



António Ricardo Jorge Santos

# TRANSFORMADOR DE POTÊNCIA PARA APLICAÇÕES DE ELEVADA FREQUÊNCIA

Dissertação de Mestrado  
Engenharia Eletrotécnica e de Computadores  
Área de Especialização em Energia

outubro/2013



UNIVERSIDADE DE COIMBRA





FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS  
E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA ELETROTÉCNICA  
E DE COMPUTADORES

# **Transformador de potência para aplicações de elevada frequência**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores na área de Especialização em Energia

**Autor**

**António Ricardo Jorge Santos**

**Júri**

**Professores Doutores**

Maria do Carmo Raposo de Medeiros (Presidente)

Marco Alexandre Cravo Gomes (Vogal)

André Manuel dos Santos Mendes (Orientador)

---

**Coimbra, outubro, 2013**

Tornar o simples em complicado é fácil. Tornar o complicado em simples é criatividade.

Charles Mingus

Aos meus Pais, Irmãs e Amigos.

## Agradecimentos

O trabalho que aqui se apresenta só foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas e empresas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento.

Em primeiro lugar, agradeço o esforço e o apoio dos meus pais por ter chegado até esta etapa, sem eles nada disto seria possível.

Agradeço ao Prof. Doutor André Manuel dos Santos Mendes que desempenhou bem o papel de orientador e ajudou sempre da melhor forma a encontrar alternativas para os problemas.

À OFICEL-Electrotecnia, Lda e ao Senhor Carlos Manuel Lopes da Silva as informações prestadas do transformador utilizado em testes.

Ao Luís Caseiro, Mohsen Abadi e Emanuel Marquês pela ajuda prestada na simulação, no laboratório e pelo companheirismo.

Agradeço muito à Ana Mateus pela preocupação e por toda a ajuda nos piores momentos da vida, assim como à Cátia Santos, ao David Francisco, ao Delfim Simões e à Tânia Duarte por todo o apoio e bons momentos. Ainda ao Rui Martins, Sofia Leonor e Tiago Levita pela compreensão nesta fase mais atarefada.

## Resumo

Os principais objetivos da presente tese é o estudo do transformador de potência de alta frequência e a implementação de uma simulação que permita, de forma válida, a sua modelação. Pretendeu-se caracterizar e comparar o seu funcionamento com os convencionais transformadores de 50 *Hz* e relacionar as vantagens e desvantagens das aplicações em alta frequência. Para isso, foi efetuada a pesquisa do estado da arte sobre os métodos para calcular analiticamente os parâmetros elétricos do transformador. Após a caracterização destas máquinas de potência, foi construído o modelo de simulação com base nos métodos analíticos e, por fim, foi validada com um conjunto de testes e ensaios em laboratório utilizando um transformador trifásico de baixa frequência.

**Palavras-chave:** Transformador de potência de alta frequência, fontes comutadas, perdas nos enrolamentos, perdas no núcleo, capacidades parasitas.

## **Abstract**

The main objective of this thesis is the study of the high frequency power transformer and the implementation of a simulation that would allow its modelling. It was intended to characterize and compare its operation with conventional 50 *Hz* transformers and list the advantages and disadvantages in high frequency applications. According to the research carried out on the state of art, the most accurate and efficient methods were selected for the calculation of parameters. After characterizing these power machines, the simulation model was built based on an analytical method and validated with a set of laboratory tests using a three-phase low frequency transformer.

**Keywords:** High frequency power transformer, switched-mode power supply, winding losses, core losses, parasitic capacitance.

# Índice

Índice de Figuras .....	v
Índice de Tabelas .....	vii
Simbologia e Siglas .....	viii
Simbologia .....	viii
Siglas .....	xi
1. Introdução .....	1
1.1. Perdas ohmicas nos enrolamentos .....	3
1.1.1. Bobinagem .....	5
1.2. Capacidades parasitas .....	6
1.3. Núcleos magnéticos .....	9
1.3.1. Tipos de materiais utilizados .....	10
1.3.2. Topologias utilizadas .....	12
1.4. Estrutura da dissertação .....	14
2. Métodos para o cálculo dos parâmetros do transformador .....	17
2.1. Esquema elétrico equivalente .....	17
2.2. Métodos para calcular perdas no cobre .....	19
2.3. Indutância de fugas .....	24
2.4. Capacidades parasitas .....	27
2.5. Perdas no núcleo .....	32
3. Simulação em MATLAB/SIMULINK e resultados teóricos .....	41
3.1. Métodos utilizados em simulação .....	42
3.2. Esquema utilizado em SIMULINK .....	47
3.3. Testes e validação teórica .....	48
3.3.1. Ensaio económico .....	48
3.3.2. Impedância e frequência de ressonância .....	50
3.3.3. Comportamento com o aumento da frequência .....	51
4. Ensaio laboratorial .....	53
4.1. Medição da impedância .....	53
4.2. Ensaio económico em 50 Hz .....	54
4.3. Medição da frequência de ressonância .....	56
4.4. Transformador alimentado com onda quadrada .....	57
5. Conclusões .....	61
6. Referências bibliográficas .....	65
7. Anexos .....	71
8. Apêndices .....	80



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Transformador de estado sólido. ....	1
Figura 2 – Efeitos por correntes <i>Foucault</i> : (a) efeito pelicular num condutor de secção circular; (b) efeito de proximidade. ....	4
Figura 3 – Linhas de <i>Litz</i> : (a) linha plana e circular; (b) linhas planas; (c) linha circular. ....	5
Figura 4 – Folhas condutoras: (a) bobinas de condutores do tipo folha; (b) folha condutora de alumínio. ....	5
Figura 5 – Tipos de bobinagem: (a) bobinagem convencional; (b) bobinagem intercalada; (c) bobinagem “ <i>sandwich</i> ” . ....	6
Figura 6 – Variação da permissividade real, complexa e da condutividade com a frequência (aumento acentuado da condutividade para aproximadamente 1 <i>Mhz</i> ). ....	7
Figura 7 – Capacidades parasitas entre os condutores do enrolamento. ....	8
Figura 8 – Métodos de bobinagem: (a) bobinagem padrão e tensão variável entre camadas; . ....	9
Figura 9 – Aplicação segundo a potência e frequência dos diferentes materiais dos núcleos [12]. ....	12
Figura 10 – Principais topologias do transformador de alta frequência: (a) tipo <i>core</i> ; (b) tipo toroidal; (c) tipo <i>shell</i> ; (d) tipo matricial; (e) tipo coaxial. ....	12
Figura 11 – Perdas no ferro-silício (CRML e M-19) e em metais prensados. ....	13
Figura 12 – Esquema elétrico equivalente do transformador monofásico para baixas frequências. ....	17
Figura 13 – Esquema elétrico equivalente do transformador monofásico para altas frequências. ....	18
Figura 14 – Esquema elétrico equivalente do transformador monofásico para altas frequências (simplificado). ....	19
Figura 15 – Transformação do condutor circular num condutor de secção quadrada com a mesma área. ....	20
Figura 16 – Esquema de fugas modificado. ....	26
Figura 17 – Curva da variação da indutância com a frequência. ....	26
Figura 18 – Esquema elétrico para o modelo modificado de indutâncias de fugas para AF [34]. ....	27
Figura 19 – Geometria do condensador: (a) placas planas paralelas; (b) coaxial cilíndrico. ....	28
Figura 20 – Cálculo analítico de campo para enrolamentos ortogonais. ....	29
Figura 21 – Cálculo analítico de campo para enrolamentos ortocíclicos. ....	30
Figura 22 – Segundo cálculo analítico do campo para enrolamentos ortocíclicos. ....	30
Figura 23 – Variação da curva de histerese com: (a) a frequência; (b) a temperatura [38]. ....	33
Figura 24 – Curvas de variação das perdas com a: (a) indução magnética; (b) frequência. ....	36
Figura 25 – Variação das perdas com o <i>duty cycle</i> para os métodos SE, NSE e MSE. ....	39
Figura 26 – Variação das perdas com a forma de onda. ....	39
Figura 27 – Esquema de ligações: (a) enrolamento da AT; (b) enrolamento da BT. ....	41
Figura 28 – Figura representativa com dimensões do transformador trifásico em laboratório. ....	42
Figura 29 – Onda de tensão do enrolamento de baixa tensão com uma componente harmónica com ressonância em série (14.8 <i>Hz</i> ). ....	45

---

Figura 30 – Onda de corrente para uma alimentação com onda quadrada do esquema equivalente sem capacidades parasitas (10 <i>kHz</i> ).....	46
Figura 31 – Onda de corrente para uma alimentação com onda quadrada do esquema equivalente com capacidades parasitas (10 <i>kHz</i> ).....	47
Figura 32 – Esquema de blocos usado no SIMULINK.....	47
Figura 33 – Representação esquemática do bloco “Transformador” do SIMULINK.....	48
Figura 34 – (a) Curva da variação da impedância com a frequência (simulação); (b) curva da variação da fase com a frequência (simulação).....	50
Figura 35 – Variação da corrente com a frequência para uma onda quadrada na simulação.....	51
Figura 36 – Corrente no enrolamento de alta tensão do transformador simulado (50 <i>Hz</i> )..	51
Figura 37 – Corrente no enrolamento de alta tensão do transformador simulado (10 <i>kHz</i> )..	52
Figura 38 – BK PRECISION.....	53
Figura 39 – (a) Curva da variação da impedância com a frequência; (b) curva da variação da fase com a frequência.....	54
Figura 40 – Ensaio económico em CC ao transformador.....	55
Figura 41 – Ensaio económico em CA ao transformador.....	55
Figura 42 – Ligação da fonte de sinal com o potenciómetro em série.....	56
Figura 43 – Teste de ressonância paralela. CH2 corresponde à tensão aos terminais do potenciómetro e CH3 é representa a tensão nos terminais do gerador de sinal: (a) para 15 <i>kHz</i> ; (b) para 25 <i>kHz</i> , situação de ressonância paralela.....	57
Figura 44 – Variação da corrente com a frequência para uma onda quadrada no transformador prático.....	58
Figura 45 – Onda de tensão (CH3) e corrente (CH2) para uma frequência de 5 <i>kHz</i> .....	58
Figura 46 – Onda de tensão (CH3) e corrente (CH2) para uma frequência de 10 <i>kHz</i> .....	59
Figura 47 – Corrente (CH2) e tensão (CH3) no transformador prático (50 <i>Hz</i> ).....	59

---

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Tipos de conversores de potência. ....	3
Tabela 2 – Valores da permissividade real e complexa para o Textolite parcialmente curado em função da temperatura e frequência [11]. ....	7
Tabela 3 – Características dos tipos de materiais usados nos núcleos. ....	11
Tabela 4 – Vantagens e desvantagens dos diferentes materiais utilizados nos núcleos. ....	11
Tabela 5 – Vantagens e desvantagens dos diferentes núcleos. ....	13
Tabela 6 – Características do transformador trifásico em laboratório. ....	42
Tabela 7 – Capacidades parasitas para os vários métodos abordados. ....	43
Tabela 8 – Perdas no núcleo para os métodos WcSE e iGSE. ....	44
Tabela 9 – Valores dos parâmetros obtidos da simulação MATLAB (50 Hz). ....	45
Tabela 10 – Variação do rendimento com a frequência para o transformador ligado a uma carga resistiva trifásica de 0.288 $\Omega$ . ....	46
Tabela 11 – Teste do modelo SIMULINK com ensaios económicos a 50 Hz. ....	49
Tabela 12 – Valores dos parâmetros calculados numa fase para o ensaio económico a 50 Hz (SIMULINK). ....	49
Tabela 13 – Comparação dos valores dos parâmetros obtidos no MATLAB com os parâmetros do ensaio económico em BF no SIMULINK. ....	49
Tabela 14 – Valores de impedância medidas com o bloco <i>Impedance Measurement</i> no SIMULINK. ....	50
Tabela 15 – Valores de impedância medidas com o BK PRECISION. ....	54
Tabela 16 – Valores medidos nos ensaios económicos do transformador (50 Hz). ....	55
Tabela 17 – Parâmetros do transformador calculados numa fase com os ensaios económicos (laboratório). ....	55

## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

- $A_c$  – Área da secção transversal do núcleo ( $m^2$ );
- $A_{cu}$  – Área da secção transversal do condutor ( $m^2$ );
- $b$  – Espaçamento entre duas espiras de camadas diferentes ( $m$ );
- $B$  – Indução magnética ( $T$ );
- $b_1$  – Largura do enrolamento de alta tensão ( $m$ );
- $b_2$  – Largura do enrolamento de baixa tensão ( $m$ );
- $B_{sat}$  – Indução magnética de saturação ( $T$ );
- $C_1$  – Capacidade parasita do enrolamento de alta tensão referida ao enrolamento de alta tensão ( $F$ );
- $C_{12}$  – Capacidade parasita entre o enrolamento do primário e secundário, referida ao primário ao enrolamento de alta tensão ( $F$ );
- $C_2$  – Capacidade parasita do enrolamento de baixa tensão, referida ao enrolamento de alta tensão ( $F$ );
- $C_{II}$  – Capacidade entre camadas de espiras ( $F$ );
- $C_o$  – Capacidade parasita estática ( $F$ );
- $C_{o1}$  – Capacidade parasita do enrolamento de alta tensão ( $F$ );
- $C_{o12}$  – Capacidade parasita entre o enrolamento de alta e baixa tensão ( $F$ );
- $C_{o2}$  – Capacidade parasita do enrolamento de baixa tensão ( $F$ );
- $C_{str}$  – Capacidade parasita total, referida ao lado da alta tensão ( $F$ );
- $C_{tt}$  – Capacidade entre duas espiras ( $F$ );
- $C_{tt,K}$  – Capacidade entre duas espiras (método de *Koch*,  $F$ );
- $C_{tt,M}$  – Capacidade entre duas espiras (método de *Massarini*,  $F$ );
- $d$  – Diâmetro ( $m$ );
- $\dot{D}$  – Densidade de campo elétrico;
- $D$  – *Duty cycle*;
- $d_{eff}$  – Distância efetiva entre camadas ( $m$ );
- $d_i$  – Diâmetro interno ( $m$ );

- 
- $d_{tt}$  – Distância entre duas espiras da mesma camada ( $m$ );
- $E$  – Campo elétrico ( $V/m$ );
- $f$  – Frequência ( $Hz$ );
- $f_{eq}$  – Frequência equivalente ( $Hz$ );
- $F_L$  – Fator de fugas do cobre;
- $F_R$  – Fator de perdas do cobre;
- $g$  – Espessura do isolamento entre camadas ( $m$ );
- $g_0$  – Espessura do esmalte do condutor ( $m$ );
- $h$  – Altura do enrolamento ( $m$ );
- $H$  – Campo magnético ( $A/m$ );
- $I_{2n}$  – Corrente nominal do enrolamento de baixa tensão ( $A$ );
- $I_f$  – Corrente da folha condutora ( $A$ );
- $k$  – Coeficiente de perdas do material ferromagnético ( $W/kg$ );
- $K_D$  – Fator de perdas do cobre modificado;
- $k_m$  – Coeficiente de perdas modificado ( $W/kg$ );
- $k_N$  – Coeficiente de perdas “Natural” ( $W/kg$ );
- $l$  – Comprimento de uma espira ( $m$ );
- $L_{DC}$  – Indutância de fugas a baixa frequência (método modificado,  $H$ );
- $L_{hf}$  – Indutância de fugas a alta frequência (método modificado,  $H$ );
- $L_{l_{DC}}$  – Indutância de fugas para baixa frequência ( $H$ );
- $L_{l1}$  – Indutância de fugas do enrolamento de alta tensão ( $H$ );
- $L_{l2}$  – Indutância de fugas do enrolamento de baixa tensão ( $H$ );
- $L_{IDC_{core}}$  – Indutância de fugas de baixa frequência para um núcleo tipo *core* ( $H$ );
- $L_{IDC_{toroidal}}$  – Indutância de fugas de baixa frequência para o núcleo toroidal ( $H$ );
- $L_m$  – Indutância de magnetização ( $H$ );
- $m$  – Razão de transformação;
- $N$  – Número total de espiras;
- $p$  – Número de camadas;
- $P_c$  – Perdas por correntes parasitas ou de *Foucault* ( $W$ );
- $P_e$  – Perdas por excesso ( $W$ );
- $P_h$  – Perdas por histerese no material ferromagnético ( $W$ );
- $P_v$  – Perdas no núcleo ( $W$ );
-

- 
- $r_0$  – Distância do centro do núcleo até ao enrolamento ( $m$ );
- $R_1$  – Resistência do enrolamento de alta tensão ( $\Omega$ );
- $R_2$  – Resistência do enrolamento de baixa tensão ( $\Omega$ );
- $R_{AC}$  – Resistência em corrente alternada ( $\Omega$ );
- $R_{DC}$  – Resistência em corrente contínua ( $\Omega$ );
- $r_e$  – Raio externo do condutor ( $m$ );
- $R_{fe}$  – Resistência do material ferromagnético ( $\Omega$ );
- $r_i$  – Raio interno do condutor ( $m$ );
- $R_{loss}$  – Resistência de perdas por correntes de *Foucault* (método modificado,  $\Omega$ );
- $R_{mea}$  – Resistência medida ( $\Omega$ );
- $S$  – Potência aparente ( $kVA$ );
- $T$  – Período ( $s$ );
- $t = 2 \cdot g_0$ ;
- $v$  – Espaçamento entre duas espiras da mesma camada ( $m$ );
- $V_1$  – Tensão aplicada ao enrolamento de alta tensão ( $V$ );
- $V_2$  – Tensão aplicada ao enrolamento de baixa tensão ( $V$ );
- $V_{II}$  – Queda de tensão entre duas camadas ( $V$ );
- $V_w$  – Queda de tensão no enrolamento ( $V$ );
- $W_{E,II}$  – Energia armazenada no campo elétrico entre duas camadas ( $J$ );
- $W_v$  – Energia dissipada no núcleo ( $J$ );
- $X = d/\delta$ ;
- $X_{DC}$  – Reactância de fugas a baixa frequência (método modificado,  $\Omega$ );
- $X_{mea}$  – Reactância medida ( $\Omega$ );
- $z$  – Número de espiras por camada;
- $\alpha$  – Coeficiente de perdas da frequência;
- $\beta$  – Coeficiente de perdas da indução;
- $\delta$  – Profundidade pelicular ( $m$ );
- $\varepsilon$  – Permittividade elétrica ( $F/m$ );
- $\varepsilon_0$  – Permittividade elétrica no vazio,  $8.854e-12 F/m$ ;
- $\varepsilon_D$  – Permittividade relativa do esmalte do condutor;
- $\varepsilon_r$  – Permittividade elétrica relativa;
- $\varepsilon_{r,m}$  – Permittividade relativa absoluta;

- $\mu$  – Permeabilidade magnética ( $H/m$ );  
 $\mu_0$  – Permeabilidade magnética no vázio,  $4\pi \times 10^{-7} H/m$ ;  
 $\mu_r$  – Permeabilidade magnética relativa;  
 $\eta$  – Fator de preenchimento;  
 $\rho$  – Resistividade do cobre,  $1.7241 \times 10^{-3} \Omega m$ ;  
 $\sigma$  – Condutividade ( $S$ );  
 $\omega$  – Frequência angular ( $rad/s$ ).

## **Siglas**

- AC – *Alternate Current*;  
AF – Alta Frequência;  
AT – Alta Tensão;  
BF – Baixa Frequência;  
BT – Baixa Tensão;  
CA – Circuito Aberto;  
CC – Curto-Circuito;  
CRML – *Cold Rolled Motor Lamination*;  
DC – *Direct Current*;  
ddp – diferença de potencial;  
DF – *Dispersion Factor*;  
EMC – *Electromagnetic Compatibility*;  
EMI – *Electromagnetic Interference*;  
FEM – *Finite Elements Method*;  
IGBT – *Insulated-Gate Bipolar Transistor*;  
PVC – Cloreto de Polivinilo;  
PWL – *Piecewise Linear*;  
RMS – *Root Mean Square*;  
SMPS – *Switched-Mode Power Supply*;  
SST – *Solid State Transformer*;  
STS – *Sinusoidal Transition Square*;  
THD – *Total Harmonic Distortion*;  
ZVS – *Zero Voltage Switching*.

# 1. INTRODUÇÃO

O transformador de potência é uma máquina essencial na área de energia e potência. Tradicionalmente são construídos para funcionarem a uma frequência de 50 Hz. A maioria das suas aplicações, e com maior relevância, são os sistemas de geração, transporte e distribuição de energia. Os rendimentos rondam os 98% com elevada fiabilidade e robustez.

Atualmente a eletrónica de potência está cada vez mais presente em sistemas de potência superior, direccionada para transformação e conversão de energia eléctrica através da comutação controlada dos semicondutores. É nesta área que o transformador de alta frequência (AF) é aplicado, tipicamente em junção com fontes comutadas, conversores, transformadores de estado sólido, entre outros. A importância de um transformador que opere a elevadas frequências prende-se com o facto de poder ser aplicado de forma compacta e leve, com reduzidas perdas, garantindo as vantagens do transformador tradicional. A dimensão do transformador varia inversamente com a frequência. A redução da dimensão do núcleo só é possível visto que a densidade de potência aumenta com a frequência, o que justifica a incorporação deste equipamento nos sistemas de eletrónica de potência (funcionamento em AF) [1]. A Figura 1 representa o posicionamento do transformador de alta frequência na fonte convertora de tensão. Na maioria das situações o transformador funciona apenas como isolamento galvânico, com razão de transformação unitária, por questões de proteção e segurança dos equipamentos e pessoas. A conversão de potência é efetuada pela eletrónica de potência.

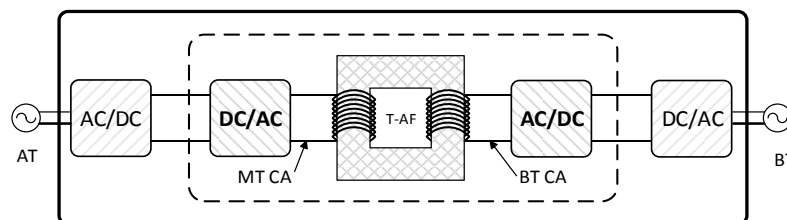


Figura 1 – Transformador de estado sólido.

O funcionamento num regime de AF é dependente da potência aplicada e existem limitações na velocidade de comutação dos semicondutores para altas frequências. Deste modo, podem ser consideradas três gamas de funcionamento destas máquinas:



- i. Para aplicações de baixa potência ( $<1\text{ kW}$ ) e muito alta frequência ( $1\text{-}10\text{ MHz}$ ), os núcleos são construídos em ferrite (como é o caso de aplicações em computadores e telecomunicações que, para aumentar a densidade de potência, necessitam de frequências na ordem dos  $\text{MHz}$  para possibilitar o mínimo peso e espaço ocupado).
- ii. A aplicação de média potência ( $1\text{-}10\text{ kW}$ ) e alta frequência ( $100\text{ kHz-}1\text{ MHz}$ ), requer conversores DC/DC de alta frequência com IGBT's ou MOSFET's, sendo também aqui aplicados ferrite, metal amorfo e metal nanocristalino na construção do núcleo.
- iii. As aplicações de alta potência ( $>10\text{ kW}$ ) e média frequência ( $10\text{-}100\text{ kHz}$ ) são empregues apenas em conversores com IGBT's. Para além do metal amorfo é utilizado metal nanocristalino no núcleo. Este tipo de máquinas é utilizado na geração a partir de energias renováveis, tais como energia eólica e solar (microgeração e geração). A aplicação é interessante nas redes inteligentes e encontra-se já em estudo no carregamento de veículos elétricos através de sistemas *wireless* [2].

A aplicação do transformador AF é essencialmente direcionada para sistemas de eletrónica de potência, como por exemplo em:

- Tração elétrica;
- Geração eólica;
- Fontes comutadas e inversores;
- Conversores AC/DC, DC/DC, ressonantes e multinível;
- Carregamento de baterias;
- UPS (*Uninterruptable power supplies*);
- Filtros de EMC/EMI;
- Fontes de solda elétrica;
- Gerador de raios-X;
- Geração solar;
- Fontes de alimentação na indústria automóvel;
- Medidores de potência.

Nas fontes comutadas (SMPS, na Tabela 1 e em Anexo A), 25% do volume e mais de 30% do peso devem-se ao transformador [3]. Futuramente, em muito alta potência, a tendência é para a utilização de transformadores de estado sólido (SST) integrado na rede

de fornecimento elétrico [6]. Alguns tipos de SMPS e respetivas características são apresentados na Tabela 1.

**Tabela 1 – Tipos de conversores de potência.**

Tipo de conversores		Características
<i>Flyback</i>		Conversor com tipologia de um <i>buck-boost</i> . Tem um transformador de separação entre a entrada e saída do secundário. Por causa do transformador pode ficar em modo de condução contínuo se este não desmagnetizar completamente.
<i>Forward</i>		É baseado na topologia de um <i>buck</i> , ou seja DC-DC com um nível de tensão na saída inferior à de entrada. Difere com um transformador na separação galvânica entre a entrada e saída do conversor.
<i>Push-pull</i>		Utiliza a mesma convenção de um conversor <i>forward</i> . Difere no tipo de ligação ao primário do transformador que é feito ao centro do enrolamento garantindo um fluxo igual e oposto no núcleo.
<i>Half-bridge e bridge</i>		Utiliza a mesma convenção de um conversor <i>forward</i> . Difere no tipo de ligação ao secundário do transformador que é feito ao centro do enrolamento e com condensador entre os terminais de saída.
<b>Half-Bridge Ressonantes</b>	SRC conversor ressonante	Conversor cuja situação de ressonância é dada pela série de um condensador com uma indutância. A onda de corrente nos conversores ressonantes tem uma forma sinusoidal.
	PRC conversor ressonante	Conversor cuja situação de ressonância é dada pelo paralelo de um condensador com uma indutância.
	LLC conversor ressonante	Conversor ressonante com o paralelo da indutância de magnetização com uma capacidade em série com uma indutância. É capaz de reduzir as perdas da comutação através da comutação no ponto de tensão nula (ZVS).

As vantagens que conduzem à utilização do transformador em alta frequência, em sistemas de eletrónica de potência, relativamente aos de 50 Hz, são:

- Dimensões reduzidas;
- Menor peso;
- Baixa magnetostrição.

Qualquer componente físico apresenta uma capacidade que caracteriza uma reactância capacitiva dependente da frequência [5]. A existência de capacidades parasitas, em paralelo com as bobinas, pode ser útil no dimensionamento dos conversores ressonantes e numa redução de custos em condensadores. Contudo, apesar de o transformador apresentar maior densidade de potência para elevadas frequências, o seu funcionamento com formas de onda quadrada (alto conteúdo harmónico) é mais suscetível a perdas por *spikes* de tensão (pulso rápido de alta tensão) e por fenómenos ressonantes, que aumentam as perdas no transformador. Nas seguintes secções serão abordadas as principais perdas que ocorrem nos transformadores e a influência da frequência.

## 1.1. Perdas ohmicas nos enrolamentos

A frequência da onda de alimentação contribui para o aparecimento de defeitos na distribuição da corrente no condutor. As correntes de *Foucault* são responsáveis pela

ocorrência de dois fenómenos de perdas nos condutores: o efeito pelicular e o efeito de proximidade.

O efeito pelicular define-se como a tendência da corrente circular mais à superfície do condutor (Figura 2.a), o que provoca uma redução da área útil de condução e, consequentemente, numa maior resistência. Este tipo de efeito tem origem no campo eletromagnético gerado pelo próprio condutor e é definido pela profundidade pelicular ( $\delta$ ), que diminui a uma taxa de  $1/\sqrt{f}$ , conforme a equação (1).

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}} \quad (1)$$

O efeito de proximidade é uma consequência dos campos transversais às camadas dos enrolamentos, fazendo com que a corrente flua em padrões indesejáveis, como uma maior densidade de corrente num lado do condutor (Figura 2.b). Devido ao efeito dos campos magnéticos gerados pelos condutores mais próximos, a densidade de corrente deixa de estar distribuída uniformemente, provocando uma redução da secção de área útil e um aumento das perdas com a passagem de uma corrente constante.



**Figura 2 – Efeitos por correntes *Foucault*: (a) efeito pelicular num condutor de secção circular; (b) efeito de proximidade.**

Os enrolamentos solenoidais são escolhidos, na maioria dos casos, devido ao seu *design* flexível, baixo custo e fácil produção [6]. No entanto, não são boas topologias a utilizar em frequências elevadas, pois apresentam mais perdas tanto no dielétrico como no cobre. Para atenuar as perdas (nos condutores para muito altas frequências) são utilizadas essencialmente as linhas de *Litz* e as folhas condutoras.

A linha de *Litz* (Figura 3) é composta por um grupo de fios isolados e entrelaçados. Nesta ocorrem dois tipos de efeitos de correntes de *Foucault* ao nível de cada fio e ao nível do condutor ou linha [7]. O princípio de funcionamento da linha de *Litz* é o mesmo que o do par entrançado, que tem por objetivo equilibrar o fluxo de fugas entre todos os fios através da ocupação de todas as posições possíveis da secção transversal do condutor por cada fio. No entanto, tem como desvantagem o facto de ocupar mais espaço, devido ao

isolamento e ao rácio de preenchimento entre os fios (não é unitário e tem um fator de dissipação de calor inferior a um condutor unifilar). A escolha do tipo de isolamento e espessura é importante e deve ser tida em conta a relação entre as perdas no dielétrico e a capacidade de dissipação do condutor [7].

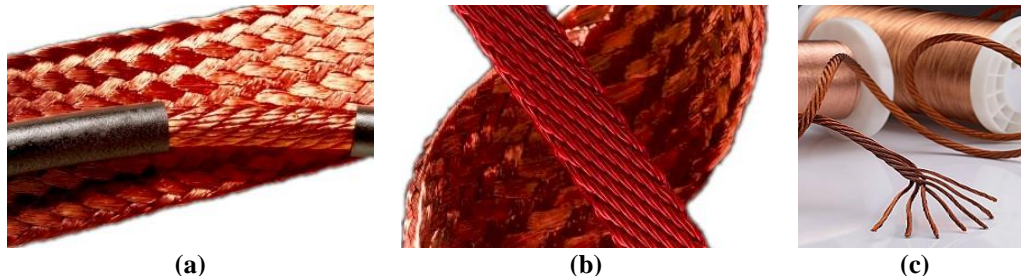


Figura 3 – Linhas de *Litz*: (a) linha plana e circular; (b) linhas planas; (c) linha circular.

O condutor em folha (Figura 4) é indicado para aplicações de baixa tensão (BT) e é essencialmente utilizado em transformadores do tipo coaxial, uma vez que a sua estrutura de espessura fina e alongada só vai ser afetada pela profundidade pelicular nas altas frequências. Como tem o rácio de preenchimento máximo não é necessário um grande número de voltas em relação aos condutores usuais, o que possibilita a construção compacta e um baixo valor de fenómenos parasitas incluindo as capacidades parasitas [8].

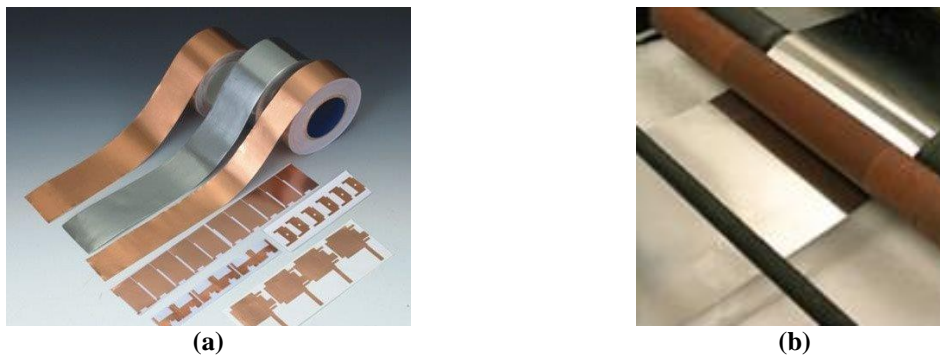
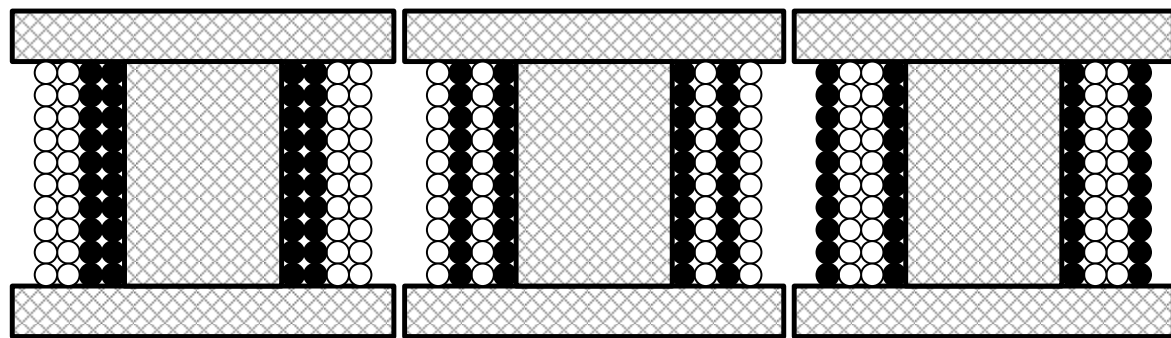


Figura 4 – Folhas condutoras: (a) bobinas de condutores do tipo folha; (b) folha condutora de alumínio.

### 1.1.1. Bobinagem

O tipo de bobinagem do transformador também tem influência nas perdas do cobre. Na literatura são mencionadas 3 tipos de bobinagens (Figura 5) [9]:

- Bobinagem intercalada entre o enrolamento de alta e baixa tensão;
- Bobinagem convencional com a alta tensão (AT) próxima do núcleo e a baixa tensão mais afastada, por questões térmicas;
- Bobinagem tipo “*sandwich*”, em que o enrolamento de baixa tensão fica entre os de alta tensão do transformador.



(a) ● - Enrolamento de alta tensão; ○ - Enrolamento de baixa tensão.

Figura 5 – Tipos de bobinagem: (a) bobinagem convencional; (b) bobinagem intercalada; (c) bobinagem “sandwich”.

Como resultado deste estudo, concluiu-se que os métodos intercalados e “sandwich” são mais complexos mas têm a vantagem de reduzir a interferência eletromagnética conduzida. Com estes métodos consegue-se obter uma menor indutância de fugas, menor distorção da tensão e consequentemente um maior rendimento do transformador [9].

## 1.2. Capacidades parasitas

A existência de um campo elétrico entre cada espira origina perdas relacionadas com a energia armazenada no campo elétrico, pelo facto do isolamento não ser perfeito [10].

A capacidade de um material é uma propriedade definida pelas características elétricas do dielétrico (permissividade). A permissividade define-se por uma componente real (a constante do dielétrico respeitante à energia armazenada) e por uma componente imaginária (constante de perdas do dielétrico), como se observa na equação (2). A relação entre a parte real e imaginária da permissividade é designada pelo fator de perdas do dielétrico, dado pela equação (3).

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad (2)$$

$$\tan \delta_\varepsilon = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \quad (3)$$

As perdas no dielétrico ocorrem devido à existência de uma condutividade não nula do isolamento, que está precisamente relacionada com a componente complexa ( $\varepsilon''$ ) da permissividade e com a frequência, como é mostrado na equação (4).

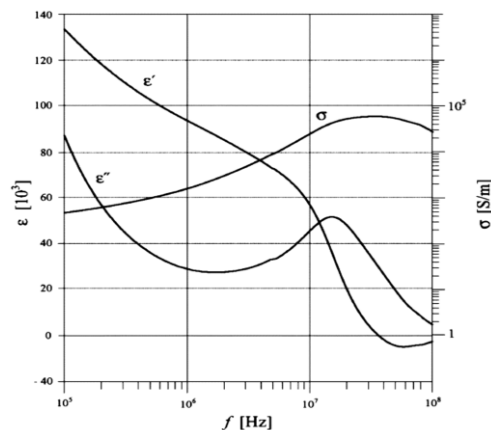
$$\sigma = \omega \tan \delta_\varepsilon \varepsilon_0 \varepsilon' = \omega \varepsilon_0 \varepsilon'' \quad (4)$$

A permissividade é influenciada pelo aumento da temperatura e frequência, como se verifica na Tabela 2 [11].

**Tabela 2 – Valores da permissividade real e complexa para o Textolite parcialmente curado em função da temperatura e frequência [11].**

		$\epsilon'$			$\epsilon''$		
Frequência (Hz)		60	$10^3$	$10^6$	60	$10^3$	$10^6$
Temperatura ( $^{\circ}C$ )	30	12.2	10.2	7.4	2.0	0.8	0.5
	60	19.6	11.8	7.9	9.5	2.3	0.6
	90	45.3	16.4	8.4	30.0	7.0	0.6

Dalessandro *et al.* [10], realizaram estudos sobre o comportamento da permissividade e condutividade em função da frequência. A Figura 6 ilustra essa variação para o transformador N87 (ferrite), a  $25^{\circ}C$ . Pela análise da Figura 6 observa-se que a condutividade varia com a permissividade, tendo como consequência um aumento ou redução das perdas no isolamento dos condutores. De modo geral, na literatura, é feita a aproximação do condensador real ao paralelo de uma capacidade com uma condutância, que corresponde às perdas no dielétrico do condensador.



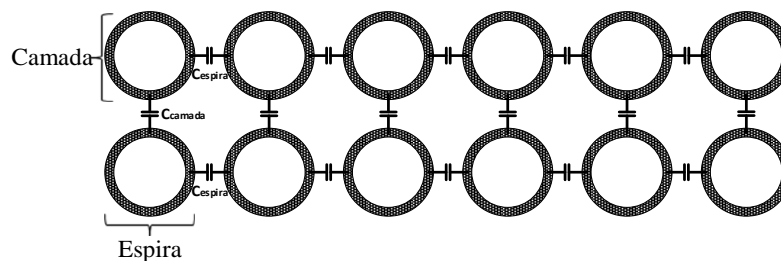
**Figura 6 – Variação da permissividade real, complexa e da condutividade com a frequência (aumento acentuado da condutividade para aproximadamente 1 Mhz).**

Os isolamentos dos condutores são geralmente constituídos por Epoxy, Micares e PVC (cloreto de polivinilo). A espessura do dielétrico e a sua geometria são parâmetros a otimizar: uma espessura superior do isolamento vai reduzir as perdas no dielétrico, pois estas variam com o inverso da distância entre camadas e espiras. O volume ocupado pelo enrolamento e a dissipação de calor no transformador são parâmetros construtivos que necessitam de especial atenção durante o dimensionamento, visto que os materiais utilizados para isolar são maus condutores térmicos [4], [12], [13] e [14].

As imperfeições, tais como impurezas no material isolante, a presença de humidade e poeiras na superfície e ainda o próprio envelhecimento do isolamento afetam a condutividade do mesmo.

Dalessandro *et al.*, relatam que as capacidades parasitas associadas ao isolamento entre os condutores (Figura 7), são definidas pela contribuição:

- Entre espiras;
- Entre camadas;
- Entre o enrolamento e o núcleo magnético;
- Entre o enrolamento e a janela eletrostática;
- Interações entre enrolamentos.



**Figura 7 – Capacidades parasitas entre os condutores do enrolamento.**

Ao nível construtivo, o sentido de bobinagem interfere na distribuição da diferença de potencial (ddp) ao longo das camadas. É importante saber se a distribuição da tensão é uniforme ou variável, pois esta difere caso a capacidade a calcular seja estática ou dinâmica [15]. Existem dois procedimentos mais comuns de bobinagem:

- O método de bobinagem padrão ou *standard*, é a mais usual nos transformadores pela sua simplicidade (Figura 8.a). A distribuição de tensão não é constante, e aumenta linearmente, sendo o dobro na terminação de cada camada de espiras. O facto de a ddp não ser constante ao longo das espiras entre camadas provoca uma força elétrica excessiva e perdas no dielétrico para os condutores situados na posição  $x=w$  (Figura 8.b). As capacidades geradas por estes campos elétricos são denominadas de capacidades dinâmicas.
- Na bobinagem do tipo invertida (*flyback*) as camadas são todas bobinadas com a mesma orientação. A tensão é invariante com a posição  $x$  e, por isso, tem como vantagem uma uniformidade na distribuição das forças elétricas e de stresses ao longo da camada ( $0 < x < w$ ). As capacidades entre camadas são designadas de estáticas (Figura 8.b). O

problema deste tipo de bobinagem é o acréscimo de complexidade no fabrico, o que torna a construção do transformador mais dispendiosa.

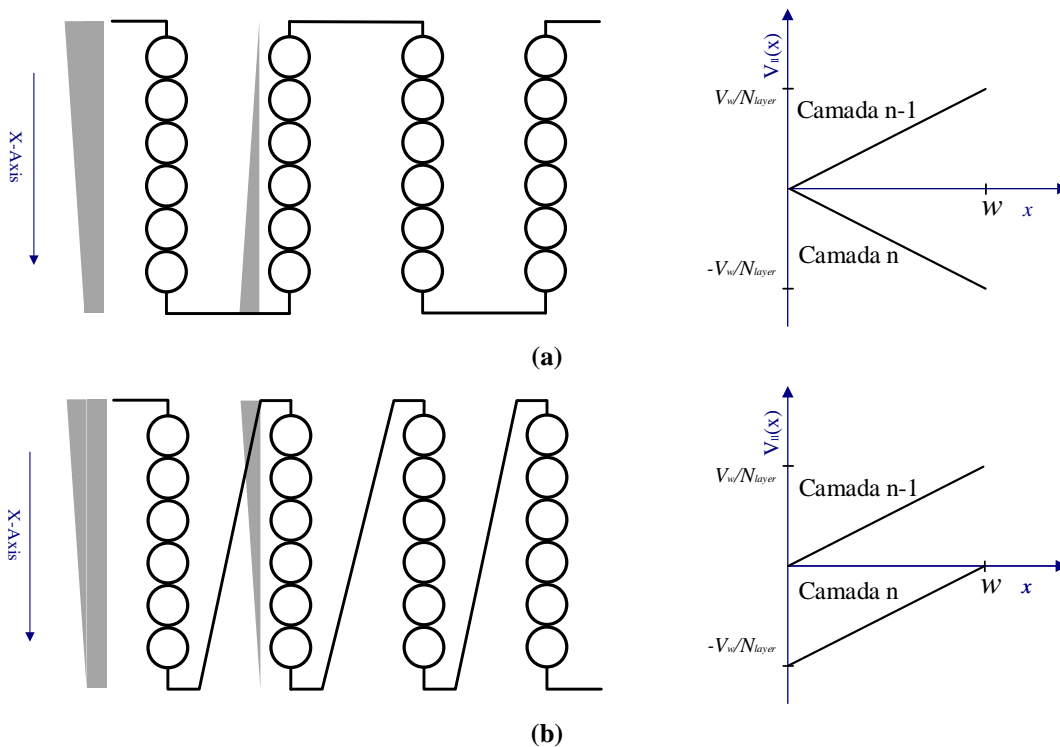


Figura 8 – Métodos de bobinagem: (a) bobinagem padrão e tensão variável entre camadas; (b) bobinagem *flyback* e tensão constante ao longo de duas camadas.

### 1.3. Núcleos magnéticos

O núcleo é o componente físico que mais influencia o volume, o peso, a dissipação térmica, o rendimento e os custos construtivos (materiais e laminação) de um transformador.

Em gamas de frequências elevadas, o material utilizado na construção do núcleo não pode ser ferro-silício, usado tipicamente nos transformadores de 50 Hz. As propriedades magnéticas têm de apresentar um comportamento estável para um funcionamento na ordem dos MHz com o mínimo de perdas possíveis, ou seja, com uma reduzida dureza magnética para que a curva histerética apresente o mínimo valor de coercividade.



### 1.3.1. Tipos de materiais utilizados

Atualmente, os materiais mais utilizados em núcleos magnéticos para altas frequências são as ferrites, os metais amorfos e os metais nanocristalinos, seguidamente caracterizados:

- i) A ferrite ( $\text{MOFe}_2\text{O}_3$ ) tem uma estrutura cristalina cúbica e é constituída essencialmente por óxido de ferro combinado normalmente com zinco, níquel, manganês ou cobre. As suas propriedades mecânicas e eletromagnéticas são afetadas com o tempo, temperatura e condições do meio envolvente. As ferrites são muito utilizadas em filtros de EMI ( $\text{NiZn}$ ), as *soft ferrites*, como são designadas, são tipicamente o material utilizado em núcleos de AF. Estas últimas apresentam uma grande resistividade por unidade de volume e poucas perdas, contudo apresentam a desvantagem de terem uma saturação baixa [1] e [16].
- ii) O metal amorfo, ao contrário dos metais normais, não possui uma estrutura cristalina. Este efeito é obtido através do aquecimento a  $1300\text{ }^\circ\text{C}$ , seguido de um rápido arrefecimento (tecnologia de rápido arrefecimento,  $10^6\text{ K/s}$ ) [17]. O metal amorfo é composto por 80% de ferro e 20% de boro e tem um aspeto semelhante a vidro e por isso é conhecido por vidro metálico. Contém uma alta concentração de espécies magnéticas de ferrite e em relação às propriedades elétricas e magnéticas apresenta uma elevada resistividade elétrica e uma baixa coercividade [18].
- iii) O metal nanocristalino ( $\text{FeCuNbSiB}$ ) é muito idêntico aos metais amorfos macios ( $\text{FeSiB}$ ), contendo pequenas quantidades de cobre (Cu) e nióbio (Nb). O estado nanocristalino é conseguido por recozedura do material a uma temperatura que ronda os  $500\text{ }^\circ\text{C}$  a  $600\text{ }^\circ\text{C}$ , obtendo-se uma micro estrutura orientada aleatoriamente [16]. Este material tem uma boa permeabilidade inicial e baixas perdas por histerese. A maior vantagem, relativamente à ferrite, está no facto de apresentar um nível de saturação mais elevado tal como o metal amorfo.

A Tabela 3 mostra os valores típicos das propriedades mecânicas e magnéticas destes três tipos de materiais [13], [17] e [19]. Tanto a ferrite como os metais amorfos têm a particularidade de apresentarem uma magnetostrição muito reduzida, quase nula, evitando perdas com a deformação do núcleo (ocorre ao dobro da frequência da corrente de alimentação) [20].

**Tabela 3 – Características dos tipos de materiais usados nos núcleos.**

Características	Ferrites [13]	Amorfos [17]	Nanocristalinos [13]
Permeabilidade relativa $\mu_r$	$10^4$	$8 \times 10^3$	$2 \times 10^5$
$B_{sat}$ , (T)	0.3 - 0.45	1.56	0.4 - 1.7
$P_{loss}$ (W/kg), 0.2 T, 20 kHz	12	18	5
Resistividade, $\mu\Omega.m$	$10^4$ - $10^6$ [FERROXCUBE®]	130 [METGLAS®]	1.2 [FINEMET®]
Temperatura de Curie (°C)	125 - 450	373	600
Máx temperatura de funcionamento (°C)	100	120	180
Magnetostricção, $\lambda_s$ ( $10^6$ )	21	0.1	<0.2
Densidade ( $kg/m^3$ )	$5.2 \times 10^3$	$7.7 \times 10^3$	$7.3 \times 10^3$
Frequências máx. de operação (kHz)	$10^5$	250	600 - $10^4$
Custo (€)	€€€€	€€€	€€€€€

A escolha do material a utilizar nos núcleos é um parâmetro de projeto que requer uma otimização entre o custo, eficiência e dimensão, consoante a aplicação a que se destina. Com o auxílio da Tabela 3 são seleccionadas as vantagens e desvantagens de cada material, apresentadas na Tabela 4.

**Tabela 4 – Vantagens e desvantagens dos diferentes materiais utilizados nos núcleos.**

Materiais	Vantagens	Desvantagens
<b>Ferrites</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bom comportamento numa ampla gama de frequências;</li> <li>Alta resistividade elétrica;</li> <li>Baixas perdas;</li> <li>Grande valor de permeabilidade relativa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Limitada a aplicações de baixa potência;</li> <li>Saturação baixa;</li> <li>Magnetostricção.</li> </ul>
<b>Metais Amorfos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Baixo custo;</li> <li>Boa saturação;</li> <li>Compacto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Perdas relativamente elevadas;</li> <li>Temperatura de Curie mais reduzida.</li> </ul>
<b>Metais Nanocristalinos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elevada temperatura Curie;</li> <li>Alta saturação;</li> <li>Baixa coercividade;</li> <li>Elevada resistividade elétrica;</li> <li>Elevada permeabilidade relativa;</li> <li>Compacto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Custo elevado.</li> </ul>

Com os metais amorfos são possíveis reduções de perdas no núcleo, em AF, na ordem de 50 a 60% comparativamente aos tradicionais de ferro-silício ou ferro-níquel, reduções que podem chegar a 87% em baixa potência [17].

Analisando a Figura 9 verifica-se que no caso das ferrites a sua aplicação não excede os 100 kVA, mas as frequências de funcionamento são superiores às dos metais amorfos e nanocristalinos. Os metais amorfos por serem compactos e por terem um menor custo são geralmente utilizados para alta potência e média frequência. É observado um maior número de núcleos de metais nanocristalinos numa área caracterizada por alta potência e alta frequência.

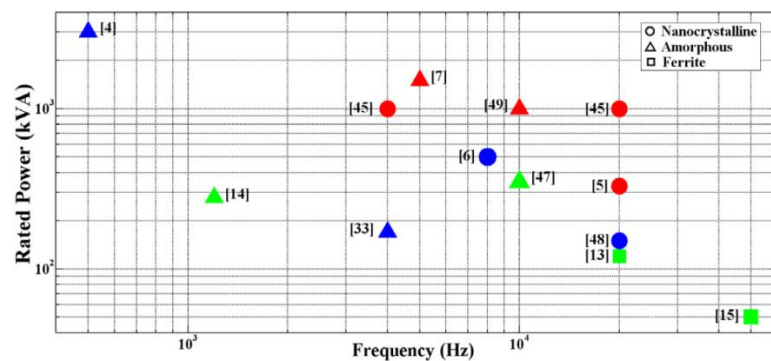


Figura 9 – Aplicação segundo a potência e frequência dos diferentes materiais dos núcleos [12].

Deste modo, conclui-se que cada tipo de material é direcionado para uma determinada aplicação, consoante a gama de potências e de frequências a aplicar no transformador e os custos associados.

### 1.3.2. Topologias utilizadas

Os núcleos têm usualmente configurações do tipo toroidal, *core* e *shell*, sendo menos comuns as configurações do tipo matricial e coaxial (Figura 10), [12] e [21].

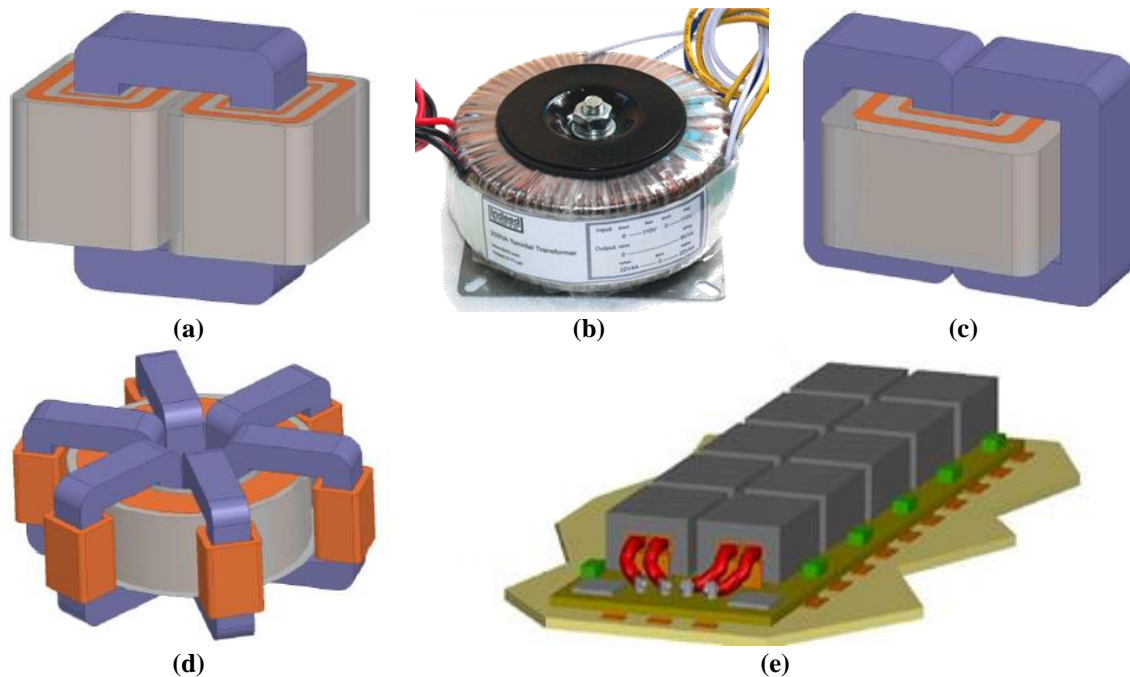


Figura 10 – Principais topologias do transformador de alta frequência: (a) tipo *core*; (b) tipo toroidal; (c) tipo *shell*; (d) tipo matricial; (e) tipo coaxial.

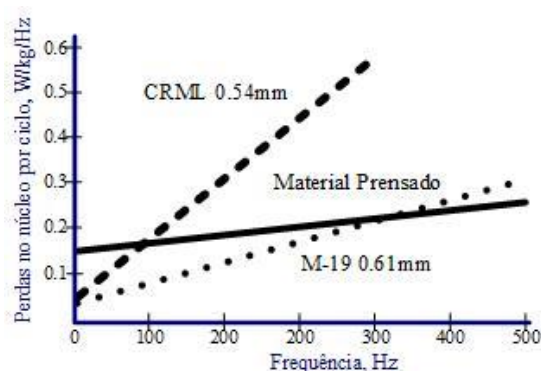
Nos núcleos do tipo toroidal (Figura 10.b), a topologia é a mesma que nos núcleos *core* (Figura 10.a), alterando-se apenas a geometria. O tipo *core* é constituído por um único núcleo com enrolamentos em ambas as colunas. No tipo *shell* (Figura 10.c), são necessários dois núcleos para um único conjunto de enrolamentos (primário e secundário).

O tipo matricial (Figura 10.d) corresponde a uma junção de núcleos *core* e *shell*: no centro fica o enrolamento de alta-tensão enquanto no exterior dos vários núcleos, em paralelo, fica o enrolamento de baixa tensão. No transformador de enrolamento coaxial (Figura 10.e), o núcleo magnético forma um “tubo” na parte interna pelo qual passa o enrolamento. Cada geometria tem as suas vantagens e desvantagens descritas na Tabela 5.

**Tabela 5 – Vantagens e desvantagens dos diferentes núcleos.**

Tipo	Vantagens	Desvantagens
<i>Core</i>	Compacto.	Volume total do núcleo é inferior ao do tipo <i>shell</i> o que reduz a condutividade térmica total.
<i>Shell</i>	Melhor comportamento térmico por ter uma maior superfície em contacto com o ar.	Custo acrescido em material magnético e menos compacto que o tipo <i>core</i> .
<i>Matriz</i>	Capacidade de poder ter vários enrolamentos, bom comportamento térmico.	Elevada indutância de fugas o que não é favorável para a utilização em conversores de potência. Pouco compacto e com um custo acrescido.
<i>Coaxial</i>	Baixa indutância de fugas e perdas para altas frequências.	Limitado para altas frequências e baixas potências.

Uma vez que a temperatura é um fator de grande relevância nestes transformadores, o núcleo tipo *shell* é o mais equilibrado e utilizado em altas frequências. A maioria dos núcleos para AF não são laminados, mas sim construídos com pós de ferro prensados, como é o caso de núcleos de ferrite [22]. Os resultados obtidos com o pó prensado apresentam menores perdas para médias e altas frequências e um menor custo no fabrico dos núcleos relativamente à laminação do material (Figura 11). A laminação é um processo complexo e pouco preciso nas ferrites [13]. No entanto, os metais amorfos e nanocristalinos, devido ao processo de arrefecimento rápido, são produzidos sob a forma de uma fita ferromagnética com uma determinada espessura.



**Figura 11 – Perdas no ferro-silício (CRML e M-19) e em metais prensados.**

É relatado por Acero *et al.* [3] que o transformador de 3 MW de 500 Hz consegue ser mais leve cerca de 30% que as máquinas para a mesma potência a 50 Hz, o que é bastante significativo quando se trata de pesos na ordem da tonelada, fazendo toda a diferença em aplicações como a tração elétrica. Para além disso, em casos de mais baixa potência, as

reduções no peso podem chegar aos 60%. O seu rendimento depende fortemente da aplicação a que se destina assim como a forma de onda de alimentação, frequência e temperatura. O núcleo é a peça que mais influencia o funcionamento do transformador de alta frequência. A utilização de materiais apropriados permite ao núcleo da máquina apresentar um comportamento mais estável, com menores perdas histeréticas, baixa condutividade, elevada permeabilidade e dimensões mínimas que se refletem no peso do mesmo.

O transformador de potência de 50 Hz não pode ser utilizado em regimes de AF, visto que o seu *design* e construção não apresentam características que suportem as perdas excessivas que surgem com os efeitos parasitas, como as correntes de *Foucault* e capacidades entre espiras. Da mesma forma, os transformadores de AF tornam-se inviáveis em aplicações de baixa frequência (nestes casos, a densidade de potência no núcleo é menor, o que se traduz numa dimensão semelhante aos núcleos utilizados em 50 Hz), pois os custos associados à construção e aos materiais da máquina de AF são bastante superiores quando comparados com os custos do transformador de 50 Hz. E ainda, os rendimentos são semelhantes, quer para o transformador tradicional quer para o transformador de alta frequência, num funcionamento a 50 Hz. O transformador tradicional de 50 Hz continua a ser insubstituível ao nível da geração, transporte e distribuição elétrica.

## 1.4. Estrutura da dissertação

No capítulo 1, são apresentadas as principais aplicações e gamas de funcionamento dos transformadores de potência de altas frequências. São expostos os fatores de perdas de maior relevância causados pelo aumento da frequência, assim como as respetivas alternativas para a minimização das perdas. Por fim estabelece-se a comparação entre o transformador de potência de alta frequência e o transformador de 50 Hz, expondo as vantagens e desvantagens de cada um.

No capítulo 2 é descrita uma variedade de métodos para o cálculo dos parâmetros do esquema elétrico equivalente do transformador para as altas frequências.

No capítulo 3 são selecionados métodos, dos apresentados no capítulo 2, que serão utilizados na simulação do modelo teórico do transformador no *software* MATLAB/SIMULINK. É caracterizado o transformador de teste 8 kVA e efetuado um estudo de

adaptação dos métodos ao modelo prático. Realiza-se também a análise dos resultados obtidos através de simulações, sendo posteriormente retiradas conclusões.

O capítulo 4 tem como principal objetivo a validação do modelo teórico, utilizando o transformador didático de 8 *kVA*. Os parâmetros do esquema elétrico equivalente são calculados com o auxílio do aparelho de medida de impedâncias, BK PRECISION 889, e dos ensaios económicos.

No capítulo 5 são estruturadas as conclusões, através da análise dos resultados obtidos nos capítulos 3 e 4, e são apresentadas algumas sugestões de trabalho futuro.

Nesta tese as dificuldades centram-se em encontrar uma forma simples e direta de simular e calcular os parâmetros do transformador com a variação da frequência, de modo a que os resultados obtidos sejam válidos.



## 2. MÉTODOS PARA O CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO TRANSFORMADOR

No presente capítulo são descritos vários modelos de cálculo dos parâmetros do esquema elétrico equivalente do transformador para as altas frequências. São também apresentadas as diferenças do esquema elétrico equivalente para alta frequência, relativamente ao transformador tradicional. Para tal, foram selecionados da pesquisa bibliográfica realizada, os métodos que mais se adequaram ao tema abordado na tese.

### 2.1. Esquema elétrico equivalente

A maior parte dos autores considera o esquema elétrico equivalente do transformador de alta frequência como tendo três capacidades em paralelo, sendo estes os únicos elementos adicionais relativamente ao esquema equivalente do transformador de 50 Hz.

Comparando os esquemas elétricos equivalentes (Figura 12 e Figura 13), é visível a inserção de três capacidades no esquema de alta frequência. São capacidades que existem na realidade quer em altas quer em baixas frequências, mas como são valores tão baixos, as reactâncias capacitivas, em BF, são consideradas infinitas. Em AF a reactância capacitiva apresenta um valor menor sendo relevante para compreender o funcionamento do transformador em AF.

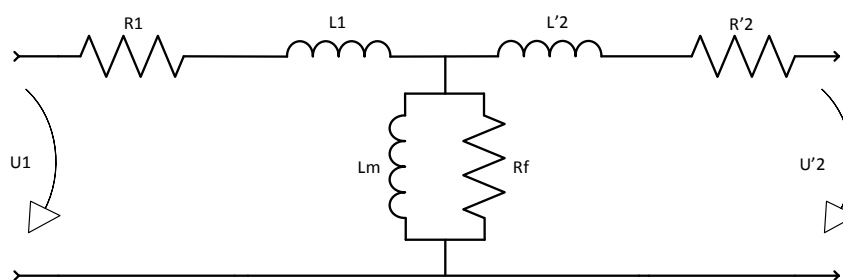


Figura 12 – Esquema elétrico equivalente do transformador monofásico para baixas frequências.



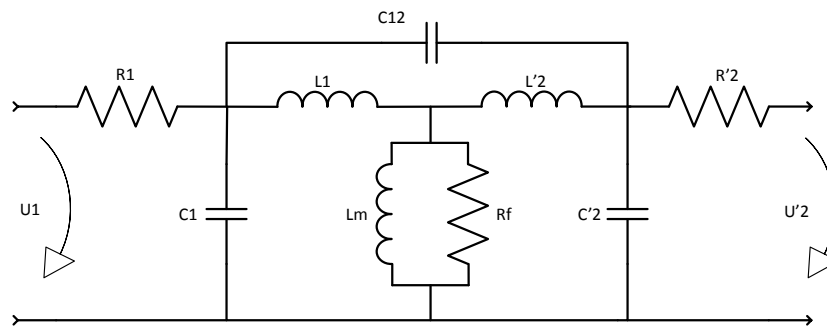


Figura 13 – Esquema elétrico equivalente do transformador monofásico para altas frequências.

$C_1$ ,  $C_2$  e  $C_{12}$  [24] são as capacidades do enrolamento da AT, BT e entre os dois enrolamentos, respetivamente, todas referidas ao lado da AT (equações (5), (6) e (7)).

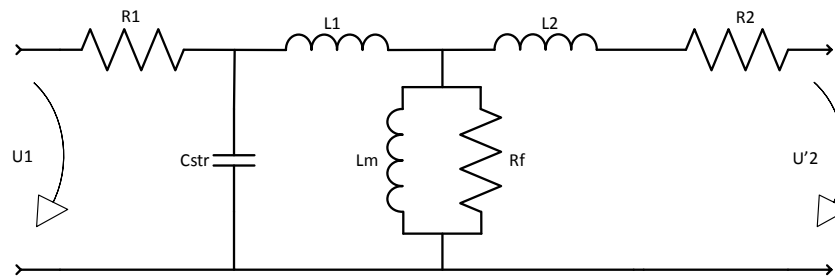
$$C_1 = C_{o1} + (1 - m^{-1})C_{o12} \quad (5)$$

$$C_2 = m^{-2}C_{o2} + m^{-1}(m^{-1} - 1)C_{o12} \quad (6)$$

$$C_{12} = m^{-1}C_{o12} \quad (7)$$

Do paralelo das capacidades parasitas com indutâncias (indutância de magnetização), podem ocorrer dois tipos de fenómenos ressonantes. Na ressonância em paralelo a impedância é muito elevada, idealmente infinita, embora não sendo destrutiva, impede o correto funcionamento da máquina. Para a ressonância série, a impedância é muito baixa e vai amplificar a componente harmónica correspondente a essa frequência, o que é indesejável pois provoca um sobreaquecimento pela excessiva corrente resultante do fenómeno ressonante [25], podendo danificar o isolamento ou até mesmo os condutores.

O esquema equivalente pode ser simplificado para duas capacidades parasitas ( $C_1$  e  $C_2$ ).  $C_{12}$  está associado à camada isolante entre o enrolamento do primário e secundário que apresenta uma espessura maior que o isolamento entre camadas de cada enrolamento. A queda de tensão entre as indutâncias de fugas é insignificante e, portanto, o efeito global dos três condensadores dispersos pode ser simplificada por um condensador estático equivalente ligado no enrolamento de alta tensão. O valor desta capacidade parasita total pode ser aproximadamente relacionada com paralelo de  $C_1$  e  $C_2$ , que podem ser somadas numa única capacidade parasita equivalente,  $C_{str}$ , como é mostrado na Figura 14 [24].

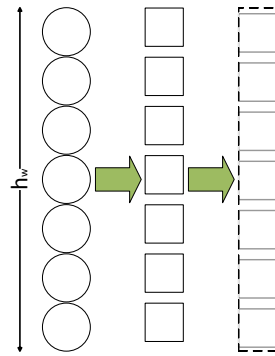


**Figura 14 – Esquema elétrico equivalente do transformador monofásico para altas frequências (simplificado).**

O cálculo dos parâmetros do esquema elétrico equivalente pode ser efetuado com maior ou menor precisão utilizando métodos analíticos. Estes métodos têm como fórmulas matemáticas as leis da física e modelos empíricos [26] que permitem uma maior simplicidade e rapidez computacional quando comparados aos modelos de elementos finitos e conduzem a resultados muito aproximados aos valores reais. Seguidamente serão apresentados os métodos resultantes da pesquisa.

## 2.2. Métodos para calcular perdas no cobre

Dowell [27] tentou provar analiticamente o cálculo da variação da resistência com a frequência. Para tal recorreu à aproximação das camadas do enrolamento com condutores de secção circular a folhas condutoras constituídas por condutores de secção quadrada com a mesma área de secção (Figura 15). O facto do fluxo de fugas depender da corrente leva a que também seja afetado pelo efeito pelicular, alterando o valor das indutâncias de fugas. Segundo as conclusões do autor, a utilização deste método é simples mas o valor do erro cometido é desconhecido. Posteriormente Nan e Sullivan [30], concluíram que o método de Dowell comete um erro até 60% em altas frequências. É um método que assume muitas aproximações e aplica às folhas condutoras fórmulas baseadas em condutores circulares. A curvatura dos condutores é desprezada, o que, apesar de não afetar a resistência DC, não acontece para os regimes alternados. Este método é baseado nas seguintes fórmulas e modelos matemáticos focados na geometria dos enrolamentos.



**Figura 15 – Transformação do condutor circular num condutor de secção quadrada com a mesma área.**

Para as perdas é usado o rácio entre a resistência para corrente alternada e a resistência para corrente contínua,  $F_R$  (equação (8)). Para um número de camadas do enrolamento  $p > 4$ ,  $F_R$  é dado pela expressão (9), sendo  $M'$  e  $D'$  a parte real das funções  $M$  e  $D$  expressas no Anexo B.

$$F_R = \frac{R_{AC}}{R_{DC}} \quad (8)$$

$$F_R = M' + \frac{(p^2 - 1)D'}{3} \quad (9)$$

Com este método é notório que a componente resistiva tem um crescimento exponencial com a frequência, dependendo também do número de camadas e da área da secção dos condutores que variam em função de  $|\propto^2 h^2| = 464 f \eta h^2$ . A constante numérica é um valor que varia com a temperatura devido à resistividade elétrica do cobre. A resistência para correntes contínuas é dada pela equação (10), (Anexo B), e os valores de  $R_1$  e  $R_2$  (tomam o valor de  $R_{AC}$ ) são calculados segundo a resistência em corrente contínua do respetivo enrolamento e multiplicados pelo correspondente fator  $F_R$ , ver equação (11).

$$R_{DC} = \frac{m \rho N_l^2 l_T}{\eta b h} = \frac{m \rho N_l l_T}{a h} = \rho \cdot \frac{\text{Comprimento total}}{\text{Secção de área do condutor quadrado}} \quad (10)$$

$$R_{AC} = R_{DC} \cdot F_R \quad (11)$$

O método proposto por Ferreira [29] veio trazer uma novidade com a ortogonalidade entre o efeito pelicular e o efeito de proximidade nos enrolamentos e ainda com a dependência geométrica da profundidade pelicular. Este método tenta colmatar parte dos problemas que o de Dowell apresenta através da introdução destas duas adaptações geométricas. O objetivo é corrigir falhas, tais como, a não inclusão da corrente de

magnetização (que resulta numa componente de campo magnético não paralela à superfície da folha condutora) e a aproximação do condutor de secção circular a um condutor de secção quadrada. O método exposto pelo autor utiliza uma configuração de um barramento de folhas condutoras onde circula uma corrente por unidade de largura,  $I_f$ , e um fluxo médio através da enésima camada,  $\eta\left(p - \frac{1}{2}\right)I_f$ . É também conhecido por método de função de *Bessel* [28] porque o cálculo é baseado em equações diferenciais de *Bessel* para condutores de secção transversal circular.

Da análise analítica da aproximação da ortogonalidade para folhas condutoras, é apresentado o fator de perdas do método de Dowell modificado por Ferreira na expressão (12), (mais em detalhe no Anexo C).

$$F_r(\xi(\eta)) = \left[ \frac{\sinh \xi(\eta) + \sin \xi(\eta)}{\cosh \xi(\eta) - \cos \xi(\eta)} + \eta^2 (2p - 1)^2 \frac{\sinh \xi(\eta) - \sin \xi(\eta)}{\cosh \xi(\eta) + \cos \xi(\eta)} \right] \quad (12)$$

A variável  $\eta^2$  deriva da solução analítica do condutor circular com isolamento para compensar a diminuição da força do campo magnético em camadas com um fator de preenchimento inferior a 1 [30].

Comparativamente ao método com funções de *Bessel*, para condutores circulares, o autor apresenta valores de erros que são maiores quanto maior a frequência e maior o número de camadas. Para  $p = 4$  e  $d/\delta = 10$ , a discrepância da solução do condutor de secção quadrada para o de secção circular é de 47%. O erro com as funções de *Bessel* pode ir até 150%, um valor bastante elevado quando se tem em conta o efeito de proximidade para altas frequências [30].

Tourkhani e Viarouge [31] alteraram o método Dowell para condutores tipo *Litz*, ou seja, para condutores de baixas perdas por correntes de *Foucault*. Tal como os métodos anteriores, para simplificar, o campo de fugas através das camadas é considerado constante e uniforme. Este método tem em consideração o campo entre os fios do condutor de *Litz*, pelo que é necessário analisar não só o campo magnético externo como também o campo interno (Anexo D). A resistência em regime alternado é dada pela equação (13) e varia segundo as equações diferenciais de *Bessel*. No método baseado em Dowell, os condutores são aproximados ao condutor de secção quadrada. Alterando o valor do diâmetro normalizado para uma altura normalizada da folha condutora ( $X$ ), tem-se uma expressão menos complexa (equação (13) e Anexo D).

$$R_{AC} = \frac{\sqrt{2}N\rho}{\pi\delta N_0 d_0} X \left( \varphi_1(X) + \left( \frac{m^2 - 1}{3} \right) \varphi_2(X) \right) \quad (13)$$

No domínio em corrente contínua ( $X \ll 1$ ), os modelos para enrolamentos (circulares e de folhas condutoras) apresentam resultados muito próximos. O mesmo não acontece para o domínio alternado em altas frequências ( $X \gg 1$ ), em que se obtêm valores maiores de  $K_D$  no modelo aproximado a uma folha condutora do que no modelo de condutores circulares.

Tourkhani e Viarouge desenvolveram ainda uma forma de obter o diâmetro ótimo dos fios que constituem a linha de *Litz*. O resultado obtido para a mínima perda nos enrolamentos tem o valor de  $K_D = 2$ . É um modelo baseado na exata análise de equações para enrolamentos circulares e inclui a distribuição do campo de fugas através dos espaços entre os condutores.

Robert *et al.* [32] aplicam um método bastante diferente dos anteriormente mencionados a transformadores com enrolamentos de folha condutora. Este método consiste num modelo semi-empírico que recorre a resultados fornecidos por várias simulações em elementos finitos para o cálculo analítico das constantes da expressão modificada do método de Dowell,  $F_R^*$ , em duas dimensões, representada nas equações (14) e (15).

$$F_R^* = X^* \frac{\sinh 2X^* + \sin 2X^*}{\cosh 2X^* - \cos 2X^*} + 2X^* \left( \frac{\tau^2 - 1}{3} \right) \frac{\sinh X^* - \sin X^*}{\cosh X^* + \cos X^*} + \zeta X^* \quad (14)$$

$$X^* = X \sqrt{\zeta} \quad (15)$$

É adicionado à fórmula  $F_R$  um terceiro termo  $\zeta X^*$  que diz respeito a perdas suplementares, por efeito de pontas, em folhas condutoras com uma espessura normalizada de  $X < 1$ . O método usa como parâmetros empíricos  $\zeta$ ,  $\varsigma$  e  $\tau$  para ajuste da curva  $F_R - X$ . Estes dados empíricos são calculados em função dos valores resultantes da simulação em elementos finitos que, como desvantagem, necessitam de muito tempo e um grande poder computacional, o que limita a sua utilização em ambiente industrial. Nas conclusões obtidas pelos autores é referenciado o facto de o erro entre o novo método e o de Dowell ser negativo ( $F_R < F_R^*$ ), porque são feitas aproximações que subestimam o valor real da resistência nos enrolamentos. O erro, com a precisão da análise em duas dimensões do campo, não excede os 10%, sendo esse um ótimo valor e demonstra uma melhor aproximação dos resultados.

Esta fórmula, no entanto, está limitada a um enrolamento do tipo folha constituído por uma camada localizada entre o zero e o máximo da força magnetomotriz. A análise qualitativa da equação (14) pode ser aplicada a outro tipo de enrolamentos.

No trabalho de Nan e Sullivan [33] e [30], tal como no estudo de Robert *et al.* [32], o objetivo definido foi a utilização de um conjunto de valores simulados, através de métodos de elementos finitos (FEM), para serem aplicados numa fórmula modificada baseada no método de Dowell e de Ferreira. Esta fórmula pretende reduzir o erro nas perdas por efeito de proximidade. Trata-se de mais um método semi-empírico utilizado no cálculo das perdas nos enrolamentos com a frequência. O primeiro método de Nan e Sullivan [30] tem como base um grande número de simulações a duas dimensões em FEM, para um conjunto finito de condutores circulares, variando a distância entre camadas e o espaçamento entre espiras. No total foram obtidas 3600 soluções para o cálculo dos parâmetros a usar na fórmula modificada. São evidenciadas algumas diferenças entre as equações usadas em Dowell e em Ferreira. Os resultados destes dois métodos são muito próximos em baixas frequências ( $d \ll \delta$ ) e diferem cerca de 4.7%, em altas frequências ( $d \gg \delta$ ). Dowell subestima as perdas enquanto Ferreira sobrestima-as. Dowell tem um erro menor quando o fator de preenchimento é maior, enquanto Ferreira tem maior precisão quando os condutores estão mais afastados. O aumento da distância entre condutores vai reduzir o efeito de proximidade. O segundo termo da equação (12) corresponde às perdas por efeito de proximidade, sendo que, com as modificações de  $\hat{G}$  obtém-se uma nova expressão representada pela equação (16), (demonstrado no Anexo E). Esta alteração da fórmula de Dowell incide apenas no efeito de proximidade mas, de acordo com os autores [33], a aplicação desta fórmula é mais generalizada que a expressão (14) utilizada para a resistência em regime alternado. No entanto, é adicionado mais um termo à expressão (16), devido ao *overshoot* nos resultados simulados. A função responsável por isso é também ela dependente dos dados empíricos da simulação, como  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $n$ ,  $w$  e  $b$ .

$$\hat{G}^i = (1-w)k_1\sqrt{k_2}X \frac{\sinh\sqrt{k_2}X - \sin\sqrt{k_2}X}{\cosh\sqrt{k_2}X + \cos\sqrt{k_2}X} + w\hat{d}(X) \quad (16)$$

Em 2004 surge um novo modelo simplificado [33]. As principais melhorias são a maior precisão para uma ampla gama de frequências para qualquer dimensão e geometria dos condutores. Além disso este novo modelo não necessita de uma tabela de valores

empíricos tão extensa (Tabela A.1, Anexo E). O fator do efeito de proximidade ( $\hat{G}'$ , equação (17)), é decomposto em duas partes: uma designada por função de Dowell modificada ( $\hat{G}_1$ , equação (18)) e outra denominada de *dual-slope* ( $\hat{G}_2$ , equação (19)).

$$\hat{G}' = (1-w)\hat{G}_1(X) + w\hat{G}_2(X) \quad (17)$$

$$\hat{G}_1(X) = \frac{3\pi}{16} k^{-3} X \frac{\sinh(kX) - \sin(kX)}{\cosh(kX) + \cos(kX)} \quad (18)$$

$$\hat{G}_2(X) = \frac{\pi}{32} \frac{X}{(X^{-3} + b^3)} \quad (19)$$

Os valores das variáveis empíricas  $w$ ,  $k$ ,  $b$  dependem do espaço entre camadas ( $b/d$ ) e entre condutores ( $v/d$ ). Na Tabela A.1 do Anexo E são caracterizados os valores empíricos utilizados para o cálculo. Os erros resultantes para qualquer tipo de geometria e para elevadas frequências é inferior a 4% enquanto em baixas frequências o erro fica no máximo em 4.7%, constituindo valores aceitáveis para uma utilização generalizada. Este método apenas afeta uma parte do valor global da resistência  $R_1$  e  $R_2$ . De forma geral, caracteriza o segundo termo da função de variação Dowell ( $F_r$ , equação (12)) com um erro inferior.

### 2.3. Indutância de fugas

Para núcleos sem entreferro, o valor da indutância de fugas depende de vários fatores tais como a distância entre enrolamento/camadas, a permeabilidade dos espaços de fugas, o fator de acoplamento e o efeito de *Foucault*, o que significa que varia também em função da frequência e até da disposição dos enrolamentos [34].

Dowell faz referência, no seu trabalho, às indutâncias de fugas e relaciona a sua variação com a frequência, tendo em conta as correntes de *Foucault* nos enrolamentos. São poucos os métodos que analisam estes parâmetros e o seu comportamento a variações de frequência. Da mesma forma que acontece para as perdas, a indutância de fugas em baixas frequências é simples de calcular e depende da geometria do transformador. Em regimes de BF a indutância de fugas é dada pela energia armazenada no campo entre todas as camadas. Analogamente a  $F_R$ ,  $F_L$  vai depender da parte imaginária das funções  $M$  e  $D$  (funções definidas no Anexo F).

As indutâncias de fugas  $L_{l1}$  e  $L_{l2}$  são definidas pelo valor da indutância de fugas em BF ( $L_{l\_DC}$ ) e o fator de fugas ( $F_L$ ), conforme as expressões (20) e (21), aplicadas a cada enrolamento.

$$L_{l\_AC} = L_{l\_DC} \left\{ \frac{3M'' + (m^2 - 1)D''}{m^2 |\alpha^2 h^2|} \right\} \quad (20)$$

$$L_{l\_AC} = L_{l\_DC} F_L \quad (21)$$

O fator de perdas da indutância, neste modelo, tem uma parte imaginária que decresce com a frequência, o que significa que a indutância de fugas vai ser menor para altas frequências.

O valor da indutância de fugas para regimes contínuos depende fortemente da distribuição do campo magnético e da sua variação ao longo dos enrolamentos. Uma grande parte dos autores, como aproximação, consideram esta variação linear. Hernandez *et al.* [35] fazem o estudo da indutância de fugas para o transformador de geometria toroidal. A indutância de fugas é obtida pela integração numérica de toda a energia armazenada no campo magnético, e é tanto maior quanto maior for o espaçamento entre enrolamentos e o aumento da permeabilidade magnética nos enrolamentos. Assim Hernandez *et al.* concluem que, para valores baixos de frequência, são previsíveis erros abaixo de 4%. A expressão obtida para a indutância de fugas na geometria toroidal é dada pela equação (22). Em que  $\eta_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  e  $\phi_i$  são coeficientes definidos na Tabela A.2 do Anexo G.

$$L_{l\_DC\_toróide} = \sum_{i=1}^5 \frac{N^2 \mu_0}{2\pi} \eta_i (\alpha_i + \phi_i g + \beta_i b) \quad (22)$$

Wilson e Brown [34] recorrem também à equação de Dowell e a simulações em elementos finitos para testar modelos. No modelo analítico (Dowell) foi obtida a melhor aproximação relativamente aos valores medidos para um fator de preenchimento de  $\eta=0.5$ . A indutância em BF é baseada na geometria de um núcleo tipo *shell* e *core*, expressa pela equação (23).

$$L_{l\_DC\_core} = \frac{2\pi\mu_0 N_l^2}{h} \left[ b_1 \left( \frac{r_0}{3} + \frac{b_1}{4} \right) + \delta \left( r_0 + b_1 + \frac{\delta}{2} \right) + b_2 \left( r_0 + b_1 + \delta + \frac{b_2}{12} \right) \right] \quad (23)$$

Em testes, Wilson e Brown [34] mostram que o método analítico tem limitações em AF. Para colmatar esta discrepância Wilson e Brown propõem uma alteração ao nível



das indutâncias de fugas no esquema elétrico equivalente. A nova configuração apresenta uma indutância de AF ( $L_{hf}$ ) em série com o paralelo de uma indutância para baixas frequências ( $L_{DC}$ ) e uma resistência de perdas ( $R_{loss}$ , Figura 16) [34].

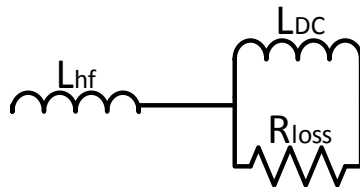


Figura 16 – Esquema de fugas modificado.

Os valores destes parâmetros baseiam-se na curva de relação indutância-frequência simulada em FEM e medida em testes práticos [34]. O valor de  $L_{hf}$  é obtido quando a curva estabiliza num regime de altas frequências.  $L_{DC}$  é resultado da diferença entre o valor da indutância em BF com AF. O valor da resistência de perdas do condutor  $R_{loss}$ , devido ao efeito pelicular, é calculado com a constante de tempo, de um circuito RL, para uma profundidade pelicular correspondente a metade do raio do condutor (Anexo H). Na Figura 17 são identificados  $L_{low}$  e  $L_{hf}$ . Deste modo, o esquema elétrico equivalente para altas frequências considerado pelos autores para o estudo da indutância de fugas fica modificado de acordo com o modelo apresentado na Figura 18 [34].

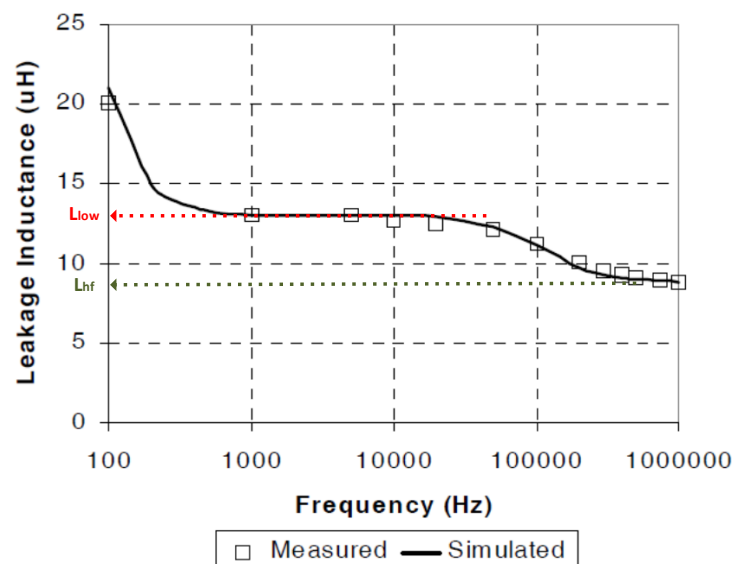


Figura 17 – Curva da variação da indutância com a frequência.

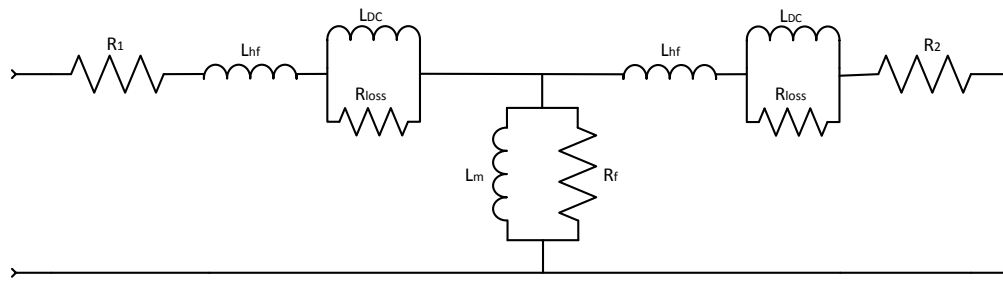


Figura 18 – Esquema elétrico para o modelo modificado de indutâncias de fugas para AF [34].

Obtém-se um método modificado dependente das medições do transformador ou das simulações em elementos finitos. Conclui-se que com este método o aumento da frequência provoca um acrescido valor de perdas devido à reactância ( $X_{DC}$ ), equação (24), causando a circulação de uma maior corrente por  $R_{loss}$ .

$$X_{DC} = \omega L_{DC} \quad (24)$$

A variação da indutância de fugas em função da frequência é um fenómeno pouco abordado pelos autores e sem soluções simples, sendo a maioria das soluções baseadas no método de Dowell o que origina sempre um erro acrescido numa análise em AF.

## 2.4. Capacidades parasitas

Retomando o esquema equivalente apresentado na Figura 13 com as capacidades parasitas, a energia armazenada no campo depende da tensão numa determinada área de integração. Teoricamente a energia armazenada é a mesma, quer para a bobinagem do tipo padrão quer para a do tipo invertida (equação (25) e Anexo I). A capacidade da camada é superior  $4/3$  no método padrão relativamente ao método invertido, equações (26) e (27), respetivamente.

$$W_{E,II} = \frac{C_0}{2h} \int_0^w V_{II}^2(x) dx = \frac{C_{camada} V_w^2}{2} \quad (25)$$

$$C_{camada} = \frac{C_0}{3} \quad (26)$$

$$C_{camada} = \frac{C_0}{4} \quad (27)$$

Biela e Kolar [5], desenvolveram trabalho de investigação no sentido de encontrar o método mais apropriado para o cálculo da capacidade estática parasita entre duas camadas. A seleção foi feita entre os cinco modelos por eles apresentados, dois dos quais

são simples aproximações a um condensador de placas planas paralelas (Figura 19.a) e coaxial cilíndrico (Figura 19.b), sendo os restantes três respeitantes a modelos analíticos. A validação dos resultados é conseguida para um condutor do tipo *Litz* em elementos finitos. Os métodos aplicados desprezam o efeito da capacidade entre espiras, apesar da capacidade entre camadas depender desse valor ( $C_{tt}$ ). No cálculo das capacidades estáticas é considerado que a diferença de potencial é invariável ao longo de toda a camada, desprezando-se também o efeito de pontas (*edge*).



Figura 19 – Geometria do condensador: (a) placas planas paralelas; (b) coaxial cilíndrico.

A aproximação a placas planas paralelas é o método mais simples de estudar. A dependência da distância entre placas é um parâmetro de difícil precisão, consoante as camadas de espiras estão sobrepostas de forma ortogonal (Figura 20) ou em ortocíclico (*orthocyclic*, Figura 21). A distância efetiva entre “placas” é apresentada no Anexo J para tipo ortogonal e ortocíclico. A expressão do condensador de placas planas paralelas é representada pela equação (28), em que a permitividade relativa equivalente entre os elétrodos é dada pela expressão (29) relacionando as permitividades do ar e do isolamento.

$$C_{0,plan} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,m} \frac{hl}{d_{eff}} \quad (28)$$

$$\varepsilon_{r,m} = \frac{\varepsilon_D \varepsilon_0 (t + g)}{\varepsilon_0 t + \varepsilon_D g} \quad (29)$$

O modelo do condensador cilíndrico é fácil de aplicar de forma generalizada em transformadores. A aproximação é tanto melhor quanto mais cilíndrica for a geometria do transformador. A expressão analítica para o condensador cilíndrico é mostrada na equação (30) e complementada com a expressão (31). No entanto, o método utilizado para calcular as capacidades parasitas para placas planas paralelas pode ser aplicado em outras geometrias.

$$C_{0,cilind} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r,m} 2\pi h}{\ln \left( \frac{R_{1,cilind} + d_{eff}}{R_{1,cilind}} \right)} \quad (30)$$

$$R_{1,cilind} = \frac{r_i + r_e - d_{eff}}{2} \quad (31)$$

Dos três modelos analíticos utilizados para calcular estas capacidades parasitas um é para espiras ortogonais entre camadas e os restantes são para espiras ortocíclicas. Os modelos analíticos são baseados no cálculo da energia armazenada pelo campo elétrico, que atravessa os dielétricos entre eléctrodos numa célula base (região de análise em simulação, assinalada a verde na Figura 20, Figura 21 e Figura 22). No caso ortogonal a célula base considerada é do tipo retangular, como ilustrado na Figura 20, e a máxima capacidade é obtida para um ângulo de aproximadamente  $90^\circ$ , como se verifica através da maior densidade das linhas de campo para esse ângulo.

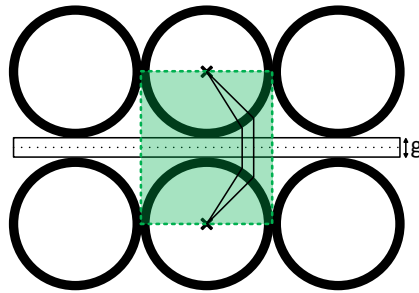
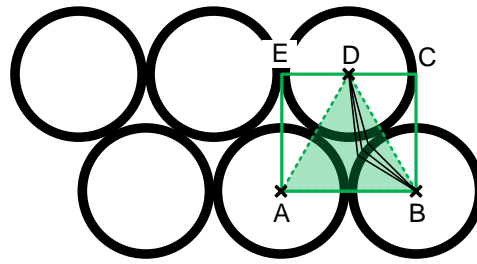


Figura 20 – Cálculo analítico de campo para enrolamentos ortogonais.

A expressão analítica para o caso ortogonal é representada pela equação (32), sendo que os valores dos coeficientes  $A$  e  $B$  estão definidos no Anexo K.

$$C_{0,ortogonal} = \frac{\varepsilon_0 z l}{1 - \frac{t}{\varepsilon_D r_e}} \left( A + \frac{1}{8\varepsilon_D} \left( \frac{2t}{r_e} \right)^2 \frac{B}{1 - \frac{t}{\varepsilon_D r_e}} \right) \quad (32)$$

O primeiro modelo analítico para enrolamentos tipo ortocíclico é dado pela aproximação de *Koch* [5], que refere que as linhas de campo elétrico correspondem de forma idêntica às linhas simuladas em FEM. A capacidade entre duas camadas é calculada pela comparação da energia armazenada na célula básica com formato de dois pequenos triângulos (A-D-E e B-C-D), ver Figura 21.



**Figura 21 – Cálculo analítico de campo para enrolamentos ortocíclicos.**

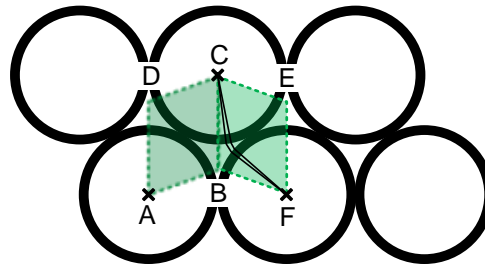
A expressão aplicada a este modelo geométrico é apresentada na equação (33).

$$C_{H,K} = 2\varepsilon_0 \left( m_L + \frac{2g_0}{\varepsilon_D d^2} (d - 2g_0) m_D \right) \quad (33)$$

O modelo descrito pode ser utilizado em junção com uma permissividade relativa empírica introduzida por Albach e Lauter [36], dada pela equação (34), com o objetivo de introduzir uma melhor aproximação entre os cálculos e medições.

$$\varepsilon_D = 2.5 + \frac{0.7}{\sqrt{2r_i}} \quad (34)$$

O segundo modelo analítico para enrolamentos ortocíclicos é bastante similar ao anterior (*Koch*), exceto no caminho exato das linhas de fluxo elétrico. A forma da célula básica é apresentada na Figura 22, sendo composta por dois losangos (A-B-C-D e B-F-E-C).



**Figura 22 – Segundo cálculo analítico do campo para enrolamentos ortocíclicos.**

Para o cálculo das capacidades parasitas entre duas camadas com o segundo modelo ortocíclico é aplicada a equação (35).

$$C_{0,orthocyclic2} = z\varepsilon_0 l \frac{4\varepsilon_r \tan^{-1}(\sqrt{3}-1) \left( 2\varepsilon_r + \ln \frac{r_e}{r_i} \right) / (\sqrt{3}-1) \sqrt{\ln \frac{r_e}{r_i} \left( 2\varepsilon_r + \ln \frac{r_e}{r_i} \right)}}{\sqrt{2\varepsilon_r \ln \frac{r_e}{r_i} + \left( \ln \frac{r_e}{r_i} \right)^2}} \quad (35)$$

No cálculo das capacidades, Dalessandro *et al.* [10] considera que o campo elétrico ( $E$ ) é independente da taxa de variação da indução magnética ( $B$ ) ao longo do tempo. Portanto, é um campo elétrico estático (variação nula)  $\partial \dot{D} / \partial t \approx 0$ , em que  $\dot{D}$  é a densidade de campo elétrico. Apenas a carga à superfície dos elétrodos é considerada para uma distribuição uniforme de tensão ao longo das espiras, todas com o mesmo comprimento. A capacidade de uma espira é dada pela equação (36) quando satisfeito o laplaciano do campo potencial,  $\nabla^2 V = 0$ . Desenvolvendo o integral em função do volume é obtida a equação (37).

$$C_{\text{espira}} = \frac{1}{\Delta V^2} \int_V \varepsilon E^2 dV \quad (36)$$

$$C_{\text{espira}} = \varepsilon \frac{2\pi}{\ln d/d_i} \quad (37)$$

Os resultados obtidos da expressão (37) são sobrestimados, porque na realidade a distribuição das linhas de campo elétrico não é uniforme em torno do condutor, sendo mais denso entre elétrodos (condutores) e menos densos nos restantes espaços. Para o cálculo da capacidade entre espiras os autores selecionaram duas abordagens distintas: o método de Koch ( $C_{t,K}$ ) e método de Massarini ( $C_{t,M}$ ) dados pelas expressões (38) e (39), respetivamente (em maior detalhe no Anexo L).

$$C_{t,K} = 2\varepsilon_0 \left( m_L + \frac{2t}{\varepsilon d^2} (d-t) m_D \right) \quad (38)$$

$$C_{t,M} = \varepsilon \theta^* \ln^{-1} \left( \frac{d}{d_i} \right) + \varepsilon_0 \cot \frac{\theta^*}{2} - \varepsilon_0 \cot \frac{\pi}{12} \quad (39)$$

A capacidade estática da camada depende das capacidades entre espiras e entre a janela eletrostática. A expressão para o valor da capacidade estática entre camadas é dependente do número de espiras e capacidades entre espiras (equação (40)).

$$C_{II} = \frac{z(z+1)(2z+1)}{6z^2} I C_{II} \quad (40)$$

No caso das espiras estarem pouco espaçadas entre si, e de modo a reduzir o esforço computacional para um grande número de camadas, Dalessandro *et al.* aproximam o modelo a um condensador coaxial cilíndrico, apresentado pela equação (30). A distância efetiva entre camadas ( $d_{\text{eff}}$ ) assumida neste caso, é definida pelos valores do diâmetro interno e externo do condutor ( $d_i$  e  $d$ , respetivamente). No cálculo de  $d_{\text{eff}}$  utiliza-se uma aproximação

empírica, traduzida pela equação (41), para colmatar possíveis erros devido a valores elevados de espaçamento entre as camadas.

$$d_{eff} = 1.26d - 1.15d_i \quad (41)$$

Por fim, para um determinado número de camadas  $p$ , o valor total da capacidade do enrolamento, tendo em conta a interação entre espiras e camadas, é definido pela expressão matemática (42). Tanto  $C_{1o}$  como  $C_{2o}$  são calculados pela expressão (42) aplicada ao respetivo enrolamento.  $C_1$  e  $C_2$  do esquema elétrico equivalente (Figura 13) são calculados com a aplicação das equações (5) e (6).

$$C_S = C_{II} (p-1) \left( \frac{2}{p} \right)^2 \quad (42)$$

As expressões (43) e (44) são aplicadas para o caso da distribuição de tensão ser constante ao longo das camadas. Como resultado é obtida uma capacidade inferior que depende do rácio de tensão entre camadas de espiras. Para uma distância entre eléctrodos muito inferior à altura da janela, a capacidade da camada é aproximada à equação (43) e na situação de tensão constante (bobinagem do tipo *flyback*) a capacidade da camada é simplificada pela série das capacidades de espira (equação (44)).

$$C_{AB} = \frac{C_{II}}{3} (z-1)^2 \quad (43)$$

$$C_{AB} = \frac{C_{II}}{z-1} \quad (44)$$

Os erros obtidos em Dalessandro *et al.* foram inferiores a 20% nos testes efetuados em três transformadores distintos. Conclui-se que dois fatores são responsáveis pelo erro obtido: a distância entre camadas de espiras e o rearranjo entre as mesmas, se ortogonal ou ortocíclico.

## 2.5. Perdas no núcleo

As propriedades elétricas e magnéticas não ideais do material utilizado para núcleo magnético são responsáveis por perdas. As perdas no núcleo são principalmente a soma das perdas histeréticas com as perdas resultantes da circulação de correntes de *Foucault*. No caso das perdas de *Foucault*, o núcleo pode ser considerado como um condutor de resistividade elevada e finita. Se o núcleo não for laminado, caso mais comum em

transformadores de alta frequência, este será fortemente afetado pelo efeito pelicular, sendo vantajoso que a secção útil de condução seja a menor possível, com resultado numa maior resistividade. As perdas por histerese dependem da frequência, verificando-se um aumento da energia dissipada na magnetização do núcleo com a subida da frequência da onda fundamental. Este fenómeno pode ser analisado através da relação  $B-H$  (curva de histerese) e depende das características magnéticas do material atravessado pelo fluxo magnético. O material magnético tem limitações físicas que condicionam o seu funcionamento em regimes AF. Uma das limitações é a viscosidade magnética ou fator de desacomodação (DF) [37], que caracteriza o atraso que os domínios magnéticos levam a rearranjarem-se no sentido do campo magnético  $H$ . O fator de desacomodação na magnetização é calculado com base em valores conhecidos da permeabilidade para instantes de tempos de funcionamento diferentes, de acordo com as equações (45) e (46).

$$dis_{coef} = \frac{\mu_{i1} - \mu_i(t)}{\mu_{i1} \log\left(\frac{t}{t_1}\right)} \quad (45)$$

$$DF = \frac{dis_{coef}}{\mu_{i1}} \quad (46)$$

Como consequência, o atraso dos domínios em relação à frequência, vai provocar um aumento da coercividade e maiores perdas por histerese num regime de elevada frequência. A Figura 23.a mostra a forma da curva histerética para várias frequências. Nota-se uma maior área para elevadas frequências de funcionamento. Também a temperatura vai alterar a permeabilidade do material, que tende a ser menor, e como consequência o valor da saturação da curva de histerese será mais baixo (Figura 23.b).

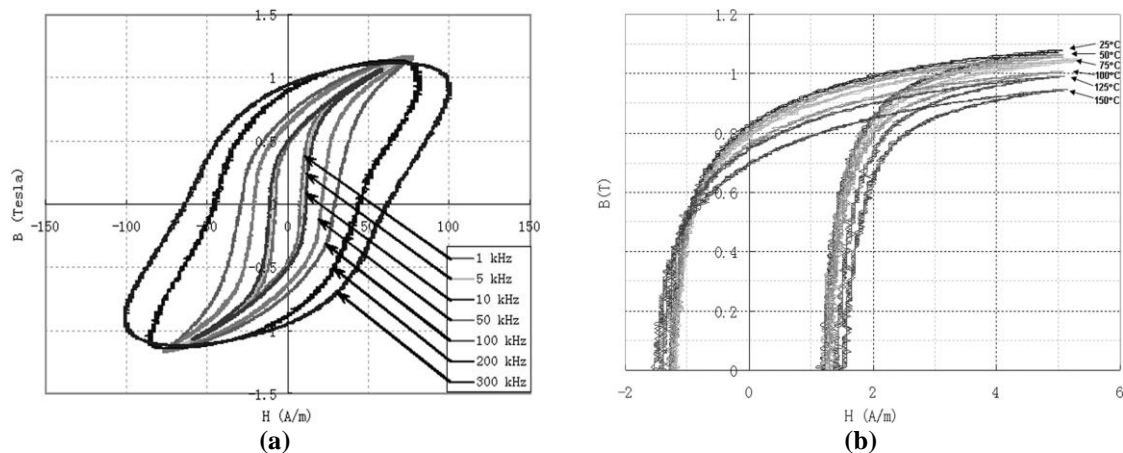


Figura 23 – Variação da curva de histerese com: (a) a frequência; (b) a temperatura [38].



A permeabilidade relativa pode ser decomposta em componente real ( $\mu'$ ) e componente imaginária ( $\mu''$ ), equação (47).

$$\mu = \mu' - j\mu'' \quad (47)$$

Enquanto a componente imaginária é traduzida em perdas no material magnético, a componente real está associada a uma indutância de magnetização. No estudo realizado por Cuellar *et al.* [39], é analisada a permeabilidade magnética de indutores com núcleo de ferrite, sendo o cálculo da permeabilidade complexa feito com o auxílio de aparelhos de medida de impedância. A impedância em função da frequência é relacionada com a permeabilidade complexa através dos parâmetros geométricos dos enrolamentos. As expressões (48) e (49) representam o modo para a obtenção da permeabilidade magnética complexa [39].

$$\mu' = \frac{2\pi X_{mea}(f)}{\omega N^2 \mu_0 h \ln\left(\frac{d}{d_i}\right)} \quad (48)$$

$$\mu'' = \frac{2\pi R_{mea}(f)}{\omega N^2 \mu_0 h \ln\left(\frac{d}{d_i}\right)} \quad (49)$$

Li *et al.* [40] apresentam uma expressão que relaciona as duas componentes da permeabilidade magnética complexa para o cálculo das perdas no núcleo por histerese, usando a equação (50).

$$P_v = \frac{\pi f \mu_r'' B_{sat}^2}{\mu_0 (\mu_r' + \mu_r'')} \quad (50)$$

O método da separação das perdas apresentado em [41] e [42], calcula as perdas no núcleo através da soma de três componentes: perdas estáticas por histerese, perdas dinâmicas por correntes parasitas e perdas por excesso de correntes parasitas (*Foucault*), segundo a expressão (51). Este último termo, por excesso de corrente, foi adicionado posteriormente para baixar os erros obtidos por vários autores (compreendidos entre 200% e 2000%). As perdas por histerese são determinadas apenas pelo valor da densidade de fluxo máximo e frequência (equação (52)). A forma de onda não é tida em conta na expressão. As perdas dinâmicas por correntes parasitas são calculadas introduzindo a resistividade do material magnético (equação (53)). O excesso de corrente, relacionado com a grandeza  $P_e$ ,

é uma componente artificial aplicável a um amplo leque de materiais magnéticos (equação (54)).  $C_1$  é uma constante que caracteriza o material do núcleo.

$$P_v = P_h + P_c + P_e \quad (51)$$

$$P_h = f \int H \cdot dB \quad (52)$$

$$P_c = \frac{(f \pi B_{sat} d_{espessura})^2}{6\rho} \quad (53)$$

$$P_e = C_1 (B_{sat} f)^{3/2} \quad (54)$$

As perdas no núcleo neste tipo de máquinas são maioritariamente devido a perdas por histerese. Vários autores estudam e utilizam fórmulas empíricas para obtenção dos parâmetros da máquina. Charles P. Steinmetz foi responsável pela criação de uma expressão que calcula as perdas no núcleo através dos parâmetros do material, representados por  $k$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  [38], [42] e [43].

A equação de Steinmetz (55) destaca-se pela simplicidade de cálculo, sendo os valores de  $k$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  fornecidos pelo fabricante de material ferromagnético. No entanto, a sua aplicação é limitada a uma gama de frequências ( $f$ ) e indução magnética ( $B$ ), visto que os parâmetros do material variam com estas características. A maior restrição da equação de Steinmetz é a sua aplicação apenas para excitações sinusoidais. Existem estudos que tentam aproximar e generalizar os valores do modelo de Steinmetz aos resultados práticos para ondas não sinusoidais.

$$P_{core} = k f^\alpha \hat{B}^\beta \quad (55)$$

Métodos baseados na equação de Steinmetz:

- GSE – *Generalized Steinmetz Equation*;
- iGSE – *Improve Generalized Steinmetz Equation*;
- MSE – *Modified Steinmetz Equation*;
- NSE – *Natural Steinmetz Equation*;
- WcSE – *Waveform-coefficient Steinmetz Equation*.

Os melhoramentos e modificações desta expressão, que mais se destacam numa boa aproximação das perdas para outros tipos de formas de onda, são iGSE e WcSE. O iGSE é um melhoramento do método GSE que proporciona uma maior precisão nos resultados finais. A equação (56) define o modelo iGSE.

$$P_v = \frac{1}{T} \int_0^T k_i \left| \frac{dB}{dt} \right|^\alpha (\Delta B)^{\beta-\alpha} dt \quad (56)$$

Em [44] a expressão de  $k_i$  para fluxos lineares por partes (PWL), é simplificada como mostra a equação (57) e aproximada à expressão (58).

$$k_i = \frac{k}{(2\pi)^{\alpha-1} \int_0^{2\pi} |\cos \theta|^\alpha 2^{\beta-\alpha} d\theta} \quad (57)$$

$$k_i = \frac{k}{2^{\beta+1} \pi^{\alpha-1} \left( 0.2761 + \frac{1.7061}{\alpha + 1.354} \right)} \quad (58)$$

O coeficiente de perdas do material ( $k$ ) corresponde às perdas por unidade de massa ( $W/kg$ ), o parâmetro  $\alpha$  é o expoente da frequência de magnetização, representando o declive da relação entre as perdas do núcleo e frequência numa escala logarítmica (Figura 24.b), e  $\beta$  representa o expoente da densidade de fluxo definido pelo declive da curva perdas *versus* densidade de fluxo (Figura 24.a). Ambos os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  são estimados para um valor fixo de frequência.

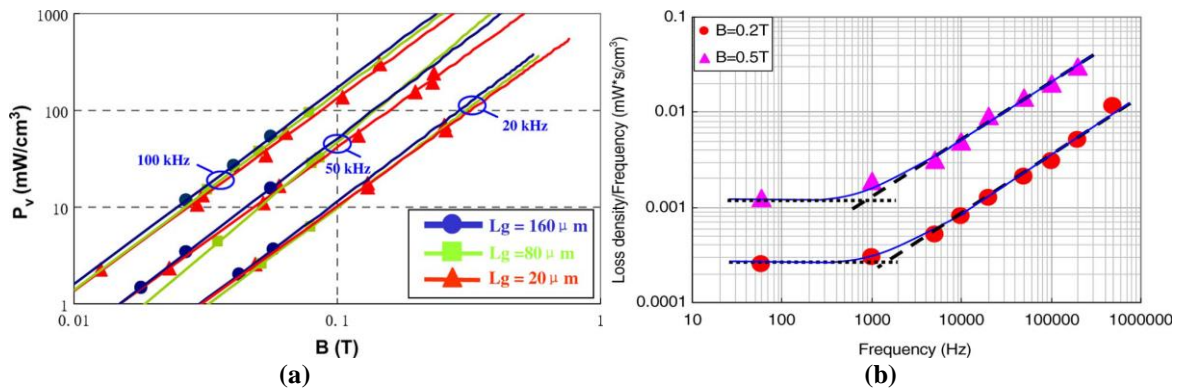


Figura 24 – Curvas de variação das perdas com a: (a) indução magnética; (b) frequência.

De acordo com Muhlethaler *et al.* [43], o problema das perdas no núcleo pode ser agravado pela existência de um *offset* no campo magnético. A componente contínua no campo vai incidir fortemente na grandeza  $k_i$  e de forma ligeira em  $\beta$  que, por sua vez, influenciam negativamente as perdas por histerese. O método iGSE é independente do *offset* do campo magnético, resultando num erro acrescido para situações em que a componente DC é considerável. Os autores caracterizam as perdas no núcleo de um transformador alimentado por uma forma de onda de tensão quadrada (fluxo magnético com onda triangular simétrica) de acordo com a expressão (59).

$$P_v = k_i (2f)^\alpha \Delta B^\beta \quad (59)$$

A WcSE é abordado por Shen *et al.* [38], com uma metodologia simples e prática. Definem um coeficiente de forma de onda que relaciona a densidade de fluxo para uma determinada forma de onda com a densidade de fluxo de uma onda sinusoidal. É um método que funciona bem para uma determinada gama de frequências e pode ser aplicado a vários tipos de materiais diferentes. No estudo efetuado para os metais nanocristalinos abaixo dos 10 kHz as perdas por histerese são predominantes, tornando as perdas independente da forma de onda [38]. Acima dos 500 kHz a penetração do efeito pelicular gera uma diferença de densidade de perdas. Assim, este método só é válido quando a distribuição da densidade de perdas por correntes parasitas no núcleo é uniforme e apresenta um baixo valor de profundidade pelicular. Para estas condições o valor do coeficiente de forma de onda do fluxo (FWC) é aproximadamente constante.

As expressões utilizadas, para a obtenção do coeficiente FWC, são para a forma de onda da tensão de alimentação quadrada (é o caso mais comum em eletrónica de potência). A energia da densidade de fluxo magnético para as ondas sinusoidais e quadradas são calculadas e apresentadas no Anexo M. O coeficiente  $FWC_{sq}$  é representado pela expressão (60), definindo no método WcSE para a forma de onda quadrada (equação (61)). Este método depende da densidade de fluxo. Para densidades baixas de saturação as perdas resultantes serão pouco aproximadas ao valor real.

$$FWC_{sq} = \frac{W_{sq}}{W_{sin}} = \frac{\pi}{4} \quad (60)$$

$$P_v = FWC_{sq} k f^\alpha \hat{B}^\beta \quad (61)$$

A equação modificada de Steinmetz (MSE) [42], é mais uma extensão do modelo empírico de Steinmetz a formas de ondas não sinusoidais através do desenvolvimento dos modelos dinâmicos da histerese. Depende de uma frequência equivalente caracterizada por um parâmetro físico de perdas ( $dM/dt$ ) proporcional à variação da indução magnética,  $dB/dt$ , dado pela equação (62).

$$f_{eq} = \frac{2}{\Delta B^2 \pi^2} \int_0^T \left( \frac{dB}{dt} \right)^2 dt \quad (62)$$

Similar à SE, a energia dissipada em cada ciclo de remagnetização é determinado usando a frequência equivalente (equação (63)). Se as perdas forem repetidas com um

período  $T$ , as perdas totais são, em regime permanente, representados pela expressão (64). Este método tem em conta o efeito do *offset* na magnetização através da modificação de  $k_m$ . A modificação deste coeficiente para o caso de existirem componentes contínuas consideráveis no campo magnético influencia positivamente os resultados. A modificação de  $k_m$  é apresentada na fórmula empírica (65).

$$W_v = k_m f_{eq}^{\alpha-1} \hat{B}^\beta \quad (63)$$

$$P_v = \left( k_m f_{eq}^{\alpha-1} \hat{B}^\beta \right) f \quad (64)$$

$$k_m = k \left( 1 + k_1 B_{DC} e^{(-B_{AC}/k_2)} \right) \quad (65)$$

Os coeficientes  $k_1$  e  $k_2$  são obtidos para diferentes frequências e magnetizações que descrevem a dependência e influência do material da pré-magnetização. A expressão das perdas para uma onda triangular de magnetização (onda quadrada de alimentação) pode ser simplificada, como se verifica na equação (66), em que  $T$  é o período da onda de alimentação e  $D$  corresponde ao *duty cycle*.

$$P_{v\_sq} = k \frac{1}{T} \left( \frac{2}{\pi^2} \frac{4}{D} \right)^{\alpha-1} B_0^\beta \quad (66)$$

Reinert *et al.* [42] não mencionam quaisquer valores relativamente a erros desta aproximação.

No trabalho desenvolvido por Bossche *et al.* [45], é abordado o método NSE. Uma forma “natural” de incluir a dependência da frequência nas perdas do núcleo é incluir uma dependência com a variação do fluxo magnético  $dB/dt$ , com o parâmetro de perdas  $\alpha$ . No caso de ondas sinusoidais, a expressão para a extensão natural de Steinmetz é dada pela equação (67). Para formas de onda quadradas da tensão, a expressão de perdas relaciona-se com o *duty cycle* da onda e com o parâmetro  $\alpha$ , através da expressão (69).

$$P_v = \left( \frac{\Delta B}{2} \right)^{\beta-\alpha} \frac{k_N}{T} \int_0^T \left| \frac{dB}{dt} \right|^\alpha dt \quad (67)$$

$$k_N = \frac{k}{(2\pi)^{\alpha-1} \int_0^{2\pi} |\cos \theta|^\alpha d\theta} \quad (68)$$

$$P_v = k_N (2f)^\alpha (\Delta B)^\beta \left( D^{1-\alpha} + (1-D)^{1-\alpha} \right) \quad (69)$$

Os autores comparam o método NSE com MSE com um gráfico relacionando as perdas versus *duty cycle*, Figura 25. O modelo modificado MSE sobrestima as perdas relativamente ao NSE.

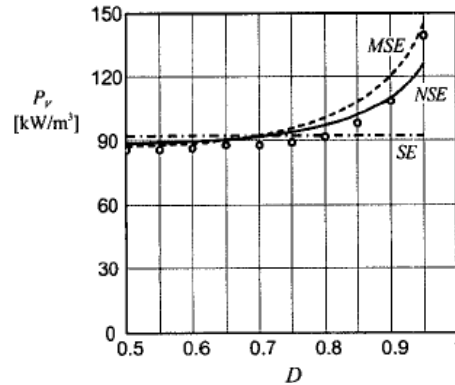


Figura 25 – Variação das perdas com o *duty cycle* para os métodos SE, NSE e MSE.

Shen *et al.* [38], comparam os métodos empíricos MSE, GSE, iGSE e WcSE. Na Figura 26 são mostrados as quatro curvas das perdas em função da frequência normalizada do STS (*sinusoidal transition square* – onda aplicada em testes práticos).

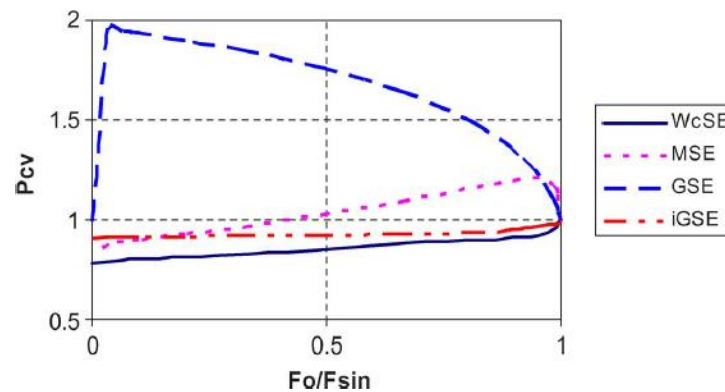


Figura 26 – Variação das perdas com a forma de onda.

Os métodos GSE e MSE prevêem, de forma excessiva, perdas correspondentes a formas de onda sinusoidais e onda quadrada. O iGSE demonstra uma correta tendência mas relativamente ao WcSE apresenta uma acrescida complexidade no cálculo.

Para representar as perdas no circuito elétrico por uma resistência  $R_{fe}$ , relaciona-se a tensão eficaz no ramo de magnetização e as perdas calculadas através de qualquer método baseado na equação de Steinmetz (equação (70)).

$$R_{FE} = \frac{V_{rms}^2}{P_v} = \frac{\left( N_1 A_c \omega \frac{\Delta B_{sat}}{2\sqrt{2}} \right)^2}{P_v} \quad (70)$$

Com o estado da arte concluído podem ser selecionados os métodos analíticos para as perdas nos enrolamentos, perdas no núcleo, indutâncias de fugas e capacidades

parasitas. As perdas nos enrolamentos serão calculadas pelos métodos estudados por Nan *et al.* e Robert *et al.*, enquanto que para as perdas do núcleo é selecionado o modelo baseado na equação de Steinmetz e proposto por Shen *et al.*. Para as indutâncias de fugas foram selecionados os modelos desenvolvidos por Wilson *et al.* e Dowell. Por fim, para as capacidades parasitas terão que ser testados os vários métodos propostos por Biela *et al.* e posteriormente selecionado o que mais se aproximar do valor real.

### 3. SIMULAÇÃO EM MATLAB/SIMULINK E RESULTADOS TEÓRICOS

Neste capítulo são testados alguns dos métodos apresentados no capítulo 2, com base na simplicidade, rapidez e aproximação ao resultado real de cada um. As fórmulas de cálculo escolhidas são aplicadas no *software* MATLAB, para posteriormente serem utilizadas como parâmetros do esquema elétrico equivalente, implementado em SIMULINK.

Como objetivo de estudo foi criada uma implementação em *software* MATLAB e SIMULINK para modelar um transformador trifásico para altas frequências, e para isso, foi utilizada a versão MATLAB R2013a contendo já o programa SIMULINK instalado num computador com 6 GB de memória RAM e um processador de dois núcleos físicos com uma velocidade de *clock* de 2.67 GHz.

O código em MATLAB foi baseado nos métodos estudados no capítulo 2 e foram feitas as adaptações necessárias para aplicar os modelos à geometria usada em bancada de testes. É apresentado, no Apêndice A, todo o código do programa principal e funções auxiliares utilizado para simular os parâmetros do transformador. A desvantagem neste tipo de simulação prende-se com o facto de não se poder generalizar para qualquer tipo de geometria. Consequentemente, os erros associados às aproximações feitas para o *design* desejado do transformador são maiores. O esquema elétrico equivalente do transformador é composto por três esquemas elétricos do transformador monofásico de alta frequência (Figura 14). Este esquema é baseado no transformador trifásico usado em bancada de testes fabricado pela OFICEL e projetado para trabalhar com uma ligação Dy (triângulo – estrela) (Figura 27). Na Tabela 6 são apresentadas as características do transformador em teste.



Figura 27 – Esquema de ligações: (a) enrolamento da AT; (b) enrolamento da BT.



Tabela 6 – Características do transformador trifásico em laboratório.

Chapa característica		
Potência ( $S$ )	8 kVA	
Tensão ( $V_1$ e $V_2$ )	$V_p=3\times 230$ V	$V_s=3\times 48$ V
Corrente nominal do secundário ( $I_{2n}$ )	96.22 A	
Frequência de funcionamento ( $f$ )	50/60 Hz	
Núcleo		
Tipologia	Core	
Material	Ferro-silício de grão não orientado V400-50A	
Espessura das lâminas	0.5 mm	
Indução magnética de saturação ( $B_{sat}$ )	1.8 T	
Secção do núcleo ( $A_c$ )	48 cm <sup>2</sup>	
Fator de perdas, 1.5 T a 50 Hz ( $k$ )	4 W/kg	
Enrolamentos		
	Alta tensão	Baixa Tensão
Tipo de condutor e diâmetro ( $d$ )	Secção circular $d=2.8$ mm	Dupla barra condutora com $2\times(2.5\times 10)$ mm
Número de voltas ( $N_1$ e $N_2$ )	180	22
Secção do condutor ( $A_{cu}$ )	6.15 mm <sup>2</sup>	48 mm <sup>2</sup>
Esmalte dos condutores e espessura ( $g_u$ )	Grau-1 0.1 mm	
Isolamento entre camadas e espessura ( $g_l$ )	Class F (155°C) 0.125 mm	
Isolamento entre enrolamentos e espessura ( $g_w$ )	Class F(155°C) 0.25 mm	

As dimensões físicas do núcleo são expostas na Figura 28, com um *design* do tipo *core* e dois enrolamentos por coluna.

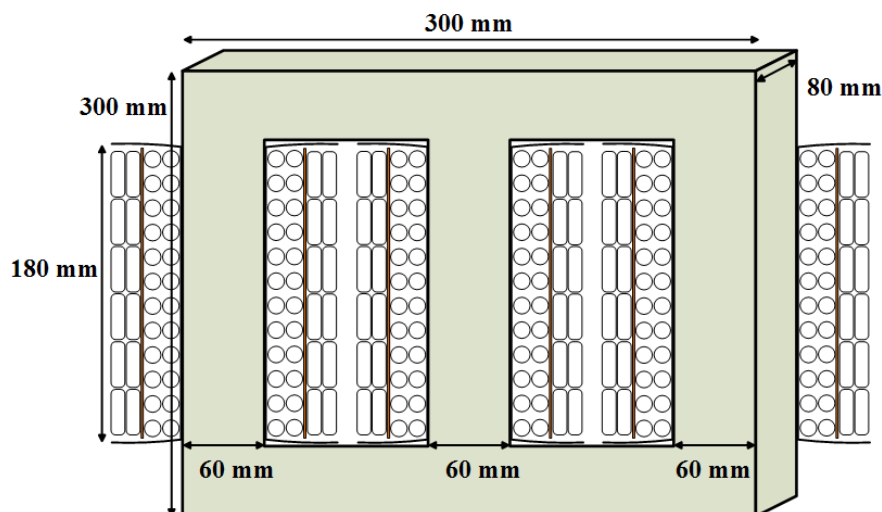


Figura 28 – Figura representativa com dimensões do transformador trifásico em laboratório.

### 3.1. Métodos utilizados em simulação

O cálculo de todos os parâmetros do transformador foi feito com base em fórmulas matemáticas e nas características físicas da máquina.

Para as **perdas nos enrolamentos** procedeu-se à junção de dois modelos de autores distintos, um relativo às perdas por efeito pelicular e o outro ao efeito de proximidade. Após a análise dos resultados obtidos pelos autores e por teste dos métodos, os modelos escolhidos foram os de Nan e Sullivan, Robert, Mathyse e Schauwers por

apresentarem uma maior simplicidade de implementação e aproximação ao valor real [30], [32] e [33]. O cálculo dos parâmetros  $R_1$  e  $R_2$  foi feito com base na equação (71) resultante da junção do primeiro termo da equação (14) com a expressão (17).

A resistência dos condutores aumenta de forma exponencial com a frequência. Este facto foi comprovado tanto para o efeito pelicular como para o efeito de proximidade (Apêndice D, Gráfico B.1 e Gráfico B.2).

$$R_{AC} = R_{DC} X^* \frac{\sinh 2X^* + \sin 2X^*}{\cosh 2X^* - \cos 2X^*} + \frac{\rho}{4\delta d} (2p-1)^2 (\hat{G}_1(X) + \hat{G}_2(X)) \quad (71)$$

A variação da **indutância de fugas** com a frequência depende do efeito pelicular, como já foi referido no capítulo 2. Sem outras alternativas, foi escolhido o método de Dowell para o cálculo analítico das fugas  $L_1$  e  $L_2$  com o aumento da frequência. No cálculo das fugas em baixa frequência foi utilizada a expressão (23). O Gráfico B.3 do Apêndice D comprova que o aumento da frequência causa uma redução das fugas. Para o transformador em simulação, a diminuição das fugas só começa nos  $22.7 \text{ kHz}$  para as fugas no enrolamento da AT e nos  $2.701 \text{ kHz}$  no enrolamento da BT. A expressão utilizada para o cálculo da indutância de fugas é dada pela equação (20) e adaptada a uma geometria do núcleo com secção retangular.

As **capacidades parasitas** são parâmetros que dificultam a realização do projeto de transformadores de alta frequência. Aplicado à simulação, foram testados essencialmente cinco métodos (Tabela 7), mas apenas para três deles os resultados demonstraram ter uma aproximação aceitável. A permitividade do esmalte dos condutores foi considerada com um valor de 3.5 (Anexo N) e a permitividade equivalente foi normalizada de acordo com a equação (29), que tem em consideração o valor do isolamento entre camadas com papel impregnado (classe F, Anexo O) e a espessura do esmalte dos condutores. A capacidade parasita entre enrolamentos é considerada desprezável por vários autores relativamente às capacidades do primário e secundário. Os modelos testados para o cálculo das capacidades parasitas são apresentados na Tabela 7 com os respetivos valores de capacidade simulados.

**Tabela 7 – Capacidades parasitas para os vários métodos abordados.**

Métodos	Capacidade (F)	Frequência de ressonância (Hz), $L_m=0.7386 \text{ H}$
Condensador PPP	1.5798e-9	4659.3
Condensador cilíndrico	5.1029e-12	81918
Ortocíclico	4.9278e-12	83425
Ortocíclico II	1.6089e-11	46170
Ortocíclico Koch	2.2530e-14	1233800

Os resultados obtidos através das formas de cálculo apresentadas (Tabela 7) divergem bastante, com a exceção dos métodos para a aproximação a condensador cilíndrico e ortocíclico, que têm valores muito próximos. Deste modo, optou-se por escolher o modelo ortocíclico II (equação (35)) por dois motivos: é o valor mais próximo das grandezas obtidas com os métodos ortocíclico e condensador cilíndrico, e apresenta uma frequência de ressonância em paralelo com a indutância de magnetização próxima de 30 kHz (valor medido previamente com o BK PRECISION em laboratório).

Os modelos selecionados para as **perdas no núcleo** foram o iGSE (equação (59)) e WcSE (equação (61)). Este último demonstrou ter uma menor complexidade e apresenta uma limitação a uma gama de 10 kHz a 500 kHz, os resultados são geralmente sobrestimados. O primeiro modelo sobrestima as perdas para baixos valores de frequência e demonstra ser mais complexo que o WcSE. Para 10 kHz o valor da resistência do núcleo ( $R_{fe}$ ) relativa ao volume do núcleo do transformador é apresentada na Tabela 8, usando a equação (70). Comparando os valores entre os núcleos de ferro-silício e os de ferrite, observa-se uma grande diminuição das perdas com a utilização de ferrites (aumento da resistência do ramo de magnetização, equação (70)).

**Tabela 8 – Perdas no núcleo para os métodos WcSE e iGSE.**

	Parâmetros			WcSE (Ω)	iGSE (Ω)
	$\alpha$	$\beta$	$k$		
<b>Ferro-silício</b>	1.3	2.2	4e-3	1113.1	4225.6
<b>Ferrite</b>	1.2	2.1	1.7e-3	4295.1	14936

A **indutância de magnetização** foi calculada considerando o valor da indutância de fugas através de um fator de acoplamento  $k$ . Todavia, porque as fugas apresentam valores muito baixos comparativamente à magnetização, pode-se assumir, com um erro mínimo associado, que a indutância de magnetização é igual à indutância própria, que é definida pela relutância equivalente vista por cada enrolamento da AT (equação (72)).

$$L_m \approx L = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} \quad (72)$$

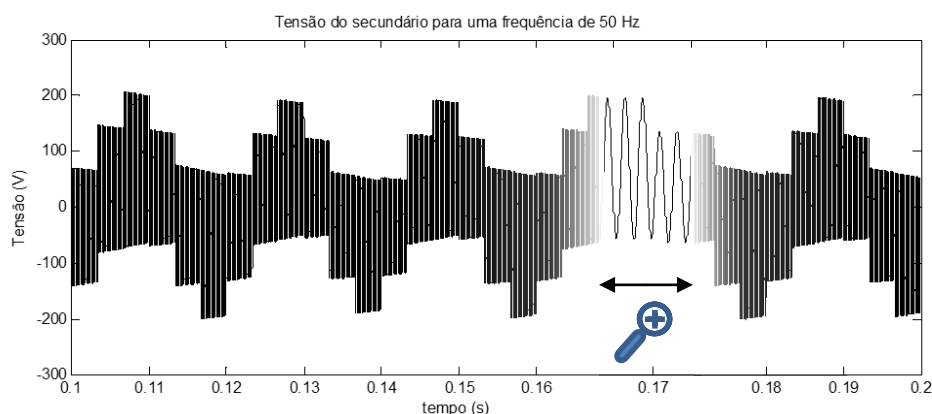
Os resultados obtidos referentes ao enrolamento da AT para cada parâmetro do transformador são apresentados na Tabela 9.

**Tabela 9 – Valores dos parâmetros obtidos da simulação MATLAB (50 Hz).**

Fase	Enrolamento	Resistência do cobre	Indutância de fugas	Indutância de magnetização	Resistência do núcleo	Capacidades parasitas
R, T	AT	0.1643 $\Omega$	0.1571 mH	0.7386 H	1.1131 k $\Omega$	14.96 pF
	BT	0.0557 $\Omega$	3.5 mH	---	---	1.13 pF
S	AT	0.1643 $\Omega$	0.1571 mH	0.5922 H	1.1131 k $\Omega$	14.96 pF
	BT	0.0557 $\Omega$	3.5 mH	---	---	1.13 pF

Constata-se que a indutância de magnetização é inferior na fase S relativamente à R e T, visto que a relutância equivalente na coluna central é maior. Analisando a variação dos parâmetros com a frequência podem ser tiradas algumas conclusões acerca do comportamento e funcionamento teórico do transformador:

1. Sendo na maioria dos casos a forma de onda do conversor quadrada, que contém elevada taxa de distorção harmónica  $THD_v$ , o transformador vai estar mais suscetível a ser excitado por alguma componente que coincida com a frequência de ressonância do mesmo. O valor da taxa de distorção harmónica da tensão (onda quadrada ideal) é de 48.34% (Apêndice E, Figura B.10). Na simulação com uma onda quadrada de 50 Hz, de 231.6 V (*true RMS*) e uma carga RL de 3.3+j0.005  $\Omega$ , a tensão no enrolamento de baixa tensão e corrente na alta tensão apresentaram um fenómeno de ressonância em série. A Figura 29 mostra, de forma ampliada, a onda sinusoidal resultante da ressonância em série com uma frequência de 14.8 kHz (Apêndice D). Esta frequência coincide com um valor de impedância baixo que amplifica a componente harmónica da mesma frequência, aproximadamente 0.33  $\Omega$ . A Figura 29 foi obtida com os valores de  $C_1=1.1572$  nF e  $C_2=11.18$  nF.



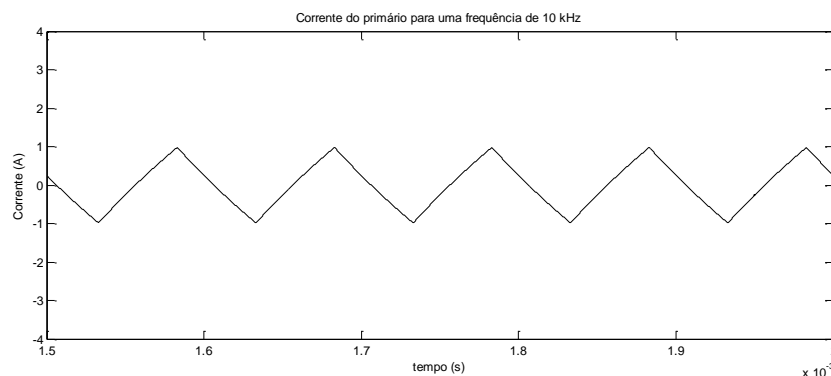
**Figura 29 – Onda de tensão do enrolamento de baixa tensão com uma componente harmónica com ressonância em série (14.8 Hz).**

2. A potência de funcionamento e rendimento do transformador vão decair com o aumento da frequência. É uma consequência da variação dos parâmetros com o aumento da frequência, como comprovam os valores da Tabela 10.

**Tabela 10 – Variação do rendimento com a frequência para o transformador ligado a uma carga resistiva trifásica de 0.288 Ω.**

f (Hz)	Sem capacidades parasitas			C <sub>p</sub> = 1.6089e-11 F			C <sub>p</sub> =1.5798e-09 F		
	P <sub>in</sub> (W)	P <sub>out</sub> (W)	P <sub>out</sub> /P <sub>in</sub>	P <sub>in</sub> (W)	P <sub>out</sub> (W)	P <sub>out</sub> /P <sub>in</sub>	P <sub>in</sub> (W)	P <sub>out</sub> (W)	P <sub>out</sub> /P <sub>in</sub>
50	2749,29	2670,85	0,972	2749,29	2670,85	0,972	2749,29	2670,85	0,972
1 k	1128,57	1110,49	0,984	1128,57	1110,49	0,984	1128,57	1110,49	0,984
10 k	20,85	19,61	0,941	20,85	19,61	0,941	20,85	19,61	0,941
20 k	6,31	5,44	0,863	6,19	5,44	0,880	6,23	5,44	0,873
40 k	2,36	1,87	0,792	2,36	1,87	0,792	2,34	1,87	0,800
100 k	1,02	0,70	0,682	1,03	0,70	0,677	1,09	0,70	0,640
200 k	0,59	0,33	0,562	0,61	0,33	0,548	0,82	0,33	0,403
1 M	0,34	0,07	0,206	0,28	0,07	0,166	142,07	0,07	0,0005

Como se verifica na Tabela 10, a existência de capacidades parasitas só tem influência nas perdas para alta e muito alta frequência, com maior relevância para capacidades mais elevadas. As capacidades parasitas em paralelo vão causar grandes picos de corrente nas zonas de inversão de amplitude da onda quadrada,  $i_c = C \frac{dV}{dt}$ . Na Figura 30 a onda de corrente apresenta uma forma triangular sem qualquer tipo de picos derivados da comutação. Com a inserção das capacidades parasitas no esquema elétrico equivalente, são visíveis os picos de corrente devido às comutações do conversor (Figura 31). A distorção harmónica da corrente (THD<sub>i</sub>) na situação sem capacidades parasitas é de 12.31%. Para as capacidades apresentadas na Tabela 9, a distorção da onda de corrente na entrada do transformador é de 30.27%, devido à elevada amplitude dos picos de corrente (Figura 31)).



**Figura 30 – Onda de corrente para uma alimentação com onda quadrada do esquema equivalente sem capacidades parasitas (10 kHz).**

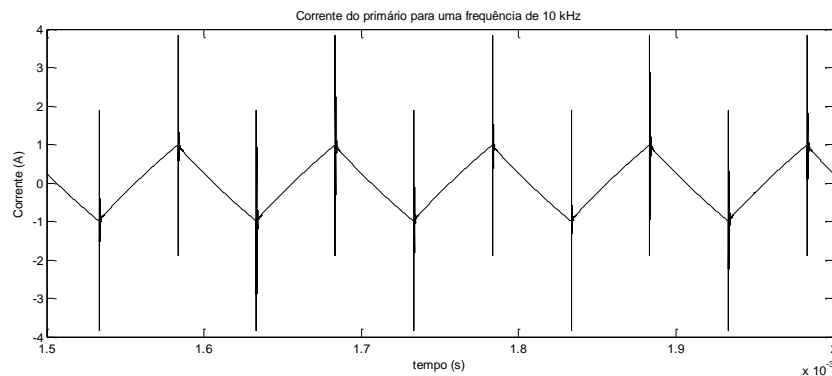


Figura 31 – Onda de corrente para uma alimentação com onda quadrada do esquema equivalente com capacidades parasitas (10 kHz).

### 3.2. Esquema utilizado em SIMULINK

No SIMULINK foi elaborado um esquema de blocos composto por fontes, de onda quadrada e de onda sinusoidal, para serem efetuados testes com as respectivas formas de onda. A carga é ligada em estrela com o ponto neutro conectado à massa. A corrente que passa no neutro é medida para detetar assimetrias ou mau funcionamento de alguma das fases. A maioria das simulações deram uma corrente nula e nas restantes a ordem de grandeza destas correntes ronda os  $1e-17$  A, o que é considerado desprezível.

Na Figura 32 são esquematizadas as ligações implementadas em SIMULINK e na Figura 33 é apresentado o esquema equivalente do transformador para alta frequência. Os blocos relacionados com a onda quadrada, com a carga e com o interruptor são discriminados no Apêndice B. No enrolamento de AT, com a ligação em triângulo, são medidas as correntes de linha (valor nominal de 20.08 A) e a tensão eficaz da fase (230 V). Para o enrolamento de BT, como a ligação é do tipo estrela, são adquiridos os valores da tensão composta (valor nominal de 48 V) e da corrente que circula em cada bobina (96.22A).

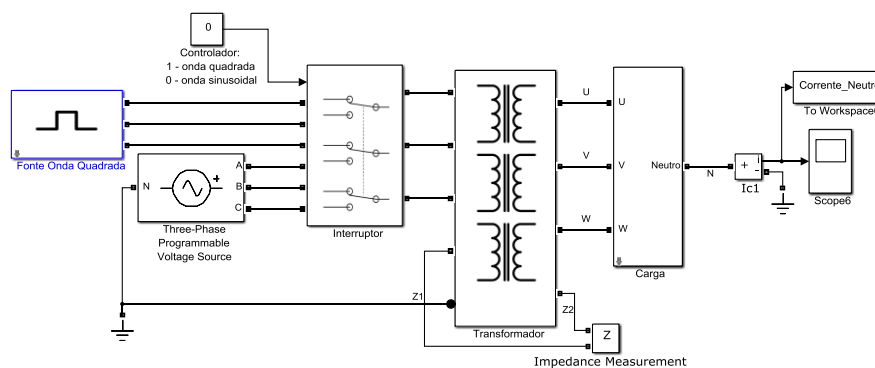


Figura 32 – Esquema de blocos usado no SIMULINK.

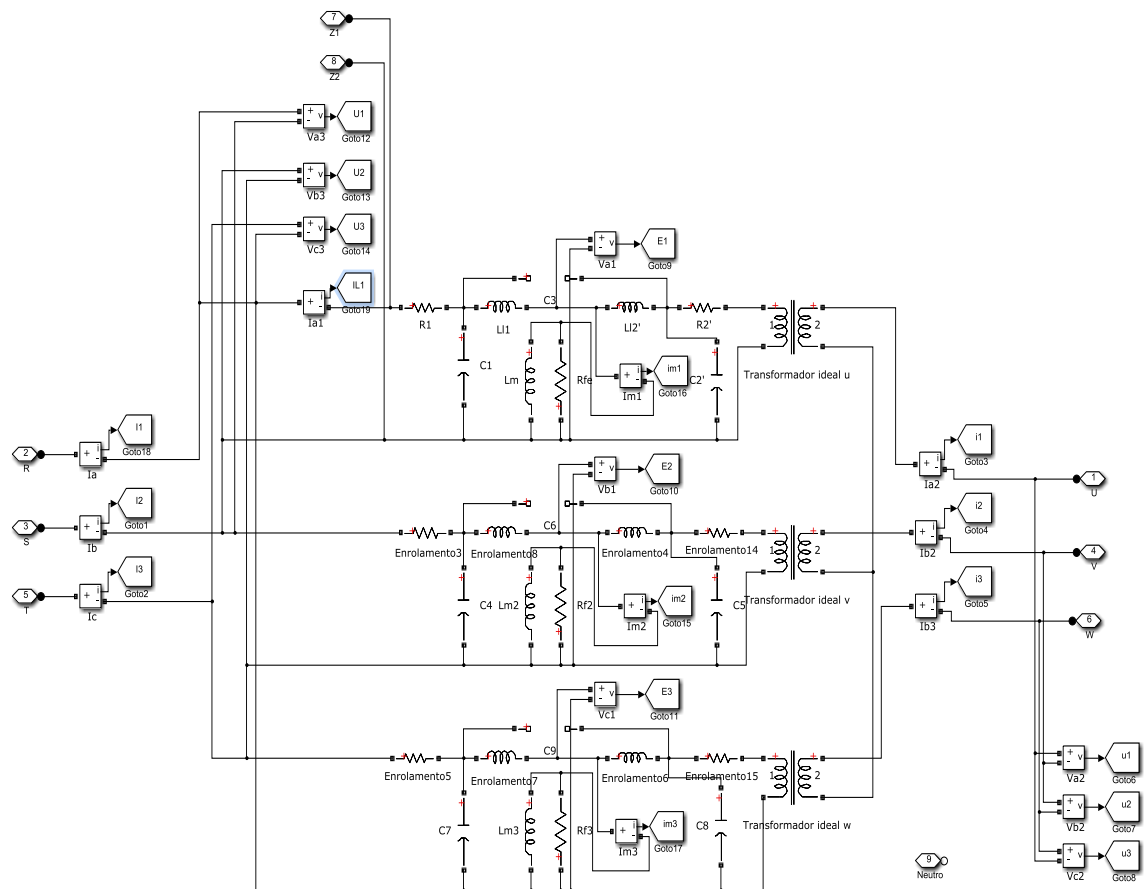


Figura 33 – Representação esquemática do bloco “Transformador” do SIMULINK.

### 3.3. Testes e validação teórica

Nesta fase, são efetuados e analisados os testes no SIMULINK para que, posteriormente, possam ser comparados com os ensaios no laboratório. Neste subcapítulo é feita também uma validação dos parâmetros obtidos nos ensaios em SIMULINK relativamente aos valores calculados no MATLAB.

#### 3.3.1. Ensaios económicos

Na auto-validação do modelo teórico são aplicados os ensaios económicos a 50Hz aos esquemas equivalentes de baixa e alta frequência (Figura 12 e Figura 14, respetivamente). Com os dados resultantes dos ensaios económicos (Tabela 11), foram obtidos resultados (Tabela 12) bastante aproximados aos teóricos apresentados na Tabela 9.

**Tabela 11 – Teste do modelo SIMULINK com ensaios económicos a 50 Hz.**

<b>Em circuito aberto</b>					
<b>Enrolamento</b>	Tensão na bobina (V)	Fase da tensão (graus)	Corrente na bobina (A)	Fase da corrente (graus)	Potência (W)
<b>AT</b>	230	0.00	1.01	-78.19	47.54
<b>BT</b>	28.10	0.04	---	---	---
<b>Em curto-circuito</b>					
<b>AT</b>	13.60	0.00	11.57	-78.18	32.23
<b>BT</b>	---	---	94.25	-79.23	---

**Tabela 12 – Valores dos parâmetros calculados numa fase para o ensaio económico a 50 Hz (SIMULINK).**

<b>Circuito aberto</b>		<b>Curto-circuito</b>	
Resistência ( $\Omega$ )	Reactância ( $\Omega$ )/Indutância ( $H$ )	Resistência ( $\Omega$ )	Reactância ( $\Omega$ )/Indutância ( $H$ )
46.61	222.90	0.24	0.0037
$R_{fe} = 1070.16$	$L_m = 0.71$	---	$L_{l1} + L_{l2} = 0.0037$

Da análise dos resultados, verifica-se que os valores do ensaio em BF coincidem com os parâmetros calculados com o MATLAB (Tabela 9), o que valida o funcionamento da simulação em BF. Esta validação pode ser confirmada com a comparação entre os valores mencionados na Tabela 9 e Tabela 12 que é apresentada na Tabela 13.

**Tabela 13 – Comparação dos valores dos parâmetros obtidos no MATLAB com os parâmetros do ensaio económico em BF no SIMULINK.**

	<b>MATLAB</b>	<b>SIMULINK</b> (ensaios económicos, 50 Hz)
<b>Resistência do cobre total (<math>\Omega</math>)</b>	0.22	0.24
<b>Indutância de fugas total (<math>H</math>)</b>	0.00366	0.0037
<b>Resistência no núcleo (<math>\Omega</math>)</b>	1113.1	1070.16
<b>Indutância de magnetização (<math>H</math>)</b>	0.7386	0.71

As capacidades parasitas para baixas frequências em nada altera o comportamento do transformador como se pode comprovar também com auxílio da Tabela 10.

O último teste efetuado, na simulação, foi a medição da potência nominal que o transformador teórico consegue fornecer. Para uma carga resistiva trifásica de  $0.288 \Omega$ , a potência de entrada do transformador é de  $8328.3 \text{ VA}$  com um fator de potência de  $0.9903$ , enquanto na saída é medido uma potência de  $8012.55 \text{ W}$  (carga resistiva). As perdas no transformador são de  $235.31 \text{ W}$  (diferença entre a potência ativa de entrada e de saída), o que demonstra serem valores admissíveis para a máquina em estudo.

Em suma, o modelo do transformador trifásico funciona em conformidade com a teoria de máquinas elétricas.



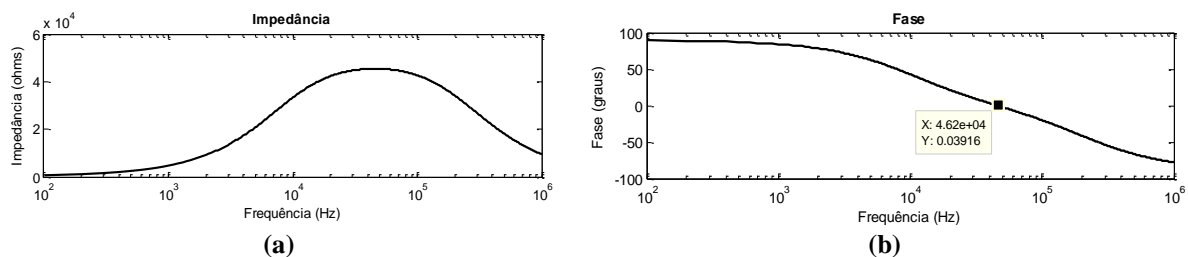
### 3.3.2. Impedância e frequência de ressonância

Neste teste é utilizada a ferramenta *impedance measurement* disponibilizada no SIMULINK para medir a impedância ao longo da frequência. Na Tabela 14 são apresentados os valores obtidos no transformador simulado.

**Tabela 14 – Valores de impedância medidas com o bloco *Impedance Measurement* no SIMULINK.**

Fase R		
Frequência (Hz)	Impedância (Ω)	Fase (graus)
100	464.1	89.39
120	557	89.28
1000	4620	84.16
10000	33220	43.02
100000	42760	-19.76
200000	34340	-40.87

O valor da impedância tem um máximo de 45.44 kΩ correspondente a uma situação de ressonância paralela do transformador (Figura 34.a). A fase da impedância nula, apresentado na Figura 34.b, comprova o comportamento ressonante do transformador para a correspondente frequência de 46.2 kHz.



**Figura 34 – (a) Curva da variação da impedância com a frequência (simulação); (b) curva da variação da fase com a frequência (simulação).**

O cálculo da capacidade parasita total ( $C_{str}$ ) é baseado no valor da frequência de ressonância paralela (impedância idealmente infinita) com os terminais do enrolamento de BT do transformador em circuito aberto. A indutância de magnetização é calculada nos ensaios económicos com a equação (73), tendo um valor de 0.71 H. Através da expressão (73) foi obtido um valor de 15.203 pF para a capacidade parasita total que, comparativamente ao valor calculado analiticamente (16.671 pF), difere em 3.89%

$$C_{str} = \frac{1}{\omega_r^2 L_m} \quad (73)$$

O erro obtido demonstra que a capacidade parasita nos testes práticos pode ser calculada através da frequência da ressonância em paralelo.

### 3.3.3. Comportamento com o aumento da frequência

O objetivo deste teste foi identificar a forma como varia a corrente de entrada com a variação da frequência, para que possa ser comparada com o mesmo teste no transformador em laboratório de BF. A onda de tensão aplicada à entrada do transformador simulado tem forma quadrada e valor eficaz de 28 V, para que as condições de teste divirjam o mínimo do teste em laboratório. Os enrolamentos de baixa tensão ficaram em circuito aberto (CA), e nestas condições foram obtidos os valores de corrente, apresentados na Figura 35, até 20 kHz. Decorrente da análise da Figura 35 verifica-se que a corrente decai exponencialmente, tendendo para zero, com o aumento da frequência.

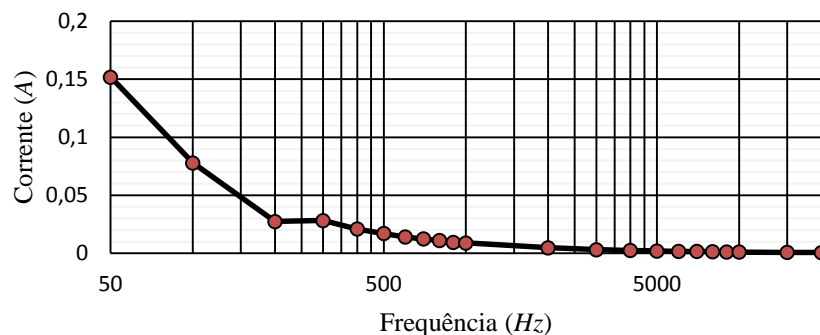


Figura 35 – Variação da corrente com a frequência para uma onda quadrada na simulação.

A forma de onda da corrente é dependente da constante de tempo do circuito RL mas, no caso simulado, tem um valor muito baixo, tendo uma forma de onda muito próxima da triangular, como é visível na Figura 36. Os picos de corrente são consequência da existência de uma capacidade parasita no transformador. O aumento da frequência para 10 kHz provoca uma redução da corrente no transformador. Nesta situação a corrente começa a ter amplitude demasiado baixa e mal definidas devido à distorção que apresenta. A Figura 37 ilustra o ruído transportado na onda de corrente do transformador teórico.

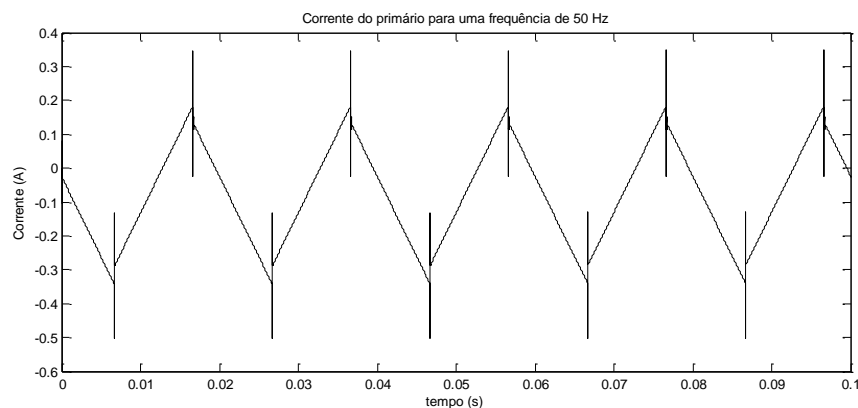
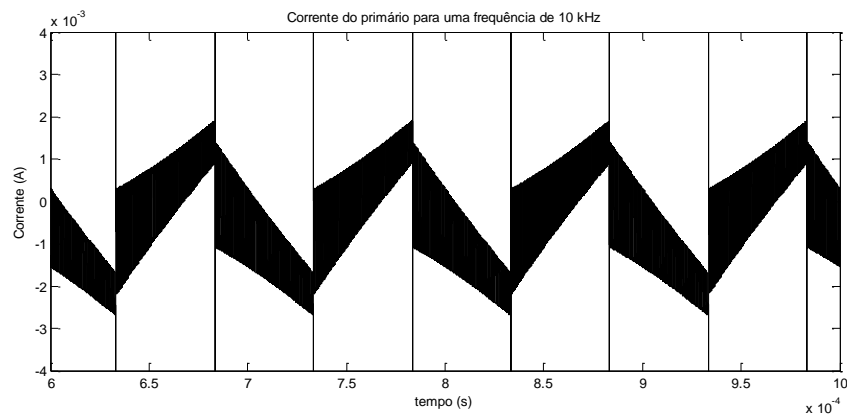


Figura 36 – Corrente no enrolamento de alta tensão do transformador simulado (50 Hz).



**Figura 37 – Corrente no enrolamento de alta tensão do transformador simulado (10 kHz).**

A validação e ligação do modelo teórico com o modelo prático será efetuada no capítulo 4. Este tipo de simulação afinada e adaptada a modelos industriais é vantajoso em tempo de simulação e custos. O código em MATLAB levou cerca de 0.248 segundos a calcular todos os parâmetros do transformador. No SIMULINK os tempos variam dependendo da precisão (amostragem) e frequência pretendida, assim como o número de ciclos.

## 4. ENSAIOS LABORATORIAIS

Nesta fase, simulados os testes no transformador trifásico, é necessário proceder ao modelo físico em laboratório. A sequência de testes, realizados ao transformador, inicia-se pela medição da impedância do transformador para vários valores de frequência, através do aparelho de medida LCR/ESR da BK PRECISION. Seguidamente, são efetuados os ensaios económicos para 50 Hz, e por fim, é calculada a frequência de ressonância paralela do transformador pela utilização de um gerador de sinal. Com os resultados destes três testes o objetivo é caracterizar todos os parâmetros do transformador prático para as conclusões finais e também verificar se a simulação é válida para a aplicação prática.

### 4.1. Medição da impedância

O BK PRECISION é um aparelho de medida da impedância com uma precisão de 0.1% e o seu funcionamento baseia-se na injeção de sinais a determinadas frequências, nos dispositivos, para medição da impedância (Figura 38).



Figura 38 – BK PRECISION.

Os dados obtidos com o BK PRECISION, apresentados na Tabela 15, permitiram conhecer a variação da impedância de entrada do transformador (enrolamento de alta-tensão ou primário neste caso) com o aumento da frequência.

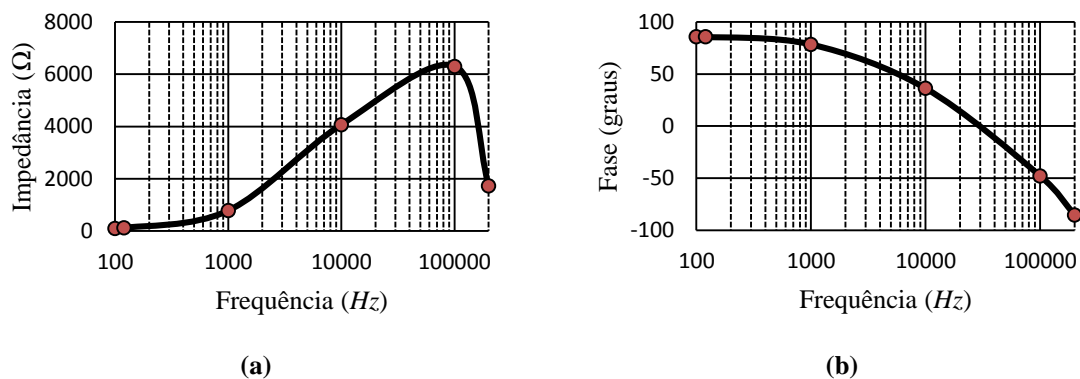
Mediu-se o valor da resistência DC dos enrolamentos, tendo o enrolamento de AT cerca de 0.147  $\Omega$  e o de BT 0.0187  $\Omega$ . Na Figura 39.a, observa-se um aumento da impedância com a frequência até 100 kHz. Na Figura 39.b verifica-se que a componente capacitiva do circuito sobrepõe-se à componente indutiva, para uma frequência de

aproximadamente 30 kHz (ponto de ressonância paralela). No entanto, estes dados apenas servem para compreender a forma como a impedância varia com a frequência, sendo inconclusivos para determinar a frequência de ressonância do transformador em teste.

**Tabela 15 – Valores de impedância medidas com o BK PRECISION.**

Fase T		
Frequência (Hz)	Impedância ( $\Omega$ )	Fase (graus)
100	106.7	85.48
120	125.3	85.24
1000	780	77.16
10000	3720	35.11
100000	6060	-48.94
200000	1690	-85.13

Comparando as Figura 34 e Figura 39 conclui-se que existe uma grande diferença nos valores de impedância e de fase apesar das curvas apresentarem, respetivamente, a mesma tendência de variação com a frequência.



**Figura 39 – (a) Curva da variação da impedância com a frequência; (b) curva da variação da fase com a frequência.**

A grande diferença entre impedâncias dos dois testes (prático e teórico) está relacionada com o facto de o método de Steinmetz, utilizado no MATLAB, aumentar bastante o parâmetro das perdas no ferro ( $R_{fe}$ ) com a frequência. Este valor é calculado de acordo com a literatura na simulação, mas mostra uma extrapolação da resistência do ferro com o aumento da frequência.

## 4.2. Ensaio económicos em 50 Hz

No caso prático, uma vez que se trata de um transformador de 8 kVA com uma corrente nominal no enrolamento de BT bastante elevada, o ensaio em CA (Figura 41) foi efetuado com a alimentação no lado da BT. Para o ensaio em curto-circuito (CC) (Figura 40), a alimentação foi feita no enrolamento de AT e o curto-circuito na BT. O esquema de

ligações do transformador aplicado a estes testes foi do tipo Yy (estrela na AT e estrela na BT) para que a corrente no enrolamento de AT não excedesse os 15 A (corrente máxima suportada pelo auto-transformador). A ligação do wattímetro foi referenciada ao neutro, proporcionando, desta forma, a leitura da potência por fase. As medições das tensões e correntes compostas foram efetuadas com um multímetro e amperímetro do tipo pinça. Dos ensaios económicos resultam os valores apresentados na Tabela 16.

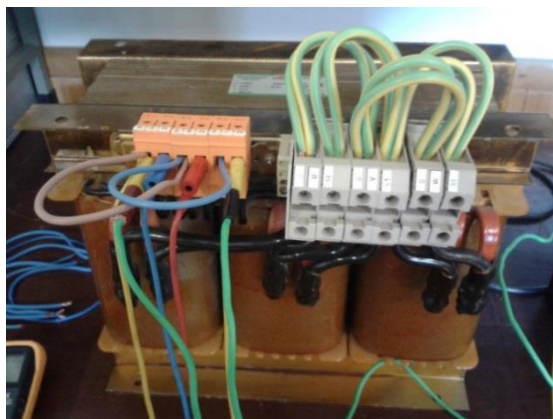


Figura 40 – Ensaio económico em CC ao transformador.

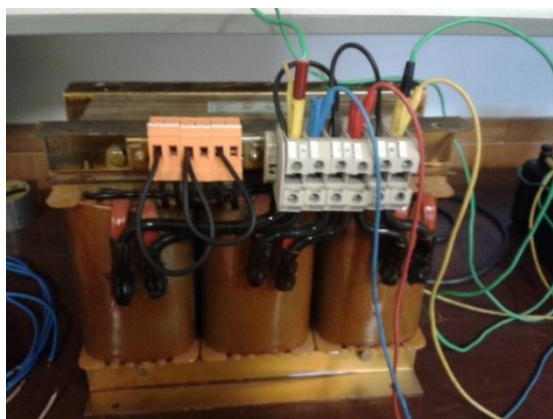


Figura 41 – Ensaio económico em CA ao transformador.

Tabela 16 – Valores medidos nos ensaios económicos do transformador (50 Hz).

Em circuito aberto no enrolamento de AT			
Enrolamento	Tensão na bobina (V)	Corrente na bobina (A)	Potência (W)
AT	415	---	---
BT	47.4	2.5	15
Em curto-circuito no enrolamento de BT			
AT	12.7	12	57.5
BT	---	95.1	---

Tabela 17 – Parâmetros do transformador calculados numa fase com os ensaios económicos (laboratório).

Circuito aberto		Curto-circuito	
Resistência ( $\Omega$ )	Reactância ( $\Omega$ )	Resistência ( $\Omega$ )	Reactância ( $\Omega$ )
55.10	245.22	0.40	0.46
$R_{fe} = 1093.97$	$L_m = 0.78 H$	---	$L_{l1} + L_{l2} = 0.0014 H$

Comparando os valores dos ensaios simulados (Tabela 12) com os dos ensaios práticos da Tabela 17 depreende-se que todos os parâmetros têm, respetivamente, valores semelhantes em 50 Hz. Na simulação, é bem relevante que a resistência dos condutores foi subestimada e as fugas nos enrolamentos sobrestimadas.

No ensaio em CC, a secção do condutor utilizada para curto-circuitar foi inferior à recomendada para 96 A. Consequentemente, o ensaio teve que ser realizado o mais rápido possível para evitar a influência do aumento da resistência do cobre nos valores medidos, devido à temperatura. Um pequeno excesso no valor da resistência dos condutores pode estar relacionado com o aquecimento no ensaio em CC.

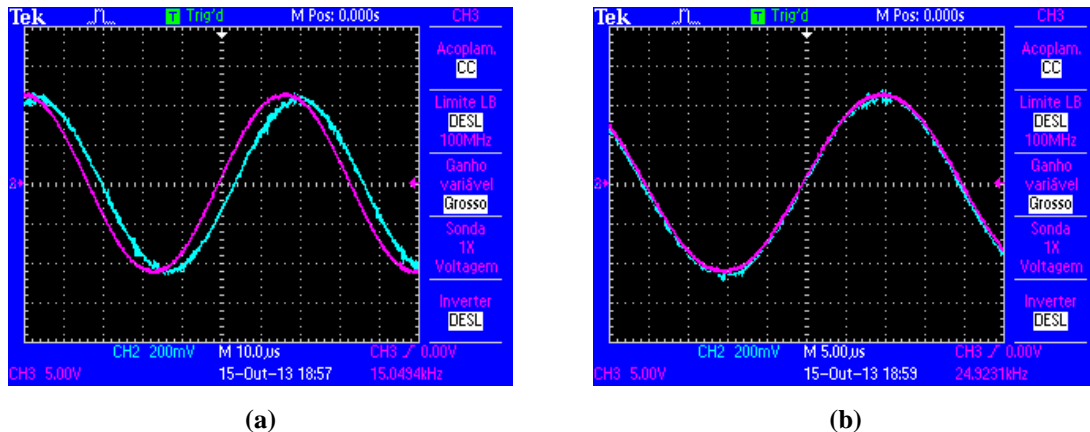
### 4.3. Medição da frequência de ressonância

A frequência de ressonância é um fenómeno que depende das características físicas e elétricas de um circuito. É também um estado de funcionamento difícil de determinar com precisão e facilmente alterável por qualquer tipo de componente ligado aos terminais do transformador. Para além do BK PRECISION, que mede a impedância em seis valores de frequência fixas, apenas se tem disponível em laboratório uma fonte geradora de sinal com uma ampla gama de frequências, mas de baixa potência. Já confirmado pelo BK PRECISION, o ponto de ressonância paralela está compreendido entre 10 e 100 kHz. Para testar a variação da fase da corrente com a frequência foi utilizada a fonte geradora de sinal. O sinal usado no ensaio é sinusoidal e com uma amplitude de 10 V. Como solução para medir a fase da corrente no osciloscópio, optou-se por inserir um potenciómetro de 400  $\Omega$  em série com a fontes de sinal no lado da AT para obter a tensão aos seus terminais (Figura 42). O teste foi efetuado com os terminais da BT em circuito aberto.



Figura 42 – Ligação da fonte de sinal com o potenciómetro em série.

O facto de poder variar a resistência em série dá a possibilidade de se ajustar a amplitude do sinal de tensão aos terminais do potenciómetro. Com o ajuste da frequência é visível uma redução da fase (Figura 43.a). Para um valor muito próximo dos 25 kHz obteve-se a ressonância paralela, como se pode constatar na Figura 43.b.



**Figura 43 – Teste de ressonância paralela. CH2 corresponde à tensão aos terminais do potenciómetro e CH3 é representa a tensão nos terminais do gerador de sinal: (a) para 15 kHz; (b) para 25 kHz, situação de ressonância paralela.**

O cálculo da capacidade parasita do transformador ( $C_{str}$ , equação (73)) com a indutância de magnetização obtida nos ensaios económicos práticos é de 52.11 pF. Obtido este valor, verifica-se que apenas o modelo matemático para enrolamentos ortocíclicos II se aproxima do valor prático, com 16.09 pF (Tabela 7), que corresponde a uma frequência de ressonância de 46.17 kHz. A diferença entre o valor das capacidades parasitas obtidas na prática e na teoria, mostra a dificuldade em aproximar os parâmetros calculados através de um modelo matemático apenas com as propriedades e as dimensões físicas do transformador.

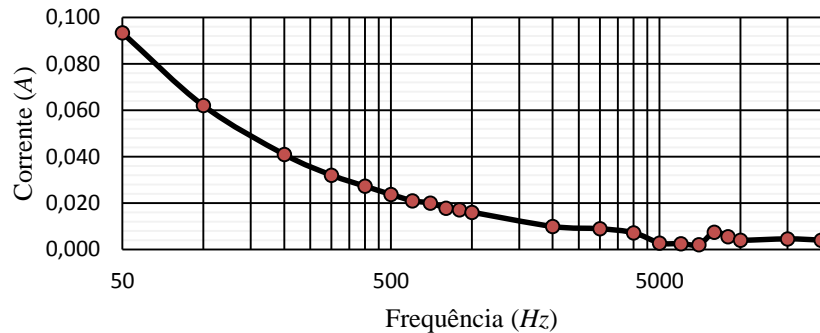
#### 4.4. Transformador alimentado com onda quadrada

Para perceber o que acontece com a variação da frequência, o transformador prático foi testado com o inversor de frequência monofásico para valores de corrente numa gama de 50 Hz a 20 kHz (frequência máxima de funcionamento da ponte de IGBT's). O transformador foi alimentado numa fase dos enrolamentos de alta tensão com todos os enrolamentos de baixa tensão em aberto, com o objetivo de alterar o mínimo possível a impedância de entrada do transformador e o valor de ressonância. Com o auxílio de dois multímetros e do osciloscópio foram extraídos os valores de corrente e tensão. A tensão máxima fornecida pelo inversor foi 28.09 V (RMS) a 50 Hz e as corrente lidas no



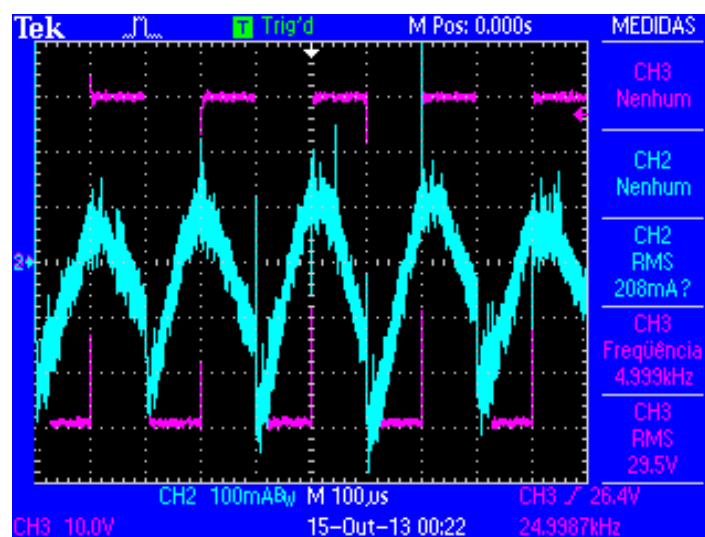
osciloscópio tiveram que ser divididas pelo número de voltas de fio dadas na pinça amperimétrica (Apêndice H).

Em analogia à Figura 44, constata-se que, tal como acontece no caso teórico (Figura 35), a corrente decai exponencialmente, tendendo para zero.



**Figura 44 – Variação da corrente com a frequência para uma onda quadrada no transformador prático.**

Durante o procedimento experimental identificou-se um aumento gradual da distorção harmónica na onda de corrente a partir dos 5 kHz (Figura 45). As medições do valor eficaz das correntes deixam de ter precisão devido ao excesso de distorção harmónica. Nos 10 kHz, começam a ser bem perceptíveis os picos de corrente coincidentes com as zonas de comutação do inversor, causado pelo efeito derivativo das capacidades parasitas com a variação brusca de tensão (Figura 46). Na simulação, uma vez que se está a trabalhar com condições próximas das ideais, os picos de corrente são mais perceptíveis nas comutações (variação da tensão maior que no caso prático, Figura 37). Nas formas de onda para 10 kHz (Figura 37 e Figura 46) também são apresentadas ondas com uma elevada distorção.



**Figura 45 – Onda de tensão (CH3) e corrente (CH2) para uma frequência de 5 kHz.**

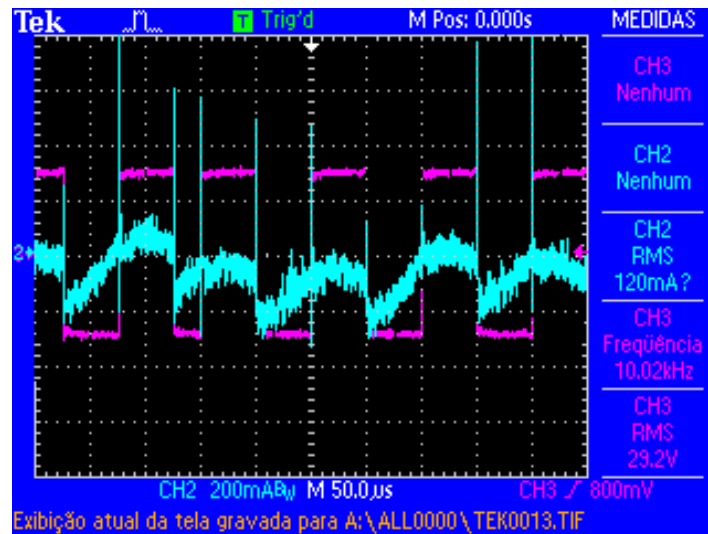


Figura 46 – Onda de tensão (CH3) e corrente (CH2) para uma frequência de 10 kHz.

Comparando o mesmo tipo de ensaio, com o transformador do teste prático (Figura 35), para o modelo simulado (Figura 44), constata-se que a simulação tem um comportamento muito semelhante em frequência e apresenta valores de correntes ligeiramente mais elevados, numa gama inicial de frequências. O maior valor de corrente está relacionado com o facto das resistências dos enrolamentos simulados serem inferiores aos valores medidos na prática. Quanto às formas de onda que circulam na máquina, estas são muito semelhantes entre os dois modelos. Verifica-se que na Figura 47, no canal 2 do osciloscópio, o transformador físico tem uma constante de tempo maior relativamente ao simulado, representado na Figura 36.

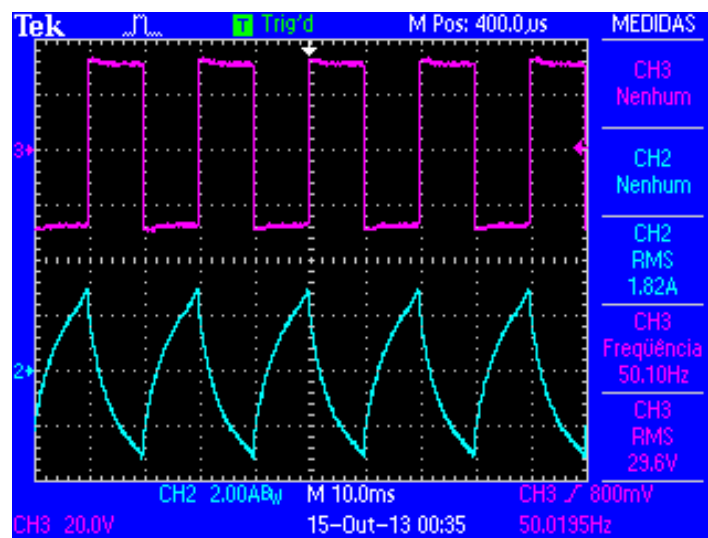


Figura 47 – Corrente (CH2) e tensão (CH3) no transformador prático (50 Hz).



## 5. CONCLUSÕES

O objetivo geral desta tese foi, através da pesquisa do estado da arte, a realização de um estudo sobre transformadores de potência em alta frequência e a construção de um modelo teórico de alta frequência em MATLAB e SIMULINK. Como objetivo específico, a comparação entre os modelos de alta e baixa frequência, para analisar e constatar as diferenças e também a aprovação de ensaios económicos para AF que, apesar de ter sido estudado e testado exaustivamente em MATLAB, não solucionou a questão. E, por fim, a validação do modelo MATLAB e SIMULINK, com base em testes, num transformador de laboratório de 50 Hz.

Os transformadores de potência de alta frequência são cada vez mais utilizados em conjunto com eletrónica de potência como alternativa ao transformador de potência de baixa frequência, para proporcionar equipamentos mais compactos e silenciosos. Porém, os materiais envolvidos na sua construção implicam maiores custos. A aplicação dos transformadores convencionais de 50 Hz em alta frequência apresenta elevadas perdas nos enrolamentos e principalmente no núcleo magnético. Esta limitação traduz-se no sobreaquecimento da máquina levando à sua destruição.

Pelo trabalho elaborado ao longo desta dissertação comprova-se que, com a seleção dos modelos adequados para a simulação, e considerando apenas as características físicas do transformador, é possível calcular aproximadamente o valor dos parâmetros do esquema elétrico equivalente para alta frequência. Esta conclusão foi comprovada pela sequência de testes elaborados, como: a medição da impedância de entrada, os ensaios económicos, a medição da frequência de ressonância e a alimentação com inversor a AF.

Com a medição do módulo e da fase da impedância de entrada, os gráficos obtidos demonstraram que a tendência de variação das curvas com a frequência corresponde, de forma idêntica, para os dois modelos. No modelo simulado constata-se que os métodos baseados na equação de Steinmetz aumentam demasiado rápido o parâmetro da resistência do núcleo com a subida da frequência causando uma extrapolação no módulo da impedância. Dos ensaios económicos entre a simulação e o teste prático em baixa frequência, destaca-se a boa aproximação dos parâmetros em geral, tendo havido ligeiras discrepâncias em parâmetros relacionados com os enrolamentos, que pode ser consequência de pequenas

aproximações usadas nos métodos aplicados no MATLAB. As capacidades parasitas apresentaram alguma discrepância em relação ao valor real, que podem ser resultantes de aproximações consideradas nas características físicas do transformador ou nos modelos demonstrados pelos autores dos métodos, e ainda fatores externos como equipamentos de medida, erros de leitura, entre outros. Verificou-se que, dos modelos testados em MATLAB, apenas o método ortocíclico II mostrou ser a melhor aproximação do modelo teórico face ao prático. A diferença resultante das capacidades parasitas entre os testes práticos e teóricos foi de  $36.02 \text{ pF}$  que, apesar de ser um valor pequeno, é suficiente para fazer divergir a frequência de ressonância de  $25 \text{ kHz}$  para  $46.17 \text{ kHz}$ . Devido à sua ordem de grandeza, as capacidades só terão influência nas perdas do transformador para valores de muito AF ( $\text{MHz}$ ). Adicionalmente, estas capacidades provocam uma maior distorção harmónica, quando o transformador é alimentado por formas de onda não sinusoidais. Da medição da corrente no ensaio alimentado com o inversor monofásico conclui-se que, resultante das aproximações efetuadas no cálculo dos parâmetros do transformador, os valores de corrente são maiores na simulação relativamente ao teste prático. Contudo, o comportamento nas duas situações (prática e teórica) são muito semelhantes demonstrando que a simulação modela bem o funcionamento da máquina real. É comprovado ainda na simulação que o funcionamento em AF altera principalmente os parâmetros reativos do transformador, aumentando as quedas de tensões internas e as perdas no núcleo.

Embora seja necessário um estudo mais aprofundado para otimizar o cálculo dos parâmetros e a validação com transformadores de potência de AF, a simulação mostrou-se válida, no ponto de vista elétrico do transformador, concretizando assim o principal objetivo desta tese.

Os principais obstáculos encontrados foram a restrição de acesso a artigos atuais aquando da pesquisa bibliográfica, a falta de tempo para ser feito um conversor e inversor trifásico em laboratório e testar da melhor forma o transformador trifásico incluindo o seu funcionamento em regimes de carga nominal e a indisponibilidade de um transformador de potência de AF nos teste práticos que limitou a análise dos resultados para comprovar o seu funcionamento mais eficiente em AF.

Para propostas de trabalho futuro sugere-se o estudo de um modelo generalizado para ensaios económicos de AF, pois seria um assunto com grande importância no cálculo das capacidades parasitas. Propõe-se também o diagnóstico de defeitos e de envelhecimento

do isolamento dos enrolamentos através de um estudo mais aprofundado sobre as capacidades parasitas. Por fim, a simulação deste tipo de máquina em elementos finitos e a comparação com o presente trabalho é também uma proposta de especial interesse.



## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] O. A. Hassan, C. Klumpner, and G. Asher, “Design considerations for core material selection and operating modes for a high frequency transformer used in an isolated DC/DC converter,” *Power Electronics and Applications (EPE 2011), Proceedings of the 2011-14th European Conference on*. pp. 1–11, 2011.
- [2] R. Radys, J. Hall, J. Hayes, and G. Skutt, “Optimizing AC and DC winding losses in ultra-compact, high-frequency, high-power transformers,” *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1999. APEC '99. Fourteenth Annual*, vol. 2. pp. 1188–1195 vol.2, 1999.
- [3] R. Petkov, “Design issues of the high-power high-frequency transformer,” *Power Electronics and Drive Systems, 1995., Proceedings of 1995 International Conference on*. pp. 401–410 vol.1, 1995.
- [4] X. She, R. Burgos, G. Wang, F. Wang, and A. Q. Huang, “Review of solid state transformer in the distribution system: From components to field application,” *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2012 IEEE*. pp. 4077–4084, 2012.
- [5] J. Biela and J. W. Kolar, “Using Transformer Parasitics for Resonant Converters - A Review of the Calculation of the Stray Capacitance of Transformers,” *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 1. pp. 223–233, 2008.
- [6] S. E. Saravi, A. Tahani, F. Zare, and R. A. Kordkheili, “The effect of different winding techniques on the stray capacitances of high frequency transformers used in flyback converters,” *Power and Energy Conference, 2008. PECon 2008. IEEE 2nd International*. pp. 1475–1478, 2008.
- [7] C. R. Sullivan, “Optimal choice for number of strands in a litz-wire transformer winding,” *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 14, no. 2. pp. 283–291, 1999.
- [8] S. S. Baek, B. Cougo, S. Bhattacharya, and G. Ortiz, “Accurate equivalent circuit modeling of a medium-voltage and high-frequency coaxial winding DC-link transformer for solid state transformer applications,” *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2012 IEEE*. pp. 1439–1446, 2012.



- 
- [9] V. Tarateeraseth, T. Maneenopphon, and W. Khan-Ngern, "The Comparison of EMI and Electrical Performances of High Frequency Transformer Windings for SMPS Applications," *Power Conversion Conference - Nagoya, 2007. PCC '07*. pp. 435–440, 2007.
- [10] L. Dalessandro, F. da Silveira Cavalcante, and J. W. Kolar, "Self-Capacitance of High-Voltage Transformers," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 22, no. 5. pp. 2081–2092, 2007.
- [11] H. H. Race, "Capacitance and Loss Variations with Frequency And Temperature in Composite Insulation," *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, vol. 52, no. 2. pp. 682–689, 1933.
- [12] E. Agheb and H. K. Hoidalen, "Medium frequency high power transformers, state of art and challenges," *Renewable Energy Research and Applications (ICRERA), 2012 International Conference on*. pp. 1–6, 2012.
- [13] T. Filchev, F. Carastro, P. Wheeler, and J. Clare, "High voltage high frequency power transformer for pulsed power application," *Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC), 2010 14th International*. pp. T6–165–T6–170, 2010.
- [14] A. Van den Bossche, "Inductive components in Power Electronics," *Telecommunications Energy Conference (INTELEC), 2011 IEEE 33rd International*. pp. 1–11, 2011.
- [15] Z. Zhao, Y. Ling, Y. Wang, and X. Yang, "Calculation of Dynamic Capacitances in High Frequency Transformer," *Electromagnetic Field Problems and Applications (ICEF), 2012 Sixth International Conference on*. pp. 1–4, 2012.
- [16] G. T. Nikolov and V. C. Valchev, "Nanocrystalline magnetic materials versus ferrites in power electronics," *Procedia Earth Planet. Sci.*, vol. 1, no. 1, pp. 1357–1361, 2009.
- [17] G. A. Vieira, M. F. Pinto, M. J. Teixeira, B. L. Fraga, F. S. Silveira, and R. W. Oliveira, "Materiais Amorfos," pp. 1–4, 1980.
- [18] W. Shen, "Design of High-density Transformers for High-frequency High-power Converters," *Virginia Polytechnic Institute and State University*, 2006.
- [19] M. Ferch, "Light transformers for kilowatt SMPS based on nanocrystalline soft magnetic cores," *Power Electronics and Variable Speed Drives, 1998. Seventh International Conference on (Conf. Publ. No. 456)*. pp. 411–415, 1998.
-

- 
- [20] A. Magni, C. Beatrice, O. Bottauscio, A. Caprile, E. Ferrara, and F. Fiorillo, "Magnetization Process in Thin Laminations up to 1 GHz," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 4. pp. 1363–1366, 2012.
- [21] G. Ortiz, J. Biela, D. Bortis, and J. W. Kolar, "1 Megawatt, 20 kHz, isolated, bidirectional 12kV to 1.2kV DC-DC converter for renewable energy applications," *Power Electronics Conference (IPEC), 2010 International*. pp. 3212–3219, 2010.
- [22] S. Sgobba, "Physics and measurements of magnetic materials." *CERN-2010-004 on*, pp. 39-63, 2011.
- [23] J. Acero, C. Carretero, I. Lope, R. Alonso, Ó. Lucía, and J. M. Burdio, "Analysis of the Mutual Inductance of Planar-Lumped Inductive Power Transfer Systems," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 60, no. 1. pp. 410–420, 2013.
- [24] H.-Y. Lu, J. G. Zhu, and S. Y. R. Hui, "Experimental determination of stray capacitances in high frequency transformers," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 18, no. 5. pp. 1105–1112, 2003.
- [25] Y. Han, W. Eberle, and Y.-F. Liu, "A Practical Copper Loss Measurement Method for the Planar Transformer in High-Frequency Switching Converters," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 4. pp. 2276–2287, 2007.
- [26] W. Hurley and D. J. Wilcox, "Calculation of leakage inductance in transformer windings," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 9, no. 1. pp. 121–126, 1994.
- [27] P. L. Dowell, "Effects of eddy currents in transformer windings," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 113, no. 8. pp. 1387–1394, 1966.
- [28] M. H. Kheraluwala, D. W. Novotny, and D. M. Divan, "Design considerations for high power high frequency transformers," *Power Electronics Specialists Conference, 1990. PESC '90 Record., 21st Annual IEEE*. pp. 734–742, 1990.
- [29] J. A. Ferreira, "Improved analytical modeling of conductive losses in magnetic components," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 9, no. 1. pp. 127–131, 1994.
- [30] X. Nan and C. R. Sullivan, "An improved calculation of proximity-effect loss in high-frequency windings of round conductors," *Power Electronics Specialist Conference, 2003. PESC '03. 2003 IEEE 34th Annual*, vol. 2. pp. 853–860 vol.2, 2003.
-

- 
- [31] F. Tourkhani and P. Viarouge, “Accurate analytical model of winding losses in round Litz wire windings,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 37, no. 1. pp. 538–543, 2001.
- [32] F. Robert, P. Mathys, and J.-P. Schauwers, “A closed-form formula for 2-D ohmic losses calculation in SMPS transformer foils,” *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 16, no. 3. pp. 437–444, 2001.
- [33] X. Nan and C. R. Sullivan, “Simplified high-accuracy calculation of eddy-current loss in round-wire windings,” *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual*, vol. 2. pp. 873–879 Vol.2, 2004.
- [34] P. R. Wilson and A. D. Brown, “Effective modeling of leakage inductance for use in circuit simulation,” *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2008. APEC 2008. Twenty-Third Annual IEEE*. pp. 391–395, 2008.
- [35] I. Hernandez, F. de Leon, and P. Gomez, “Design Formulas for the Leakage Inductance of Toroidal Distribution Transformers,” *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 26, no. 4. pp. 2197–2204, 2011.
- [36] M. Albach, J. Lauter, “The Winding Capacitance of Solid and Litz Wires“, in *Proc. European Power Electronics Conference on*, Trondheim, pp. 2.001 – 2.005, 1997.
- [37] P. Fulmek, G. Holler, H. Wegleiter, B. Schweighofer, and P. Haumer, “Method for the Measurement of Transient Magnetic AC Properties of Soft Ferrites,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 46, no. 2. pp. 463–466, 2010.
- [38] W. Shen, F. Wang, D. Boroyevich, and C. W. Tipton, “Loss Characterization and Calculation of Nanocrystalline Cores for High-frequency Magnetics Applications,” *Applied Power Electronics Conference, APEC 2007 - Twenty Second Annual IEEE*. pp. 90–96, 2007.
- [39] C. Cuellar, W. Tan, X. Margueron, A. Benabou, and N. Idir, “Measurement method of the complex magnetic permeability of ferrites in high frequency,” *Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2012 IEEE International*. pp. 63–68, 2012.
- [40] W. Li, Y. Sun, and C. R. Sullivan, “High-frequency resistivity of soft magnetic granular films,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 41, no. 10. pp. 3283–3285, 2005.
-

- 
- [41] T. L. Mthombeni and P. Pillay, “Physical Basis for the Variation of Lamination Core Loss Coefficients as a Function of Frequency and Flux Density,” *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 - 32nd Annual Conference on*. pp. 1381–1387, 2006.
- [42] J. Reinert, A. Brockmeyer, and R. W. De Doncker, “Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation,” *Industry Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE*, vol. 3. pp. 2087–2092 vol.3, 1999.
- [43] J. Muhlethaler, J. Biela, J. W. Kolar, and A. Ecklebe, “Core Losses Under the DC Bias Condition Based on Steinmetz Parameters,” *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 27, no. 2. pp. 953–963, 2012.
- [44] K. Venkatachalam, C. R. Sullivan, T. Abdallah, and H. Tacca, “Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters,” *Computers in Power Electronics, 2002. Proceedings. 2002 IEEE Workshop on*. pp. 36–41, 2002.
- [45] A. Van den Bossche, V. C. Valchev, and G. B. Georgiev, “Measurement and loss model of ferrites with non-sinusoidal waveforms,” *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual*, vol. 6. pp. 4814–4818 Vol.6, 2004.



## 7. ANEXOS

### Anexo A

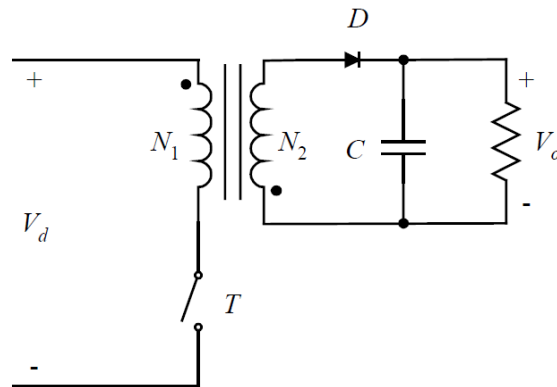


Figura A.1 – Conversor *flyback*.

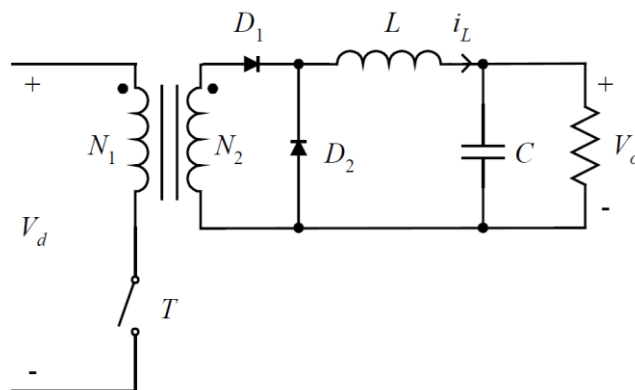


Figura A.2 – Conversor *forward*.

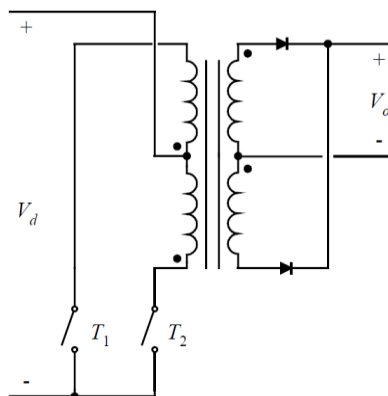
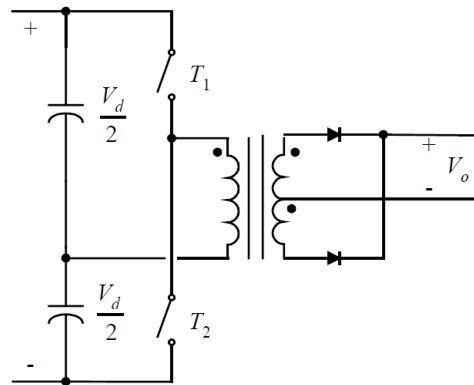
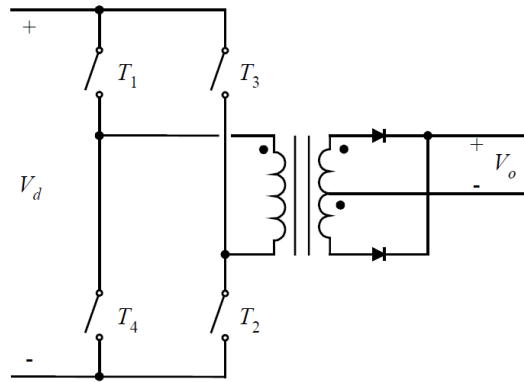


Figura A.3- Conversor *push-pull*.

Figura A.4 – Conversor *half-bridge*.Figura A.5 – Conversor *bridge*.

## Anexo B

$M$  e  $D$  são fatores de aproximação que variam com a frequência e as dimensões do condutor.

$$M = \infty h \cdot \cosh(\infty h) \quad (\text{A.1})$$

$$D = 2 \infty h \cdot \cosh\left(\frac{\infty h}{2}\right) \quad (\text{A.2})$$

Em que  $\alpha$  é definido pela seguinte expressão,

$$\alpha = \sqrt{\frac{j\omega\mu_0\eta}{\rho}} \quad (\text{A.3})$$

A resistência para corrente contínua é resultado da impedância de fugas que por sua vez depende da tensão.

$$V = \frac{\rho l_T N_i^2 I}{\eta b h} \left\{ pM + \frac{p(p^2 - 1)D}{3} \right\} \quad (\text{A.4})$$

Dividindo a tensão pela corrente resulta a impedância,

$$Z = \frac{\rho l_T N_l^2}{\eta b h} \left\{ pM + \frac{p(p^2 - 1)D}{3} \right\} \quad (\text{A.5})$$

Sendo a resistência em regime contínuo dada por,

$$R_{DC} = \frac{p\rho N_l^2 l_T}{\eta b h} = \frac{p\rho N_l l_T}{ah} = \rho \cdot \frac{\text{Comprimento total}}{\text{Secção de área do condutor quadrado}} \quad (\text{A.6})$$

Por fim a resistência em regime alternado é dada por,

$$R_{AC} = R_{DC} \cdot F_R \quad (\text{A.7})$$

### Anexo C

$$R_{AC} = R_{DC} \frac{\xi}{2} \left[ \frac{\sinh \xi + \sin \xi}{\cosh \xi - \cos \xi} + (2p - 1)^2 \frac{\sinh \xi - \sin \xi}{\cosh \xi + \cos \xi} \right] \quad (\text{A.8})$$

$$\xi = \frac{d\sqrt{\pi}}{2\delta} \quad (\text{A.9})$$

A dependência da profundidade pelicular com o fator de preenchimento vai afetar o valor de  $\xi$  que é dado em função do fator de preenchimento ( $\eta$ ).

$$\delta(\eta) = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma \eta}} \quad (\text{A.10})$$

Por fim, deduz-se que o fator de perdas no cobre é expresso pela equação (A.11).

$$F_R(\xi(\eta)) = \left[ \frac{\sinh \xi(\eta) + \sin \xi(\eta)}{\cosh \xi(\eta) - \cos \xi(\eta)} + \eta^2 (2p - 1)^2 \frac{\sinh \xi(\eta) - \sin \xi(\eta)}{\cosh \xi(\eta) + \cos \xi(\eta)} \right] \quad (\text{A.11})$$

### Anexo D

A soma dos campos magnéticos internos e externos é dado pela expressão (A.12).

$$\vec{H} = \vec{H}_{ext} + \vec{H}_{int} = (H_{ext} + H_{int} \sin(\theta)) \vec{y} + H_{int} \cos(\theta) \vec{x} \quad (\text{A.12})$$

Após algum desenvolvimento analítico o autor obtém em coordenadas cilíndricas o campo apresentado na equação (A.13).

$$\vec{H} = \left( \left( \left( k - \frac{1}{2} + \frac{r \cos(\theta)}{r_c} \right) \frac{I_L}{2} \right) + \frac{I}{2\pi r_c^2} r \sin(\theta) \right) \vec{y} + \frac{I}{2\pi r_c^2} r \cos(\theta) \vec{x} \quad (\text{A.13})$$

As perdas por correntes de *Foucault* nos fios do condutor é dada em função das equações de *Bessel* por  $\psi_1$  e  $\psi_2$ .

$$P_0 = \frac{I_0 \rho}{\sqrt{2\pi} \delta d_0} \psi_1(\zeta) - \frac{2\sqrt{2\pi} \rho}{\delta} H^2 \psi_2(\zeta) \quad (\text{A.14})$$



Somando a potência integrada em coordenadas cilíndricas ( $r$  e  $\theta$ ) com o número de camadas e condutores, deduz-se a potência total no enrolamento, dada pela equação (A.15).

$$P = \frac{\sqrt{2}NI^2\rho}{\pi\delta N_0 d_0} \left( \psi_1(\zeta) - \frac{\pi^2 N_0 \beta}{24} \left( 16p^2 - 1 + \frac{24}{\pi} \right) \psi_2(\zeta) \right) \quad (\text{A.15})$$

E finalmente, a resistência para correntes alternadas neste tipo de linhas circular.

$$R_{AC} = \frac{\sqrt{2}N\rho}{\pi\delta N_0 d_0} \left( \psi_1(\zeta) - \frac{\pi^2 N_0 \beta}{24} \left( 16p^2 - 1 + \frac{24}{\pi} \right) \psi_2(\zeta) \right) \quad (\text{A.16})$$

$$R_{AC} = K_R R_b \quad (\text{A.17})$$

$$K_R = \left( \psi_1(\zeta) - \frac{\pi^2 N_0 \beta}{24} \left( 16p^2 - 1 + \frac{24}{\pi^2} \right) \psi_2(\zeta) \right) \quad (\text{A.18})$$

$$R_b = \frac{N\rho}{\pi\delta^2 N_0} \quad (\text{A.19})$$

A modificação deste método consiste na multiplicação de  $K_R$  por um fator de  $\frac{\zeta}{\sqrt{2}}$ .

$$K_D = \frac{\zeta}{\sqrt{2}} \left( \psi_1(\zeta) - \frac{\pi^2 N_0 \beta}{24} \left( 16p^2 - 1 + \frac{24}{\pi^2} \right) \psi_2(\zeta) \right) \quad (\text{A.20})$$

Alterando o valor do diâmetro normalizado para uma folha condutora ( $X$ ), da equação (A.22) tem-se para o caso da folha condutora que,

$$K_D = \frac{R_{AC}}{R_{DC}} \quad (\text{A.21})$$

$$K_D = X \left( \varphi_1(X) + \left( \frac{p^2 - 1}{3} \right) \varphi_2(X) \right) \quad (\text{A.22})$$

$$X = \frac{d}{\delta} \quad (\text{A.23})$$

$$\varphi_1(X) = \frac{\sinh 2X + \sin 2X}{\cosh 2X - \cos 2X} \quad (\text{A.24})$$

$$\varphi_2(X) = 2 \frac{\sinh 2X - \sin 2X}{\cosh 2X + \cos 2X} \quad (\text{A.25})$$

## Anexo E

$$\hat{G}' = k_1 \sqrt{k_2} X \frac{\sinh \sqrt{k_2} X - \sin \sqrt{k_2} X}{\cosh \sqrt{k_2} X + \cos \sqrt{k_2} X} \quad (\text{A.26})$$

É adicionado mais um termo à expressão (A.26), devido ao *overshoot* nos resultados simulados. A função responsável por isso é também dependente dos dados empíricos da simulação, como  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $n$ ,  $w$  e  $b$ .

$$\hat{G}' = (1-w)k_1\sqrt{k_2}X \frac{\sinh\sqrt{k_2}X - \sin\sqrt{k_2}X}{\cosh\sqrt{k_2}X + \cos\sqrt{k_2}X} + w\hat{d}(X) \quad (\text{A.27})$$

$$\hat{d}(X) = \frac{KX}{(X^{-3n} + b^{3n})^{\frac{1}{n}}} \quad (\text{A.28})$$

E  $K$  está relacionado com o ajuste da curva para baixas frequências e tem um valor constante de 0.096.

Os valores das variáveis empíricas  $w$ ,  $k$ ,  $b$  dependem do espaço entre camadas ( $h/d$ ) e entre condutores ( $v/d$ ). São caracterizadas pela função (A.29) os coeficientes  $k$ ,  $b$  e  $w$  é calculado a partir da expressão (A.30).

$$f(Y, s_1, s_2, q) = \frac{s_1 - s_2}{Y^{-1} + q^{-1}} + s_2 \quad (\text{A.29})$$

$$w(Y) = c_1 \pm \left( u_1 - u_0 e^{-\frac{Y}{Y_0}} \right)^2 \quad (\text{A.30})$$

**Tabela A.1 – Coeficientes empíricos para o cálculo da resistência por efeito de proximidade.**

		$s_{1b,j}$	$s_{2b,j}$	$q_{b,j}$
<b>b</b>	j=1	-0.0037	0.0432	-0.0661
	j=2	1.8167	0.0074	0.2195
	j=3	0.7053	0.8378	23.8755
		$s_{1k,j}$	$s_{2k,j}$	$q_{k,j}$
<b>k</b>	j=1	1.0261	0.8149	9.3918
	j=2	0.4732	0.8023	1.2255
	j=3	0.0930	0.2588	-0.0334
<b>w</b>	$c_{11}=0.0596$	$u_{11}=0.1558$	$u_{01}=0.3477$	$Y_{01}=1.0673$
	$c_{21}=0.0018$	$u_{21}=0.1912$	$u_{02}=0.2045$	$Y_{02}=1.3839$

## Anexo F

$$M = \infty h \cdot \cosh(\infty h) \quad (\text{A.31})$$

$$D = 2 \infty h \cdot \cosh\left(\frac{\infty h}{2}\right) \quad (\text{A.32})$$

$$L_{l\_DC} = \frac{\mu_0 p^3 N_l^2 l_T h}{3b} \quad (\text{A.33})$$

A indutância em correntes alternadas vai variar de acordo com o fator de perdas da indutância  $F_L$  como demonstra a equação (A.36),

$$L_{l\_AC} = L_{l\_DC} F_L \quad (\text{A.34})$$

$$\omega L_{l\_AC} = \frac{p \rho l_T N_l^2}{\eta b h} \left\{ M'' + \frac{(p^2 - 1) D''}{3} \right\} \quad (\text{A.35})$$

$$L_{l\_AC} = L_{l\_DC} \left\{ \frac{3M'' + (p^2 - 1) D''}{p^2 |\alpha^2 h^2|} \right\} \quad (\text{A.36})$$

## Anexo G

$$L_{l\_DC\_toróide} = \sum_{i=1}^5 \frac{N^2 \mu_0}{2\pi} \eta_i (\alpha_i + \phi_i g + \beta_i b) \quad (\text{A.37})$$

**Tabela A.2 – Coeficientes para o cálculo da indutância de fugas em baixa frequência numa geometria toroidal.**

Secção (i)	Coeficientes			
	$\eta_i$	$\alpha_i$	$\phi_i$	$\beta_i$
1	$h$	$\frac{R_{m1}}{3R_2^2}$	$\frac{R_{m2}}{2R_2R_3}$	$\frac{R_{m3}}{3R_3^2}$
2	$h$	$\frac{R_{m7}}{3R_7^2}$	$\frac{R_{m6}}{2R_6R_7}$	$\frac{R_{m5}}{3R_6^2}$
3	$\frac{R_e^2 - R_i^2}{R_e R_i}$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$
4	$\frac{1}{2R_2^2}$	$\frac{R_{m1}t_1}{6}$	$R_{m2}t_2$	$\frac{R_{m3}t_3}{6}$
5	$\frac{1}{2R_6^2}$	$\frac{R_{m7}t_1}{6}$	$R_{m6}t_2$	$\frac{R_{m5}t_3}{6}$

## Anexo H

$$L_{DC} = L_{low} - L_{hf} \quad (\text{A.38})$$

A dependência da constante de tempo com as perdas no cobre e a indutância de fugas a baixas frequências é dada por:

$$\tau = \frac{1}{f} = (0.5r)^2 \frac{\pi\mu_0}{\rho} \quad (\text{A.39})$$

$$\tau = \frac{L_{low}}{R_{loss}} \quad (\text{A.40})$$

$$R_{loss} = \frac{L_{low}}{\tau} \quad (\text{A.41})$$

## Anexo I

Variação da tensão ao longo do número de espiras para:

Bobinagem padrão:

$$V_{II}(x) = \frac{2V_w}{N_{layer}} \frac{x}{h} \quad (\text{A.42})$$

Bobinagem invertida:

$$V_{II}(x) = \frac{V_w}{N_{layer}} \quad (\text{A.43})$$

A energia armazenada entre duas camadas é dada pela diferença de potencial na área entre dois elétrodos.

$$W_{E,II} = \frac{C_0}{2h} \int_0^w V_{II}(x)^2 dx \quad (\text{A.44})$$

Energia armazenada para a bobinagem padrão:

$$W_{E,II} = \frac{C_0}{2h} \int_0^w \left( \frac{2V_w}{N_{layer}} \frac{x}{h} \right)^2 dx = \frac{C_0}{2h^3} \frac{4V_w^2 h^3}{3N_{layer}^2} = \frac{2C_0}{3} \frac{V_w^2}{N_{layer}^2} = C_{II} \frac{V_w^2}{N_{layer}^2} \quad (\text{A.45})$$

Bobinagem invertida:

$$W_{E,II} = \frac{C_0}{2h} \int_0^w \left( \frac{V_w}{N_{layer}} \right)^2 dx = \frac{C_0}{2h} \frac{V_w^2 h}{N_{layer}^2} = \frac{C_0}{2} \frac{V_w^2}{N_{layer}^2} = C_{II} \frac{V_w^2}{N_{layer}^2} \quad (\text{A.46})$$

## Anexo J

A distância efetiva entre “placas” é representada pela equação (A.47).

$$d_{eff} = d' - 2.3(r_e + t) + 0.26d_{tt} \quad (\text{A.47})$$

Se a bobinagem entre camadas for do tipo ortogonal,

$$d' = d = 2r_e + g \quad (\text{A.48})$$

Se for do tipo ortocíclico então,

$$d' = \begin{cases} d = 2r_e + g & g > 0 \\ r_e + \frac{h}{2} + \frac{\sqrt{(2r_e + h)^2 + \frac{d_{tt}^2}{4}}}{2} & g \leq 0 \end{cases} \quad (\text{A.49})$$

As equações anteriores são aplicadas à expressão do condensador de placas planas paralelas.

$$C_{0,plan} = \epsilon_0 \epsilon_{r,m} \frac{hl}{d_{eff}} \quad (\text{A.50})$$

## Anexo K

$$C_{0,ortogonal} = \frac{\epsilon_0 z l}{1 - \frac{t}{\epsilon_D r_e}} \left( V + \frac{1}{8\epsilon_D} \left( \frac{2t}{r_e} \right)^2 \frac{Z}{1 - \frac{t}{\epsilon_D r_e}} \right) \quad (\text{A.51})$$

$$V = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \arctan \left( \sqrt{\frac{\beta + 1}{\beta - 1}} \right) - \frac{\pi}{4} \quad (\text{A.52})$$

$$Z = \frac{\beta(\beta^2 - 2)}{(\beta^2 - 1)^{3/2}} \arctan\left(\sqrt{\frac{\beta+1}{\beta-1}}\right) - \frac{\beta}{2(\beta^2 - 1)} - \frac{\pi}{4} \quad (\text{A.53})$$

$$\beta = \frac{1}{\alpha} \left(1 + \frac{g}{2\varepsilon_0 r_e}\right) \quad (\text{A.54})$$

$$\alpha = 1 - \frac{t}{\varepsilon_D r_e} \quad (\text{A.55})$$

## Anexo L

$$C_{u,K} = 2\varepsilon_0 \left(m_L + \frac{2t}{\varepsilon d^2} (d-t)m_D\right) \quad (\text{A.56})$$

Em que os coeficientes  $m_L$  e  $m_D$  são dados respetivamente por,

$$m_L = \int_0^{\pi/6} \frac{\frac{1}{2} - \left(\sin^2 \theta + \cos \theta \sqrt{\cos^2 \theta - \frac{3}{4}}\right)}{\left[\cos \theta - \left(1 - \frac{2t}{\varepsilon d}\right) \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\cos^2 \theta - \frac{3}{4}}\right)\right]^2} d\theta \quad (\text{A.57})$$

$$m_D = \int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 \theta + \cos \theta \sqrt{\cos^2 \theta - \frac{3}{4}}}{\left[\cos \theta - \left(1 - \frac{2t}{\varepsilon d}\right) \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\cos^2 \theta - \frac{3}{4}}\right)\right]^2} d\theta \quad (\text{A.58})$$

$$C_{u,M} = \varepsilon \theta^* \ln^{-1}\left(\frac{d}{d_i}\right) + \varepsilon_0 \cot \frac{\theta^*}{2} - \varepsilon_0 \cot \frac{\pi}{12} \quad (\text{A.59})$$

$$\theta^* = \arccos\left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \ln\left(\frac{d}{d_i}\right)\right) \quad (\text{A.60})$$

## Anexo M

As expressões utilizadas para a obtenção do valor do coeficiente FWC para uma onda triangular da densidade de fluxo (tensão de alimentação com onda quadrada), são dadas por (A.61) para onda sinusoidal e (A.62) para a onda quadrada.

$$W_{\sin} = \frac{2}{T \cdot B_{pico}} \int_0^{T/2} B_{pico} \sin(\omega t) \cdot dt = \frac{2}{\pi} \quad (\text{A.61})$$

$$W_{sq} = \frac{2}{T \cdot B_{pico}} \int_0^{T/4} \frac{B_{pico}}{T/4} t \cdot dt = \frac{1}{2} \quad (\text{A.62})$$

## Anexo N

**Tabela A.3 – Propriedades elétricas dos materiais isolantes.**

Material	$F_g \times 10^{-4}$ a 60 Hz e 20 °C	Rigidez diel. $E_d$ (kV/mm)	Temperatura limite (°C)	Resistividade transversal ( $\Omega \times cm$ ) <sup>60</sup>	Constante dielétrica $\epsilon$	Densidade g/cm <sup>3</sup>
Óleo mineral	10	10-14	95	$25 \times 10^{12}$	2	0.8-0.9
Askarel	10-20	13-16	135	$10^{13}$ - $10^{14}$	5	1.3-1.7
Óleo Silicone	2-10	10-30	-60-200	$7.9 \times 10^{14}$	2.1-2.8	0.5-1.0
Parafina	1-2	20-25	70	$> 10^{16}$	1.9-2.2	0.8-0.9
Goma-laca	100	20-30	70	$10^{15}$ - $10^{16}$	3.5	1.3-1.5
PVC	$10 \cdot 10^{-2}$	40-50	75	$10^{13}$ - $10^{16}$	3-4	1.2-1.4
Polietileno	2-5	30	85	$10^{16}$ - $10^{17}$	2.3-2.4	0.9
Polistírol	3-50	25-50	50-80	$10^{14}$ - $10^{18}$	2.5	1.05
Baquelite	100-140	20	150	$10^{12}$ - $10^{14}$	4-4.5	4-7
Betume	170	50-100	60	$10^{10}$	2.7	0.9-1.1
Papel para condensadores	20-30	35	100	$10^{18}$	3.7	1.5
Papel para condutores	100-200	8-10	100	$10^{16}$	3-3.5	0.8-0.9
Vidro e fibra de vidro	Até 100	35-50	200-250	$10^{11}$ - $10^{17}$	5-8	2-6
Amianto	---	2-30	200-250	$10^{11}$ - $10^{17}$	5-8	2-6
Mica muscovita	0.5-3	5-40	500-600	$10^{15}$ - $10^{16}$	6-7	3
Flogopita	0.5-5	4-40	800-1000	$10^{13}$ - $10^{14}$	5-6	3

## Anexo O

**Tabela A.4 – Classificação dos materiais isolantes.**

Classe Térmica	Temperatura máxima (°C)	Materiais
<b>O</b>	90	Algodão, seda e papel não impregnados.
<b>A</b>	105	Algodão, seda e papel adequadamente impregnados, envolvidos ou imersos em dielétrico líquido (Óleo).
<b>E</b>	120	Alguns vernizes, esmaltes e fibras.
<b>B</b>	130	Mica, fibra de vidro, asbesto, etc., com substâncias aglutinadas adequadas para operação com 130 °C.
<b>F</b>	155	Mica, fibra de vidro, asbesto, etc., com substâncias aglutinadas adequadas para operação com 155 °C.
<b>H</b>	180	Elastômero de silicone, mica, fibra de vidro, asbesto, etc., com substâncias aglutinadas adequadas tais como resinas e outros materiais com capacidade de operação em 180 °C.
<b>C</b>	Acima de 220	Isolação que consiste inteiramente de mica, porcelana, vidro, quartzo ou materiais orgânicos similares capazes de operar com temperaturas acima de 220 °C.

## 8. APÊNDICES

### Apêndice A

**Tabela B.1 – Código MATLAB da simulação.**

Conteúdo
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Parâmetros do transformador.</li> <li>• Resistência DC dos enrolamentos.</li> <li>• Efeito pelicular Dowell modificado.</li> <li>• Efeito de proximidade, Dowell modificado.</li> <li>• Valor total da resistência referida ao enrolamento de alta tensão.</li> <li>• Indutância de fugas do transformador.</li> <li>• Capacidades parasitas estáticas.</li> <li>• Indutância de magnetização.</li> <li>• Perdas no núcleo.</li> <li>• Frequência de ressonância</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>Programa Principal</b></p> <pre> %===== %===== SIMULAÇÃO DOS PARÂMETROS DO TRANSFORMADOR DE ALTA-FREQUÊNCIA ===== %===== %           Aplicação em núcleo trifásico do tipo CORE de duplo enrolamento por coluna %===== %---Propriedades dos isolantes--- eo=8.854*10^-12; % F/m er_papel=3.5; %permitividade relativa do isolamento entre camadas e enrolamento; er=3.5; %permitividade relativa esmalte e=eo*er;  %---Geometria do núcleo transformador--- h=0.18; % altura; l=[0.06 0.08]; %larguras; c=0.3; %comprimento da barra superior e inferior; compT_Nucleo=3*h+2*c; perimetro=2*(1)+2*(2); %perímetro para uma secção retangular; Seccao_Nucleo=l(1)*l(2); %área da secção transversal do núcleo; Volume_Nucleo=Seccao_Nucleo*compT_Nucleo; %volume do núcleo; %---Propriedades magnéticas--- uo=(4*pi)*1e-7; % T*m*A^-1 ur=2000; u_ferrite=2300; u=uo*ur;  %---Dimensões dos enrolamentos--- a=0.007; % largura total do enrolamento do primário; b=0.01271; % largura total do enrolamento do secundário; g=0.00025; % espessura do isolamento entre enrolamentos; g_camada=[0.000125 0]; % espessura do isolamento entre camadas de espiras; s=0.001; % espessura entre o enrolamento e o núcleo; ds1=s; % distância entre a janela e o enrolamento 1; dn=30*10^-3; % distância entre a o centro do núcleo e a janela; d12=g; % distância entre o enrolamento 1 e o enrolamento 2; Di=2.8*10^-3; % diâmetro interno primário; De=2.972*10^-3; % diâmetro externo primário; di=8*10^-3; % diâmetro interno secundário; de=8.1*10^-3; % diâmetro externo secundário; Diam=[Di di; De de]; </pre>

```

%---Parâmetros de simulação---
Amp=230*sqrt(2); %amplitude da onda de alimentação;
freq=50; %frequência;
w=2*pi*freq; %frequência angular;
Ts=5e-7; %tempo de amostragem;
Tp=1/freq; %frequência de amostragem;
load=3.3+1i*0.005; %carga;
N=[180 22]; %número de espiras do primário e secundário;
m=(N(1)/N(2)); %N(1)/N(2) - razão de transformação;
K=1/m;
numT=[floor(h/De) floor(h/de)]; %número de voltas por camada;
camadas=[ceil(N(1)/numT(1)) ceil(N(2)/numT(2))]; %número de camadas;
ds2=s+g+camadas(1)*de; %distância entre a janela e o enrolamento do secundário;

ultimaCamada=[0 0];
for k=1:2
    if(numT(k)>N(k))
        numT(k)=N(k);
    end

    if((N(k)/numT(k))<camadas(k))
        ultimaCamada(k)=floor((N(k)/numT(k))-floor(N(k)/numT(k))*numT(k));
    end
end
compT=[2*(l(1)+ds1)+2*(l(2)+ds1) 2*(l(1)+ds2)+2*(l(2)+ds2)]; %comprimento medio da primeira volta;

                                Resistência DC dos enrolamentos.
comptotal=[0,0];
for k=1:2
    if(camadas(k)==1)
        comptotal(k)=numT(k)*(2*(l(1)+(Diam(2,k)/2))+2*(l(2)+(Diam(2,k)/2)));
    elseif(ultimaCamada(k)~=0)
        for j=1:(camadas(k)-1)
            comptotal(k)=(2*(l(1)+(Diam(2,k)/2)*j)+2*(l(2)+(Diam(2,k)/2)*j)) *numT(k)+comptotal(k);
        end
        comptotal(k)=ultimaCamada(k)*(2*(l(1)+(Diam(2,k)/2)*j)+2*(l(2)+(Diam(2,k)/2)*j))+comptotal(k);
    else
        for jj=1:(camadas(k))
            comptotal(k)=(2*(l(1)+(Diam(2,k)/2)*jj)+2*(l(2)+(Diam(2,k)/2)*jj)) *numT(k)+comptotal(k);
        end
    end
end

Temp=60; %temperatura em regime estacionário;
p0=1.7241e-6; %resistividade do cobre a 20°C;
coefT20=3.9e-3; %coeficiente de temperatura do cobre;
p=p0*(1+coefT20*(Temp-20)); %resistividade a uma temperatura "Temp";
p_n=p*1e+4; %em mm2;
condutividade=1/p; % s/m;
seccao=[pi*(Di/2)^2 pi*(di/2)^2]; %secção dos condutores;
seccao_n=[pi*(Di/2*1000)^2 pi*(di/2*1000)^2]; %em mm2;

Rdc=[p_n*(comptotal(1)/seccao_n(1)) p_n*(comptotal(2)/seccao_n(2))]; %Resistência DC;
delta=sqrt(p/(pi*uo*freq)); %profundidade PELICULAR;

```



```

Efeito Pelicular Dowell modificado.
resistencia_skin=Calc_ResistenciaSkin(Rdc, freq, p, uo, Di, di, h, numT);

Efeito de proximidade, Dowell modificado.
bw=s+a+b+g;
resistencia_proximidade=Rac_proximidade_2004(p, delta, Di, di, De, de, g_camada, camadas);

Valor total da resistência referida ao enrolamento de alta tensão.
R=[resistencia_skin(1)+resistencia_proximidade(1) (resistencia_skin(2)+resistencia_proximidade(2))*(m)^2];

Indutância de fugas do transformador.
L_fugas=Calc_IndutanciaFugas(Di, di, De, de, condutividade, camadas, w, uo, numT, N, m);
L_fugas=[L_fugas(1) L_fugas(2)*(m)^2];

Capacidades parasitas estáticas.
C_estatica=Calc_Capacidade(Di, di, De, de, h, eo, er, er_papel, compT, N, numT, camadas, g_camada, ultimaCamada, ds1, ds2, d12,
dn, 1);
C_estatica=[C_estatica(1) C_estatica(2))/(m)^2];

Indutância de magnetização.
Lm=Calc_IndutanciaMagnetizacao( N, L_fugas, h, u, Seccao_Nucleo);

Perdas no núcleo.
% Ferro-silicio
alpha=1.71;
beta=1.37;
kapa=4e-3;
B_sat=1.5;

% Ferrite
% alpha=1.3;
% beta=2.5;
% kapa=16.7e-3;
% B_sat=1.23;

% Nanocristais FT-3M
% alpha=1.7;
% beta=1.9;
% kapa=4.3e-3;
% B_sat=1.47;

P_Fe=Calc_PerdasNucleo( alpha, beta, kapa, freq, B_sat, Volume_Nucleo);
R_Fe=((N(1)*Seccao_Nucleo*w*(B_sat/sqrt(2)))^2)/P_Fe(2);

Frequência de ressonância.
Fressonancia=1/(2*pi*sqrt(sum(C_estatica)*(Lm(1))));

```

## Funções

## Função “Calc\_ResistenciaSkin”.

```
function [ResistenciaSkin]= Calc_ResistenciaSkin(Rdc, freq, p, uo, Di, di, h, numT)

new=[(numT(1)*Di)/h (numT(2)*di)/h];
delta=sqrt(p/(pi*freq*uo));
Y=[Di/delta*sqrt(new(1)) di/delta*sqrt(new(2))];
F=[Y(1)*(sinh(2*Y(1))+sin(2*Y(1)))/(cosh(2*Y(1))-cos(2*Y(1))) Y(2)*(sinh(2*Y(2))+sin(2*Y(2)))/(cosh(2*Y(2))-cos(2*Y(2)))];
ResistenciaSkin=[Rdc(1)*(F(1)) Rdc(2)*(F(2))];

end
```

## Função “Calc\_ResistenciaSkin”.

```
function [resistencia_2004]= Rac_proximidade_2004(p, delta, Di, di, De, de, g_camadas, camadas)

X=[Di/delta di/delta];
h_espaco=[(g_camadas(1)+(De-Di))/Di (g_camadas(2)+(de-di))/di];
v_espaco=[(De-Di) (de-di)];

%% Método de 2004
G_linha=[0 0];
[B1, k1, w1]=Rac_proximidade2(v_espaco(1), h_espaco(1));
G_linha(1)=(1-w1)*3*pi/16*X(1)*k1^-3*((sinh(k1*X(1))-sin(k1*X(1)))/(cosh(k1*X(1))+cos(k1*X(1))))+w1*pi/32*(X(1)/(X(1)^3+B1^3));
[B2, k2, w2]=Rac_proximidade2(v_espaco(2), h_espaco(2));
G_linha(2)=(1-w2)*3*pi/16*X(2)*k2^-3*((sinh(k2*X(2))-sin(k2*X(2)))/(cosh(k2*X(2))+cos(k2*X(2))))+w2*pi/32*(X(2)/(X(2)^3+B2^3));

Resistencia_prox=[p/(4*Di*delta)*(2*camadas(1)-1)^2*G_linha(1) p/(4*di*delta)*(2*camadas(2)-1)^2*G_linha(2)];

resistencia_2004=Resistencia_prox;

end
```

## Subfunção “Rac\_proximidade2”.

```
function [b, k, w]=Rac_proximidade2(v, h)
%aplicação do método de Dowell modificado no artigo de 2004 de Xi Nan e C. R. Sullivan
%% Tabela1
bj=[-0.0037 0.0432 -0.0661; 1.8167 0.0074 0.2195; 0.7053 0.8378 23.8755];
kj=[1.0261 0.8149 9.3918; 0.4732 0.8023 1.2225; 0.093 0.2588 -0.0334];
c=[0.0596 0.0018];
u=[0.1558 0.3477; 0.1912 0.2045];
Y=[1.0673 1.3839];

%% Função
b=model_XiNan(v, model_XiNan(h, bj(1,1), bj(1,2), bj(1,3)), model_XiNan(h, bj(2,1), bj(2,2), bj(2,3)), model_XiNan(h, bj(3,1), bj(3,2), bj(3,3)));
k=model_XiNan(h, model_XiNan(v, kj(1,1), kj(1,2), kj(1,3)), model_XiNan(v, kj(2,1), kj(2,2), kj(2,3)), model_XiNan(v, kj(3,1), kj(3,2), kj(3,3)));
w=modelW_XiNan(v, h, u, c, Y);

end
```

## Subfunção “model\_XiNan”.

```
function [retorna]=model_XiNan(Y, s1, s2, q)
retorna=(s1-s2)/(Y^-1+q^-1)+s2;

end
```

## Subfunção “modelW\_XiNan”.

```
function [retorna]=modelW_XiNan(v, h, u, c, Y)
w1=c(1)-(u(1,1)-u(1,2)*exp(-v/Y(1)))^2;
w2=c(2)-(u(2,1)-u(2,2)*exp(-v/Y(2)))^2;

retorna=h*w1+w2;

end
```

## Função “Calc\_IndutanciaFugas”.

```
function [ IndutanciaFugas ] = Calc_IndutanciaFugas( Di, di, De, de, condutividade, camadas, w, uo, numT, N, m)

%Coluna magnética
h=0.17966; %altura
```

```

l=[0.07972 0.08825]; %largura
c=0.29975;

%Larguras dos enrolamentos
g=0.00025;
g_camada=0.000125;
s=0.001;
a=camadas(1)*(De+g_camada);
b=camadas(2)*(de+g_camada);
ro=0.03;

lado_quadrado=[sqrt(pi)*(De/2) sqrt(pi)*(de/2)];
new=[numT(1)*(lado_quadrado(1)/h) numT(2)*(lado_quadrado(2)/h)];
alpha=[sqrt((1*w*uo*new(1))*condutividade) sqrt((1*w*uo*new(2))*condutividade)];

M_im=imag([alpha(1)*sqrt(pi)*Di/2*coth(alpha(1)*sqrt(pi)*Di/2) alpha(2)*sqrt(pi)*di/2*coth(alpha(2)*sqrt(pi)*di/2)]);
D_im=imag([alpha(1)*sqrt(pi)*Di*tanh(alpha(1)*sqrt(pi)*Di/4) alpha(2)*sqrt(pi)*di*tanh(alpha(2)*sqrt(pi)*di/4)]);

Lw=2*pi*uo*N(1)^2/h*[a*(ro/3+a/4)+g*(ro+a+g/2) b*(ro+a+g)/3+b/12];

FL=(3*M_im(1)+(camadas(1)^2-1)*D_im(1))/(camadas(1)^2*abs(alpha(1)^2*lado_quadrado(1)^2) (3*M_im(2)+(camadas(2)^2-1)*D_im(2))/(camadas(2)^2*abs(alpha(2)^2*lado_quadrado(2)^2)));
LI=[Lw(1)*FL(1) Lw(2)*FL(2)];
L=[LI(1) LI(2)/m^2];

IndutanciaFugas=L1;

%Cálculo por aproximação a um núcleo cilíndrico e erro
%raio=(l(1)+l(2))/pi; %com o mesmo perímetro
% raio=(sqrt(l(1)*l(2)/pi)+(l(1)+l(2))/pi)/2; %média dos raios
% Lw_aproximacao=[uo*2*pi*N(1)^2*(a/h)*(raio/3+a/4) uo*2*pi*N(2)^2*(b/h)*((raio+a+g)/3+b/12)
uo*2*pi*N(1)*N(2)*(a/h)*(raio+a+g/2)];
% Erro_Lw=[(Lw(1)-Lw_aproximacao(1))/Lw(1)*100 (Lw(2)-Lw_aproximacao(2))/Lw(2)*100 (Lw(3)-Lw_aproximacao(3))/Lw(3)*100];
end

Função “Calc_IndutanciaMagnetizacao”.
function [ IndutanciaMagnetizacao ] = Calc_IndutanciaMagnetizacao( N, L_fugas, h, u, Seccao_Nucleo)

%comprimentos das secções do núcleo;
l_21=150e-3;
l_12=l_21;
l_23=150e-3;
l_32=l_23;

l_N=[h l_12 0; l_21 h l_23; 0 l_32 h];

Rel=zeros(3,3);
Comprimento_ferro=0;
for j=1:3
    for i=1:3
        Comprimento_ferro=Comprimento_ferro+l_N(i,j);
        Rel(i,j)=l_N(i,j)/(u*Seccao_Nucleo);
    end
end

Relutancia_Eq=[(Rel(2,3)+Rel(3,2)+Rel(3,3)*Rel(2,2))/(Rel(2,3)+Rel(3,2)+Rel(3,3)+Rel(2,2))+Rel(1,2)+Rel(2,1)+Rel(1,1),
Rel(2,2)+1/(1/(Rel(3,2)+Rel(2,3)*Rel(3,3))+1/(Rel(1,2)+Rel(2,1)+Rel(1,1))),
(Rel(1,2)+Rel(2,1)+Rel(1,1)*Rel(2,2))/(Rel(1,2)+Rel(2,1)+Rel(1,1)+Rel(2,2))+Rel(2,3)+Rel(3,2)+Rel(3,3)]

L1_self=[N(1)^2/Relutancia_Eq(1) N(1)^2/Relutancia_Eq(2) N(1)^2/Relutancia_Eq(3)];
L2_self=[N(2)^2/Relutancia_Eq(1) N(2)^2/Relutancia_Eq(2) N(2)^2/Relutancia_Eq(3)];

%coeficiente de acoplamento;
L_mutua=[0 0 0];
L_magnetizacao=[0 0 0];
k=[0 0 0];

for j=1:3
    if(L_fugas(1)~=0)
        L_mutua(j)=(N(2)/N(1))*(L1_self(j)-L_fugas(1));
        k(j)=L_mutua(j)/sqrt(L1_self(j)*L2_self(j));
    end
end

```

```

L_magnetizacao(j)=L_mutua(j)*(N(1)/N(2));
else
L_magnetizacao(j)=L1_self(j);
end
end
IndutanciaMagnetizacao=L_magnetizacao;
end

Função “Calc_Capacidade”.
function [ Capacidades ] = Calc_Capacidade(Di, di, De, de, h, eo, er, e_p, compT, N, numT, camadas, g_camada, ultimaCamada, ds1, ds2, d12, dn, l)

t=[De-Di de-di];
Comp=[compT(1)/N(1) compT(2)/N(2)];
raio=[De/2 de/2];
g_fio=[De-Di de-di];
d_tt=g_fio;

%% --- Orthocyclic --- Koch
% mL1=[@(x)(cos(x).^2-cos(x)).*sqrt(cos(x).^2-3./4)-0.5)/(2.*(cos(x)-(1-t(1))/(2.*er.*De.*0.5)).*sqrt(cos(x).^2-3./4)+0.5).^2];
% mL2=[@(x)(cos(x).^2-cos(x)).*sqrt(cos(x).^2-3./4)-0.5)/(2.*(cos(x)-(1-t(2))/(2.*er.*de.*0.5)).*sqrt(cos(x).^2-3./4)+0.5).^2];
% mD1=[@(x)(sin(x).^2-cos(x)).*sqrt(cos(x).^2-3./4))/(2.*(cos(x)-(1-t(1))/(2.*er.*De.*0.5)).*sqrt(cos(x).^2-3./4)+0.5).^2];
% mD2=[@(x)(sin(x).^2-cos(x)).*sqrt(cos(x).^2-3./4))/(2.*(cos(x)-(1-t(2))/(2.*er.*de.*0.5)).*sqrt(cos(x).^2-3./4)+0.5).^2];
% ML=[abs(integral(mL1, 0, pi/6)) abs(integral(mL2, 0, pi/6))]
% MD=[abs(integral(mD1, 0, pi/6)) abs(integral(mD2, 0, pi/6))]
%
% C0_koch=4*eo*[numT(1)*Comp(1)*(ML(1)+(4*t(1)*De/2-2*t(1)^2)/(er*(2*De/2)^2)*MD(1)]
numT(2)*Comp(2)*(ML(2)+(4*t(2)*de/2-2*t(2)^2)/(er*(2*de/2)^2)*MD(2))]
% C_layer=C0/3;

%% --- Orthocyclic ---
% Alpha=[1-(t(1)/2)/(er*raio(1)) 1-(t(2)/2)/(er*raio(2))];
% Beta=[1/Alpha(1)*(1+g_camada(1)/(2*e_p*raio(1))) 1/Alpha(2)*(1+g_camada(2)/(2*e_p*raio(2)))]
% V=[Beta(1)/sqrt(Beta(1)-1)*atan(sqrt((Beta(1)+1)/(Beta(1)-1)))-pi/4 Beta(2)/sqrt(Beta(2)-1)*atan(sqrt((Beta(2)+1)/(Beta(2)-1)))-pi/4];
% Z=[Beta(1)*(Beta(1)^2-2)/(Beta(1)^2-1)^(3/2)*atan(sqrt((Beta(1)+1)/(Beta(1)-1)))-Beta(1)/(2*(Beta(1)^2-1))-pi/4
Beta(2)*(Beta(2)^2-2)/(Beta(2)^2-1)^(3/2)*atan(sqrt((Beta(2)+1)/(Beta(2)-1)))-Beta(2)/(2*(Beta(2)^2-1))-pi/4];
%
% C0_orthogonal=[(eo*numT(1)*Comp(1))/(1-(t(1)/2)/(er*raio(1)))*(V(1)+1/(8*e_p)*(2*t(1)/(2*raio(1)))^2*Z(1))/(1-(t(1)/2)/e_p*raio(1)) (eo*numT(2)*Comp(2))/(1-(t(2)/2)/(er*raio(2)))*(V(2)+1/(8*e_p)*(2*t(2)/(2*raio(2)))^2*Z(2))/(1-(t(2)/2)/e_p*raio(2))]
% C_layer=C0_orth/3;

%% --- Plano paralelo ---
%para o tipo ortocíclico;
%d_l=[2*raio(1)+g_camada(1) 2*raio(2)+g_camada(2)];

%para o tipo ortogonal;
for i=1:2
if g_camada(i)<=0
d_l(i)=raio(i)+(g_camada(i)/2)+sqrt((2*raio(i)+g_camada(i))^2+d_tt(i)^2)/4/2;
else
d_l(i)=2*raio(i)+g_camada(i);
end
end

d_eff=abs([d_l(1)-2.3*(raio(1)+g_fio(1))+0.26*d_tt(1) d_l(2)-2.3*(raio(2)+g_fio(2))+0.26*d_tt(2)]);
er_m=[er*e_p*(g_fio(1)+g_camada(1))/(e_p*g_fio(1)+er*g_camada(1))
er*e_p*(g_fio(2)+g_camada(2))/(e_p*g_fio(2)+er*g_camada(2))];

C0_plano=[eo*er_m(1)*(compT(1)*h)/d_eff(1) eo*er_m(2)*(compT(2)*h)/d_eff(2)]
C_layer=C0_plano/3;

%% Capacidade estática parasita final.
Cw_estatica=[0 0];
for(k=1:2)
if(camadas(k)==1)
Cw_estatica(k)=C_layer(k)/3;
else
Cw_estatica(k)=4*C_layer(k)*(camadas(k)-1)*(numT(k)^2+ultimaCamada(k)^2)/((camadas(k)-1)*numT(k)+ultimaCamada(k))^2;
end
end

```

```

end
end
Capacidades=Cw_estatica;
end

                                Função “Calc_PerdasNucleo”.
function [ PerdasNucleo ] = Calc_PerdasNucleo( alpha, beta, kapa, freq, B_sat, Volume_Nucleo )

%% --- improve generalized Bessel equation (iGBE)
termo2=@(teta)((abs(cos(teta)).^alpha).*2.^(beta-alpha));
termo2_int=integral(termo2, 0, 2*pi);
ki=kapa/((2*pi)^(alpha-1)*termo2_int);

Pv_iGSE=ki*(2*freq).^alpha*B_sat.^beta;

%% --- wave-coeficient steinmetz equation
Pv_FWC=(pi/4)*kapa*freq.^alpha*B_sat.^beta;

%PerdasNucleo=[Pv_FWC*Volume_Nucleo Pv_FWC];
PerdasNucleo=[Pv_iGSE*Volume_Nucleo Pv_iGSE];
end

```

## Apêndice B

Os blocos, criado em SIMULINK, para simular um transformador trifásico são apresentados nas figuras seguintes.

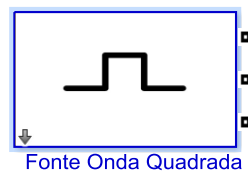


Figura B.1 – Bloco da fonte de onda quadrada.

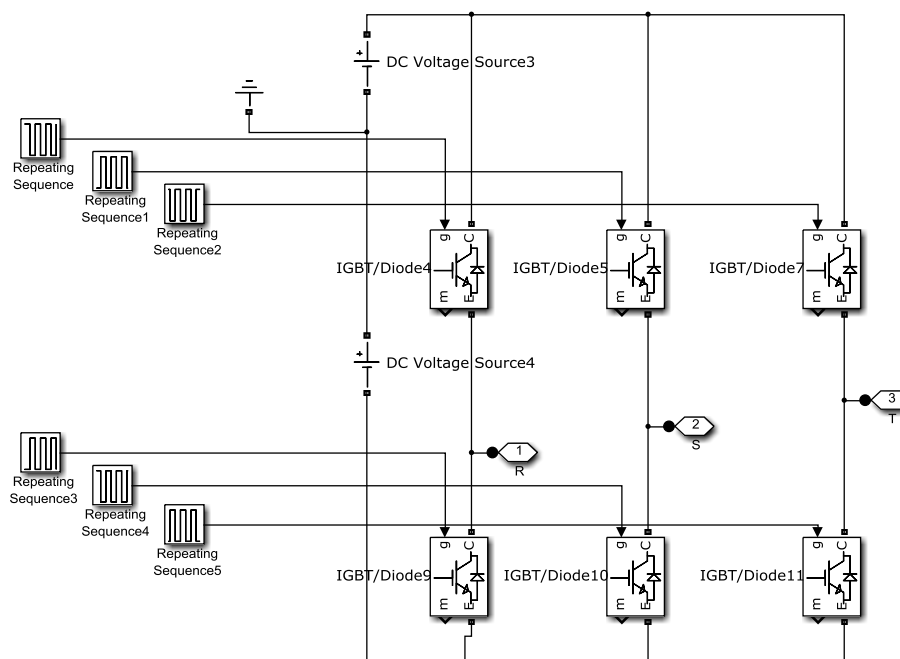


Figura B.2 – Fonte de onda quadrada.

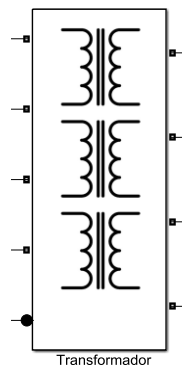


Figura B.3 – Bloco do transformador.

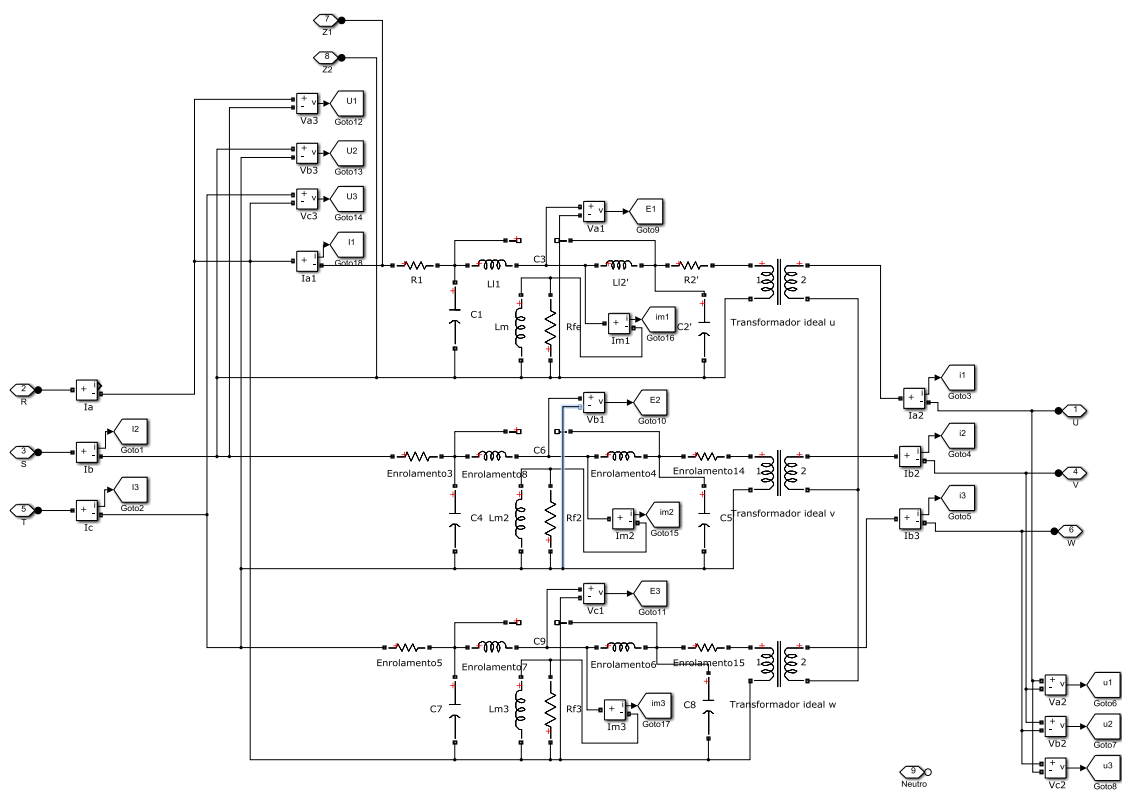


Figura B.4 – Esquema do transformador trifásico.

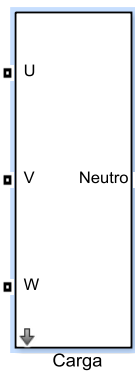


Figura B.5 – Bloco da carga trifásica.

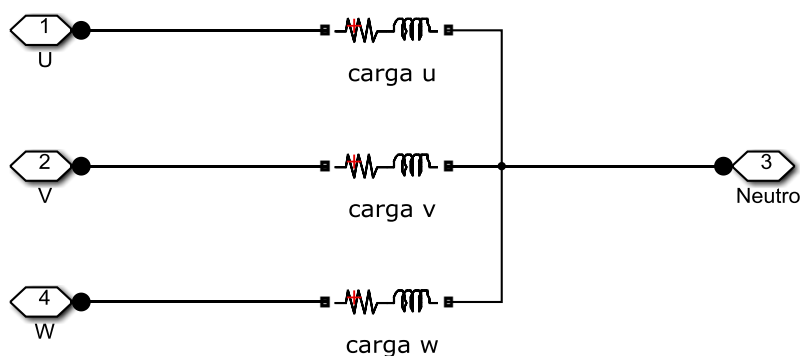


Figura B.6 – Carga trifásica RL.

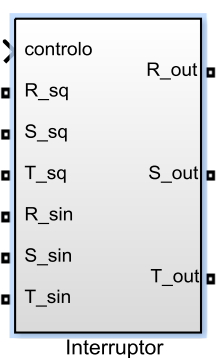


Figura B.7 – Bloco do interruptor trifásico.

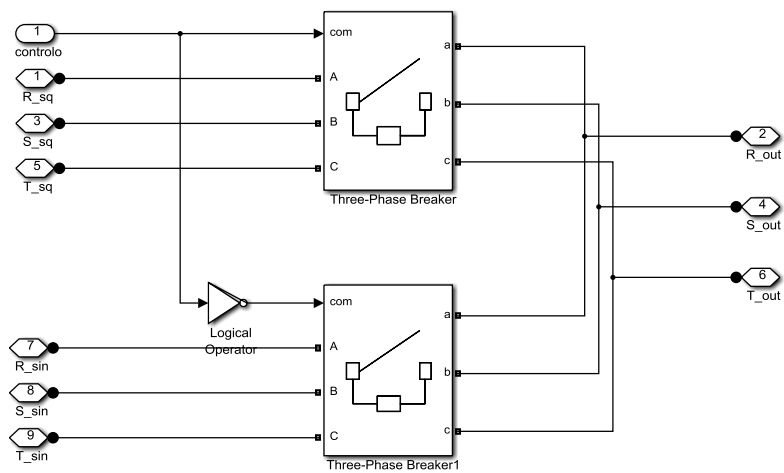
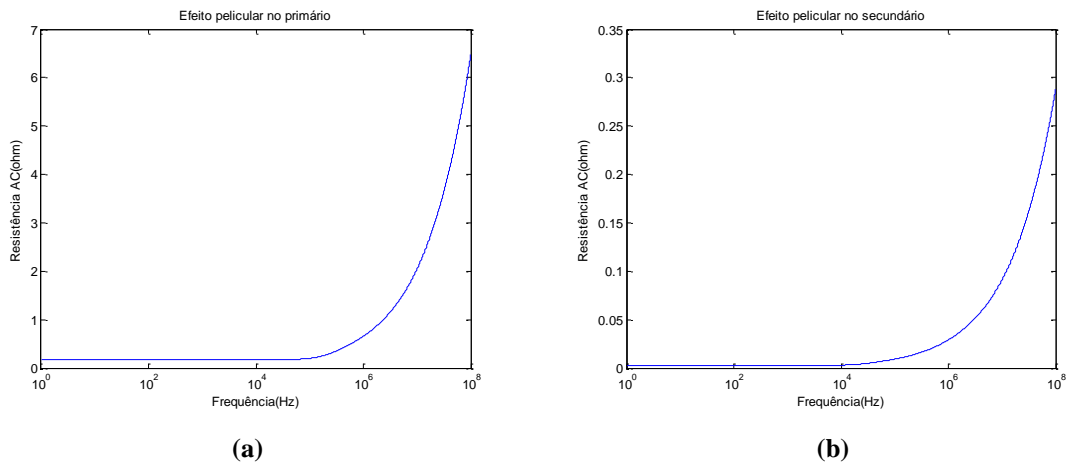
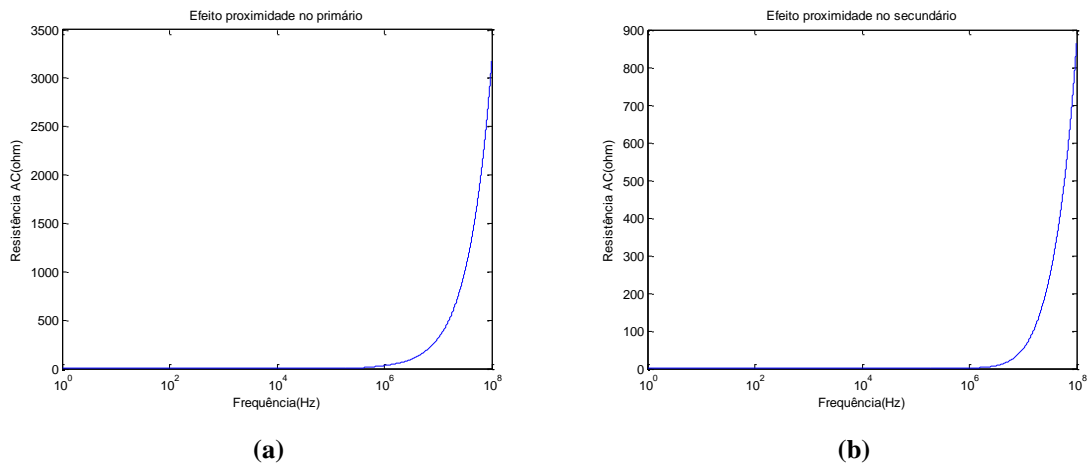


Figura B.8 – Interruptor trifásico.

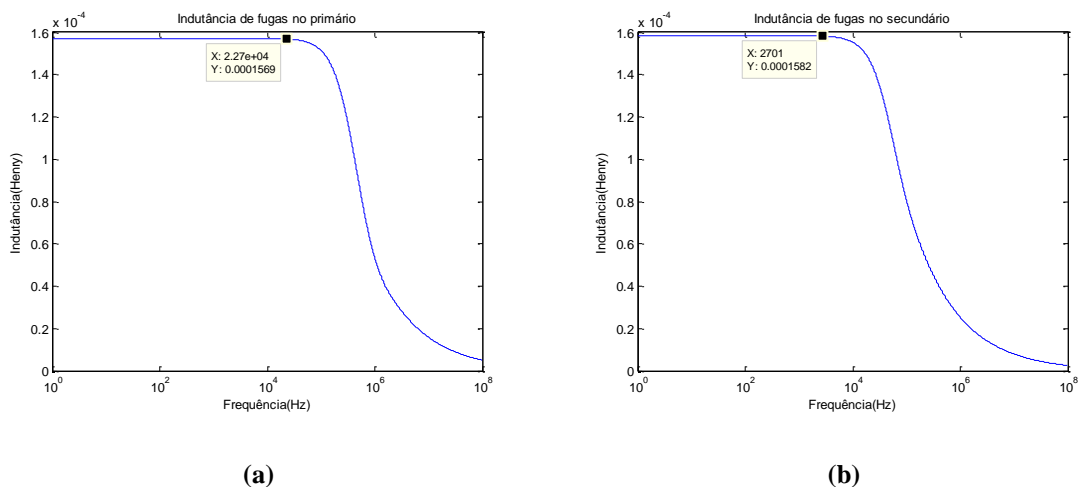
### Apêndice C



**Gráfico B.1 – Variação da resistência com o efeito pelicular nos enrolamentos com a frequência: (a) enrolamento de alta tensão; (b) enrolamento de baixa tensão.**



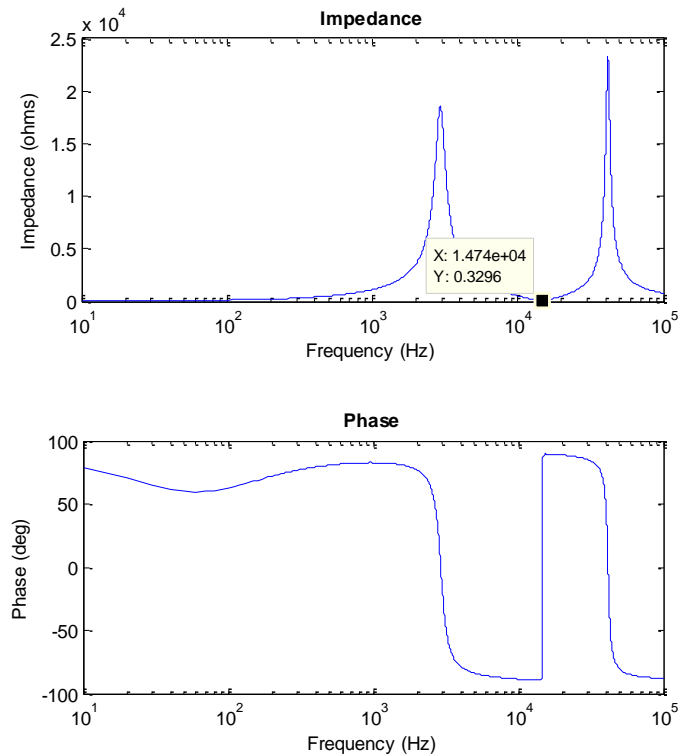
**Gráfico B.2 – Variação da resistência com o efeito de proximidade no enrolamento com a frequência: (a) enrolamento de alta tensão; (b) enrolamento de baixa tensão.**



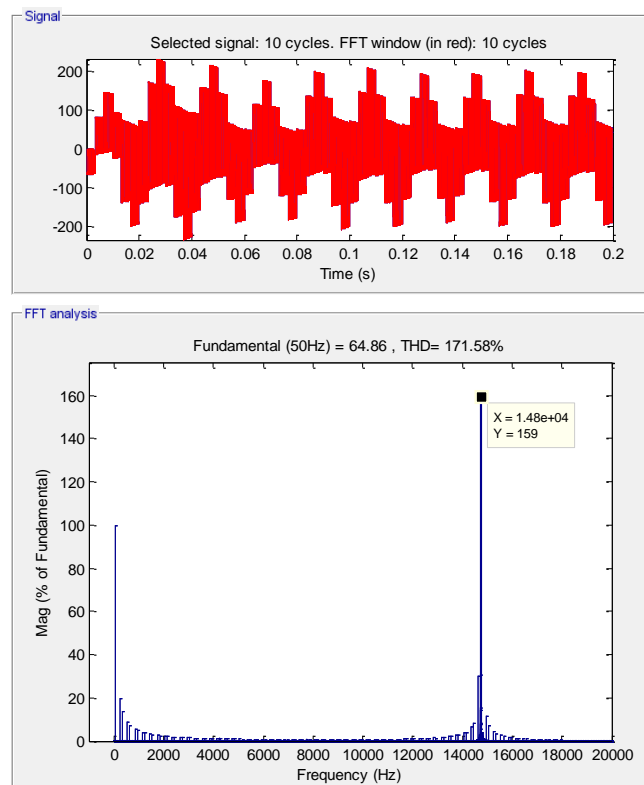
**Gráfico B.3 – Variação da indutância de fugas com a frequência: (a) enrolamento de alta tensão; (b) enrolamento de baixa tensão.**



### Apêndice D



**Gráfico B.4 – Variação da impedância e fase com a frequência para valores de  $C_1=1.1572\text{ nF}$  e  $C_2=11.18\text{ nF}$ , respetivamente (referidos ao enrolamento da alta tensão).**



**Figura B.9 – Ressonância série para uma componente harmónica de 14.8 kHz. Gráfico e espetro referentes à onda de tensão no enrolamento de baixa tensão.**

## Apêndice E

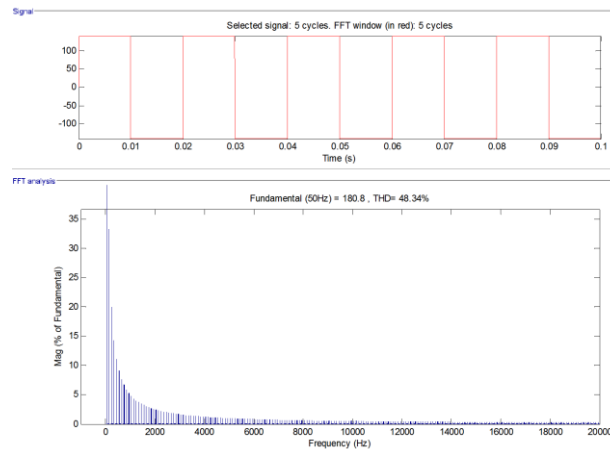


Figura B.10 – Conteúdo harmónico para uma alimentação com onda quadrada de tensão.

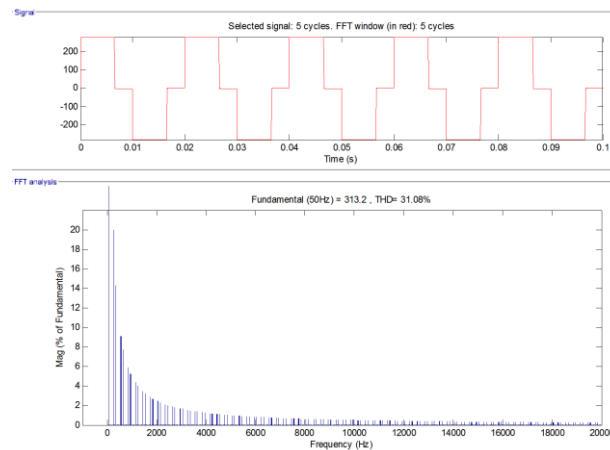
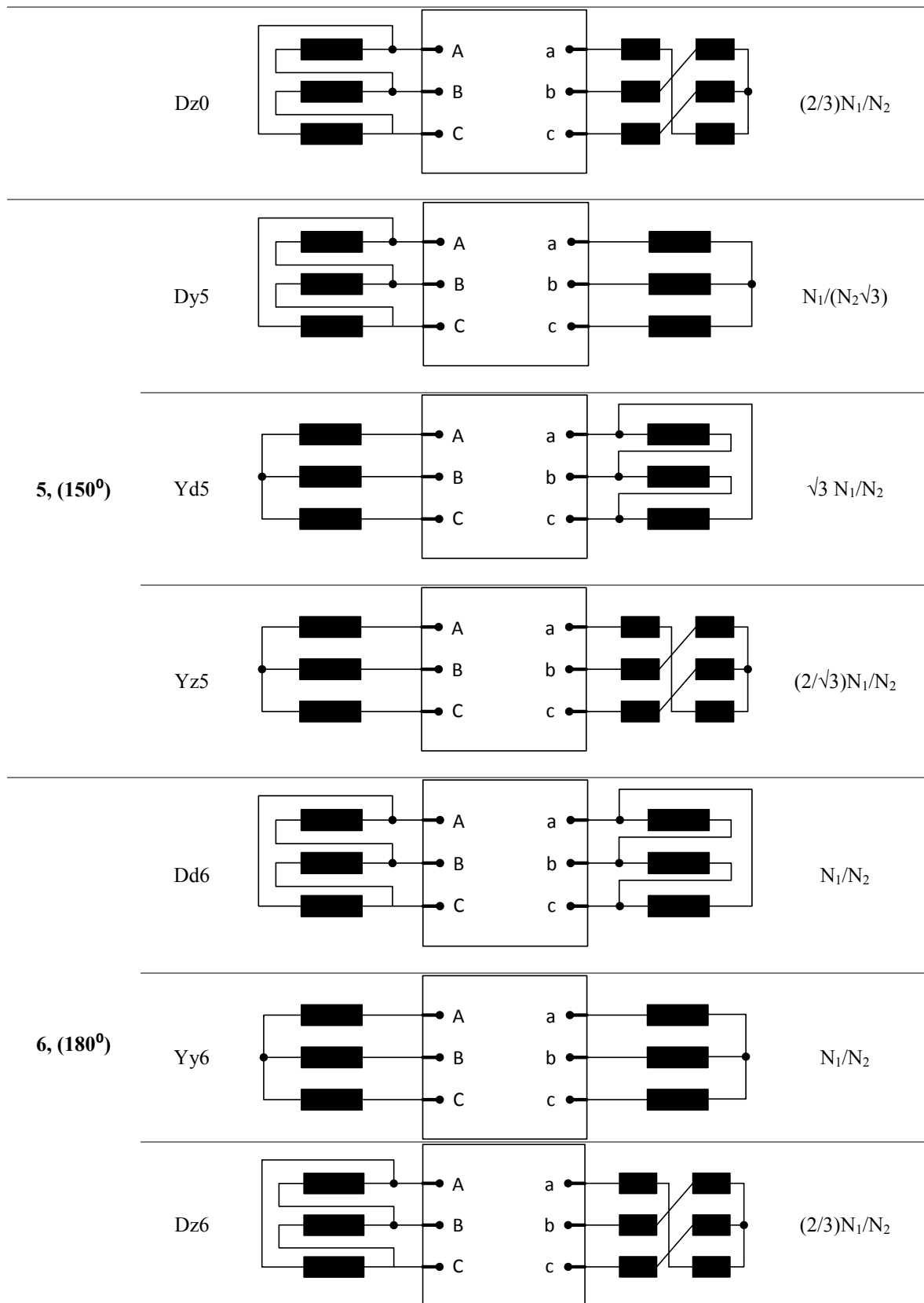


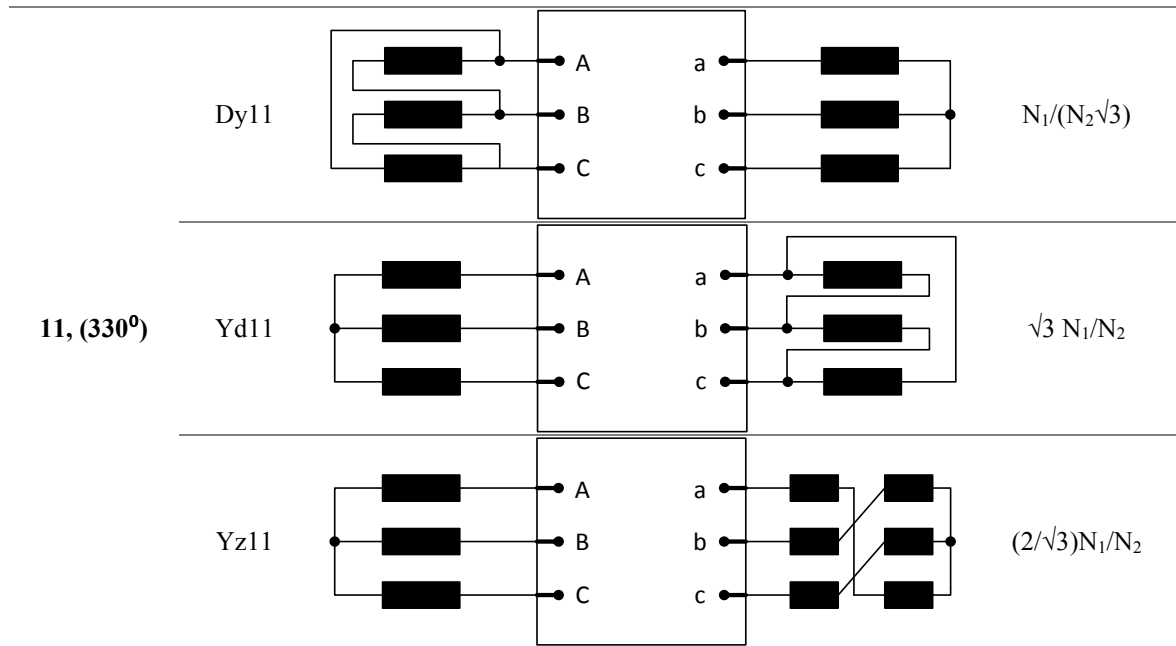
Figura B.11 – Conteúdo harmónico para uma alimentação com onda quadrada (onda de tensão composta).

## Apêndice F

Tabela B.2 – Razão de transformação global.

Índice de horário	Grupo de ligações	Esquema de ligações	Relação global de transformação
0, (0°)	Dd0		$N_1/N_2$
	Yy0		$N_1/N_2$





## Apêndice G

A impedância equivalente vista no enrolamento de AT para o teste em CA é dada por:

$$Z_{CA} = R_1 + jX_{l1} + \frac{jR_{fe}X_m}{R_{fe} + jX_m}$$

$$\Leftrightarrow Z_{CA} = \frac{R_1R_{fe} + jR_1X_m + jR_{fe}X_{l1} - X_mX_{l1} + jR_{fe}X_m}{R_{fe} + jX_m} \cdot \frac{R_{fe} - jX_m}{R_{fe} - jX_m}$$

$$\Leftrightarrow Z_{CA} = \frac{[R_{fe}(R_1R_{fe} - X_mX_{l1}) + X_m(R_{fe}X_{l1} + R_{fe}X_m)] + j[-X_m(R_1R_{fe} - X_mX_{l1}) + R_{fe}(R_{fe}X_{l1} + R_{fe}X_m)]}{R_{fe}^2 + X_m^2}$$

$$\Leftrightarrow Z_{CA} = \frac{R_1R_{fe}^2 + R_{fe}X_m^2 + j(X_m^2X_{l1} + X_m(R_{fe}^2 - R_1R_{fe}) + R_{fe}^2X_{l1})}{R_{fe}^2 + X_m^2}$$

A resistência de perdas no ferro é definida pela equação de segundo grau.

$$R_{CA} = \frac{R_1R_{fe}^2 + R_{fe}X_m^2}{R_{fe}^2 + X_m^2}$$

$$\Leftrightarrow R_{fe}^2(R_1 - R_{AC}) + R_{fe}X_m^2 + R_{AC}X_m^2 = 0$$

## Apêndice H

**Tabela B.3 – Valores da tensão e corrente com a variação da frequência do transformador prático.**

Frequência	Corrente	Nº voltas pinça amperimétrica	Corrente/Nº voltas	Tensão
50	1.400	15	0.093	28.09
100	0.930		0.062	28.03
200	0.615		0.041	27.95
300	0.641		0.032	27.90
400	0.545		0.027	27.87
500	0.474		0.024	27.84
600	0.420		0.021	27.80
700	0.400		0.020	27.76
800	0.356		0.018	27.73
900	0.341		0.017	27.69
1000	0.321	20	0.016	27.66
2000	0.198		0.010	27.38
3000	0.178		0.009	27.11
4000	0.144		0.007	26.61
5000	0.056		0.003	26.56
6000	0.050		0.003	26.44
7000	0.042		0.002	26.22
8000	0.150		0.008	31.46
9000	0.109		0.005	25.42
10000	0.080		0.004	24.99
15000	0.091	0.005	24.86	
20000	0.080	0.004	24.06	

**Tabela B.4 – Valores da tensão e corrente com a variação da frequência na simulação.**

Frequência	Corrente	Tensão
50	0,151843	28.09
100	0,077942	
200	0,027424	
300	0,02816	
400	0,020949	
500	0,017038	
600	0,014073	
700	0,012427	
800	0,010932	
900	0,009448	
1000	0,008934	
2000	0,004837	
3000	0,003181	
4000	0,002455	
5000	0,002053	
6000	0,001659	
7000	0,001642	
8000	0,001453	
9000	0,001176	
10000	0,001043	
15000	0,000751	
20000	0,00063	

## Apêndice I

**Tabela B.5 – Medições de impedância com o curto-circuito em cada uma das fases (BK PRECISION).**

Fases em medição	Fases em curto-circuito											
	R		S		T		U		V		W	
Hz	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase
R	100		60,64	86,1	100,7	85,34	0,872	39,33	60	86,08	100,3	85,35
	120		71,89	85,87	118,2	85,08	0,948	44,13	71,31	85,86	117,5	85,1
	1 k		486	79,01	728	76,91	4,98	70,81	481,6	79,16	723	77,07
	10 k		2580	42,31	3465	34,85	29,89	71,06	2578	42,47	3463	34,98
	100 k		5214	-69,85	5360	-65,9	226,3	79,19	5220	-69,79	5348	-65,93
	200 k		1675	-85,23	1681	-85,12	566,1	77	1673	-85,13	1681	-85,11
S	100	76,11	86,14		101	85,37	76,22	86,05	0,86	41,77	101,2	85,3
	120	90,25	85,93		118,7	85,11	90,43	85,85	0,944	46,5	118,7	85,07
	1 k	598,4	79,86		737,4	77,05	602	79,75	5081	70,51	738,2	77,05
	10 k	3451	41,06		3558	36,34	3452	40,95	29,92	70,41	3561	36,38
	100 k	5735	-66,59		5750	-66,54	5720	-66,62	223	78,63	5723	-66,61
	200 k	1797	-85,26		1797	-85,26	1794	-85,23	548,7	76,27	1723	-85,23
T	100	72,58	86,25	58,03	86,22		72,28	86,26	57,3	86,26	0,819	41,57
	120	86,08	86,03	68,98	86		85,7	86,05	68,12	86,05	0,899	46,29
	1 k	575	79,84	467,4	79,38		571,5	79,97	466	79,42	4,887	71,09
	10 k	3283	39,97	2519	42,96		3284	40,09	2517	43	28,94	70,07
	100 k	5485	-65,21	5351	-69,1		5476	-65,23	5356	-69,03	211,6	78,02
	200 k	1698	-85,06	1693	-85,16		1697	-85,05	1692	-85,13	524,9	75,26
U	100	0,01	53,17	0,747	87,61	1,127	87,67		0,746	87,53	1,129	87,62
	120	0,011	55,24	0,896	87,41	1,352	87,41		0,893	87,32	1,353	87,37
	1 k	0,072	73,63	7,117	79,58	10,76	77,25		7,1	79,6	10,76	77,24
	10 k	0,436	71,25	38,84	42,35	52,17	34,75		38,8	42,37	52,17	34,74
	100 k	3,08	80,23	70,11	-69,38	72	-65,68		70,11	-69,28	71,79	-65,7
	200 k	5,944	81,42	17,77	-80,52	17,84	-80,44		17,73	-80,41	17,84	-80,4
V	100	0,917	87,78	0,01	53,6	1,145	87,6	0,92	87,64		1,144	87,49
	120	1,101	87,57	0,012	55,53	1,372	87,33	1,102	87,46		1,371	87,27
	1 k	8,812	80,25	0,073	72,82	10,9	77,36	8,822	80,23		10,9	77,37
	10 k	51,82	40,78	0,437	70,44	53,46	36,14	51,81	40,76		53,47	36,15
	100 k	76,53	-66,36	3,009	79,45	76,62	-66,35	76,22	-66,32		76,2	-66,36
	200 k	19,25	-80,51	5,808	80,54	19,24	-80,52	19,19	-80,39		19,18	-80,37
W	100	0,863	88,02	0,712	87,79	0,01	53,27	0,863	88	0,711	87,77	
	120	1,035	87,82	0,853	87,59	0,011	55,35	1,036	87,82	0,851	87,55	
	1 k	8,36	80,53	6,825	80,01	0,071	73,41	8,357	80,54	6,815	80,03	
	10 k	49,41	40,03	37,97	43,02	0,423	70,11	49,41	40,04	37,92	43,01	
	100 k	74,21	-65,03	72,41	-68,69	2,899	78,76	74,05	-65,05	72,35	-68,58	
	200 k	18,43	-80,01	18,38	-80,09	5,603	79,68	18,43	-79,99	18,32	-79,95	

**Tabela B.6 – Impedância em cada fase do transformador em circuito aberto (BK PRECISION).**

Hz	R		S		T		U		V		W	
	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase
100	106,7	85,48	126,8	85,91	77,15	86,4	1,216	87,66	1,49	87,78	0,929	87,95
120	125,3	85,24	149,1	85,72	91,53	86,18	1,458	87,43	1,788	87,61	1,115	87,82
1000	780	77,16	958	78,06	612,6	80,18	11,61	77,3	14,35	78,06	9,016	80,61
10000	3720	35,11	4973	33,63	3526	40,23	56,11	34,83	74,92	33,32	53,14	40,11
100000	6060	-48,94	6646	-45,72	6189	-48,36	81,78	-49,56	89,1	-46,62	84,34	-49,06
200000	1690	-85,13	1809	-85,16	1704	-85,06	17,93	-80,45	19,41	-80,44	18,52	-80,14

