. of Civil Eng., Royal Military College of Canada, Kingston, Ontario, Canada
FEM	Finite Element Methods
HILONG	High Strength Long Span Structures
LVDT	Linear Variable Displacement Transducer
PSSC	Prestressed Stayed Columns
RFCS	Research Fund for Coal & Steel
ST	Secção Transversal

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. Enquadramento

As colunas atirantadas pré-esforçadas (PSSC) surgem de modo a maximizarem a capacidade resistente à compressão em situações mais esbeltas que as soluções tradicionais, reduzindo assim o peso da estrutura e, tornando-as conseqüentemente numa solução mais fácil de transportar e elevar em obra.

Assim, a introdução de elementos transversais à secção central da coluna ao longo do seu comprimento, os braços, e os cabos pré-esforçados inibem os deslocamentos transversais e rotações da coluna nesses nós. Quanto às colunas respeitantes a este trabalho, o comprimento de encurvadura fica assim reduzido em metade do comprimento total, visto que os braços estão dispostos na secção central da coluna.

A Figura 1.1 apresenta algumas das tipologias de colunas atirantadas pré-esforçadas.

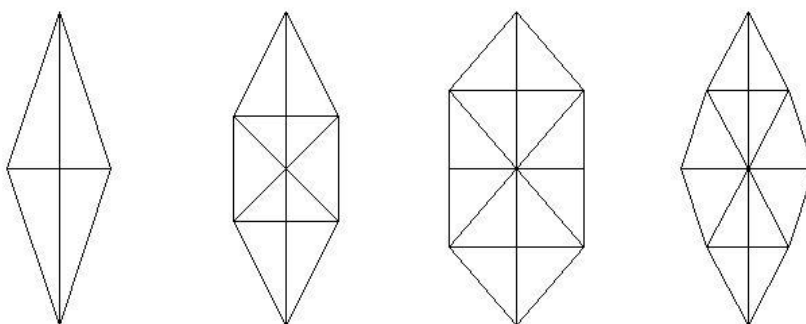


Figura 1.1 – Tipologias de PSSC

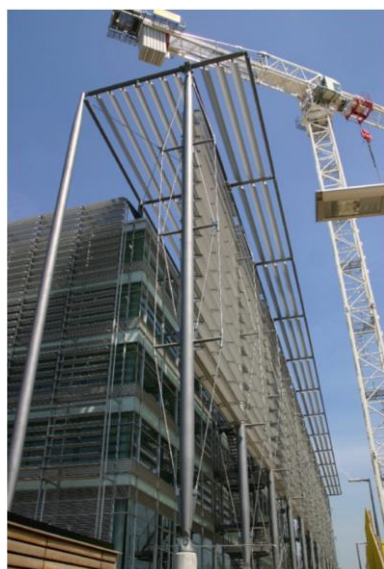
Desde o século XVIII, os mastros de navios começaram a apresentar as primeiras configurações de colunas atirantadas pré-esforçadas sendo ainda aplicadas nos dias de hoje como se apresenta na Figura 1.2.



Figura 1.2 – Configuração de mastro aplicada em barcos

Em engenharia civil este tipo de estruturas atirantadas pré-esforçadas tem vindo a ser cada vez mais aplicado em estruturas metálicas. Contudo, não existe um código de dimensionamento, não sendo assim tão expedito o seu dimensionamento quando comparado com estruturas regidas por códigos (metálicas simples, betão armado, etc.).

A Figura 1.3 apresenta dois casos de aplicações de colunas atirantadas pré-esforçadas em estruturas metálicas.



a) Chiswick Park in West London, UK  
(Wadee et al., 2013)



b) Estádio Algarve (Fanaticosdorally, Março 2014)

Figura 1.3 – Aplicações de PSSC

Esta dissertação surge no âmbito do projeto RFCS HILONG que se debate sobre a utilização de aços de elevada resistência em estruturas metálicas pré-esforçadas como colunas e treliças.

## **1.2. Objetivos do trabalho**

O trabalho a desenvolver contempla a realização de ensaios experimentais de colunas atirantadas pré-esforçadas à escala real em número considerável de modo a tentar perceber quais as implicações do pré-esforço na estabilidade da coluna e os ganhos das soluções atirantadas pré-esforçadas relativamente às situações simples, sem cabos.

A instrumentação das colunas para ensaio será extensa de modo a tentar extrair todos os parâmetros relevantes que permitam caracterizar o comportamento destas. Serão efetuados ensaios de tração aos materiais constituintes das colunas de modo a obter as suas reais propriedades mecânicas. Para além disto, serão efetuadas todas as medições necessárias de modo obter as propriedades geométricas das colunas de ensaio. Assim, a obtenção de todos os parâmetros e propriedades geométricas e mecânicas servirá de calibração a modelos numéricos com completa transcrição das propriedades das colunas de ensaio.

Existindo metodologia de dimensionamento proposta para os modos de encurvadura simétrico e antissimétrico, os resultados obtidos experimentalmente serão comparados com os resultados obtidos por essa metodologia de modo a averiguar se a metodologia se aproxima ou se afasta das tendências de ensaio.

## **1.3. Estruturação da tese**

A dissertação encontra-se organizada em seis capítulos principais e em mais dois relativos a referências bibliográficas e anexos. De seguida apresenta-se uma breve descrição dos mesmos.

No Capítulo 1 – Introdução, é apresentado o contexto das colunas atirantadas pré-esforçadas e o motivo da investigação em causa. Apresentam-se os objetivos da dissertação e a descrição sumária dos capítulos constituintes deste documento.

No Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica, são referidos os estudos desenvolvidos em colunas atirantadas pré-esforçadas e apresenta-se a metodologia de dimensionamento proposta que servirá de comparação com os resultados obtidos experimentalmente.

No Capítulo 3 – Programa Experimental, apresenta-se o *layout* de ensaio e são identificados os ensaios constituintes desta dissertação. É descrita a instrumentação da coluna e os procedimentos adotados para o levantamento da geometria das colunas.

No Capítulo 4 – Ensaio Experimentais, efetua-se a descrição dos procedimentos dos ensaios de tração ao material e as propriedades obtidas. Apresenta-se também o procedimento experimental de ensaio das colunas e o modo como foi efetuado o tratamento de dados resultantes destes ensaios.

No Capítulo 5 – Análise de Resultados do Programa Experimental, expõem-se os resultados obtidos do programa experimental recorrendo à ilustração com curvas dos diversos parâmetros extraídos. Referem-se os modos de encurvadura verificados para as 44 situações de ensaio e as respetivas cargas críticas e últimas. Analisam-se os ganhos de carga última relativamente à situação da coluna sem cabos, comparando as situações de ensaio com cabos de 10mm e 13mm. Por fim, efetua-se o comparativo dos resultados obtidos experimentalmente com os resultados obtidos pela metodologia de dimensionamento apresentada na secção 2.3.

No Capítulo 6 – Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros, apresentam-se as conclusões obtidas e as sugestões para trabalhos futuros quer experimentais como numéricos e analíticos.

Nos Anexos apresentam-se as propriedades geométricas das secções transversais das colunas e dos braços, alguns dos perfis de imperfeições, as curvas obtidas com base nos parâmetros extraídos dos ensaios e quadros com os cálculos intermédios da metodologia de dimensionamento usada como comparativo com os ensaios experimentais.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. Introdução

As colunas atirantadas pré-esforçadas (PSSC) têm vindo a ser investigadas desde há 50 anos atrás. Os autores desses estudos têm proposto diversas metodologias para estimar a carga crítica destas colunas. Estas metodologias baseiam-se em soluções analíticas com recurso a relações geométricas, que posteriormente são validadas/comparadas com resultados numéricos e ensaios experimentais. Alguns autores têm incluído o efeito das imperfeições nos seus estudos, de modo a perceber quais os seus efeitos na  $P_{cr}$  das PSSC. Diversos estudos paramétricos têm sido realizados de modo a tentar avaliar quais os fatores que têm maior influência no ganho de capacidade resistente. Para além disto alguns autores têm investigado o comportamento pós-encurvadura das PSSC e a sua implicância na  $P_{cr}$ . O Quadro 2.1 apresenta em suma as investigações relacionadas com PSSC efetuadas até à data.

Quadro 2.1 – Quadro síntese das investigações de PSSC até à data

Ano(s)	Autor(es)	Estudo efetuado	Tipo (*)
1963	Chu e Berge	-Desenvolveram solução geral com base em relações geométricas de modo a determinar a $P_{cr}$ -Ensaio experimentais de colunas de 1500mm com 3 secções de braços rotulados ao núcleo central	A; E
1967	Mauch e Felton	-Desenvolvimento das soluções apresentadas em (Chu e Berge, 1963)	A
1970-1975	Smith et al.	-Ensaio experimentais de colunas com 3 secções de braços ligados rigidamente ao núcleo central -Proposta de modelo analítico que descreve o comportamento de encurvadura de PSSC -Realização de estudo paramétrico	A; E; N
1975	Temple	-Aponta incoerências na publicação (Smith et al., 1975)	-
1977		-Apresenta metodologia para determinação da $P_{cr}$	A; N

1977	Belenya	-Apresenta a metodologia de cálculo de estabilidade de PSSC com múltiplas secções de braços desenvolvida por Voevodin em 1970 (publicação de origem Russa)	A
1979	Hafez et al.	-Apresenta relações geométricas que relacionam $T_{ini}$ e $P_{cr}$ -Realização de ensaios experimentais em colunas bidimensionais com 3050mm -Elaboração de estudo paramétrico	A; E; N
	Smith	-Refere que o conceito de $P_{cr}$ admitido em (Hafez et al., 1979) está incorreto	-
1982	Wong e Temple	-Estudaram o efeito das imperfeições iniciais na resistência à encurvadura -Desenvolvimento de relações geométricas que relacionam $P$ , $T$ e a deformação lateral -Ensaio experimentais em colunas bidimensionais com 3050mm -Desenvolvimento de estudo paramétrico	A; E; N
1984	Temple et al.	-Apresenta resultados teóricos com base em (Wong e Temple, 1982) -Aborda os modos de rotura das PSSC -Ensaio em 8 PSSC bidimensionais com 813mm de comprimento -Compara os resultados obtidos com os resultados de (Hafez et al., 1979)	A; E
1985	Smith	-Distinção entre 5 cargas críticas apresentando expressões para o seu cálculo -Compara com os resultados obtidos com (Wong e Temple, 1982)	A
2002	Chan et al.	-Análise da estabilidade de 2ª ordem incluindo imperfeições iniciais -Estudo paramétrico e comparação dos resultados teóricos com os experimentais de (Wong e Temple, 1982)	N
2008	Araujo et al.	-Realização de ensaios experimentais em colunas com 12000mm -Calibração de modelos numéricos e realização de estudo paramétrico	E; N
	Saito e Wadee	-Rearranjo das equações propostas em (Hafez et al., 1979) para estudar o comportamento pós-encurvadura -Comparação dos resultados obtidos com os resultados de (Hafez et al., 1979)	A; N
		-Análise do comportamento de encurvadura considerando imperfeições iniciais e rotura do material	A; N
2009 b		-Estudo paramétrico de modo a estudar o modo interativo de encurvadura	N



2010	Saito e Wadee	-Estudo do pré-esforço ótimo de modo a otimizar a eficiência estrutural das PSSC	N
2012	Osofero et al.	-Ensaio experimentais em 18 PSSC com 2800mm de modo a captar a pré e pós encurvadura e o modo interativo	E
2013	Wadee et al.	-Com base em (Smith et al., 1975), (Hafez et al., 1979), (Saito e Wadee, 2009a, 2010) e (Osofero et al., 2012) apresentam metodologia de dimensionamento de PSSC com uma única secção de braços a 1/2vão -Comparam resultados experimentais de vários autores com os resultados teóricos obtidos	N
(*) A - Analítica; E - Experimental; N - Numérica			

## 2.2. Estado de arte

Em 1963, Chu e Berge desenvolveram uma solução geral que permite determinar a  $P_{cr}$  das PSSC com o intuito de sugerir um procedimento de dimensionamento desta solução estrutural. As colunas ensaiadas tinham 1500mm de comprimento e 3 secções de braços igualmente espaçadas ao longo de  $L$ , em que as suas ligações com a secção central da coluna eram rotuladas. Efetuaram 3 ensaios experimentais variando o nível de  $T_{ini}$ . Concluíram que a  $P_{cr}$  das PSSC ensaiadas, simétricas relativamente à secção central, é superior em 4 vezes relativamente à  $P_E$  caso a tensão nos cabos seja nula no instante de encurvadura.

No ano de 1967, Mauch e Felton continuaram a desenvolver o estudo iniciado por Chu e Berge, apresentando expressões analíticas com o intuito de estabelecer relações entre as curvas  $\frac{W}{L^3} - \frac{P}{L^2}$ . Concluíram que para baixas relações de  $\frac{P}{L^2}$  ("Structure Index"), poderá levar a reduções até 50% do peso das soluções homólogas tubulares sem cabos.

Em 1975, Smith et al. apresentaram um modelo analítico que descreve o comportamento de encurvadura de PSSC de modo a determinar a  $P_{cr}$ . Este modelo analítico é aplicável a colunas bidimensionais rotuladas nas extremidades, com uma única secção de braços a 1/2vão. O estudo apresentado teve por base a investigação desenvolvida desde 1970 até à data de publicação no DCRMCC. Os princípios assumidos neste estudo foram os seguintes:

- Os braços ligam-se rigidamente à secção central da coluna conferindo restrição à rotação e à translação;
- A ligação dos cabos à coluna e aos braços é uma ligação rotulada;
- O efeito da deformação axial dos braços foi desprezado, visto que é diminuto quando comparado com o efeito da deformação nos cabos;
- A coluna é simétrica e a carga é aplicada segundo o eixo longitudinal;
- Não existem imperfeições iniciais e a coluna não deforma lateralmente até atingir o ponto de bifurcação;
- A deformação ocorre no plano dos braços.

Assim, em 1970 no DCRMCC, ao invés das PSSC ensaiadas por Chu e Berge, a ligação dos braços com a secção central da coluna era rígida. A  $P_{cr}$  atingida superou em 7 vezes a  $P_E$ .

Em 1971, Pearson ensaiou experimentalmente 1 coluna com 3 secções de braços igualmente espaçadas ao longo de  $L$  em que a encurvadura se verificou para  $P_{cr}$  superiores entre 20 a 23 vezes relativamente à  $P_E$ .

No ano de 1972, McCaffrey ensaiou experimentalmente 4 colunas com 3 secções de braços igualmente espaçadas ao longo de  $L$  em que a encurvadura se verificou para  $P_{cr}$  superiores entre 34 a 45 vezes relativamente à  $P_E$ . Neste mesmo ano, Clarke confirmou os resultados obtidos por Pearson.

Smith et al., referem que o máximo incremento teórico de resistência da solução atirantada é 8,18 vezes superior à solução sem cabos.

No estudo paramétrico, variaram parâmetros como  $l_{ca}$  e  $\varnothing_s$  para as secções e propriedades geométricas e mecânicas apresentadas no Quadro 2.2.

Quadro 2.2 – Propriedades geométricas e mecânicas relativas ao estudo paramétrico de (Smith et al., 1975)

$L$ [mm]	$\varnothing_{ext\_ca}$ $\varnothing_{ext\_col}$ [mm]	$\varnothing_{int\_col}$ $\varnothing_{int\_ca}$ [mm]	$E_{col}$ $E_{ca}$ [GPa]	$E_s$ [GPa]
4900	57,20	44,50	204	65

De acordo com a Figura 2.1, à medida que  $l_{ca}$  aumenta, o modo de encurvadura antissimétrico (modo 2) torna-se condicionante, pois a restrição à translação no nó central aumenta. Ao invés, para menores valores de  $l_{ca}$ , o modo de encurvadura simétrico (modo 1) é o condicionante, pois a restrição à translação é menos significativa. Para obtenção das curvas apresentadas na Figura 2.1, os autores assumiram  $\phi_s$  igual a 11,11mm.

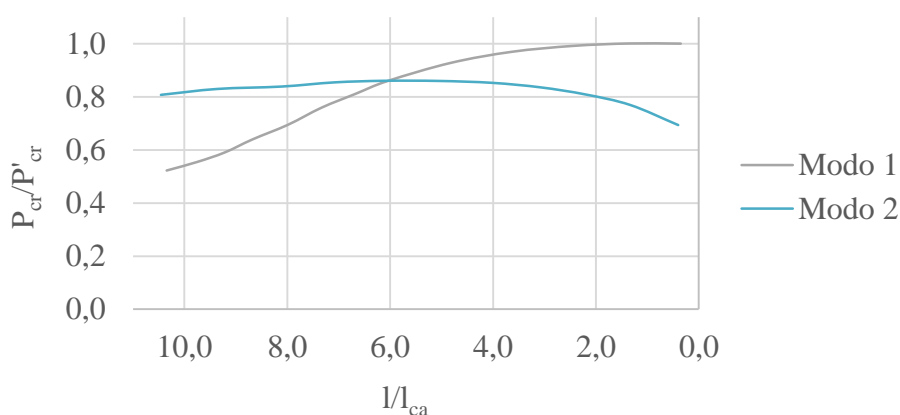


Figura 2.1 – Efeito da variação do comprimento do braço no comportamento de encurvadura (adaptado de (Smith et al., 1975))

Variando  $\phi_s$ , para a relação de  $l/l_{ca} = 6/1$ , pela Figura 2.2 percebe-se que o modo 1 controla a instabilidade para pequenos  $\phi_s$  enquanto o modo 2 controla a instabilidade para maiores  $\phi_s$ . A restrição translacional aumenta para maiores de  $\phi_s$ .

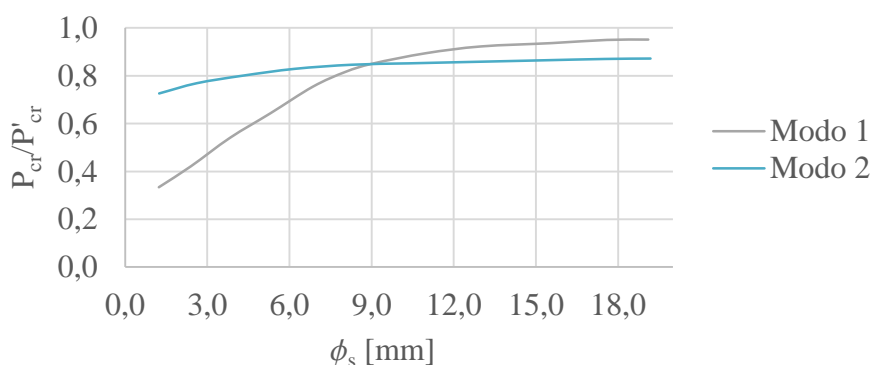


Figura 2.2 - Efeito do diâmetro do cabo no comportamento de encurvadura (adaptado de (Smith et al., 1975))

Assim, concluíram que a variação de  $l_{ca}$  e  $\varnothing_s$  é mais pronunciada em ganhos de  $P_{cr}$  para o modo de encurvadura simétrico. Estes autores concluíram que a máxima carga aplicada é obtida para o instante em que a tensão inicial nos cabos é reduzida a zero. As soluções analíticas propostas são válidas caso a tensão nos cabos não seja reduzida a zero antes da encurvadura.

Temple, no ano de 1975, em discussão da publicação (Smith et al, 1975) aponta algumas incoerências como a carga aplicada, sendo que esta não incluiu o contributo do pré-esforço inicial. Uma outra chamada de atenção prende-se com o facto de que quando os cabos do lado côncavo perdem tensão, estes não exercem qualquer restrição à translação<sup>a</sup>. Afirma que quando a encurvadura ocorre ainda existe alguma tensão nos cabos. Por fim, a última chamada de atenção prende-se com o surgimento de uma tripla curvatura para o modo simétrico, ao invés da curvatura simples referida em (Smith et al, 1975).

Em 1977, Temple apresentou uma metodologia para determinação da carga crítica elástica para PSSC recorrendo a soluções numéricas e exatas. Para além dos princípios assumidos em (Smith et al, 1975), Temple assume que no momento de encurvadura existe alguma tensão nos cabos, ou seja, são efetivos restringindo ainda os deslocamentos impostos pela carga externa axial aplicada.

As propriedades geométricas e mecânicas assumidas em (Temple, 1977) são semelhantes às assumidas em (Smith et al, 1975) com exceção de  $L$  que neste caso é de 6100mm. Para além da análise considerando cabos de pré-esforço, também considerou varões roscados ( $c/E_{vr} = 204\text{GPa}$ ).

As cargas críticas obtidas diferem apenas em 0,2% entre a solução numérica e a exata. No caso das PSSC com apenas uma secção de braços, as cargas obtidas são iguais às obtidas em (Smith et al, 1975). As cargas críticas obtidas para as análises com cabos de pré-esforço, em alguns casos, são menores em 50% relativamente a soluções homólogas com varões roscados, devido aos diferentes módulos de elasticidade.

Temple, conclui que a  $P_{cr}$  obtida para a PSSC com tripla secção de braços ligados rigidamente com a secção central da coluna é superior em 17,1 vezes relativamente à  $P_E$ .

---

<sup>a</sup> Implica que a constante multiplicativa (2) do 1º membro da Eq. 43 de (Smith et al, 1975) deveria ser a unidade (1).

Hafez et al., em 1979, apresenta a influência do pré-esforço inicial na carga crítica das PSSC com uma única secção de braços a  $1/2v$  com recurso a relações geométricas. Para além disto efetuaram ensaios experimentais variando o pré-esforço inicial. As expressões desenvolvidas são aplicadas no estudo paramétrico, no qual há variação de  $\varnothing_{vr}$ ,  $E_{vr}$  e  $l_{ca}$ . Os princípios assumidos neste estudo foram os mesmos assumidos em (Smith et. al, 1975). São introduzidos conceitos como:

- **Pré-esforço efetivo mínimo** ( $T_{\min}$ ) – Valor de pré-esforço para o qual os cabos permanecem efetivos até se atingir  $P_E$ . Assim, que  $P_E$  é excedida os cabos perdem a tensão e deixam de exercer qualquer restrição. Não existem vantagens em adotar um  $T_{ini}$  inferior ou igual a  $T_{\min}$ ;
- **Pré-esforço ótimo** ( $T_{opt}$ ) – Valor de pré-esforço que desaparece completamente após a carga máxima de encurvadura ser atingida. Os cabos permanecem efetivos até a carga máxima de encurvadura ser atingida. Teoricamente é o valor de pré-esforço ótimo a adotar para  $T_{ini}$ ;
- **Pré-esforço máximo** ( $T_{\max}$ ) – É o pré-esforço que induz forças nas extremidades da PSSC levando à encurvadura sem qualquer acréscimo de carga aplicada. As componentes axiais induzidas nos braços apesar de elevadas, não impedem que a encurvadura não ocorra. Ao nível de questões práticas, o  $T_{\max}$  não tem qualquer importância, sendo apenas um limite teórico superior de pré-esforço;
- **Pré-esforço residual** – O pré-esforço inicial nos cabos é maior que o  $T_{opt}$ , implicando que exista algum pré-esforço no momento de encurvadura. O pré-esforço residual é o pré-esforço restante nos cabos após se atingir  $P_{cr}$ .

Com os conceitos introduzidos definiram três zonas que caracterizam o comportamento das PSSC como se pode observar na Figura 2.3. Na zona 1, a  $P_{cr}$  atingida iguala a  $P_E$ , pois o  $T_{ini}$  é menor que o  $T_{\min}$  levando a que a coluna se comporte como uma coluna sem cabos. Para a zona 2, o  $T_{ini}$  é menor que  $T_{opt}$  e maior que  $T_{\min}$ . Nesta zona os cabos permanecem efetivos até valores máximos de carga menores ou iguais que  $P_{cr}$ . O instante para o qual a tensão nos cabos se anula traduz a  $P_{cr}$ . Por fim a zona 3 é caracterizada por  $T_{ini}$  superior a  $T_{opt}$ . O instante de encurvadura não corresponde ao instante de tensão nula nos cabos. A carga aplicada na coluna

(soma da carga axial com a componente proveniente do pré-esforço aplicado nos cabos) é superior a  $P_{máx}$ , resultando na encurvadura visto que os cabos não exercem restrição suficiente para a impedir. Assim, para valores de  $T_{ini}$  superiores a  $T_{opt}$ , quanto  $T_{ini}$  menor a  $P_{cr}$ .

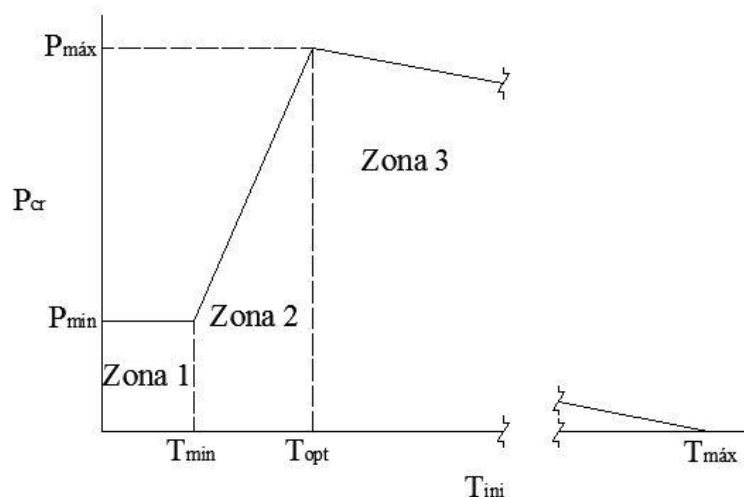


Figura 2.3 – Pré-esforço inicial vs Carga crítica (adaptado de (Hafez et al., 1979))

Quanto ao programa experimental desenvolvido pelos autores, os ensaios foram efetuados em colunas bidimensionais para vários níveis de pré-esforço inicial de modo a abranger as três zonas propostas. As propriedades geométricas e mecânicas relativas aos materiais das colunas de ensaio apresentam-se no Quadro 2.3.

Quadro 2.3 – Propriedades geométricas e mecânicas relativas aos ensaios experimentais de (Hafez et al., 1979)

$L$ [mm]	$l_{ca}$ [mm]	$\varnothing_{ext\_col}$ $\varnothing_{ext\_ca}$ [mm]	$\varnothing_{int\_col}$ $\varnothing_{int\_ca}$ [mm]	$\varnothing_{vr}$ [mm]	$E_{col}$ $E_{ca}$ [GPa]	$E_{eq}$ [GPa]	$f_{y,col}$ $f_{y,ca}$ [MPa]	$f_{u,col}$ $f_{u,ca}$ [MPa]	$f_{u,s}$ [MPa]
3050	305	38,10	25,40	3,18	201	202	338	483	614

Os resultados teóricos divergem dos experimentais, para valores de pré-esforço inicial mais elevados, em aproximadamente 20%, devido às imperfeições das colunas ensaiadas que não foram reproduzidas no modelo numérico. Afirmam que as  $P_{cr}$  constantes da zona 2 foram definidas arbitrariamente como as cargas que provocavam tensão nula nos cabos. Apresentam-se na Figura 2.4 as curvas  $P-T$  para os ensaios realizados pelos autores comprovando a existência do erro referido anteriormente.

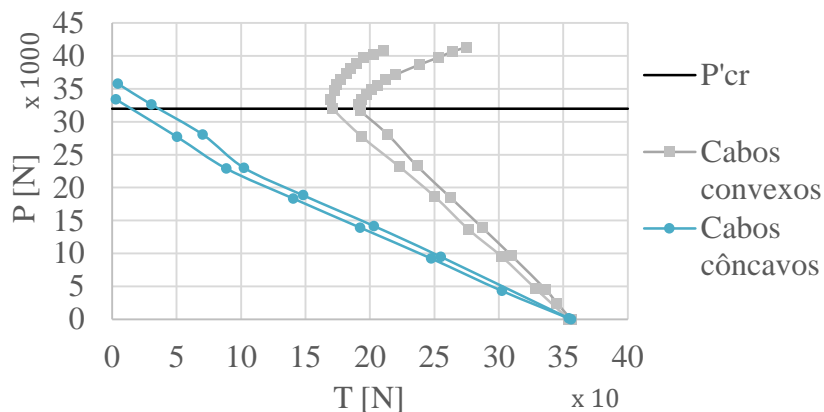
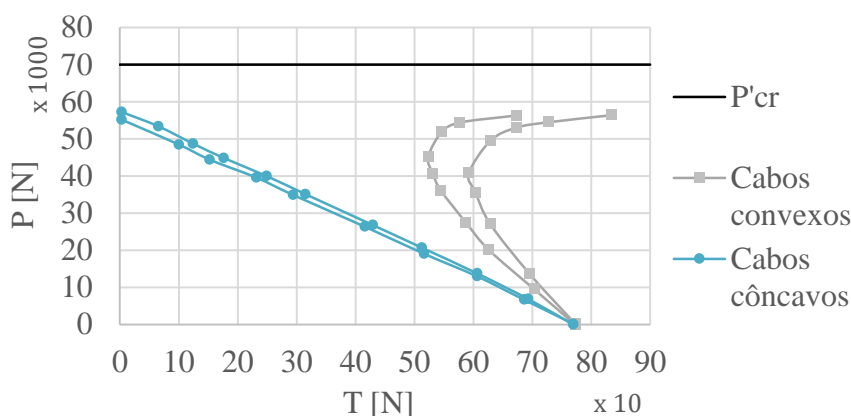
a)  $T_{ini} = 350\text{N}$ b)  $T_{ini} = 770\text{N}$ 

Figura 2.4 – Carga exterior vs Pré-esforço nos cabos (adaptado de (Hafez et al., 1979))

Pelo estudo paramétrico concluíram que para rácios  $l/l_{ca}$  entre 10/1 e 4,25/1, à medida que este decresce a  $P_{máx}$  e o  $T_{opt}$  aumentam, sendo a encurvadura controlada pelo modo 1. Enquanto para relações de rácios  $l/l_{ca}$  entre 4,25/1 e 1/1, à medida que este decresce a  $P_{máx}$  e o  $T_{opt}$  diminuem. No que toca a  $\varnothing_{vr}$ , para menores diâmetros a encurvadura é controlada pelo modo 1, enquanto para maiores diâmetros é controlada pelo modo 2. Aumentando o  $E_{vr}$ , o  $T_{opt}$  e a  $P_{máx}$  aumentam. Independentemente do tipo de encurvadura, o aumento de  $T_{opt}$  é linear, enquanto o aumento da  $P_{máx}$  apenas é linear quando a encurvadura é controlada pelo modo 1, não tendo ganhos consideráveis quando o modo 2 é o condicionante.

Em discussão à publicação anterior, em 1979, Smith, pôs em causa o conceito de  $P_{cr}$  adotado pelos autores, referindo que a máxima  $P_{cr}$  é atingida instantes após os cabos do lado côncavo atingirem tensão nula, tal como se verifica na Figura 2.4. Smith, afirma também que a  $P_{cr}$  atingida para o modo 2 é pequena, podendo-se justificar pelo facto de que o pré-esforço inicial instalado nos cabos induz uma dupla curvatura na coluna levando ao surgimento do modo 2 mais rapidamente. Para Smith, a rigidez dos cabos contribui para o aumento da capacidade de carga das PSSC.

No ano de 1982, Wong e Temple investigaram o efeito das imperfeições iniciais na resistência à encurvadura de PSSC. Estabeleceram relações geométricas exatas entre a carga aplicada, a deformação lateral e o pré-esforço nos cabos. O estudo paramétrico abrangeu a variação de parâmetros como  $l_{ca}$ ,  $\varnothing_{vr}$ ,  $E_{vr}$ ,  $T_{ini}$  e as imperfeições iniciais. Quanto à variação dos primeiros três parâmetros referidos, as conclusões obtidas foram as mesmas que em (Hafez et al., 1979) relativamente aos modos de encurvadura de controlo.

Relativamente às imperfeições iniciais, consideraram imperfeições do tipo 1 e do tipo 2. As primeiras impuseram uma tripla curvatura à coluna, enquanto as segundas impõem uma curvatura dupla relativamente ao nó central. À medida que estas aumentam a  $P_{cr}$  tende a aumentar, no caso de imperfeições do tipo 1.

Realizaram ensaios experimentais em colunas bidimensionais. As propriedades geométricas e mecânicas apresentadas no Quadro 2.4 são referentes às colunas ensaiadas experimentalmente, sendo que no caso do estudo paramétrico os módulos de elasticidade da coluna, dos braços e dos varões roscados considerados foram de 204GPa.

Quadro 2.4 – Propriedades geométricas e mecânicas respeitantes aos ensaios experimentais de (Wong e Temple, 1982)

$L$ [mm]	$l_{ca}$ [mm]	$\varnothing_{ext\_col}$ $\varnothing_{ext\_ca}$ [mm]	$\varnothing_{int\_col}$ $\varnothing_{int\_ca}$ [mm]	$\varnothing_{vr}$ [mm]	$E_{col}$ $E_{ca}$ [GPa]	$E_{vr}$ [GPa]	$f_{y,col}$ $f_{y,ca}$ [MPa]	$f_{u,col}$ $f_{u,ca}$ [MPa]	$f_{u,s}$ [MPa]
3050	305	38,10	25,40	4,80	201	202	338	482	614

Os autores definiram que a encurvadura das PSSC ocorre quando a tensão nos cabos do lado côncavo tende para zero ou a deformação lateral começa a crescer rapidamente.



A Figura 2.5 apresenta o comparativo entre os resultados teóricos para uma coluna ideal (coluna sem imperfeições iniciais), teóricos para uma coluna real com imperfeição do tipo 1 e experimentais.

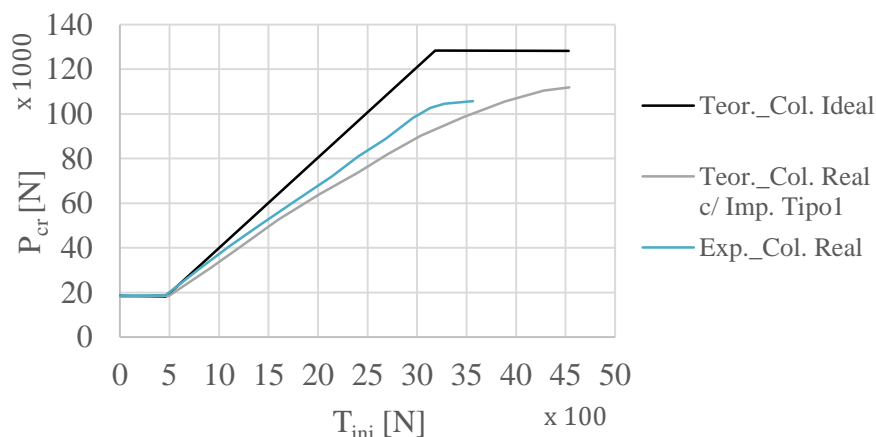


Figura 2.5 – Cargas críticas teóricas e experimentais vs Pré-esforço inicial nos cabos (adaptado de (Wong e Temple, 1982))

Os autores concluíram que os resultados experimentais divergem dos teóricos para a coluna ideal entre 11% a 21%, sendo que a máxima discrepância ocorre para  $T_{ini}$  igual a  $T_{opt}$  e entre 5 e 9% quando comparados com os resultados teóricos para a coluna real com imperfeição do tipo 1. Verificaram que a  $P_{cr}$  da coluna real é sempre menor que a  $P_{cr}$  da coluna ideal, sendo que a primeira tem uma variação linear e a segunda tem uma variação não-linear.

Temple et al., em 1984, apresentam resultados experimentais e teóricos com base em (Wong e Temple, 1982) de modo comprovar que a máxima capacidade de carga atingida ocorre para além do instante em que os cabos atingem tensão nula. Neste estudo são abordados os 3 modos de rotura das PSSC:

- Cedência da coluna;
- Encurvadura da coluna;
- Rotura dos cabos.

O programa experimental contou com 8 ensaios em PSSC bidimensionais, com os braços rigidamente ligados à secção central da coluna. As propriedades geométricas e mecânicas apresentam-se no Quadro 2.5.

Quadro 2.5 – Propriedades geométricas e mecânicas relativas aos ensaios experimentais de (Temple et al., 1984)

$L$ [mm]	$l_{ca}$ [mm]	$\varnothing_{ext\_col}$ $\varnothing_{ext\_ca}$ [mm]	$\varnothing_{int\_col}$ $\varnothing_{int\_ca}$ [mm]	$\varnothing_{vr}$ [mm]	$E_{col}$ $E_{ca}$ [GPa]	$E_{eq}$ [GPa]	$f_{y,col}$ $f_{y,ca}$ [MPa]	$f_{u,s}$ [MPa]
813	76	25	5	3	200	137,80	359	393

Comparam as cargas de rotura experimentais e teóricas com as cargas de rotura experimentais obtidas em (Hafez et al., 1979), como se apresenta na Figura 2.6. As curvas relativas aos resultados teóricos e experimentais da presente investigação consideram um nível de imperfeição de  $L/1000$ .

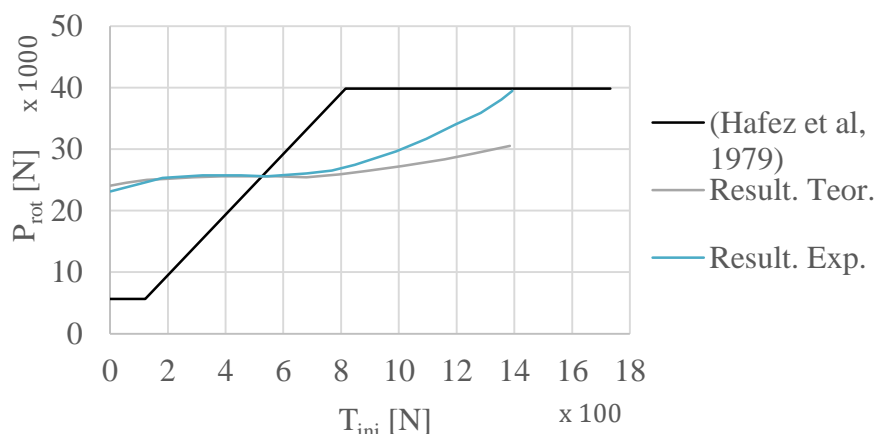


Figura 2.6 – Cargas de rotura vs Pré-esforço inicial nos cabos (adaptado de (Temple et al., 1984))

As curvas  $P-T$  experimentais começam a divergir das teóricas à medida que  $T_{ini}$  aumenta chegando a atingir diferenças de 15% quando  $T_{ini}$  ronda os 1400N. Esta discrepância verifica-se para o troço final da curva. Esta diferença de resultados é justificada pela dificuldade em quantificar as imperfeições e pelo aparecimento de tripla curvatura para o modo de encurvadura simétrico. Pelas curvas  $P-T$ , também constataram que a carga última atingida não correspondia ao instante de perda de tensão dos cabos. Na maioria dos ensaios constataram que a plastificação da secção central da coluna foi o critério de rotura mais vezes atingido.

No ano de 1985, Smith refere que o comportamento das PSSC é considerado para dois casos:

- Carga crítica elástica de uma coluna ideal;
- Estabilidade à deformação lateral de uma coluna real.

A caso da coluna ideal baliza as cargas críticas para os modos 1 e 2, situando-as entre  $P_E$  e  $8,183P_E$  e, entre  $4P_E$  e  $8,183P_E$ , respetivamente.

Consoante o modo de encurvadura e os cabos que estão ativos aquando da encurvadura, o autor faz a distinção entre 5 cargas críticas,  $P_E$ ,  $P_{1,2}$ ,  $P_{1,4}$ ,  $P_{2,2}$  e  $P_{2,4}$ . Assumindo os mesmos pressupostos de (Smith et al., 1975) estabelece relações geométricas que permitem determinar as as cargas críticas das colunas ideais e reais e, assim, o correspondente  $T_{ini}$  requerido.

O autor propõe que a máxima capacidade de carga de PSSC é dada por (1):

$$\min[\max\{P_{LT}; \min(P_{i,2}); \min(P_{i,4})\}] \quad (1)$$

De forma mais pormenorizada, aborda as seguintes condições:

- Se  $P_{LT} < \min(P_{i,2})$ , haverá diminuição de  $T_{ini}$  antes da carga de encurvadura ser atingida;
- Se  $\min(P_{i,2}) < P_{LT} < \min(P_{i,4})$ , assim que  $P_{LT}$  é excedida a coluna instabiliza;
- Se  $P_{LT} > \min(P_{i,4})$ , a encurvadura ocorre quando os cabos atingirem tensão nula.

Smith, aplicou as expressões aos casos abordados em (Wong e Temple, 1982) existindo uma boa relação entre ambos os resultados. As conclusões deste estudo referem que a capacidade de carga das PSSC é função da rigidez dos cabos e dos braços. A consideração de imperfeições, leva a que a carga crítica esperada não seja atingida.

Chan et al., em 2002, efetuam uma análise de 2ª ordem das PSSC com inclusão de imperfeições inicia. É apresentado um estudo paramétrico que demonstra a influência das imperfeições iniciais, da rigidez, o comprimento das colunas e do diâmetro do cabo. As propriedades

geométricas e mecânicas consideradas nestes estudo são semelhantes às de (Hafez et al, 1979), com exceção de  $E_{vr}$ ,  $E_{col}$  e  $E_{ca}$  que neste caso adotou 204GPa e  $\varnothing_{vr}$  de 4,80mm.

Os Modelos de Elementos Finitos permitiram calcular a  $P_{cr}$  e o comportamento não-linear das PSSC, incluindo imperfeições do tipo 1 ou 2. A carga de encurvadura é definida quando uma das curvas  $P-\delta_l$  ou  $P-\Delta_a$  têm uma descontinuidade ou caso  $\delta_l$  seja superior a  $L/350$ . Os resultados teóricos considerando imperfeições iniciais divergem dos experimentais (Wong e Temple, 1982) em 10%.

Pela análise das curvas numéricas  $P-\delta_l$  e  $T-\delta_l$ , apresentadas na Figura 2.7, verificaram que quando  $T_{ini}$  é inferior a  $T_{opt}$ , o instante para o qual a máxima capacidade de carga é atingida não corresponde ao instante de perda de tensão nos cabos. No caso de  $T_{ini}$  ser superior a  $T_{opt}$ , a máxima capacidade de carga atingida corresponde ao instante de perda de tensão dos cabos.

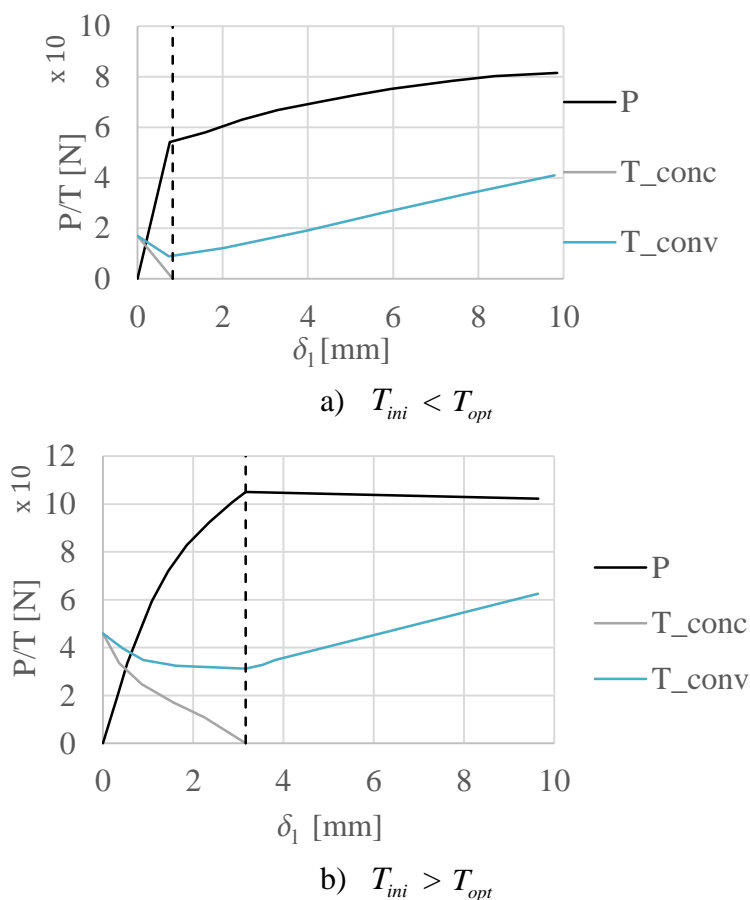


Figura 2.7 – Relação  $P/T$  vs Deslocamento lateral da coluna (adaptado de (Chan et al., 2002))

Três aspetos com relevância referidos pelos autores, com base no estudo paramétrico, são apresentados de seguida:

- Para variação do rácio  $l/l_{ca}$  de 1 para 10 a  $P_{cr}$  aumenta aproximadamente 100%;
- Caso se verifique o modo 1 de encurvadura, para além do aumento do comprimento da coluna, também é benéfico aumentar  $\varnothing_{vr}$ , provocando acréscimos a rondar os 20% na  $P_{cr}$ ;
- No caso do modo 2, é mais eficiente aumentar a rigidez da coluna.

Em 2008, Araujo et al., realizou ensaios experimentais em 3 colunas tridimensionais de 12000mm e posterior calibração de modelos de elementos finitos. As propriedades geométricas e mecânicas das colunas ensaiadas apresentam-se no Quadro 2.6. Foram ensaiadas duas colunas com cabos de pré-esforço e uma com varões roscados. As colunas foram ensaiadas na horizontal, suspensas através de umas aranhas ligadas a pequenos pórticos dispostos ao longo do vão da coluna. A posição de ensaio da coluna variou nos ensaios, alternando entre (+) e (x), existindo assim alguma disparidade nas cargas últimas. Nos ensaios experimentais a encurvadura segundo o plano vertical é impedida devido ao sistema de apoio da coluna. Posicionaram LVDTs nos braços para medir a possível rotação da coluna e variaram um dos apoios extremos entre um apoio rígido e um apenas com restrição axial.

Quadro 2.6 – Propriedades geométricas e mecânicas dos ensaios experimentais de (Araújo et al., 2008)

$L$ [mm]	$l_{ca}$ [mm]	$\varnothing_{ext\_col}$ [mm]	$\varnothing_{ext\_ca}$ [mm]	$\varnothing_{int\_col}$ [mm]	$\varnothing_{int\_ca}$ [mm]	$\varnothing_{vr}$ $\varnothing_s$ [mm]	$E_{col}$ $E_{ca}$ [GPa]	$f_{y,col}$ $f_{y,ca}$ [MPa]	$f_{u,col}$ $f_{u,ca}$ [MPa]	$E_{vr}$ [GPa]	$f_{y,vr}$ [MPa]
12000	600	90	42,60	82,90	36,60	6,35	205	403,8	465,3	205	500

Os modelos numéricos desenvolvidos permitiram efetuar um estudo paramétrico variando o nível de imperfeição inicial, o pré-esforço inicial e a rigidez dos cabos, de modo a tentar determinar o pré-esforço ótimo. Comparando os ensaios com cabos de pré-esforço e varões roscados para a mesma área, a  $P_{cr}$  aumenta em 45% quando aplicados varões roscados.

Relativamente à comparação dos resultados numéricos com os experimentais, existe uma boa aproximação para a coluna 1, e inversamente uma grande discrepância para a coluna 3.

Concluem que aumentando a rigidez dos cabos, a  $P_{cr}$  aumenta consideravelmente. Para valores de  $T_{ini}$  superiores a  $T_{opt}$  existe um pequeno decréscimo na  $P_{cr}$ .

(Saito e Wadee, 2008) tendo como ponto de partida (Hafez et al., 1979) rearranjaram as equações com base no método de Rayleigh-Ritz para estudar o comportamento pós-encurvadura. Assumiram que a imperfeição imposta pelo  $T_{ini}$  é desprezável.

No caso do modo antissimétrico (modo 2), a forma deformada dos braços e o encurtamento da coluna dependem do pré-esforço nos cabos. Assim, identificaram três tipos de encurvadura para o modo 2:

- Tipo A – todos os cabos relaxam;
- Tipo B – todos os cabos estão ativos;
- Tipo C – apenas dois cabos opostos estão ativos.

De acordo com (Hafez et al., 1979) no qual foram propostas três zonas, atribuem os tipos de encurvadura correspondentes ao modo antissimétrico às três zonas da seguinte forma:

- Zona 1 – Tipo A;
- Zona 2 – Tipo C;
- Zona 3 – Tipo B.

As propriedades geométricas e mecânicas assumidas para os modelos numéricos são as mesmas que em (Hafez et al., 1979). Comparando os resultados numéricos com (Hafez et al., 1979), as curvas seguem as mesmas trajetórias, sendo que as de (Hafez et al., 1979) são sempre inferiores no troço final. Para valores de  $T_{ini}$  constantes da zona 1 ou início da zona 2 ocorre comportamento pós-encurvadura estável. De modo contrário para, valores de  $T_{ini}$  pertencentes à parte final da zona 2 ou zona 3 ocorre comportamento pós-encurvadura instável. Assim, no caso do comportamento pós-encurvadura estável pode-se adotar como carga de dimensionamento a máxima capacidade de carga atingida, enquanto para o comportamento instável, a carga de dimensionamento a considerar deverá ser menor que a  $P_{cr}$ .

(Saito e Wadee, 2009a), analisaram o comportamento de encurvadura das PSSC considerando imperfeições iniciais e limitações de tensões relacionadas com a possível rotura do material (plastificação da coluna e/ ou rotura dos cabos). Tal como em (Saito e Wadee, 2008)

formularam o modelo geométrico não-linear pelo método de Rayleigh-Ritz. O comportamento dos cabos foi assumido como linear até ao valor da tensão última, visto que estes não apresentam comportamento plástico.

As propriedades geométricas e mecânicas consideradas foram as mesmas de (Hafez et al, 1979). Verificaram que para pequenas imperfeições iniciais, a encurvadura começa com tipo A até ao momento em que os cabos do lado convexo reativam, levando ao aparecimento de encurvadura do tipo C. Quanto maiores as imperfeições iniciais, mais rapidamente se pronuncia o tipo C de encurvadura. O modo de rotura mais frequente foi a plastificação da coluna. Para maiores níveis de imperfeição inicial ocorreu a rotura dos cabos, visto que a coluna flete mais facilmente levando ao rápido incremento de tensão nos cabos.

Comparando os resultados numéricos com os analíticos, existe uma boa aproximação no que toca ao modo 1, havendo discrepância no modo 2, no qual após se atingir a carga máxima de encurvadura, a curva numérica é inferior à analítica. Os resultados indicam que o pré-esforço que garante a máxima capacidade de carga para uma menor resistência estrutural encontra-se na zona 3.

(Saito e Wadee, 2009b) efetuaram um estudo paramétrico com recurso a FEM, variando  $\varnothing_s$  e  $l_{ca}$ , de modo a estudar o modo interativo de encurvadura apresentado na Figura 2.8. As propriedades geométricas e mecânicas consideradas são as mesmas de (Hafez et al., 1979).

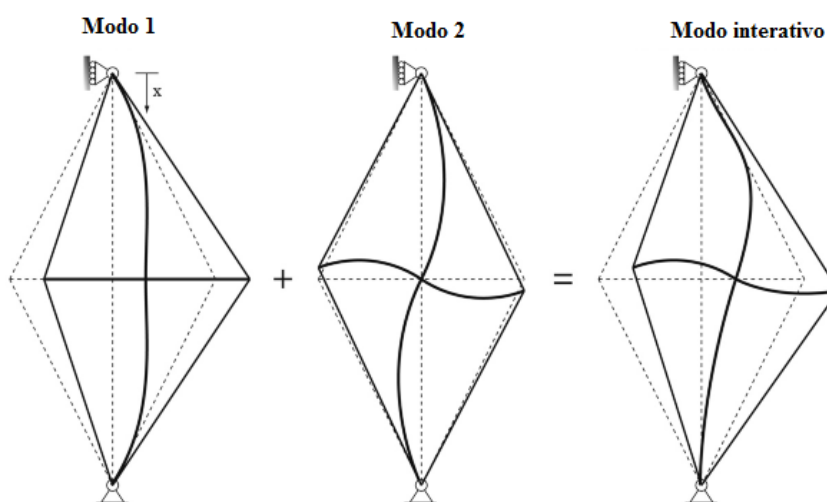


Figura 2.8 – Modo interativo de encurvadura de PSSC (adaptado de (Saito e Wadee, 2009b))

Neste estudo, o perfil de imperfeições é definido por uma função sinusoidal ponderada com o coeficiente  $\mu_1$ . Pelo estudo paramétrico efetuado perceberam que pequenos valores de  $\varnothing_s$  e  $l_{ca}$  conduzem à encurvadura em modo simétrico (modo 1), enquanto maiores valores conduzem ao modo antissimétrico (modo 2). Os resultados obtidos indicam que o modo interativo é condicionante para baixas capacidades de carga obtidas quando o modo antissimétrico é o modo crítico, principalmente quando a máxima capacidade de carga para o modo 1 e 2 coincidem. Sendo o modo antissimétrico o mais crítico, dimensionar PSSC para o modo 2 garantiria a segurança da estrutura. Contudo, de modo a considerar o modo interativo, referem que se deve adotar  $T_{ini}$  ligeiramente superior a  $T_{opt}$  de modo a aumentar a eficiência estrutural da PSSC.

(Saito e Wadee, 2010) analisaram o  $T_{ropt}$  a adotar de modo a otimizar a eficiência estrutural das PSSC com uma única secção de braços disposta ao longo do comprimento. Esta análise teve por base análises não-lineares em elementos finitos que consideraram imperfeições de inteira ou meia onda sinusoidal para os modos 1 e 2, respetivamente, e uma interação das duas imperfeições no caso do modo interativo.

Neste estudo,  $T_{ini}$  variou entre valores  $T_{opt}$  e  $4T_{opt}$  de modo a obter o  $T_{ropt}$ , visto que de acordo com (Saito e Wadee, 2008, 2009a e 2009b), o  $T_{opt}$  encontra-se na zona 3.

Os modelos numéricos adotaram as mesmas propriedades geométricas e mecânicas de (Hafez et al, 1979), com exceção de  $\varnothing_s$  e  $l_{ca}$  que variaram.

O  $T_{ropt}$  adotado é escolhido com base no valor que maximiza  $\eta$  e  $\eta_s$ , que na maioria dos casos coincide. Os rácios  $\eta$  e  $\eta_s$  são indicadores da relação custo-eficiência, sendo estes fortemente influenciados pela classe de aço utilizada para a coluna e para os cabos de pré-esforço.

As conclusões apresentadas referem que a melhor eficiência estrutural no que toca à máxima capacidade de carga relativamente à resistência requerida encontra-se para a configuração da PSSC que aproxime o comportamento do modo 1 e do modo interativo. A eficiência da PSSC é fortemente influenciada pelo aumento de  $l_{ca}$ .

Osofero et al., em 2012 apresentou os resultados experimentais de 18 PSSC testadas em laboratório. O programa experimental tinha por objetivos observar o comportamento de pré e



pós encurvadura, verificar o surgimento do modo interativo e a sensibilidade da coluna a imperfeições iniciais.

As propriedades geométricas e mecânicas das PSSC apresentam-se no Quadro 2.7. A rigidez axial dos cabos é de  $1,0 \times 10^{10}$  MPa.

Quadro 2.7 – Propriedades geométricas e mecânicas dos ensaios experimentais de (Osofero et al., 2012)

$L$ [mm]	$l_{ca}$ [mm]	$\varnothing_{ext\_col}$ [mm]	$\varnothing_{ext\_ca}$ [mm]	$\varnothing_{int\_col}$ [mm]	$\varnothing_{int\_ca}$ [mm]	$\varnothing_s$ [mm]	$E_{col}$ [GPa]	$f_{y,col}$ [MPa]	$E_{ca}$ [GPa]	$E_{vr}$ [GPa]	$f_{y,ca}$ [MPa]
2800	100	42,60	27,50	36,60	21,50	8	208,7	355	207,6	205	434

A análise dos resultados permitiu perceber que o aumento de  $T_{ini}$  é benéfico em termos de capacidade de carga quando a encurvadura ocorre pelo modo simétrico, ao invés do que acontece no modo antissimétrico que a flexão dos braços pode desencadear a ocorrência do modo interativo devido ao desequilíbrio das tensões nos 4 cabos. Quando o modo 2 é o modo crítico e no caso do modo 1 se aproximar deste, leva ao surgimento do modo interativo.

As conclusões finais referem que a aplicação de cabos pré-esforçados, no máximo, quintuplica a capacidade de carga, relativamente à situação sem cabos. As PSSC ensaiadas constantes da zona 3, mostram-se bastante sensíveis às imperfeições iniciais.

A publicação mais recente data de 2013, na qual Wadee et al., propõem uma metodologia de dimensionamento de PSSC com uma única secção de braços. A formulação da carga crítica apresentada deriva dos trabalhos (Smith et al., 1975), (Hafez et al., 1979), (Saito e Wadee, 2009a, 2010) e (Osofero et al., 2012). As expressões de dimensionamento da máxima capacidade de carga foram obtidas por regressão linear dos resultados experimentais e numéricos para diversos níveis de imperfeição inicial. Este procedimento de dimensionamento é aplicável para  $0,05 < \frac{2l_{ca}}{L} < 0,175$ .

Confrontando a mancha de pontos relativa a resultados experimentais de diversos autores com os resultados teóricos, os autores referem que a transição do comportamento pós-encurvadura estável para instável ocorre para  $T_{ini} \approx 0,4T_{opt}$ , apesar de se verificar que a capacidade de carga aumenta para níveis de  $T_{ini} > 0,4T_{opt}$ . Apresentam exemplos resolvidos de aplicação da metodologia de dimensionamento proposta.

### 2.3. Metodologia de dimensionamento de (Wadee et al., 2013)

Posteriormente, na subsecção 5.4, serão comparados os resultados experimentais com os resultados obtidos pela metodologia de dimensionamento apresentada em (Wadee et al., 2013) aplicada com as propriedades geométricas e mecânicas das colunas ensaiadas em laboratório. Apresentam-se de seguida os passos desta metodologia e respetivas expressões de modo a enquadrar os resultados apresentados na subsecção 5.4.

Sendo esta metodologia aplicável apenas para relações  $0,05 < \frac{2l_{ca}}{L} < 0,175$ , inicia-se o processo pelo cálculo da esbelteza normalizada (2) indicando *à priori* se a ocorrerá plastificação da secção transversal ou a instabilidade da coluna.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{P_y}{P_{cr}}} \quad (2)$$

Sendo o esforço axial resistente dado pela expressão (3).

$$N_y = \overline{A_{col\_i}} \times \overline{f_{y,col}} \quad (3)$$

Consoante o modo de encurvadura, o pré-esforço mínimo é dado pelas expressões (4) e (5) para o modo simétrico e antissimétrico, respetivamente.

$$T_{\min} = C_{11} P_{cr} \quad (4)$$

$$T_{\min} = 4C_{11} P_{cr} \quad (5)$$

O coeficiente  $C_{11}$  resulta da relação geométrica entre a tensão final e inicial nos cabos e o encurtamento destes, sendo dado pela expressão (6).

$$C_{11} = \frac{\cos \alpha_{2,4}}{2 \left[ \frac{K_{col}}{K_s} + \frac{2K_{col} (\sin \alpha_{2,4})^2}{K_{ca\_2,4}} + (\cos \alpha_{2,4})^2 \right]} \quad (6)$$

Em que as rigidezes axiais da coluna, dos braços e dos cabos são dadas pelas expressões (7), (8) e (9), respetivamente.

$$K_{col} = \frac{E_{col} \overline{A_{col\_i}}}{L} \quad (7)$$

$$K_{ca\_2,4} = \frac{E_{ca} \overline{A_{ca\_2,4}}}{l_{ca\_2,4}} \quad (8)$$

$$K_s = \frac{E_{eq} A_s}{L_s} \quad (9)$$

A máxima carga crítica de encurvadura é dada pela expressão (10) em que a constante  $D$  representa o ponto de bifurcação da coluna atirantada, sendo obtida pelas expressões (11) e (12) consoante o modo de encurvadura seja simétrico ou antissimétrico, respetivamente.

$$P_{máx,modoi}^{cr} = \frac{4D_i^2 E_{col} \overline{I_{col\_i}}}{L^2} \quad (10)$$

$$\frac{2K_s}{B_{col}} (\sin \alpha_{2,4})^2 = \frac{D_1^3}{D_1 - \tan D_1} \quad (11)$$

$$\frac{B_{col}}{(\sin \alpha_{2,4})^2} \left( \frac{(\cos \alpha_{2,4})^2}{3B_{ca\_2,4}} + \frac{1}{2K_s} \right) = \frac{D_2 - \tan D_2}{D_2^2 \tan D_2} \quad (12)$$

Sendo  $B_{col}$  e  $B_{ca}$  as rigidezes de rotação da coluna e do braço, respetivamente, resultantes da carga axial aplicada quer na secção central da coluna, quer nos braços sendo obtidas pelas expressões (13) e (14), respetivamente.

$$B_{col} = \frac{8E_{col} \overline{I_{col\_i}}}{L^3} \quad (13)$$

$$B_{ca\_2,4} = \frac{E_{ca} \overline{I_{ca\_2,4}}}{l_{ca\_2,4}^3} \quad (14)$$

Assim, a carga crítica máxima (15) é dada pelo mínimo entre:

$$P_{máx}^{cr} = \min \{ P_{máx,modo1}^{cr}; P_{máx,modo2}^{cr} \} \quad (15)$$

De modo a estabelecer as zonas de comportamento das colunas atirantadas pré-esforçadas (ver Figura 2.3) o pré-esforço ótimo é dado pela expressão (16).

$$T_{opt} = C_{11} P_{máx}^{cr} \quad (16)$$

De acordo com os níveis de pré-esforço inicial estabelecidos para os ensaios realizados em laboratório (ver Quadro 3.4), é possível classificar a zona de comportamento dos 40 ensaios efetuados e assim calcular as cargas críticas para os modos simétrico e antissimétrico.

Consoante a zona de comportamento, atribuem-se os pré-esforços iniciais e calcula-se a carga crítica de acordo com as expressões (17), (18) e (19) no caso do modo simétrico e pelas expressões (21), (22) e (23) para o modo antissimétrico.

$$P_{\text{modo}1,z1}^{cr} = P_{cr} \quad (17)$$

$$P_{\text{modo}1,z2}^{cr} = \left( \frac{P_{\text{máx,modo}1}^{cr} - P_{\text{modo}1,z1}^{cr}}{T_{opt} - T_{min}} \right) T_{ini} \quad (18)$$

$$P_{\text{modo}1,z3}^{cr} = (P_{\text{máx,modo}1}^{cr} - 2T_{ini} \cos \alpha_{2,4}) C_{22,3D} \quad (19)$$

Sendo  $C_{22,3D}$  o coeficiente obtido pela relação entre o encurtamento da coluna, a tensão inicial dos cabos e a carga externa aplicada na coluna obtido pela expressão (20).

$$C_{22,3D} = \frac{\cos \alpha_{2,4}}{K_{col} \left[ \frac{1}{K_s} + 2K_{col} (\sin \alpha_{2,4})^2 K_{ca} \right]} + 1 \quad (20)$$

$$P_{\text{modo}2,z1}^{cr} = 4P_{cr} \quad (21)$$

$$P_{\text{modo}2,z2}^{cr} = \left( \frac{P_{\text{máx,modo}2}^{cr} - P_{\text{modo}2,z1}^{cr}}{T_{opt} - T_{min}} \right) T_{ini} \quad (22)$$

$$P_{\text{modo}2,z3}^{cr} = P_{\text{modo}1,z3}^{cr} \quad (23)$$

A carga última é obtida afetando a carga crítica máxima do nível de imperfeição. O nível de imperfeição a  $1/2$ vão a atribuir pode ser de três níveis  $L/1000$ ,  $L/400$  e  $L/200$ . Para tal é necessário obter a carga máxima normalizada de acordo com o Quadro 2.8.

Quadro 2.8 – Carga máxima normalizada (adaptado de (Wadee et al., 2013))

Nível de imp.	$(P_u / P_{cr})_{z1}$	$(P_u / P_{cr})_{Topt}$	$(P_u / P_{cr})_{3Topt}$
$L/1000$	$19(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L) + 0,10$	$14(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L)^2 - 3,1(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L) + 0,75$	$1,0 - 1,2(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L)$
$L/400$	$17(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L) + 0,13$	$58(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L)^2 - 14,1(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L) + 1,16$	$0,84 - 1,2(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L)$
$L/200$	$13,5(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L) + 0,28$	$0,71 - 3(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L)$	$0,72 - 1,4(2\overline{l_{ca\_2,4}} / L)$

A 3ª coluna refere-se às zonas 2 e 3, enquanto a 4ª coluna refere-se ao caso correspondente à zona 3 em que  $T_{ini} = 3T_{opt}$ . Assim, com as relações anteriores por nível de imperfeição, é possível obter as relações  $(P_u / P_{cr})_{z2}$  e  $(P_u / P_{cr})_{z3}$  para os modos simétrico e antissimétrico. No presente documento apenas se apresentam as expressões relativas ao modo simétrico (24) e (25), visto que a  $P_{máx}^{cr}$  dos casos analisados representativos dos ensaios foi para todos, sem exceção, a carga mínima crítica correspondente ao modo 1 ( $P_{máx,mod01}^{cr}$ ). Assim, de modo a abranger todos os ensaios consoante o nível de pré-esforço inicial, as expressões (24) e (25) correspondem a  $[0, 4T_{opt}, T_{opt}]$  e  $3T_{opt}$ , respetivamente.

$$\left( \frac{P_u}{P_{cr}} \right)_{\text{mod}01, z2b} = \left[ \frac{(P_u / P_{cr})_{T_{opt}} - 1}{0,6T_{opt}} \right] (T - 0,4T_{opt}) + 1 \quad (24)$$

$$\left( \frac{P_u}{P_{cr}} \right)_{\text{mod}01, z3} = \left[ \frac{(P_u / P_{cr})_{3T_{opt}} - (P_u / P_{cr})_{T_{opt}}}{2T_{opt}} \right] (T - T_{opt}) + (P_u / P_{cr})_{T_{opt}} \quad (25)$$

As relações anteriores afetam assim a carga última segundo um dos três níveis de imperfeição apresentados. A carga última é obtida pela expressão (26).

$$P_u = \left( \frac{P_u}{P_{cr}} \right)_{\text{mod}0i, zj} \times P_{\text{mod}0i, zj}^{cr} \quad (26)$$

Contudo, no caso das colunas ensaiadas, visto serem tridimensionais, à carga última obtida pela expressão (26) é necessário subtrair a componente inicial de pré-esforço correspondente à direção perpendicular ao plano de encurvadura (direção vertical segundo os braços B1 e B3).

Assim, a carga última tridimensional é dada pela expressão (27).

$$P_{u,3D} = P_u - 2T_{ini} \cos(\alpha_{1,3}) \quad (27)$$

Na secção F. dos Anexos apresentam-se tabelas condensadas com os valores correspondentes aos cálculos intermédios da metodologia descrita na presente secção. Os cálculos apresentados subdividem-se por coluna que por sua vez se subdivide por diâmetro de cabo e ainda por cada nível de pré-esforço inicial.

### 3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### 3.1. Introdução

O programa experimental contempla 44 ensaios efetivos, apesar das repetições efetuadas contabilizando assim 88 ensaios, em 4 colunas tridimensionais de 12000mm de comprimento (entre rótulas) com uma única secção de braços ( $l_{ca} \approx 600mm$ ) posicionada a 1/2vão e 8 cabos de pré-esforço. Os ensaios realizaram-se com as colunas posicionadas na horizontal de modo a tornar a sua instrumentação e execução mais fáceis, mas também por uma questão de logística. A Figura 3.1 apresenta um plano geral do *layout* de ensaio.

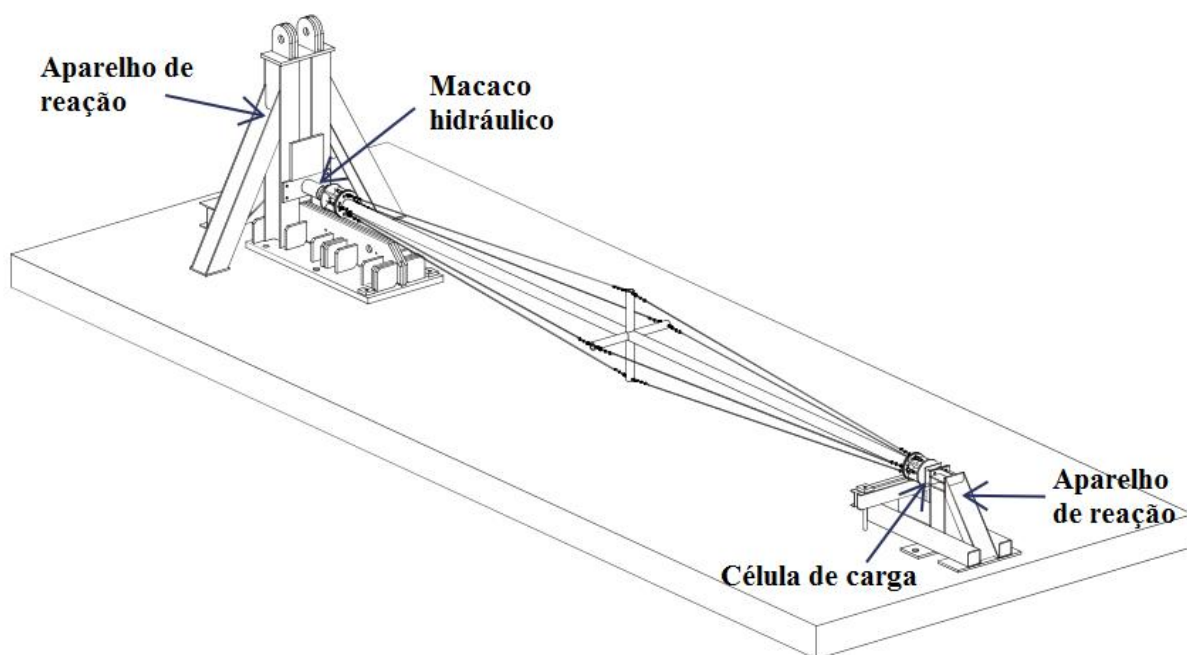


Figura 3.1 – Plano geral do *layout* de ensaio

O Quadro 3.1 apresenta o plano global de ensaios do Projeto “RFCS HILONG” no qual se inserem os ensaios constantes do presente documento e as respetivas propriedades geométricas e mecânicas das secções transversais da coluna.

Quadro 3.1 – Plano de ensaios do Projeto “RFCS HILONG”

Designação	L [mm]		Coluna			Número de braços		Material		$\varnothing_s$ [mm]	
	12000	18000	ST1	ST2	ST3	4	8	S355	S690	10	13
<b>COL01</b>	<b>X</b>		<b>X</b>			<b>X</b>		<b>X</b>		<b>X</b>	<b>X</b>
<b>COL02</b>	<b>X</b>		<b>X</b>			<b>X</b>			<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>
<b>COL03</b>	<b>X</b>			<b>X</b>		<b>X</b>		<b>X</b>		<b>X</b>	<b>X</b>
<b>COL04</b>	<b>X</b>			<b>X</b>		<b>X</b>			<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>
COL05		X	X			X		X		X	X
COL06		X		X		X		X		X	X
COL07		X		X		X			X	X	X
COL08		X		X			X	X		X	X
COL09		X			X	X		X		X	X
COL10		X			X	X			X	X	X
COL11		X			X		X	X		X	X

ST1 - CHS 101,8x8,0; ST2 - CHS 137,9x6,3; ST3 - CHS 177,8x6,3

A escolha das secções centrais da coluna teve por base as secções disponíveis pelo fornecedor de modo a que as esbeltezas normalizadas ( $\bar{\lambda}$ ) fossem o mais próximo possível para os dois comprimentos de colunas considerados como se apresenta no Quadro 3.2. Assim, verifica-se que a esbelteza normalizada é semelhante entre os grupos de colunas 01, 06 e 08 e as colunas 03, 09 e 011. Quanto à coluna 05 esta foi admitida de modo a aumentar a variabilidade de casos de ensaio.

Quadro 3.2 – Critério de escolha das secções transversais das colunas

	L [mm]		Coluna			$P_E$ [N]	
	12000	18000	ST1	ST2	ST3		
COL01	X		X			37589.16	4.7
COL03	X			X		81342.74	3.4
COL05		X	X			16706.29	7.1
COL 06/08		X		X		36152.33	5.1
COL 09/11		X			X	79937.86	3.9

O Quadro 3.3 apresenta as propriedades geométricas e mecânicas dos cabos. A escolha dos diâmetros foi efetuada de modo a ter dois cabos em que a área do segundo diâmetro fosse o dobro (ou próxima do dobro) da primeira. Os braços das 4 colunas têm diâmetro exterior de 101,8mm, espessura de 8,0mm e aço S690 para as 4 colunas ensaiadas em laboratório.

Quadro 3.3 – Propriedades geométricas e mecânicas dos cabos aplicados nas colunas ensaiadas

$\varnothing_s$ [mm]	$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	$E_s$ [GPa]	$f_{u,s}$ [MPa]	Mínima carga de rotura [kN]
10	47	100	1960	75
13	89	105		130

O Quadro 3.4 indica os ensaios efetuados por coluna para os diversos níveis de pré-esforço inicial nos cabos. Para cada uma das colunas realizam-se 11 ensaios, sendo um deles o ensaio sem cabos de modo a obter a  $P_{cr}$ , que servirá de referência ao tratamento de dados. Dos restantes 10 ensaios, 5 deles são efetuados com cabos de 47mm<sup>2</sup> e os restantes 5 com cabos de 89mm<sup>2</sup>. Dentro de cada série de 5 ensaios realizados para cada cabo, varia  $T_{ini}$ .

Quadro 3.4 – Série de ensaios realizados por coluna

Coluna	Cabos		$T_{ini}$ [N]						
	10mm	13mm	s/cabos	2000	4000	7500	9000	10500	14000
COL01	X	X	X	X	X	X	X	X	
COL02	X	X	X	X	X	X	X	X	
COL03	X	X	X	X	X	X		X	X
COL04	X	X	X	X	X	X		X	X

De referir que os níveis de pré-esforço inicial foram estabelecidos após se perceber em laboratório qual o nível superior possível a aplicar para cada um dos diâmetros de coluna, visto ser um processo manual de aperto. O intervalo entre estes foi decidido na tentativa de se obter uma mancha de pontos não muito distantes e, assim, tentar observar tendências.

### 3.2. Sistema de apoio da coluna

A coluna ao longo do vão apoia-se em 5 cavaletes de aço, igualmente espaçados, providos de patins, segundo os quais a coluna assenta de modo a permitirem o deslizamento à medida que a encurvadura ocorre. As extremidades da coluna são rotuladas através de meias-esferas maciças de aço que acoplam nos aparelhos de reação. A vista longitudinal apresentada na Figura 3.2 apresenta as secções de apoio da coluna, materializados pelos cavaletes apresentados na Figura 3.3.



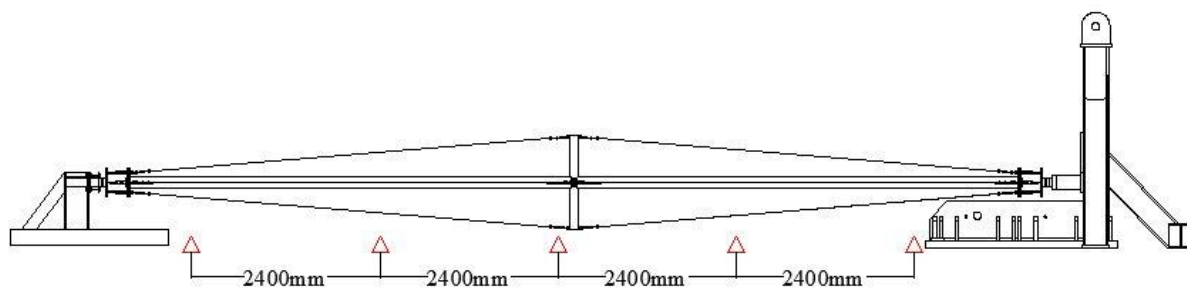


Figura 3.2 – Identificação das secções de apoio da coluna

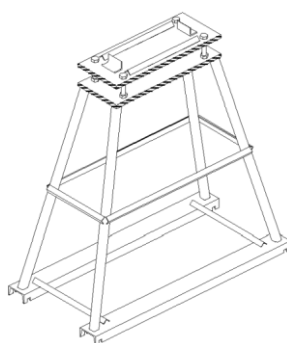


Figura 3.3 – Cavaletes de apoio da coluna

### 3.3. Instrumentação da coluna

#### 3.3.1. Introdução

A instrumentação da coluna foi pensada de modo a obterem-se parâmetros suficientes para caracterização do comportamento das PSSC em compressão. Assim, do programa experimental obtiveram-se os seguintes parâmetros:

- Força externa aplicada através do sistema de carregamento;
- Extensões das secções instrumentadas da secção central e dos braços;
- Tensão em cada cabo gerada pela ação do pré-esforço e força externa;
- Deslocamentos laterais da coluna;
- Encurtamento da coluna.

### 3.3.2. Equipamento de medição

As medições foram efetuadas com recurso a:

- Data Logger TML TDS-530 + Caixa de extensão TML IHW-50G;
- 11 LVDTs TML;
- Célula de carga NOVOTECH de 400KN (1x);
- Células de carga construídas de 120KN (8x);
- Extensómetros TML FLA-6-11 (x48/coluna).

O registo dos dados provenientes dos equipamentos de medição é efetuado pelo *data logger* em intervalos de tempo de 1s.

A Figura 3.4 apresenta a geometria das células de carga construídas para medição da tensão nos cabos.

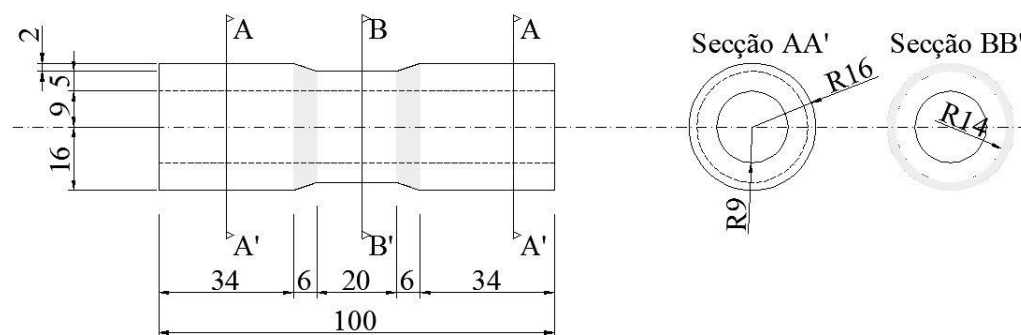
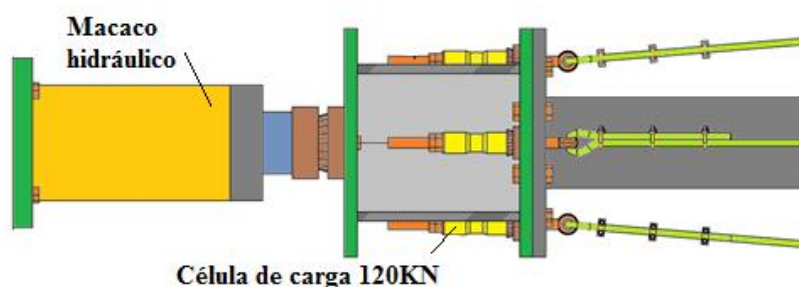


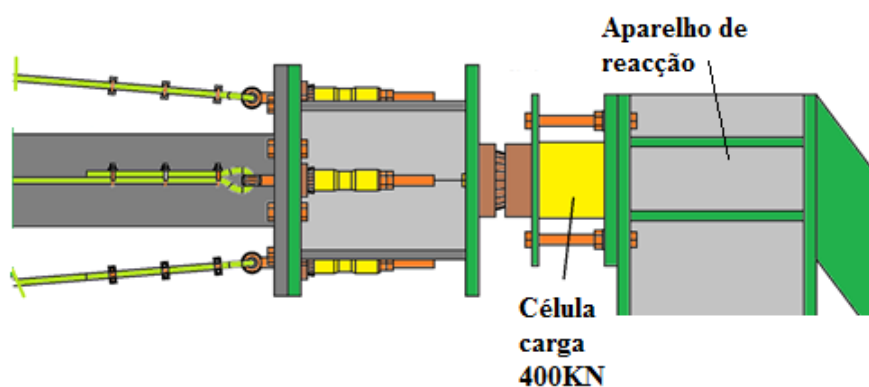
Figura 3.4 – Geometria das células de carga construídas

### 3.3.3. Posicionamento do equipamento de medição

A coluna foi instrumentada de maneira a extrair a máxima informação possível. A célula de carga NOVOTECH foi posicionada no lado oposto ao macaco hidráulico medindo a reação de apoio na rótula e, conseqüentemente, o valor da carga externa. As células de carga para medir a tensão nos cabos são dispostas entre as flanges de extremidade da coluna e as porcas que servem de aplicação de pré-esforço. A Figura 3.5 apresenta de forma esquemática, pormenores das duas extremidades das colunas.



a) Extremidade da coluna onde se posiciona o macaco hidráulico (secção S4)



b) Extremidade da coluna onde se posiciona a célula de carga (secção S0)

Figura 3.5 – Extremidades da coluna

A Figura 3.6 apresenta em pormenor os cortes A-A' e B-B' apresentados na Figura 3.1, identificando a disposição dos 8 cabos de pré-esforço.

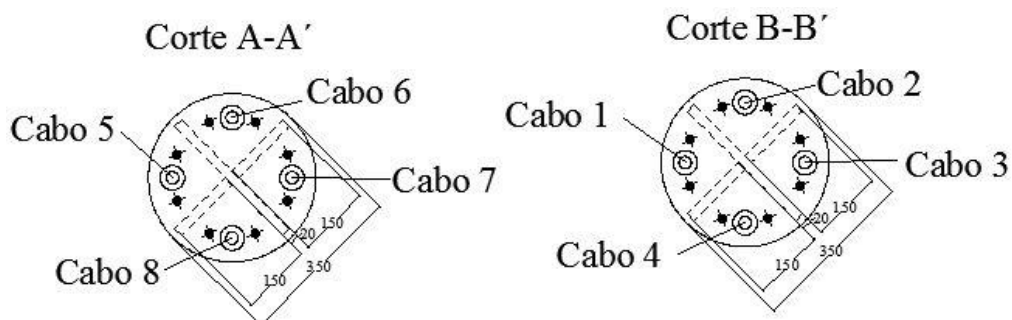


Figura 3.6 – Identificação dos cabos de pré-esforço

Os 48 extensómetros são dispostos ao longo da coluna em secções igualmente espaçadas de 2800mm, como se apresenta na Figura 3.7.

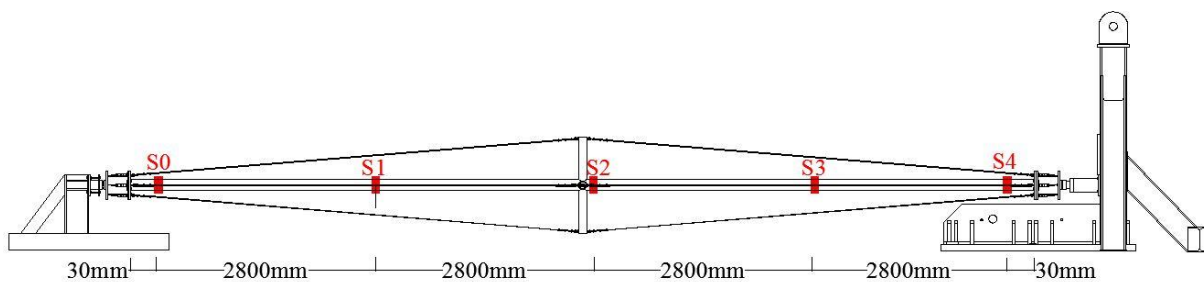
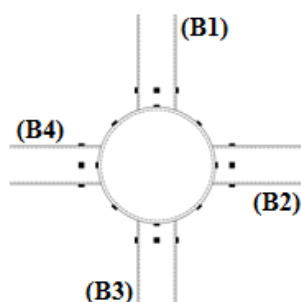


Figura 3.7 – Secções da coluna instrumentadas com extensómetros

Nas secções S0 e S4, onde se esperam momentos flectores de valor desprezável, foram aplicados 4 extensómetros igualmente espaçados pelo perímetro da coluna. Nas restantes secções, S1, S2 e S3, foram aplicados 8 extensómetros, também igualmente espaçados pelo perímetro da coluna. Esta duplicação é uma redundância, para o caso de existirem más leituras em um ou mais extensómetros da mesma secção. Nos braços optou-se por colocar apenas 4 extensómetros na base de cada um. A Figura 3.8 apresenta a disposição dos extensómetros na secção S2.



a) Corte representativo da secção S2      b) Pormenor da secção S2 da coluna 03

Figura 3.8 – Secção S2

Os LVDTs foram posicionados ao longo do vão da coluna igualmente espaçados de 1500mm, como se pode observar na Figura 3.9. De notar que nas extremidades dispuseram-se dois LVDTs, um deles para medição dos deslocamentos laterais e outro para medição dos deslocamentos axiais.

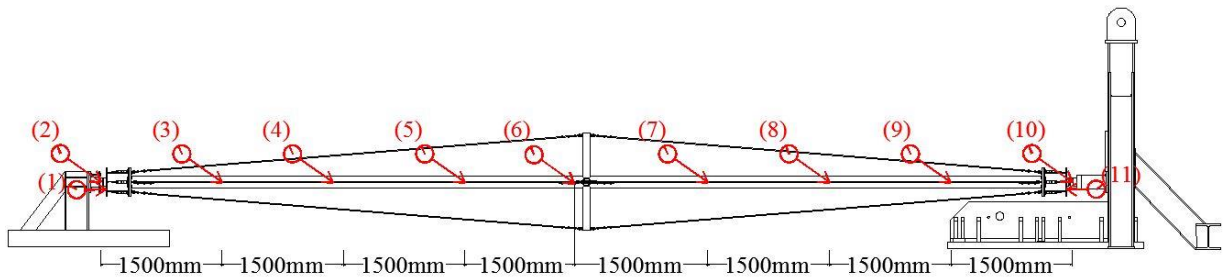


Figura 3.9 – Disposição de LVDTs

A Figura 3.10 apresenta dois pormenores de disposição dos LVDTs. No caso da Figura 3.10 a), esta apresenta uma secção de vão da coluna e um patim de apoio da coluna e respetivo cavalete, enquanto a Figura 3.10 b) apresenta a secção de extremidade na qual se posiciona o macaco hidráulico e respetivos LVDTs.



a) Disposição de LVDT numa secção de vão da coluna



b) Pormenor da extremidade de aplicação de carga (secção S4)

Figura 3.10 – Disposição de LVDTs

### **3.4. Levantamento da geometria**

#### **3.4.1. Introdução**

O levantamento da geometria consistiu na verificação da geometria real da coluna, nomeadamente, diâmetro das secções e comprimento, quer da secção central da coluna, quer dos braços e espessura das paredes do tubo. Mediram-se também as imperfeições iniciais da coluna.

#### **3.4.2. Equipamento utilizado e procedimento**

Para levantamento do diâmetro das secções, comprimento e espessura utilizaram-se:

- Fita métrica;
- Papel milimétrico;
- Bases magnéticas;
- Nível;
- Nível com apontador laser;
- Paquímetro de 500mm;
- Medidor de espessuras ultrassons.

De referir que a espessura média de cada secção é a média das três leituras efetuadas ao longo do perímetro da secção. O comprimento do braço é medido desde o centro da secção central da coluna ao centro do furo existente na extremidade livre deste. A medição das imperfeições é efetuada com recurso ao nível com apontador laser, que posicionado numa das extremidades da coluna incide em papel milimétrico fixo numa base magnética. Assim, deslocando a base magnética ao longo da coluna em secções espaçadas de 1000mm a 1100mm (vão total de observação entre flanges das extremidades) traça-se o perfil de imperfeições iniciais para qualquer ensaio. De notar que, devido à posição da coluna no ensaio (+), o nível com apontador laser fica posicionado a 45° relativamente ao eixo vertical da secção central, tal como a base magnética aquando do seu posicionamento. A Figura 3.11 ilustra em esquema o período anterior.

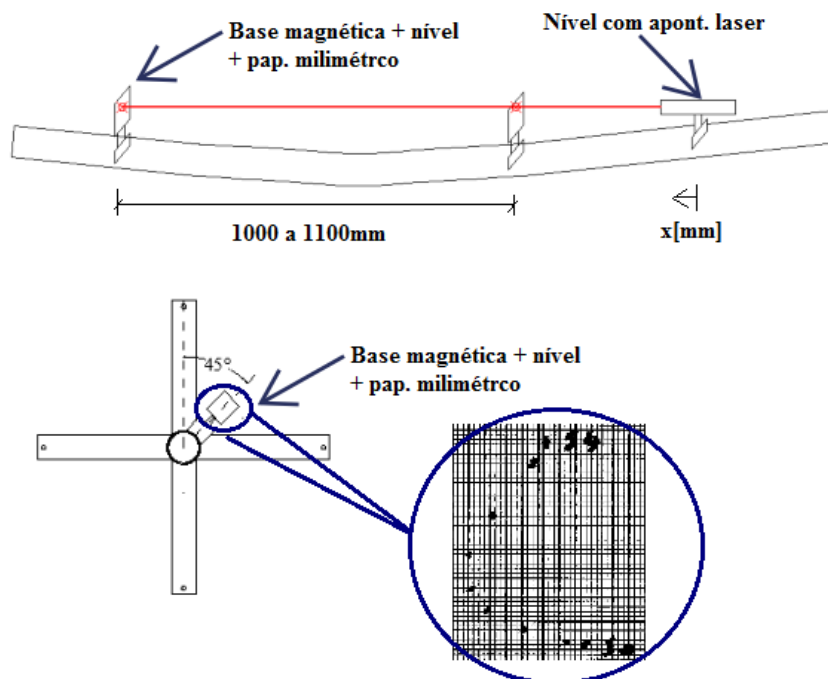


Figura 3.11 – Esquema representativo do processo de medição das imperfeições

A Figura 3.12 apresenta o perfil de imperfeições da coluna 03 para os ensaios com cabos de 10mm de diâmetro. Os Quadros 3.5, 3.6 e 3.7 apresentam os restantes perfis de imperfeições medidos em laboratório.

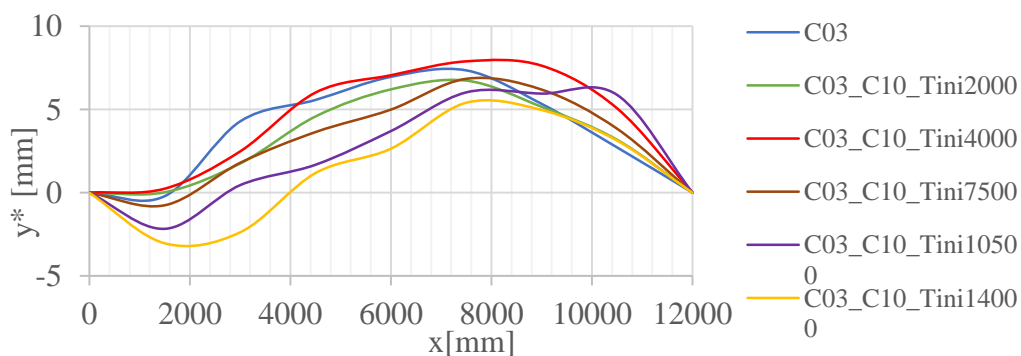


Figura 3.12 – Perfil de imperfeições COL03\_C10





	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
C02		C02_C13 _T <sub>ini</sub> 2000		C02_C13_T _ini4000		C02_C13_T _ini7500		C02_C13_T _ini9000		C02_C13_T _ini10500			
	x(m)	y	y*	y	y*	y	y*	y	y*	y	y*		
	12000	43.1	0.0	27.1	0.0	32.2	0.0	24.2	0.0	44.6	0.0		
	10500	40.6	2.9	26.1	2.4	29.7	1.5	21.7	0.5	40.2	1.2		
	9000	35.7	3.4	21.8	1.5	22.5	-1.7	14.6	-3.6	30.1	-3.4		
	7500	28.7	1.8	16.7	-0.2	15.4	-4.7	7.9	-7.2	20.5	-7.4		
	6000	23.2	1.7	13.9	0.4	7.9	-8.2	3.5	-8.6	12.2	-10.1		
	4500	17.3	1.1	10.1	-0.1	5.4	-6.7	0.0	-9.1	6.6	-10.1		
	3000	9.7	-1.1	5.6	-1.2	2.1	-6.0	0.0	-6.1	1.9	-9.3		
	1500	2.5	-2.9	1.9	-1.5	0.0	-4.0	-1.8	-4.8	0.0	-5.6		
	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		

Quadro 3.7 – Perfis de imperfeições COL01 e COL04

		C01		C04		
C01	x(m)	y	y*	C04	y	y*
	12000	19.0	0.0		10.3	0.0
	10500	19.9	3.3		10.3	1.3
	9000	17.6	3.4		13.1	5.4
	7500	14.8	2.9		12.3	5.9
	6000	11.8	2.3		10.8	5.7
	4500	8.6	1.5		9.6	5.7
	3000	5.6	0.9		7.8	5.2
	1500	1.5	-0.9		3.8	2.5
	0	0.0	0.0		0.0	0.0

De notar que as máximas imperfeições não se verificam a 1/2vão das colunas, sendo que alguns perfis de imperfeições apresentam imperfeição do tipo 2. Após a medição, o tratamento dos valores de imperfeição medidos (y) efetuou-se com base na transposição de eixos, visto que o sistema de eixos iniciais é rodado em 45° relativamente ao sistema de eixos da secção transversal da coluna como referido na subsecção 3.4.2.

As restantes figuras com o traçado dos perfis de imperfeições estão apresentadas no Anexo A.

Neste mesmo Anexo apresentam-se os Quadro A. 1 e Quadro A. 2 com as propriedades geométricas das secções das colunas e dos respetivos braços.

## **4. ENSAIOS EXPERIMENTAIS**

### **4.1. Introdução**

No presente capítulo serão apresentados os ensaios ao material nos quais se enquadram os provetes da coluna e os cabos de pré-esforço e os respetivos procedimentos de ensaio de tração efetuados. Estes ensaios têm por finalidade a caracterização mecânica dos materiais constituintes das PSSC de modo a confirmar as propriedades indicadas pelos fabricantes. Os resultados extraídos destes ensaios serão posteriormente aplicados no tratamento de dados dos ensaios das colunas e na aplicação da metodologia de dimensionamento exposta em (Wadee et al., 2013).

Por fim, apresenta-se o procedimento experimental de ensaio das colunas e o modo como foi efetuado o posterior tratamento de dados resultantes destes ensaios.

### **4.2. Ensaio ao material**

#### **4.2.1. Provetes da coluna**

Para cada uma das colunas ensaiadas extraíram-se 3 provetes da secção central da coluna e dos braços. O ensaio dos provetes permite confirmar a tensão de cedência e o módulo de elasticidade e obter a tensão última do aço. A extração dos provetes respeitou a ISO 377, Anexo A. Quanto à preparação, seguiu o disposto na NP EN 10002-1:2006, Anexo D.

Os dados respetivos aos provetes dos braços das colunas não serão apresentados, visto que à data da escrita deste documento ainda se encontram em fase de maquinação.

A Figura 4.1 apresenta a geometria e nomenclatura características dos provetes.

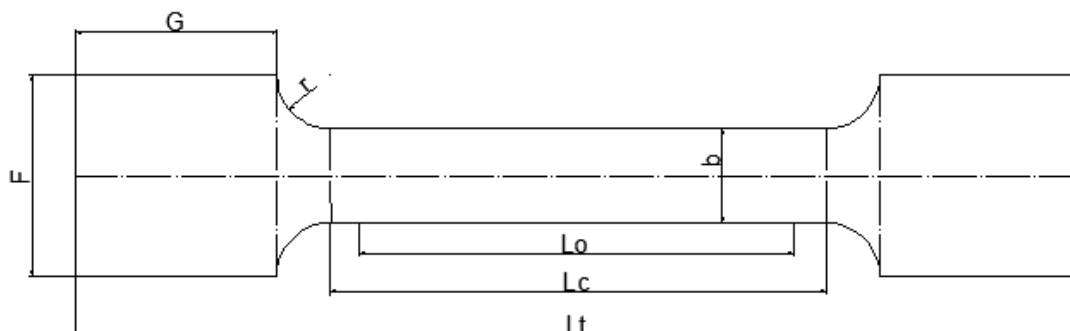


Figura 4.1 – Geometria e nomenclatura dos provetes

O Quadro 4.1 apresenta as expressões de cálculo e correspondentes valores das diversas dimensões de acordo com a Figura 4.1.

Quadro 4.1 – Dimensões dos provetes

Dimensão	Expressão	Valor real
$S_0$ [mm <sup>2</sup> ]	-	6,2 <sup>2</sup>
$L_0$ [mm]	$\geq 11,3\sqrt{S_0} = 70 \text{ mm}$	90
$L_c$ [mm]	$\geq L_0 + 1,5\sqrt{S_0} = 99,30 \text{ mm}$	105
$r$ [mm]	$\geq 12 \text{ mm}$	12,5
$b$ [mm]	-	6,2
$F$ [mm]	$\geq b + 2r = 31,20 \text{ mm}$	45
$G$ [mm]	-	80
$L_t$ [mm]	-	290

A Figura 4.2 apresenta dois provetes instrumentados da COL03. Numa das faces com extensómetro de capacidade normal e na outra de alta capacidade, de modo a obter medições mais precisas.



Figura 4.2 – Provetes instrumentados da COL03

Durante o ensaio aplicou-se também um extensómetro mecânico de pinças para medição da plasticidade. A força de tração foi aplicada, de acordo com a NP EN 10002-1:2006 – 10 – Quadro 3, em incrementos de 6MPa/s até à rotura do provete com recurso a prensa de 20ton. A Figura 4.3 apresenta o provete posicionado na prensa com o extensómetro mecânico de pinças colocado.

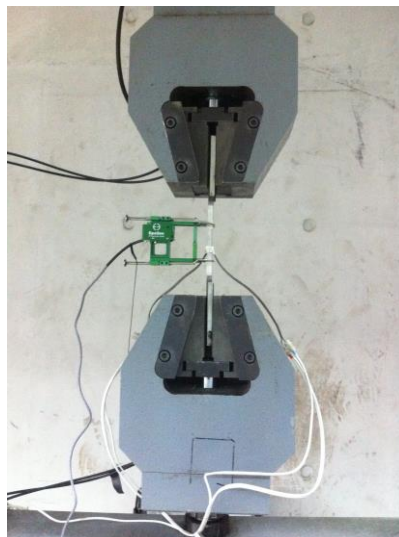
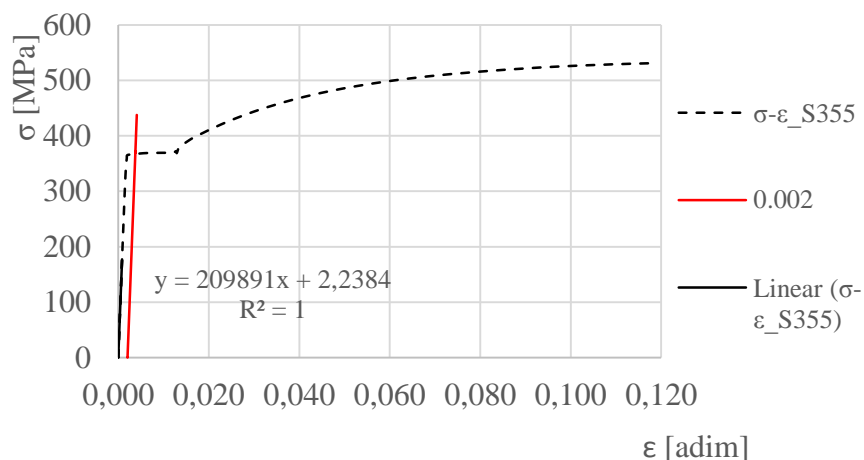
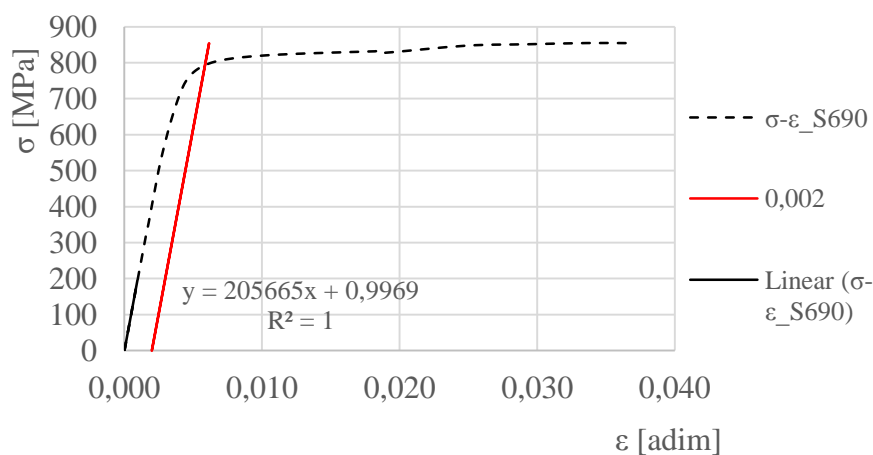


Figura 4.3 – Vista de ensaio de provete da COL03

Pelos parâmetros obtidos dos ensaios de tração foi possível traçar a curva  $\sigma - \varepsilon$ . A extensão é dada pela média das extensões dos extensómetros elétricos, visto que se verificou flexão no provete, enquanto a tensão é obtida dividindo a força de tração pela área da secção inicial da zona útil do provete ( $S_0$ ). A Figura 4.4 e a Figura 4.5 apresentam as curvas  $\sigma - \varepsilon$  relativas aos provetes 1 quer da COL 01, quer da COL02, respetivamente.

Figura 4.4 – Curva  $\sigma$ - $\varepsilon$  do provete 1 da COL01Figura 4.5 - Curva  $\sigma$ - $\varepsilon$  do provete 1 da COL02

O módulo de elasticidade é dado pelo declive da reta obtida pela regressão linear do trecho inicial da curva  $\sigma - \varepsilon$  para tensões inferiores a 200MPa. A tensão de cedência resulta da intersecção da curva  $\sigma - \varepsilon$  com a reta paralela ao trecho inicial retilíneo desta curva, em que a sua abcissa inicial é 0,002. O Quadro 4.2 apresenta as propriedades mecânicas dos ensaios de tração dos provetes.

Quadro 4.2 – Propriedades mecânicas do aço das colunas

		$E_{col}$ [GPa]	$f_{y,col}$ [MPa]	$f_{u,col}$ [MPa]
C01	Prov. 1	209.89	369.32	540.55
	Prov. 2	206.08	369.27	536.75
	Prov. 3	219.26	*	566.10
	Média	211.74	369.30	547.80

C02	Prov. 1	205.67	796.17	854.70
	Prov. 2	206.67	812.55	859.72
	Prov. 3	200.88	785.89	820.80
	Média	204.41	798.20	845.07
C03	Prov. 1	202.92	*	558.79
	Prov. 2	208.85	*	576.42
	Prov. 3	*	*	*
	Média	205.89	-	567.61
C04	Prov. 1	210.13	769.65	857.41
	Prov. 2	213.74	775.02	848.67
	Prov. 3	206.62	779.14	864.72
	Média	210.16	774.60	856.93
* Erros de medição				

#### 4.2.2. Cabos de pré-esforço

Os ensaios foram efetuados para confirmar o módulo de elasticidade dos cabos e por conseguinte a sua rigidez axial. Para tal efetuaram-se ensaios de tração, sendo que a força de tração atingida é superior à máxima força esperada aquando do ensaio da coluna ( $\leq 40kN$ ). Ensaïaram-se os 8 cabos de 10mm e 13mm usados nos ensaios experimentais.

A Figura 4.6 apresenta a vista longitudinal do *layout* de ensaio de tração dos cabos de pré-esforço. Os cabos foram ensaiados à tração incluindo as ancoragens de amarração dos cabos e as células de carga. Assim, a estimativa dos módulos de elasticidade será mais precisa, na medida que as ancoragens e as células de carga contribuem para a rigidez axial dos cabos.

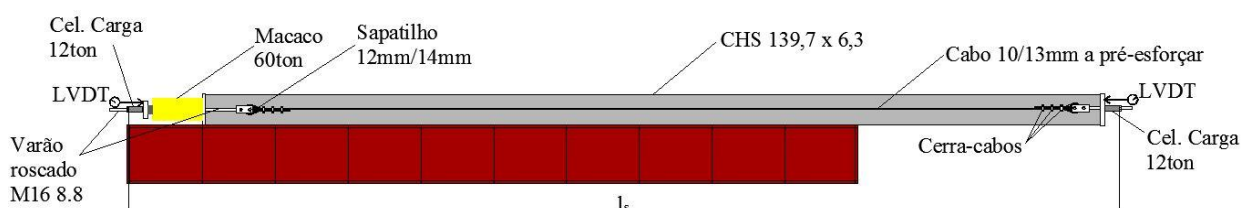


Figura 4.6 – Vista longitudinal do *layout* de ensaio dos cabos

A força de tração é aplicada por um macaco hidráulico de 60ton. Nas duas extremidades dispuseram-se duas células de carga e dois LVDTs, de modo a medir a força aplicada e o deslocamento imposto por essa força.

Os parâmetros obtidos dos ensaios de tração permitem traçar a curva  $\sigma - \varepsilon_s$  e, assim, por regressão linear obter o módulo de elasticidade equivalente para os 16 cabos testados. Sabendo a evolução da força aplicada no ensaio, obtém-se a tensão dividindo a força pela área do cabo. A variação de comprimento do cabo  $\Delta l_s$  foi medida com recurso aos LVDTs posicionados nas extremidades. A extensão do cabo é dada pela expressão (28).

$$\varepsilon_s = \frac{\Delta l_s}{l_s} \quad (28)$$

O comprimento do cabo ( $l_s$ ) é medido entre extremidades das células de carga, como apresentado na Figura 4.6, sendo igual a 6400mm. A Figura 4.7 apresenta as curvas  $\sigma - \varepsilon_s$  dos testes de tração 7 e 5 relativos aos cabos de 47mm<sup>2</sup> e 89mm<sup>2</sup>, respetivamente. Para tensões menores que 200MPa, a curva  $\sigma - \varepsilon_s$  não é linear, devendo-se ao reajuste da posição dos cordões entrelaçados constituintes do cabo. Assim, para regressão linear apenas se consideram valores de tensão superiores a 200MPa.

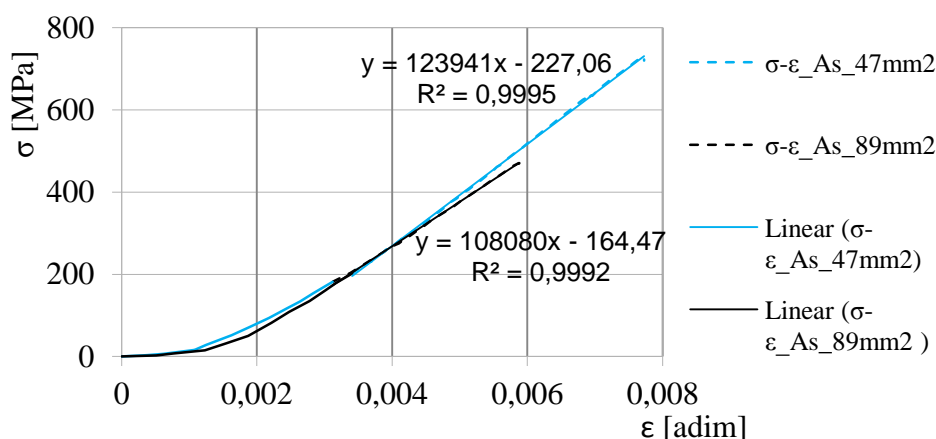


Figura 4.7 – Curvas  $\sigma - \varepsilon_s$  dos testes de tração dos cabos 7 e 5 de 47mm<sup>2</sup> e 89mm<sup>2</sup>

O Quadro 4.3 apresenta os módulos de elasticidade equivalentes para os 16 testes a cabos efetuados e respetivo valor médio para cada diâmetro.

Quadro 4.3 – Módulos de elasticidade equivalentes dos cabos de pré-esforço

	$\phi_s$ [mm]	
	10	13
Teste	$E_{eq}$ [GPa]	
1	119,80	102,56
2	112,14	105,05
3	114,00	98,78
4	123,08	103,63
5	121,56	108,08
6	114,40	99,06
7	123,94	102,75
8	123,14	106,19
$\overline{E}_{eq}$	119,01	103,26

#### 4.3. Procedimento experimental dos ensaios das colunas

O ensaio das colunas consiste na aplicação de uma força de compressão por um macaco ENERPAC de 90ton, acionado por uma bomba hidráulica ENERPAC de 700bar, ambos de fluxo invertível (compressão e tração). A aplicação da carga é manual, sendo o caudal hidráulico controlado por um autómato Siemens LOGO que abre a válvula por 0.5s a cada acionamento do controlador. O macaco hidráulico está posicionado entre a coluna e o aparelho de reação.

A série de ensaios inicia-se com a observação da posição da coluna para a qual esta encurva com a menor carga. Efetua-se 4 ensaios de modo a testar todas as posições possíveis, sabendo que a encurvadura ocorre segundo o plano horizontal. A encurvadura segundo o plano vertical é impedida pelo peso próprio da coluna. A menor carga externa medida é comparada com a carga crítica elástica de Euler estimada com base nas propriedades geométricas e mecânicas reais da coluna. Caso a carga obtida para algum dos planos não se aproxime da carga crítica elástica, poderá existir algum atrito nas extremidades de apoio da coluna. Algo observável comparando as extensões nas secções S0 e S4, que caso difiram se deve à presença de momentos fletores.

Assim, após o posicionamento ideal da coluna, plano horizontal para o qual se verifica a menor resistência à encurvadura, efetua-se *reset* às leituras do *data logger* e instalam-se os cabos. O *reset* deve-se efetuar antes da aplicação dos cabos de modo a contabilizar o peso próprio destes e as tensões exercidas na coluna devida à aplicação do pré-esforço.



A aplicação do pré-esforço é um processo iterativo e equilibrado entre os diversos cabos, sendo aplicados incrementos semelhantes nos vários cabos até ao pré-esforço desejado. A aplicação de pré-esforço deve ser controlada pelo deslocamento lateral da secção S2, de modo a não causar grandes variações na curvatura e rotações do nó central relativamente à situação sem cabos.

Aplicado o pré-esforço, efetua-se a medição das imperfeições, como descrito na subsecção Equipamento utilizado e procedimento 3.4.2. do presente documento, prosseguindo com a série de ensaios para o diâmetro de cabo instalado.

A Figura 4.8 apresenta o pós-ensaio relativamente à C02\_C13\_T<sub>ini</sub>9000 em que se verifica a posição deformada da coluna relativamente à linha traçada a vermelho.



Figura 4.8 – Pós-ensaio\_ C02\_C13\_T<sub>ini</sub>9000

Os ensaios pretendem descrever o comportamento pré e pós encurvadura das colunas. Assim, estes terminam para deformações atingidas na secção central a rondar os 170 a 200mm.

Contudo, principalmente para as colunas 01 e 02, nem sempre foi possível atingir essa deformação, visto que a instabilização ocorreu bruscamente, levando ao desajuste do posicionamento de alguns LVDTs, terminando assim o ensaio.

#### 4.4. Tratamento de dados dos ensaios das colunas

Dos parâmetros obtidos do programa experimental, as extensões em cada secção da coluna terão de ser convertidas em esforços internos, esforço axial e momento fletor, ao invés das leituras feitas por células de carga e LVDTs, dos quais se obtêm diretamente as leituras desejadas. Com base na Lei de Hooke (29) e na expressão de cálculo de tensões em secções em regime elástico (30), obtiveram-se os esforços axiais e momentos fletores pelas expressões (31) e (32), respetivamente.

$$\sigma = E_{col} \times \varepsilon_i \quad (29)$$

$$\sigma = \frac{N_{ci}}{A_{col\_i}} + \frac{M_{ci}}{I_{col\_i}} z \quad (30)$$

$$N_{ci} = E_{col} \times A_{col\_i} \times \overline{(\varepsilon_i + \varepsilon_{i+inc})} \quad (31)$$

$$M_{ci} = \frac{E_{col} \times I_{col\_i}}{z} \times |\varepsilon_i - \varepsilon_{i+inc}| \quad (32)$$

O cálculo dos esforços é efetuado entre pares de extensómetros diametralmente opostos. Posteriormente efetua-se a média dos esforços obtidos para os diversos pares de extensómetros, obtendo-se então os esforços finais para cada secção da coluna. No caso de a secção ter 4 extensómetros (secções S0 e S4), *inc* toma o valor de 2, enquanto no caso de ter 8 extensómetros (secções S1, S2 e S3) toma o valor de 4.

A extensão inicial nas secções da coluna, ou seja, antes da aplicação de qualquer carga exterior, é induzida pelo pré-esforço aplicado nos cabos resultando em esforço axial nesta. O coeficiente multiplicativo 4, deve-se à concorrência de 4 cabos por extremidade da coluna. A extensão inicial é então dada pela expressão (33).

$$\varepsilon_{col\_ini} = \frac{4 \times \overline{T_{ini}} \times \cos \alpha}{E_{col} \times A_{col\_i}} \quad (33)$$

Assim, após o tratamento dos dados dos ensaios é possível relacionar os parâmetros extraídos do programa experimental estabelecendo as seguintes relações:

- $\delta_{l_{1/2v\tilde{a}o}} - P$ ;
- $\Delta_a - P$ ;
- $\delta_{l_{LVDTi}} - P$ ;
- $P - T$ ;
- $\delta_{l_{1/2v\tilde{a}o}} - T$ ;
- $P - N_{ci}$ ;
- $P - M_{ci}$ .

De modo a tornar mais clara a observação destes parâmetros e assim estabelecer relações, valores com  $P$  e  $N_{ci}$  são normalizados pela  $P_{cr}$  da coluna sem cabos.

## 5. ANÁLISE DE RESULTADOS DO PROGRAMA EXPERIMENTAL

### 5.1. Introdução

Tendo em conta a instrumentação da coluna e os parâmetros obtidos do programa experimental descritos na subsecção 3.3 e posterior tratamento destes com vista à obtenção das curvas indicadas na subsecção 4.3, apresentam-se no presente capítulo os resultados do programa experimental das 4 colunas ensaiadas em laboratório.

### 5.2. Colunas de controlo

Tal como referido anteriormente na subsecção 4.3, a série de ensaios inicia-se com o ensaio da coluna sem cabos. A Figura 5.1 apresenta as curvas  $P - \delta_{l_1/2v\tilde{a}o}$  para as 4 colunas ensaiadas em laboratório. Seria de esperar que as colunas 01 e 02 e as colunas 03 e 04 seguissem a mesma trajetória contudo existem fatores que influenciam as discrepâncias evidentes na Figura 5.1, como as secções transversais da coluna não serem exatamente iguais, a existência de imperfeições iniciais, e as condições de apoio.

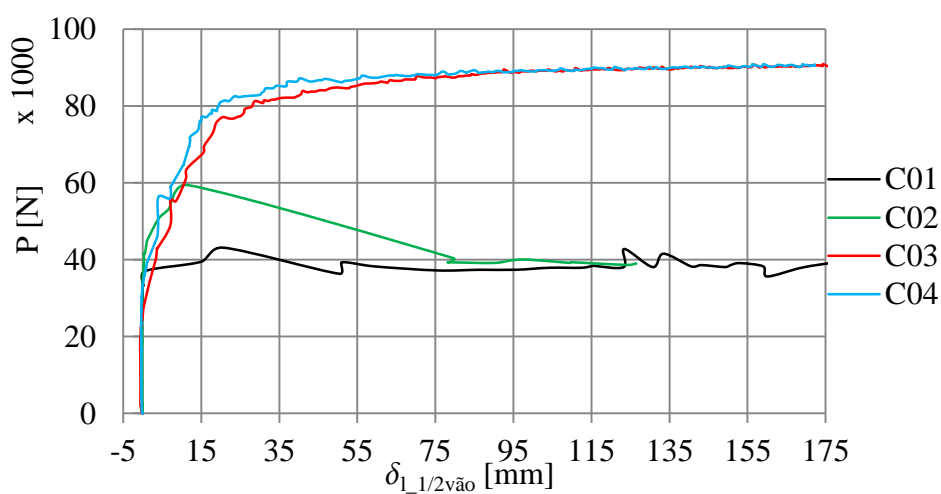


Figura 5.1 – Curvas  $P - \delta_{l_1/2v\tilde{a}o}$  das 4 colunas ensaiadas para a situação sem cabos

De notar que existe maior discrepância entre as colunas 01 e 02 no que toca à carga crítica e à carga última que entre as colunas 03 e 04.

O Quadro 5.1 apresenta em suma as cargas críticas elásticas de Euler obtidas pela expressão (34) e as cargas críticas e últimas experimentais.

$$P_E = \frac{\pi^2 \overline{E_{col}} \overline{I_{col}}}{L_e^2} \quad (34)$$

No caso da coluna sem cabos,  $L_e = L = 12000mm$ .

Quadro 5.1 – Cargas elásticas de Euler, críticas e últimas experimentais

Coluna	$P_E$ [N]	$P_{cr}$ [N]	$P_u$ [N]	Modo de encurvadura
C01	38917	37040	43155	Modo 1
C02	36310	59403	59403	Modo 1
C03	86871	85960	90852	Modo 1
C04	91546	85087	90852	Modo 1

Comparando as cargas críticas elásticas de Euler com as cargas críticas experimentais, observa-se que para a coluna 02, a carga crítica experimental é 1,63 vezes superior à carga elástica de Euler, enquanto nas restantes colunas as diferenças são menos pronunciadas. Esta diferença repercutir-se-á na análise de resultado das colunas atirantadas pré-esforçadas.

### 5.3. Colunas atirantadas pré-esforçadas

#### 5.3.1. Introdução

A análise dos resultados das PSSC tem por base os dados extraídos e tratados do programa experimental, tal como para as colunas de controlo. Antes da apresentação de qualquer gráfico, fica a nota que devido ao número excessivo de curvas a apresentar, cada figura é composta por dois eixos verticais, sendo o eixo horizontal comum a estes dois. Assim, as curvas apresentadas a linha a cheio correspondem ao eixo vertical esquerdo, enquanto as curvas a linha a tracejado correspondem ao eixo vertical direito. Esta nota é válida para as figuras apresentadas nas subsecções 5.3.2, 5.3.3, 5.3.4 e 5.3.5, tal como para as figuras apresentadas nos Anexos B., C., D. e E. do presente documento.

Esta secção subdivide-se em subsecções de análise dos dados extraídos do programa experimental de alguns dos ensaios realizados.

### 5.3.2. Deslocamento a 1/2vão e encurtamento da coluna

A Figura 5.2 apresenta as curvas  $\Delta_a - P/P_{cr}$  relativas aos ensaios efetuados com a COL02. É notório que as curvas referentes ao cabo de pré-esforço de 13mm atingem valores superiores de relações  $P/P_{cr}$  que as homólogas do cabo de pré-esforço de 10mm. A rigidez axial dos ensaios é semelhante para todos os casos apresentados na Figura 5.2. Uma particularidade prende-se com o comportamento linear do troço pós-encurvadura do ensaio C13\_Tini4000, no qual a encurvadura ocorreu de forma contínua e brusca até ao término do ensaio. O encurtamento final dos ensaios da COL02 varia entre os 4,2 mm e os 7,6mm.

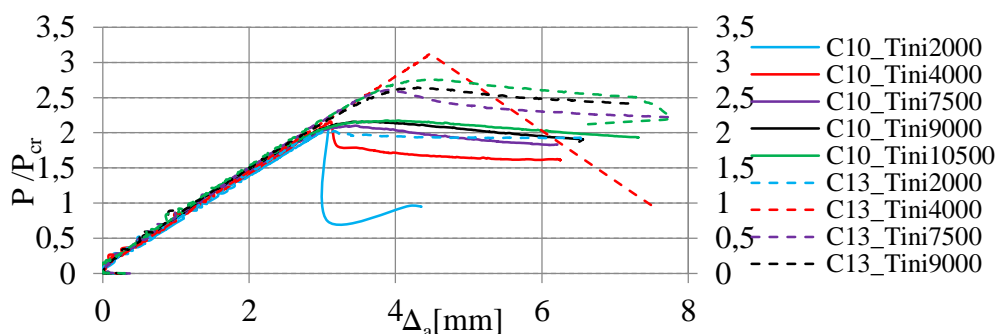


Figura 5.2 - COL02\_Carga normalizada – Encurtamento da coluna

A Figura 5.3 apresenta as curvas Carga normalizada – Deslocamento 1/2vão dos ensaios realizados para a COL02, com exceção do C13\_Tini4000 devido a erro de medição do deslocamento na secção de 1/2vão. Pela Figura 5.3 é possível verificar que a rigidez axial dos vários ensaios se sobrepõe para relações  $P \leq 1,25P_{cr}$ . No caso do ensaio C10\_Tini2000, após a carga externa ter atingido o dobro da carga crítica da coluna sem cabos, o deslocamento ocorreu de forma contínua e brusca até aos 78mm, sendo possível ocorrer ainda um acréscimo de carga externa até terminar o ensaio.

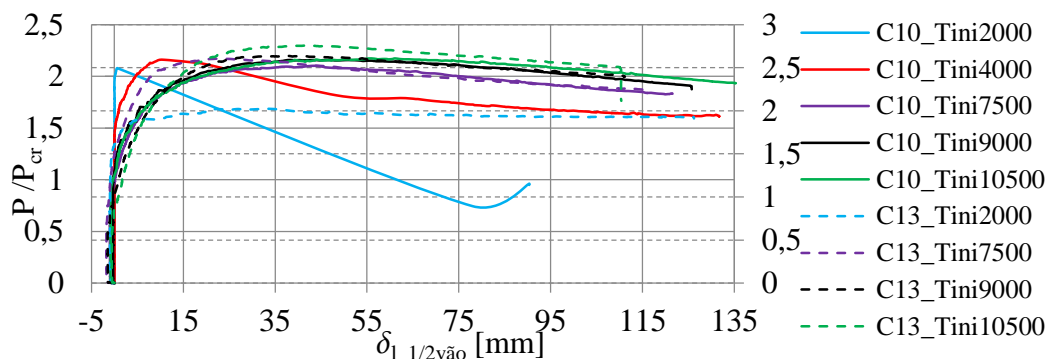


Figura 5.3 - COL02\_Carga normalizada – Deslocamento 1/2vão

A Figura 5.4 apresenta os deslocamentos laterais medidos pelos LVDTs adjacentes ao nó central (ver Figura 3.9) no caso do ensaio C13\_Tini4000, em que estes se apresentam lineares na zona de pós-encurvadura, tal como observado na Figura 5.2 para o encurtamento da coluna.

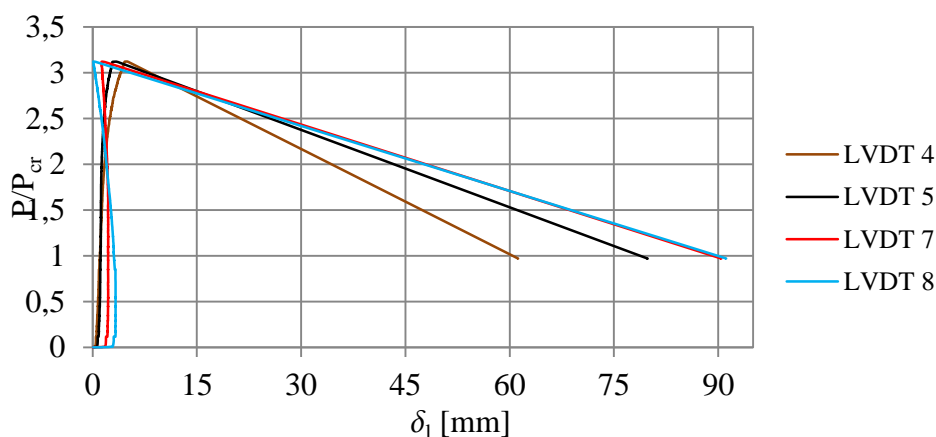


Figura 5.4 – COL02\_C13\_Tini4000\_Carga normalizada – Deslocamentos laterais

A Figura 5.5 apresenta as curvas  $\Delta_a - P/P_{cr}$  relativas aos ensaios da COL04. É possível verificar que o encurtamento é muito semelhante para as 10 curvas apresentadas, entre 12mm e 13,5mm, visto que o principal fator responsável por este encurtamento é o deslocamento lateral da coluna, diminuindo assim a distância entre as secções de extremidade. A COL04 revelou-se mais estável que a COL02 na medida que não se verificaram deslocamentos laterais/ encurtamentos da coluna lineares na zona de pós-encurvadura. O mesmo sucede com as colunas 03 e 01.

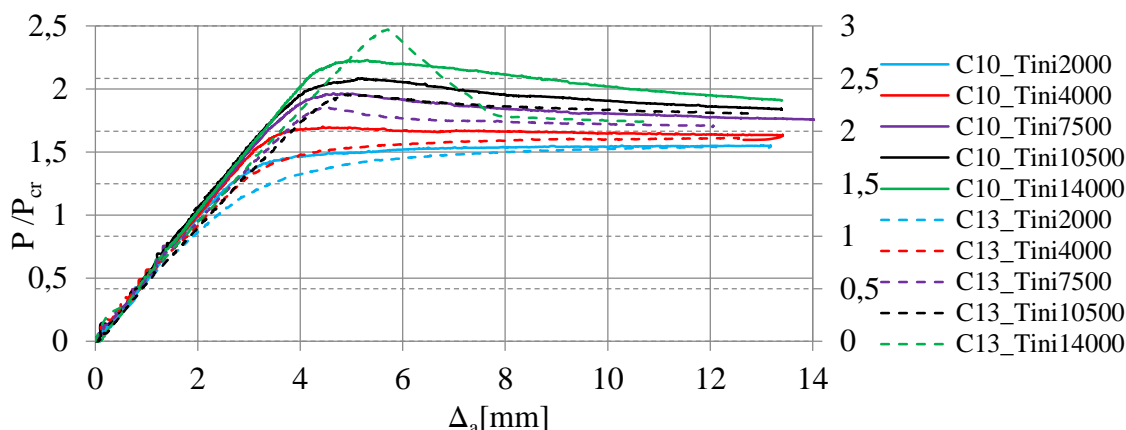


Figura 5.5 - COL04\_Carga normalizada – Encurtamento da coluna

As rigidezes axiais dos ensaios da COL04 mantêm-se semelhantes até relações  $P = P_{cr}$  com exceção dos ensaios C13\_Tini2000 e C13\_Tini10500.

A Figura 5.6 apresenta as curvas  $\delta_{l_{1/2v\tilde{a}o}} - P/P_{cr}$  respetivas à COL04. Observa-se que os ensaios com níveis de pré-esforço iniciais de 2000N e 4000N apresentam relações  $P/P_{cr}$  crescentes até ao fim do ensaio, ao invés dos restantes que atingem o pico da relação  $P/P_{cr}$ , tendendo a diminuir a partir daí à medida que a deformação lateral aumenta.

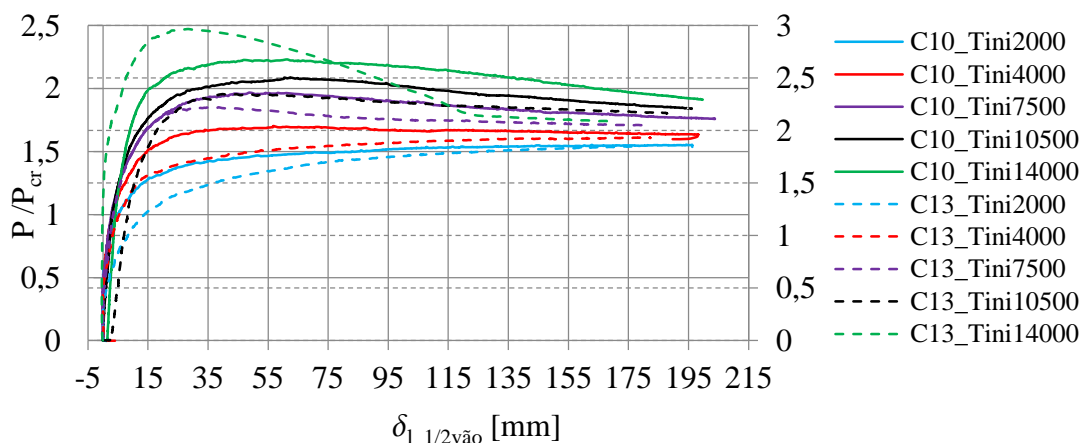


Figura 5.6 - COL04\_Carga normalizada – Deslocamento 1/2vão

As figuras semelhantes às anteriores, mas referentes às colunas 01 e 03 encontram-se nos Anexos B. e D. do presente documento.



### 5.3.3. Pré-esforço nos cabos

A Figura 5.7 apresenta as curvas  $T - P/P_{cr}$  e  $T - \delta_{l_{1/2vão}}$  respetivas ao ensaio da COL01\_C13\_  $T_{ini}9000N$ . Nesta figura, o eixo horizontal ( $T$  [N]) é comum aos dois eixos verticais, o da esquerda refere-se à carga normalizada ( $P/P_{cr}$ ) carga externa aplicada na coluna sobre a carga crítica da coluna sem cabos), enquanto o eixo vertical da direita corresponde ao deslocamento lateral da secção de 1/2vão ( $\delta_{l_{1/2vão}}$  [mm]). Por simplificação a legenda apenas apresenta as curvas respetivas às linhas a cheio, no entanto a cor das linhas a tracejado corresponde aos mesmos cabos identificados pelas linhas a cheio. O mesmo se verifica para as figuras apresentadas nos Anexos B., C., D. e E. do presente documento.

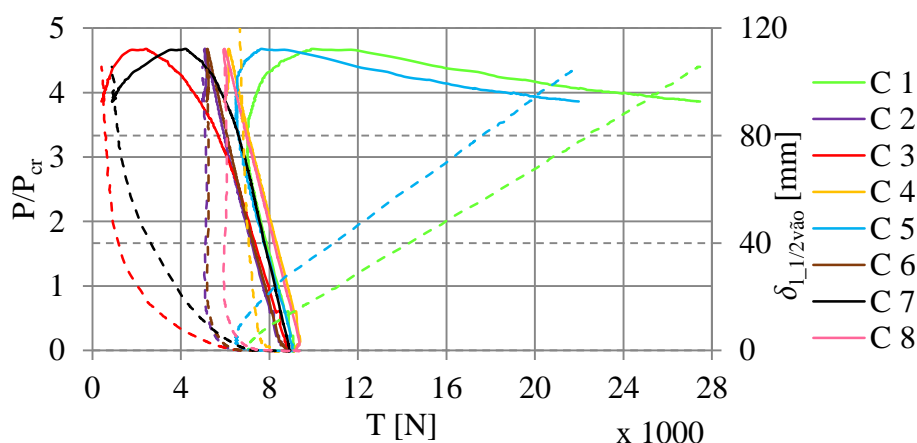


Figura 5.7 - COL01\_C13\_  $T_{ini}9000N$

Pela Figura 5.7 **Erro! A origem da referência não foi encontrada.** consegue-se observar o seguinte:

- A coluna encurvou segundo o plano horizontal para o lado correspondente aos cabos 1 e 5, visto que à medida que o deslocamento a 1/2vão aumenta, estes se encontram do lado tracionado da coluna levando ao aumento do pré-esforço instalado nestes e por conseguinte à diminuição do pré-esforço instalado nos cabos 3 e 7;
- A carga crítica não foi atingida, como se verifica pelas curvas correspondentes aos cabos 3 e 7, visto que estes não alcançaram valores de pré-esforço próximos de 0N;
- O modo de encurvadura verificado é o modo interativo, na medida que o aumento do pré-esforço no cabo 1 ocorre mais rapidamente que no cabo 3, ou seja a curvatura no troço  $\overrightarrow{S_0S_2}$  é mais pronunciada que no troço  $\overrightarrow{S_2S_4}$ ;

- Os cabos correspondentes ao plano vertical (2, 4, 6 e 8) têm o mesmo comportamento, apresentando curvas paralelas com redução de pré-esforço relativamente ao pré-esforço inicial, em média 3000N.

A Figura 5.8 apresenta as curvas  $T - P/P_{cr}$  e  $T - \delta_{l_{1/2v\tilde{a}o}}$  respectivas ao ensaio COL03\_C10\_  $T_{ini}7500N$ . Ao invés do ensaio descrito anteriormente, neste caso a coluna encurvou segundo a direção horizontal, mas no sentido dos cabos 3 e 7, visto que são estes dois cabos que têm acréscimo de pré-esforço à medida que a carga aplicada na coluna aumenta e, por conseguinte, os deslocamento laterais. Neste caso os cabos do lado côncavo da coluna, cabos 1 e 5, atingem pré-esforço nulo após a carga última ser atingida. Verifica-se que o modo de encurvadura foi o modo simétrico, na medida que a trajetória das curvas correspondentes aos cabos 3 e 7 são coincidentes.

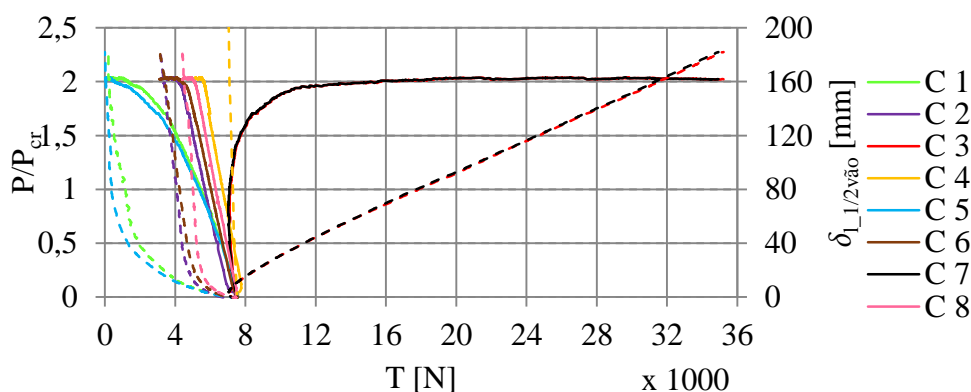


Figura 5.8 - COL03\_C10\_  $T_{ini} = 7500N$

#### 5.3.4. Modos de encurvadura, Cargas críticas e últimas

A carga crítica das PSSC é observada quando um dos cabos atingir tensão nula, mais concretamente quando a célula de carga apresentar valores de pré-esforço aproximadamente menores ou iguais que 300N, que correspondem ao peso próprio do cabo e da ancoragem. Em algumas situações de ensaio, esta ocorre antes da carga última, enquanto para outras ocorre após a carga última. Contudo para as situações de ensaio da COL01 com pré-esforços iniciais de 9000N e 10500N não existe perda de tensão dos cabos, não se verificando assim a carga crítica para estas 4 situações de ensaio.

Por análise das curvas  $T - P/P_{cr}$  e  $T - \delta_{l_{1/2v\tilde{a}o}}$  dos restantes ensaios, apresenta-se o Quadro 5.2 com as cargas críticas, últimas e modos de encurvadura para os ensaios realizados em laboratório.

Quadro 5.2 – Cargas críticas, últimas e modos de encurvadura para os ensaios realizados

		P <sub>cr</sub> [N]	P <sub>cr</sub> antes P <sub>u</sub>	P <sub>u</sub> [N]	Modo de encurvadura
C01	C10_T <sub>ini</sub> 2000	83514	não	106227	Modo 1
	C10_T <sub>ini</sub> 4000	98016	não	134357	Modo 1
	C10_T <sub>ini</sub> 7500	86135	não	188868	Modo interativo
	C10_T <sub>ini</sub> 9000	-	-	163709	Modo interativo
	C10_T <sub>ini</sub> 10500	-	-	149907	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 2000	110770	não	112168	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 4000	116011	não	144141	Modo interativo
	C13_T <sub>ini</sub> 7500	87183	não	178036	Modo interativo
	C13_T <sub>ini</sub> 9000	-	-	173318	Modo interativo
	C13_T <sub>ini</sub> 10500	-	-	193236	Modo interativo
C02	C10_T <sub>ini</sub> 2000	44203	não	123524	Modo interativo
	C10_T <sub>ini</sub> 4000	103083	não	128242	Modo interativo
	C10_T <sub>ini</sub> 7500	111993	não	124922	Modo interativo
	C10_T <sub>ini</sub> 9000	115487	não	128066	Modo interativo
	C10_T <sub>ini</sub> 10500	120904	não	129115	Modo interativo
	C13_T <sub>ini</sub> 2000	119855	sim	120204	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 4000	57656	não	185374	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 7500	133134	não	154799	Modo interativo
	C13_T <sub>ini</sub> 9000	143441	não	156895	Modo interativo
	C13_T <sub>ini</sub> 10500	149557	não	163709	Modo interativo
C03	C10_T <sub>ini</sub> 2000	111819	sim	129465	Modo 1
	C10_T <sub>ini</sub> 4000	145713	não	148509	Modo 1
	C10_T <sub>ini</sub> 7500	158991	não	174726	Modo 1
	C10_T <sub>ini</sub> 10500	168300	não	185723	Modo 1
	C10_T <sub>ini</sub> 14000	172619	não	192537	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 2000	137676	sim	150780	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 4000	161263	sim	169300	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 7500	174891	sim	175415	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 10500	191139	não	203544	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 14000	192537	não	233421	Modo 1
C04	C10_T <sub>ini</sub> 2000	124573	sim	132260	Modo 1
	C10_T <sub>ini</sub> 4000	142918	não	144840	Modo 1
	C10_T <sub>ini</sub> 7500	156371	não	167378	Modo 1
	C10_T <sub>ini</sub> 10500	161961	não	177511	Modo 1
	C10_T <sub>ini</sub> 14000	168601	não	189741	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 2000	138375	sim	157594	Modo 1
	C13_T <sub>ini</sub> 4000	153750	sim	164583	Modo 1

C04	C13_ $T_{ini}$ 7500	176463	não	189217	Modo 1
	C13_ $T_{ini}$ 10500	185898	não	199701	Modo 1
	C13_ $T_{ini}$ 14000	190091	não	252290	Modo 1

A Figura 5.9 e a Figura 5.10 apresentam as curvas  $T_{ini} - P_u$  das 4 colunas ensaiadas em laboratório.

Relativamente à COL01, existe uma aproximação entre as inclinações das curvas para cabos de 10mm e 13mm de diâmetro quando  $T_{ini}$  é 2000N e 4000N, existindo ganhos de carga última de 5% e 7%, respetivamente, para os ensaios com cabos de 13mm. Para os três níveis superiores de pré-esforço inicial, para a situação de 7500N a carga última é superior para a situação com cabos de 10mm de diâmetro. Nos dois últimos níveis, quando aplicados cabos de 13mm, existem ganhos de carga última de 6% e 22% para pré-esforço inicial de 9000N e 10500N, respetivamente.

A carga última para os ensaios respetivos à situação COL02\_C10 é muito próxima independentemente dos níveis de  $T_{ini}$  assumidos. Para o intervalo de  $T_{ini}$  entre 7500N e 10500N relativamente à COL02 verificam-se ganhos na carga última entre os 18% e os 21%, quando aplicados os cabos de 13mm de diâmetro e na situação de  $T_{ini}$  4000N atinge os 30%, mas como se verifica na Figura 5.9 apresenta-se fora da tendência das situações adjacentes.

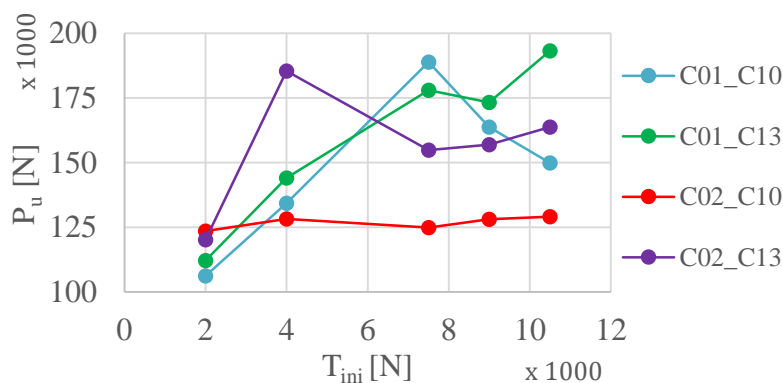


Figura 5.9 – Curvas Pré-esforço inicial – Carga última\_COL01, COL02

Quanto comparadas as cargas últimas das colunas 03 e 04, nota-se que para o mesmo diâmetro de cabo, estas são muito próximas, seguindo uma tendência semelhante à medida que  $T_{ini}$  aumenta. A maior diferença entre as duas colunas, 7,5%, verifica-se para  $T_{ini}$  igual a 14000N

para o diâmetro de cabo 13mm. A influência do diâmetro de cabo na carga última da mesma coluna é mais notória para  $T_{ini}$  igual a 14000N. No caso de  $T_{ini}$  igual a 14000N para COL03, o ganho de carga última ronda os 18% enquanto para a COL04 atinge os 25% quando o cabo considerado tem 13mm de diâmetro.

Nas restantes situações, para a COL03, não existe qualquer ganho na carga última para  $T_{ini}$  igual a 7500N e, para os restantes pré-esforços iniciais os ganhos situam-se abaixo dos 16%, tal como para todos os casos da COL04 quando considerado o cabo de 13mm de diâmetro.

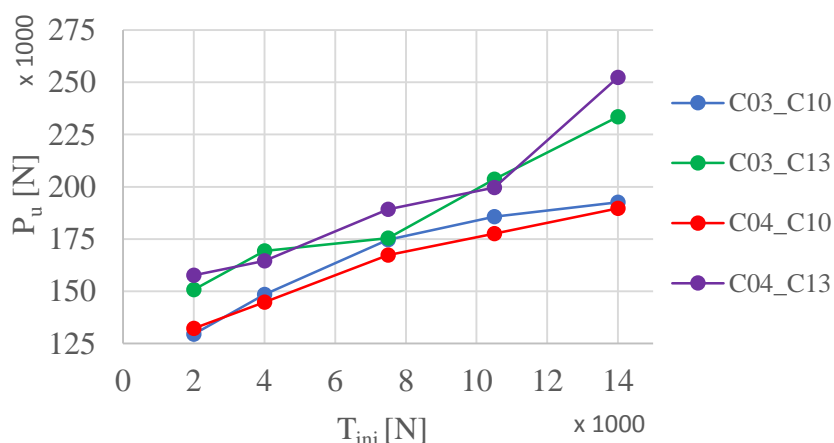


Figura 5.10 - Curvas Pré-esforço inicial – Carga última\_COL03, COL04

### 5.3.5. Esforços axiais e momento fletor

De acordo com a disposição dos extensómetros referida na subsecção 3.3.3 e as expressões apresentadas na secção 4.4 com vista à obtenção dos esforços axiais e momentos flectores por secção apresentam-se a Figura 5.11 referente ao ensaio COL01\_C13\_  $T_{ini}$ 9000N e a Figura 5.12 referente a COL03\_C10\_  $T_{ini}$ 7500N.

A análise dos esforços desenvolvidos nas secções instrumentadas das colunas é sensível à não correta medição de um ou mais extensómetros na secção, em especial no caso dos esforços axiais. Visto que a ligação da coluna é rotulada com os aparelhos de reação, a carga axial é sempre aplicada segundo o eixo longitudinal da coluna, sendo de esperar esforço axial coincidente em todas as secções da mesma coluna para um dado ensaio. Contudo, nem sempre se verifica como é possível observar para o caso da COL03 na Figura 5.12. Nos Anexos B. e E. deste documento é também possível verificar que tal não ocorre para a COL01 em alguns ensaios e para os ensaios respetivos à COL04\_C13.

Os modos de encurvadura têm direta implicância nos momentos fletores desenvolvidos nas secções da coluna. No caso do ensaio COL01\_C13\_T<sub>ini</sub>9000N, visto que se verificou o modo de encurvadura interativo, os momentos fletores nas secções S1, S2 e S3 apresentam diferentes evoluções à medida que a carga axial é aplicada na coluna. Como já referido na subsecção 5.3.3, a curvatura é mais pronunciada no troço  $\overline{S_0S_2}$ , originando assim um maior aumento do momento fletor na secção S1 que nas secções S2 e S3 para relações  $P \geq 4,7P_{cr}$ .

No caso dos esforços axiais, estes são coincidentes para as 4 secções instrumentadas.

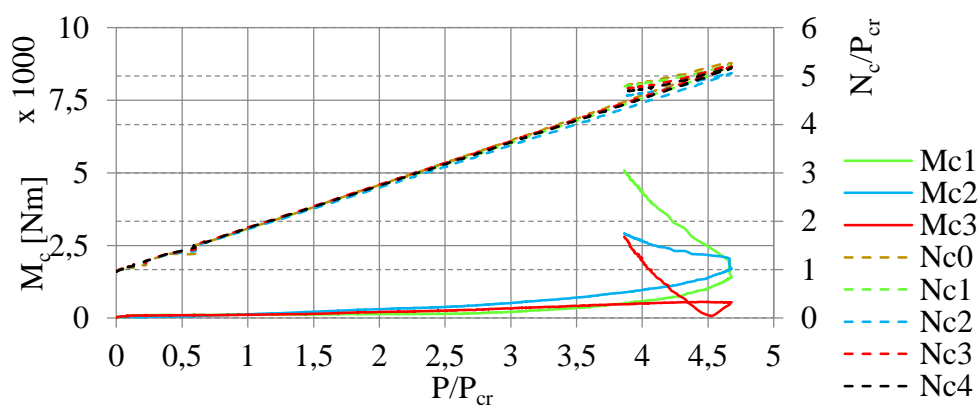


Figura 5.11 - Esforços\_ COL01\_C13\_ T<sub>ini</sub>9000N

No caso do ensaio COL03\_C10\_T<sub>ini</sub>7500N apresentado na Figura 5.12, como já referido os esforços axiais não estão corretos, devendo assim as secções S0 e S1 acompanhar a tendência das restantes 3 secções. No caso dos momentos fletores, visto que se verificou o modo simétrico de encurvadura, estes coincidem para as secções S1, S2 e S3.

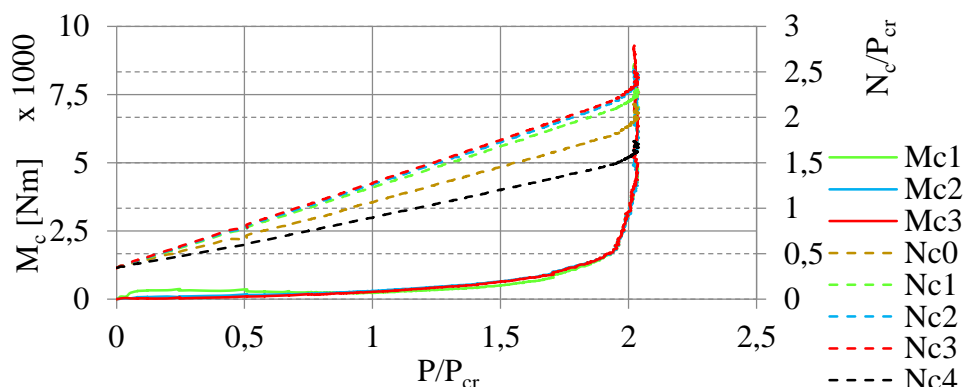


Figura 5.12 - Esforços\_ COL03\_C10\_Tini7500N

#### 5.4. Comparativo com metodologia (Wadde et al., 2013)

Nesta secção serão expostos algumas dos pressupostos aquando da aplicação da metodologia apresentada na secção 2.3 do presente documento.

A relação  $\frac{2l_{ca}}{L}$  das colunas ensaiadas enquadra-se com o campo de aplicação da metodologia proposta em (Wadee et al., 2013). Como a coluna encurva segundo o plano horizontal e comprimentos dos braços das colunas 01 e 02 são semelhantes dois a dois, a relação  $\frac{2l_{ca}}{L}$  apenas considera o comprimento dos braços 2 e 4. A esbelteza normalizada ( $\bar{\lambda}$ ) é superior a 1,0 nos 4 casos de ensaio, sendo a encurvadura o critério condicionante na estabilidade das colunas. O Quadro 5.3 apresenta a esbelteza normalizada e a relação de aplicabilidade da metodologia

Quadro 5.3 – Esbelteza normalizada das colunas de ensaio

	$\bar{\lambda}$	$2\overline{l_{ca_{2,4}}}/L$
C01	4.92	0.096
C02	5.62	0.100
C03	3.45	0.097
C04	5.11	0.097

De acordo com o pré-esforço inicial assumido para os vários ensaios e os pré-esforços mínimos e ótimos para o modo 1 e 2 apresentados no Quadro F. 5 dos Anexos, a carga crítica tendo em conta as zonas de comportamento implica a aplicação das expressões adequadas (17) a (19) e (21) a (23) para os modos 1 e 2, respetivamente.

O Quadro F. 6 apresenta a carga crítica máxima. Esta carga crítica máxima foi em todos os casos coincidente com a carga crítica correspondente ao modo simétrico de encurvadura (modo 1). Como tal, as relações  $(P_u/P_{cr})_{Q.2.8}$  apresentadas no Quadro F. 6 correspondem apenas ao modo simétrico de encurvadura de acordo com o Quadro 2.8 para os três níveis de imperfeição.

Mais uma vez, como a encurvadura ocorreu segundo o plano horizontal, as relações apresentadas no Quadro 2.8 apenas têm em conta o comprimento médio dos braços B2 e B4. As cargas últimas ( $P_u$  e  $P_{u,3D}$ ) apresentam-se no Quadro F. 7.

A carga última ( $P_u$ ) foi obtida pela expressão (26) atribuindo o nível de imperfeição  $L/1000$  por ser o mais próximo das imperfeições medidas em laboratório para a maioria dos casos.

A carga última tridimensional ( $P_{u,3D}$ ) foi obtida pela expressão (27) subtraindo à carga última ( $P_u$ ) a componente induzida pelo pré-esforço inicial segundo o plano vertical que contem os braços B1 e B3, daí ter sido considerado o ângulo  $\alpha_{1,3}$ .

A Figura 5.13 e a Figura 5.14 apresentam a evolução das cargas últimas obtidas experimentalmente ( $P_u$ ) e pela metodologia de dimensionamento ( $P_{u,3D}$ ) apresentada em (Wadee el al., 2012). No eixo horizontal, o pré-esforço inicial é normalizado pelo pré-esforço ótimo. As relações  $T_{ini}/T_{opt}$  para os cabos de 10mm são superiores às dos cabos de 13mm na medida que o  $T_{opt}$  para os cabos de 13mm ( $89\text{mm}^2$ ) é superior ao dos cabos de 10mm ( $47\text{mm}^2$ ). O pré-esforço ótimo depende da rigidez axial dos cabos, sendo esta função da área dos cabos.

A carga última experimental é bastante próxima da tridimensional para os casos de análise C01\_C10\_T<sub>ini</sub>10500 e C02\_C10\_T<sub>ini</sub>7500 a T<sub>ini</sub>10500 sendo as diferenças inferiores a 7%.

De referir que para as situações C02\_C10\_T<sub>ini</sub>9000 e T<sub>ini</sub>10500 a carga última tridimensional é superior à experimental.

As situações de ensaio C02\_C10\_T<sub>ini</sub>2000 e C02\_C13\_T<sub>ini</sub>4000 apresentam cargas últimas experimentais superiores às tridimensionais sendo a diferença de 41% e 50%, respetivamente.



Os restantes casos apresentados na Figura 5.13 divergem entre 17% a 38% quando comparadas as mesmas situações (mesma coluna, mesmo diâmetro de cabo e o mesmo pré-esforço inicial), sendo as cargas últimas experimentais superiores às tridimensionais.

Relativamente às curvas obtidas pela metodologia, repara-se que estas seguem uma tendência linear à medida que  $T_{ini}$  aumenta, não existindo ganhos consideráveis nas cargas últimas tridimensionais para o cabo de diâmetro de 13mm relativamente às cargas últimas tridimensionais obtidas para os cabos de 10mm, ao invés do que se verifica para as cargas últimas experimentais, em especial para a COL02, como já referido para na subsecção 5.3.4.

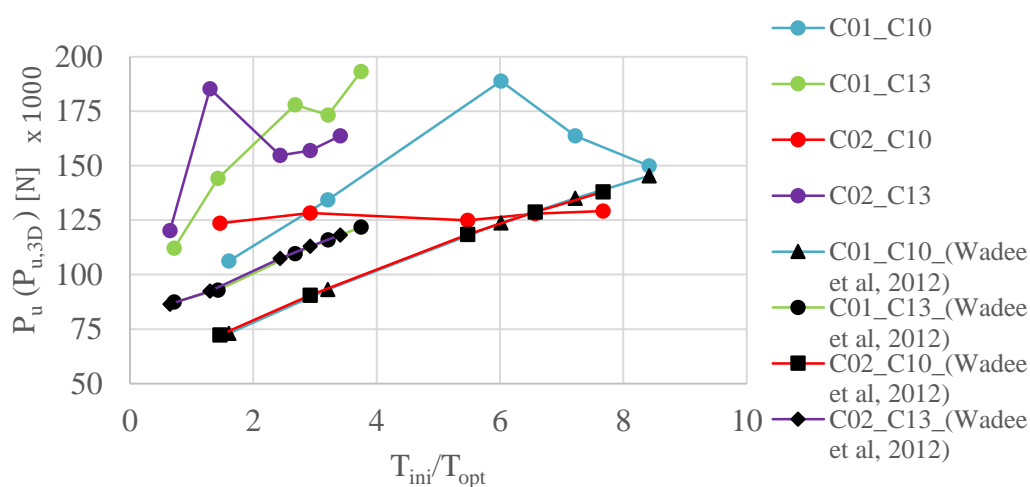


Figura 5.13 – Cargas últimas\_COL01, COL02

Relativamente às colunas 03 e 04, mais uma vez as cargas últimas tridimensionais ( $P_{u,3D}$ ) apresentam uma tendência linear à medida que o pré-esforço inicial aumenta. Para o mesmo diâmetro de cabo e o mesmo pré-esforço inicial, as cargas últimas tridimensionais obtidas pela metodologia apresentam-se bastante próximas, sendo em média superiores para a COL04 entre 4% a 6% relativamente à COL03.

Para as situações COL03\_C10\_  $T_{ini}$ 10500 e COL04\_C10\_  $T_{ini}$ 7500, as cargas últimas obtidas pela metodologia são superiores às obtidas experimentalmente em 1% e 2%, respetivamente. Divergindo em 8% e 12% encontram-se as situações, COL03\_C10\_  $T_{ini}$ 7500 e COL04\_C10\_  $T_{ini}$ 4000, sendo que nestes casos as cargas últimas experimentais são superiores.

As cargas últimas tridimensionais são superiores às experimentais em 13% e 14% para as situações COL04\_C10\_  $T_{ini}$ 10500 e COL04\_C10\_  $T_{ini}$ 14000, respetivamente. Os restantes casos

divergem entre 17% e 29%, sendo as cargas últimas experimentais superiores em todos os casos.

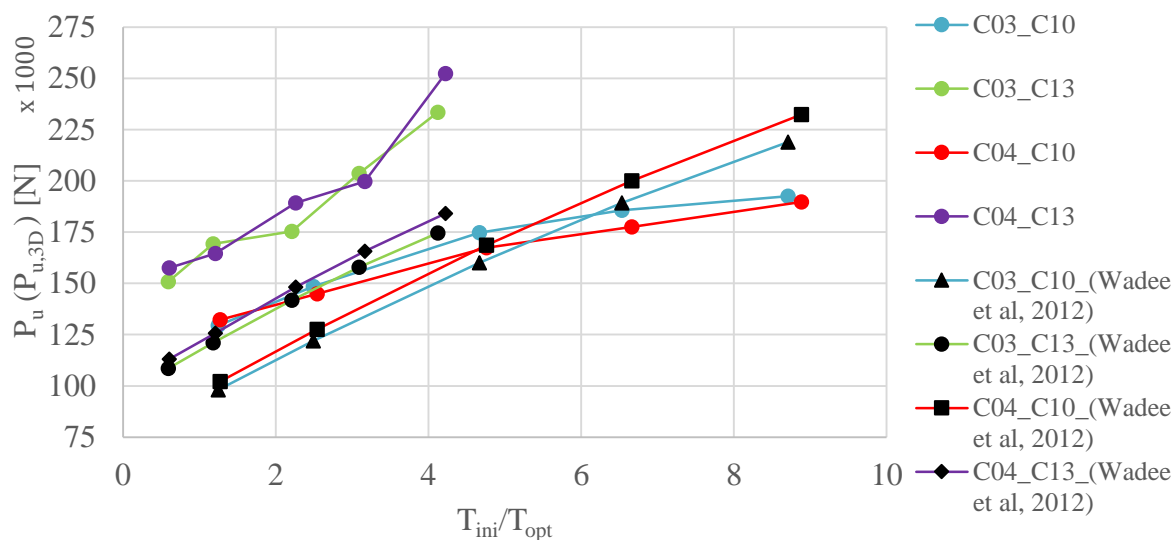


Figura 5.14 - Cargas últimas\_COL03, COL04

As Figura 5.15 e Figura 5.16 apresentam as cargas últimas (experimentais e tridimensionais) normalizadas pela carga crítica experimental da coluna sem cabos. Mais uma vez o eixo horizontal apresenta valores de pré-esforço inicial normalizados segundo os valores de pré-esforço ótimo.

Sendo a carga crítica experimental da COL02 bastante mais elevada que a da COL01, as curvas normalizadas correspondentes às cargas críticas tridimensionais da COL02 situam-se entre 1,2 e 2,3 ao invés da COL01 que se situam entre 2,0 e 4,0. Relativamente às cargas últimas experimentais normalizadas, as relações correspondentes à COL01 situam-se entre 3,0 e 5,2, enquanto para a COL02 ficam balizadas entre 2,1 e 3,1.

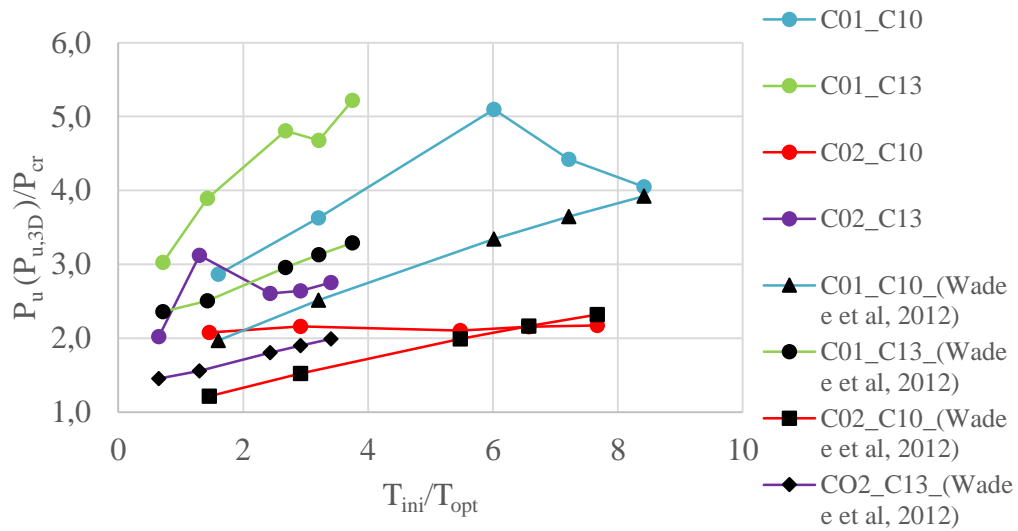


Figura 5.15 - Cargas últimas normalizadas\_COL01, COL02

Quanto às colunas 03 e 04, as relações de carga última tridimensional normalizada apresentam tendências semelhantes, sendo que as curvas correspondentes à COL04 são superiores às respectivas da COL03. Experimentalmente, para os cabos de 10mm de diâmetro as diferenças entre as curvas das colunas 03 e 04 são desprezáveis, enquanto para os cabos de 13mm é facilmente observável que para  $T_{ini}2000$ ,  $T_{ini}7500$  e  $T_{ini}14000$  os pontos respectivos à COL04 são superiores aos da COL03.

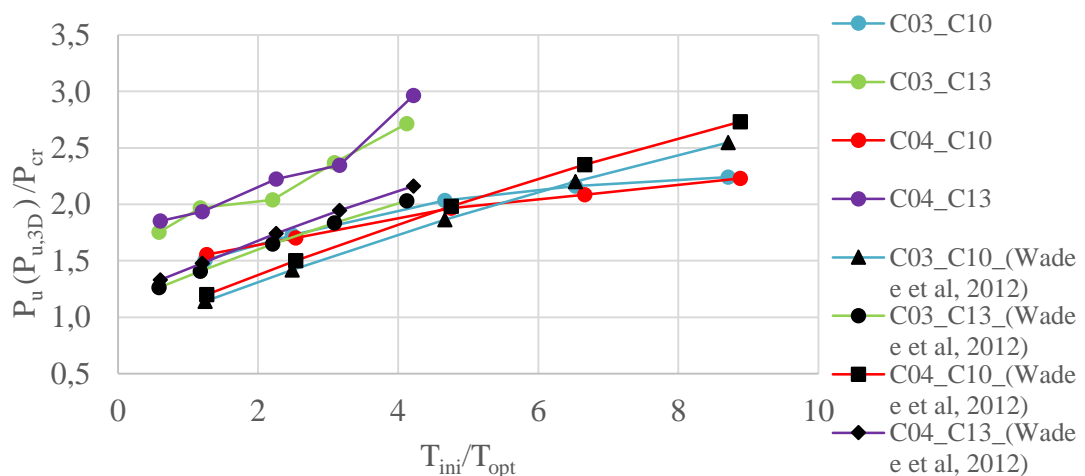


Figura 5.16 - Cargas últimas normalizadas\_COL03, COL04

## 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 6.1. Conclusões e discussão dos resultados

Após a realização dos ensaios, quer das colunas, quer dos materiais constituintes destas, e análise dos parâmetros medidos nos ensaios e respetivas comparações com a metodologia proposta em (Wadee et al., 2013) são possíveis estabelecer conclusões relevantes.

Relativamente ao sistema de ensaio, as condições de apoio das extremidades não apresentam comportamento de rótula perfeita, existindo atrito. Assim, algumas das rigidezes axiais iniciais apresentam diferenças para ensaios da mesma coluna quando se varia o diâmetro de cabo e o nível de pré-esforço. Por sua vez, existindo diferenças nas rigidezes axiais iniciais dos ensaios implicam diferentes desenvolvimentos das curvas dos parâmetros extraídos do programa experimental, levando a incoerências, por exemplo, nas cargas últimas obtidas. Um outro ponto prende-se com o facto de ser complicado captar corretamente o modo antissimétrico em laboratório.

Quanto às propriedades geométricas é possível afirmar que à medida que o pré-esforço inicial aumenta, os perfis de imperfeições das colunas apresentam maiores desvios relativamente ao eixo longitudinal ideal da coluna. No caso das espessuras medidas, estas também têm influência, apesar de menor do que no caso das imperfeições iniciais, visto que variam ao longo do comprimento da coluna. As colunas podem assim ser consideradas uma peça de secção variável em detrimento do conceito de peça prismática.

No que toca aos ensaios do material constituinte da coluna é possível verificar que a tensão de cedência atingida para o aço da classe S690 apresenta diferenças superiores às atingidas no caso do aço da classe S355, devendo-se em parte ao controlo de qualidade de fabrico. Relativamente aos cabos de pré-esforço, os módulos de elasticidade equivalentes medidos apresentam oscilações dentro do mesmo diâmetro devido ao nível de solicitação a que estiveram sujeitos, sendo que quanto maior a sua solicitação, ou seja, quanto maior o esforço axial a que estes estiveram sujeitos nos vários ensaios, maior a sua rigidez axial podendo afetar a deformação da coluna.

Relativamente aos ensaios das colunas atirantadas pré-esforçadas é possível concluir que:

- Os resultados experimentais relativos às colunas 01 e 02 apresentam maior divergência de resultados que as colunas 03 e 04, na medida que os seus comportamentos são bastante instáveis;
- O modo de encurvadura é facilmente perceptível pelas curvas de pré-esforço nos cabos e dos LVDTs, apesar de menos precisas que as primeiras devido às limitações do curso de medição destes;
- As forças nos cabos tracionados variam linearmente à medida que a deformação lateral aumenta, a não ser que ocorra perda de pré-esforço por torção durante o ensaio tendo implicância direta nos parâmetros medidos (por exemplo, ensaio COL03\_C13\_  $T_{ini}$  10500N, Figura D. 2 e Figura D. 10 dos Anexos);
- Contrariamente ao que alguns autores referiram nos seus estudos, a carga última não corresponde ao instante de perda de tensão nos cabos, podendo ocorrer antes ou após a carga crítica;
- Os ganhos de carga última quando aplicados os cabos de 13mm de diâmetro em detrimento dos cabos de 10mm apenas são relevantes para os casos de ensaio apresentados no Quadro 6.1.

Quadro 6.1 – Ganhos de carga última

	$T_{ini}$ [N]	Ganho $P_u$ [%]
C01	4000	7
	9000	6
	10500	22
C02	7500	19
	9000	18
	10500	21
C03	2000	14
	4000	12
	14000	18
C04	2000	16
	4000	12
	7500	12
	10500	11
	14000	25

- É possível estabelecer o rácio entre os esforços axiais na secção central da coluna e a carga aplicada nesta, como apresentado no Quadro 6.2. Nos casos de incorreta medição do esforço axial em algumas secções, os rácios seguintes foram observados desprezando essas secções.

Quadro 6.2 – Rácio entre o esforço axial na coluna-carga

	$T_{ini}$ [N]	$\overline{N}_{ci} / P$
C01 C02	2000	1,0 a 1,05
	4000	1,05 a 1,12
	7500	1,20 a 1,35
	9000	1,19 a 1,43
	10500	1,28 a 1,45
C03 C04	2000	1,0 a 1,05
	4000	1,10 a 1,23
	7500	1,19 a 1,23
	10500	1,33 a 1,35
	14000	1,31 a 1,44

- Os momentos fletores apresentam tendência praticamente linear até a carga aplicada atingir a carga última, a partir daí o crescimento é muitas vezes próximo de uma tendência exponencial ou mesmo vertical;
- Os momentos fletores gerados nas secções instrumentadas da coluna apresentam evolução semelhante quando ocorre o modo simétrico de encurvadura, apresentando divergências quando ocorre o modo interativo visto que este é função do deslocamento transversal da secção.

A comparação dos resultados dos ensaios experimentais com os resultados obtidos pela metodologia de dimensionamento apresentada em (Wadee et al., 2013) tem as suas limitações nos seguintes aspetos:

- A metodologia não contempla o modo de encurvadura interativo tendo este ocorrido em alguns dos ensaios experimentais constantes deste documento;
- Os pressupostos de ensaio e os modelos numéricos desenvolvidos com fim à metodologia proposta são diferentes dos pressupostos dos ensaios constantes deste documento, como por exemplo as condições de paragem do ensaio experimental e as propriedades geométricas e mecânicas, em especial o comprimento total da coluna e a sua implicância ao nível das imperfeições iniciais, sendo mais pronunciadas que para colunas com 3000mm e 4000mm que serviram de base à metodologia.

Contudo, apresentam-se as seguintes conclusões:

- A carga última tridimensional obtida pela metodologia apenas em 7 de 40 casos relativos às colunas atirantadas pré-esforçadas analisadas é superior à carga última experimental;
- O Quadro 6.3 refere os casos em que as diferenças de carga última tridimensional-experimental são inferiores a 10%.

Quadro 6.3 – Diferenças entre cargas últimas experimentais e tridimensionais

	$\varnothing_s$ [mm]	$T_{ini}$ [N]	Diferença $P_u$ [%]
C01	10	10500	3
C02		7500	5
		9000	0,5
C03		10500	7
		7500	8
C04		10500	2
		7500	0,7

- As cargas últimas dos restantes casos divergem em média em 16% e 32% para as colunas 01 e 02 e, 03 e 04, respetivamente;
- Pela metodologia, os ganhos de carga última tridimensional, usando cabos de 13mm de diâmetro em detrimento dos cabos de 10mm, apenas são benéficos para as situações de pré-esforço inicial de 2000N, em 16% para as colunas 01 e 02 e 9% para as colunas 03 e 04.

## 6.2. Sugestões para trabalhos futuros

Ao nível dos futuros ensaios experimentais sugere-se que:

- A medição das imperfeições seja efetuada de forma mais correta recorrendo a equipamentos topográficos (desde que logisticamente possível);
- Pré-tracionar os cabos com cargas superiores às expectáveis de atingir em situação de ensaio mais frequentemente para eliminar os desvios na rigidez axial destes de modo a não ter qualquer influência na encurvadura da PSSC;
- Rever a situação dos apoios das extremidades da coluna, com vista a tentar reduzir o atrito desenvolvido nas rótulas;

- Restringir a torção dos cabos, de modo a impedir a sua rotação durante o ensaio;
- Efetuar ensaios à escala real aplicando varões roscados de modo a averiguar os ganhos referidos por outros autores relativamente aos cabos de pré-esforço.

Ao nível de trabalho numérico e analítico sugere-se que:

- Desenvolvimento de modelos numéricos e respetiva calibração com base nos ensaios realizados à escala real;
- Reformulação da metodologia de dimensionamento de colunas atirantadas pré-esforçadas para os modos simétrico e antissimétrico com base em ensaios e modelos numéricos de dimensões à escala real;
- Desenvolvimento de metodologia de dimensionamento contemplando o modo interativo de encurvadura;
- Realização de mais estudos paramétricos de modo a averiguar a influência de parâmetros como a classe de aço, comprimento dos braços e diâmetro do cabo no ganho de resistência à compressão das colunas atirantadas pré-esforçadas.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chan, Siu-La, Shu, Gan-ping e Lü, Zhi-tao (2002). “Stability analysis and parametric study of pre-stressed stayed columns”. *Engineering Structures*, Vol. 24, pp. 115-124.

Chu, K. H. e Berge, S. S. (1963). “Analysis and Design of Structs with Tension Ties”. *Journal of the Structural Division*, Vol. 89, No. ST1, pp. 127-163.

Comité Europeu de Normalização (CEN), (2006). NP EN 10002-1, “Materiais metálicos – Ensaio de tração – Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente”, Bruxelas

de Araujo, R. R., de Andrade, S. A. L., Vellasco, P. C. G. da S., da Silva, J. G. S. e de Lima, L. R. O. (2008). “Experimental and numerical assessment of stayed steel columns”. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 64, pp. 1020-1029.

de Araujo, R. R. (2009). “Estudo do Comportamento Estrutural de Colunas de Aço Estaiadas e Protendidas”. Tese de Doutorado, Pontífca Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

E. Belenya, “Prestressed Load-Bearing Metal Structures”, English translation, MIR Publishers, Moscovo, 1977.

Hafez, H. H., Ellis, John S. e Temple, Murray C. (1979). “Pretensioning of Single-Crossarm Stayed Columns”. *Journal of the Structural Division*, Vol. 105, pp. 359-375.

Technical Committee ISO/TC17 (1977). ISO 377, “Steel and steel products – Location and preparation of samples and test pieces for mechanical testing”, Genebra.

Maunch, H. R. e Felton, L. P. (1967). “Optimum design of columns supported by tension ties”. *Journal of the Structural Division*, Vol. 93, No. ST3, pp. 201-220.

Osofero, A. Israel, Wadee, M. Ahmer e Gardner, L. (2012). "Experimental study of critical and post-buckling behavior of prestressed stayed columns". *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 79, pp. 226-241.

Saito, Daisuke e Wadee, M. Ahmer (2008). "Post-buckling behaviour of prestressed steel stayed columns". *Engineering Structures*, Vol. 30, pp. 1224-1239.

Saito, Daisuke e Wadee, M. Ahmer (2009a). "Buckling behaviour of prestressed steel stayed columns with imperfections and stress limitation". *Engineering Structures*, Vol. 31, pp. 1-15.

Saito, Daisuke e Wadee, M. Ahmer (2009b). "Numerical studies of interactive buckling in prestressed steel stayed columns". *Engineering Structures*, Vol. 31, pp. 432-443.

Saito, Daisuke e Wadee, Mr. Ahmer (2010). "Optimal prestressing and configuration of stayed columns". *Proceedings of Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings*, Vol. 163, pp. 343-355.

Smith, E. A. (1979). Discussão de "Pretensioning of Single-Crossarm Stayed Columns", *Journal of the Structural Division*, Vol. 105, No. ST11, pp. 2484-2485.

Smith, E. A. (1985). "Behavior of Columns with Pretensioned Stays". *Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, pp. 961-972.

Smith, Raymond J., Ellis, John S. e McCaffrey, George T. (1975). "Buckling of a Single-Crossarm Stayed Column". *Journal of the Structural Division*, Vol. 101, pp. 249-268.

Temple, M. C. (1975). Discussão de "Buckling of a Single-Crossarm Stayed Column", *Journal of the Structural Division*, Vol. 101, No. ST8, pp. 1724-1727.

Temple, M. C. (1977). "Buckling of stayed columns". *Journal of the Structural Division*, Vol. 103, No. ST4, pp. 839-851.

Temple, Murray C., Prakash, M. V. e Ellis, John S. (1984). "Failure Criteria for Stayed Columns". *Journal of Structural Engineering*, Vol. 110, pp. 2677-2689.

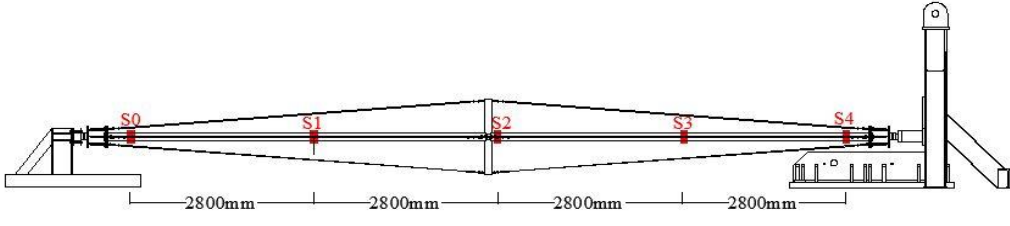
Wadee, M. Ahmer, Gardner, A. e Osofero, A. Israel (2013). "Design of prestressed stayed columns". *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 80, pp. 287-298.

Wong, K. C. e Temple, M. C. (1982). "Stayed columns with initial imperfection". *Journal of the Structural Division*, Vol. 108, No. ST7, pp. 1623-1641.

## ANEXOS

### A. Propriedades geométricas dos elementos constituintes das colunas

Quadro A. 1 - Propriedades geométricas das secções do núcleo central da coluna

Secção						
Coluna						
C01	$\overline{\varnothing}_{ext\_col\_i}$ [mm]	101.70	101.80	101.80	102.00	101.90
	$\overline{t}_{col\_i}$ [mm]	8.39	8.04	8.08	8.26	8.32
		8.28	8.46	8.50	8.30	8.30
		8.40	8.04	8.25	8.29	8.16
	$\overline{t}_{col\_i}$ [mm]	8.36	8.18	8.28	8.28	8.26
	$\overline{A}_{col\_i}$ [mm <sup>2</sup> ]	2450.57	2405.87	2431.79	2438.78	2429.92
$\overline{I}_{col\_i}$ [mm <sup>4</sup> ]	2.690E+06	2.656E+06	2.680E+06	2.698E+06	2.684E+06	
C02	$\overline{\varnothing}_{ext\_col\_i}$ [mm]	101.70	101.70	101.50	101.50	101.50
	$\overline{t}_{col\_i}$ [mm]	8.00	7.95	7.88	7.88	7.96
		8.13	8.06	7.98	8.06	8.07
		7.88	8.27	7.65	7.96	8.17
	$\overline{t}_{col\_i}$ [mm]	8.00	8.09	7.84	7.97	8.07
	$\overline{A}_{col\_i}$ [mm <sup>2</sup> ]	2355.84	2380.04	2305.96	2340.95	2367.80
$\overline{I}_{col\_i}$ [mm <sup>4</sup> ]	2.604E+06	2.626E+06	2.546E+06	2.579E+06	2.603E+06	

C03	$\overline{\varnothing}_{ext\_col\_i}$ [mm]	139.60	139.90	139.60	139.40	139.90
	$\overline{t}_{col\_i}$ [mm]	6.54	6.70	6.53	6.36	6.29
		6.80	6.43	7.03	6.95	6.43
		6.64	6.86	6.73	6.73	6.60
	$\overline{t}_{col\_i}$ [mm]	6.66	6.66	6.76	6.68	6.44
	$\overline{A}_{col\_i}$ [mm <sup>2</sup> ]	2781.50	2789.11	2822.47	2785.24	2700.14
$\overline{I}_{col\_i}$ [mm <sup>4</sup> ]	6.160E+06	6.205E+06	6.242E+06	6.148E+06	6.026E+06	
C04	$\overline{\varnothing}_{ext\_col\_i}$ [mm]	139.40	139.80	140.10	139.90	139.90
	$\overline{t}_{col\_i}$ [mm]	6.65	6.90	6.98	6.46	6.59
		7.21	7.05	6.43	7.08	7.18
		6.92	6.78	6.83	7.18	6.79
	$\overline{t}_{col\_i}$ [mm]	6.93	6.91	6.75	6.91	6.85
	$\overline{A}_{col\_i}$ [mm <sup>2</sup> ]	2882.72	2884.83	2826.46	2885.68	2864.55
$\overline{I}_{col\_i}$ [mm <sup>4</sup> ]	6.341E+06	6.385E+06	6.299E+06	6.397E+06	6.355E+06	

Quadro A. 2 - Propriedades geométricas das secções dos braços da coluna

		Braços			
		(B1)	(B2)	(B3)	(B4)
C01	$l_{ca}$ [mm]	605.05	576.02	601.90	579.99
	$\overline{\varnothing}_{ext\_ca\_i}$ [mm]	101.40	101.70	101.60	101.90
	$\overline{t}_{ca}$ [mm]	8.23	8.09	8.40	8.33
		7.93	7.93	8.19	8.01
		8.38	8.05	8.26	8.36
	$\overline{t}_{ca}$ [mm]	8.18	8.02	8.28	8.23
	$\overline{A}_{ca}$ [mm <sup>2</sup> ]	2395.59	2361.22	2428.37	2422.76
$\overline{I}_{ca}$ [mm <sup>4</sup> ]	2.622E+06	2.609E+06	2.664E+06	2.678E+06	

C02	$l_{ca}$ [mm]	577.75	600.84	576.68	602.86
	$\varnothing_{ext\_ca\_j}$ [mm]	101.70	101.60	101.70	101.70
	$t_{ca}$ [mm]	8.30	7.91	8.23	8.31
		8.02	8.03	8.42	8.33
		8.23	8.02	7.93	8.36
	$\overline{t_{ca}}$ [mm]	8.18	7.99	8.19	8.33
	$\overline{A_{ca}}$ [mm <sup>2</sup> ]	2404.19	2348.84	2406.87	2444.33
$\overline{I_{ca}}$ [mm <sup>4</sup> ]	2.648E+06	2.592E+06	2.651E+06	2.685E+06	
C03	$l_{ca}$ [mm]	579.75	579.80	579.90	579.94
	$\varnothing_{ext\_ca\_j}$ [mm]	101.20	101.00	102.00	100.90
	$t_{ca}$ [mm]	8.36	7.86	8.12	8.21
		8.28	8.20	8.25	8.19
		8.04	8.15	8.01	8.07
	$\overline{t_{ca}}$ [mm]	8.23	8.07	8.13	8.16
	$\overline{A_{ca}}$ [mm <sup>2</sup> ]	2402.88	2356.02	2396.65	2376.54
$\overline{I_{ca}}$ [mm <sup>4</sup> ]	2.617E+06	2.563E+06	2.660E+06	2.575E+06	
C04	$l_{ca}$ [mm]	583.17	583.10	583.20	583.15
	$\varnothing_{ext\_ca\_j}$ [mm]	101.90	101.50	101.60	101.50
	$t_{ca}$ [mm]	7.95	7.93	8.08	7.86
		8.14	8.27	8.09	8.17
		7.98	8.40	8.29	8.10
	$\overline{t_{ca}}$ [mm]	8.02	8.20	8.15	8.04
	$\overline{A_{ca}}$ [mm <sup>2</sup> ]	2366.26	2403.51	2393.59	2361.55
$\overline{I_{ca}}$ [mm <sup>4</sup> ]	2.626E+06	2.635E+06	2.633E+06	2.597E+06	

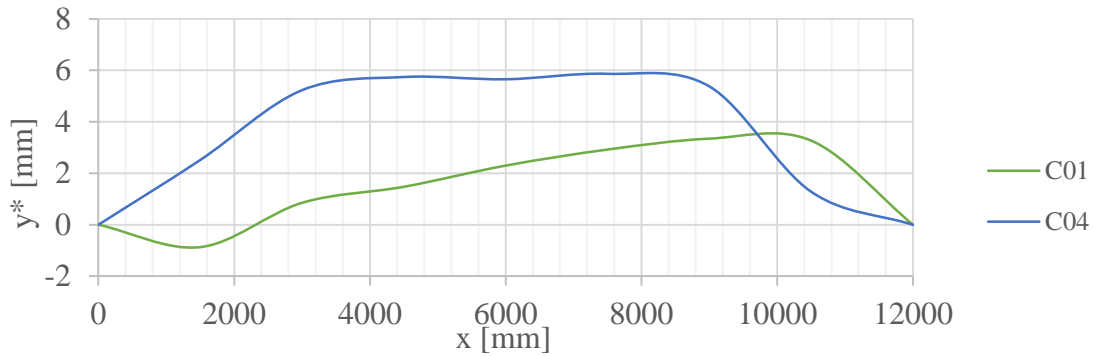


Figura A. 1 - Perfis de imperfeições COL01 e COL04

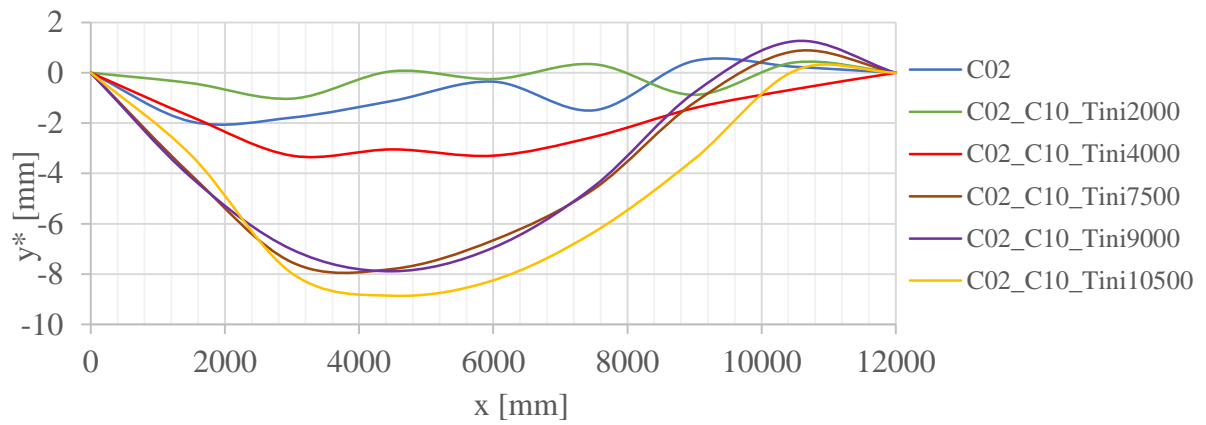


Figura A. 2 - Perfis de imperfeições COL02\_C10

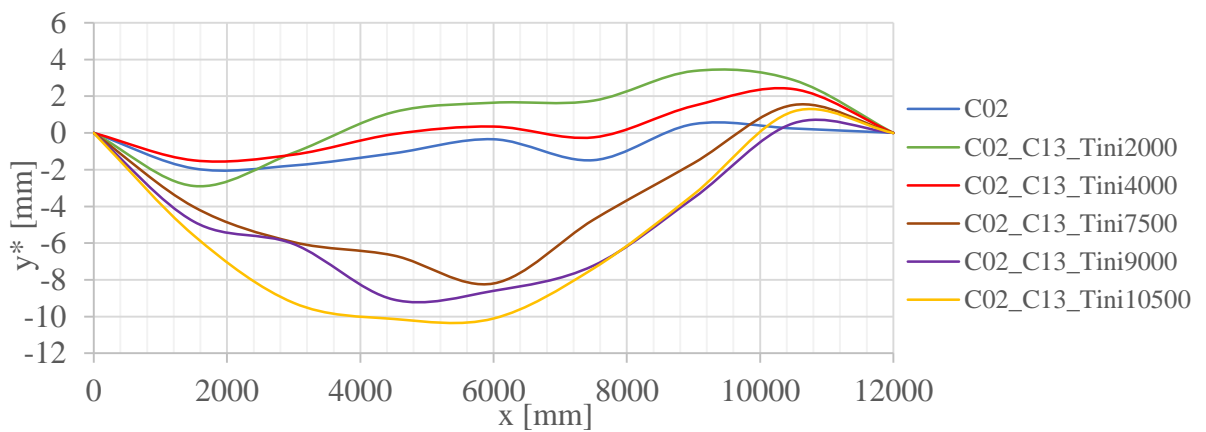


Figura A. 3 - Perfis de imperfeições COL02\_C13

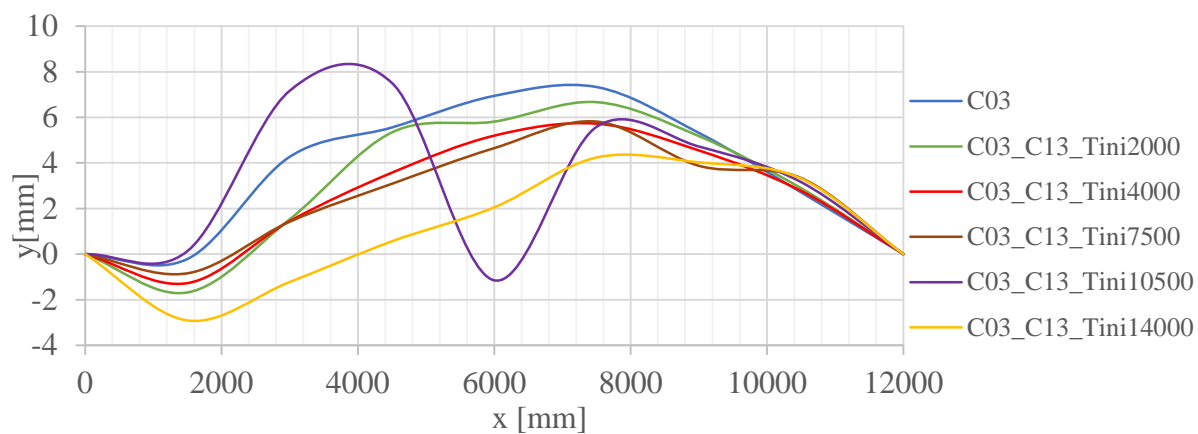


Figura A. 4 - Perfil de imperfeições COL03\_C13



**B. COLUNA 01**

**B.1. Curvas  $P/P_{cr}$  – Encurtamento da coluna; Deslocamento a 1/2vão**

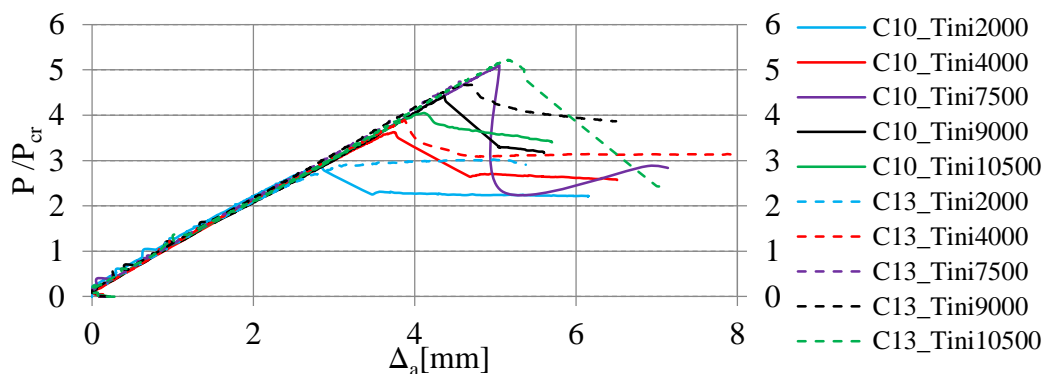


Figura B. 1 – COL01\_Carga normalizada – Encurtamento da coluna

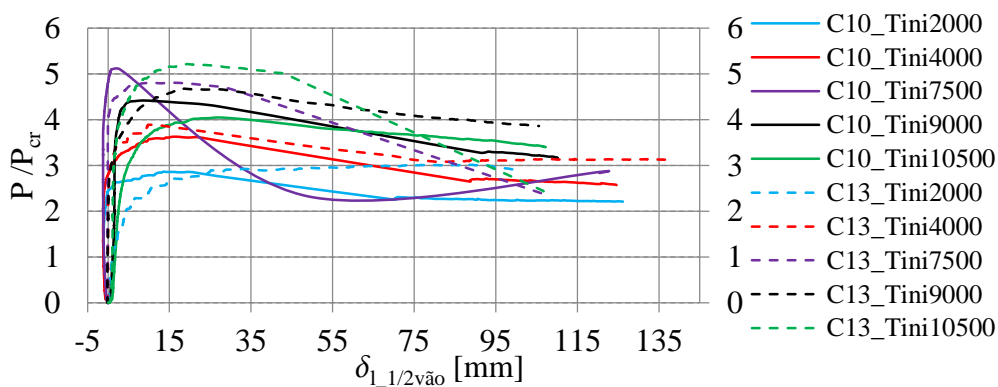


Figura B. 2 – COL01\_Carga normalizada – Deslocamento a 1/2vão

**B.2. Curvas Pré-esforço nos cabos – Carga exterior/Carga crítica; Deslocamento lateral 1/2vão**

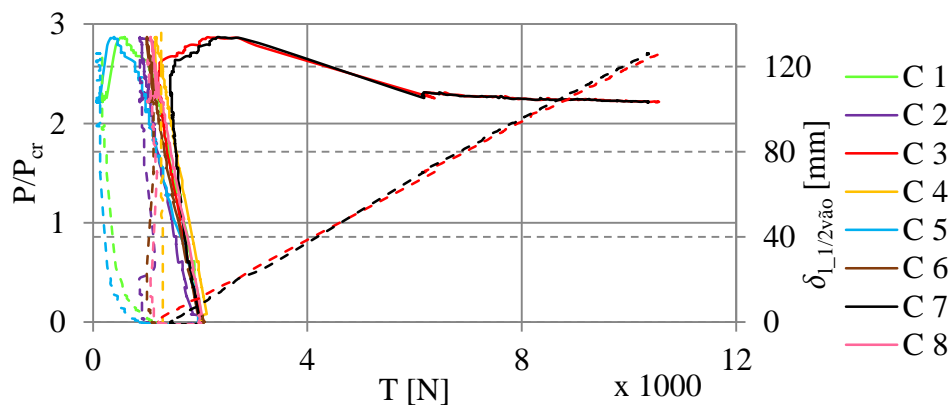


Figura B. 3 - COL01\_C10\_  $T_{ini} = 2000N$

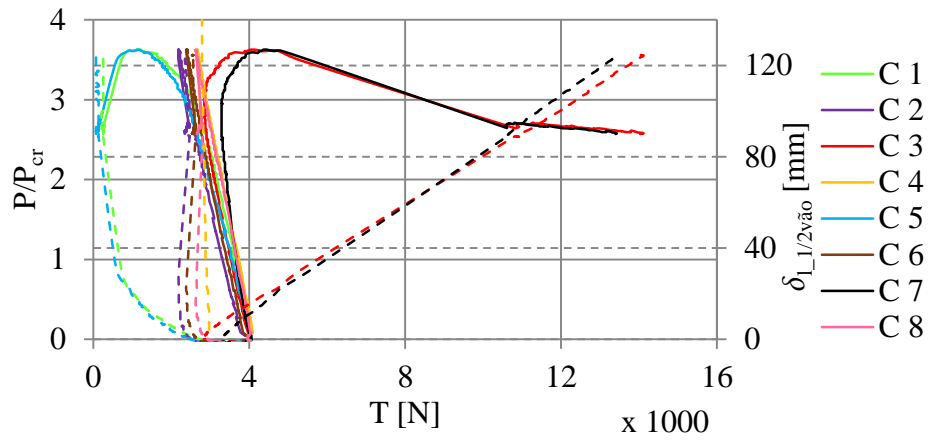


Figura B. 4 - COL01\_C10\_  $T_{ini} = 4000$ N

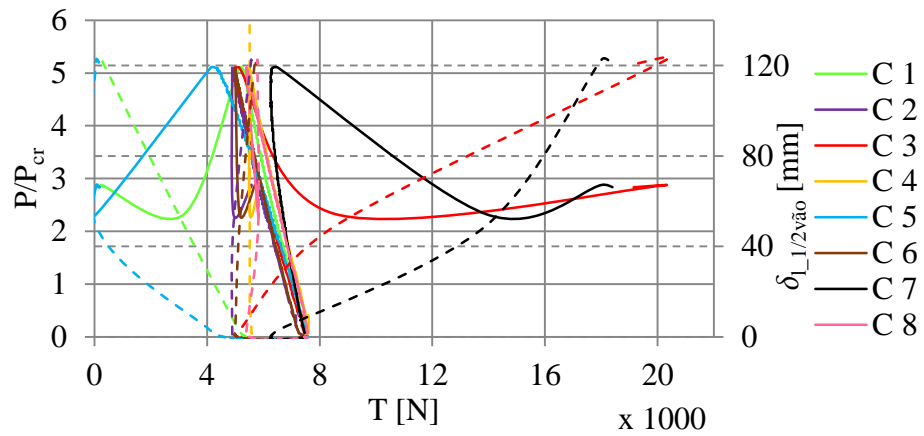


Figura B. 5 - COL01\_C10\_  $T_{ini} = 7500$ N

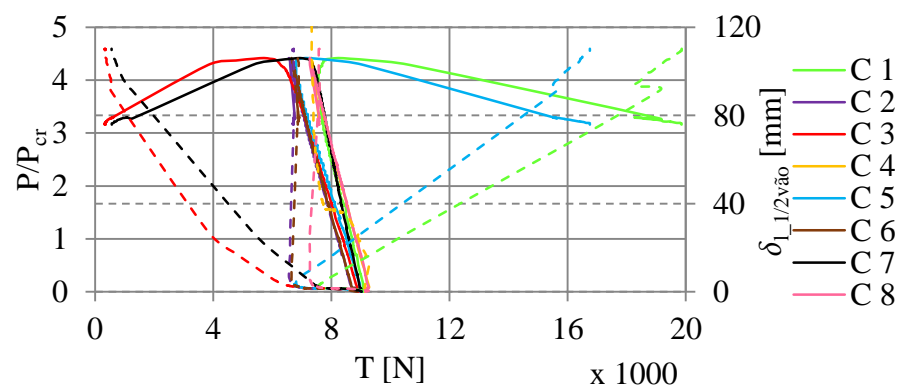


Figura B. 6 - COL01\_C10\_  $T_{ini} = 9000$ N

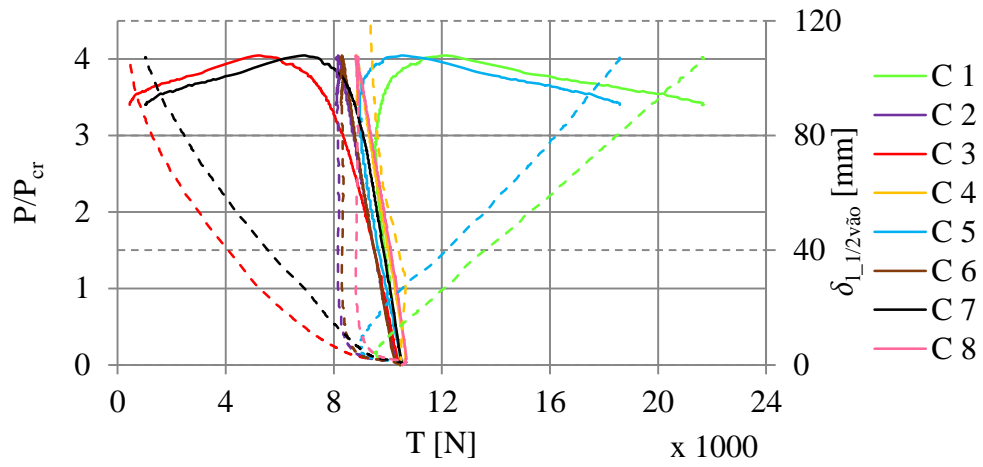


Figura B. 7 - COL01\_C10\_  $T_{ini} = 10500N$

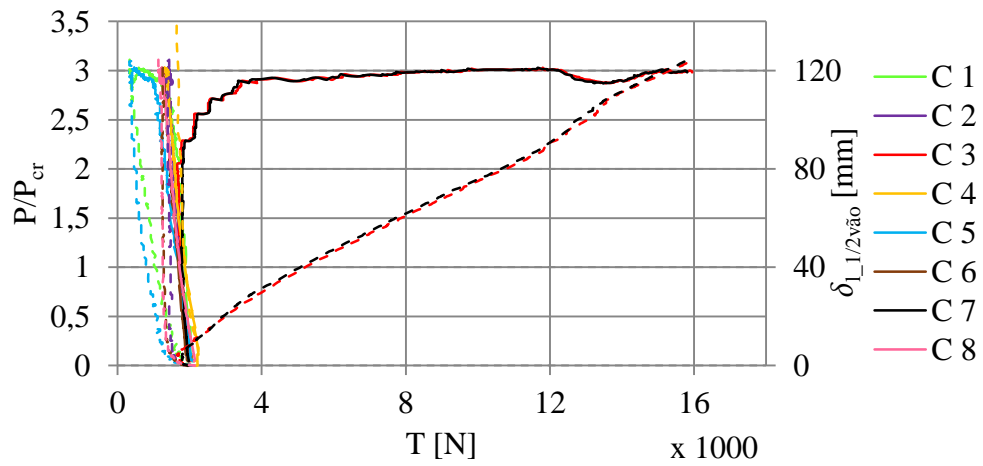


Figura B. 8 - COL01\_C13\_  $T_{ini} = 2000N$

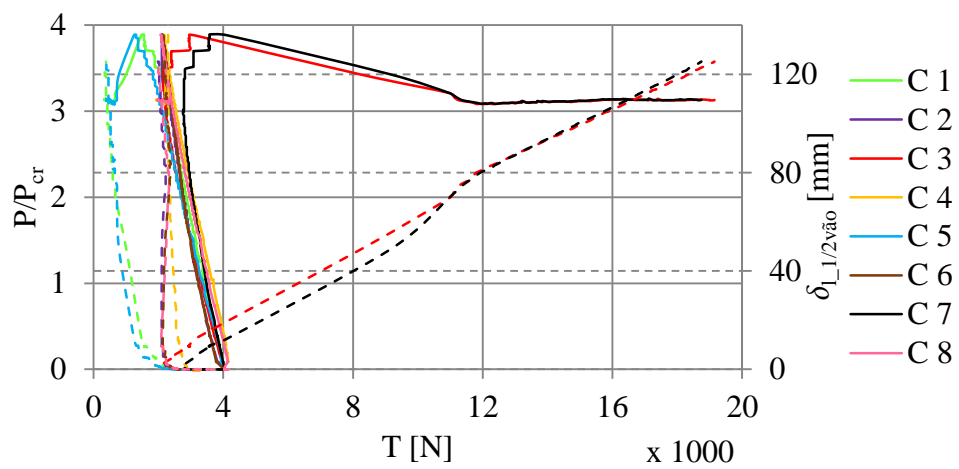


Figura B. 9 - COL01\_C13\_  $T_{ini} = 4000N$

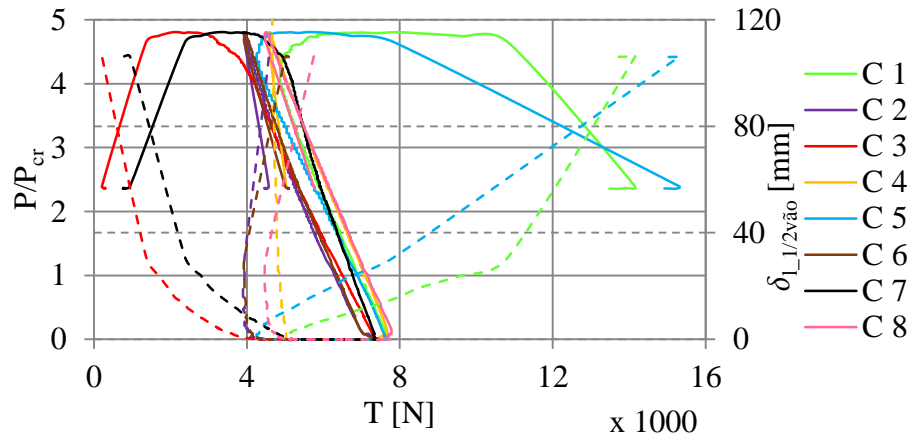


Figura B. 10 - COL01\_C13\_  $T_{ini} = 7500N$

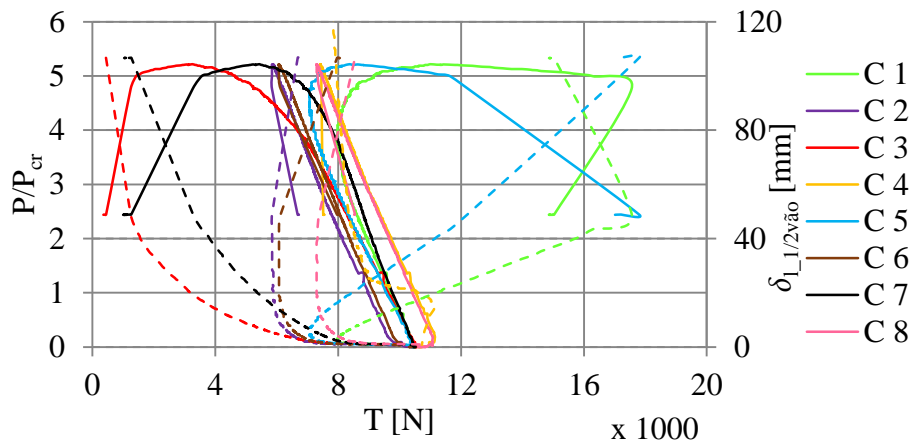


Figura B. 11 - COL01\_C13\_  $T_{ini} = 10500N$

**B.3. Curvas Carga exterior/Carga crítica – Momento Fletor; Esforço axial/Carga crítica**

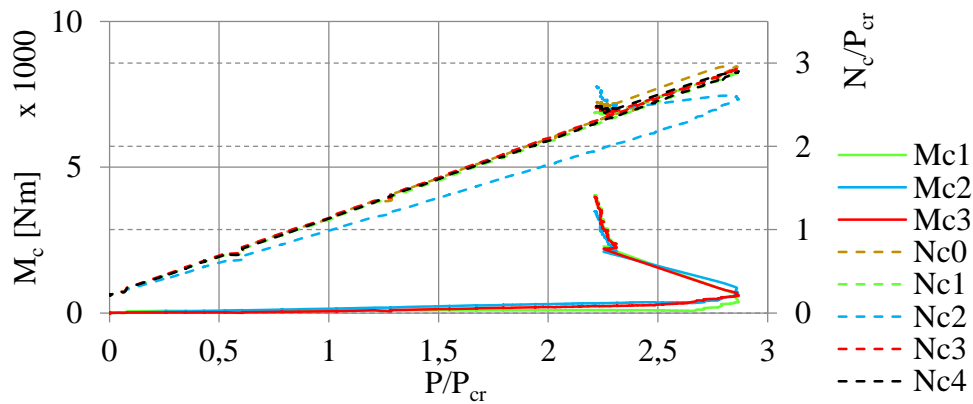


Figura B. 12 – Esforços\_COL01\_C10\_  $T_{ini} = 2000N$

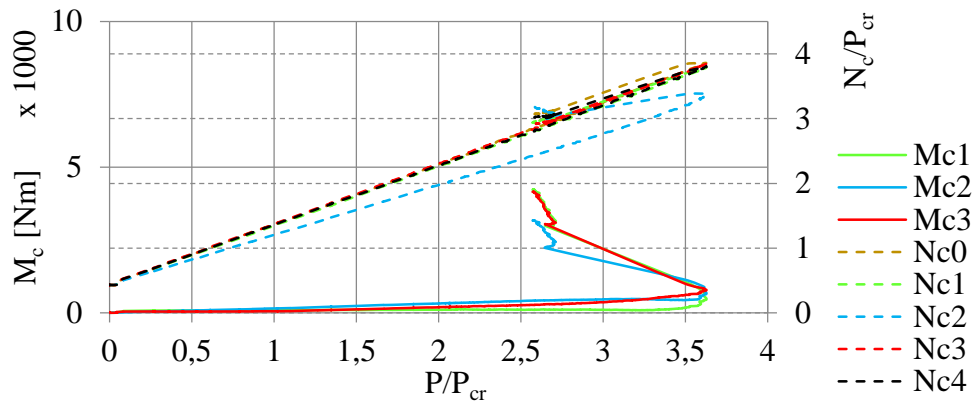


Figura B. 13 – Esforços\_ COL01\_C10\_ T<sub>ini</sub> = 4000N

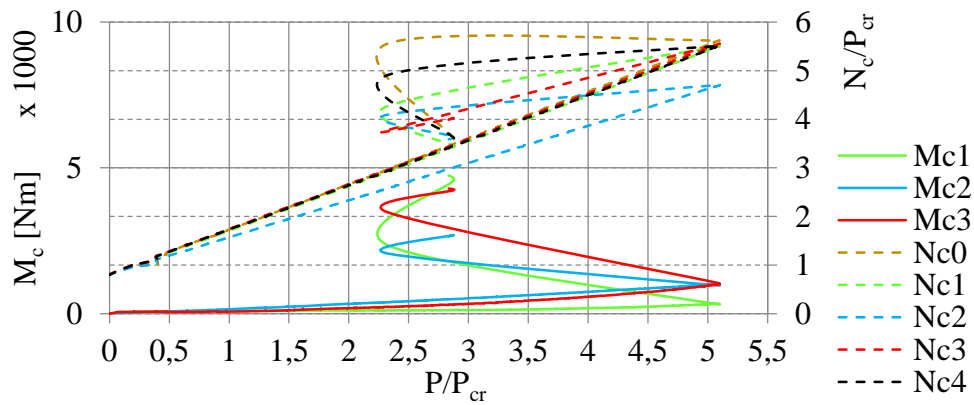


Figura B. 14 – Esforços\_ COL01\_C10\_ T<sub>ini</sub> = 7500N

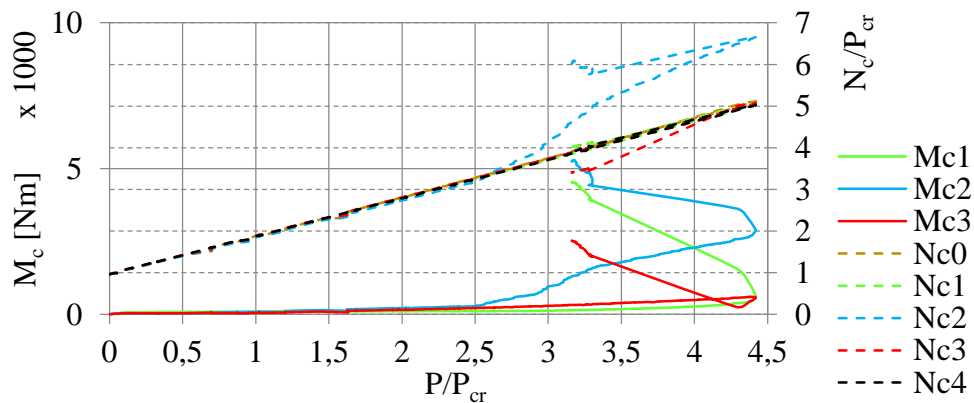


Figura B. 15 – Esforços\_ COL01\_C10\_ T<sub>ini</sub> = 9000N

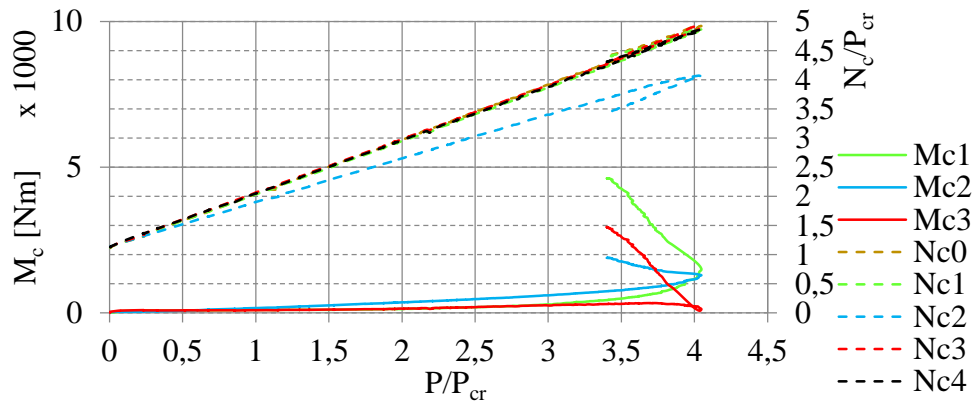


Figura B. 16 – Esforços\_ COL01\_C10\_  $T_{ini} = 10500N$

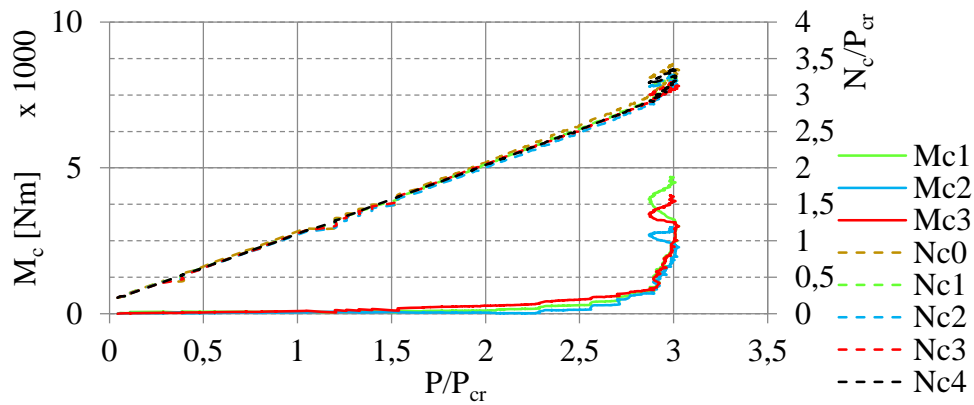


Figura B. 17 – Esforços\_ COL01\_C13\_  $T_{ini} = 2000N$

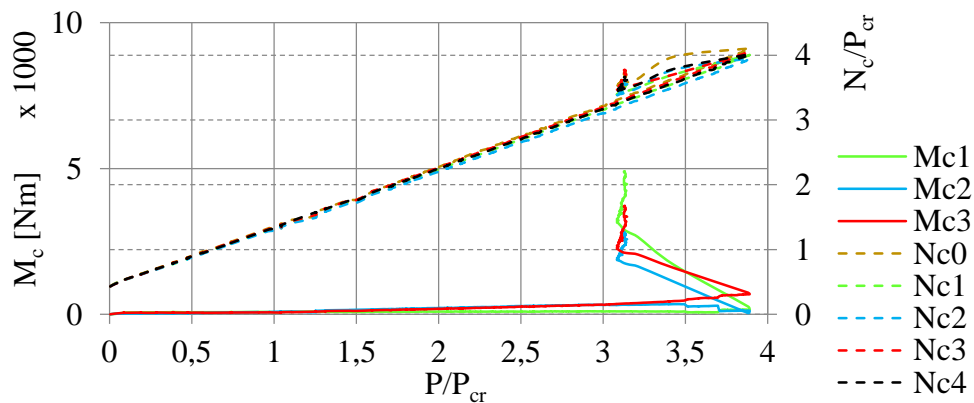


Figura B. 18 – Esforços\_ COL01\_C13\_  $T_{ini} = 4000N$

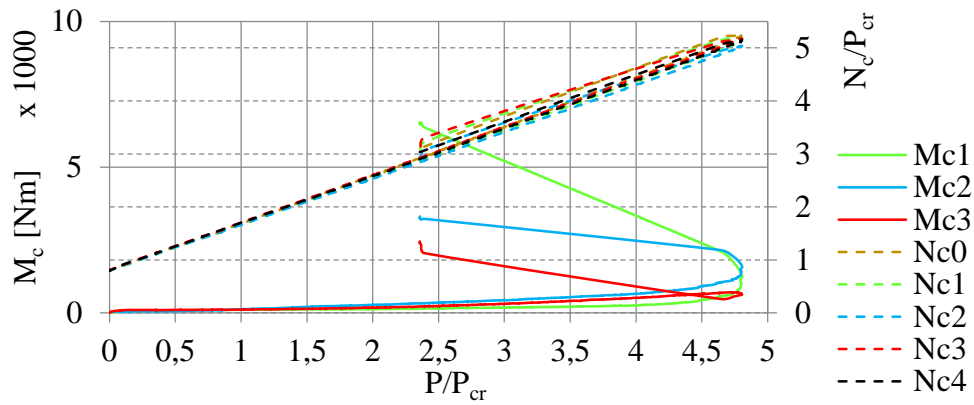


Figura B. 19 – Esforços\_ COL01\_C13\_  $T_{ini} = 7500N$

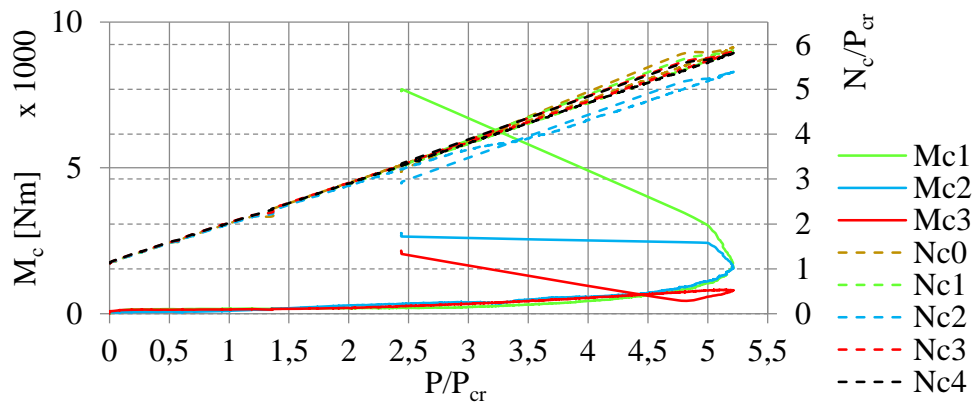


Figura B. 20 – Esforços\_ COL01\_C13\_  $T_{ini} = 10500N$

### C. COLUNA 02

#### C.1. Curvas Pré-esforço nos cabos – Carga exterior/Carga crítica; Deslocamento lateral 1/2vão

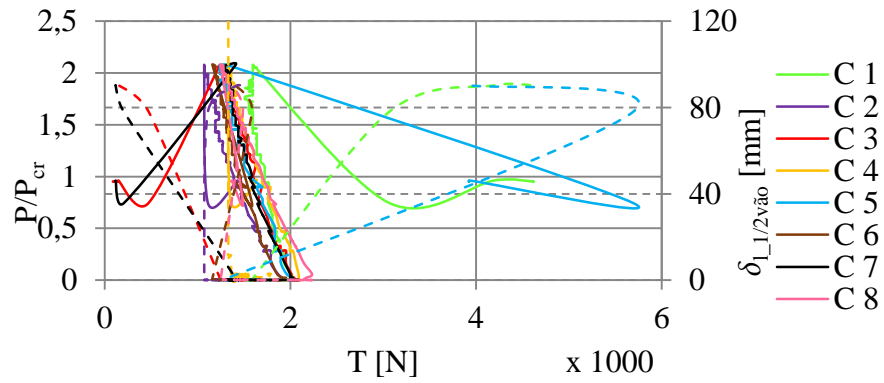


Figura C. 1 - COL02\_C10\_  $T_{ini} = 2000N$

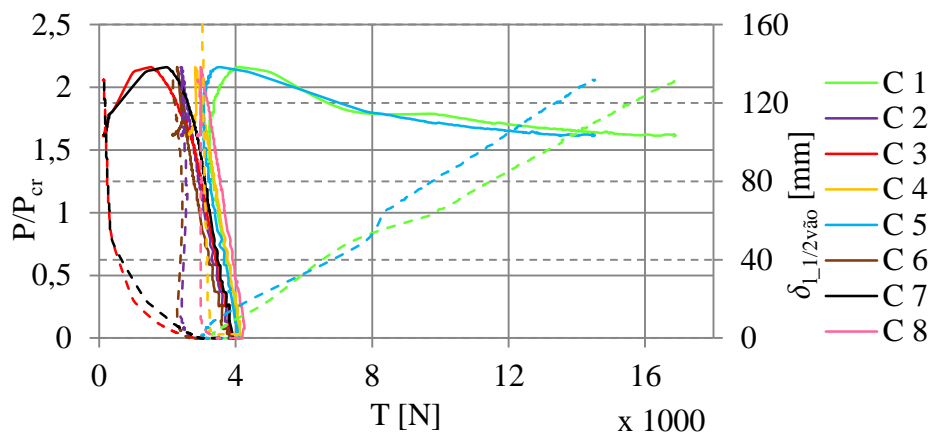


Figura C. 2 - COL02\_C10\_  $T_{ini} = 4000N$

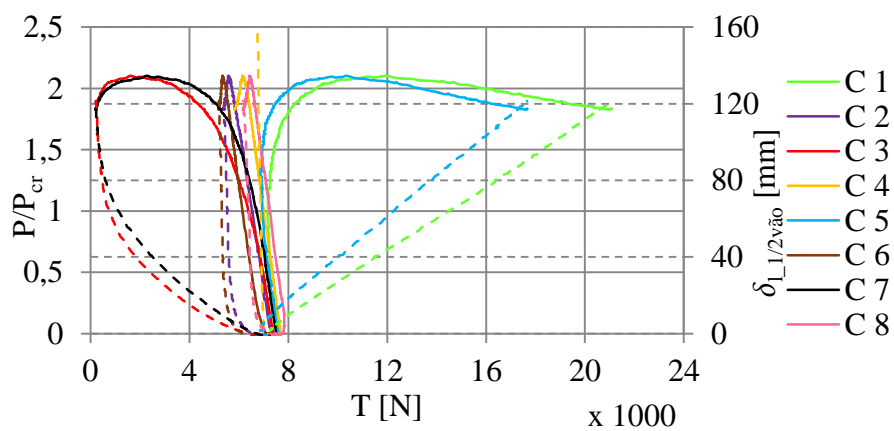


Figura C. 3 - COL02\_C10\_  $T_{ini} = 7500N$



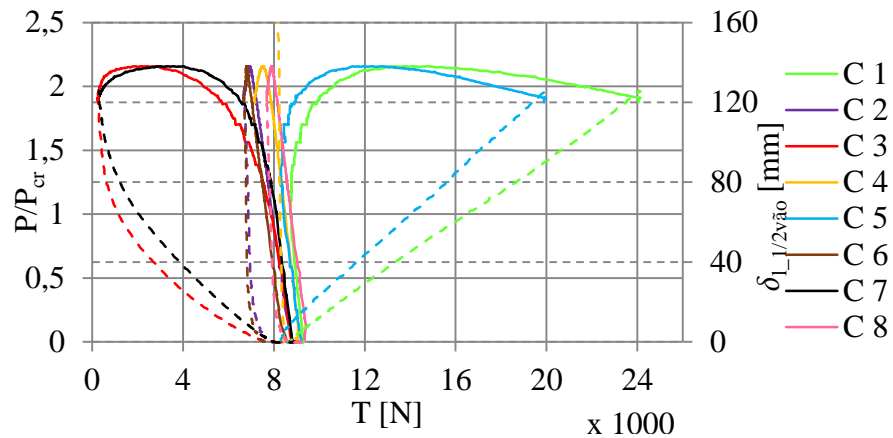


Figura C. 4 - COL02\_C10\_  $T_{ini} = 9000N$

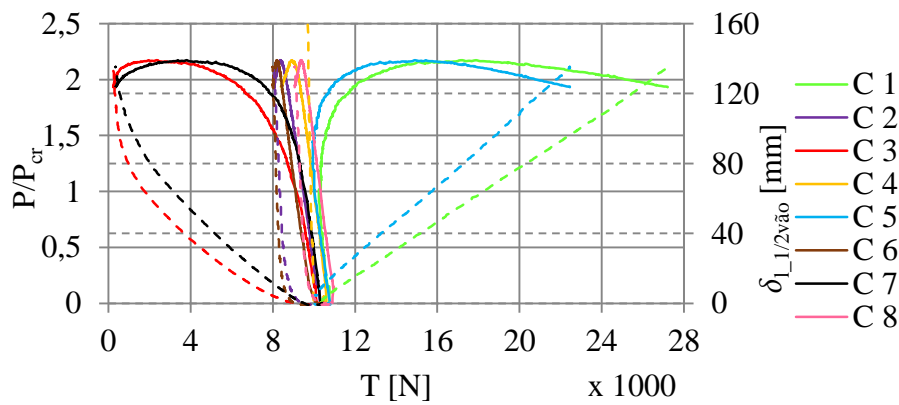


Figura C. 5 - COL02\_C10\_  $T_{ini} = 10500N$

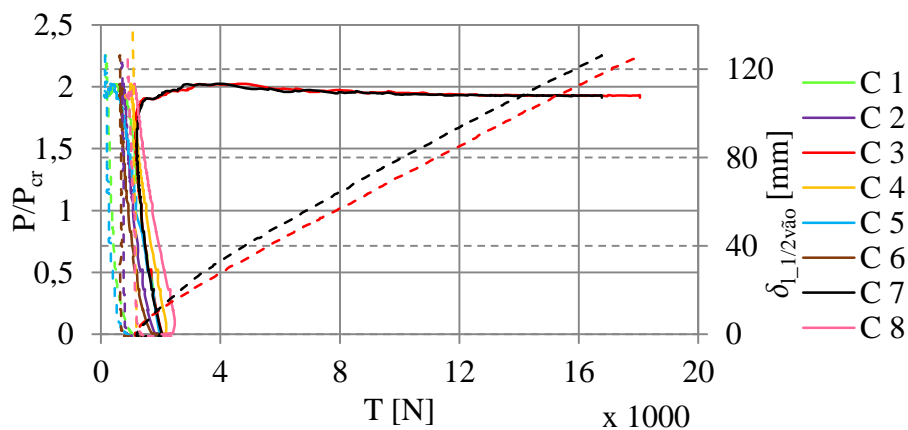


Figura C. 6 - COL02\_C13\_  $T_{ini} = 2000N$

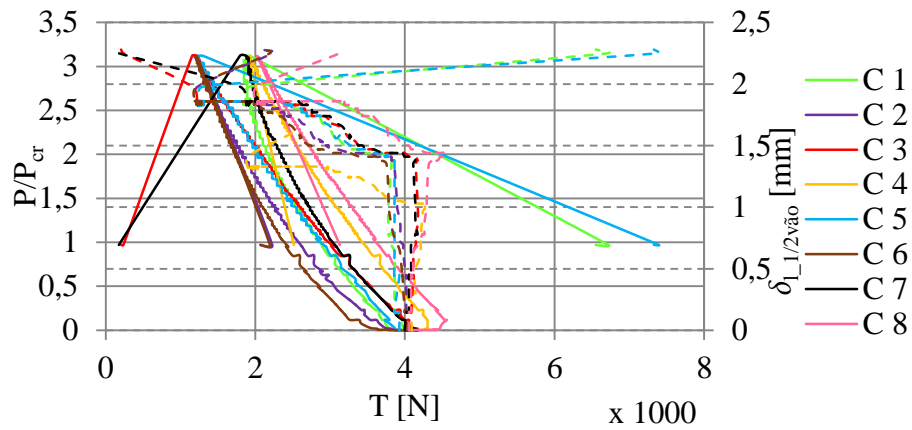


Figura C. 7 - COL02\_C13\_  $T_{ini} = 4000N$

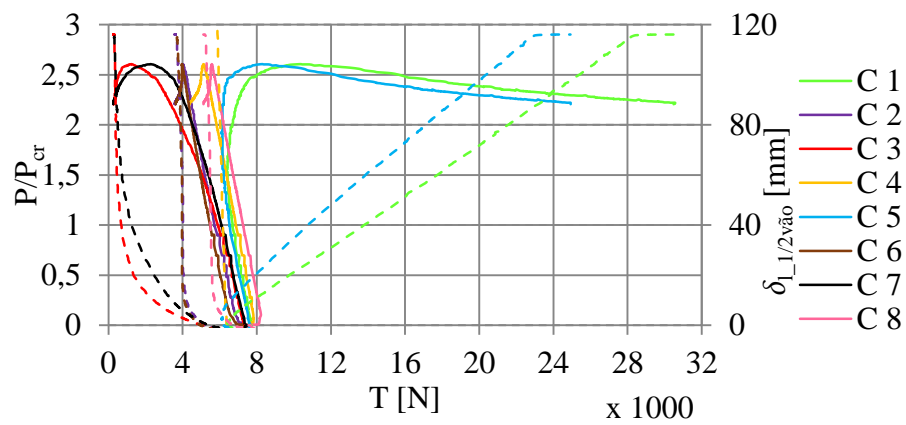


Figura C. 8 - COL02\_C13\_  $T_{ini} = 7500N$

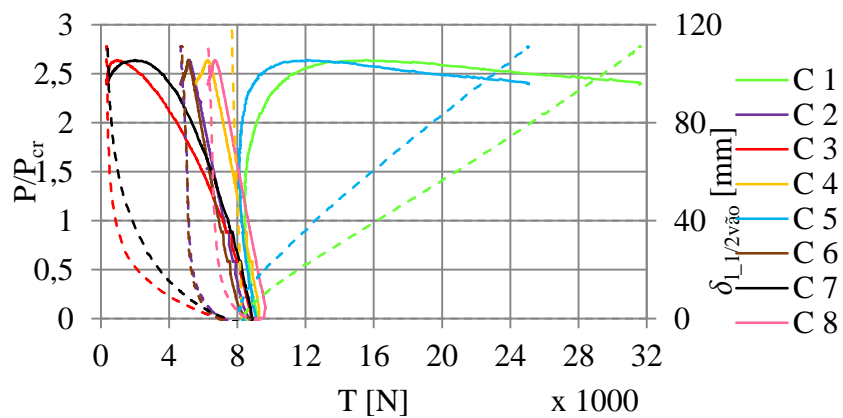


Figura C. 9 - COL02\_C13\_  $T_{ini} = 9000N$

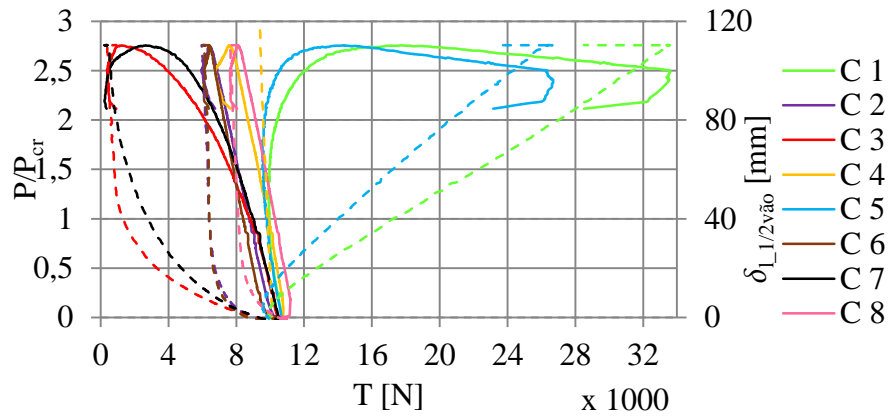


Figura C. 10 - COL02\_C13\_  $T_{ini} = 10500N$

**C.2. Curvas Carga exterior/Carga crítica – Momento Fletor; Esforço axial/Carga crítica**

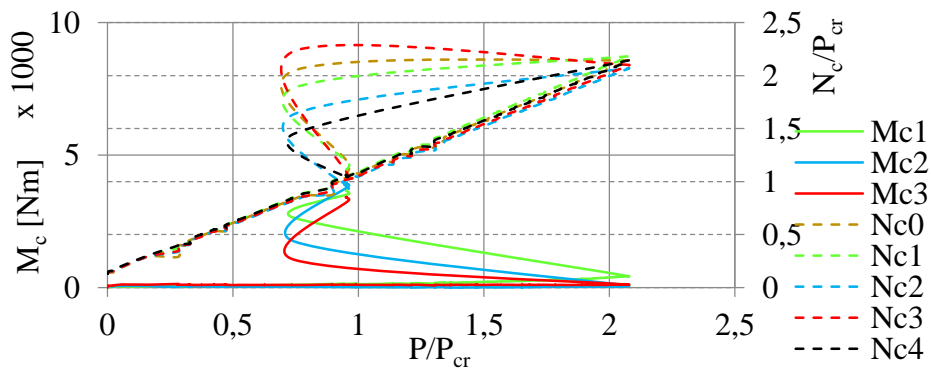


Figura C. 11 – Esforços\_COL02\_C10\_  $T_{ini} = 2000N$

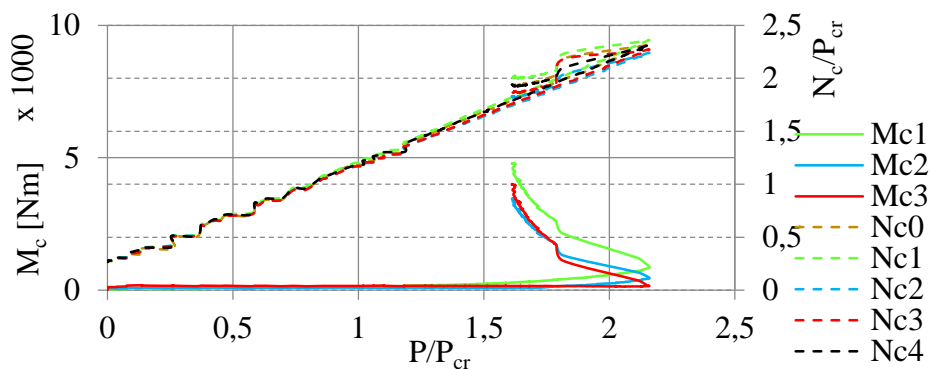


Figura C. 12 – Esforços\_COL02\_C10\_  $T_{ini} = 4000N$

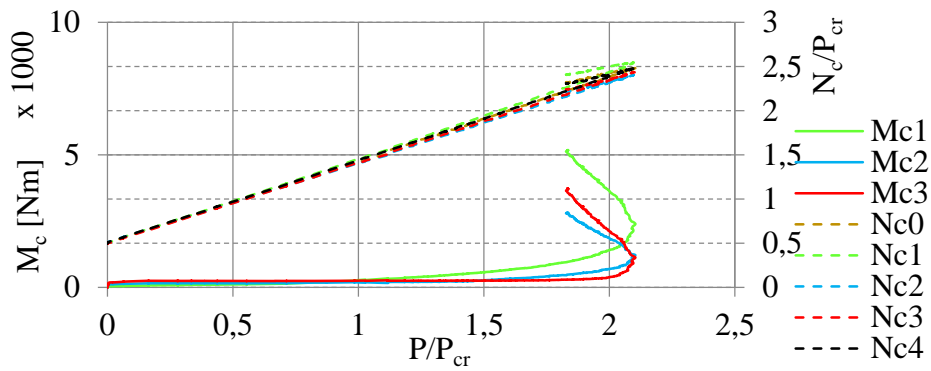


Figura C. 13 – Esforços\_COL02\_C10\_  $T_{ini} = 7500N$

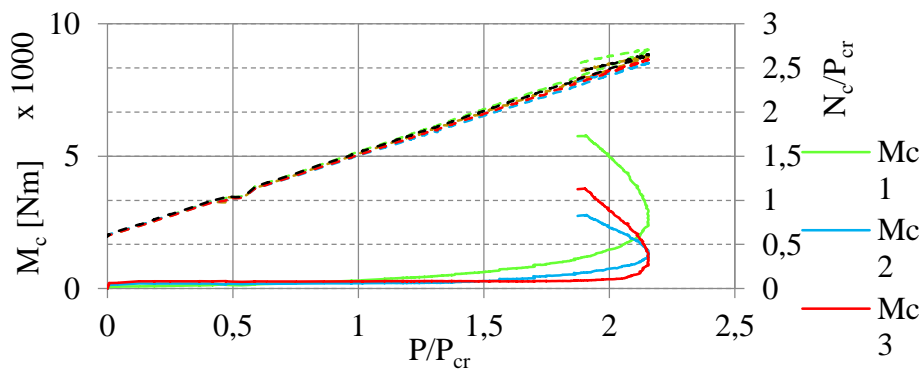


Figura C. 14 – Esforços\_COL02\_C10\_  $T_{ini} = 9000N$

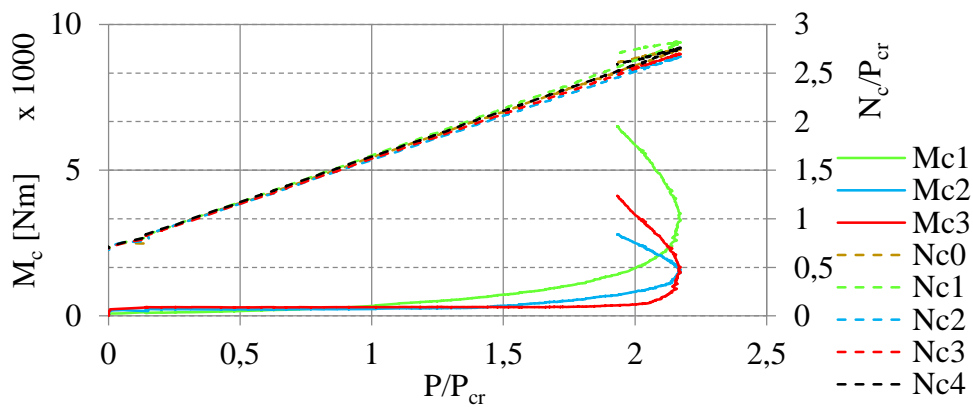


Figura C. 15 – Esforços\_COL02\_C10\_  $T_{ini} = 10500N$

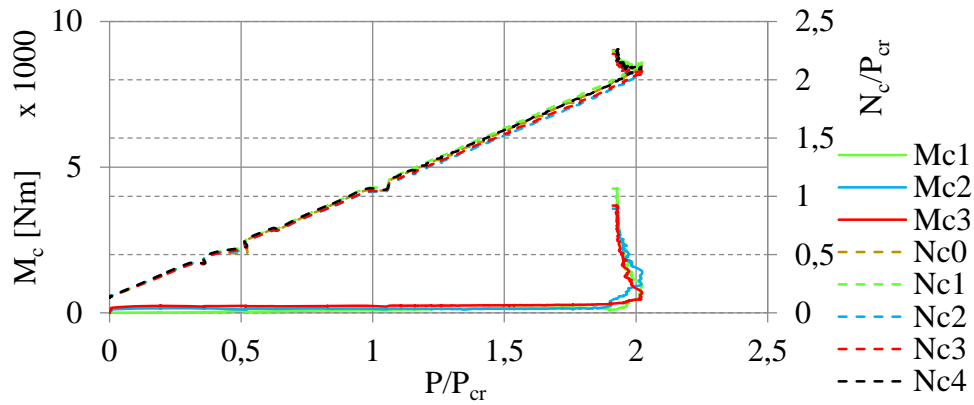


Figura C. 16 - Esforços\_COL02\_C13\_ T<sub>ini</sub> = 2000N

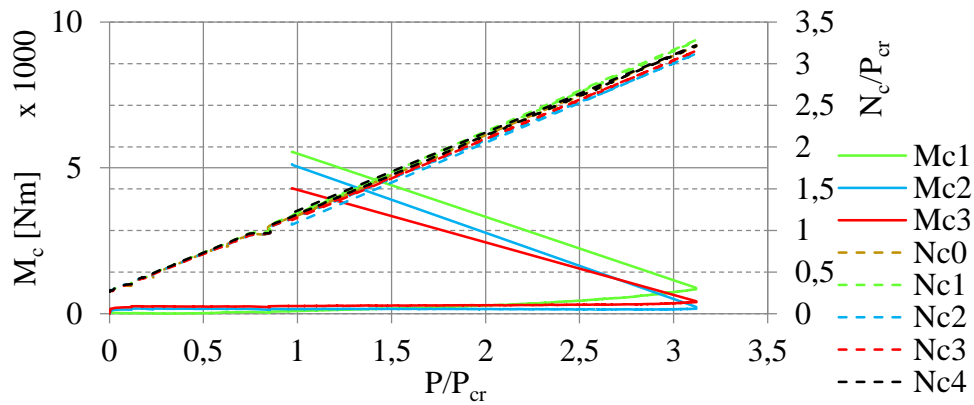


Figura C. 17 - Esforços\_COL02\_C13\_ T<sub>ini</sub> = 4000N

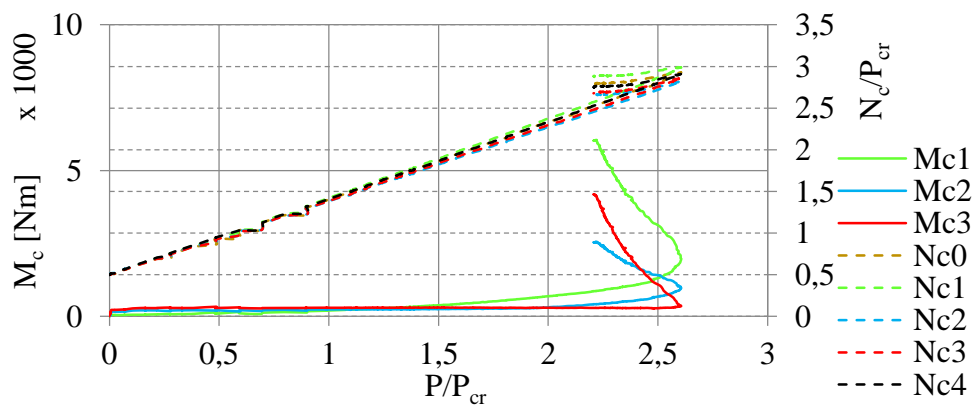


Figura C. 18 – Esforços\_COL02\_C13\_ T<sub>ini</sub> = 7500N

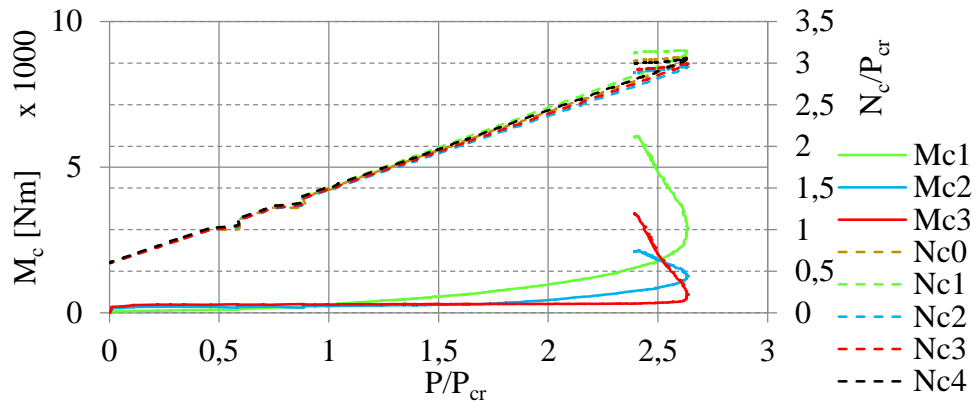


Figura C. 19 – Esforços\_COL02\_C13\_  $T_{ini} = 9000N$

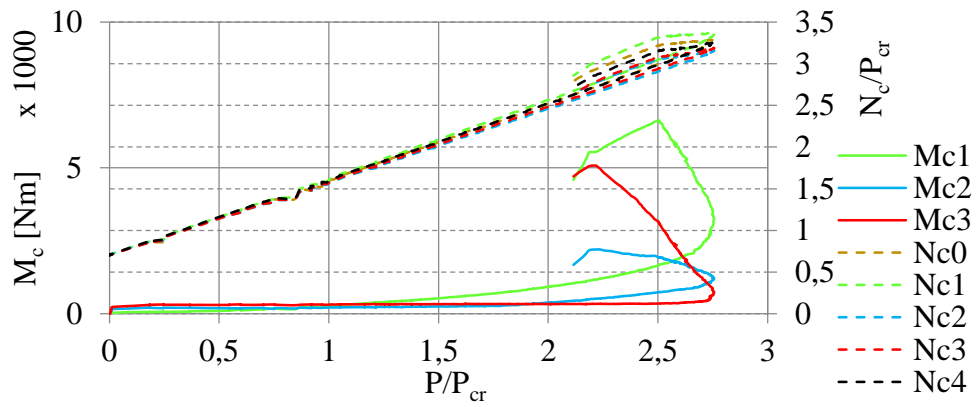


Figura C. 20 – Esforços\_COL02\_C13\_  $T_{ini} = 10500N$

**D. COLUNA 03**

**D.1. Curvas P/P<sub>cr</sub> – Encurtamento da coluna; Deslocamento a 1/2vão**

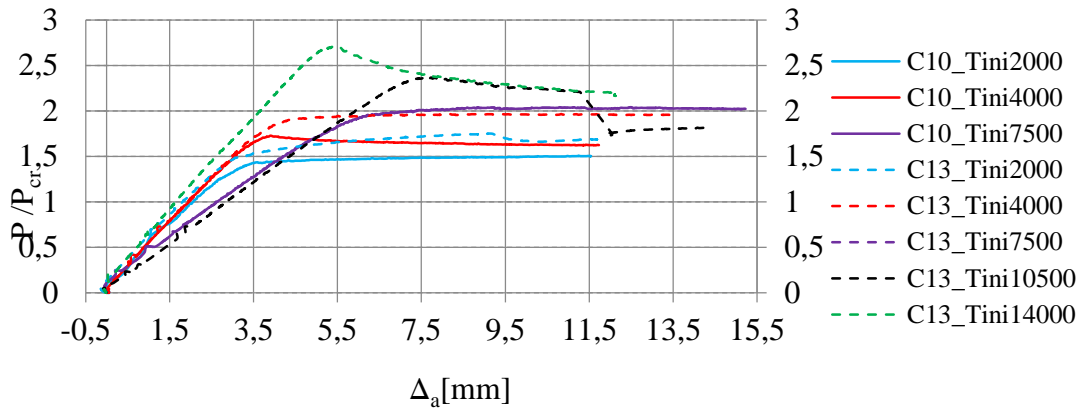


Figura D. 1 – COL03\_Carga normalizada – Encurtamento da coluna

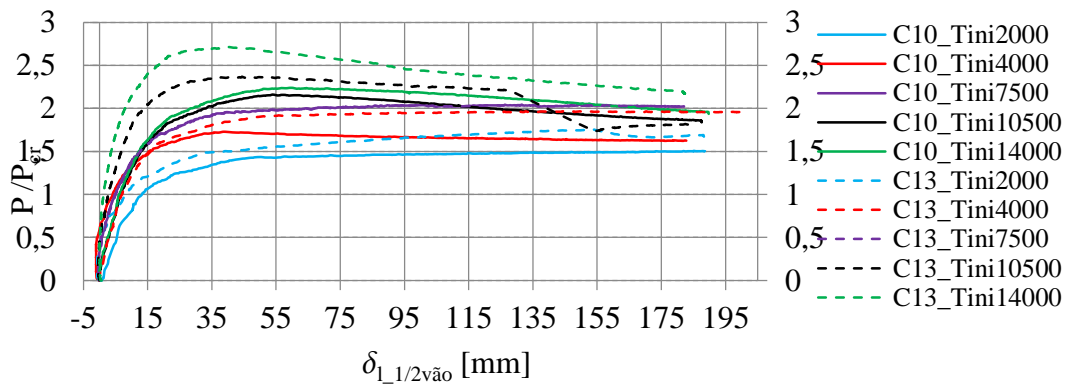


Figura D. 2 – COL03\_Carga normalizada – Deslocamento a 1/2vão

**D.2. Curvas Pré-esforço nos cabos – Carga exterior/Carga crítica; Deslocamento lateral 1/2vão**

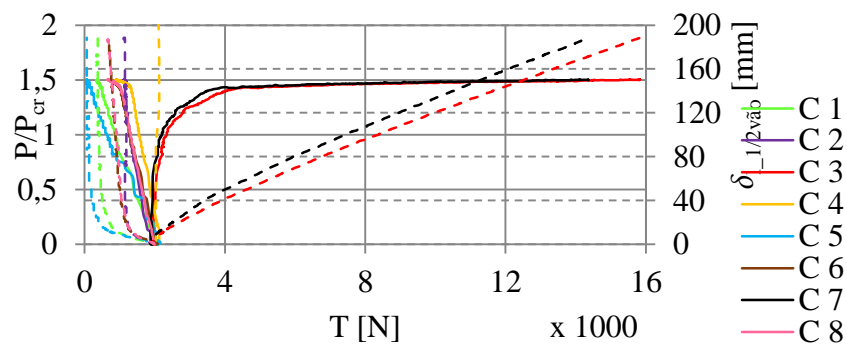


Figura D. 3 - COL03\_C10\_Tini = 2000N

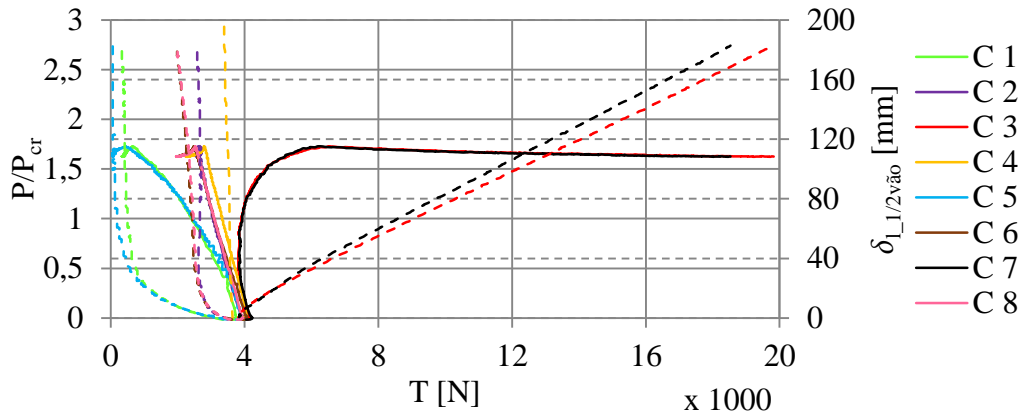


Figura D. 4 - COL03\_C10\_  $T_{ini} = 4000N$

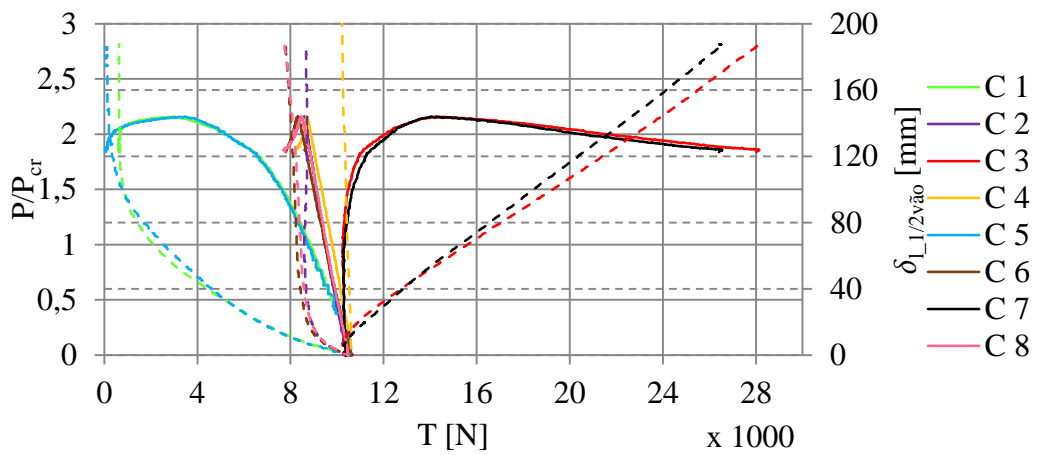


Figura D. 5 - COL03\_C10\_  $T_{ini} = 10500N$

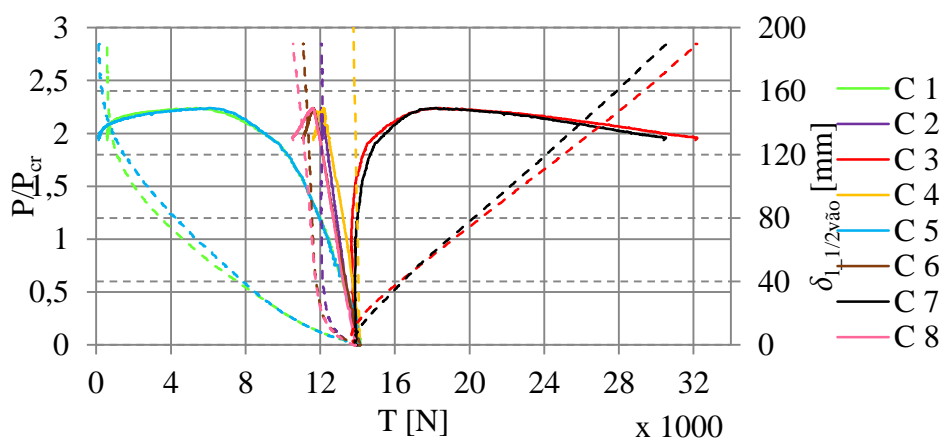


Figura D. 6 - COL03\_C10\_  $T_{ini} = 14000N$



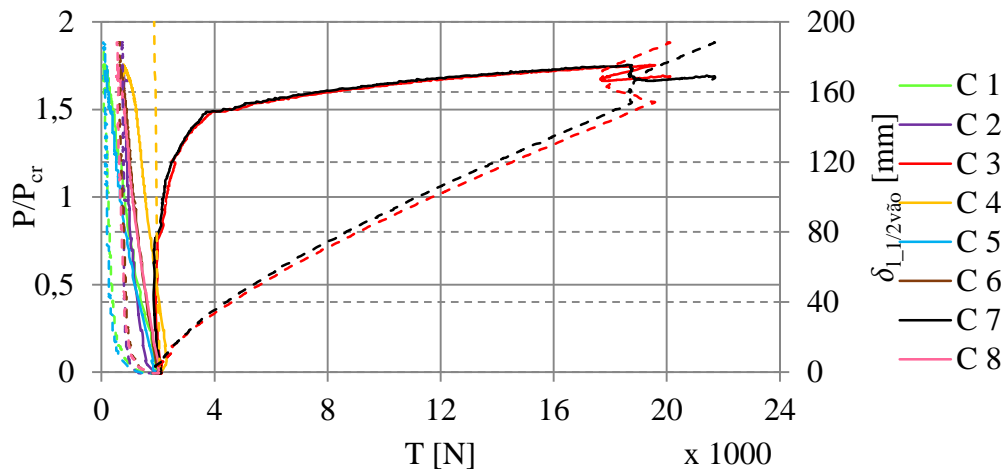


Figura D. 7 - COL03\_C13\_  $T_{ini} = 2000$ N

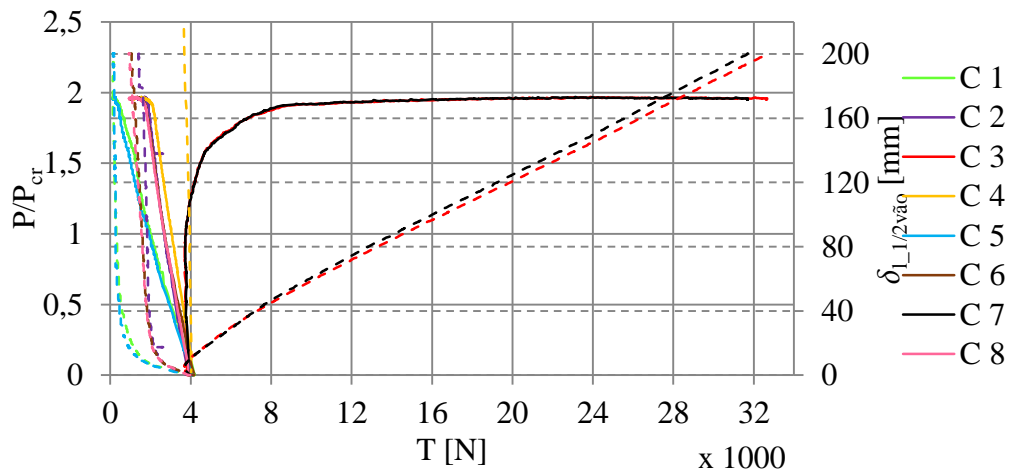


Figura D. 8 - COL03\_C13\_  $T_{ini} = 4000$ N

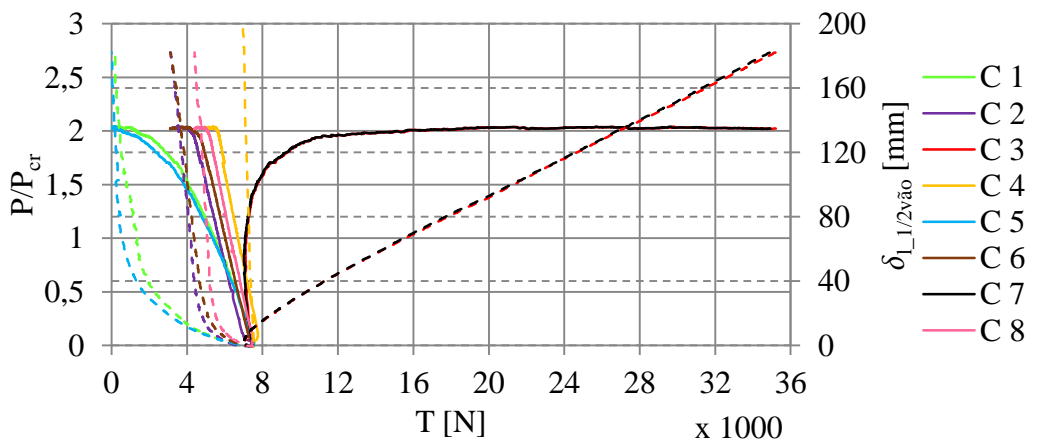


Figura D. 9 - COL03\_C13\_  $T_{ini} = 7500$ N

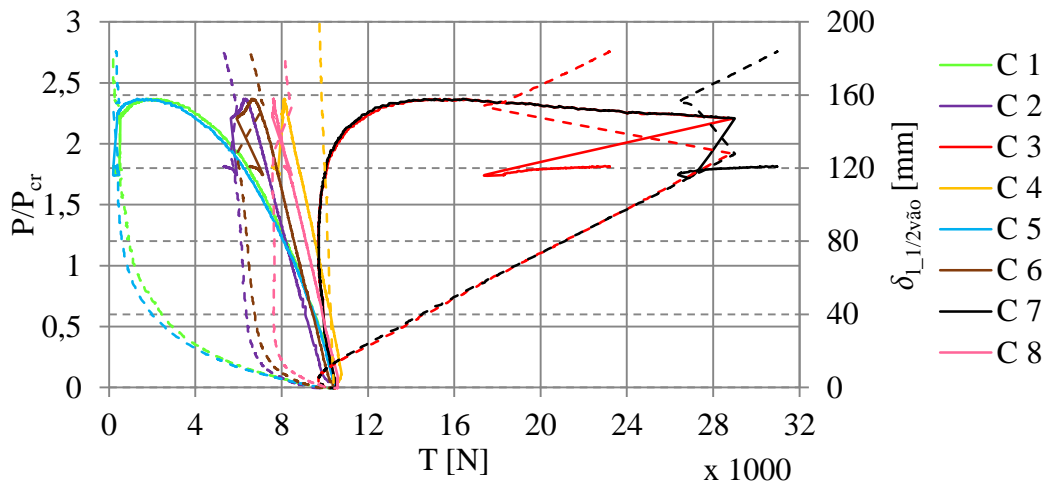


Figura D. 10 - COL03\_C13\_T<sub>ini</sub> = 10500N

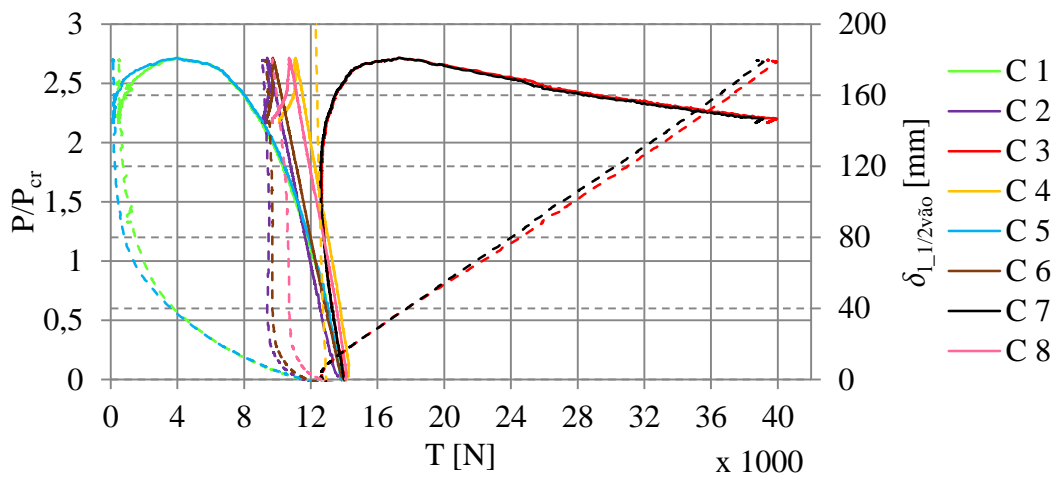


Figura D. 11 - COL03\_C13\_T<sub>ini</sub> = 14000N

**D.3. Curvas Carga exterior/Carga crítica – Momento Fletor; Esforço axial/Carga crítica**

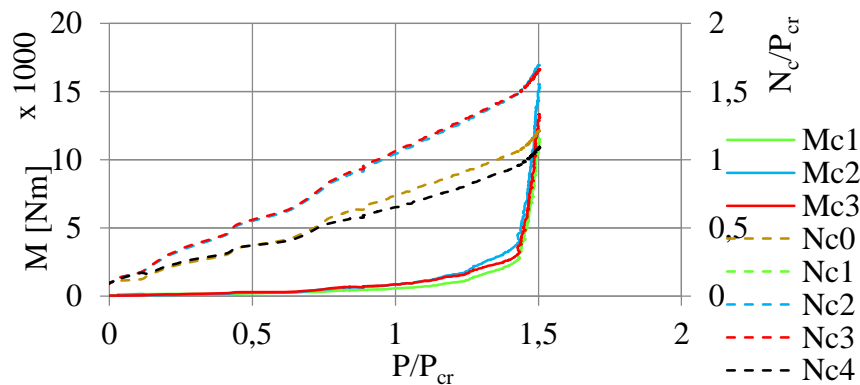


Figura D. 12 – Esforços\_ COL03\_C10\_T<sub>ini</sub> = 2000N

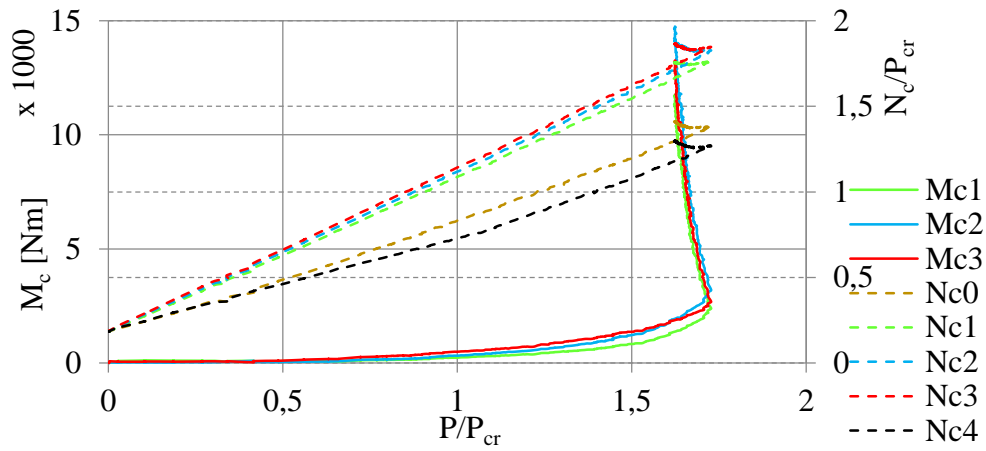


Figura D. 13 – Esforços\_ COL03\_C10\_  $T_{ini} = 4000N$

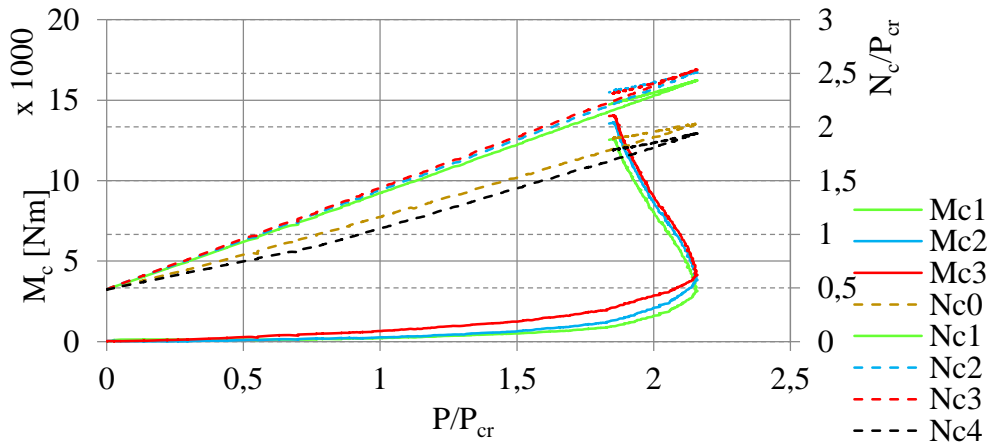


Figura D. 14 – Esforços\_ COL03\_C10\_  $T_{ini} = 10500N$

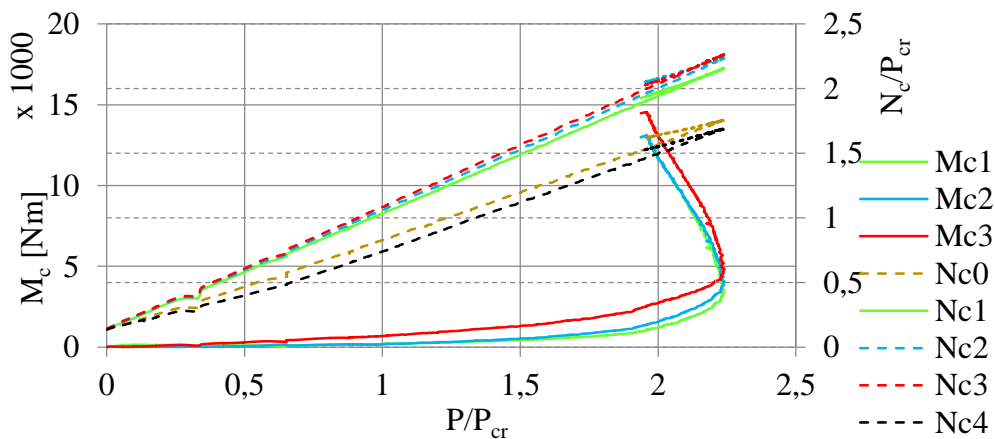


Figura D. 15 – Esforços\_ COL03\_C10\_  $T_{ini} = 14000N$

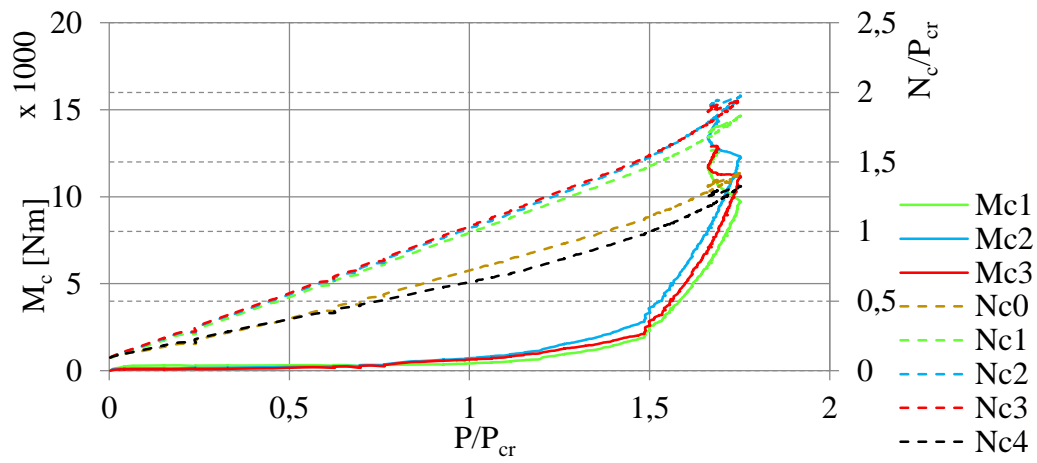


Figura D. 16 – Esforços\_ COL03\_C13\_  $T_{ini} = 2000N$

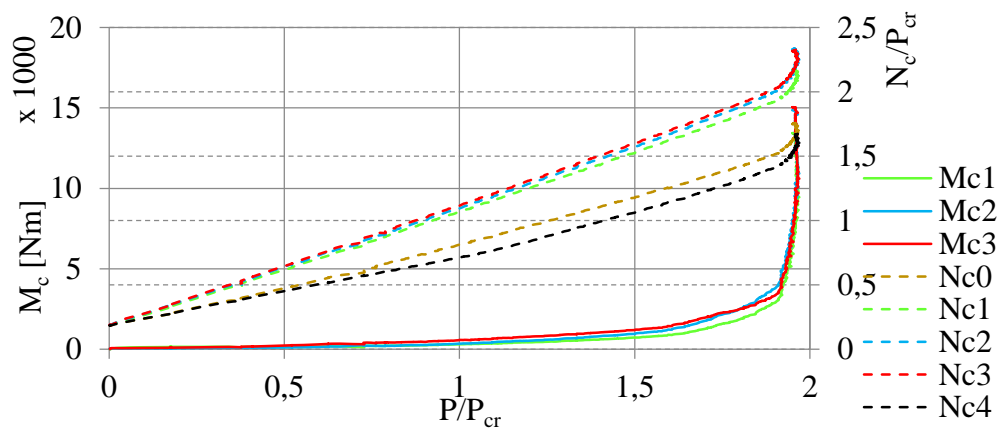


Figura D. 17 – Esforços\_ COL03\_C13\_  $T_{ini} = 4000N$

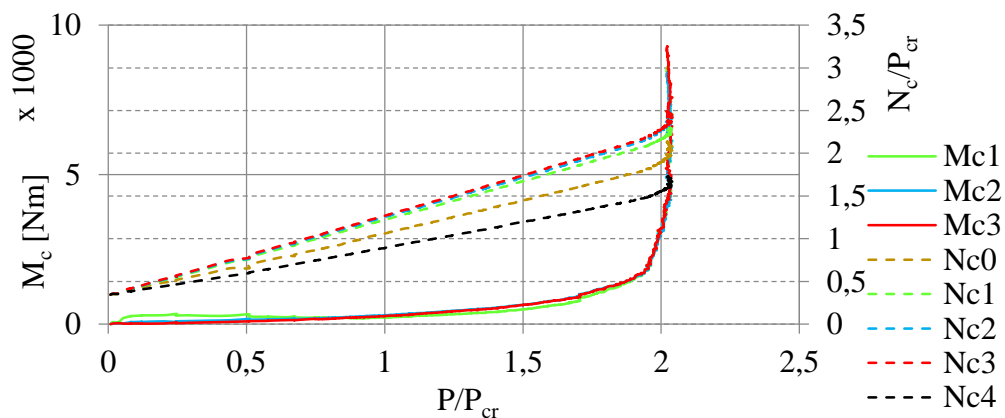


Figura D. 18 – Esforços\_ COL03\_C13\_  $T_{ini} = 7500N$

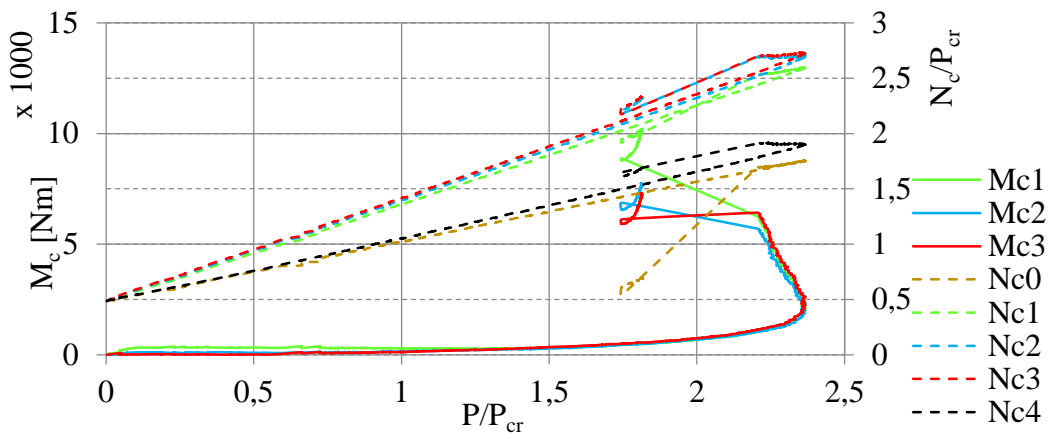


Figura D. 19 – Esforços\_ COL03\_C13\_  $T_{ini} = 10500N$

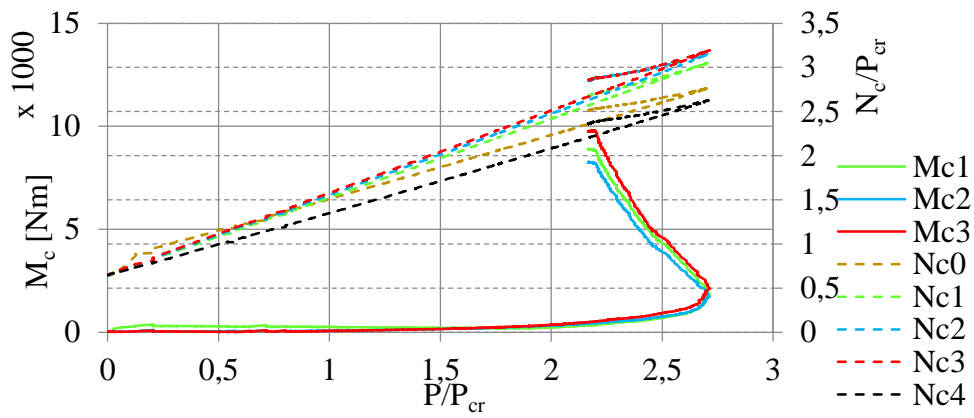


Figura D. 20 – Esforços\_ COL03\_C13\_  $T_{ini} = 14000N$

**E. COLUNA 04**

**E.1. Curvas Pré-esforço nos cabos/2000 – Carga exterior/Carga crítica; Deslocamento lateral 1/2vão**

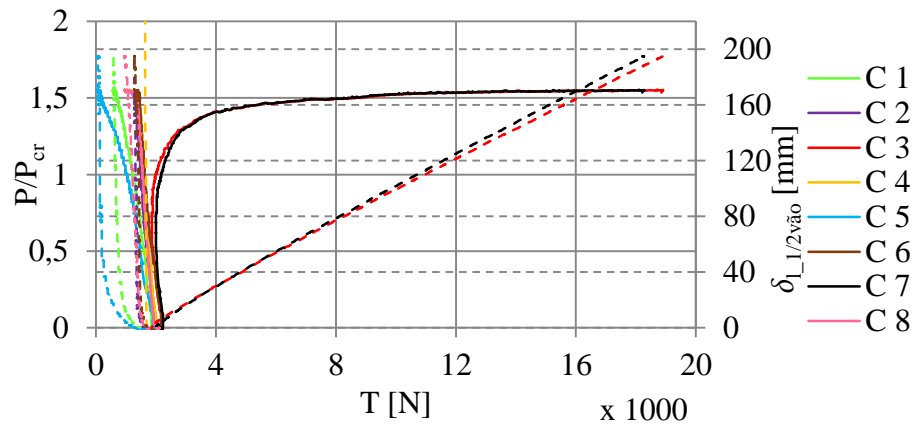


Figura E. 1 - COL04\_C10\_  $T_{ini} = 2000N$

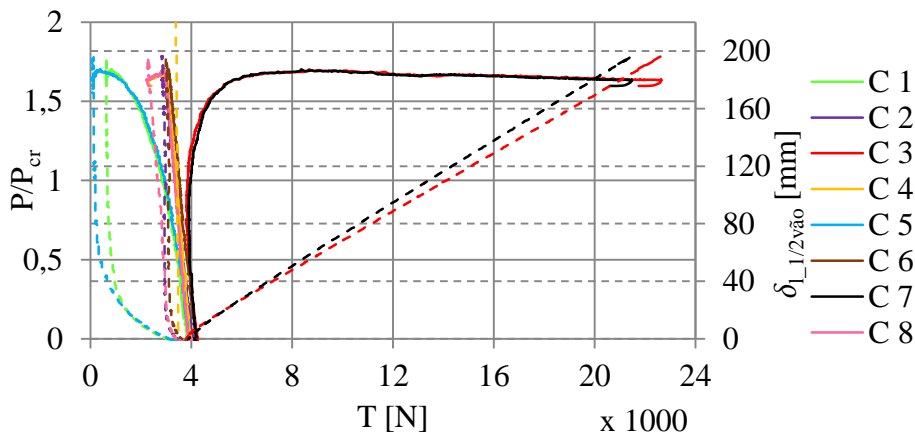


Figura E. 2 - COL04\_C10\_  $T_{ini} = 4000N$

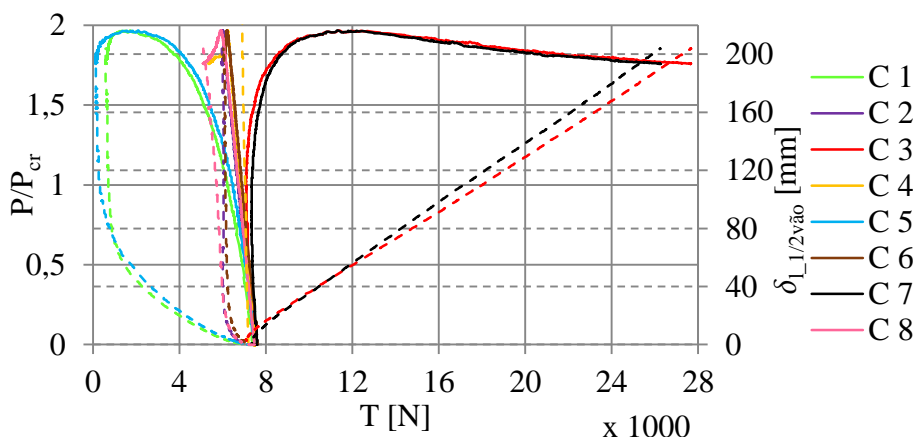


Figura E. 3 - COL04\_C10\_  $T_{ini} = 7500N$

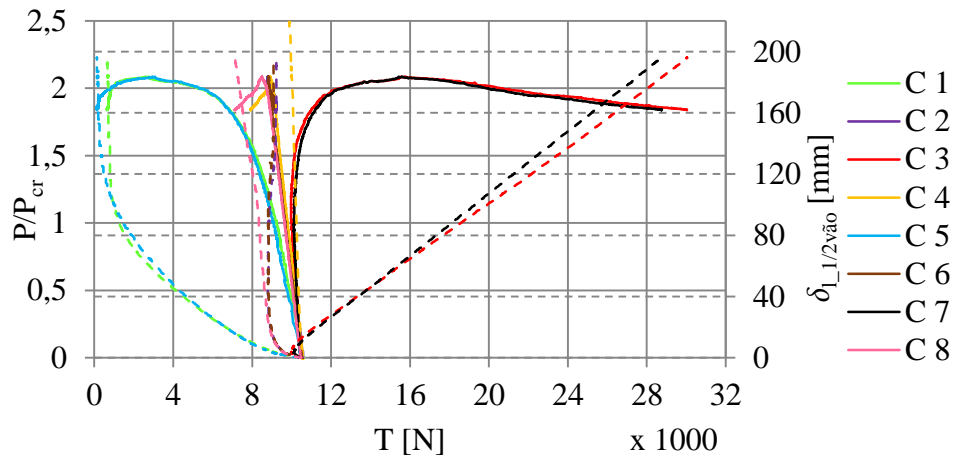


Figura E. 4 - COL04\_C10\_  $T_{ini} = 10500N$

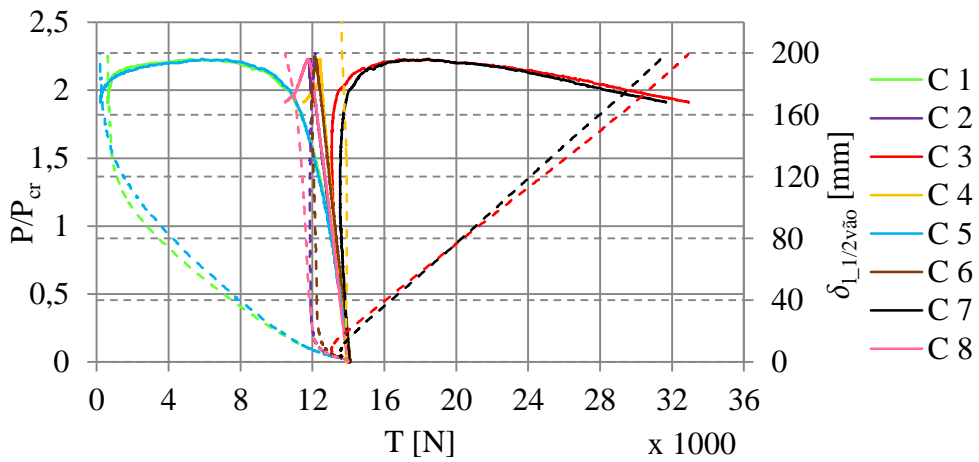


Figura E. 5 - COL04\_C10\_  $T_{ini} = 14000N$

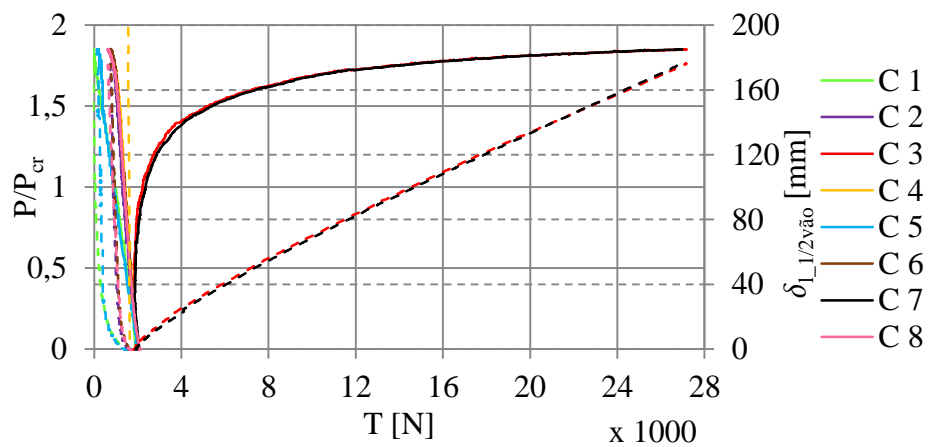


Figura E. 6 - COL04\_C13\_  $T_{ini} = 2000N$

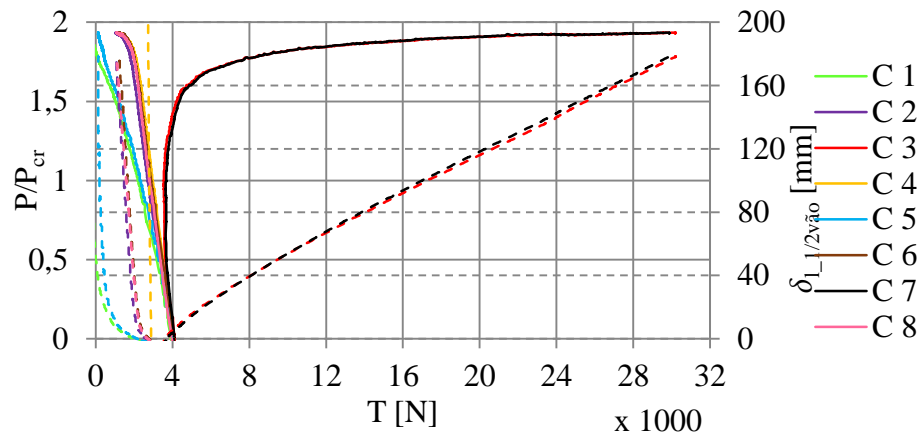


Figura E. 7 - COL04\_C13\_  $T_{ini}$  = 4000N

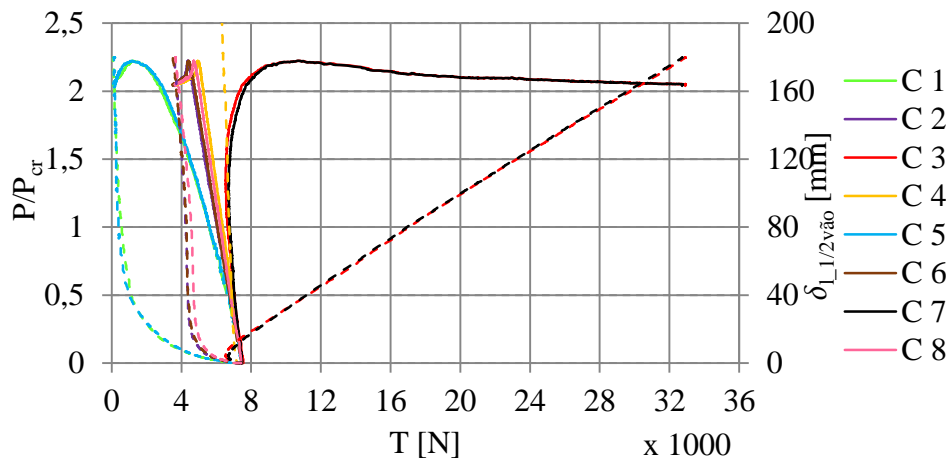


Figura E. 8 - COL04\_C13\_  $T_{ini}$  = 7500N

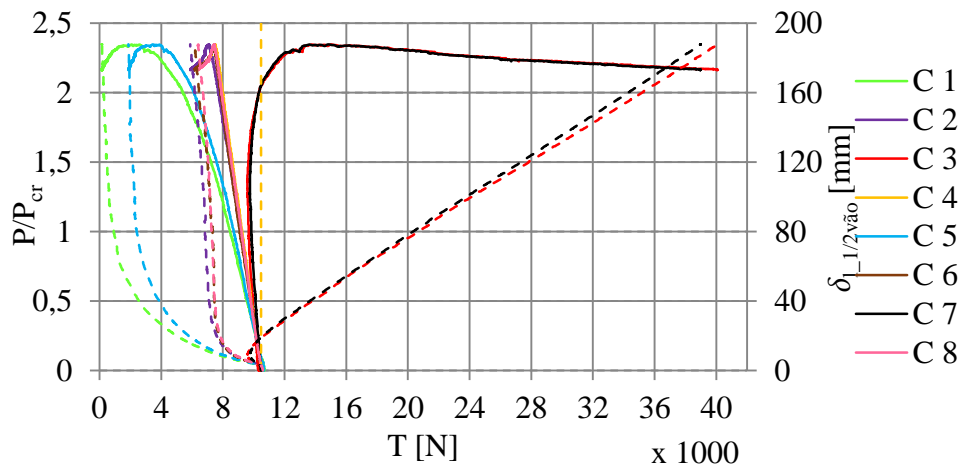


Figura E. 9 - COL04\_C13\_  $T_{ini}$  = 10500N



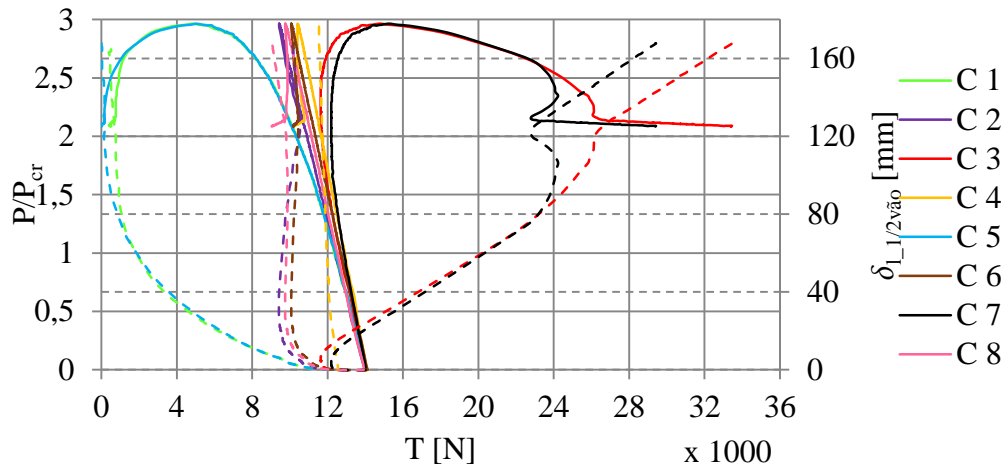


Figura E. 10 - COL04\_C13\_  $T_{ini} = 14000N$

**E.2. Curvas Carga exterior/Carga crítica – Momento Fletor; Esforço axial/Carga crítica**

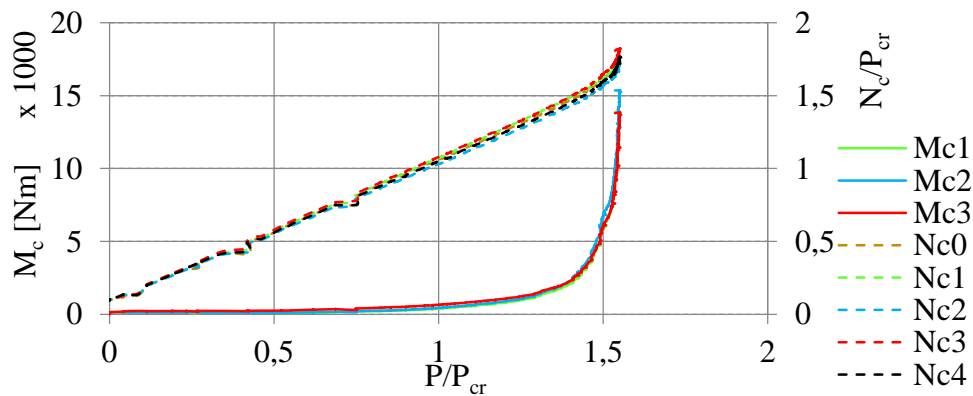


Figura E. 11 – Esforços\_COL04\_C10\_  $T_{ini} = 2000N$

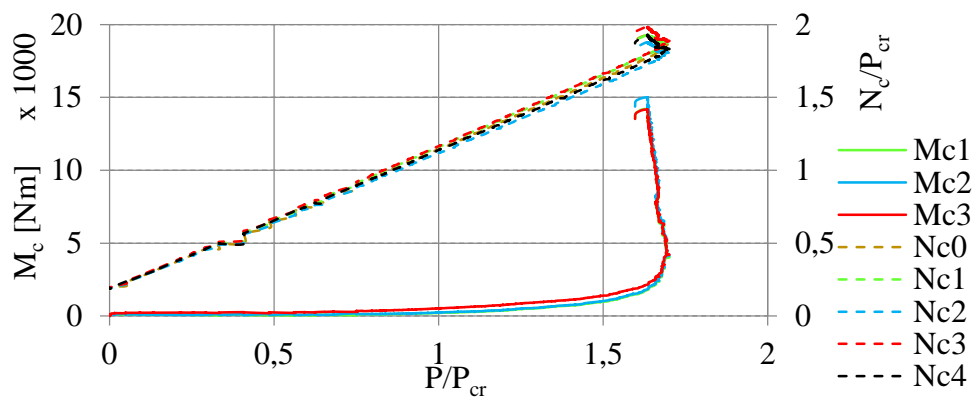


Figura E. 12 – Esforços\_COL04\_C10\_  $T_{ini} = 4000N$

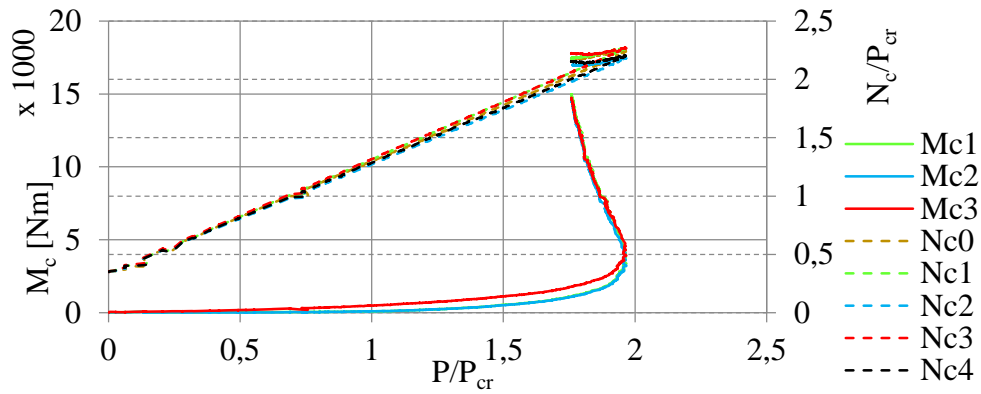


Figura E. 13 – Esforços\_ COL04\_C10\_  $T_{ini} = 7500\text{N}$

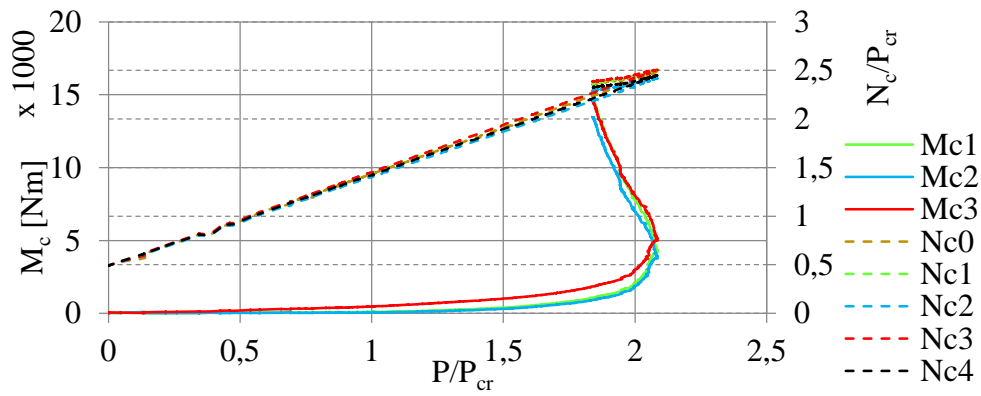


Figura E. 14 – Esforços\_ COL04\_C10\_  $T_{ini} = 10500\text{N}$

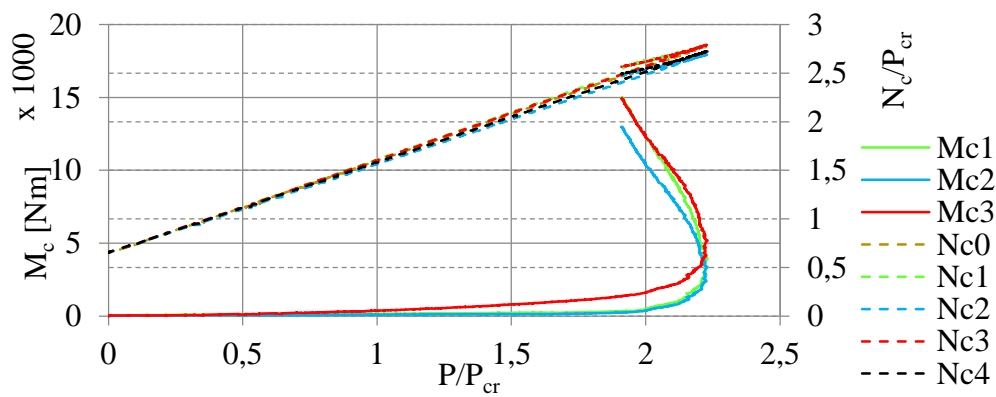


Figura E. 15 – Esforços\_ COL04\_C10\_  $T_{ini} = 14000\text{N}$

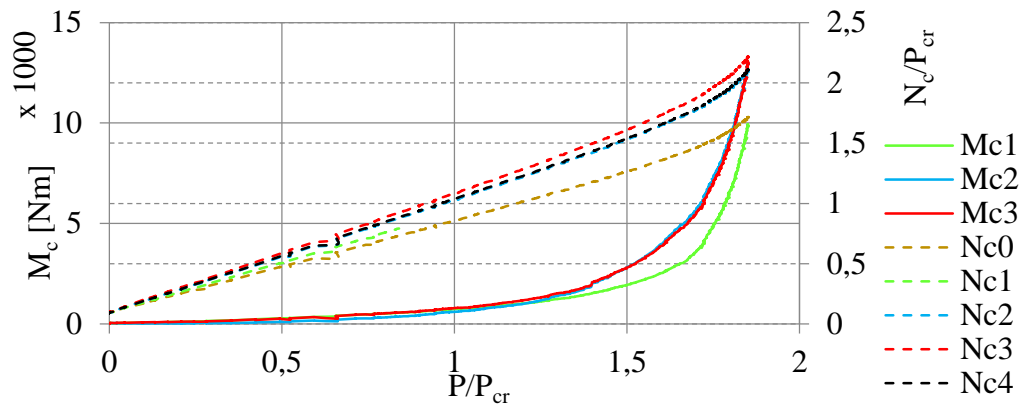


Figura E. 16 – Esforços\_ COL04\_C13\_ T<sub>ini</sub> = 2000N

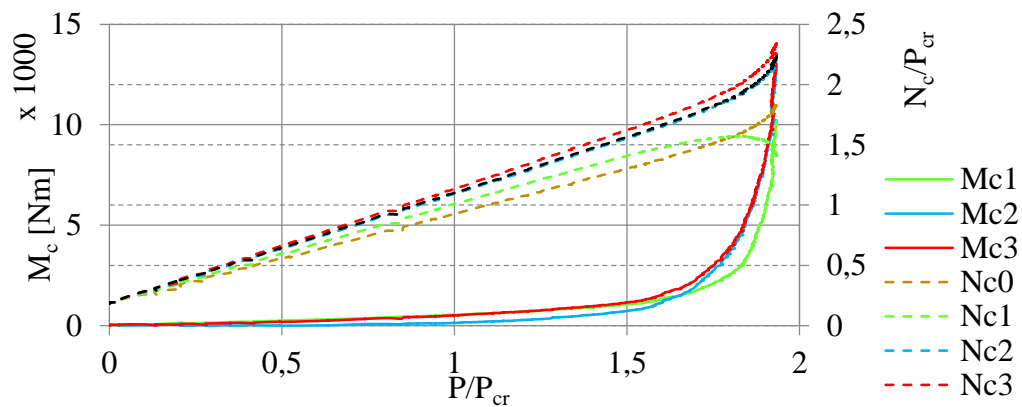


Figura E. 17 – Esforços\_ COL04\_C13\_ T<sub>ini</sub> = 4000N

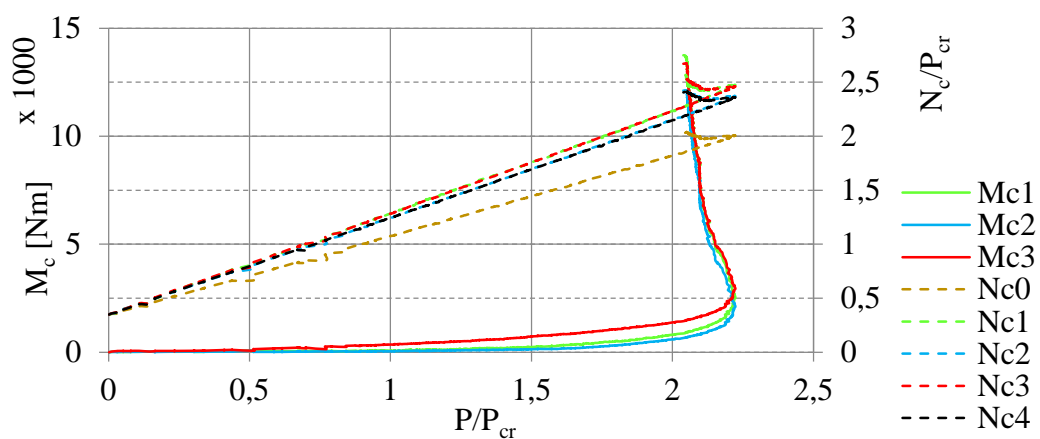


Figura E. 18 – Esforços\_ COL04\_C13\_ T<sub>ini</sub> = 7500N

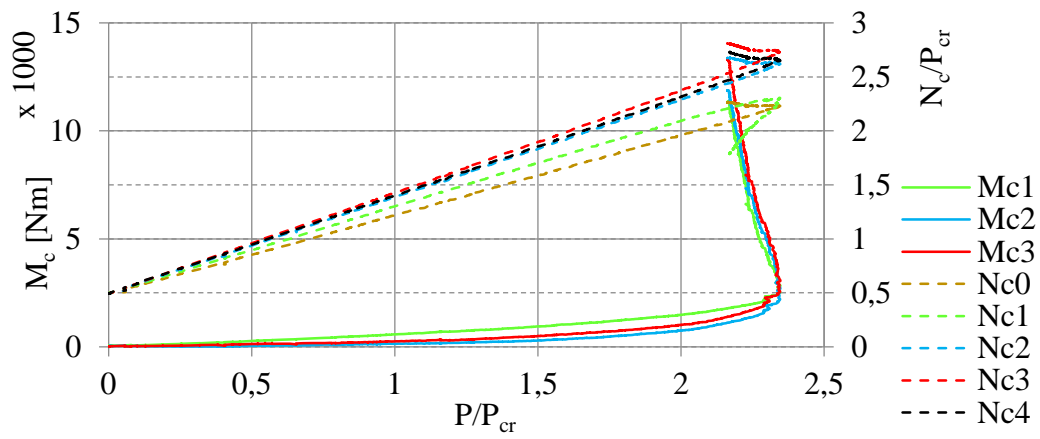


Figura E. 19 – Esforços\_ COL04\_C13\_  $T_{ini} = 10500\text{N}$

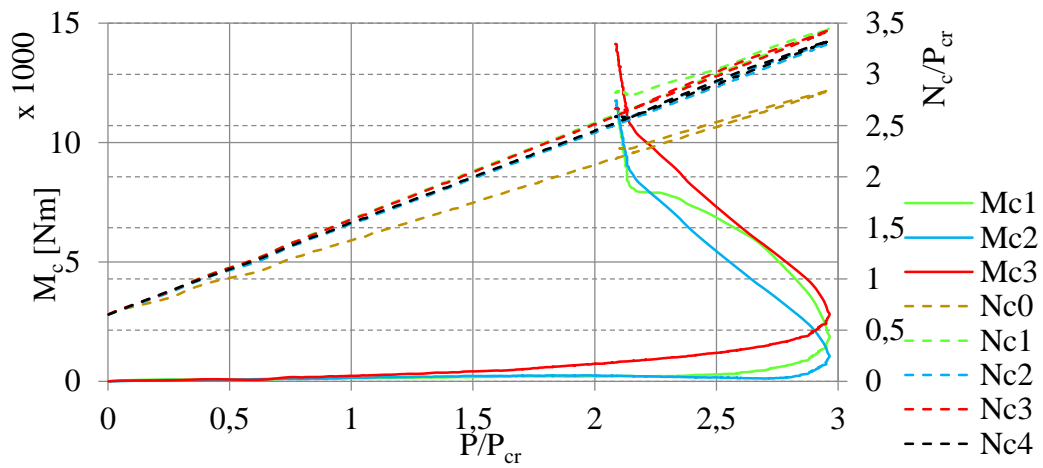


Figura E. 20 – Esforços\_ COL04\_C13\_  $T_{ini} = 14000\text{N}$

## F. Cálculos intermédios de aplicação da metodologia (Wadee et al., 2013)

Quadro F. 1 – Propriedades mecânicas assumidas

	$E_{col}$ [GPa]	$f_{y,col}$ [MPa]	$E_{ca}$ [GPa]	$f_{y,ca}$ [MPa]	$N_y$ [N]
C01	211.74	369.30	204.41	798.20	897897.29
C02	204.41	798.20	204.41	798.20	1875863.89
C03	205.89	369.30	210.16	774.60	1025049.26
C04	210.16	774.60	210.16	774.60	2222209.36

Quadro F. 2 – Rigidezes de rotação e axiais da coluna e dos braços

	$B_{col}$ [N/mm]	$B_{ca_{2,4}}$ [N/mm]	$K_{col}$ [N/mm]	$K_{ca_{2,4}}$ [N/mm]
C01	2.63	2.80	42901.74	845921.12
C02	2.45	2.47	40032.30	813967.18
C03	5.87	2.77	47623.94	857602.06
C04	6.18	2.77	50243.08	858669.50

Quadro F. 3 – Rigidezes axiais dos cabos

	$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	$E_{eq}$ [GPa]	$K_s$ [N/mm]
C10	47	119.01	927.95
C13	89	103.26	1524.63

Quadro F. 4 – Ângulos médios formados entre os cabos e a secção central da coluna

	$\alpha_{2,4}$ [rad]	$\alpha_{1,3}$ [rad]
C01	0.096	0.100
C02	0.100	0.096
C03	0.096	0.096
C04	0.097	0.097

Quadro F. 5 – Pré-esforços mínimos e ótimos e carga crítica máximas por modo de encurvadura

		C <sub>11</sub>	T <sub>min</sub> [N]		D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	P <sup>cr</sup> <sub>máx,modoi</sub> [N]		T <sub>opt</sub> [N]	
			Modo 1	Modo 2			Modo 1	Modo 2	Modo 1	Modo 2
C01	C10	0.011	390.36	1561.45	2.74	4.37	118314.68	301043.42	1246.91	3172.67
	C13	0.017	632.82	2531.29	3.22	4.37	163924.47	301014.79	2800.63	5142.80
C02	C10	0.011	669.41	2677.63	2.87	4.37	121490.55	280454.38	1369.07	3160.41
	C13	0.018	1084.19	4336.78	3.39	4.37	168745.09	280430.19	3079.85	5118.27
C03	C10	0.010	817.75	3271.01	2.19	4.44	168952.90	692764.61	1607.28	6590.38
	C13	0.015	1327.39	5309.58	2.50	4.44	219951.86	692733.78	3396.50	10697.20
C04	C10	0.009	767.93	3071.72	2.17	4.44	174603.80	730764.89	1575.84	6595.33
	C13	0.015	1247.29	4989.18	2.47	4.44	226301.62	730733.52	3317.37	10711.86

Quadro F. 6 – Zonas de comportamento, carga crítica máxima e carga última normalizada segundo o Quadro 2.8

		T <sub>ini</sub> [N]	Zona		P <sup>cr</sup> <sub>modo1,zj</sub> [N]	P <sup>cr</sup> <sub>modo2,zj</sub> [N]	min{P <sup>cr</sup> <sub>modoi,zj</sub> } [N]	(P <sub>u</sub> /P <sub>cr</sub> ) <sub>Q.2.8</sub>		
			Modo 1	Modo 2				L/1000	L/400	L/200
C01	C10	2000	z3	z2	114333.11	189772.86	114333.11	0.88	0.72	0.59
		4000	z3	z3	110351.54	110351.54	110351.54			
		7500	z3	z3	103383.80	103383.80	103383.80			
		9000	z3	z3	100397.62	100397.62	100397.62			
		10500	z3	z3	97411.45	97411.45	97411.45			
	C13	2000	z2	z1	117062.70	148160.00	117062.70	0.58	0.34	0.42
		4000	z3	z2	155961.34	234125.41	155961.34	0.88	0.72	0.59
		7500	z3	z3	148993.60	148993.60	148993.60			
		9000	z3	z3	146007.42	146007.42	146007.42			
		10500	z3	z3	143021.24	143021.24	143021.24			
C02	C10	2000	z3	z1	117510.53	237612.00	117510.53			
		4000	z3	z3	113530.50	113530.50	113530.50			
		7500	z3	z3	106565.45	106565.45	106565.45			
		9000	z3	z3	103580.43	103580.43	103580.43			
		10500	z3	z3	100595.41	100595.41	100595.41			
	C13	2000	z2	z1	109579.98	237612.00	109579.98	0.58	0.33	0.41
		4000	z3	z1	160785.04	237612.00	160785.04	0.88	0.72	0.58

		7500	z3	z3	153819.99	153819.99	153819.99			
		9000	z3	z3	150834.97	150834.97	150834.97			
		10500	z3	z3	147849.95	147849.95	147849.95			
C03	C10	2000	z3	z1	164971.45	343840.00	164971.45	0.88	0.72	0.58
		4000	z3	z2	160990.00	420470.08	160990.00			
		7500	z3	z3	154022.46	154022.46	154022.46			
		10500	z3	z3	148050.29	148050.29	148050.29			
		14000	z3	z3	141082.75	141082.75	141082.75			
	C13	2000	z2	z1	129516.87	343840.00	129516.87	0.58	0.34	0.42
		4000	z3	z1	211988.97	343840.00	211988.97	0.88	0.72	0.58
		7500	z3	z2	205021.43	485688.27	205021.43			
		10500	z3	z2	199049.25	679963.58	199049.25			
		14000	z3	z3	192081.72	192081.72	192081.72			
C04	C10	2000	z3	z1	170622.56	340348.00	170622.56	0.88	0.72	0.58
		4000	z3	z2	166641.32	443201.49	166641.32			
		7500	z3	z3	159674.15	159674.15	159674.15			
		10500	z3	z3	153702.28	153702.28	153702.28			
		14000	z3	z3	146735.11	146735.11	146735.11			
	C13	2000	z2	z1	136434.50	340348.00	136434.50	0.58	0.34	0.42
		4000	z3	z1	218339.13	340348.00	218339.13	0.88	0.72	0.58
		7500	z3	z2	211371.96	511629.38	211371.96			
		10500	z3	z2	205400.10	716281.14	205400.10			
		14000	z3	z3	198432.92	198432.92	198432.92			

Quadro F. 7 – Atribuição da imperfeição e Cargas últimas

		$(P_u/P_{cr})_{\text{modo1,zj}}$			$P_u$ [N]	$P_{u,3D}$ [N]
		L/1000	L/400	L/200		
C01	C10	0.67	0.46	0.47	76925.89	72945.97
		0.92	0.76	0.60	101072.37	93112.53
		1.34	1.30	0.83	138670.79	123746.09
		1.52	1.54	0.93	152969.63	135059.99
		1.71	1.77	1.03	166179.60	145285.02
	C13	0.78	0.65	0.70	91400.94	87421.02
		0.65	0.42	0.46	100780.94	92821.10
		0.84	0.66	0.56	124498.13	109573.43
		0.92	0.77	0.60	133854.66	115945.02
		1.00	0.87	0.65	142726.40	121831.82

C02	C10	0.65	0.42	0.45	76261.06	72279.44
		0.87	0.70	0.57	98532.67	90569.43
		1.25	1.20	0.79	133314.74	118383.68
		1.42	1.42	0.88	146587.62	128670.34
		1.58	1.63	0.98	158880.25	137976.76
	C13	0.83	0.72	0.75	90446.75	86465.14
		0.62	0.39	0.43	100439.47	92476.23
		0.79	0.61	0.53	122284.73	107353.66
		0.87	0.70	0.57	130920.76	113003.47
		0.94	0.80	0.61	139121.04	118217.55
C03	C10	0.62	0.39	0.44	101979.56	97998.11
		0.81	0.63	0.54	129854.00	121891.09
		1.14	1.04	0.72	175023.77	160093.33
		1.42	1.40	0.88	210083.34	189180.72
		1.75	1.82	1.05	246719.24	218849.07
	C13	0.87	0.79	0.82	112443.58	108462.12
		0.61	0.37	0.43	128904.32	120941.42
		0.76	0.57	0.52	156660.25	141729.80
		0.90	0.74	0.59	178720.32	157817.69
		1.05	0.94	0.68	202437.87	174567.71
C04	C10	0.62	0.39	0.44	106068.33	102087.09
		0.81	0.63	0.55	135573.59	127611.11
		1.15	1.06	0.73	183530.85	168601.20
		1.44	1.43	0.89	220912.36	200010.86
		1.77	1.86	1.07	260178.64	232309.97
	C13	0.86	0.78	0.80	117101.90	113120.66
		0.61	0.38	0.44	133638.81	125676.33
		0.77	0.58	0.52	163095.63	148165.99
		0.91	0.76	0.60	186574.99	165673.49
		1.07	0.96	0.68	211903.35	184034.68