



FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS  
E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA MECÂNICA

# **Avaliação do comportamento estrutural de um espigão de selim em material compósito**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica na Especialidade de Projecto Mecânico/Sistemas de Produção

**Autor**

**Leandro José Rebelo Simão**

**Orientadores**

**Maria Augusta Neto**

**Luís Manuel Ferreira Roseiro**

**Júri**

<b>Presidente</b>	<b>Professor Doutor Ana Paula Bettencourt Martins Amaro</b> <b>Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra</b>
	<b>Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes</b>
<b>Vogais</b>	<b>Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra</b> <b>Professor Doutor Maria Augusta Neto</b> <b>Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra</b>

**Coimbra, Setembro, 2014**



“The best way to predict the future is to create it.”

Abraham Lincoln

Ao meu pai.



## Agradecimentos

A realização deste trabalho, bem como todo o percurso académico que aqui conduziu, só foi possível graças aos diversos contributos de um conjunto de pessoas, às quais presto de seguida o meu profundo agradecimento.

À minha orientadora, Professora Doutora Maria Augusta Neto, pelo constante acompanhamento ao longo deste trabalho, pela partilha de conhecimentos e diversas horas de troca de ideias, pelas sugestões e incentivo, um agradecimento especial e o meu reconhecimento por todo o contributo para este trabalho.

Ao meu co-orientador, Professor Doutor Luís Manuel Ferreira Roseiro, pela oportunidade de trabalhar neste tema, pelas sugestões e opiniões comigo partilhadas e pela disponibilidade demonstrada sempre que solicitado.

A todos os amigos e colegas de Universidade, pelo seu contributo no enriquecimento deste percurso de cinco anos, quer ao nível académico quer ao nível associativo, tanto nas horas de trabalho como nas horas de lazer. Um agradecimento especial pela amizade aos meus amigos Afonso Albuquerque, Eduardo Pedro, Gil Ribeiro, João Marques, José Abrantes, Pedro Maça, Rafael Batista e Rodrigo Castro, e votos de sucessos futuros.

Aos amigos de longa data, especialmente ao Cristiano e ao Daniel, pelo companheirismo e por terem tornado a adaptação a Coimbra e ao Departamento bastante mais fácil, e à Carolina e ao Ricardo, pela presença e apoio nos bons e maus momentos e pela sincera amizade.

À minha família, por todo o apoio e por toda a paciência demonstrada, especialmente nos maus momentos, pela oportunidade e, fundamentalmente, por me terem ajudado a tornar uma melhor pessoa a cada dia.

Ao João Ribeiro, por toda a ajuda e apoio na fase mais difícil da minha vida, pela inestimável confiança que me permitiu manter a concentração na concretização deste objectivo e pelo enorme exemplo de amizade, o meu eterno agradecimento.

À Mafalda, pelos vários anos de amizade e cumplicidade, por toda a ajuda e incentivo fundamentais na concretização deste objectivo, e, principalmente, por toda a paciência e dedicação mesmo nas fases mais difíceis.

Ao meu Pai, pelo extraordinário exemplo de força e coragem, pela dedicação, pelo incentivo. Pelos valores que me transmitiu, pelo esforço em garantir que este objectivo era atingido. Por ser muito mais que um pai, por ser um amigo. Todas as palavras são insuficientes para descrever a gratidão e a saudade.

A todos, o meu sincero agradecimento.

## Resumo

Este trabalho tem como objectivo fazer uma análise do comportamento estrutural de espigões de selim de bicicletas, um deles é fabricado em alumínio e o outro em fibra de carbono, e avaliar as alterações produzidas pela inserção de um composto de cortiça no seu interior.

A geometria CAD aproximada de um espigão de selim foi gerada recorrendo ao programa Autodesk Inventor 2014 sendo, posteriormente, exportada para o programa de elementos finitos ADINA, onde foram inseridas as propriedades dos diferentes materiais e realizadas simulações para obter as frequências de vibração.

Por fim, é feita uma avaliação da variação das frequências de vibração dos espigões após a inserção do composto de cortiça no interior do tubo de selim. Após as várias simulações numéricas e análise dos resultados, conclui-se que a inserção da cortiça provoca uma diminuição na frequência de vibração do espigão de selim. Esta diminuição deve-se ao aumento de massa provocado pelo composto de cortiça.

**Palavras-chave:** Elementos finitos, espigão de selim, alumínio, materiais compósitos, fibra de carbono, cortiça, frequências de vibração.



## Abstract

The objective of this work is to make an analysis of the behaviour of two bicycle's seat post, one of them made by aluminium and the other one made by carbon fibres, and evaluate the changes created by the insertion of a cork's composite inside the seat post.

The geometry of a seat post was created using the software Autodesk Inventor 2014. Then, the geometry was exported to the finite elements software ADINA, where the properties of the different materials were introduced and where were made simulations with the objective of get the vibrational frequencies.

Finally, the vibrational frequencies of the seat posts were compared with the vibrational frequencies of the seat posts after the insertion of a cork's composite inside of them. After all the numerical simulations and the analysis of the results, the insertion of cork's composite inside of the seat posts cause a reduction in the vibrational frequencies. This reduction is caused by the weight raise.

**Keywords** Finite elements, bicycle's seat post, aluminium, composite materials, carbon fibres, cork, vibrational frequencies.



---

## Índice

Índice de Figuras .....	xi
Índice de Tabelas .....	xiii
Simbologia e Siglas .....	xv
Simbologia.....	xv
Siglas .....	xvi
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Objectivos e estratégia adoptada.....	3
1.2. Motivação .....	4
1.3. Estrutura da dissertação .....	4
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1. A evolução da bicicleta.....	7
2.2. Materiais compósitos .....	8
2.2.1. Constituição de um material compósito .....	10
2.2.2. Vantagens e desvantagens dos materiais compósitos.....	11
2.2.3. Classificação de materiais compósitos .....	12
2.2.4. Utilização de materiais compósitos em bicicletas .....	13
2.3. Cortiça.....	14
2.4. Método dos elementos finitos (MEF) .....	16
2.5. Frequências próprias de vibração.....	16
3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ATRAVÉS DE MODELAÇÃO NUMÉRICA ...	19
3.1. Problema de uma placa fabricada com um material ortotrópico, constituída por camadas com diferentes orientações, sujeita a uma pressão uniforme.....	19
3.1.1. Modelo 2D – Elementos do tipo “Casca”.....	21
3.1.2. Modelo 3D – Elementos do tipo “3D – Solid”.....	23
3.2. Problema de uma cobertura cilíndrica, apoiada nas extremidades, sujeita ao próprio peso .....	25
3.2.1. Modelo Isotrópico .....	26
3.2.2. Modelo Ortotrópico .....	30
4. MODELAÇÃO NUMÉRICA DE ESPIGÕES DE SELIM .....	37
4.1. Construção geométrica do espigão de selim.....	37
4.2. Construção dos modelos numéricos dos espigões .....	39
4.2.1. Espigão de alumínio .....	39
4.2.2. Espigão de carbono.....	40
4.2.3. Espigão de alumínio com cortiça.....	41
4.2.4. Espigão de carbono com cortiça.....	42
4.3. Apresentação dos resultados obtidos .....	43
4.4. Análise dos resultados obtidos.....	46
4.4.1. Análise da variação da rigidez.....	47
4.4.2. Análise da variação da massa .....	48

---

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	51
5.1. Conclusões gerais .....	51
5.2. Sugestões para trabalhos futuros .....	52
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	53
ANEXO A .....	55

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Evolução da produção mundial de carros e de bicicletas (Milhões de Unidades/Ano).....	2
Figura 1.2. Espigão de selim de uma bicicleta. ....	3
Figura 2.1. Evolução da bicicleta [6].....	7
Figura 2.2. Evolução da utilização dos materiais [7]. ....	8
Figura 2.3. Classes dos Materiais [6]. ....	9
Figura 2.4. Representação esquemática de um material compósito. [10] .....	10
Figura 2.5. Agrupamento de materiais compósitos com base no arranjo dos componentes [8]. ....	12
Figura 2.6. Alguns componentes de bicicleta fabricados em fibra de carbono [13]. ....	13
Figura 2.7. Produtos fabricados em cortiça [13] .....	14
Figura 2.8. Representação de um elemento de volume de cortiça e indicação das secções e direcções de anisotropia [15].....	15
Figura 2.9. Ponte de Tacoma. Modo de vibração da ponte (esquerda) e o respectivo colapso (direita) [18]. ....	17
Figura 3.1. Geometria da placa.....	20
Figura 3.2. Modelo numérico da placa ortotrópica no programa ADINA: a) visualização da superfície média, condições de carregamento e condições de fronteira; b) visualização das camadas ortotrópicas. ....	21
Figura 3.3. Indicação da orientação das diferentes camadas. ....	22
Figura 3.4. Resultados obtidos para o deslocamento do ponto central utilizando elementos “Casca” .....	23
Figura 3.5. Representação do modelo numérico no programa ADINA, utilizando elementos “3D - Solid” .....	24
Figura 3.6. Resultados obtidos para o deslocamento do ponto médio utilizando elementos “3D - Solid” .....	25
Figura 3.7. Representação esquemática da cobertura cilíndrica [21]. ....	26
Figura 3.8. Coordenadas dos pontos necessários para definir $\frac{1}{4}$ da cobertura. ....	28
Figura 3.9. Resultados obtidos para o modelo isotrópico, utilizando elementos “Casca” ..	28
Figura 3.10. Resultados obtidos para o modelo isotrópico, utilizando elementos “3D - Solid” .....	30

Figura 3.11. Resultados obtidos para o modelo ortotrópico, utilizando elementos “Casca”.	32
Figura 3.12. Resultados obtidos para o modelo ortotrópico, utilizando elementos “3D - Solid”.	34
Figura 3.13. Indicação da orientação das duas camadas.	35
Figura 4.1. Espigão de Selim “UNO SPC-612N”.	37
Figura 4.2. Espigão de Selim gerado no programa Autodesk Inventor 2014.	38
Figura 4.3. Variação da malha em função do comprimento dos elementos: a) Elementos com 0.005m de comprimento – originam 11502 elementos. b) Elementos com 0.01m de comprimento – originam 3624 elementos.	40
Figura 4.4. Indicação da orientação das fibras no espigão e definição do sistema de eixos ortotrópico.	40
Figura 4.5. Indicação da orientação das fibras no composto de cortiça.	42
Figura 4.6. Seis primeiros modos de vibração do espigão de selim de alumínio.	44
Figura 4.7. Evolução das frequências de vibração com o aumento do número de elementos.	45
Figura A.1. Seis primeiros modos de vibração do espigão de selim de carbono.	55

---

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Propriedades do material da placa. ....	20
Tabela 3.2. Resultados esperados para o deslocamento do ponto central da placa. ....	23
Tabela 3.3. Dados e propriedades utilizadas no modelo Isotrópico. ....	27
Tabela 3.4. Resultado esperado para o deslocamento vertical do Ponto B e valor obtido com o modelo isotrópico. ....	29
Tabela 3.5. Dados e propriedades utilizadas no modelo ortotrópico. ....	31
Tabela 3.6. Folha de cálculo utilizada para obter o resultado adimensional do deslocamento vertical do Ponto B no modelo ortotrópico, utilizando elementos “Casca” . ....	33
Tabela 3.7. Folha de cálculo utilizada para obter o resultado adimensional do deslocamento vertical do Ponto B no modelo ortotrópico, utilizando elementos “3D - Solid” ...	34
Tabela 4.1. Dados da geometria do tubo do espigão de selim. ....	38
Tabela 4.2. Propriedades utilizadas para o alumínio. ....	39
Tabela 4.3. Propriedades utilizadas para o carbono. ....	41
Tabela 4.4. Propriedades utilizadas para a cortiça. ....	42
Tabela 4.5. Frequências de vibração obtidas para os espigões de alumínio. ....	43
Tabela 4.6. Frequências de vibração obtidas nas simulações numéricas do espigão de alumínio. ....	44
Tabela 4.7. Frequências de vibração obtidas para os espigões de carbono. ....	46
Tabela 4.8. Cálculo da rigidez do tubo de alumínio e carbono e do composto de cortiça. .	48
Tabela 4.9. Dados dos espigões de alumínio. ....	48
Tabela 4.10. Dados dos espigões de carbono. ....	49



---

## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

$a$  – Comprimento

$\alpha$  – Ângulo

$b$  – Largura

$\beta$  – Ângulo

$D$  – Diâmetro

$D_e$  – Diâmetro externo

$D_i$  – Diâmetro interno

$E$  – Módulo de Elasticidade

$E_i$  – Módulo de Elasticidade segundo a direcção “i”

$G_{ij}$  – Módulo de elasticidade transversal no plano “i j”

$h$  – Espessura

$I$  – Momento de inércia

$K$  – Rigidez

$m$  – Massa

$\rho$  – Densidade (massa específica)

$q$  – Carga aplicada

$R$  – Raio de curvatura

$\nu_{ij}$  – Coeficiente de Poisson no plano “ij”

$\bar{w}$  – Deslocamento vertical adimensional

$w_B$  – Deslocamento vertical do ponto B

$W_n$  – Frequência própria de vibração

## **Siglas**

ADINA – Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis

CAD - Computer Aided Design

DEM – Departamento de Engenharia Mecânica

FCTUC – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

MEF – Método dos Elementos Finitos

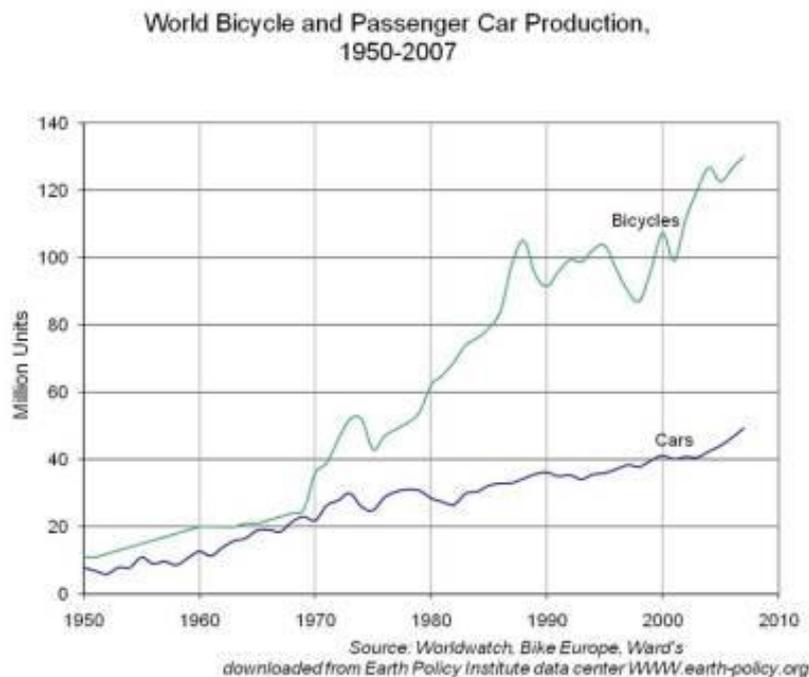
## 1. INTRODUÇÃO

A bicicleta, um meio de transporte inventado há vários anos e conhecido por todos, é, nos dias de hoje, o veículo escolhido por muitos para as suas deslocações diárias. Muitos países encorajam cada vez mais os seus habitantes, principalmente nas grandes cidades, a utilizar a bicicleta no dia-a-dia e a tendência natural será o aumento do número de utilizadores deste meio.

Os benefícios desta escolha são facilmente identificados. Optando pela bicicleta no lugar de um carro, o tráfego de veículos automóveis seria muito menor, o que, por sua vez, originaria uma redução nos níveis de poluição, num planeta cada vez mais sujeito ao efeito do aquecimento global originado pelos poucos cuidados ambientais.

Outro factor que pode ser decisivo para o aumento da utilização da bicicleta é o preço do petróleo. Sendo este um combustível fóssil que, segundo algumas estimativas, durará aproximadamente mais 40 anos e que, como se espera, aumentará o preço com o passar dos anos, a escolha da bicicleta permitiria uma redução do consumo do petróleo e a poupança de muito dinheiro para quem fizer essa escolha. Por último, outro benefício extremamente importante prende-se com a saúde dos utilizadores. A prática do ciclismo permite aos praticantes combater doenças como a obesidade e evitar problemas de saúde.

Apesar de, diariamente, presenciarmos muito mais automóveis do que bicicletas, de há vários anos para cá são produzidas anualmente muito mais bicicletas do que automóveis, tal como se pode ver na Figura 1.1 onde está representada a evolução da produção mundial de ambos os veículos [1]. Segundo alguns dados reunidos pela Associação Europeia da Indústria de Bicicletas (COLIBI) e pela Associação Industrial Europeia de Duas Rodas e Acessórios (COLIPED), no ano de 2012 foram produzidas em Portugal 780000 bicicletas e foram vendidas 350000 bicicletas, a um preço médio de 150€, o que representa por si só 52,5 milhões de euros em vendas. Para além disso, o mercado de componentes e de acessórios para a prática do ciclismo representa um valor de vendas de 120 milhões de euros [2].



**Figura 1.1.** Evolução da produção mundial de carros e de bicicletas (Milhões de Unidades/Ano).

Tendo em conta que Portugal possui uma pequena parcela na quantidade de bicicletas e componentes fabricados e produzidos mundialmente, facilmente percebemos que se trata de uma indústria que movimenta muito dinheiro por ano.

Na actualidade, e no futuro, a tendência natural na indústria das bicicletas, à semelhança da indústria automóvel e de tantas outras, é a diminuição do peso.

Nos últimos anos, o factor que mais contribuiu para este objectivo foi a utilização de materiais compósitos no fabrico quer do quadro da bicicleta, quer dos restantes componentes. O material compósito mais usado nesta indústria é a fibra de carbono.

A utilização deste tipo de materiais em detrimento dos habituais materiais metálicos como, por exemplo, o aço ou liga de alumínio, permite obter uma melhor rigidez específica, ou seja, uma melhor relação entre a rigidez e o peso.

Sendo esta uma indústria que movimenta milhões, e face à grande expansão que se tem verificado nos últimos anos da prática de ciclismo, quer de lazer quer de competição, são cada vez mais as marcas e empresas que investem nesta área de modo a otimizar produtos e a tentar inovar os mesmos.

Foi precisamente com a inovação em mente que surgiu a ideia que originou o tema desta dissertação. A ideia, apresentada então pelo Professor Luís Roseiro, consiste em preencher com cortiça o interior do espigão de selim de uma bicicleta, apresentado na Figura 1.2. A cortiça é um material com boas propriedades de isolamento o que lhe permite, por exemplo, ser utilizada em aglomerados como suporte base de máquinas de modo a reduzir as vibrações transmitidas por estas às estruturas onde assentam [3]. O objectivo é aproveitar as características deste material de modo a absorver parte das vibrações transmitidas pela bicicleta ao ciclista, aumentando assim o conforto e diminuindo o risco de lesões provocadas pela exposição do corpo humano a vibrações de maior intensidade [4].



Figura 1.2. Espigão de selim de uma bicicleta.

## 1.1. Objectivos e estratégia adoptada

O principal objectivo desta dissertação é analisar numericamente a variação das frequências próprias de vibração provocada pela incorporação de cortiça num espigão de selim de uma bicicleta, recorrendo para isso ao programa de elementos finitos ADINA. Inicialmente é feita uma modelação numérica de dois espigões de selim, um fabricado em alumínio e outro em fibra de carbono, de modo a obter as frequências próprias de vibração de ambos. De seguida é feita a modelação numérica dos mesmos espigões, mas desta vez considerando o interior totalmente preenchido com cortiça. Por fim, é calculada a variação

nas frequências próprias de vibração, fazendo a diferença entre as frequências de vibração dos espigões com e sem cortiça.

Resumindo, os objetivos deste trabalho são:

- Construção dos modelos geométricos e numéricos dos espigões de selim fabricados em alumínio e fibra de carbono;
- Obtenção numérica das frequências próprias de vibração de ambos os espigões;
- Construção dos modelos numéricos dos espigões anteriores com o interior preenchido com cortiça;
- Obtenção numérica das frequências de vibração dos espigões com cortiça;
- Comparação dos resultados e análise das variações nas frequências próprias de vibração dos espigões, provocadas pela inserção da cortiça no interior.

## **1.2. Motivação**

Os principais motivos que conduziram à escolha deste tema foram o gosto pela área do desporto e pelo ciclismo em particular, resultado dos vários anos de prática do mesmo, e a vontade de aprofundar os conhecimentos adquiridos ao longo do curso sobre modelação numérica de estruturas, recorrendo a programas de elementos finitos, sabendo da importância que estes têm na indústria nos dias de hoje e da utilidade que podem vir a ter na carreira profissional de um engenheiro.

## **1.3. Estrutura da dissertação**

Esta dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos.

No capítulo um é feita uma breve introdução sobre o trabalho, realçando a importância do mesmo, assim como a motivação para a sua realização. É também apresentado um pequeno guia sobre a estrutura desta dissertação.

No capítulo dois é feita uma revisão bibliográfica sobre os principais temas apresentados no trabalho. Inicialmente é feita uma breve revisão sobre a evolução da bicicleta. De seguida é feita uma explicação sobre materiais compósitos e sobre cortiça.

Por fim, são apresentadas algumas noções sobre o Método dos Elementos Finitos (MEF) e sobre frequências próprias de vibração.

No capítulo três são apresentados alguns problemas de referência, utilizados para testar a precisão de programas de elementos finitos. São apresentadas propostas de resolução para os mesmos recorrendo para isso ao programa de elementos finitos ADINA. A resolução destes problemas tem como objectivo aprofundar os conhecimentos adquiridos anteriormente na utilização do programa de elementos finitos ADINA, adquirindo desta forma mais experiência para a abordagem à questão fundamental deste trabalho.

No capítulo quatro é apresentada uma geometria aproximada de um espigão de selim gerada no programa Autodesk Inventor 2014. Essa geometria é depois exportada para o programa ADINA e de seguida é descrito o procedimento utilizado ao longo da modelação numérica de modo a obter os resultados obtidos. Por fim, são analisados os resultados obtidos.

No capítulo cinco são apresentadas as conclusões finais da dissertação e também algumas propostas para trabalhos futuros.



## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é feita uma pequena revisão bibliográfica sobre os principais temas abordados na dissertação, de modo a permitir ao leitor integrar-se mais facilmente no tema deste trabalho.

### 2.1. A evolução da bicicleta

A invenção da bicicleta enquanto meio de locomoção é algo muito difícil de precisar no tempo. Existem vários registos que dizem que já os antigos egípcios conheciam ou idealizavam um meio de transporte constituído por duas rodas e uma barra sobreposta. Há alguns anos surgiram notícias de que tinham sido encontrados desenhos de Leonardo Da Vinci, datados de 1490, em que é possível distinguir uma máquina semelhante às bicicletas de hoje em dia, já dotada de pedais e tracção por corrente. Apesar disto, artigos apontam que esses desenhos não sejam pertencentes a Da Vinci e tenham sido feitos muitos anos mais tarde [5]. Contudo, foi apenas nos séculos XVIII e XIX que a bicicleta sofreu evoluções significativas, tal como o uso de pedais ou de um mecanismo que permitisse alterar a direcção, como é possível observar na Figura 2.1.

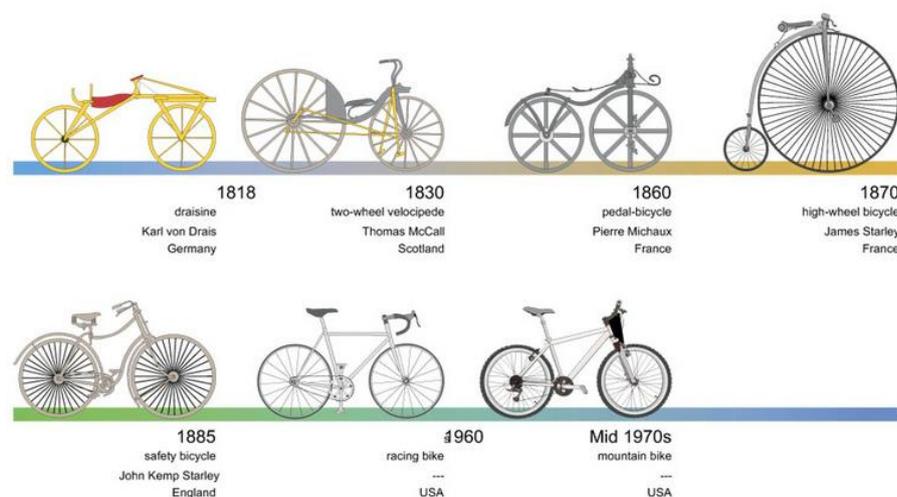


Figura 2.1. Evolução da bicicleta [6].

Os aperfeiçoamentos na bicicleta multiplicaram-se um pouco por toda a Europa até que, anos mais tarde, John Kemp Starley, considerado o inventor da bicicleta moderna, desenvolveu uma bicicleta semelhante às utilizadas hoje, já com sistema de tracção usando uma corrente de transmissão.

Outro factor importante na evolução da bicicleta foi a utilização de novos materiais no seu fabrico. Ao longo dos anos, foram utilizados vários materiais na construção de bicicletas e dos seus componentes, desde madeira, aço, alumínio e, mais recentemente, materiais compósitos. A evolução na área dos materiais permitiu reduzir o peso da bicicleta e tornar mais confortável o uso da mesma. Com o objectivo de aumentar o conforto, foram ainda desenvolvidas suspensões e amortecedores que actualmente são visíveis em grande número de bicicletas.

## 2.2. Materiais compósitos

Ao longo da história evolutiva do Ser Humano e das várias civilizações foram vários os materiais usados pelo Homem com o intuito de facilitar o seu dia-a-dia.

Um exemplo disso foi, na Pré-história, a utilização de madeira, pedra ou ossos na construção de armas que facilitavam a caça de animais de modo a obter comida.

A utilização dos vários materiais sofreu uma natural evolução com o passar dos anos, verificando-se uma oscilação da utilização de algumas classes de materiais em relação a outras consoante a época e a sua importância, como se pode ver na Figura 2.2.

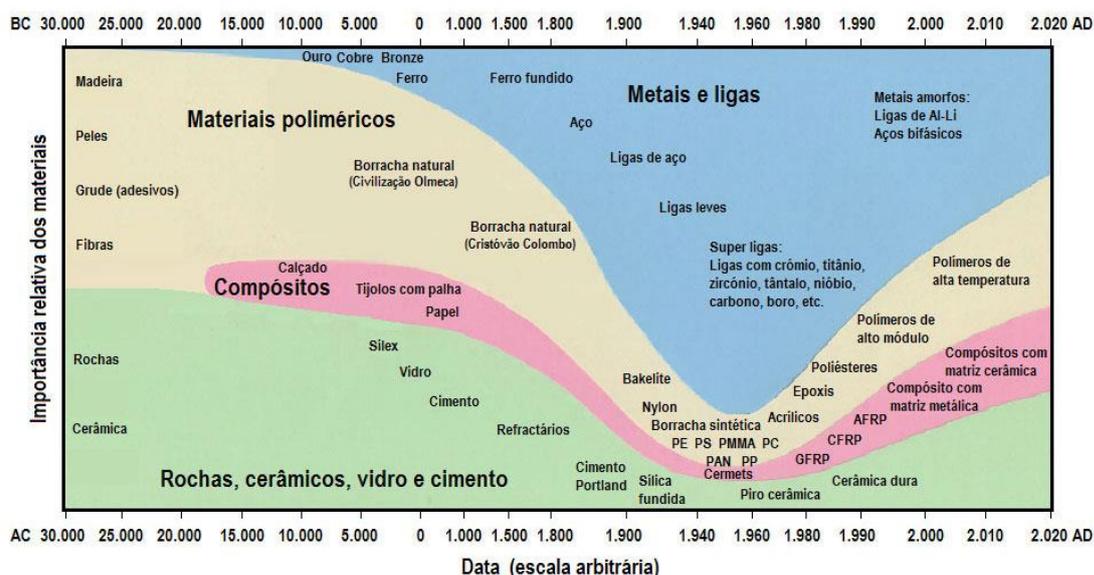


Figura 2.2. Evolução da utilização dos materiais [7].

Os vários tipos de materiais podem ser agrupados em diferentes classes, consoante as suas características. Um possível agrupamento dos materiais em classes pode ser visto na Figura 2.3. Neste agrupamento, os materiais são classificados em Materiais Naturais, Materiais Metálicos, Materiais Poliméricos, Materiais Cerâmicos e Materiais Compósitos.

## Classes Materiais

Materiais Naturais	Materiais Metálicos	Materiais Poliméricos	Materiais Cerâmicos	Materiais Compósitos
<p>Tal como o nome indica, engloba todos aqueles materiais que não passam por nenhuma transformação industrial.</p> <p><u>Como:</u> -madeira -pedras -ossos -peles de animais</p>	<p>Materiais constituídos por átomos dotados de grande nº de electrões. Estes são suficientemente livres para se movimentarem a partir de potenciais eléctricos ou térmicos baixos.</p> <p><u>Como:</u> -ferro e aço -ligas de alumínio -super-ligas - compostos intermetálicos</p>	<p>Materiais constituídos por macromoléculas, que se caracterizam pela repetição múltipla de uma ou mais espécies de grupo de átomos.</p> <p><u>Como:</u> - plástico - borracha - fibras</p>	<p>Materiais inorgânicos, não metálicos, obtidos geralmente, através de tratamento térmico.</p> <p><u>Como:</u> -cerâmicos estruturais -cerâmicos refractários -porcelanas -vidro -cimento</p>	<p>Materiais desenvolvidos a partir da associação de dois ou mais materiais de diferentes classes:</p> <p><u>Como:</u> - plástico+metal -cerâmico+vidro -fibras+cerâmico -cristais líquidos</p>

**Figura 2.3.** Classes dos Materiais [6].

Um dos principais tópicos desta dissertação são os materiais compósitos. Um material compósito é um material que resulta da combinação de dois ou mais micro ou macro constituintes, com formas e composições químicas distintas, e que são insolúveis uns nos outros [9]. O objectivo desta combinação é a obtenção de um material que apresente um comportamento mecânico e propriedades superiores (em alguns aspectos, dependendo da finalidade do material) às propriedades dos constituintes em separado. As propriedades finais do material variam, portanto, em função das propriedades dos seus constituintes.

### 2.2.1. Constituição de um material compósito

A maioria dos materiais compósitos é constituído por um material base, denominado por matriz, ao qual é adicionado outro material, denominado como reforço. Na Figura 2.4 pode observar-se uma representação esquemática da constituição de um material compósito reforçado com fibras.

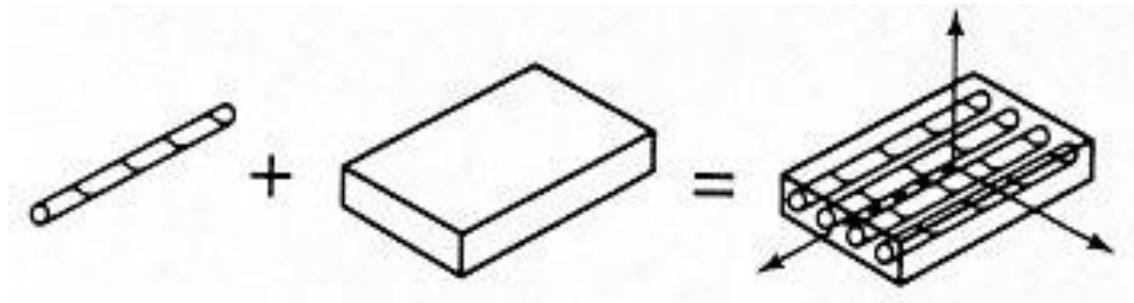


Figura 2.4. Representação esquemática de um material compósito. [10]

Algumas das funções da matriz são [11]:

- Conferir a forma pretendida;
- Transferir a carga para as fibras e protege-las do ambiente externo;
- Manter a disposição das fibras;
- Conferir diferentes propriedades mecânicas como aumentar a ductilidade ou a resiliência do compósito.

Por sua vez, os reforços, como as fibras, são responsáveis por [11]:

- Suportar as cargas aplicadas ao material;
- Garantir a resistência e a rigidez do compósito.

Sendo o material compósito uma espécie de mistura de diferentes materiais, as propriedades do material compósito dependem, logicamente, das propriedades dos materiais que o constituem. Outro factor importante na caracterização do compósito é a orientação das suas fibras, pois as propriedades mecânicas variam conforme a direcção da solicitação. Este factor origina a anisotropia do material [12].

### **2.2.2. Vantagens e desvantagens dos materiais compósitos**

Os materiais compósitos são cada vez mais usados em estruturas e componentes onde se pretende um elevado desempenho e um peso reduzido.

Algumas das vantagens dos materiais compósitos são [8]:

- Elevada rigidez específica;
- Elevada resistência específica;
- Elevada resistência à fadiga;
- Estabilidade térmica e baixa condutibilidade;
- Bom amortecimento de vibrações.

Uma propriedade específica de um material é a relação entre essa mesma propriedade e a densidade do material. São parâmetros críticos utilizados, frequentemente, em aplicações que requerem boas propriedades mecânicas e baixa densidade. No que toca a estas propriedades, os materiais compósitos têm grande vantagem em relação aos materiais normalmente usados em algumas aplicações na área da engenharia como, por exemplo, os materiais metálicos. Este factor conduz, naturalmente, a um aumento da utilização dos compósitos.

Algumas das desvantagens dos materiais compósitos são [8]:

- Grande dispersão nas propriedades;
- Requerem uma análise complexa do material;
- Material com um custo bastante elevado.

De facto, os custos de produção de um material compósito são, geralmente, bastante maiores que uma liga metálica. Contudo, em muitas indústrias como a aeroespacial o preço elevado do material acaba por ser compensado pela poupança de combustível obtida com a redução de peso.

### 2.2.3. Classificação de materiais compósitos

Os materiais compósitos podem ser classificados de duas formas diferentes. Podem ser classificados tendo por base o tipo de constituintes ou tendo em conta o arranjo dos mesmos.

Quanto ao tipo de constituintes, os materiais compósitos podem ser agrupados em materiais compósitos naturais, como, por exemplo, a madeira, ou em materiais compósitos não naturais. Dentro desta categoria, podem ser agrupados **em compósitos de matriz polimérica, compósitos de matriz metálica e compósitos de matriz cerâmica.**

Quanto à disposição dos constituintes, estes podem ser agrupados em **compósitos reforçados com partículas, compósitos reforçados com fibras e compósitos estruturais**, como se pode ver na Figura 2.5.

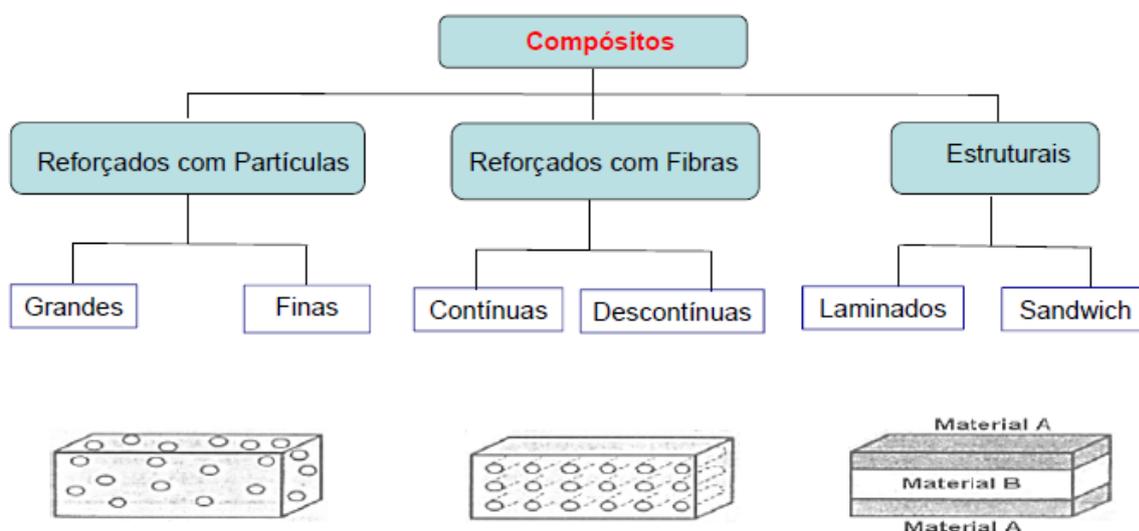


Figura 2.5. Agrupamento de materiais compósitos com base no arranjo dos componentes [8].

O tipo de matriz e fibra utilizados varia com o objectivo pretendido para o compósito. Geralmente, materiais compósitos de matriz polimérica são reforçados com fibras de vidro ou fibras de carbono com o objectivo de aumentar a resistência mecânica. Os materiais compósitos de matriz metálica podem ser reforçados com outros metais ou cerâmicos de modo a melhorar a resistência à fluência a temperaturas elevadas. Os materiais compósitos de matriz cerâmica são reforçados com o objectivo de melhorar a resistência mecânica e a resistência à fractura.

#### 2.2.4. Utilização de materiais compósitos em bicicletas

Nos últimos anos, a utilização de materiais compósitos no fabrico de bicicletas e de os seus componentes tem sofrido uma grande evolução. Ao longo dos séculos, foram vários os materiais utilizados no fabrico de bicicletas, como madeira, aço ou o alumínio. Com o evoluir dos materiais compósitos e dos processos de fabrico, estes materiais passaram a ser utilizados no fabrico de bicicletas e componentes mecânicos, devido às boas características que apresentam.

O material compósito mais utilizado nesta área é a fibra de carbono, nome pela qual é geralmente conhecido. Trata-se de um material compósito de matriz polimérica que, tal como o nome indica, é reforçada com fibras de carbono. A matriz é, normalmente, uma resina do tipo epóxi, responsável por unir as fibras e dar forma ao material.

Este material é, nos dias de hoje, amplamente utilizado no fabrico de vários componentes, desde o quadro da bicicleta, rodas, guiador, selim ou o espigão de selim, como se pode ver na Figura 2.6.



**Figura 2.6.** Alguns componentes de bicicleta fabricados em fibra de carbono [13].

A utilização deste material na produção dos vários componentes da bicicleta permite obter uma redução de peso significativa, resultando num aumento da rigidez específica e resistência específica em relação aos componentes fabricados em aço e até alumínio. A principal desvantagem destes componentes é o seu preço bastante elevado.

### 2.3. Cortiça

A cortiça é um produto 100% natural que é obtida a partir da casca do sobreiro. É um material usado desde a antiguidade, sendo utilizado para várias aplicações.

É um produto que tem uma grande importância para a economia de Portugal, país que é responsável por cerca de 50% da produção mundial de cortiça, onde existem cerca de 716 mil hectares de montados de sobreiro [3, 14].

A cortiça apresenta propriedades únicas que lhe permitem ser utilizada em diversas áreas e produtos para além das conhecidas rolhas de cortiça, como se pode ver na Figura 2.7. Algumas dessas propriedades são:

- Baixa densidade;
- Elevada deformabilidade e baixa resistência à deformação;
- Baixo coeficiente de Poisson;
- Grande capacidade de absorção de energia em impacto;
- Grande capacidade de dissipação de energia em vibrações;
- Elevado coeficiente de atrito;
- Baixa condutividade térmica;
- Baixa condutibilidade eléctrica;
- Baixa absorção de água e outros líquidos;
- Boas propriedades de isolamento acústico [15].



Figura 2.7. Produtos fabricados em cortiça [13]

Parte destas propriedades são justificadas pela estrutura celular da cortiça. Resumidamente, a estrutura da cortiça tem uma forma alveolar, semelhante a um favo de mel, e apenas cerca de 15% do seu volume é sólido, sendo o restante, geralmente, ar, o que justifica a baixa densidade e o baixo peso. O bom amortecimento é, em parte, justificado pelo facto das células constituintes serem hermeticamente fechadas [15].

A cortiça é um material anisotrópico. As três direcções definidas para caracterizar a cortiça são a radial (paralela aos raios da árvore), a axial (direcção vertical na árvore) e tangencial (perpendicular às outras duas, tangente à circunferência da secção da árvore). As secções perpendiculares a estas três direcções são respectivamente designadas por tangencial, transversal e radial. As direcções e as secções podem ser vistas na Figura 2.8 [3].

No entanto a anisotropia deixa de ser sentida quando temos um aglomerado de cortiça, dada a orientação aleatória dos grânulos, o que é o caso dos produtos de cortiça para a construção civil [3].

No âmbito deste trabalho, as características da cortiça com mais interesse são a sua capacidade de dissipação de energia de vibrações e o seu peso reduzido, pois há o interesse de absorver as vibrações sem aumentar em demasia o peso.

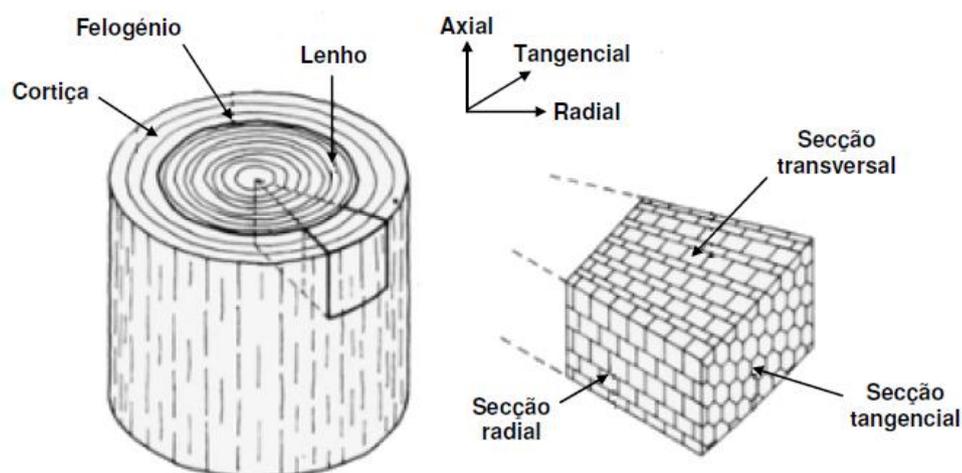


Figura 2.8. Representação de um elemento de volume de cortiça e indicação das secções e direcções de anisotropia [15].

## 2.4. Método dos elementos finitos (MEF)

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma técnica numérica que permite resolver sistemas de equações diferenciais e obriga à discretização de um sistema real contínuo num conjunto de pequenos elementos considerados contínuos e ligados entre si [16].

Cada elemento possui valores específicos de massa, rigidez e amortecimento e é estudado isoladamente, mantendo as propriedades do sistema original. O deslocamento de cada elemento depende dos deslocamentos dos elementos adjacentes. Para cada elemento finito é calculada uma solução aproximada, pois é extremamente difícil calcular a solução exacta. Contudo, a utilização deste método tem como objectivo fazer convergir os resultados aproximados obtidos para a solução real do problema.

Este método começou a ser desenvolvido no final do século XVIII, tendo então Gauss proposto a utilização de funções de aproximação para a resolução de problemas matemáticos. Porém, este método apenas conheceu uma evolução significativa no século XX, devido aos avanços tecnológicos alcançados nesta época. Foi nesta altura que foi utilizado pela primeira vez o termo MEF. Desde então, tem sido utilizado nas mais diversas áreas da engenharia, entre outras [16].

A aplicação deste método permite calcular deslocamentos, tensões, frequências de vibração, entre outras particularidades, sendo nos dias de hoje uma ferramenta bastante utilizada em variados projectos de engenharia.

## 2.5. Frequências próprias de vibração

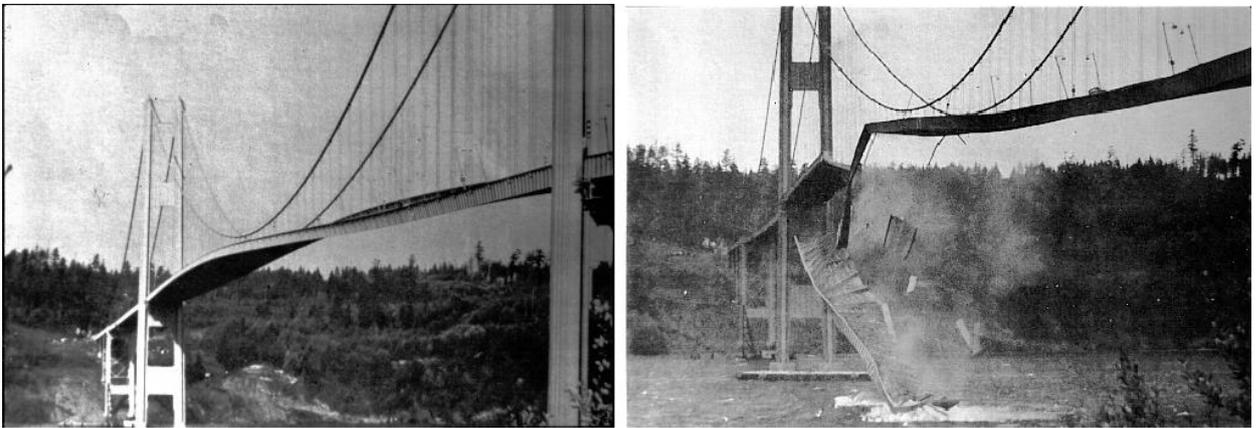
A frequência própria de vibração de um sistema é a frequência a que o sistema tende a oscilar naturalmente, quando não é sujeito a solicitações.

Cada sistema possui mais que uma frequência própria de vibração. A menor dessas frequências é designada por frequência fundamental de vibração [17].

A determinação das frequências próprias de vibração de um sistema é extremamente importante. Quando um sistema é sujeito a uma frequência próxima ou igual à sua frequência natural de vibração este pode entrar em ressonância, o que pode originar enormes deslocamentos do sistema e pode mesmo conduzir ao seu colapso, como aconteceu, por exemplo, na Ponte de Tacoma em 1940, como se pode ver na Figura 2.9 [18].

A cada frequência natural corresponde um padrão de vibração, que é designado por modo próprio de vibração. O modo próprio de vibração traduz a deformação do sistema que está associado a uma determinada frequência natural. O modo de vibração de um sistema depende da solicitação a que este é sujeito. Assim, numa determinada solicitação, podem ser activados vários modos próprios.

Os modos de vibração associados a frequências mais baixas originam maiores deslocamentos do que os modos associados a frequências mais elevadas. Como tal, as vibrações mais perigosas para um sistema são aquelas que estão associadas às frequências mais baixas [19].



**Figura 2.9.** Ponte de Tacoma. Modo de vibração da ponte (esquerda) e o respectivo colapso (direita) [18].



### **3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ATRAVÉS DE MODELAÇÃO NUMÉRICA**

Neste Capítulo são apresentados dois problemas de referência usados, normalmente, para testar a precisão de elementos finitos na resolução de problemas estáticos com componentes produzidos em material compósito.

O primeiro problema consiste numa placa fabricada com um material ortotrópico, constituída por camadas com diferentes direcções, sujeita a uma pressão uniforme. O segundo problema consiste numa cobertura cilíndrica, apoiada nas extremidades, sujeita ao próprio peso.

De seguida é apresentada uma proposta de resolução para cada problema, recorrendo ao programa de elementos finitos ADINA. Tal como foi referido anteriormente, o objectivo da resolução destes problemas foi aprofundar os conhecimentos adquiridos na unidade curricular de Cálculo Automático de Estruturas, nomeadamente na utilização do programa ADINA para modelar estruturas produzidas com material compósito, de modo a facilitar a posterior modelação numérica dos espigões.

#### **3.1. Problema de uma placa fabricada com um material ortotrópico, constituída por camadas com diferentes orientações, sujeita a uma pressão uniforme.**

Este problema, disponível no “*ADINA Verification Manual*”, foi resolvido com o objectivo de permitir uma primeira abordagem na utilização de materiais ortotrópicos no programa ADINA.

Tal como foi referido anteriormente, trata-se de uma placa fabricada com um material ortotrópico, constituída por três camadas de igual espessura mas com diferentes orientações ( $\beta$ : 0/90/0), onde é aplicada uma pressão uniforme. A geometria da placa é apresentada na Figura 3.1 e as propriedades do material são definidas na Tabela 3.1. A notação utilizada no ADINA é a seguinte: a direcção “a” é coincidente com a direcção das

fibras (direcção 1); as direcções “b” e “c” são as direcções ortogonais à direcção das fibras (direcções 2 e 3).

De modo a reduzir o tempo das simulações, neste exemplo é possível utilizar as condições de simetria da placa e, assim, considerar apenas a modelação de ¼ da mesma.

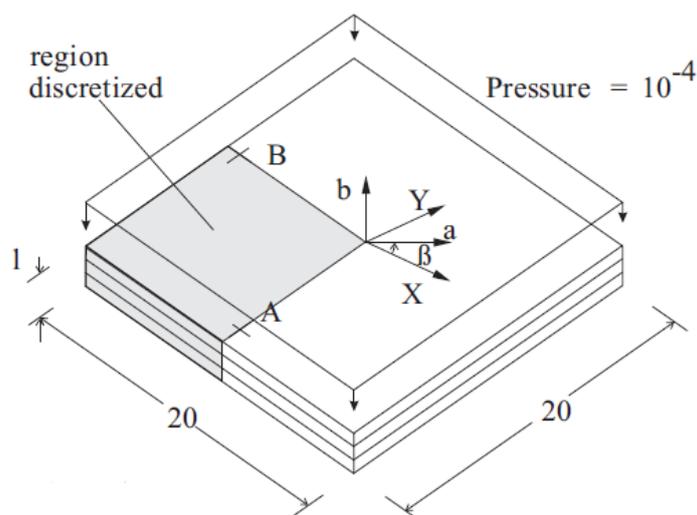


Figura 3.1. Geometria da placa.

Tabela 3.1. Propriedades do material da placa.

Propriedades do material da placa			
$E_a$	250000 psi	$\nu_{ab}$	0.01
$E_b$	10000 psi	$\nu_{ac}$	0.01
$E_c$	10000 psi	$\nu_{bc}$	0.25
$G_{ab}$	5000 psi	$\rho$	0.208333 lb/ft <sup>3</sup>
$G_{ac}$	5000 psi		
$G_{bc}$	2000 psi		

$E_i$  representa o módulo de elasticidade segundo a direcção “i”,  $G_{ij}$  representa o módulo de elasticidade transversal no plano “i j”,  $\nu_{ij}$  representa o coeficiente de Poisson no plano “i j” e  $\rho$  representa a densidade ou massa específica.

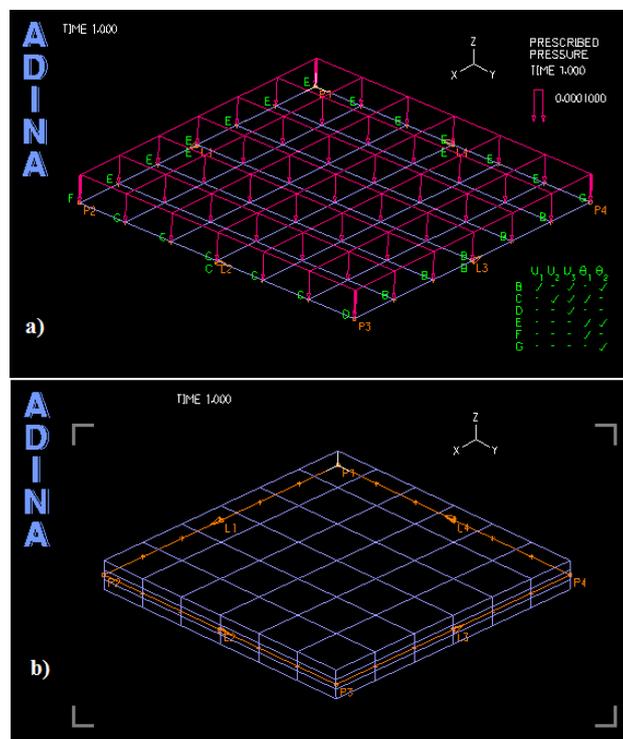
Por opção, o problema foi resolvido recorrendo a dois tipos de elementos diferentes, com o objectivo de comparar possíveis diferenças no comportamento de ambos os casos.

Inicialmente será apresentada a resolução utilizando elementos do tipo “Casca” (*Shell*) e, de seguida, recorrendo a elementos do tipo “3D – *Solid*”.

### 3.1.1. Modelo 2D – Elementos do tipo “Casca”

Esta é uma geometria bastante simples, facilmente definida recorrendo a quatro pontos e às respectivas linhas entre eles, de modo a formar um quadrado, e definir uma superfície delimitada por esse quadrado. Em casos como este, que trata um material constituído por várias camadas, os elementos do tipo “Casca” são os mais indicados de ser utilizados pois facilitam bastante a tarefa do utilizador, tendo em conta que este pode rapidamente definir a espessura total da placa e indicar o número total de camadas que a constituem. Relativamente à geometria, o utilizador apenas tem de definir o plano médio da placa, da forma que foi referida anteriormente.

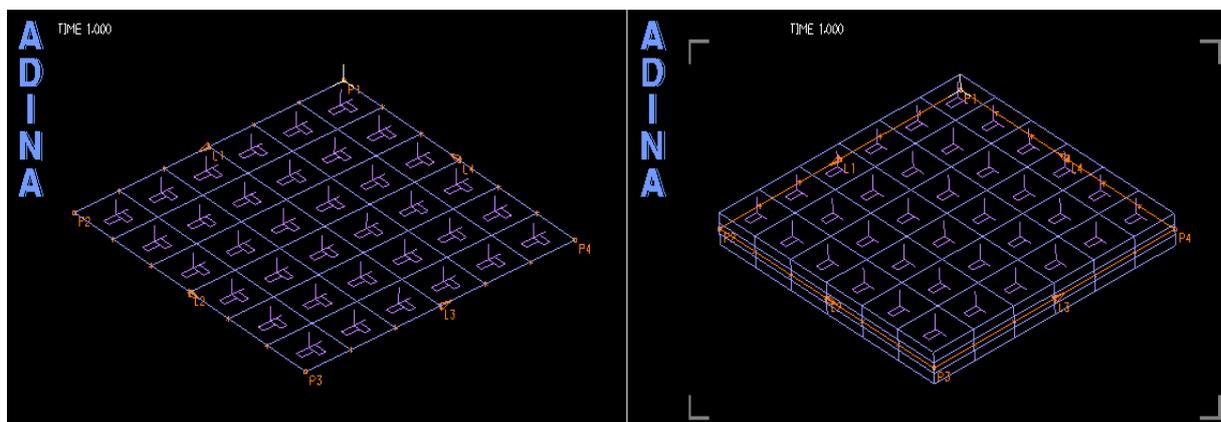
Na Figura 3.2 é possível observar o modelo numérico do problema obtido no programa ADINA utilizando elementos do tipo “Casca”.



**Figura 3.2.** Modelo numérico da placa ortotrópica no programa ADINA: a) visualização da superfície média, condições de carregamento e condições de fronteira; b) visualização das camadas ortotrópicas.

Na Figura 3.2, a primeira imagem mostra o plano médio da placa, onde se pode ver a representação da força aplicada e as condições de fronteira deste modelo. A segunda imagem apresenta a placa após definir a espessura e o número de camadas.

Na modelação numérica de estruturas, a principal diferença entre usar um material ortotrópico em relação a um isotrópico é a necessidade de definir um sistema de eixos que permita indicar a orientação das fibras do material em cada lâmina. No caso específico deste problema, esse sistema de eixos é facilmente definido, pois o eixo “a”, que é relativo à ortotropia coincide com o Eixo “OX” do sistema de eixos principal e o Eixo “b” coincide com o Eixo “OY”. Na Figura 3.3 pode observar-se a simbologia que o programa ADINA utiliza para indicar a orientação das fibras.



**Figura 3.3.** Indicação da orientação das diferentes camadas.

Na Figura 3.3, o comprimento do rectângulo indica a direcção do eixo “a”. A imagem da direita apresenta a orientação da camada superficial e a imagem da esquerda, como se trata do plano médio da placa, apresenta a projecção das orientações das várias camadas no plano.

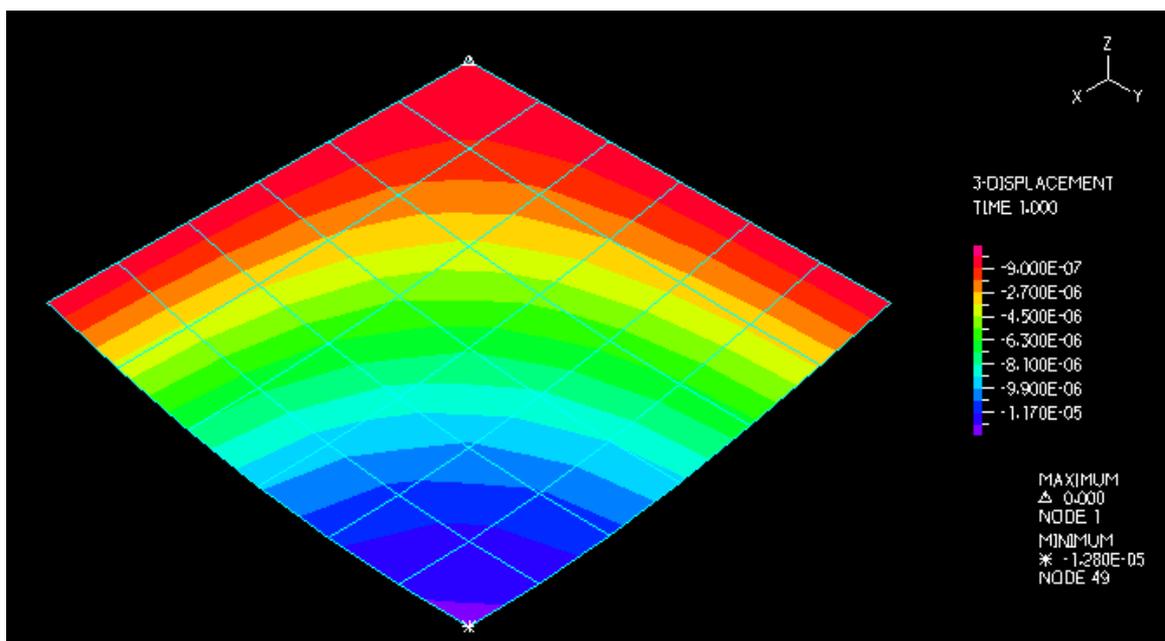
Relativamente aos graus de liberdade, o elemento do tipo “Casca” considera 5 graus de liberdade por nó, sendo eles três translações e duas rotações. Apenas não considera as rotações em torno do eixo perpendicular ao plano médio.

Como foi referido anteriormente, este é um problema cujos resultados se encontravam previamente determinados. Os resultados esperados, teoricamente e numericamente, são apresentados na Tabela 3.2 [20].

**Tabela 3.2.** Resultados esperados para o deslocamento do ponto central da placa.

Resultado Teórico	Resultado ADINA
$-1.27 \times 10^{-5}$	$-1.28 \times 10^{-5}$

Após a simulação numérica, obtemos a distribuição dos deslocamentos segundo a direcção “Z”, visível na Figura 3.4. Podemos constatar que, tal como seria de esperar, o ponto central da placa é aquele que sofre um maior deslocamento. Devido às condições de fronteira aplicadas nos bordos da placa, estas não apresentam deslocamentos. Relativamente ao deslocamento do ponto central da placa, o valor obtido na simulação foi igual ao esperado, como se pode ver na Figura 3.4.

**Figura 3.4.** Resultados obtidos para o deslocamento do ponto central utilizando elementos “Casca”.

### 3.1.2. Modelo 3D – Elementos do tipo “3D – Solid”

Construir o modelo numérico de uma placa constituída por várias camadas recorrendo a elementos do tipo “3D – Solid” é bastante mais trabalhoso e demorado do que recorrer a elementos do tipo “Casca”, pois é necessário definir geometricamente cada uma das camadas individualmente.

Este processo começa por ser feito ao definir a mesma superfície utilizada com elementos do tipo “Casca”. De seguida é feita uma extrusão dessa superfície, com o valor da espessura de cada camada, e, assim, criar o volume correspondente à primeira camada. Para gerar a segunda camada é necessário gerar nova superfície e fazer nova extrusão, e assim sucessivamente.

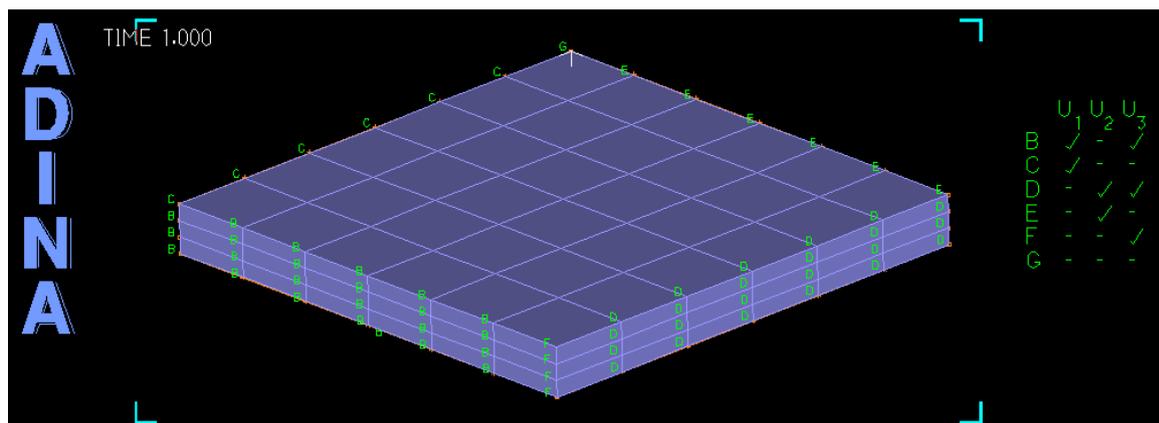


Figura 3.5. Representação do modelo numérico no programa ADINA, utilizando elementos “3D - Solid”.

Neste exemplo, sendo apenas uma placa com três camadas, este processo não leva muito tempo. Contudo, em situações reais com muitas camadas, a escolha deste tipo de elementos pode não ser a mais indicada.

De resto, a resolução utilizando elementos “3D – Solid” é bastante semelhante à resolução anterior. De facto, os dados, tal como as propriedades do material, a definição da força ou a definição do sistema de eixos ortotrópico, são definidos de igual forma. Contudo, sendo elementos diferentes, os graus de liberdade permitidos são logicamente diferentes e, conseqüentemente, as condições de fronteira são também diferentes. Relativamente aos graus de liberdade, o elemento do tipo “3D - Solid” considera apenas três graus de liberdade por nó, sendo eles as três translações.

As condições de fronteira e o modelo numérico obtido recorrendo a elementos “3D – Solid” pode ser observado na Figura 3.5.

Relativamente aos resultados obtidos, estes foram bastante próximos dos resultados esperados e dos resultados obtidos anteriormente. Estes podem ser observados na Figura 3.6.

Comparando com os resultados obtidos anteriormente, pode concluir-se que, desde que ajustadas as condições de fronteira em função do tipo de elemento utilizado, os resultados sofrem uma variação quase nula. Como tal, a escolha do tipo de elemento utilizado deve ser feita em função das características de cada problema.

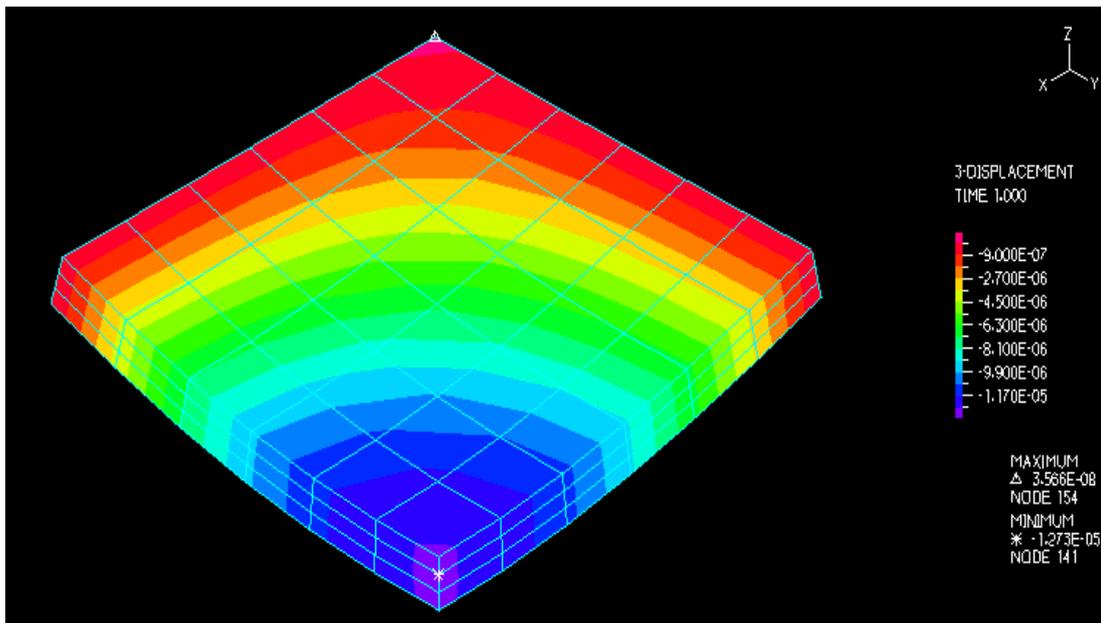


Figura 3.6. Resultados obtidos para o deslocamento do ponto médio utilizando elementos “3D - Solid”.

### 3.2. Problema de uma cobertura cilíndrica, apoiada nas extremidades, sujeita ao próprio peso

Este problema é um problema de referência bastante conhecido, habitualmente chamado de “*Scordelis Lo roof*”. Na Figura 3.7 está disponível uma representação esquemática do mesmo.

O problema trata uma cobertura cilíndrica, como, por exemplo, a cobertura de um pavilhão desportivo, apoiada nas extremidades curvas ( $x = \pm a/2$ ) e livres nas restantes extremidades ( $y = \pm b/2$ ). A cobertura fica apenas sujeita ao seu próprio peso.

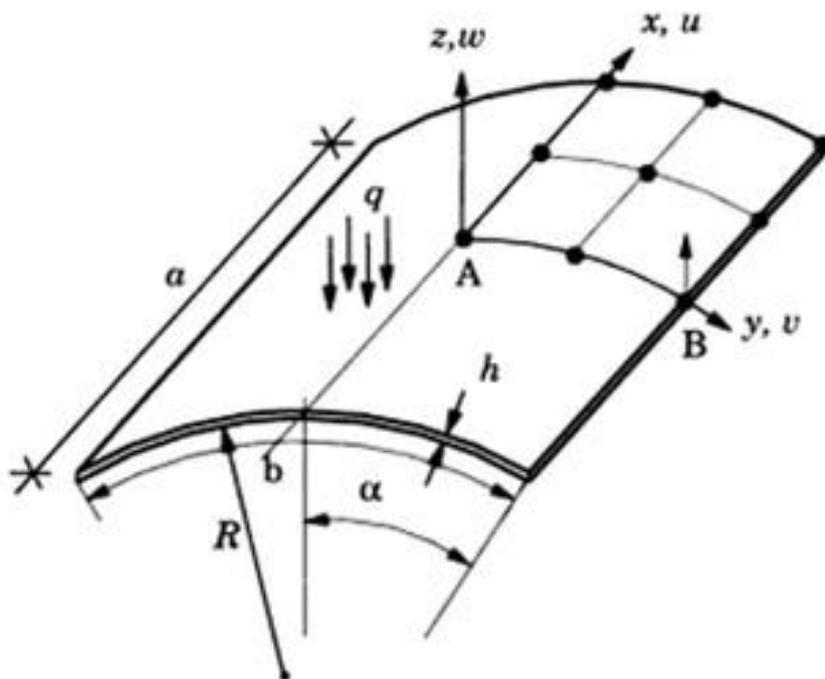


Figura 3.7. Representação esquemática da cobertura cilíndrica [21].

O problema foi resolvido de duas formas diferentes, considerando, inicialmente, que a cobertura é fabricada com um material isotrópico e, posteriormente, que é fabricada com um material ortotrópico. Para além disso, para cada material, é efectuada a resolução considerando elementos “Casca” e elementos “3D – Solid”.

A escolha deste problema deve-se ao facto da geometria ter algumas semelhanças com um espigão de selim, nomeadamente por ser uma cobertura cilíndrica e permitir perceber como definir as propriedades relativas à ortotropia em geometrias não planas.

### 3.2.1. Modelo Isotrópico

No caso do modelo isotrópico, trata-se de uma cobertura de telhado simples fabricada com um material isotrópico cujas propriedades do material e os dados relativos à geometria do problema podem ser consultados na Tabela 3.3, onde  $R$  representa o raio de curvatura da cobertura,  $a$  corresponde ao comprimento da cobertura,  $\alpha$  representa o ângulo entre o centro da cobertura e a extremidade livre e  $h$  representa a espessura da cobertura.

**Tabela 3.3.** Dados e propriedades utilizadas no modelo Isotrópico.

<b>Dados e Propriedades do Modelo Isotrópico</b>	
$E$	3000000 psi
$\rho$	0.208333 lb/ft <sup>3</sup>
$\nu$	0
$R$	300 in.
$a$	600 in.
$\alpha$	40°
$h$	3 in.

A resolução recorrendo a elementos do tipo “Casca” e do tipo “3D – Solid”, tal como no problema anterior, será obtida considerando apenas  $\frac{1}{4}$  da cobertura e, posteriormente, no segundo caso, será modelada a cobertura completa. Esta opção deve-se ao facto dos espigões de selim serem completamente modelados recorrendo a elementos “3D – Solid”. Para além disso, tem como objectivo verificar possíveis variações nos resultados entre o modelo completo e o modelo reduzido, bem como perceber como compensar as condições de fronteira entre os dois modelos.

### 3.2.1.1. Modelo 2D – Elementos do tipo “Casca”

A principal particularidade desta geometria em relação à do problema anterior é a sua forma cilíndrica. No entanto, recorrendo a um sistema de eixos cilíndrico em vez de recorrer a um sistema de eixos tradicional, a geometria fica simples de definir.

Num sistema de eixos cilíndrico, a coordenada  $X_1$  do programa corresponde ao raio do cilindro. Neste caso, nos quatro pontos necessários para definir a geometria, o valor de  $X_1$  é 300. A coordenada  $X_2$  corresponde ao valor de  $\alpha$ , que neste caso varia entre 50 ° e 90 °. A coordenada  $X_3$  corresponde ao comprimento da cobertura, comprimento “ $a$ ” na Figura 3.7. Na Figura 3.8 pode observar-se as coordenadas dos 4 pontos necessários para definir  $\frac{1}{4}$  da cobertura.

As condições de fronteira do problema estão disponíveis no enunciado do problema e também estão definidas na Figura 3.9. Focando apenas aquelas que não estão relacionadas com as condições de simetria da cobertura, a aresta livre não tem condições

de fronteira, enquanto a aresta apoiada permite apenas o deslocamento segundo o Eixo X e as rotações.

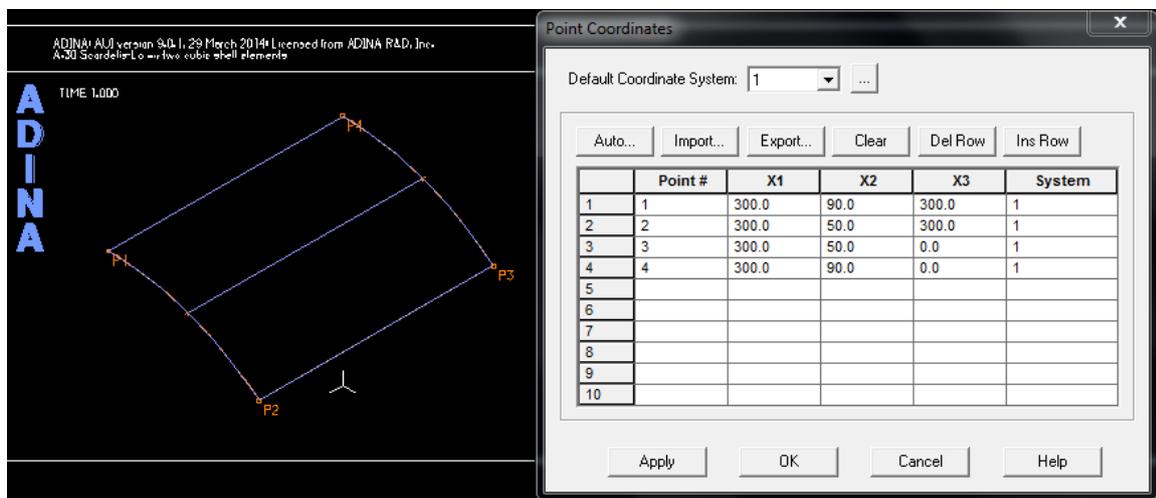


Figura 3.8. Coordenadas dos pontos necessários para definir ¼ da cobertura.

A definição da superfície é idêntica ao exercício anterior. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 3.9.

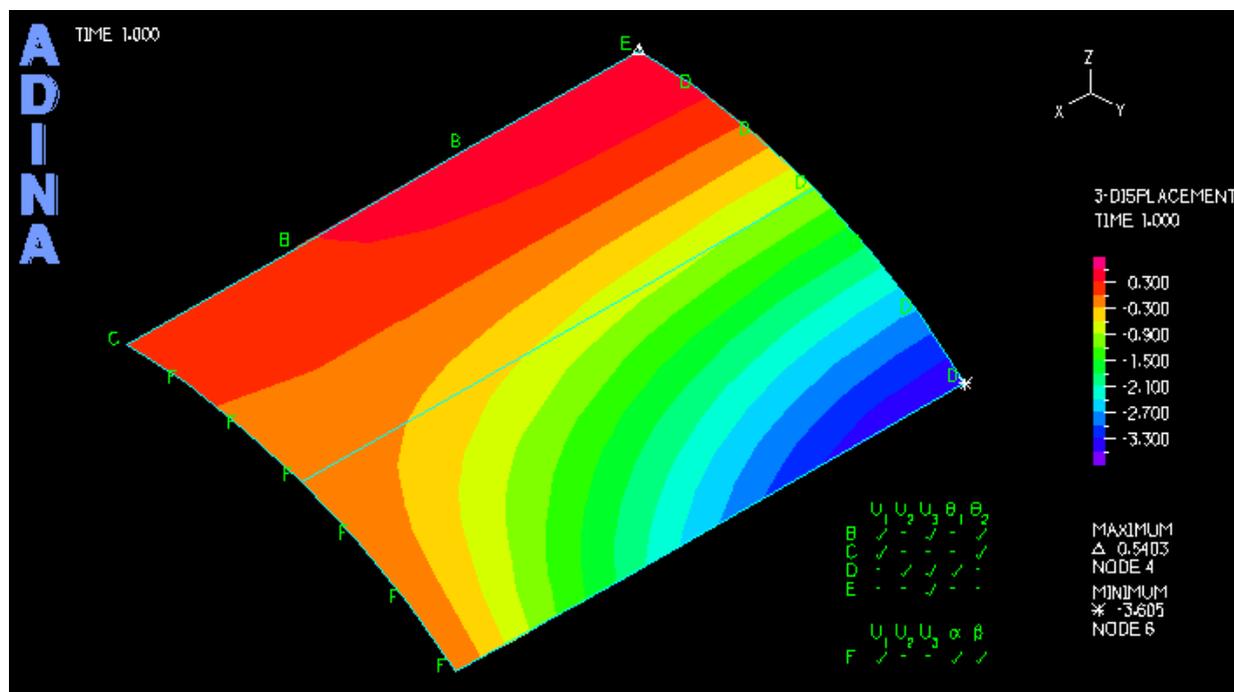


Figura 3.9. Resultados obtidos para o modelo isotrópico, utilizando elementos “Casca”.

Como se pode ver, o deslocamento vertical máximo ocorre no Ponto B (ver Figura 3.7) e tem o valor de -3.605 in.

O valor do deslocamento vertical esperado para o ponto central da aresta livre, Ponto B (ver Figura 3.7),  $w_B$ , é apresentado na Tabela 3.4 [21].

**Tabela 3.4.** Resultado esperado para o deslocamento vertical do Ponto B e valor obtido com o modelo isotrópico.

$w_B$ - Esperado	$w_B$ - Obtido
-3.6288 in.	-3.605 in.

### 3.2.1.2. Modelo 3D – Elementos do tipo “3D – Solid”

Tal como referido na subsecção 3.1.2, a principal desvantagem na utilização de elementos “3D – Solid” é o facto de o modelo levar muito mais tempo a ser gerado. Neste caso, é necessário gerar a superfície inferior e superior, da mesma forma referida anteriormente, e de seguida definir um volume entre essas superfícies.

Relativamente às condições de fronteira, tal como anteriormente, a aresta livre permite todos os graus de liberdade e a aresta apoiada permite apenas o deslocamento segundo o Eixo X. Contudo, a utilização directa das condições de fronteira do modelo “Casca”, neste modelo, conduziu a dificuldades na simulação. De facto, nesta situação o programa parou a simulação devido a um erro no modelo numérico. Este erro é causado pelo facto de não existir no modelo qualquer restrição ao movimento de translação segundo o Eixo X. No modelo anterior estas restrições eram impostas através das condições de fronteira relativas à simetria da cobertura. A restrição do movimento nesta direcção não pode ser aplicada na aresta apoiada pois isso influencia o valor do deslocamento vertical. A solução encontrada para contornar este problema foi aplicar a restrição do movimento nessa direcção nos nós gerados pela malha de elementos. Foram escolhidos três nós, o ponto central da cobertura e os Pontos B, pois a simetria da cobertura anula os deslocamentos segundo X nestes pontos. Após este ajuste, obtiveram-se os resultados apresentados na Figura 3.10.

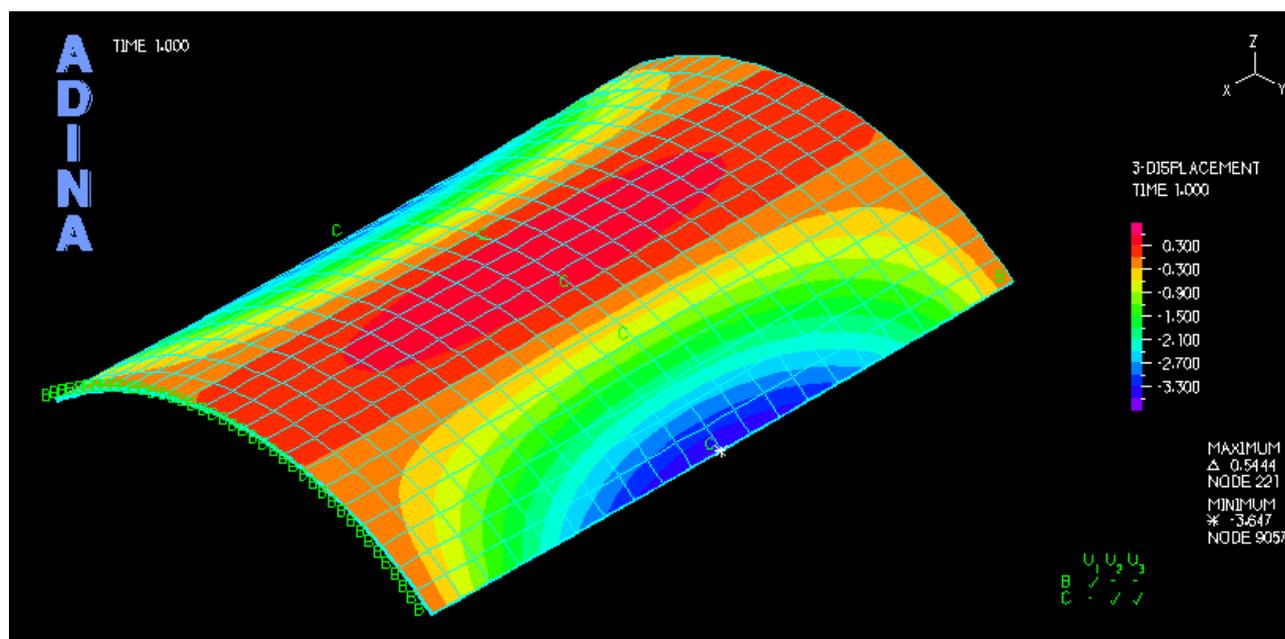


Figura 3.10. Resultados obtidos para o modelo isotrópico, utilizando elementos “3D - Solid”.

O valor do deslocamento vertical no Ponto B é -3.647 in., mais uma vez um valor bastante próximo do valor esperado e do valor obtido anteriormente. Conclui-se então que os ajustes efectuados ao passar do modelo reduzido para o modelo completo não tiveram grande influência no resultado, podendo afirmar-se que se obteve um bom modelo numérico da cobertura cilíndrica.

### 3.2.2. Modelo Ortotrópico

No caso do modelo ortotrópico, considera-se uma camada dupla fabricada com um material ortotrópico cujas propriedades do material e os dados relativos à geometria do problema podem ser consultados na Tabela 3.5.

**Tabela 3.5.** Dados e propriedades utilizadas no modelo ortotrópico.

<b>Dados e Propriedades do Modelo Ortotrópico</b>			
$E_1$	75000000 psi	$\nu_{12}$	0.01
$E_2$	3000000 psi	$\nu_{13}$	0.01
$E_3$	3000000 psi	$\nu_{23}$	0.054
$G_{12}$	15000000 psi	$R$	300 in.
$G_{13}$	15000000 psi	$a$	600 in.
$G_{23}$	6000000 psi	$\alpha$	40°
$\rho$	0.208333 lb/ft <sup>3</sup>	$h$	3 in.
$q$	0.625 psi		

A orientação das fibras nas duas camadas está desfasada em 90°, ou seja, as fibras da camada superior fazem um ângulo de 90° com a aresta livre e as fibras da camada inferior um ângulo de 0°.

No caso da cobertura fabricada com material compósito, o valor do deslocamento vertical esperado para o ponto central da aresta livre, Ponto B ( Figura 3.7), é igual a **3.1191** [21].

Contudo o valor esperado encontra-se na forma adimensional, utilizando a seguinte equação:

$$\bar{w} = 10 w_B \frac{E_1 h^3}{q R^4} \quad (3.1)$$

Isto significa que o valor do deslocamento do Ponto B,  $w_B$ , obtido no programa ADINA, deve ser inserido numa folha de cálculo onde é transformado na forma adimensional, de modo a obter um valor comparável com o valor esperado

### 3.2.2.1. Modelo 2D – Elementos do tipo “Casca”

A resolução do problema do modelo ortotrópico recorrendo a elementos do tipo “Casca” é praticamente igual à resolução do modelo isotrópico. A única particularidade deve-se à ortotropia do material utilizado. Contudo, as propriedades do material já foram apresentadas na Tabela 3.5.

A principal dificuldade desta resolução está relacionada com a necessidade de definir o sistema de eixos relativo à ortotropia. Porém, esta dificuldade foi ultrapassada definindo um sistema de eixos baseado em duas linhas. As linhas escolhidas foram a linha que define a aresta apoiada, que garante que a orientação acompanha a superfície cilíndrica da cobertura, e a linha que define a aresta livre, que garante uma orientação das fibras paralela a esta linha.

A apresentação dos resultados obtidos para o modelo ortotrópico, bem como a representação da orientação das fibras está disponível na Figura 3.11.

Como se pode ver, o valor do deslocamento vertical do Ponto B é 0.07663 in.. Para obter o valor adimensional do deslocamento é então necessário recorrer à Equação 3.1.

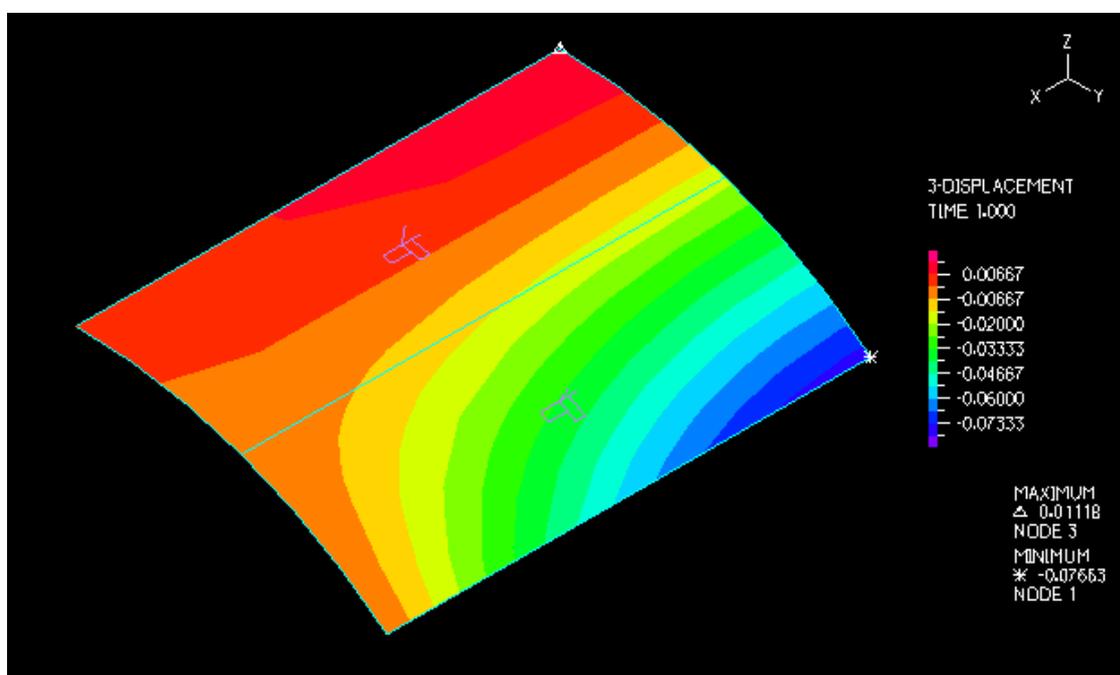


Figura 3.11. Resultados obtidos para o modelo ortotrópico, utilizando elementos “Casca”.

Na Tabela 3.6 está representada a folha de cálculo onde foram introduzidos as variáveis que entram na Equação 3.1, bem como o valor do deslocamento obtido no programa ADINA.

**Tabela 3.6.** Folha de cálculo utilizada para obter o resultado adimensional do deslocamento vertical do Ponto B no modelo ortotrópico, utilizando elementos “Casca”.

Casca	
$\bar{w} = 10 w_B \frac{E_1 h^3}{q R^4}$	
3.0652	
$E_1$	750000000
$h$	3
$q$	0.625
$R$	300
$w_B$	0.07663

Como se pode observar, obteve-se um valor de  $\bar{w}$  igual a 3.0652, um valor bastante próximo do esperado para a cobertura fabricada com o material compósito.

### 3.2.2.2. Modelo 3D – Elementos do tipo “3D – Solid”

A resolução recorrendo a elementos “3D – Solid” é, muito resumidamente, uma conjugação dos exemplos apresentados anteriormente. Como já foi referido, é necessário gerar as duas camadas da placa, como acontece nos outros exemplos “3D” apresentados anteriormente. A questão das propriedades relativas à ortotropia do material é resolvida como no exemplo anterior, do tipo “Casca”, recorrendo a um sistema de eixos gerado por duas linhas.

Os resultados obtidos para este modelo ortotrópico apresentam-se na Figura 3.12. A representação da orientação das fibras nas duas camadas constituintes da cobertura pode ser vista na Figura 3.13.

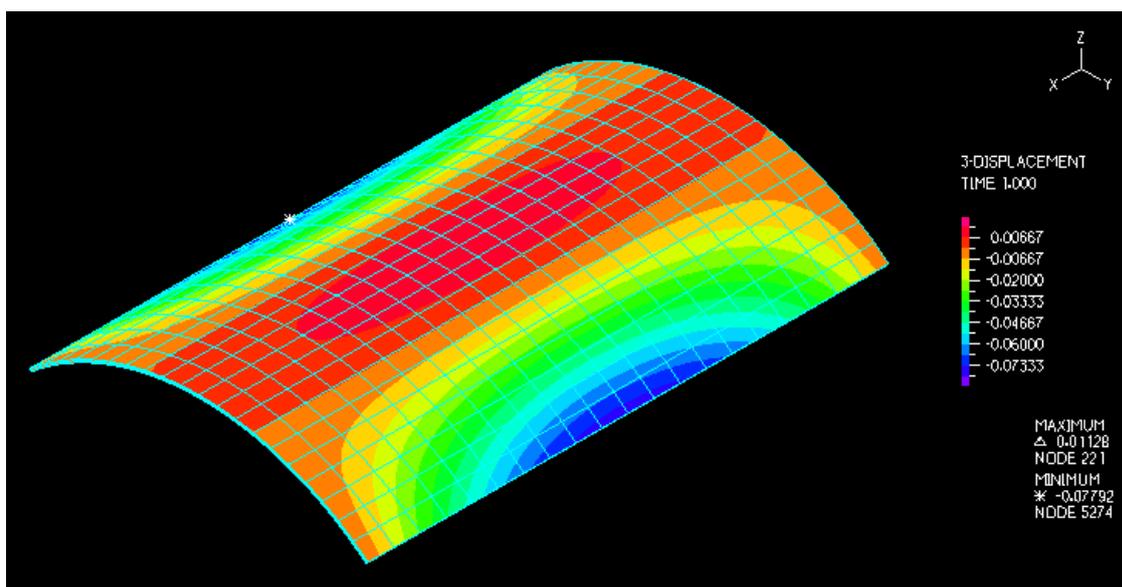


Figura 3.12. Resultados obtidos para o modelo ortotrópico, utilizando elementos “3D - Solid”.

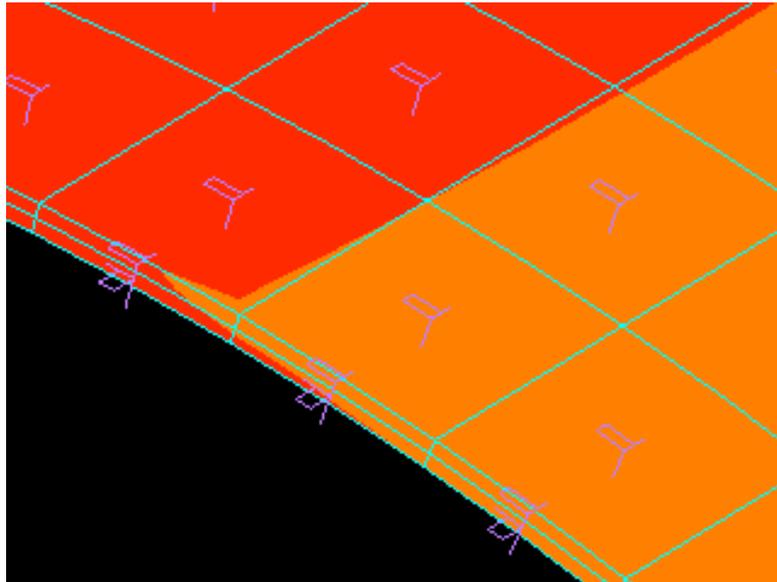
O valor do deslocamento vertical do Ponto B obtido com este modelo é 0.07792 in.. É então necessário recorrer à Equação 3.1 para obter o valor na forma adimensional. Na Tabela 3.7 são apresentados os valores das variáveis da Equação e é apresentado o valor adimensional obtido usando a Equação. Mais uma vez obteve-se um valor de  $\bar{w}$  bastante próximo do valor esperado, neste caso igual a 3.1168.

Tabela 3.7. Folha de cálculo utilizada para obter o resultado adimensional do deslocamento vertical do Ponto B no modelo ortotrópico, utilizando elementos “3D - Solid”.

3D - Solid	
$\bar{w} = 10 w_B \frac{E_1 h^3}{q R^4}$	
3.1168	
$E_1$	750000000
$h$	3
$q$	0.625
$R$	300
$w_B$	0.07792

Com base nos resultados obtidos, pode afirmar-se que os modelos gerados para o material compósito representam bons modelos numéricos da cobertura cilíndrica.

Concluindo, a resolução dos vários exemplos apresentados neste capítulo permitiram compreender os conceitos base da resolução de problemas com materiais compósitos utilizando o programa ADINA.



**Figura 3.13.** Indicação da orientação das duas camadas.



## 4. MODELAÇÃO NUMÉRICA DE ESPIGÕES DE SELIM

Neste capítulo é apresentada uma geometria aproximada de um espigão de selim gerada no programa Autodesk Inventor 2014. Essa geometria é exportada para o programa ADINA, sendo depois descrito o procedimento utilizado na modelação numérica dos espigões de selim de alumínio e de carbono e, posteriormente, o procedimento usado na modelação dos mesmos espigões com o interior preenchido com cortiça. Por fim, são apresentados os resultados das frequências próprias de vibração dos espigões e é analisada a variação provocada pela inserção da cortiça nos espigões de selim.

### 4.1. Construção geométrica do espigão de selim

A geometria CAD aproximada do espigão utilizada foi obtida recorrendo ao programa Autodesk Inventor 2014. As dimensões utilizadas foram baseadas num espigão de selim da marca “UNO”, mais especificamente o modelo “SPC-612N”, cujo tubo é fabricado em carbono, que pode ser visto na Figura 4.1.



**Figura 4.1.** Espigão de Selim “UNO SPC-612N”.

Inicialmente foram construídas duas geometrias diferentes, uma baseada no espigão já referido, e outra baseada num espigão construído em alumínio. A geometria do tubo era igual em ambos, sendo a geometria da cabeça do espigão a diferença entre ambos. A ideia inicial seria modelar ambas as geometrias de acordo com o material de construção de ambos. Contudo, optou-se por utilizar apenas uma das geometrias, nomeadamente a referente ao espigão de carbono, de modo a permitir uma melhor comparação entre o

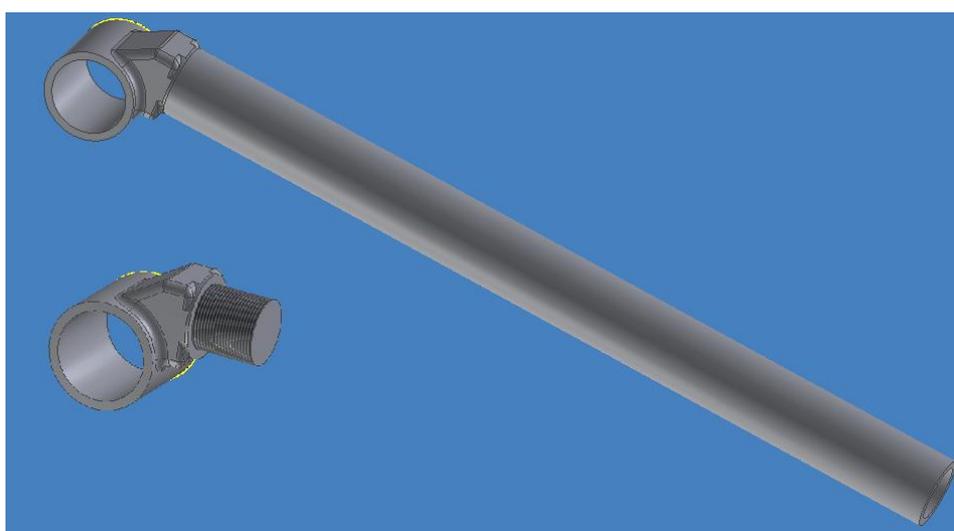
comportamento do mesmo espigão fabricado com alumínio e com carbono. Desta forma eliminou-se a possibilidade da alteração no valor das frequências próprias dos espigões ser causada pela diferença de geometria das cabeças dos espigões.

O espigão de selim é constituído por duas partes, o tubo, fabricado em carbono, e a cabeça, que aparenta ser fabricada em alumínio. Relativamente à cabeça, como se trata de uma geometria irregular, cujas dimensões não são conhecidas, foi construída uma geometria aproximada da mesma. Já em relação ao tubo, este foi construído com as medidas exactas do espigão “UNO”, que são apresentadas na Tabela 4.1.

**Tabela 4.1.** Dados da geometria do tubo do espigão de selim.

<b>Dados da geometria do tubo do espigão de selim</b>	
$D_e$	27.2 mm
$D_i$	21.2 mm
$e$	3 mm
$L$	320 mm

Na Figura 4.2 é apresentada a representação do espigão de selim construído no programa Autodesk Inventor 2014. Esta geometria é depois exportada para o programa de elementos finitos ADINA, onde se procede à modelação numérica dos espigões.



**Figura 4.2.** Espigão de Selim gerado no programa Autodesk Inventor 2014.

## 4.2. Construção dos modelos numéricos dos espigões

Depois de importada a geometria para o programa ADINA procede-se então à modelação dos espigões sem cortiça no interior. Nesta seção é apresentada a modelação numérica dos espigões de alumínio e carbono. Como os espigões vão ser analisados em modo de vibração livre, os modelos numéricos não consideram condições de fronteira, isto é, estamos a incluir o cálculo dos modos rígidos. Assim, as primeiras seis frequências próprias assumem o valor zero ou um valor próximo de zero.

### 4.2.1. Espigão de alumínio

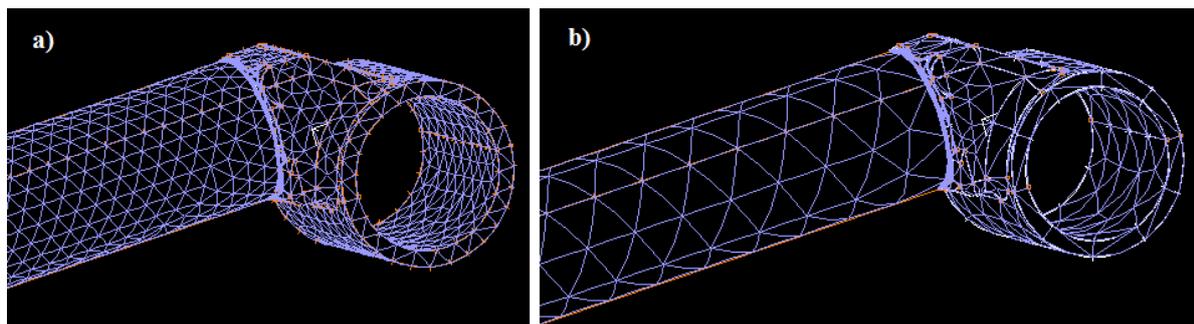
No caso do espigão fabricado em alumínio, as propriedades mecânicas que foram utilizadas na modelação numérica estão apresentadas na Tabela 4.2. O modelo numérico foi obtido considerando elementos finitos do tipo “3D-Solid”.

**Tabela 4.2.** Propriedades utilizadas para o alumínio.

Propriedades do Alumínio			
$E$	70 GPa	$\nu$	0.33
$\rho$	2700 kg/m <sup>3</sup>		

Uma particularidade desta modelação, em relação às anteriores, é o facto de ser necessário definir o contacto entre a cabeça e o tubo do espigão. Para definir o contacto, começa por se definir as superfícies que vão estar em contacto. De seguida é estabelecido um par de contacto entre essas superfícies. O tipo de contacto seleccionado foi “*Tied*”.

Como se trata de uma geometria mais complexa que, por exemplo, uma placa, o procedimento utilizado para gerar a malha de elementos finitos foi diferente. Neste caso, a malha de elementos finitos foi construída tendo em conta o comprimento dos elementos que a vão constituir. Após definir este valor e aplicar este parâmetro de malha ao corpo, os elementos são gerados automaticamente. Como é previsível, o número de elementos da malha aumenta com a diminuição do comprimento dos elementos, como se pode observar na Figura 4.3.

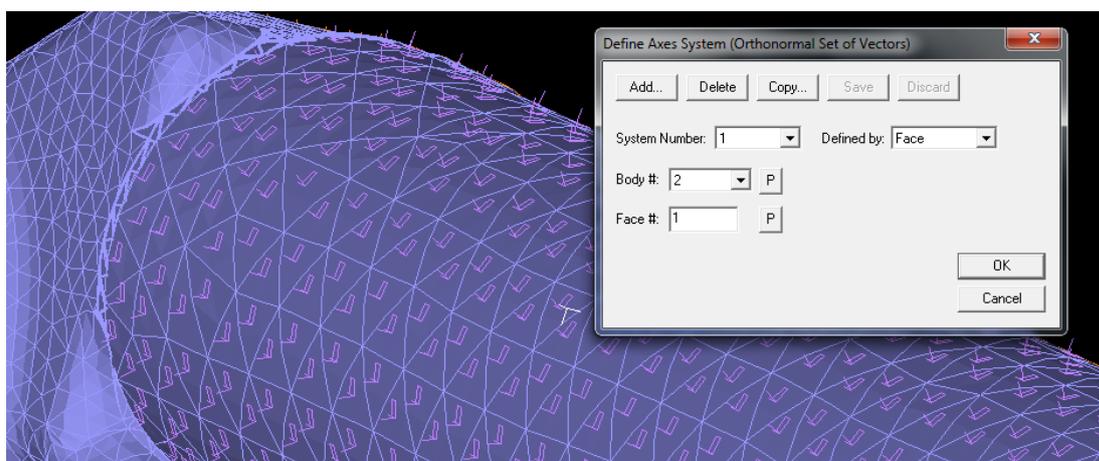


**Figura 4.3.** Variação da malha em função do comprimento dos elementos: a) Elementos com 0.005m de comprimento – originam 11502 elementos. b) Elementos com 0.01m de comprimento – originam 3624 elementos.

### 4.2.2. Espigão de carbono

O processo de construção do modelo numérico do espigão de selim de carbono é praticamente igual ao do espigão de alumínio. No entanto, o carbono é um material ortotrópico, logo é necessário definir um sistema de eixos material para definir as direcções relativas à ortotropia do material.

Aplicando os conhecimentos adquiridos ao longo da resolução dos problemas do capítulo 3, essa tarefa tornou-se bastante mais simples. Neste caso específico, o sistema de eixos material foi definido pela face exterior do tubo do espigão, como se pode observar na Figura 4.4. Na mesma figura, pode observar-se o símbolo utilizado pelo programa ADINA para definir a orientação das fibras a acompanhar a forma circular do tubo do espigão de selim de carbono.



**Figura 4.4.** Indicação da orientação das fibras no espigão e definição do sistema de eixos ortotrópico.

As propriedades mecânicas que foram utilizadas na modelação numérica do tubo de carbono são apresentadas na Figura 4.3. [22] Na cabeça do espigão, constituída por alumínio, foram utilizadas as propriedades apresentadas na Tabela 4.2. O modelo numérico foi obtido considerando elementos finitos do tipo “3D-Solid”. Relativamente aos valores dos coeficientes de Poisson consultados na referência, estes têm de ser adaptados ao à convenção utilizada pelo programa ADINA [20].

**Tabela 4.3.** Propriedades utilizadas para o carbono.

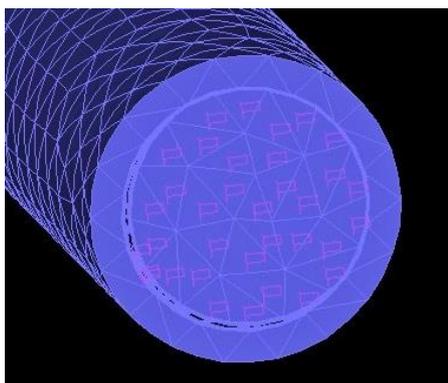
<b>Propriedades do carbono</b>			
$E_1$	102 GPa	$\nu_{12}$	0.027
$E_2$	8.4 GPa	$\nu_{13}$	0.027
$E_3$	8.4 GPa	$\nu_{23}$	0.52
$G_{12}$	5.6 GPa	$\rho$	1820 kg/m <sup>3</sup>
$G_{13}$	5.6 GPa		
$G_{23}$	3.2 GPa		

As condições de contacto foram aplicadas como no modelo do espigão de alumínio e a malha foi definida de igual forma.

#### **4.2.3. Espigão de alumínio com cortiça**

A construção do modelo numérico do espigão de alumínio com cortiça começa pela importação da geometria CAD gerada no Autodesk Inventor 2014, geometria essa que já considera o interior do tubo preenchido com uma peça cilíndrica maciça, que corresponde ao composto de cortiça, à qual serão atribuídas as propriedades da cortiça.

Tal como no caso do carbono, é necessário definir as direcções relativas à ortotropia. O sistema de eixos foi definido de igual maneira, ou seja, foi definido recorrendo à face da base da cortiça, como se pode observar na Figura 4.6.



**Figura 4.5.** Indicação da orientação das fibras no composto de cortiça.

As propriedades mecânicas que foram utilizadas na modelação numérica do tubo e da cabeça do espigão, ambos constituídos por alumínio, são apresentadas na Tabela 4.2. As propriedades mecânicas usadas para a cortiça são apresentadas na Tabela 4.4 [15]. O modelo numérico foi obtido considerando elementos finitos do tipo “3D-Solid”.

**Tabela 4.4.** Propriedades utilizadas para a cortiça.

<b>Propriedades da Cortiça</b>			
$E_1$	14 MPa	$\nu_{12}$	0.097
$E_2$	11 MPa	$\nu_{13}$	0.064
$E_3$	11 MPa	$\nu_{23}$	0.26
$G_{12}$	2.5 MPa	$\rho$	170 kg/m <sup>3</sup>
$G_{13}$	2.5 MPa		
$G_{23}$	2.5 MPa		

Relativamente às condições de contacto, é necessário definir o contacto entre a cortiça e o interior do tubo de selim, de forma idêntica à referida anteriormente. O mesmo acontece em relação à malha de elementos finitos.

#### **4.2.4. Espigão de carbono com cortiça**

A construção do modelo numérico do espigão de carbono com cortiça repete os passos do modelo de alumínio com cortiça, alterando apenas o material do tubo de selim que passa a ser carbono. O processo descrito anteriormente para modelar o carbono também se aplica neste caso não existindo qualquer particularidade nova a referir.

### 4.3. Apresentação dos resultados obtidos

Após as respectivas simulações numéricas, são obtidos os valores das frequências de vibração e os respectivos modos de vibração. Na Tabela 4.5 são apresentadas as frequências de vibração obtidas para os espigões de alumínio, com e sem cortiça no seu interior, bem como a variação da frequência de vibração entre os dois modelos. Uma variação negativa representa uma diminuição da frequência de vibração no modelo com cortiça. Os resultados apresentados foram obtidos considerando um tamanho de elemento igual a 0.005 m, o que origina uma malha de elementos finitos constituída por 11502 elementos. Cada elemento finito é constituído por 10 nós e três graus de liberdade por nó.

**Tabela 4.5.** Frequências de vibração obtidas para os espigões de alumínio.

Espigão de Alumínio			
	Sem cortiça	Com cortiça	
Modo de Vibração	Frequência [Hz]	Frequência [Hz]	Varição [Hz]
1	286.455	277.217	-9.238
2	296.843	287.345	-9.498
3	1455.77	1402.16	-53.61
4	1512.9	1455.21	-57.69
5	2956.04	2309.58	-646.46
6	3401.07	2398.64	-1002.43

Como se pode verificar, a inserção da cortiça provoca uma diminuição das frequências de vibração associadas a cada modo de vibração.

Na Figura 4.6 são apresentados os 6 primeiros modos de vibração do espigão de selim fabricado em alumínio sem cortiça. Os modos de vibração do espigão de alumínio com cortiça são praticamente iguais aos apresentados na Figura 4.6.

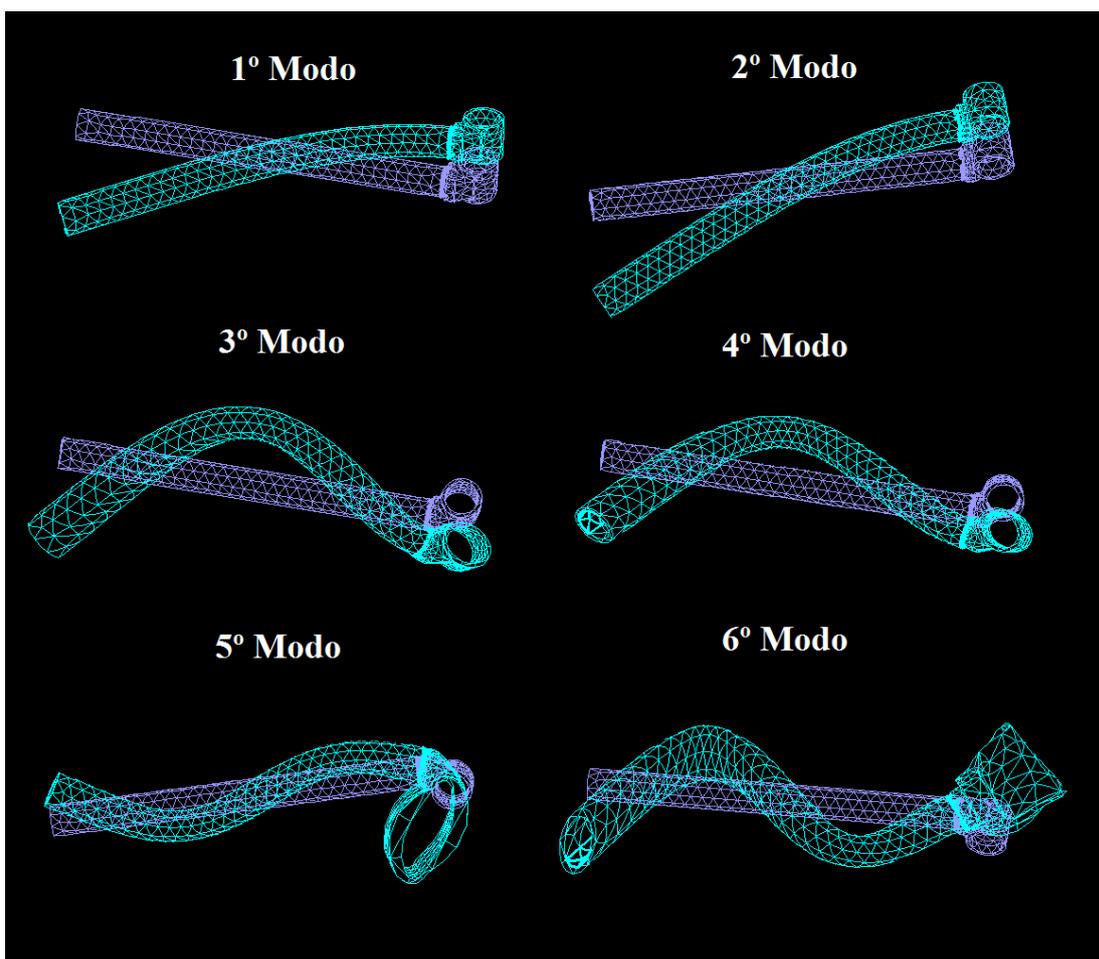


Figura 4.6. Seis primeiros modos de vibração do espigão de selim de alumínio.

De modo a analisar a precisão dos resultados obtidos foi realizado um refinamento da malha de elementos finitos. Com este refinamento é possível verificar a evolução das frequências obtidas em função do número de elementos finitos da malha, sendo espectável que quantos mais elementos finitos tiver a malha, mais preciso será o resultado. Na Tabela 4.6 são apresentados os resultados das várias simulações.

Tabela 4.6. Frequências de vibração obtidas nas simulações numéricas do espigão de alumínio.

Nº Elementos	Frequência de vibração [Hz]					
	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
3624	295.85	304.42	1497.82	1555.83	3084.30	3506.46
4933	282.39	292.80	1440.73	1497.67	2993.48	3387.20
6418	288.93	298.45	1467.74	1519.55	2981.07	3426.62
8528	286.26	295.19	1455.65	1508.78	2951.95	3404.30
11502	286.46	296.84	1455.77	1512.90	2956.04	3401.07
18382	281.44	292.69	1434.45	1494.41	2927.87	3365.36
36612	283.09	294.08	1440.85	1500.46	2925.40	3370.88

Com os resultados apresentados na Tabela 4.6 foi construído o gráfico visível na Figura 4.7, onde é possível observar que os resultados das frequências de vibração correspondentes aos diferentes modos de vibração convergem à medida que se aumenta o número de elementos da malha de elementos finitos.

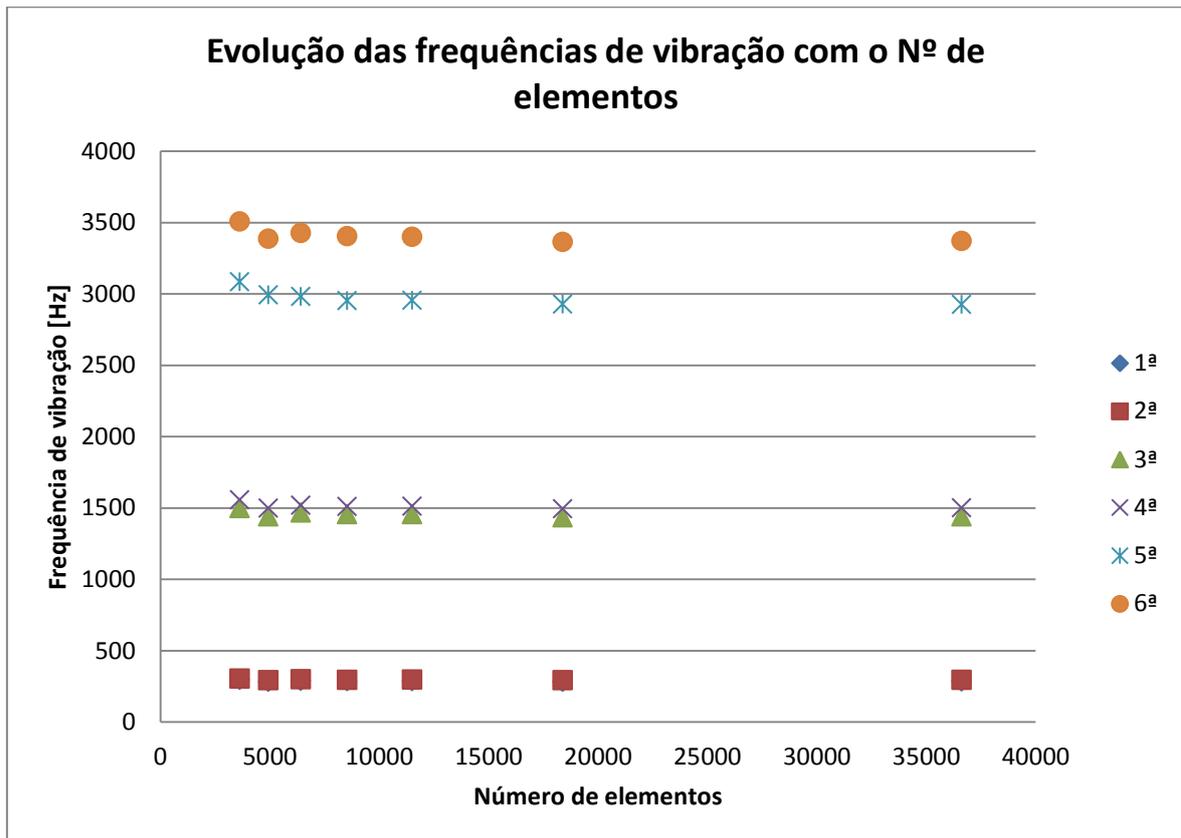


Figura 4.7. Evolução das frequências de vibração com o aumento do número de elementos.

Foi também realizado um refinamento de malha idêntico para a análise de convergência dos resultados do espigão de alumínio com cortiça e os resultados apresentaram um comportamento semelhante, ou seja, convergiram com o aumento do número de elementos finitos da malha.

Na Tabela 4.7 são apresentadas as frequências de vibração obtidas para os espigões de carbono, com e sem cortiça no seu interior. Os resultados apresentados foram obtidos considerando um tamanho de elemento igual a 0.005m, o que originou uma malha de elementos finitos constituída por 11502 elementos. Cada elemento é constituído por 10 nós e três graus de liberdade por nó.

**Tabela 4.7.** Frequências de vibração obtidas para os espigões de carbono.

Espigão de Carbono			
	Sem cortiça	Com cortiça	
Modo de Vibração	Frequência [Hz]	Frequência [Hz]	Variação [Hz]
1	134.641	127.902	-6.739
2	143.171	131.572	-11.599
3	701.613	663.125	-38.488
4	706.905	667.376	-39.529
5	1663.78	1574.29	-89.49
6	1721.16	1609.91	-111.25

Mais uma vez, verifica-se uma diminuição da frequência de vibração do espigão de selim após o preenchimento do seu interior com o composto de cortiça. A representação dos seis primeiros modos de vibração do espigão de carbono encontra-se disponível em Anexo.

Comparando as frequências de vibração obtidas para os espigões de alumínio e para os espigões de carbono, verificamos que as frequências dos espigões de carbono são inferiores às dos espigões em alumínio.

#### 4.4. Análise dos resultados obtidos

Nesta secção é feita uma análise aos resultados obtidos, tendo por base alguns fundamentos teóricos.

A frequência própria de vibração de um corpo é dada pela equação [17]:

$$W_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (4.1)$$

Na equação 4.1,  $K$  representa a rigidez do corpo e  $m$  representa a massa do corpo. Como tal, a frequência própria de vibração de um corpo aumenta com o aumento da rigidez e diminui com o aumento da massa [17].

Assim, com base nesta fórmula, será feita uma análise ao contributo da cortiça nos espigões de selim de alumínio e de carbono no que diz respeito à massa e à rigidez.

#### 4.4.1. Análise da variação da rigidez

A rigidez à flexão de um determinado corpo é obtida através do produto do seu módulo de elasticidade,  $E$ , pelo momento de inércia da secção transversal do corpo [23]. No caso de um tubo cilíndrico maciço com diâmetro  $D$ , o momento de inércia da secção transversal é definido pela equação:

$$I = \frac{\pi D^4}{64} \quad (4.2)$$

No caso de um tubo cilíndrico oco, com diâmetro externo  $D_e$  e diâmetro interno  $D_i$ , o momento de inércia é obtido pela equação:

$$I = \frac{\pi D_e^4}{64} \left(1 - \frac{D_i^4}{D_e^4}\right) \quad (4.3)$$

Assim, utilizando a informação das Tabela 4.1, Tabela 4.2 e Tabela 4.3 na Equação 4.3, podemos calcular a rigidez dos tubos dos espigões sem cortiça. De notar que, tendo em conta a orientação definida para as fibras de carbono, o valor do módulo de elasticidade utilizado no cálculo da rigidez corresponde ao valor de  $E_2$ . Usando a Equação 4.2 com o valor do diâmetro interno do tubo e com o módulo de elasticidade da cortiça podemos calcular o valor da rigidez à flexão do composto de cortiça. Tal como no caso do carbono, o valor do módulo de elasticidade utilizado no cálculo da rigidez da cortiça corresponde ao  $E_2$ . Finalmente, a rigidez dos tubos dos espigões preenchidos com cortiça é obtida somando a rigidez da cortiça à rigidez dos tubos de alumínio e carbono. Na Tabela 4.8 são apresentados os valores do módulo de elasticidade, a inércia de cada material e o cálculo da rigidez à flexão.

**Tabela 4.8.** Cálculo da rigidez do tubo de alumínio e carbono e do composto de cortiça.

Material	$E$ [Pa]	$I$ [kg.m <sup>2</sup> ]	$K_f = E \times I$ [N.m <sup>2</sup> ]
Alumínio	$70 \times 10^9$	1.69532E-08	1186.721
Carbono	$8.4 \times 10^9$	1.69532E-08	142.4065
Cortiça	$11 \times 10^6$	9.91547E-09	0.10907

Como se pode verificar, o valor da rigidez à flexão do composto de cortiça é bastante inferior à rigidez dos tubos de alumínio e de carbono, sendo praticamente nula. Em termos percentuais, preencher o interior do tubo de selim com o composto de cortiça representa um acréscimo de 0.009% no caso do alumínio e 0.07% no caso do carbono, valores praticamente nulos.

#### 4.4.2. Análise da variação da massa

As massas dos espigões de selim e do composto de cortiça foram obtidas calculando o produto do volume de cada componente, que pode ser obtido recorrendo ao programa ADINA, pela respectiva densidade.

Na Tabela 4.9 são apresentados os dados referentes aos espigões de alumínio, nomeadamente os volumes dos vários componentes, a densidade de cada um, já apresentadas anteriormente, o cálculo das massas de cada componente e dos espigões com e sem cortiça.

**Tabela 4.9.** Dados dos espigões de alumínio.

Espigão de Alumínio				
Corpo	Material	Volume [m <sup>3</sup> ]	Densidade [kg/m <sup>3</sup> ]	Massa [kg]
Cabeça	Alumínio	2.73E-05	2700	0.074
Tubo	Alumínio	7.30E-05	2700	0.197
Composto	Cortiça	1.06E-04	170	0.018
Massa do espigão de alumínio sem cortiça				0.271
Massa do espigão de alumínio com cortiça				0.289

Como é natural, a inserção da cortiça no interior do tubo do espigão contribui para o aumento da massa. Apesar do volume do composto de cortiça ser superior ao volume dos restantes componentes, devido à sua baixa densidade, este só provoca um acréscimo do 0.018 kg.

A Tabela 4.10 é semelhante à anterior, mas esta apresenta os dados referentes aos espigões de carbono.

**Tabela 4.10.** Dados dos espigões de carbono.

<b>Espigão de carbono</b>				
<b>Corpo</b>	<b>Material</b>	<b>Volume [m<sup>3</sup>]</b>	<b>Densidade [kg/m<sup>3</sup>]</b>	<b>Massa [kg]</b>
Cabeça	Alumínio	2.73E-05	2700	0.074
Tubo	Carbono	7.30E-05	1820	0.133
Composto	Cortiça	1.06E-04	170	0.018
Massa do espigão de carbono sem cortiça				0.207
Massa do espigão de carbono com cortiça				0.225

Apesar do composto de cortiça ser bastante leve, em termos percentuais, preencher o interior do tubo de selim com o composto de cortiça representa um acréscimo de massa de 6.65% no caso do alumínio e de 8.72% no caso do carbono.

Tal como foi referido anteriormente, analisando a Equação 4.1, a frequência própria de vibração de um corpo aumenta com o aumento da rigidez e diminui com o aumento da massa. Sendo o contributo do composto de cortiça para rigidez à flexão dos espigões praticamente nulo, a diminuição da frequência própria verificada é justificada pelo aumento de massa causado pela inserção da cortiça.



## 5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste capítulo é feita uma análise a todo o trabalho efectuado que conduziu à escrita desta dissertação.

Inicialmente são referidos os resultados deste trabalho em função dos objectivos definidos e são comentadas as conclusões obtidas. Por fim, são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros.

### 5.1. Conclusões gerais

De seguida são apresentados os objectivos inicialmente definidos para este trabalho:

- Construção dos modelos geométricos e numéricos dos espigões de selim fabricados em alumínio e fibra de carbono;
- Obtenção numérica das frequências próprias de vibração de ambos os espigões;
- Construção dos modelos numéricos dos espigões anteriores com o interior preenchido com cortiça;
- Obtenção numérica das frequências de vibração dos espigões com cortiça;
- Comparação dos resultados e análise das variações nas frequências próprias de vibração dos espigões, provocadas pela inserção da cortiça no interior.

De acordo com os objectivos apresentados, é possível afirmar que estes foram cumpridos. Foram criados os modelos numéricos dos espigões de selim fabricados em carbono e alumínio e foram apresentadas as frequências de vibração obtidas para ambos. O mesmo ocorreu para os modelos com cortiça no seu interior, tendo sido feita a análise às variações provocadas pela cortiça.

Concluiu-se que a inserção da cortiça no interior do espigão de selim provoca uma diminuição das frequências próprias de vibração do espigão. Sendo as frequências próprias de vibração calculadas em função da rigidez e da massa, foi analisado o contributo do composto de cortiça para o aumento de rigidez e para o aumento de massa. Verificou-se um aumento de rigidez praticamente nulo e um aumento de massa 6.65% no caso do alumínio e 8.72% no caso do carbono. Concluiu-se que este aumento de massa foi o responsável pela diminuição das frequências próprias de vibração dos espigões, visto as frequências próprias de vibração diminuírem com o aumento de massa.

A nível pessoal, a realização deste trabalho permitiu aprofundar os conhecimentos sobre materiais compósitos e, fundamentalmente, aumentar o leque de conhecimentos sobre modelação numérica, conhecimentos que poderão vir a ser uma mais-valia no futuro.

## **5.2. Sugestões para trabalhos futuros**

Na sequência deste trabalho surgem algumas questões que podem ser abordadas de forma mais detalhada completando o estudo feito neste trabalho.

Algumas sugestões para trabalhos futuros são:

- Realização de testes experimentais com o objectivo de obter as frequências de vibração de espigões em alumínio e em carbono e comparar com os resultados obtidos neste trabalho;
- Construção de um composto de cortiça para preencher o interior de espigões de selim e realização de testes experimentais de modo a analisar experimentalmente a influência da cortiça no valor das frequências de vibração;
- Realização de ensaios experimentais de modo a analisar o amortecimento provocado pela cortiça no interior do espigão;
- Envolver o exterior do espigão de selim com fitas de guiador e analisar o amortecimento e a variação das frequências próprias de vibração.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] International Bicycle Fund (2014). Bicycle Statistics: Usage, Production, Sales, Import, Export. Acedido em 15 de Agosto de 2014, em <http://www.ibike.org/library/statistics-data.htm>
- [2] COLIBI e COLIPED (2013) European Bicycle Market – Industry & Market Profile (2012 statistics). Acedido em 07 de Agosto de 2014, em [http://issuu.com/coliped/docs/european\\_bicycle\\_market\\_\\_\\_industry\\_/21?e=1475043/5326982](http://issuu.com/coliped/docs/european_bicycle_market___industry_/21?e=1475043/5326982)
- [3] Gil, L. A cortiça como material de construção – Manual Técnico, Edição APCOR- Associação Portuguesa de Cortiça, Santa Maria de Lamas.
- [4] Almeida, T.F. (2013). “Avaliação biomecânica na prática de enduro”. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- [5] Pryor Dodge (2014). The Leonardo da Vinci Bicycle Hoax. Acedido em 15 de Agosto de 2014, em [http://pryordodge.com/The\\_Bicycle\\_Leonardo.html](http://pryordodge.com/The_Bicycle_Leonardo.html)
- [6] Imagem retirada do site [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e3/Bicycle\\_evolution-eo.svg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e3/Bicycle_evolution-eo.svg) , consultado em 15 de Agosto de 2014
- [7] Caetano, M. (2012). Importância Relativa dos Materiais. Acedido em 15 de Agosto de 2014, em [http://www.ctb.com.pt/?page\\_id=442](http://www.ctb.com.pt/?page_id=442)
- [8] Cavaleiro, A. (2014). Apontamentos de apoio à cadeira de Ciência e Engenharia dos Materiais II, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- [9] Smith, W. F. (1998). “Princípios da Ciência e Engenharia dos Materiais”, McGrawHill de Portugal, L.da, Amadora.
- [10] Imagem retirada do site [<http://www.aviacao.org/article/materiais-compositos/>] , consultado em 15 de Agosto de 2014
- [11] Mazumdar, Sanjay. Composites Manufacturing: Materials, Product and Process Engineering. Estados Unidos da América: CRC Press, 2002.]
- [12] Neto, M. A. (2005). Optimização de Sistemas Dinâmicos Multicorpo Flexíveis em Materiais Compósitos. Tese de Doutoramento em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.

- [13] Imagem adaptada utilizando conteúdo disponibilizado em motores de busca online
- [14] APCOR (2014). O que é a cortiça. Acedido em 15 de Agosto de 2014, em <http://www.apcor.pt/artigo/o-que-e-cortica.htm>
- [15] Carvalho, P. M. (2008). “Análise do comportamento mecânico e identificação do tipo de falha em estruturas sandwich com núcleos de cortiça”. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa.
- [16] Junior, J., Mazzeiro, Ê., Machado, A. e Lotti, R. (2006). Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. Acedido em 15 de Agosto de 2014, em <http://www.scielo.br/pdf/dpress/v11n2/a06v11n2>
- [17] Antunes, F. J. e Ramalho, A. (2006). “Vibrações e Ruído”. Sebenta de Apoio à Cadeira de Vibrações e Ruído, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- [18] Rogers, K. (1997). The Tacoma Narrows Bridge Disaster. Acedido em 15 de Agosto de 2014, em <http://faculty.plattsburgh.edu/margaret.campion/seconded/second/kent/kent.html>
- [19] Amaro, A. P. (2012). Apontamentos de apoio à cadeira de Cálculo Automático de Estruturas, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- [20] ADINA R&D, Inc. (2013). ADINA User Interface Command Reference Manual Volume I: ADINA Solids & Structures Model Definition, Watertown
- [21] Reddy, J. N. (2004) Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells Theory and Analysis. CRC Press LLC, Boca Raton, Florida
- [22] Amaro, A. P. (2003). “Estudo do comportamento mecânico de materiais compósitos: utilização conjugada do método dos elementos finitos e de técnicas de interferometria holográfica e ultra-sonoras”. Tese de Doutoramento em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- [23] Cirne, J.M. (2011). “Resistência de Materiais”. Sebenta de Apoio às Cadeiras de Resistência de Materiais I e II, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.

## ANEXO A

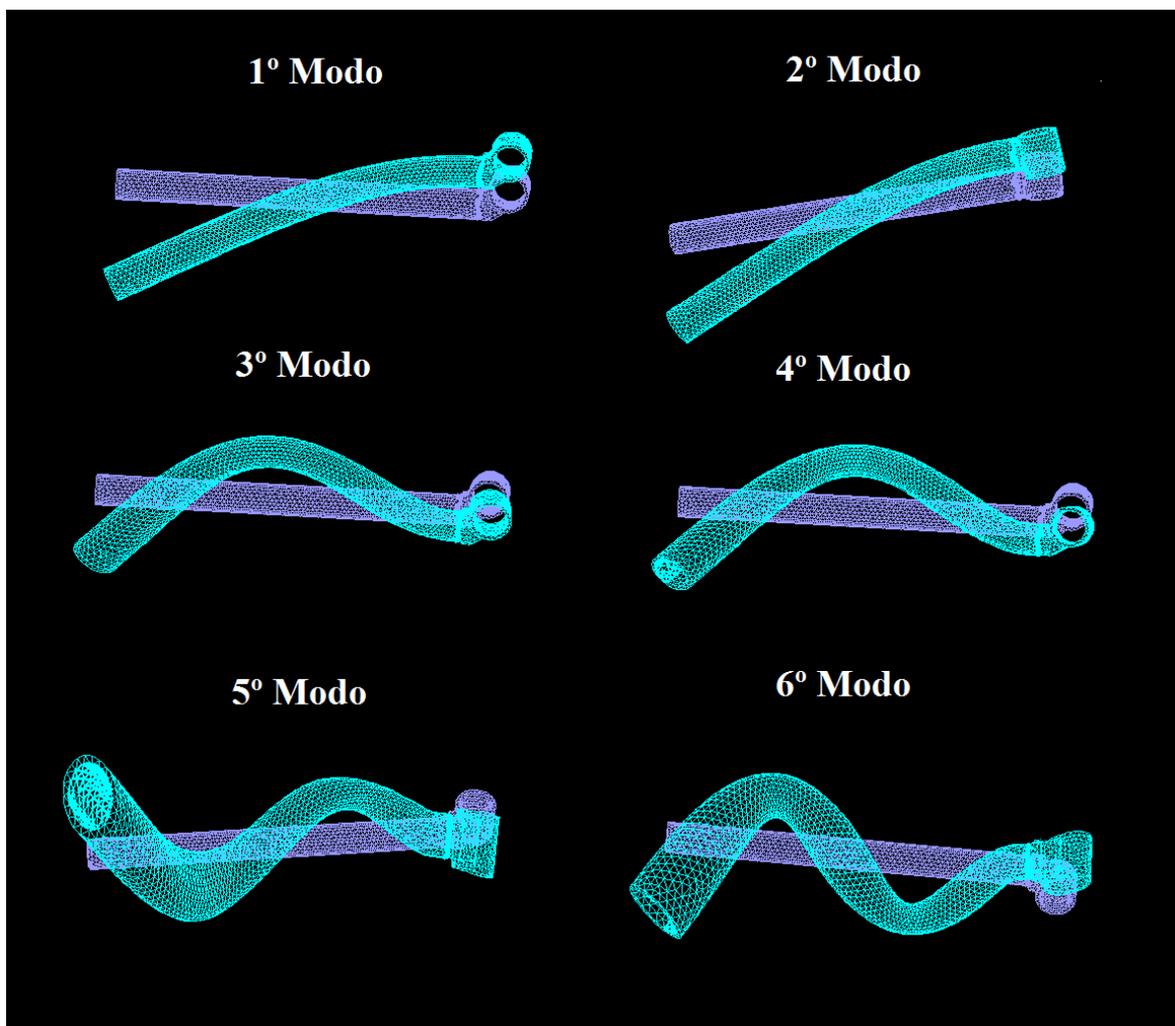


Figura A.1. Seis primeiros modos de vibração do espigão de selim de carbono.