



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Distribuição Transversal de Cargas em Lajes Mistas Madeira-Betão, Influência do Espaçamento e do Número de Vigas

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Estruturas

Autor

Ana Patrícia Alves Fernandes

Orientador

Prof.^a Doutora Sandra Raquel de Sousa Monteiro

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

Coimbra, Julho, 2016

AGRADECIMENTOS

Chega ao fim um dos capítulos mais importantes da minha vida, do qual vou sentir muita saudade. Nesta reta final do meu percurso académico, a todos aqueles que desde o início ao fim contribuíram das mais diversas formas para que tudo isto fosse possível, resta-me deixar um especial agradecimento:

À Professora Doutora Sandra Raquel de Sousa Monteiro que me orientou, transmitindo-me os conhecimentos que possibilitaram a realização deste trabalho que tanto prazer me deu fazer e também pela sua boa disposição, paciência e exigência.

Aos meus pais Fátima e Rui Fernandes e irmã Catarina, por estarem sempre presentes, dando todo o apoio em todos os momentos. Por todas as condições dadas e pelo incentivo para a conclusão deste curso desejado desde pequenina. À minha linda avó que, mesmo à distância, não deixava de se preocupar e nunca se esquecia das belas palavras de motivação ao longo deste percurso.

Às melhores amigas que Coimbra me deu, são elas: Andreia Vieira, Sara Cardoso e Susana Almeida, por tudo que passamos juntas desde o primeiro ano. Levo-vos no meu coração! Às minhas “*ladies*” Inês, Joana e Maria, pelos bons momentos e pelas intermináveis conversas proporcionadas nos fins de semana de ida a casa. À “*Carluxa*” por ser a melhor companheira de casa de sempre, nos bons e maus momentos. Em especial ao Rui por ser o melhor companheiro, amigo e namorado nestes últimos anos.

Aos restantes amigos (de Coimbra e Mirandela), colegas e professores que direta ou indiretamente me ajudaram a atingir os meus objetivos e a realizar esta etapa importante da minha formação académica, um sincero obrigada!

RESUMO

Ao longo do último século, os avanços tecnológicos e as restrições no acesso a materiais como o aço, no período entre Guerras Mundiais, impulsionou o recurso a novas combinações de materiais, nomeadamente madeira e betão. Hoje em dia, a aplicação de uma solução de Madeira-Betão tem principal destaque na necessidade de reforço e reabilitação das estruturas existentes.

Apesar do betão e da madeira serem dois materiais cujas características são bem conhecidas, o mesmo não se aplica à sua utilização conjunta em soluções mistas Madeira-Betão. Assim sendo, é necessário conhecer o comportamento destas soluções de modo a garantir um bom desempenho em serviço. O comportamento de lajes mistas Madeira-Betão ainda não está completamente caracterizado, nomeadamente no âmbito da distribuição transversal de cargas concentradas. Como tal, torna-se evidente a importância de desenvolver investigação que incida sobre este aspeto.

Deste modo, a presente dissertação pretende avaliar o comportamento de lajes mistas sujeitas a carregamentos concentrados, estudando a influência que o número de vigas de madeira e o seu espaçamento têm na distribuição transversal de cargas. Assim, partindo de um modelo de elementos finitos desenvolvido no âmbito de uma investigação realizada anteriormente, foram considerados vários casos de estudo fazendo variar o espaçamento e o número de vigas. A influência destes parâmetros no comportamento de lajes mistas Madeira-Betão foi avaliada através da análise dos valores das reações de apoio, momentos fletores longitudinais a meio vão e deslocamentos verticais a meio vão.

Deste estudo concluiu-se que os parâmetros analisados influenciam bastante o comportamento da laje quando sujeita ao carregamento concentrado, tendo o espaçamento entre vigas mostrado maior influência. Sendo este tipo de estruturas e carregamento frequentes em trabalhos de reabilitação e construção de pontes, o aumento do conhecimento nesta área permitirá otimizar o dimensionamento, de modo a evitar sobredimensionamentos, e, conseqüentemente o preço final da construção.

Palavras-chave: Laje mista Madeira-Betão; Cargas concentradas; Distribuição transversal de cargas; Modelação numérica.

ABSTRACT

Over the last century, the technological developments and limited access to steel, in the period between World Wars, led to the use of new materials combinations, specifically timber and concrete. Nowadays, Timber-Concrete solutions has greater application in the strengthening and rehabilitation of existing structures.

Although, concrete and timber have well known materials characteristics, the same does not apply to the Timber-Concrete composite solutions. Therefore, it is necessary to understand the behavior of these composite solutions in order to assure a good performance in service. The mechanical behavior of Timber-Concrete composite floors is not entirely understood, particularly concerning transversal distribution of concentrated loads. Hence, it is evident the importance that investigating this aspect may have.

The present dissertation intends to evaluate the behavior of these composite floors when subjected to concentrated load, focusing on the effect that the number of timber beams and the distance between them may have on transversal distribution. Therefore, using a finite element model developed as part of a previous investigation, several study-cases were considered. Different number of beams and different distances between them were modeled. The effect of these parameters was evaluated by analyzing support reactions, longitudinal bending moment at mid span section and vertical displacements at mid span.

This study showed that, both parameters affect the slab behavior when subjected to concentrated load, with the distance between the beams presenting a greater significance. Since, the structures and loading studied are rather common rehabilitation scenario, as well in construction of new bridges, the wider the knowledge in this area the optimized design will be attained, preventing oversizing and, consequently, construction costs.

Keywords: Timber-Concrete composite floors; Concentrated loads; Transversal distribution; Numerical modeling.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE	iv
SIMBOLOGIA	vi
ABREVIATURAS / ACRÓNIMOS.....	vii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Enquadramento Geral	1
1.2 Objetivos do estudo	3
1.3 Organização e Conteúdos.....	3
2 ESTADO DO CONHECIMENTO	5
2.1 O que são Lajes Mistas?.....	5
2.1.1 Importância dos Sistemas de Ligação.....	6
2.1.2 Influência dos materiais que constituem a Laje Mista.....	9
2.2 Síntese Histórica e Construtiva – Evolução das Tipologias.....	10
2.2.1 Pavimentos de Madeira.....	10
2.2.2 Lajes de Betão Armado.....	12
2.2.3 Primeiras Estruturas Mistas Madeira-Betão.....	13
2.2.4 Vantagens e Desvantagens das Estruturas Mistas	15
2.2.5 Necessidade de Reabilitar	16
2.3 Distribuição transversal de cargas em lajes mistas Madeira-Betão.....	17
2.3.1 Distribuição de cargas concentradas.....	17
2.3.2 Largura efetiva.....	20
2.3.3 <i>System effect</i>	21
2.4 Análise e dimensionamento de estruturas mistas Madeira-Betão	22
3 MODELO NUMÉRICO.....	25
3.1 Introdução.....	25

3.2	Modelo Base.....	26
3.3	Modelo 1 e Modelo 2.....	28
3.4	Submodelos Desenvolvidos	30
4	ANÁLISE DE RESULTADOS	34
4.1	Introdução.....	34
4.2	Reações de Apoio em cada viga	35
4.2.1	Influência do número de vigas	35
4.2.2	Influência do espaçamento entre vigas	42
4.3	Deslocamentos Verticais a $\frac{1}{2}$ vão em cada viga.....	44
4.3.1	Influência do número de vigas	44
4.3.2	Influência do espaçamento entre vigas	51
4.4	Momento Fletor a $\frac{1}{2}$ vão em cada viga.....	52
4.4.1	Influência do número de vigas	52
4.4.2	Influência do espaçamento entre vigas	59
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
5.1	Conclusões	61
5.2	Propostas para futuros trabalhos.....	63
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	65
	ANEXO A.....	69
	A.1 Resultados	69
	A.1.1 Reações de apoio em cada viga.....	69
	A.1.2 Deslocamentos verticais a $\frac{1}{2}$ vão de cada viga	74
	A.1.3 Momentos fletores longitudinais a $\frac{1}{2}$ vão de cada viga.....	78

SIMBOLOGIA

- A_i – Área de secção dos diferentes materiais
 a_i – Distância do centro geométrico de cada elemento ao eixo neutro da secção mista
 b_0 – Distância entre ligadores
 b_i – Largura da secção transversal do material i
 B_i – Viga número i
 E_0 – Módulo de elasticidade da madeira na direção das fibras
 E_{90} – Módulo de elasticidade da madeira na direção perpendicular das fibras
 E_c – Módulo de elasticidade do betão
 $(E)I$ – Rigidez efetiva à flexão
 f_t – Resistência à tração da madeira
 f_c – Resistência à compressão da madeira
 f_m – Resistência à flexão da madeira
 f_v – Resistência ao corte da madeira
 I_i – Inércia dos materiais em relação ao eixo neutro
 K – Módulo de escorregamento
 l – Comprimento de vão entre vigas
 L_e – Comprimento medido entre momentos fletores nulos
 s – Espaçamento entre ligadores
 $s_{máx}$ – Afastamento máximo
 $s_{mín}$ – Afastamento mínimo
 ϕ – Coeficiente de fluência do betão
 γ_i – Coeficiente de eficiência da ligação do material i
 σ_{max} – Tensão máxima

ABREVIATURAS / ACRÓNIMOS

DV – Deslocamento vertical

EC1 – Eurocódigo 1

EC2 – Eurocódigo 2

EC4 – Eurocódigo 4

EC5 – Eurocódigo 5

ELS – Estados Limites de Serviço

ELU – Estados Limites Últimos

E.U.A. – Estados Unidos da América

M – Momento fletor longitudinal

MB – Modelo Base

M1 – Modelo 1

M2 – Modelo 2

RA – Reações de apoio

1 INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento Geral

Durante muitos anos devido à sua abundância, a madeira foi um dos primeiros materiais a ser utilizado pelo Homem nas suas construções, essencialmente em pavimentos, paredes e coberturas. Ao longo do século XX com a evolução do conhecimento na descoberta de novos materiais aliada à reduzida confiança na qualidade da madeira como material estrutural, nomeadamente no que diz respeito à durabilidade, a aplicação da madeira foi desaparecendo dando lugar a elementos estruturais constituídos por outros materiais como o betão e o aço, o que deu resultado a intervenções pouco atentas às estruturas pré-existentes. Contudo, questões como o consumo insustentável de matérias-primas e deterioração acelerada do meio ambiente conduziram a uma constante preocupação na procura de soluções construtivas cada vez mais sustentáveis e o uso da madeira tornou-se novamente objeto de estudo, com a evolução de novas técnicas de tratamento e conservação.

Em Portugal existe uma percentagem significativa de edifícios antigos, em que grande parte deles são constituídos por elementos estruturais de madeira, devido às suas excelentes características mecânicas. Apesar destas características, inúmeras estruturas de madeira encontram-se num elevado estado de degradação que requerem intervenção. A procura de soluções de reabilitação viáveis que permitam reaproveitar os materiais existentes, caso se encontrem em boas condições, promove para o caso de pavimentos de madeira o uso de uma solução mista Madeira-Betão. Esta solução mista é relativamente recente, com os primeiros registos nos anos 20 e 30 do século passado (Linden, 1999), tendo como principal aplicação a reabilitação e reforço de estruturas. A aplicabilidade destas estruturas de madeira e betão tem sido promissora devido ao excelente funcionamento associado ao seu custo competitivo no mercado. Esta técnica construtiva não se restringe apenas à reabilitação (sendo um dos seus potenciais de emprego), mas também, na construção de novos edifícios (pavimentos e paredes) recorrendo-se à pré-fabricação, e com maior leque aplicação em pontes.

Para a combinação dos dois materiais, uma laje de betão é conectada por meio de ligadores (rígidos/ semirrígidos tal como parafusos, cavilhas, entalhes, colagem direta entre outros) a vigas de madeira, o que permite tirar o máximo partido das melhores propriedades dos dois materiais. A introdução da camada de betão faz com que este trabalhe à compressão em toda a sua secção ao passo que as vigas de madeira trabalham à tração. A eficiência desta laje mista é fortemente condicionada pelo comportamento eficaz do sistema de ligação adotado. Essa

eficiência é tanto maior quanto mais rígida for a ligação, isto é, que impeça o deslizamento entre os dois materiais (madeira e betão) de modo a que ambos trabalhem conjuntamente.

Segundo vários autores esta solução mista apresenta inúmeras vantagens comparativamente com um sistema constituído apenas por madeira ou por betão. Nos pisos tradicionais de madeira, pontos fracos como a vibração excessiva, baixa durabilidade, baixa rigidez à flexão e reduzido isolamento acústico, deixam de existir aquando da adição da camada de betão. Em contrapartida, as vigas de madeira ligadas à camada de betão comparativamente com uma laje de betão, para além de uma melhor aparência estética, a resistência mecânica aumenta. Devido à leveza final da estrutura esta solução acaba por ser “mais barata”, poupando em fundações e num menor número de cofragens, especialmente no caso da reabilitação de edifícios onde os soalhos podem ser utilizados como cofragem natural (Ceccotti, 1995; Branco, 2003; Dias, 1999).

Palavras como sustentabilidade e reabilitação aumentam o interesse pela aplicação de lajes mistas Madeira-Betão, o que motivou à investigação (teórica e experimental) no que diz respeito ao seu comportamento estrutural e características mecânicas. Questões como o tipo de carga, efeitos de segunda ordem, comportamento a longo prazo, geometria e sistemas de ligação foram abordadas nessas investigações. No entanto, estudos sobre a distribuição transversal de cargas nestes pavimentos de Madeira-Betão são escassos, nomeadamente quando a estrutura é submetida a condições de carga específicas como cargas pontuais verticais devido a mobiliário, equipamentos pesados ou quando é submetido ao peso morto de paredes orientadas paralelamente às vigas de madeira. Um dos inconvenientes dos pavimentos de madeira era a sua falta de capacidade de repartição de esforços, facilmente observado em pavimentos mais antigos pela movimentação das pessoas. Com a junção da madeira com o betão a transmissão de esforços para os restantes elementos estruturais passa a ser facilitada, embora parâmetros como as condições de apoio, número e o espaçamento das vigas de madeira, espessura da camada de betão, comprimento do vão e dimensões da secção transversal sejam desconhecidos na influência da distribuição transversal de cargas. Deste modo interessa perceber de que forma parâmetros referidos como, o número e o espaçamento entre as vigas de madeira influenciam nessa distribuição transversal de cargas, dando assim continuidade à investigação iniciada por Monteiro (Monteiro, 2015) sobre o comportamento de estruturas mistas quando sujeitas a carregamentos transversais concentrados, surge a presente dissertação.

O dimensionamento de estruturas mistas Madeira-Betão tem alguns entraves, relativamente à inexistência de documentos normativos europeus. Para fazer face a esta realidade, atualmente este dimensionamento é feito recorrendo ao Eurocódigo 5 (EC5) (EN 1995, 2004) referente a estruturas de madeiras. Relativamente às propriedades materiais, existe um conjunto de normas

onde podem ser encontrados os valores relativos às propriedades da madeira, já para as ligações Madeira-Betão inúmeros estudos científicos apresentam valores que as caracterizam. Quanto, às características e propriedades do betão, encontram-se definidas no Eurocódigo 2 (EC2) (EN 1992, 2004).

1.2 Objetivos do estudo

A presente dissertação tem como principal objetivo analisar a influência que parâmetros como: o espaçamento e o número de vigas de madeira, que constituem a laje mista Madeira-Betão têm na distribuição transversal de cargas aquando da aplicação de uma carga concentrada. Este estudo é fundamental na medida em que permite compreender o comportamento mecânico destes sistemas mistos quando submetidos a um carregamento pontual, localizado em diferentes zonas da mesma e, em particular, avaliar a capacidade de distribuição de cargas, permitindo que a força vertical imposta seja repartida pelas várias vigas que compõem o pavimento misto.

Para a realização deste estudo, serão desenvolvidos Modelos e vários Submodelos, com recurso ao *software* comercial de elementos finitos *SAP2000 v17*. Deste modo será possível avaliar a forma como os parâmetros em estudo influenciam a distribuição transversal de cargas, em termos percentuais de reações de apoio, deslocamento vertical a meio vão e momento fletor longitudinal a meio vão de cada viga.

1.3 Organização e Conteúdos

A presente dissertação encontra-se dividida em 5 capítulos, sendo estes subdivididos em secções e subsecções. Estes incluem o capítulo 1, de carácter introdutório, que pretende enquadrar o tema, bem como os objetivos que se pretendem atingir com o presente estudo.

No capítulo 2 efetua-se o ponto de situação sobre o estado de conhecimento e investigações realizadas sobre as lajes mistas Madeira-Betão, iniciando-se com uma breve explicação sobre estas estruturas, realçando a importância dos sistemas de ligação. De seguida, apresenta-se a evolução histórica das tipologias de lajes, abordando primeiramente os pavimentos de madeira, seguida do progresso das lajes de betão armado e, por fim, a evolução das estruturas mistas, de modo a destacar as vantagens e desvantagens deste sistema. Dado que, a reabilitação de pavimentos é um dos pontos fortes da aplicação desta técnica, este tema é também ele abordado num subcapítulo. A fim de enquadrar o presente estudo, são descritos alguns estudos feitos na temática da distribuição transversal de cargas. Por fim, aborda-se, ainda, o dimensionamento de estruturas mistas.

O terceiro capítulo inicialmente expõe o modelo numérico adotado (Modelo Base). Posteriormente os Modelos desenvolvidos, nomeadamente Modelo 1 e Modelo 2. Por fim apresentam-se os Submodelos desenvolvidos, fazendo variar o número de vigas e o espaçamento entre elas, para a posterior análise de resultados.

No quarto capítulo são apresentados os resultados obtidos com as várias tarefas numéricas, com o duplo objetivo de analisar: (1) a influência do número de vigas e (2) a influência do espaçamento entre vigas. Estes dois parâmetros são analisados separadamente através da exposição de gráficos e tabelas, para a interpretação dos valores percentuais das grandezas em estudo, nomeadamente as percentagens de reações de apoio, deslocamentos verticais a meio vão e momentos fletores longitudinais a meio vão.

No quinto e último capítulo, para além da apresentação das principais conclusões relativas ao trabalho realizado, apontam-se ainda algumas propostas para realização de trabalhos futuros.

2 ESTADO DO CONHECIMENTO

2.1 O que são Lajes Mistas?

Ao longo do último século, devido aos avanços tecnológicos e escassez de aço ocorridos entre a primeira e segunda Guerras Mundiais, verificou-se a necessidade de recorrer à combinação de novos materiais para o reforço das estruturas de betão, nomeadamente madeira e betão. As lajes mistas resultam da adição de uma camada de betão disposta sobre um conjunto de vigas de madeira, posicionadas longitudinalmente, como exemplificado na Figura 2.1. A combinação destes dois materiais permite tirar o máximo partido das vantagens de cada um, ou seja, beneficiar do bom comportamento do betão quando solicitado à compressão, mas com baixa resistência à tração, e da boa resistência que a madeira apresenta à tração e compressão (Dias, 1999). Segundo (Ceccotti, 1995) é possível fazer uma comparação do comportamento das estruturas mistas com o comportamento das estruturas de betão armado, isto é, os elementos de madeira funcionam à tração, tal como as armaduras nas estruturas de betão armado e a laje de betão funciona à compressão. Deste modo é possível tirar partido das melhores propriedades dos dois materiais, ou seja, obtém-se uma estrutura ecológica e leve concedida pelas vigas de madeira, e uma estrutura mais rígida, resistente e com melhor comportamento sob a ação do fogo, características proporcionadas pela camada de betão (Branco, 2003). O comportamento global da estrutura é assegurado em grande parte pelo sistema de ligação, tendo este um papel crucial para o seu dimensionamento. Segundo (Yeoh *et al.*, 2011), para que esta técnica de construção seja eficiente, o eixo neutro da secção transversal da estrutura mista deve estar localizado perto da interface Madeira-Betão, de modo a garantir que ambos os materiais atuam de forma eficiente.

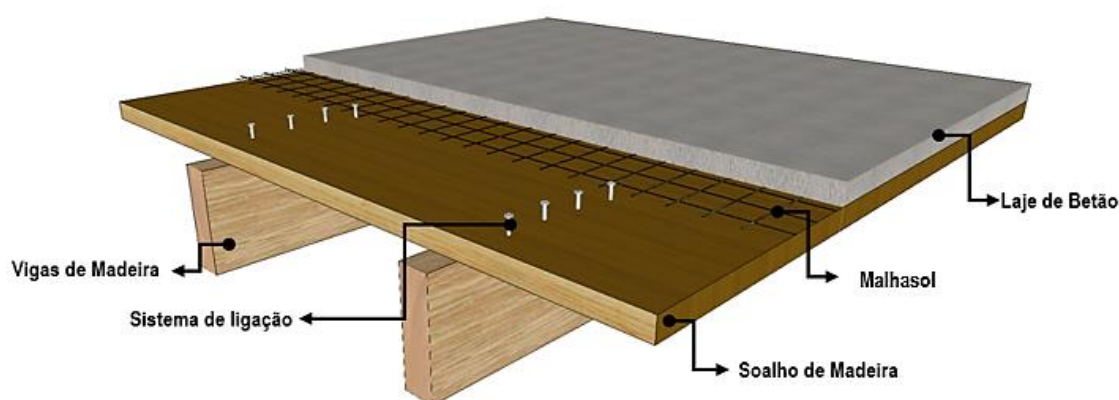


Figura 2.1 - Esboço de uma laje mista Madeira-Betão com a identificação dos seus elementos constituintes

Os elementos constituintes da laje mista variam consoante a sua aplicação na construção civil. As tábuas de soalho podem ou não fazer parte da constituição desta laje, podendo ser reaproveitadas caso estejam em bom estado de conservação na reabilitação de pavimentos antigos de madeira ou em novos pavimentos por questões estéticas, enquanto “teto aparente”. A espessura da camada de betão habitualmente pode variar entre 4 a 7cm, dependendo da função a que se destina o pavimento e do carregamento a que estará sujeito. Esta camada de betão permite ao sistema adquirir uma melhor capacidade de repartição de cargas quando sujeitos a cargas verticais não uniformes, como é o caso das cargas concentradas (Cardoso, 2010). Com a finalidade de anular os efeitos de retração do betão e deste modo prevenir a fendilhação, coloca-se a malhasol (Branco, 2003).

2.1.1 Importância dos Sistemas de Ligação

Um dos aspetos mais importantes a ter em consideração nos sistemas mistos Madeira-Betão é a ligação entre os dois materiais. Para atender a esse efeito é fundamental conhecer as características da ligação pretendendo-se que, os dois materiais quando ligados trabalhem em conjunto “como um só”, permitindo que a transmissão de esforços se faça de forma adequada para o melhor desempenho de ambos e, conseqüentemente, da estrutura (Branco, 2003; Campos, 2015). Assim para o bom desempenho da estrutura mista, as ligações têm que permitir a transmissão de forças de equilíbrio entre os dois materiais, produzindo deste modo esforços axiais como referidos no ponto 2.1, compressão no betão e tração na madeira, resultando uma sollicitação em flexão composta (flexão + esforço axial), (Jorge, 2005). Uma ligação ideal é aquela que impede a ocorrência de deslocamentos verticais entre os dois materiais (Cardoso, 2010; Branco, 2003).

Os primeiros sistemas de ligação utilizados em estruturas mistas Madeira-Betão foram os sistemas mais antigos utilizados nas ligações madeira-madeira, sendo estes à base de pregos e parafusos (Cardoso, 2010). Devido à necessidade de melhorar a eficiência desta técnica construtiva e maximizar o rendimento da ligação, ao longo dos últimos anos foram realizados diversos estudos, e surgiram a partir daí novos sistemas de ligação (Dias, 1999). Em forma de resumo, tendo em consideração as diferentes formas de ligação, com base na transmissão de esforços e rigidez da mesma, apresenta-se uma possível classificação dos sistemas de ligação mistos através da Figura 2.2.

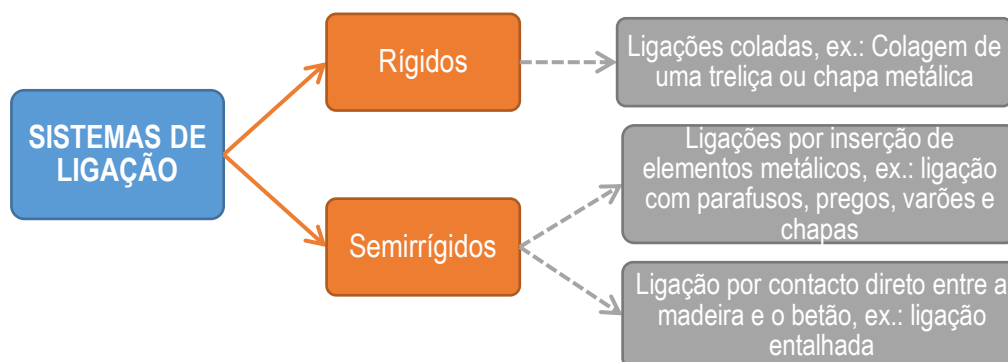


Figura 2.2 - Tipos de Sistemas de Ligação

Sistemas de Ligação Rígidos

A eficácia de um sistema ligação está relacionada com a rigidez do ligador e este deve impedir qualquer deslizamento entre os dois materiais. Assim, uma ligação designada de rígida permite considerar como válida a hipótese da conservação das secções planas na deformação.

As ligações coladas são aquelas que apresentam maiores valores de rigidez. Ao longo das últimas décadas estas ligações foram obtidas essencialmente com resinas epóxi, por terem uma boa aderência com quase todos os materiais e por serem muito trabalháveis (Arriaga, 2002). Contudo, este tipo de ligação requerer um número elevado de ligadores que são colados entre a madeira e o betão, o que faz aumentar o seu custo e não sendo associada por isso a uma solução economicamente competitiva (Branco, 2003). Na Figura 2.3 apresentam-se dois exemplos deste tipo de ligação, através da colagem de uma treliça metálica (1) e da colagem de uma chapa metálica (2).

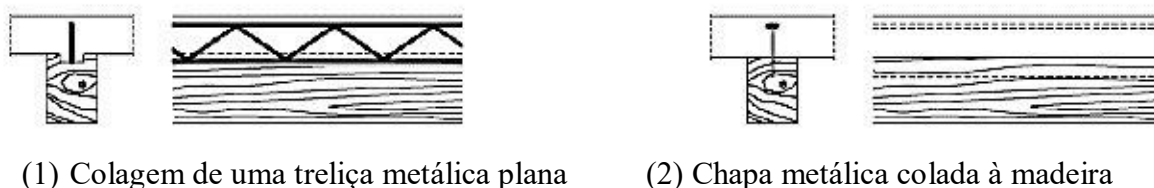


Figura 2.3 - Exemplos de Ligações Rígidas (Branco, 2003)

No que diz respeito ao dimensionamento de uma ligação rígida, esta deve garantir resistência às forças de corte geradas na interface Madeira-Betão, quando as cargas são transferidas da laje de betão para a viga de madeira. “Esse dimensionamento pode ser simplificado através da homogeneização ou “transformação” da secção mista numa secção equivalente de madeira, com

o mesmo centro de gravidade, mas com a largura do betão dada pelo produto da largura real pelo quociente entre os módulos de elasticidade do betão e da madeira (E_c/E_t)” (Monteiro, 2008).

Sistemas de Ligação Semirrígidos

Relativamente aos sistemas de ligação semirrígidos é necessário ter em conta que surgem pequenos deslizamentos horizontais entre os dois elementos, logo o escorregamento não pode ser desprezado e conseqüentemente, as secções não se mantêm planas após a deformação. A rigidez deste tipo de ligação está dependente da rigidez e do número de ligadores metálicos que unem os dois materiais (Branco, 2003). “No dimensionamento de estruturas mistas com ligações semi-rígidas, as propriedades mais importantes a ter em conta são: a resistência, a rigidez e os coeficientes de fluência da madeira e do betão, a capacidade de carga e o módulo de escorregamento do ligador e o coeficiente de fluência da ligação. O comportamento do conjunto da secção mista está intimamente dependente das propriedades mecânicas do ligador” (Monteiro, 2008).

Quando as ligações são classificadas de semirrígidas podem destacar-se duas formas de ligação: a ligação por inserção de elementos metálicos e a ligação por contacto direto entre a madeira e o betão. A primeira pode ser realizada, por exemplo, através de ligadores isolados (ligadores do tipo cavilha como pregos, parafusos, varões) como ilustrado na Figura 2.4 ou elementos contínuos (chapas denteadas, chapas de aço) como se apresenta na Figura 2.5.

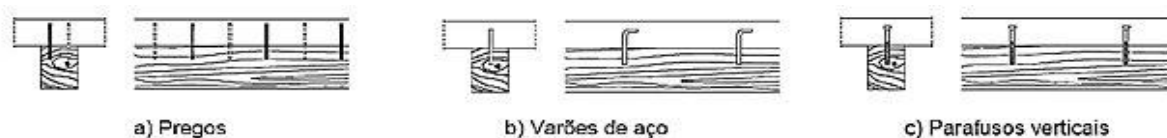


Figura 2.4 - Exemplos de Ligações Semirrígidas com ligadores do tipo cavilha, (Branco, 2003)

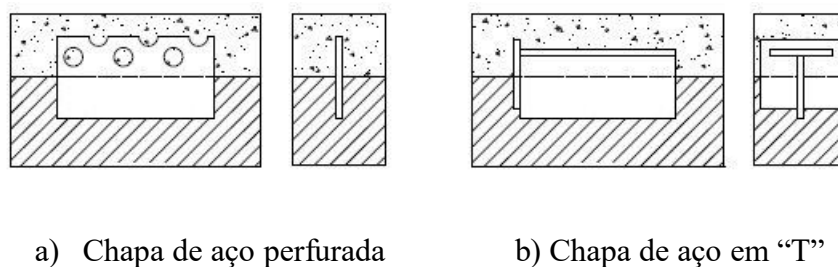


Figura 2.5 - Exemplos de Ligações Semirrígidas com ligadores de elementos contínuos, (ad. de Rodrigues, 2014)

A segunda forma de ligação é feita através contacto direto entre a madeira e o betão e é designada de ligação entalhada, conseguida quando um dos materiais se encontra embutido no outro e ocorre transmissão de esforços de compressão e de tração, Figura 2.6. Este tipo de ligação é vantajoso em estruturas de maior exigência estrutural, como por exemplo em pontes, por proporcionar um aumento da capacidade de carga da estrutura e um aumento do módulo de deslizamento (Jorge, 2005).

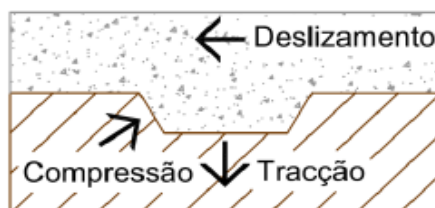


Figura 2.6 - Esforços atuantes numa ligação entalhada (Cardoso, 2010)

2.1.2 Influência dos materiais que constituem a Laje Mista

- Madeira

Quando falamos da madeira para aplicação estrutural, falamos com base numa classificação dada para o seu comportamento mecânico. Esta classificação pode ser visual, encontrando os defeitos da madeira e a posição dos nós, ou mecânica, que permite obter o valor do módulo de elasticidade através da aplicação de uma determinada força e medindo a deformação sofrida (Branco, 2003). Segundo a norma EN 338 (EN 338, 2003) que aborda vários aspetos relativos à aplicação da madeira como elemento estrutural, após a classificação da madeira é atribuída uma classe resistente. Associada à classe de madeira maciça é usada a letra C inserida na categoria de madeira Resinosa e a letra D quando é madeira Folhosa. A essa classe está sempre associado um número definido por algarismos ao qual corresponde o valor da resistência à flexão.

De acordo com o EC5 (EN 1995, 2004), para o dimensionamento de estruturas de madeira as propriedades mais importantes são a resistência: à tração (f_t) nas direções paralela e perpendicular às fibras, à compressão (f_c) na direção paralela às fibras, à flexão (f_m) e ao corte (f_v). Sempre que possível, a tração na direção perpendicular às fibras de madeira deve ser evitada, devido à fendilhação que indiretamente está associada às ligações ou pormenores construtivos. Esta solicitação nas fibras da madeira pode ser minorada, aumentando a resistência e ductilidade da ligação através de ligadores metálicos nos elementos de madeira (chapas ou parafusos) aplicados com a direção das trações. Outro aspeto importante a ter em conta é a propriedade dúctil que a madeira apresenta quando submetida à compressão na direção paralela

às fibras. Em termos mecânicos, esta solicitação apresenta um comportamento próximo do elástico linear que, em cedência, tem uma capacidade de deformação plástica, pelo que o EC5 (EN 1995, 2004) permite a consideração de um comportamento elasto-plástico (Dias, 2014).

- Betão

A laje de betão constituinte do sistema misto permite que este adquira duas propriedades importantes, como são a capacidade de repartição transversal de cargas e o aumento da capacidade resistente. A boa resistência do betão à compressão, especialmente se for sujeito apenas a esse esforço, torna-o um material eficiente para compor secções mistas. De acordo com o EC2 (EN 1992, 2004), para o dimensionamento de uma camada de betão numa laje mista deve ter-se em consideração: a retração que ocorre durante o endurecimento; a fluência (ϕ), que depende da humidade ambiente, da composição do betão, das dimensões do elemento e da duração e intensidade da carga; e por fim o seu módulo de elasticidade (E) (Miotto, 2009).

2.2 Síntese Histórica e Construtiva – Evolução das Tipologias

Nesta subsecção serão descritas, de forma sucinta, as diferentes tipologias de pavimentos de edifícios convencionais. Começando pelos pavimentos de madeira, sistema estrutural mais antigo, abordando seguidamente a evolução das lajes de betão e focando por fim a solução mista Madeira-Betão. Esta abordagem apresenta-se com o intuito de fazer uma posterior comparação das três soluções, realçando as vantagens e desvantagens do sistema misto.

2.2.1 Pavimentos de Madeira

A madeira foi, desde sempre, um dos materiais mais utilizados pelo Homem devido não só à sua abundância, mas também por ser um material com excelentes propriedades físicas e mecânicas. Em Portugal, a madeira sempre foi muito utilizada, desde as Ordenações Manuelinas, na qual a construção dos edifícios era feita sobretudo com este material e a alvenaria era usada apenas para as construções do clero e da nobreza (Carita, 1999). A partir do século XVI, as paredes principais passaram a ser de alvenaria e o uso da madeira restringiu-se à construção das coberturas e dos pavimentos das habitações (Figura 2.7), até à vulgarização do betão armado na terceira década do século XX.

Ao longo dos tempos a constituição dos pavimentos de madeira manteve-se pouco variável, ao contrário dos pavimentos de betão armado. Os pavimentos de madeira são essencialmente compostos pelo vigamento e pelo soalho, apresentando por vezes elementos secundários, normalmente designados por tarugos e cadeias, que têm como função tornar o conjunto mais homogéneo e melhorar o funcionamento destas “estruturas horizontais” no que toca a ações

pontuais (Segurado, 1942; Costa, 1955). A organização estrutural dos vigamentos depende da geometria da laje (Redondo, 2001). Segundo (Branco, 2003), para vãos pequenos (3 a 4m) as vigas são diretamente apoiadas nas paredes e as tábuas de soalho são pregadas na sua parte superior. Enquanto que, para vãos superiores (5 a 7m), as vigas principais perpendiculares às paredes de apoio não são suficientes para suportar a estrutura, sendo necessária a colocação de vigas secundárias sobre as principais, na direção paralela das paredes e posteriormente são pregadas as tábuas de soalho.

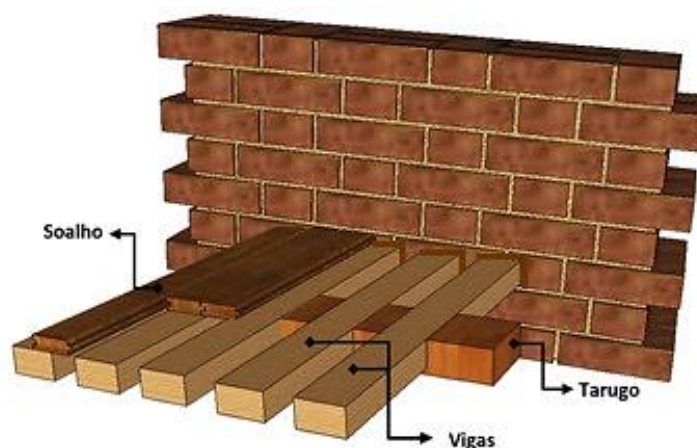


Figura 2.7 - Esquema representativo do vigamento, tarugo e soalho assente numa parede de alvenaria

Espaçamento das vigas

Publicações como Manual da Carpintaria (Segurado, 1942) e Enciclopédia da Construção Civil (Costa, 1955) referem que tanto a secção das vigas como o seu afastamento devem ser proporcionais à carga aplicada e ao vão. Segundo as mesmas, os espaçamentos variavam normalmente entre 0,40m e 0,70m de eixo a eixo, com a primeira e a última viga do pavimento colocadas junto das paredes. Antigamente, alguns construtores chegaram a encostar as vigas praticamente umas nas outras, o que resultava num pavimento excessivamente pesado (Oliveira, 2013). Para pavimentos com vãos mais longos era usual a colocação de uma ou mais vigas sob e perpendicularmente ao vigamento. Devido ao desenvolvimento da indústria metalúrgica, a partir do século XIX, para vãos superiores a 7m, começaram a ser utilizadas vigas metálicas para reforço desses pavimentos ou como alternativa aos vigamentos de madeira (Cardoso, 2010; Ilharco, 2008).

Em conformidade com a dissertação de Costa (Costa, 2009), na reabilitação ou construção de pavimentos, deve-se optar por um espaçamento entre vigas o maior possível, desde que este fato não acarrete problemas de utilização/manutenção. Este autor afirma que reduzir o número

de vigas nos pavimentos é favorável na medida em que o peso da estrutura é menor e, conseqüentemente, menores vão ser os problemas estruturais. Por outro lado, a redução do número de vigas obriga a um controlo da estrutura, evitando deformações e desconforto na utilização dos pavimentos.

2.2.2 Lajes de Betão Armado

A fim de comparar as lajes de betão armado, frequentemente usadas nos dias de hoje, com a solução mista Madeira-Betão, ainda pouco utilizada em Portugal, considerou-se relevante referir as diferentes tipologias que existem para as lajes de betão. Ao contrário do que se verificou para pavimentos de madeira, a tipologia das lajes de betão foi evoluindo aos longos dos anos. Atualmente, as lajes de betão armado podem ser classificadas quanto ao tipo de apoio, como se apresenta na Figura 2.8 (Appleton, 2013).

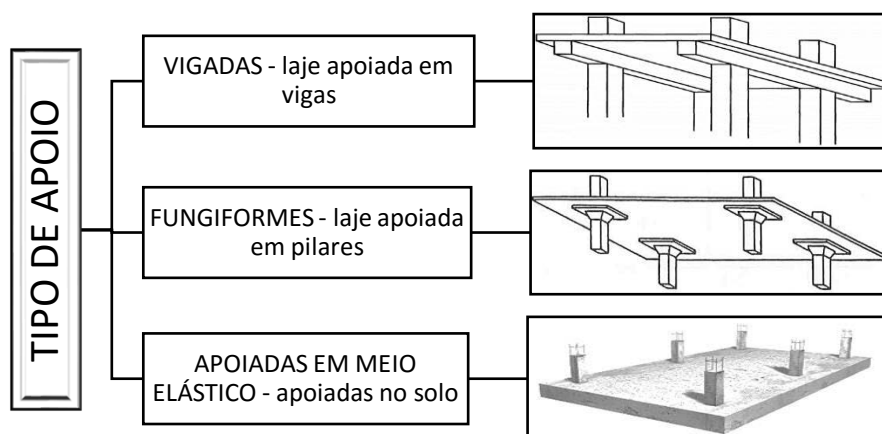


Figura 2.8- Classificação das lajes de betão quanto ao tipo de apoio, fonte [1]

Quanto à sua constituição as lajes podem ser classificadas como se indica de seguida na Figura 2.9 (Appleton, 2013).

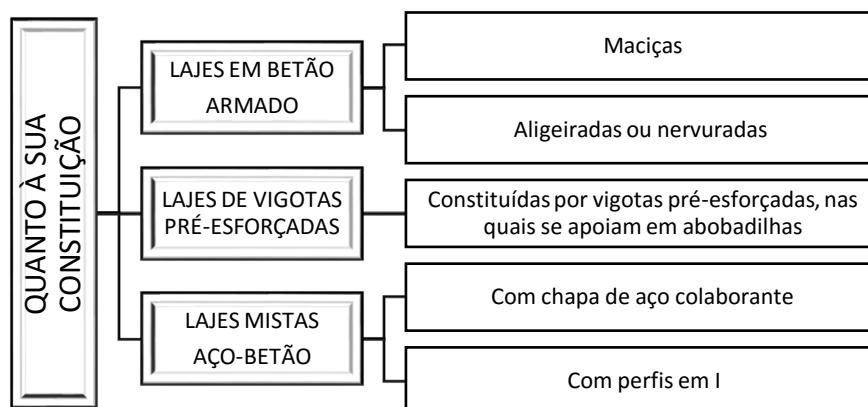


Figura 2.9 - Classificação das lajes de betão quanto à sua constituição

2.2.3 Primeiras Estruturas Mistas Madeira-Betão

Como consequência das Grandes Guerras Mundiais houve uma escassez de aço, que forçou o estudo de uma solução alternativa para suprir essa carência que era necessária para o reforço das estruturas de betão, iniciando-se assim o desenvolvimento de estruturas mistas Madeira-Betão na Europa (Yeoh *et al.*, 2011; Dias, 1999; Rodrigues, 2014; Monteiro, 2015; Linden, 1999). O uso de estruturas mistas foi uma técnica de construção desenvolvida principalmente para a reabilitação/recuperação dos edifícios antigos, durante os últimos 50 anos.

Existiu um investigador que impulsionou o estudo das lajes mistas, no início do século XX, incidindo esse estudo num dos aspetos mais importantes para a eficácia dos mesmos: as ligações. Consoante um estudo realizado por (Muller, 1922) a ligação das vigas de madeira com a laje de betão poderia ser feita usando pregos e cintas de aço, sistema que o investigador patenteou. Posteriormente em 1939 na Suíça foi realizado um estudo usando perfis de aço em I ou Z como sistema de ligação intermédia. Desde essa data, muitos têm sido os estudos desenvolvidos sobre o melhor sistema de ligação para estruturas mistas Madeira-Betão.

Devido ao bom comportamento que os dois materiais (madeira e betão) têm quando aplicados em conjunto, aliada à grande preocupação pela sustentabilidade ambiental, esta técnica construtiva ganhou interesse na construção de pontes, principalmente nas duas últimas décadas (Meierhofer, 1993; Natterer, 2002; Gutkowski *et al.* 2004). Segundo (Rodrigues, 2014) a primeira ponte mista Madeira-Betão surgiu nos E.U.A.. A ponte *Tampa-Clearwater Causeway* construída em 1934 na Flórida, resultou de um programa de investigação na Universidade de Washington. Alguns anos depois o uso de pontes mistas tornou-se um processo construtivo comum nos restantes estados dos E.U.A, tal como as pontes de Oregon e Delaware, que ainda se encontram em uso e com baixos custos de manutenção (McCullough, 1943). Em 1950, na Austrália começaram a ser construídas as primeiras pontes mistas, e devido à grande abundância de espécies de madeira nas grandes áreas florestais, esta técnica continuou a ser aplicada até aos dias de hoje. A aplicação destas lajes começou a ser empregue no Brasil vinte anos depois, sendo a primeira ponte construída em 1974 em São Paulo. A Suíça foi o primeiro país da Europa a conceber pontes mistas em 1990 (Natterer, 2002; Yeoh *et al.*, 2011; Rodrigues, 2014; Campos, 2015). Atualmente, segundo (Rodrigues, 2014), existem 78 pontes mistas Madeira-Betão em funcionamento em todo o mundo. Este número foi conseguido através de uma amostra para o estudo por ele realizado sobre estas estruturas mistas, de modo a analisar e interpretar qual a sua utilização mundial e quais as circunstâncias históricas e geográficas para o desenvolvimento desta solução estrutural. Em Portugal, até à primeira metade do século XIX, a maioria das pontes eram construídas em madeira ou pedra. Em 1900 começaram a aparecer as primeiras pontes de betão armado e em 1938 as pontes de betão pré-esforçado. Com o

desenvolvimento de novas técnicas, a utilização de aço-betão surgiu com muita aplicabilidade na construção de pontes. Contudo, no que diz respeito a pontes mistas de Madeira-Betão existe apenas um exemplo, localizada em Quiaios e contruída em 2005. A zona onde esta foi construída era designada como uma zona de “Rede Natura 2000”. A solução inicial passava pela construção de uma ponte de madeira de modo a não provocar impacto ambiental nessa zona. No entanto, como a ponte teria uma extensão de 15m e uma carga de tráfego de 20ton por eixo, a solução final acabou por ser mista Madeira-Betão em vez de uma solução em madeira. Tal permitiu ainda mitigar problemas de durabilidade associados à exposição da madeira à água (Rodrigues, 2014; Campos, 2015).

Em 1981 na Polónia, foi feita a primeira publicação sobre a recuperação de pavimentos de madeira existentes adicionando uma laje de betão. Esta reabilitação foi feita em 1000 m² de pavimento, onde a maioria das vigas de madeira foram aproveitadas para a aplicação do sistema misto, por se encontrarem em bom estado (Linden, 1999). O uso de lajes mistas em Portugal, já começa a ter as suas primeiras aplicações no ramo da reabilitação. Como é o exemplo da recuperação e ampliação realizada no Palácio do Raio em Braga, em 2015. Este Palácio é do estilo barroco rococó do século XVII. A utilização de pavimentos mistos aconteceu numa parte significativa do palácio, tendo a secção dos elementos variado em função da carga e, acima de tudo, do vão. Estas lajes eram constituídas por vigas de madeira espaçadas de 600mm, uma placa de contraplacado de 20mm de espessura, que serviu de cofragem perdida à lajeta de betão com 70mm de espessura.

No futuro, acredita-se que as lajes mistas Madeira-Betão podem ter um elevado nível de competitividade no mercado no recurso a elementos pré-fabricados. Investigadores como Lukaszewska e Fragiacom (Lukaszewska & Fragiacom, 2008) desenvolveram um sistema misto totalmente desmontável, onde a laje de betão é pré-fabricada com os ligadores já introduzidos e a posterior ligação às vigas de madeira é feita no local da construção. De acordo com (Yeoh *et al.*, 2011), este procedimento traz vantagens relativamente às lajes betonadas *in situ*, uma vez que a colocação da laje pré-fabricada de betão faz com que esta tenha uma maior resistência e rigidez. As lajes mistas pré-fabricadas são aplicáveis em pavimentos de médio e longo vão (entre 6 e 12 m) e a elevada resistência é alcançada com um número reduzido de ligadores (6 a 8 ligadores).

2.2.4 Vantagens e Desvantagens das Estruturas Mistas

Para finalizar o estudo sobre lajes mistas Madeira-Betão importa realçar tanto os seus pontos fortes como os fracos, quando comparadas com uma laje constituída apenas por betão ou por madeira.

Comparação com os pavimentos de madeira:

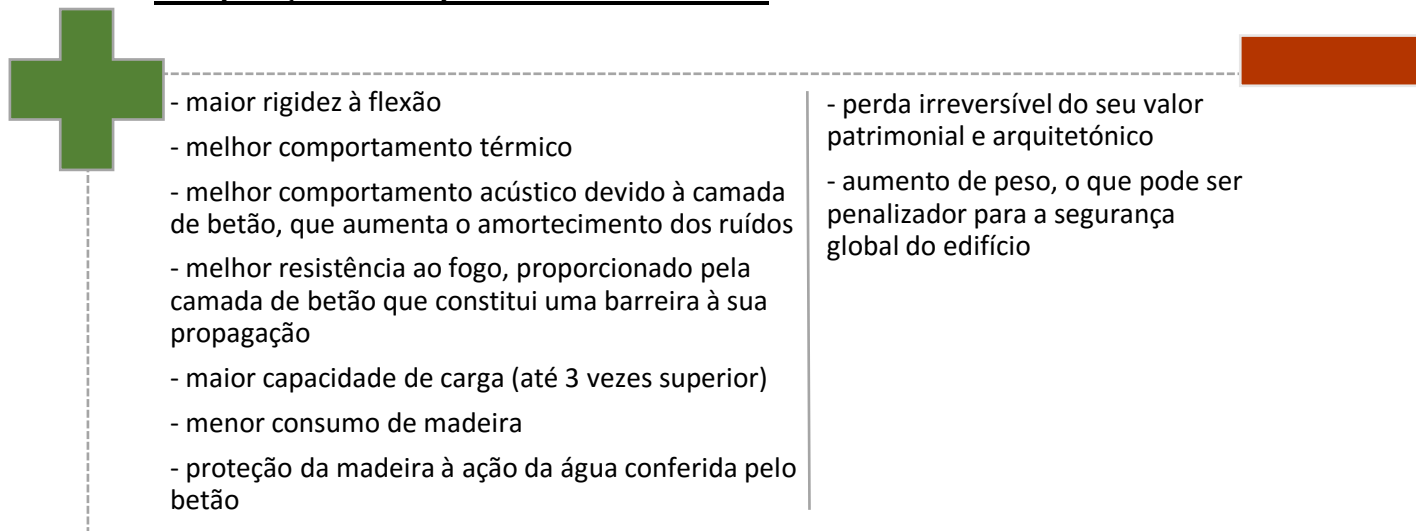


Figura 2.10 - Esquema relativo às vantagens e desvantagens das estruturas mistas comparando com os pavimentos de madeira

Comparação com as lajes de betão armado:

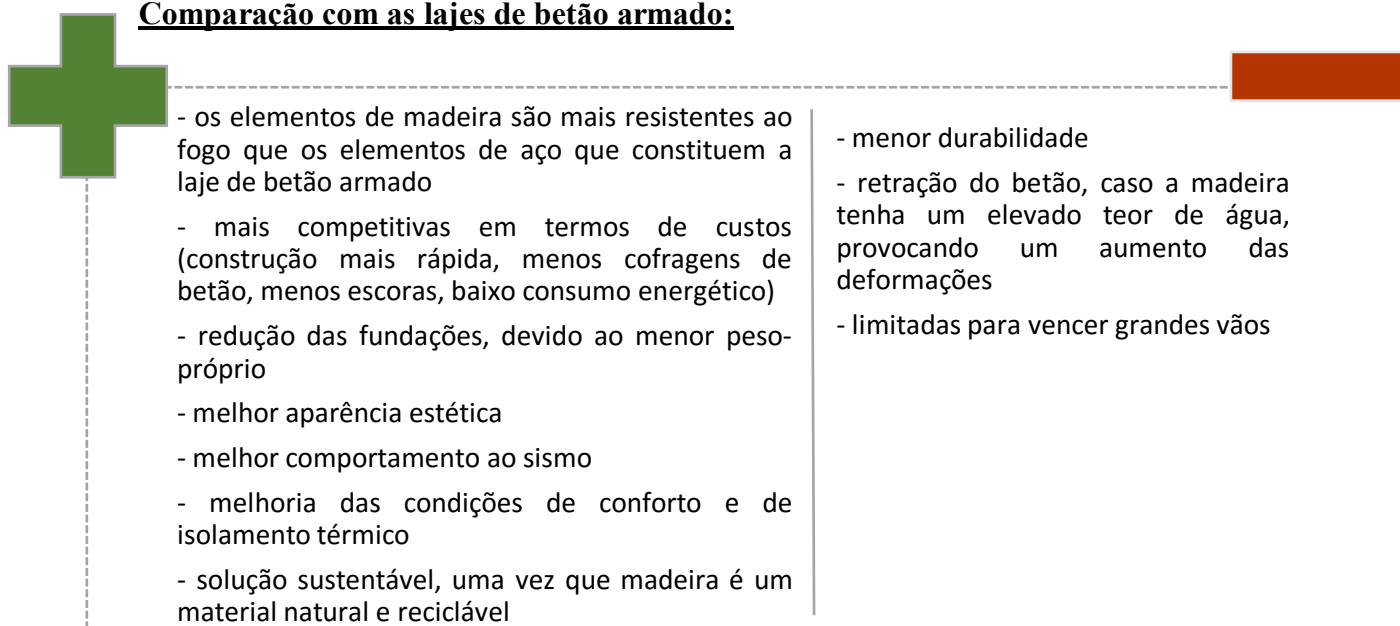


Figura 2.11 - Esquema relativo às vantagens e desvantagens das estruturas mistas comparando com as lajes de betão armado

2.2.5 Necessidade de Reabilitar

As construções degradam-se com o tempo e a constante preocupação na procura de soluções construtivas mais sustentáveis promove o uso de materiais de natureza ecológica como a madeira. Como se expôs anteriormente, antigamente a maioria dos edifícios possuía pavimentos em madeira, nas quais por falta de manutenção, hoje em dia é preciso intervir. Essa intervenção deve-se essencialmente à degradação da madeira, quer estrutural, quer biológica, que origina diversos tipos de anomalias (Ilharco, 2008; Reis, 2008). A constante preocupação pela construção sustentável promove a conservação e restauro deste património.

Após a inspeção e diagnóstico dos elementos de madeira, é necessário escolher as técnicas e os produtos mais adequados para a intervenção. As técnicas de reabilitação estrutural podem ser destinadas: à reparação dos pavimentos de madeira ou ao reforço dos mesmos. A primeira técnica tem como objetivo a reposição das capacidades resistentes dos vários elementos e a segunda técnica tem a finalidade de diminuir ou limitar as deformações e aumentar a capacidade de cargas dos mesmos. Assim, uma das possíveis intervenções para a recuperação estrutural de pavimentos de madeira é o recurso à solução de laje mista madeira-betão. Esta técnica pode ser aplicada na reabilitação dos pavimentos de madeira quando se pretende aumentar a capacidade de carga, diminuir as deformações e as vibrações. Este pavimento misto pode ser executado de duas formas: com o aproveitamento da camada de soalho ou com recurso a vigas secundárias como se mostra na Figura 2.12. Deste modo, na primeira forma de intervenção as tábuas de soalho estão fixas diretamente às vigas principais, com a vantagem de servirem como cofragem natural para a laje de betão. O aproveitamento das tábuas de soalho resulta em elementos com excelentes características estruturais e estéticas. No segundo método, as vigas secundárias estão apoiadas perpendicularmente às vigas principais e é nelas que está fixo o soalho, sendo possível deste modo rentabilizar todo o material já existente (Branco, 2003; Reis *et al.* 2008; Costa, 2009; Jorge, 2005).

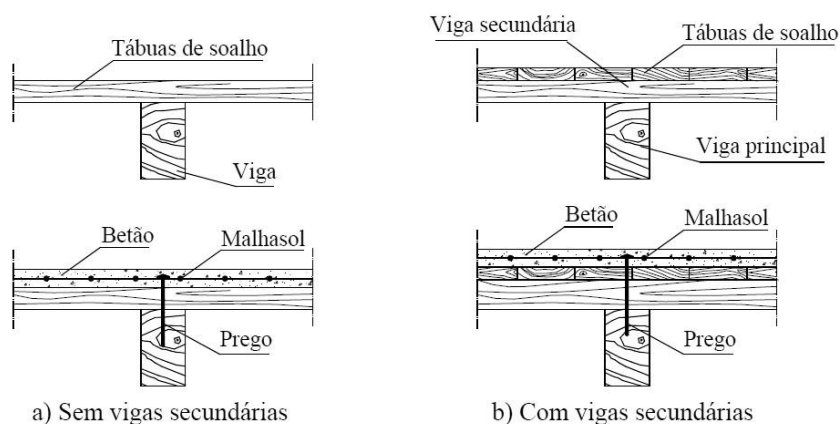


Figura 2.12 - Tipologias mais frequentes e respetivas soluções de reabilitação (Branco, 2003)

O recuso à solução mista para a reabilitação requer o seu estudo de forma a tirar dela o máximo partido, uma vez que a aplicação da laje de betão, embora de pequena espessura, aumenta o peso próprio do conjunto e quando mal aplicada e ligada às vigas de madeira “anula” o aumento da capacidade de carga. Durante a execução da laje mista é fundamental ter em conta a água presente na camada de betão que, se não existir nenhuma barreira, migrará para a madeira. Como é sabido, o teor de água é um dos potenciadores da degradação da madeira. De forma a evitar a penetração da água do betão é usual a aplicação de uma tela impermeabilizadora ou a redução da água do betão através da introdução de aditivos (Reis *et al.*, 2008). A colocação da malhasol tem um papel importante, ajudando a prevenir a fendilhação devido ao efeito da retração do betão. Tendo em conta a elevada condutibilidade térmica do betão, importa referir que a esta solução, pode ser adicionado isolamento na parte superior do pavimento (Jorge, 2005; Branco, 2003).

2.3 Distribuição transversal de cargas em lajes mistas Madeira-Betão

No que diz respeito à distribuição transversal de cargas em lajes mistas Madeira-Betão, pouca informação se encontra disponível atualmente, sendo um assunto ainda pouco abordado nos estudos realizados nestas estruturas. Assim, surgiu a necessidade de o compreender e aprofundar. Decorrente dessa ausência de conhecimento, Monteiro desenvolveu uma investigação intitulada “*Load Distribution on Timber-Concrete Composite Floors*”, (Monteiro, 2015), da qual foi possível inferir que a distribuição transversal de cargas influencia o comportamento mecânico deste sistema estrutural. Existem três conceitos associados à distribuição transversal de cargas que vale a pena referir, nomeadamente, a distribuição de cargas concentradas, a largura efetiva e o *system effect* (Monteiro, 2015). A fim de compreender cada um destes conceitos, abordar-se-ão de seguida, separadamente.

2.3.1 Distribuição de cargas concentradas

O efeito da distribuição de cargas no comportamento de pavimentos pode ser analisado face à ação de cargas concentradas ou de cargas distribuídas. Segundo Blass (Blass, 1995) e Monteiro (Monteiro, 2015), quando um sistema constituído por vigas de madeira está sujeito a cargas concentradas (cargas pontuais aplicadas sobre o pavimento), a viga em que se encontra aplicada essa carga irá receber a maior percentagem de carga e as vigas adjacentes receberão a sobrança, como se encontra esquematizado na Figura 2.13. Ozelton e Baird em (Ozelton e Baird 2006) defendem uma hipótese mais conservadora, comparativamente com as conclusões do estudo de Monteiro (Monteiro, 2015), afirmando que, num piso de um edifício de habitação, 50% da carga concentrada vai atuar diretamente na viga em que esta se encontra aplicada e os elementos adjacentes 25% cada. Enquanto, para um sistema composto por elementos com a mesma rigidez

sujeito a um carregamento uniforme, o efeito da distribuição de cargas é menos evidente, porque a deformação será idêntica.

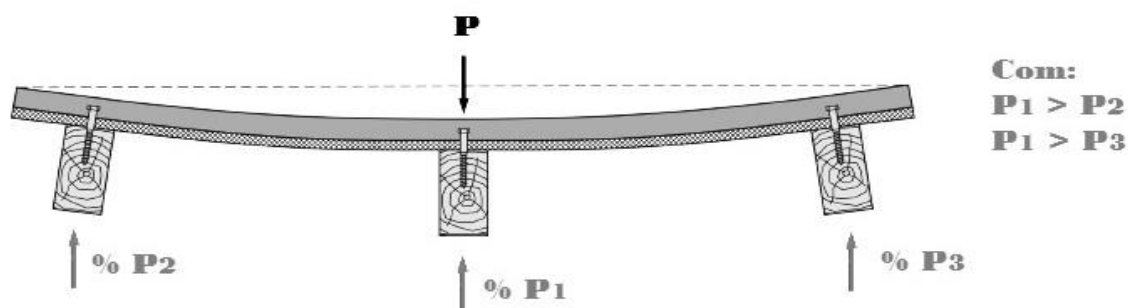


Figura 2.13 - Esquema de um pavimento misto sujeito a uma carga concentrada, (ad. Kieslich, 2014)

Wilfred H. Thomas desenvolveu uma investigação sobre a distribuição transversal de cargas em pavimentos de madeira (Thomas, 2003). De acordo com (Thomas, 2003) existem parâmetros que vão influenciar essa distribuição de cargas, como: a espessura e vão dos elementos da estrutura, as condições de apoio, a posição da carga, bem como as propriedades anisotrópicas e ortotrópicas da madeira. Este autor estudou também a consequência da localização de uma carga no pavimento, isto é, quando a carga aplicada se situa longe de um apoio verificou que, devido à repartição da carga na laje, a largura de distribuição aumentava, apresentando um valor máximo se a carga fosse aplicada a meio vão do pavimento (Thomas, 2003).

Quando focamos o estudo apenas na distribuição de cargas concentradas em pavimentos mistos, os estudos científicos conhecidos são realmente escassos. Destaca-se, contudo, a investigação feita por Etournaud, nos E.U.A., sobre a aplicação de cargas concentradas em tabuleiros de Madeira-Betão, estando os dois materiais ligados por entalhes ancorados recorrendo a cavilhas coladas (Etournaud, 1998). O seu estudo tinha como objetivo avaliar a eficiência da distribuição de cargas. Recorrendo a ensaios experimentais em duas pontes com diferentes geometrias, e de modo a perceber qual a influência que a camada de betão teria nessa distribuição (uma das pontes tinha essa camada e outra não), a carga pontual foi aplicada em seis posições diferentes levando o tabuleiro misto à rotura. Tendo sido medidos os deslocamentos verticais e o deslizamento entre a madeira e o betão, Etournaud concluiu que a posição da carga influenciava o fator de redução de deformação. Fator este, determinado a partir da razão entre as deformações medidas nos tabuleiros de madeira e nos tabuleiros mistos (Etournaud, 1998). A eficiência do sistema de ligação foi demonstrada pelo insignificante valor obtido para o deslizamento entre os dois materiais conectados com ligadores rígidos, tal como explicado no ponto 2.1.1. deste documento.

Por sua vez, Moraes realizou também um estudo sobre a distribuição transversal de cargas, mas em pontes mistas constituídas por uma laje de betão e vigas de madeira treliçadas (Moraes, 2007). Recorreu por isso, ao método analítico de Engesser-Courbon e Leonhardt, desenvolvido para estruturas de betão, de modo a que não fosse contabilizada a rigidez de torção das vigas, e que as vigas secundárias se comportassem como barras rígidas após a deformação. O tabuleiro tinha uma largura de 5,76m (4m de faixa rodoviária) e era composto por cinco vigas de madeira treliçadas, simplesmente apoiadas e espaçadas de 1,40m. Este autor concluiu que, o método analítico utilizado apresentava resultados satisfatórios quando a carga era aplicada na extremidade da ponte (Moraes, 2007).

Recentemente, o trabalho realizado por Monteiro, em Portugal, (Monteiro, 2015), centrou-se no estudo da distribuição de cargas concentradas em pavimentos mistos de Madeira-Betão, quando submetidos a carregamentos pontuais ou de faca. Nesta investigação foram realizados ensaios experimentais, ao mesmo tempo que foi desenvolvido um modelo numérico capaz de caracterizar o comportamento mecânico destes pavimentos. Para obter um modelo numérico capaz de traduzir o comportamento real deste tipo de pavimento, o desenvolvimento numérico foi complementado com um modelo analítico, e uma posterior comparação entre os resultados obtidos por estas três vias. Os pavimentos estudados eram formados por uma laje de betão assente sobre vigas de madeira lamelada colada, usando como sistema de ligação ligadores metálicos do tipo cavilha. Previamente à definição do programa experimental foi feito um estudo numérico preliminar, com a finalidade de detetar os parâmetros que influenciavam a distribuição de cargas e o comportamento mecânico dos pavimentos em questão, tendo-se evidenciado a espessura, o tipo de betão e o comprimento do vão. Através da análise de alguns resultados numéricos, nomeadamente, dos valores das reações de apoio, momentos fletores longitudinais e deslocamentos verticais a meio vão, foi possível concluir acerca da influência dos parâmetros descritos anteriormente com a aplicação de cargas de faca ao longo do eixo longitudinal e de cargas pontuais a $\frac{1}{2}$ vão e $\frac{1}{4}$ de vão de cada viga. Deste modo a autora concluiu que a posição da viga carregada, o tipo e a espessura do betão, e ainda o efeito de sobredimensionamento das seções transversais afetam em grande medida a distribuição transversal de cargas (Monteiro, 2015).

Mais recentemente o estudo realizado por Campos (Campos, 2016) deu continuidade ao estudo iniciado por Monteiro, em (Monteiro, 2015). Este estudo surgiu com o principal objetivo de compreender de que forma se faz a repartição transversal de cargas em lajes mistas Madeira-Betão, quando sujeitas a cargas pontuais, fazendo variar as condições de apoio e o comprimento do vão. Assim, esta autora através do modelo numérico desenvolvido por Monteiro em (Monteiro, 2015), realizou vários submodelos para os quais a laje se encontrava encastrada ou simplesmente apoiada em duas ou em todas as extremidades para um vão simples

ou para dois ou três vãos contínuos. Através da análise percentual em termos de reações de apoio, deslocamentos verticais e momentos fletores longitudinais a meio vão, concluiu que os parâmetros considerados no seu estudo têm influência no desempenho destas estruturas, na medida em que afetam a repartição transversal de cargas (Campos, 2016).

2.3.2 Largura efetiva

Uma vez que os estudos sobre o conceito de largura efetiva e a sua influência em lajes mistas Madeira-Betão são escassos, através de normas técnicas europeias definidas para estruturas de betão (EN 1992, 2004), estruturas de madeira (EN 1995, 2004) e estruturas mistas aço-betão no Eurocódigo 4 (EC4), (EN 1994, 2004) foi possível relacionar a largura efetiva com a distribuição de tensões. Esta distribuição de tensões está relacionada com o fenómeno de “*shear lag*” que ocorre quando a distribuição de tensões no banzo (aba de betão) não é uniforme: as zonas laterais deformam-se menos que a zona central da alma, devido à deformação por corte quando a laje é submetida à flexão. Com base na investigação de Johnson em 1994, intitulada de “*Composite structures of steel and concrete*”, Oliveira afirma que “é possível usar a largura efetiva de forma a permitir o uso de “*shear lag*”, ou seja, utilizar a camada de betão como retardador do efeito de fendilhação” (Oliveira, 2002). Analisando a Figura 2.14 pode concluir-se que, a largura efetiva surge a partir do conceito simplificado de *shear lag*, em que se estima uma menor largura da secção, a dita largura efetiva, para a qual se pode assumir uma distribuição de tensões uniforme com valor igual ao valor da tensão máxima (Monteiro, 2015).

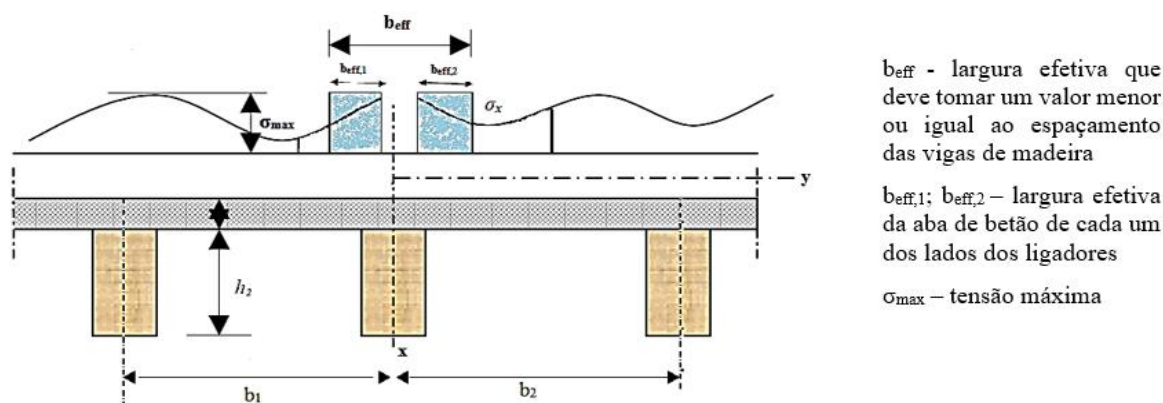


Figura 2.14 - Conceito de largura efetiva (ad. de (Stojić, D. e Cvetković, R., 2001))

Ao longo dos últimos anos, por intermédio de alguns estudos foram detetados os parâmetros que influenciam a largura efetiva nas estruturas, tais como: as dimensões da secção transversal, a espessura da laje, o espaçamento entre as vigas, as condições de apoio, o tipo de carga e o local onde está aplicada, a posição do eixo neutro, o comportamento e as propriedades do material, as imperfeições geométricas, entre outros (Monteiro, 2015; Segundinho, 2005;

Oliveira, 2002; Miotto, 2009). Um dos estudos mais relevantes sobre a largura efetiva em lajes mistas Madeira-Betão foi desenvolvido por Julius Natterer e Michael Hoefft (Natterer & Hoefft, 1987), e incidiu sobre o comportamento estrutural destas, tendo como base a teoria geral da elasticidade. Para tal, simularam numericamente uma viga de madeira submetida aos casos de carga mais comuns (pontual, uniformemente distribuída e sinusoidal) de forma a relacionar a força e a tensão normal na largura da secção transversal. Através de uma abordagem teórica para obtenção desta relação, estes autores definiram fatores de redução como método para o cálculo da largura efetiva, tendo concluído que o tipo de carga influencia bastante a largura efetiva (Natterer & Hoefft, 1987).

2.3.3 System effect

O conceito de *system effect* (efeito de sistema) surgiu associado às estruturas de madeira, com os seus primeiros registos no início dos anos sessenta (Cramer *et al.*, 2000). Numa laje real, os elementos de madeira utilizados nas vigas não têm a mesma rigidez, e apesar de poderem ser da mesma espécie, alguns elementos deformar-se-ão mais (os menos rígidos) que outros (Ilharco, 2008). Assim, o efeito de sistema permite relacionar a resistência com a rigidez de cada viga, quando submetida a um carregamento. Ou seja, existindo um sistema que ligue lateralmente as vigas leva a que os elementos mais resistentes recebam uma maior quantidade da carga aplicada do que os mais flexíveis, que suportarão uma quantidade menor. Deste modo é possível distribuir as cargas em proporção com a rigidez do elemento (Monteiro, 2015). De acordo com EC5 (EN 1995, 2004), o conceito de “efeito de sistema” aparece na secção referente aos estados limites de serviço, tendo em conta estruturas compostas por elementos semelhantes, igualmente espaçados e lateralmente ligados (Monteiro, 2015).

Associada à repartição de cargas em estruturas mistas, surge a investigação de Linden (Linden, 1999) que define essa repartição como sendo a “razão entre a resistência característica do sistema com a resistência característica de um único elemento do sistema, em relação a uma carga uniformemente distribuída” (Campos, 2016). A partir de um estudo paramétrico, este autor concluiu acerca dos parâmetros que influenciam o fator da repartição de cargas, nomeadamente: o número de elementos de madeira e o vão dos mesmos e o coeficiente de variação da resistência à flexão (Linden, 1999). Importa também mencionar a investigação feita por Simon sobre o comportamento de pontes mistas de Madeira-Betão (Simon, 2008). Este estudo teve como finalidade definir os procedimentos de projeto e determinar os valores característicos para a conceção dessa estrutura, bem como a distribuição transversal de cargas. Esta autora verificou que características como o espaçamento entre as vigas, o comprimento do vão, as propriedades dos materiais, tal como a relação entre a rigidez à torção e a rigidez à flexão, afetam a repartição transversal de cargas. Tendo em conta estes parâmetros, Simon verificou ainda que as secções transversais das secções provocam o aumento da rigidez à torção

das vigas principais, inclusive uma diminuição das deformações e uma distribuição de carga uniforme (Simon, 2008).

2.4 Análise e dimensionamento de estruturas mistas Madeira-Betão

Atualmente, ainda não existe regulamentação nacional nem europeia para o dimensionamento de estruturas mistas Madeira-Betão, à semelhança do que existe para estruturas mistas aço-betão. Face a esta ausência, a análise e dimensionamento destas estruturas é feita tendo em conta a regulamentação existente, nomeadamente o EC5 (EN 1995, 2004) e o EC2 (EN 1992, 2004). Para analisar estruturalmente este sistema misto devem ter-se em conta as propriedades elásticas dos materiais, nomeadamente, o módulo de elasticidade da madeira e do betão, bem como o módulo de escorregamento da ligação. Devem usar-se os valores médios destes módulos, conforme preconizado pelos Eurocódigos. No dimensionamento deste tipo de estruturas, os métodos aplicados distinguem-se consoante a rigidez da ligação entre os dois materiais de duas formas distintas. Uma das hipóteses considera a ligação rígida, ao passo que a outra considera um comportamento semirrígido. Se a ligação for rígida, admite-se que não existe escorregamento entre os materiais, logo é válida a hipótese de Bernoulli que considera que secções planas antes da deformação se mantêm planas após a deformação. Esta consideração torna o cálculo mais simples, bastando “homogeneizar” a secção, isto é, assumi-la constituída por um único material (madeira ou betão), e através das equações básicas da resistência dos materiais obter os esforços e as deformações da secção. Por sua vez, quando a ligação é considerada semirrígida, o deslizamento entre os dois materiais não pode ser desprezado. Neste caso, após a deformação a secção deixa de ser plana obrigando a um cálculo mais complexo, tendo em conta a relação entre o escorregamento e a força que o origina, expresso por um coeficiente de escorregamento (Branco, 2003; Dias, 1999; Ilharco, 2008).

A conceção de estruturas mistas madeira-betão deve ter em conta, não só os Estados Limites Últimos (ULS), mas também os Estados Limites de Serviço (SLS), para cargas de curta e longa duração. Os ULS são verificados através da avaliação das tensões máximas, recorrendo a um método simplificado, apresentado no Anexo B do EC5- parte 1 (EN 1995, 2004), por intermédio de equações baseadas no cálculo da rigidez efetiva à flexão e na distribuição de tensões, em função da rigidez da ligação dos dois materiais, conforme se mostra na Figura 2.15.

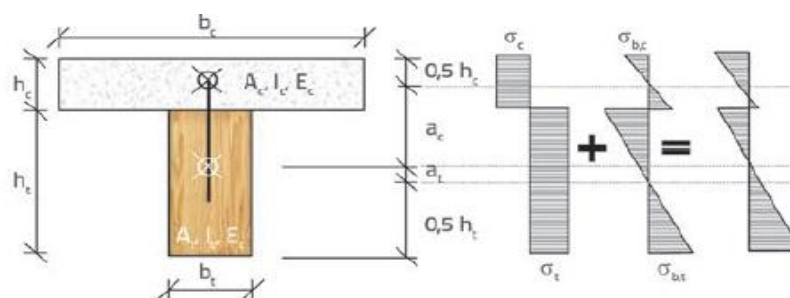


Figura 2.15- Representação da secção mista e das tensões normais (Stepinac M, *et al.*, 2015))

A partir das equações de equilíbrio que resultam da distribuição de tensões de flexão, apresentadas na Figura 2.15, é possível definir a rigidez efetiva à flexão $(EI)_{ef}$, dada pela equação (1), em que os índices c e t se referem, respetivamente ao betão e à madeira.

$$(EI)_{ef} = E_c I_c + E_t I_t + \gamma_c E_c A_c a_c^2 + \gamma_t E_t A_t a_t^2 \quad (1)$$

Sendo: I_t e I_c a inércia da madeira e do betão, respetivamente, em relação ao seu eixo neutro, dadas por (2); E o módulo de elasticidade; e A_c e A_t a área de cada material dada por (3):

$$I_t = \frac{b_t h_t^3}{12} ; I_c = \frac{b_c h_c^3}{12} \quad (2)$$

$$A_c = b_c h_c ; A_t = b_t h_t \quad (3)$$

Importa referir que, no dimensionamento destas estruturas mistas, o cálculo da área de betão depende do valor atribuído para a largura da secção transversal. Tal como já foi abordado no ponto 2.3.2 deste documento, “se o espaçamento transversal entre os elementos de madeira for elevado, a distribuição das tensões normais longitudinais nos banzos de betão não é uniforme, devido à deformabilidade por corte (*shear lag*), logo a deformação de corte no plano do elemento não pode ser desprezada” (Rodrigues, 2014). Esta largura é então determinada a partir da largura efetiva, b_{eff} , dada pela expressão (4), que está de acordo com a cláusula 5.4.1.2 (5) do EC4 (EN 1994, 2004), referente a estruturas mistas de aço-betão. Esta largura efetiva, b_{eff} , deve tomar um valor menor ou igual ao espaçamento entre as vigas de madeira.

$$b_{eff} = b_0 + \sum b_{ei} \quad (4)$$

Onde: b_0 é a distância entre os ligadores;

b_{ei} é a largura efetiva da aba de betão de cada lado dos ligadores, que deve ser igual a $\frac{L_e}{8}$, sendo L_e a distância entre os pontos de momento fletor nulo

Os termos a_c e a_t , da equação (1), dizem respeito à distância do centro geométrico de cada elemento ao eixo neutro equivalente da secção mista, de acordo com (5).

$$a_c = \left(\frac{h_c + h_t}{2} \right) - a_t ; a_t = \frac{\gamma E_c A_c (h_c + h_t)}{2(\gamma E_c A_c + E_t A_t)} \quad (5)$$

O coeficiente γ considera a rigidez da ligação através da expressão (6) e pode tomar valores entre 0, quando os elementos de madeira têm um comportamento independente, e 1, quando existe uma união perfeita entre os elementos, isto é quando a ligação é rígida.

$$\gamma = \left(1 + \frac{\pi^2 E_c A_c}{L e^2} \frac{s}{K} \right)^{-1} \quad (6)$$

Onde: K é o módulo de escorregamento da ligação;

s é o espaçamento entre os ligadores, dado através da expressão (7), determinada de acordo com a cláusula 9.1.3 do EC5

$$s = 0.75 s_{min} + 0.25 s_{max} \quad (7)$$

Onde: s_{max} e s_{min} são os espaçamentos máximo e mínimo, respetivamente, e se obtém de (8).

$$s_{min} = \frac{(h_t - 10)}{2} ; s_{max} \leq 4s_{min} \quad (8)$$

No dimensionamento de uma estrutura não deve apenas avaliar-se o seu desempenho em termos de capacidade de carga, mas também avaliar o desempenho da mesma durante a sua utilização (Branco, 2003). Deste modo a verificação da segurança aos SLS é crucial, na qual se devem avaliar as deformações máximas e as vibrações, de acordo com a secção 7 do EC5 (EN 1995, 2004). A quantificação das deformações sofridas pelos elementos de madeira devidas às ações permanentes e ações variáveis compreende a contribuição das deformações instantânea e diferida. A primeira é quantificada com base nas equações da resistência dos materiais, e tem em conta a rigidez à flexão e o tipo de ligador. A segunda depende dos valores do módulo de elasticidade dos materiais e do módulo de deslizamento. O controlo das vibrações deve ser feito segundo a metodologia apresentada no EC5 (EN 1995, 2004) para estruturas de madeira se a frequência fundamental for superior a 8Hz, para os restantes casos é necessário efetuar uma análise específica através de equações simplificadas de forma a evitar fenómenos de ressonância. Esta frequência fundamental depende da massa, do vão do pavimento e da rigidez à flexão.

3 MODELO NUMÉRICO

3.1 Introdução

Como já foi referido, o principal objetivo desta dissertação consiste em analisar a influência que alguns parâmetros, nomeadamente o espaçamento entre vigas e o número de vigas de madeira, têm na distribuição transversal de cargas em lajes mistas Madeira-Betão, quando sujeitas a cargas concentradas. Nesse âmbito, o presente trabalho dá continuidade ao estudo paramétrico desenvolvido em (Monteiro, 2015).

Na sua investigação, a fim de avaliar o comportamento mecânico de pavimentos Madeira-Betão sujeitos a cargas concentradas, Monteiro (Monteiro, 2015) realizou vários ensaios experimentais ao mesmo tempo que desenvolveu vários modelos numéricos de Elementos Finitos. Com recurso ao *software* de cálculo *SAP2000*, esta autora desenvolveu dois modelos numéricos: o primeiro (*Grid*) composto por uma estrutura em grelha, e o segundo (*Frame+Shell*) constituído por elementos viga e casca. Desenvolveu ainda um terceiro modelo (*Solid*) com recurso ao *software* *AbaqusCAE*, usando elementos sólidos. Os resultados experimentais e os modelos numéricos desenvolvidos por Monteiro foram analisados e comparados em simultâneo de modo a validar e escolher o modelo numérico que melhor traduzisse o comportamento mecânico das lajes mistas. A comparação dos modelos numéricos e experimentais foi obtida tendo em conta as reações de apoio e deslocamentos verticais a meio vão das vigas de madeira. A partir destes resultados Monteiro concluiu que, o modelo numérico desenvolvido usando elementos de viga e casca *Frame+Shell* apresentava resultados mais próximos do comportamento mecânico real das lajes mistas testadas experimentalmente. Este modelo simula de forma mais eficiente o comportamento da laje quando comparado com o modelo Grelha e com o modelo composto por elementos sólidos, porque a interação entre os dois elementos é importante (Monteiro, 2015).

De acordo com o descrito anteriormente, esta dissertação foi desenvolvida usando o modelo *Frame+Shell*. Nas secções seguintes apresentar-se-á o modelo numérico base, Modelo Base, desenvolvido por Monteiro em (Monteiro, 2015), bem como dois outros modelos, Modelo 1 e Modelo 2, usados para o estudo paramétrico desenvolvido nesta dissertação.

3.2 Modelo Base

Para a elaboração do modelo numérico base Monteiro (Monteiro, 2015) teve em consideração as características habituais dos pavimentos Madeira-Betão, tais como: propriedades dos materiais, geometria das seções, condições de apoio e condições de carregamento. Esse modelo era constituído por um pavimento misto de forma quadrangular simplesmente apoiado, composto por sete vigas de madeira e uma laje de betão, Figura 3.1

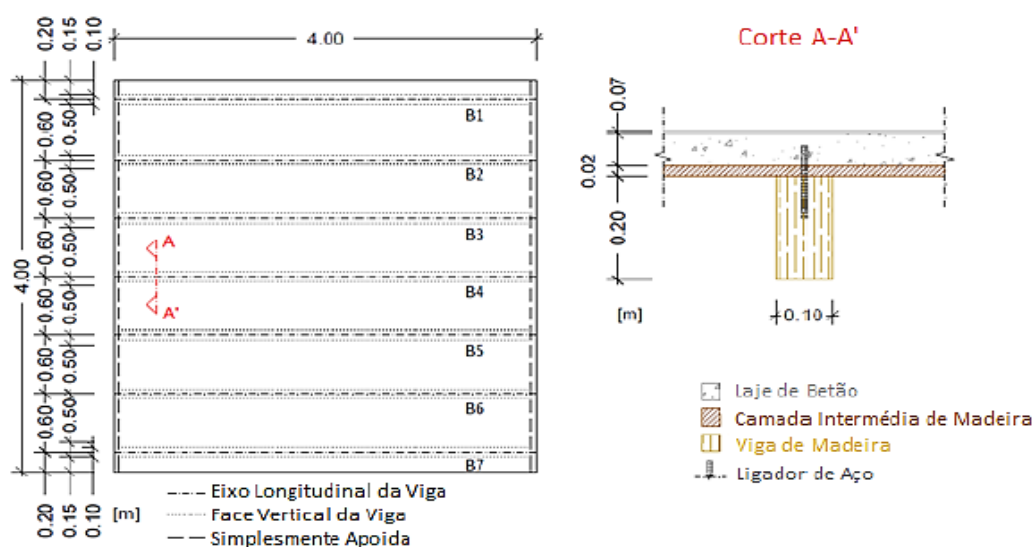


Figura 3.1 - Planta e Corte do modelo base: Características Geométricas (Campos, 2016)

As propriedades e classes dos materiais definidos são listadas na Tabela 3.1, com base nas normas europeias: EC2 (NP EN 1992-1-1, 2010), para o caso do betão, e EN 338 (EN 338, 2003), para a madeira.

Tabela 3.1 - Propriedades e classificação dos materiais

	Classe	Propriedades relevantes
Betão	C25/30	$E_c = 31 \text{ MPa}$
Madeira	C24	$E_0 = 11 \text{ MPa}$
Ligadores	-	$K = 12\,000 \text{ kN/m}^{(1)}$

⁽¹⁾ Este valor de rigidez foi adotado por se tratar de um valor médio dentre as ligações de aço correntes.

Tendo em conta o modelo base utilizado (*Frame+Shell*) e o manual do *software* de cálculo *SAP2000* (CSI, 2013) importa ter em consideração algumas particularidades:

- as vigas de madeiras foram modeladas com recurso a elementos *Frame* do tipo prismático, normalmente utilizados para modelar pilares ou vigas;
- para modelar a laje de betão foram utilizados elementos *Shell* do tipo casca com espessura homogénea, normalmente usados para modelar pavimentos e paredes;
- a ligação entre as vigas de madeira (elementos *Frame*) e a laje de betão (elementos *Shell*) foi modelada com o elemento *Link*.

Mais informações e pormenores sobre esta modelação podem ser consultadas em (Monteiro, 2015).

No Modelo Base, Monteiro assumiu que as vigas de madeira e a laje de betão tinham um comportamento linear e isotrópico. Apesar da madeira ser um material ortotrópico, esse comportamento pode ser admitido uma vez que as vigas de madeira estão sujeitas essencialmente a esforços segundo a direção longitudinal das fibras. Em relação à laje de betão, a deformação de corte transversal pode ser desprezada uma vez que a espessura desta foi reduzida consoante o vão (Monteiro, 2015). Relativamente à camada intermédia de madeira, uma vez que esta não contribui para o comportamento estrutural da laje mista, segundo a direção longitudinal, foi apenas considerada como um “espaço em vazio” com a mesma dimensão da espessura da camada em causa (0,02m), entre a laje de betão e as vigas de madeira. Os ligadores (*Link*), distanciados entre si de 0,10m, foram colocados ligando dois nós, um nó da laje de betão e um nó da viga de madeira, permitindo simular a ligação entre ambos (Monteiro, 2015). No que diz respeito às condições de apoio e, com o intuito de simular uma laje real, o Modelo Base foi considerado como simplesmente apoiado. A Figura 3.2 é composta por imagens do Modelo Base no *software* de cálculo *SAP2000* em que: (a) mostra a laje mista Madeira-Betão em vista 3D; (b) expõe a malha de elementos finitos adotada, constituída por elementos quadrados (0.10 × 0.10m); e (c) apresenta um corte no plano XZ da viga central da laje, com o pormenor do sistema de ligação utilizado (elemento *Link*) ao longo do comprimento da viga.

No Modelo Base, a estrutura foi sujeita a cargas concentradas a atuar na face superior da camada de betão, imediatamente acima de cada viga de madeira, consideradas em separado. Assim como em (Monteiro, 2015), em todos os modelos se considerou a ação de uma carga pontual com o valor de 9.0kN, aplicada individualmente a meio vão de cada viga de madeira. Este valor segundo a autora é ajustado de acordo com o EC1 (NP EN 1991-1-1, 2009).

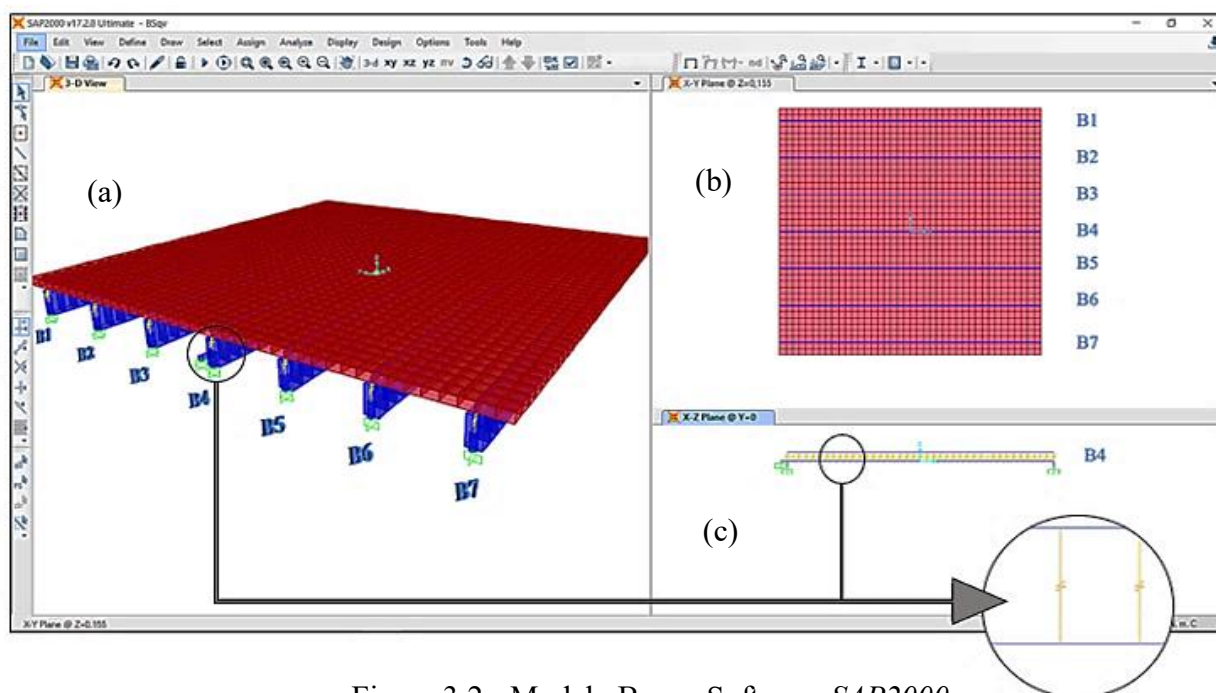


Figura 3.2 - Modelo Base - Software *SAP2000*

3.3 Modelo 1 e Modelo 2

De modo a avaliar a influência que o número de vigas e o espaçamento entre elas têm na distribuição transversal de cargas foi necessário desenvolver diferentes Submodelos, obtidos a partir do Modelo Base anteriormente descrito. A partir deste modelo foram desenvolvidos dois novos modelos com dois espaçamentos diferentes, Modelo 1 com 0,40m e Modelo 2 com 0,75m como se apresenta na Tabela 3.2. A variação no espaçamento entre vigas fez com que o número de vigas associado ao Modelo 1 e ao Modelo 2 fosse diferente do existente no Modelo Base. Estes espaçamentos foram escolhidos para o estudo por se tratarem de espaçamentos comuns nos pavimentos antigos de madeira. Uma vez que o uso de lajes mistas Madeira-Betão na reabilitação e reforço desses pavimentos de madeira tem vindo a crescer, seria interessante perceber o comportamento destes aquando da aplicação de uma carga concentrada.

Tabela 3.2 - Características geométricas dos modelos desenvolvidos

	Vão [m]	Espaçamento entre vigas [m]	n.º de vigas
Modelo 1	4,00	0,40	11
Modelo 2		0,75	5

Monteiro na sua investigação também analisou a distribuição transversal de cargas para estes dois modelos. Os resultados obtidos em (Monteiro, 2015) serviram de confirmação para a posterior análise de resultados apresentada no Capítulo 4, aquando da análise das percentagens de reações de apoio (RA), deslocamentos verticais a meio vão (DV) e momentos fletores longitudinais a meio vão (M) considerando 11 vigas no Modelo 1 e 5 no Modelo 2.

Como ilustrado na Figura 3.1, o Modelo Base é constituído por uma laje com $4,00 \times 4,00\text{m}$ composta por 7 vigas de madeira, espaçadas entre si de $0,60\text{m}$. Para o desenvolvimento dos modelos o número de vigas foi ajustado à largura inicial da laje ($4,00\text{m}$), ou seja, tomando como ponto de partida a viga central ($B4$) e colocando as vigas adjacentes com o espaçamento requerido. A numeração apresentada para as vigas de madeira foi adotada de forma a manter a numeração do Modelo Base, de modo a que a viga central nos três modelos permanecesse com o mesmo nome ($B4$) facilitando assim a posterior análise de resultados.

Na Figura 3.3 ilustra-se o modelo para um espaçamento de $0,40\text{m}$ (Modelo 1) e na Figura 3.4 para um espaçamento de $0,75\text{m}$ (Modelo 2). Além da vista 3D, apresenta-se a planta da laje com as medidas dos espaçamentos entre vigas, dimensões da laje e da malha de elementos finitos admitida. Apresenta-se também um corte no plano XZ da viga central de cada elemento. Importa referir que, no Modelo 2 as dimensões da malha de elementos finitos foram adaptadas ao espaçamento entre vigas, de modo a manter o mesmo número de elementos finitos, passando a ter dimensões de $0,125 \times 0,1\text{m}$.

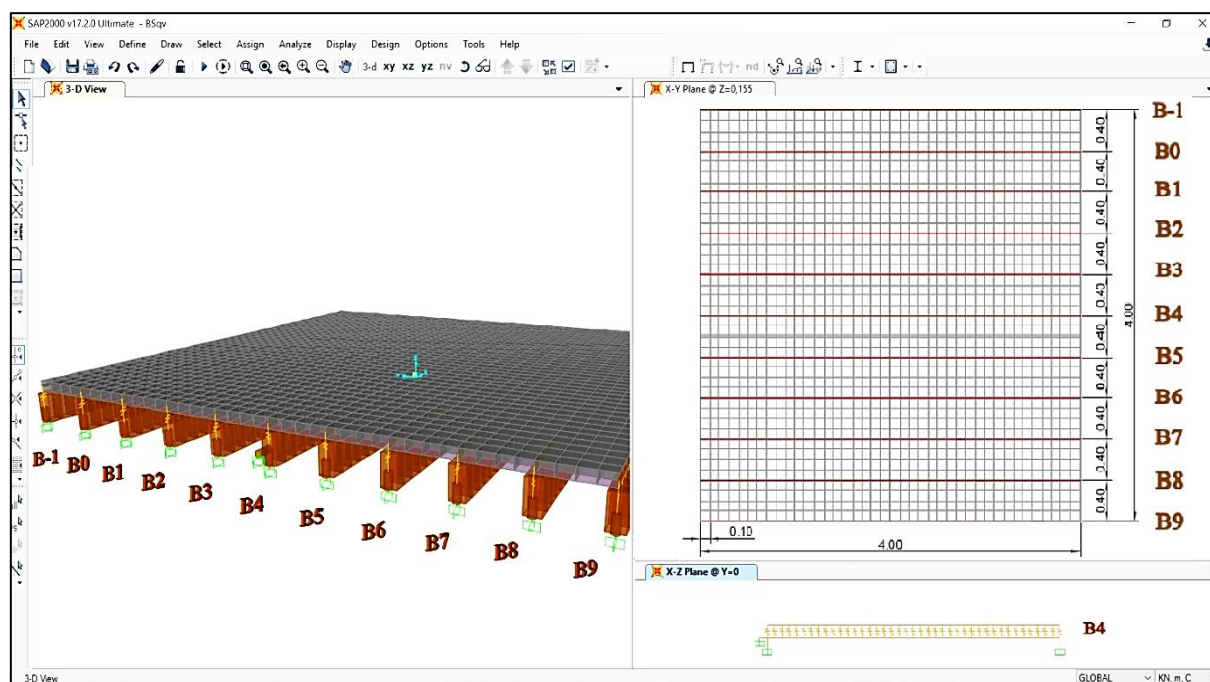


Figura 3.3 - Modelo 1 - Software SAP2000

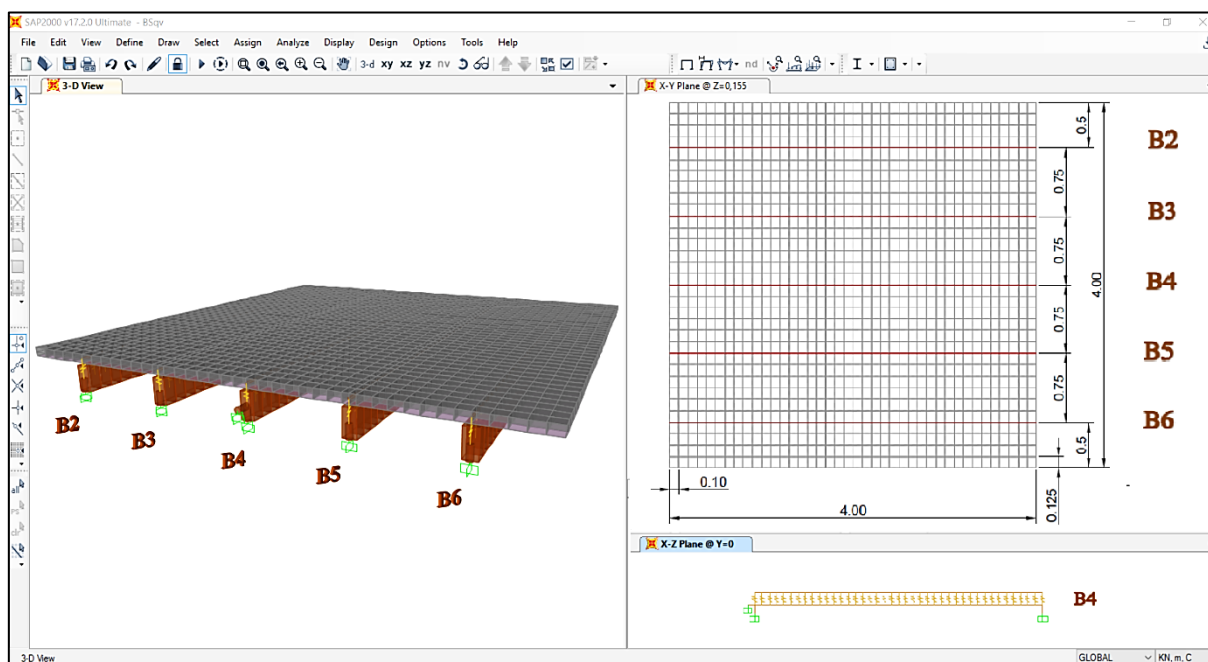


Figura 3.4 - Modelo 2 - Software SAP2000

3.4 Submodelos Desenvolvidos

De forma a avaliar a influência do número de vigas, a partir do Modelo Base, Modelo 1 e Modelo 2 foram desenvolvidos novos Submodelos variando o número total de vigas. Ou seja, para os mesmos espaçamentos, tendo em conta o número inicial de vigas, foram acrescentadas e retiradas vigas a cada modelo. Sabendo que o número de vigas depende das dimensões da laje a vencer, a largura da laje variou consoante esse aumento/diminuição do número total de vigas. O procedimento adotado nos três modelos para inserir as novas vigas foi idêntico. Sempre que se procedeu ao aumento do número de vigas acrescentou-se primeiro do lado direito relativamente ao centro da laje, e posteriormente do lado esquerdo, e assim sucessivamente. O mesmo procedimento foi usado quando se retiraram vigas (Figura 3.5).

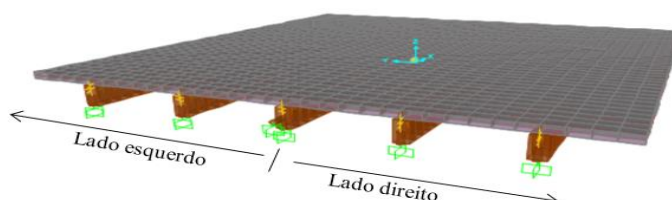
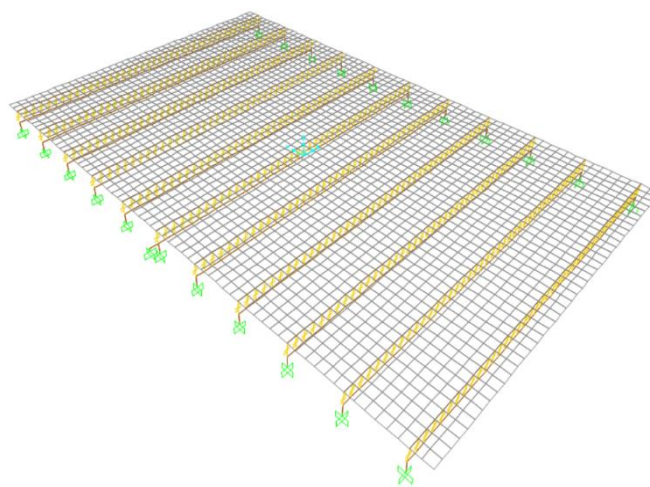


Figura 3.5 - Identificação do lado direito e do lado esquerdo da laje mista

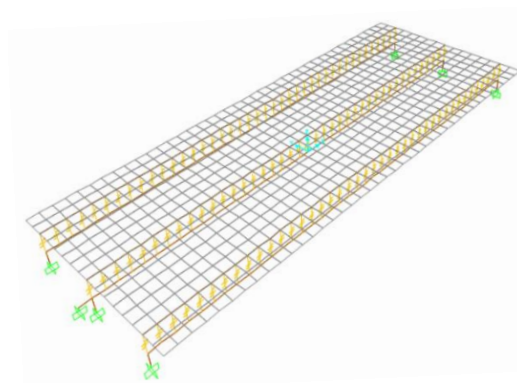
Para os três modelos assumiu-se sempre um número mínimo de 3 vigas. Já o número máximo foi estabelecido de maneira a que o número total de vigas tomasse um valor ímpar, e em consequência dos resultados obtidos mostrarem consistência. Na Tabela 3.3 apresentam-se os nove Submodelos criados a partir do Modelo Base para um espaçamento de 0,60m, e na Figura 3.6 encontram-se ilustrados os modelos com o número máximo e mínimo de vigas adotado.

Tabela 3.3 - Descrição do MB, consoante o n.º de vigas considerado e largura final da laje

MODELO BASE									
Espaçamento:	0,60 [m]								
N.º total de vigas	11	10	9	8	7	6	5	4	3
	máximo				inicial				mínimo
Largura da laje [m]	6.4	5.8	5.2	4.6	4	3.4	2.8	2.2	1.6



n.º máximo de vigas



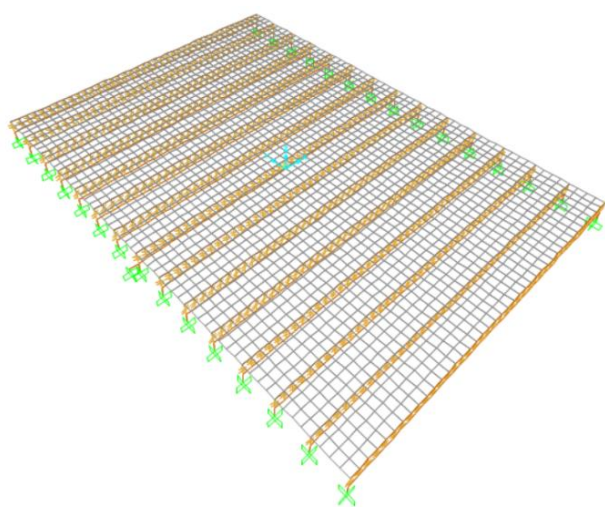
n.º mínimo de vigas

Figura 3.6 - Número máximo e número mínimo de vigas adotado no Modelo Base - *SAP2000*

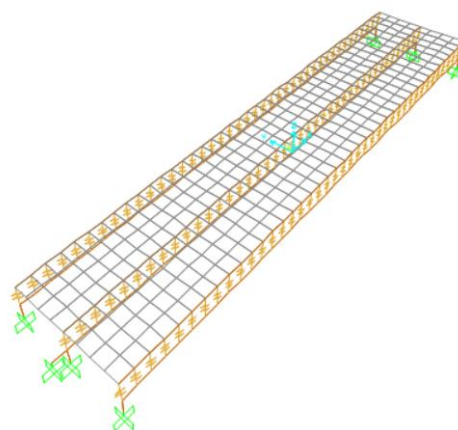
Relativamente ao Modelo 1 e ao Modelo 2, apresentam-se igualmente os Submodelos desenvolvidos na Tabela 3.4 e Figura 3.7, e Tabela 3.5 e Figura 3.8, respetivamente.

Tabela 3.4 - Descrição do M1, consoante o n.º de vigas considerado e largura final da laje

MODELO 1													
Espaçamento:	0,40 [m]												
N.º total de vigas	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3
	máximo				inicial								mínimo
Largura da laje [m]	5.6	5.2	4.8	4.4	4	3.6	3.2	2.8	2.4	2	1.6	1.2	0.8



n.º máximo de vigas

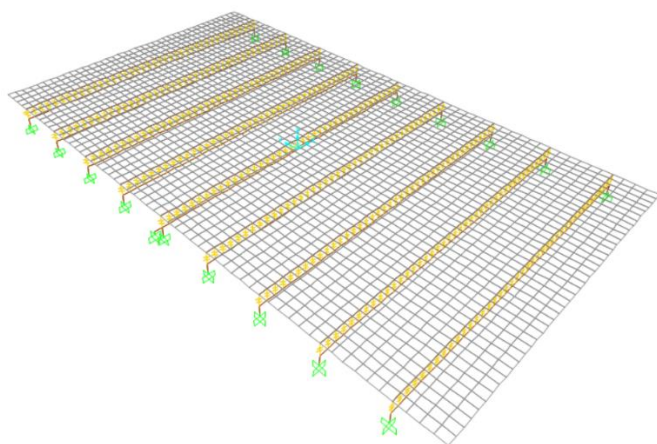


n.º mínimo de vigas

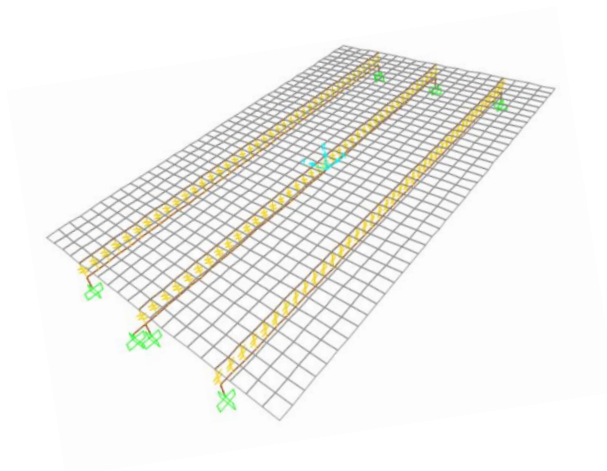
Figura 3.7 - Número máximo e número mínimo de vigas adotado no Modelo 1 - *SAP2000*

Tabela 3.5 - Descrição do M2, consoante o n.º de vigas considerado e largura final da laje

MODELO 2							
Espaçamento:	0,75 [m]						
N.º total de vigas	9	8	7	6	5	4	3
	máximo				inicial		
Largura da laje [m]	7	6.25	5.5	4.75	4	3.25	2.5



n.º máximo de vigas



n.º mínimo de vigas

Figura 3.8 - Número máximo e número mínimo de vigas adotado no Modelo 2 - *SAP2000*

4 ANÁLISE DE RESULTADOS

4.1 Introdução

Na sequência do capítulo anterior e com o principal objetivo de compreender de que forma uma carga, especificamente uma carga concentrada, aplicada numa laje mista Madeira-Betão é transmitida às vigas de madeira, apresentam-se neste capítulo os resultados numéricos em função (1) da variação do número de vigas e (2) do espaçamento entre elas. Quando uma estrutura é submetida a cargas concentradas é tanto mais económica quanto maior for a capacidade de distribuição de esforços. Ou seja, através desta análise em termos de dimensionamento é possível evitar sobredimensionamentos, diminuindo assim a rigidez dos elementos que recebem uma menor percentagem de carga, e permitindo deste modo reduzir o custo da estrutura (Monteiro, 2015) ou subdimensionamentos, reforçando apenas as vigas mais solicitadas.

Na Tabela 4.1 apresentam-se de forma sucinta as características geométricas e as propriedades dos materiais adotadas nos modelos numéricos desenvolvidos.

Tabela 4.1- Descrição dos Modelos Numéricos em estudo

	Características geométricas						Propriedades dos materiais		
	Espaçamento entre vigas	n.º de vigas	Vão	Espessura da camada de betão	Espessura da camada intermédia	Secção das vigas de madeira	Betão	Madeira	Ligadores
	[m]		[m]	[m]	[m]	[m]			K
Modelo Base (MB)	0,60	11					EC2	EN 338	[kN/m]
		7							
		3							
Modelo 1 (M1)	0,40	15	4,00	0,07	0,02	0,10 × 0,20	C25/ 30	C24	12 000
		11							
		3							
Modelo 2 (M2)	0,75	9							
		5							
		3							

Relativamente à análise de resultados, apresentam-se para os três modelos numéricos expostos anteriormente, em termos de RA , DV e M . Esta análise será feita separadamente para o número de vigas adotado e para o espaçamento entre elas.

Nas subsecções seguintes apresenta-se uma análise detalhada dos resultados obtidos para os três modelos. Inicialmente será feito um estudo da percentagem recebida pelas vigas de extremidade e pela viga central quando submetidas ao carregamento pontual para os diferentes Submodelos descritos na Tabela 3.3, 3.4 e 3.5, para o Modelo Base, Modelo 1 e Modelo 2, respetivamente. O número total máximo e mínimo de vigas é ímpar para cada um dos modelos pelo que os resultados obtidos, em relação à viga central, serão simétricos. Assim sendo, como a percentagem recebida pela primeira e última viga é igual, apresentam-se apenas os resultados para a 1.^a viga e para a viga central (B4). Posteriormente serão apresentados dois gráficos onde a análise percentual é feita em relação ao número mínimo, número inicial e número máximo de vigas adotado em cada modelo, com base no que foi apresentado na Tabela 4.1. Desta forma é possível avaliar o modo como se faz a distribuição transversal de cargas, através da percentagem de carga recebida por cada viga quando a carga é aplicada na viga de extremidade e na viga central. A representação destes resultados é feita recorrendo a um gráfico de linhas, de modo a facilitar a análise e interpretação da forma como ocorre a distribuição de cargas nos três Submodelos considerados. A análise da influência do espaçamento entre vigas na distribuição transversal de cargas é feita de forma distinta, reunindo a informação necessária para uma posterior comparação dos resultados obtidos nos três modelos, para as grandezas consideradas. De modo a complementar esta análise, é feita a comparação das percentagens de RA , DV e M considerando o mesmo número de vigas, nomeadamente quando a laje tem 3 e 9 vigas, quando a carga é aplicada na 1.^a viga e na viga central.

4.2 Reações de Apoio em cada viga

Inicialmente apresenta-se a influência do número de vigas em termos de reações de apoio. A percentagem de RA recebida por cada viga é determinada dividindo a soma das forças verticais nos dois apoios de cada viga pela soma da totalidade das forças verticais que, tal como esperado, é igual ao valor da carga concentrada aplicada.

4.2.1 Influência do número de vigas

Modelo Base – Espaçamento de 0,60m entre vigas:

Na Figura 4.1 é possível observar o efeito da variação do número de vigas na distribuição transversal de cargas em termos de RA . Analisando a percentagem de RA que as vigas de extremidade e viga central recebem, é possível concluir que, de uma forma geral, à medida que

o número de vigas aumenta (a partir do número de vigas inicial – 7), as percentagens tendem a ser constantes quando a carga é aplicada nas vigas de extremidade e variam na ordem dos 0,1% quando aplicada na viga central. No entanto, a maior variação percentual verifica-se entre as lajes com 3 e 7 vigas: 3,1% quando a viga de extremidade é carregada; e 9,2% quando o carregamento está aplicado sobre a viga central. Relativamente à distribuição transversal de cargas, esta é bem visível quando a carga é aplicada na viga central, recebendo esta apenas entre 38 a 28% da carga aplicada, restando entre 62 a 72% de carga para as vigas adjacentes. Em contrapartida, quando o carregamento pontual é aplicado na viga de extremidade esta absorve a maior percentagem de carga, variando entre $\approx 87\%$, quando a laje mista tem 3 vigas, e $\approx 84\%$, quando passa a ter 11 vigas. O aumento do número de vigas implica o aumento da repartição transversal de cargas sobre as vigas que constituem a laje mista, sendo essa repartição dependente da localização da viga onde a carga é aplicada. Ou seja, quando a carga é aplicada na viga de extremidade esta absorve quase a totalidade da carga, enquanto que, quando a carga é aplicada na viga central esta apenas absorve 40% da carga, restando 60% para ser recebido pelas restantes vigas. Quando o número de vigas diminui a percentagem de carga absorvida por cada viga é superior, facilmente expectável pelo facto da distribuição de carga ser feita por menos elementos.

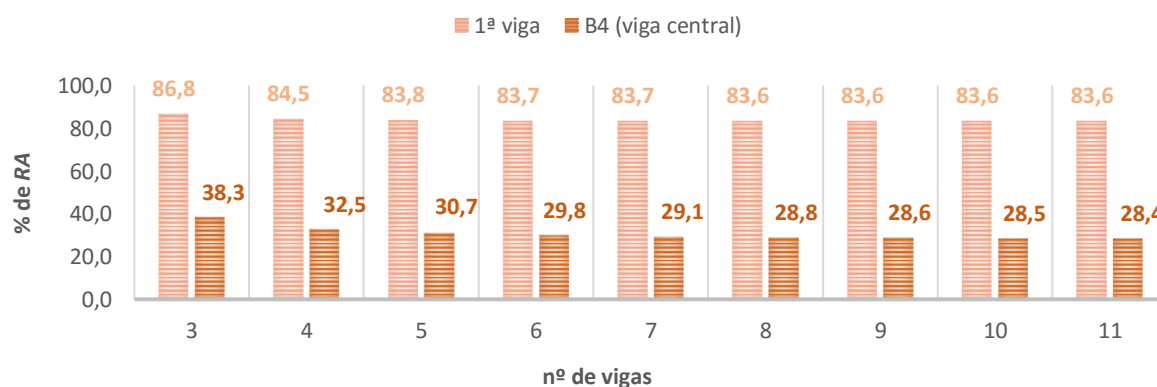


Figura 4.1 – RA [%] associada à 1.ª viga e à viga central, quando submetidas a carga concentrada aplicada a $\frac{1}{2}$ vão

Das Figuras 4.2 e 4.3 é possível analisar o valor percentual recebido por cada viga consoante o número mínimo e máximo de vigas adotado para o Modelo Base. A designação atribuída a cada viga no MB para o número inicial de vigas (de B1 a B7) encontra-se ilustrado na Figura 3.2, do Capítulo 3. A designação das vigas adicionadas, assim como referido atrás, foi feita de modo a que a viga central permanecesse sempre com a designação B4.

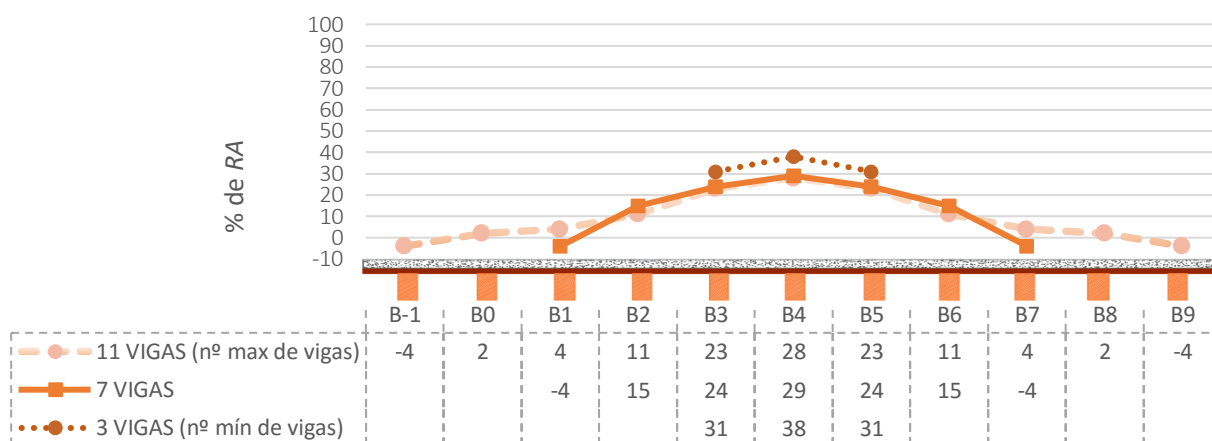


Figura 4.3 - RA [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a 1/2 vão da viga central (B4)

Quando a carga é aplicada a 1/2 vão da viga central (B4), a percentagem de RA recebida pelas vigas de madeira é simétrica em relação ao centro da laje, como mostra a Figura 4.2. Veja-se a percentagem recebida quando a laje tem 11 vigas: B3 e B5 (23%), B2 e B6 (11%), B1 e B7 (4%), B0 e B8 (2%) e B-1 e B9 (-4%). A percentagem negativa obtida nas vigas de extremidade deve-se à distância que estas têm da viga central, na qual os apoios recebem uma força vertical com o sentido da carga e, por conseguinte, têm tendência a levantar para aliviar a carga aplicada. Quando passam a existir apenas 3 vigas os valores percentuais são superiores, recebendo neste caso, as vigas de extremidade, B3 e B5, 31% de carga. Verifica-se que os valores obtidos são semelhantes quando existem 7 e 11 vigas, igualando o valor percentual recebido pelas vigas de extremidade (B1 e B-1, respetivamente), e as vigas B4 e B3 variam menos de 1%, chegando no máximo aos 3% na viga B2. A máxima percentagem de RA é recebida pela viga B4 do submodelo de 3 vigas, com cerca de 38% quando carregada. Esta percentagem varia 9% e 10% quando comparada com a viga central do Submodelo de 7 vigas e do Submodelo de 11 vigas, respetivamente.

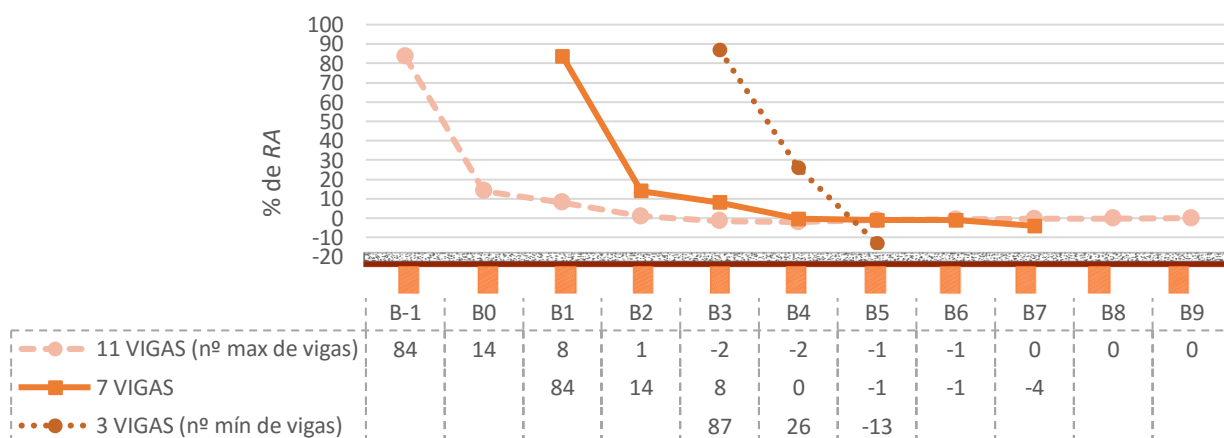


Figura 4.2 - RA [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a 1/2 vão da viga de extremidade

Na Figura 4.3 apresenta-se a evolução da percentagem de *RA* quando a carga é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da 1.^a viga. É um facto que uma viga quando carregada não recebe 100% de carga aplicada. Neste caso, a 1.^a viga recebe cerca de 84% nos Submodelos de 11 e 7 vigas. Tal acontece porque existe distribuição transversal da carga, ainda que menos acentuada quando comparada com a que ocorre quando a viga central é carregada. Como consequência da aplicação da carga na 1.^a viga, verifica-se uma diminuição significativa dos valores percentuais da 1.^a para a 2.^a viga, de 84% para 14%, tomando valores próximos de zero nas vigas mais afastadas. A percentagem máxima de *RA* associada à viga carregada ocorre quando se consideram apenas 3 vigas, chegando a receber cerca de 87%, o que implica que apenas 13% seja repartido pelas duas vigas sobranes. Nesse caso, a viga B4 do Submodelo de 3 vigas recebe uma percentagem de 26% e a viga B5 recebe uma negativa de -13%.

Modelo 1 – Espaçamento de 0,40m entre vigas:

O efeito do número de vigas na percentagem de *RA* associada à viga de extremidade e à viga central no Modelo 1 encontra-se ilustrado na Figura 4.4, quando cada uma dessas vigas é submetida ao carregamento pontual. Facilmente se verifica que a percentagem de *RA* diminui à medida que o número de vigas de madeira aumenta. Particularizando para o caso em que a carga é aplicada na viga de extremidade, observa-se uma redução na ordem dos 11%, quando se passa de 3 para 15 vigas, respetivamente de 84% para 73%. O cenário é idêntico quando a viga central é carregada, com uma variação de cerca de 14% entre os mesmos Submodelos. Para Submodelos com mais de 11 vigas a percentagem recebida pelas vigas de extremidade quando submetidas à carga pontual varia cerca de 0,1%, tal como se verificou para um espaçamento entre vigas de 0,60m. Isto implica que o aumento do número de vigas em pouco altera a percentagem recebida pela viga de extremidade para Submodelos com mais de 11 vigas.

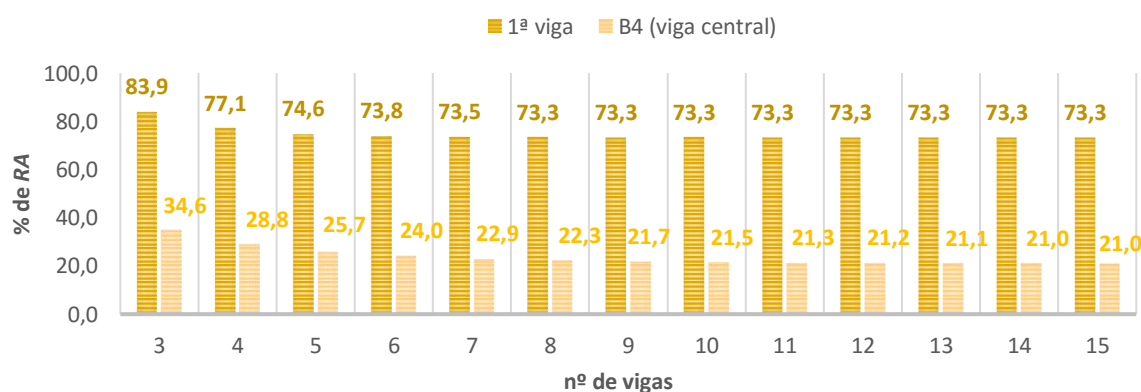


Figura 4.4 - *RA* [%] associada à 1.^a viga e à viga central, quando submetidas a carga concentrada aplicada a $\frac{1}{2}$ vão

A partir das Figuras 4.5 e 4.6 é possível perceber como evolui a distribuição transversal em termos percentuais de *RA*, desde a primeira até à última viga da laje mista para um espaçamento entre vigas de 0,40m, nos Submodelos com 3, 11 e 15 vigas. Quando a carga é aplicada na viga central (Figura 4.5) verifica-se que existe uma distribuição transversal de percentagem de *RA* relativamente uniforme, desde a viga carregada até às vigas de extremidade. Esta uniformidade é notória quando se faz diminuir número de vigas para 3. A percentagem recebida pela viga central quando se passa quer de 15, quer de 11 para 3 vigas, varia cerca de 14%, percentagem superior comparativamente com a variação máxima para MB (10%). Comparativamente com o MB a percentagem recebida pela viga central quando carregada é inferior (38% vs. 35%), restando por isso, uma percentagem ligeiramente maior para ser repartida pelas vigas adjacentes. Relativamente aos Submodelos de 15 e 11 vigas, constata-se que a percentagem recebida pela viga central quando carregada é a mesma, bem como a percentagem recebida pelas vigas B2 e B6.

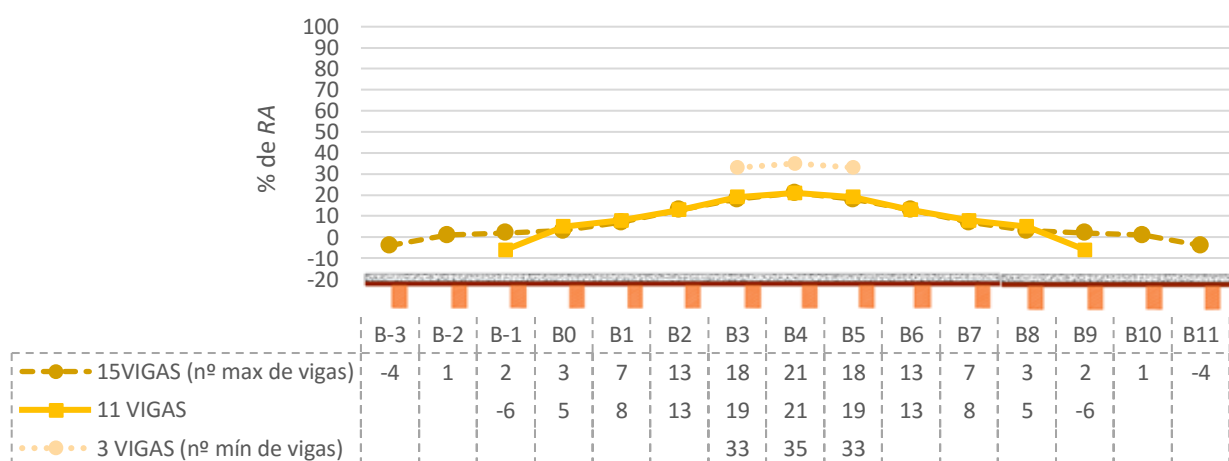


Figura 4.5 - *RA* [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga central (B4)

Quando se carrega a viga de extremidade (Figura 4.6), em termos percentuais nos Submodelos de 15 e 11 vigas tem-se uma distribuição de carga praticamente igual. Os valores obtidos para 15 e 11 vigas, respetivamente, tendo em conta a sua posição tomam os seguintes valores: B-3 e B-1 (73%), B-2 e B0 (20%), B-1 e B1 (10%), B0 e B2 (4%) B1 e B3 (0%), B2 e B4 (-1%) e B3 e B5 (-2%). Existe uma grande variação entre a percentagem recebida pela 1.ª viga e a recebida pela 2.ª viga, tomando valores na ordem dos 53% nos Submodelos de 15 e 11 vigas, e na ordem dos 52% no Submodelo de 3 vigas. Quando se analisa a variação de percentagem de *RA* entre a 2.ª e a 3.ª vigas, os comportamentos dos três Submodelos considerados já não são tão idênticos. Para os Submodelos de 15 e 11 vigas a variação é 10%, enquanto que para o Submodelo de 3 vigas a variação é de 45%, o que resulta no aparecimento de uma percentagem

negativa associada à viga B5. Da análise da Figura 4.6, pode mais uma vez confirmar-se que, a diminuição do número de vigas é o principal fator para a alteração dos valores percentuais da distribuição transversal de carga.

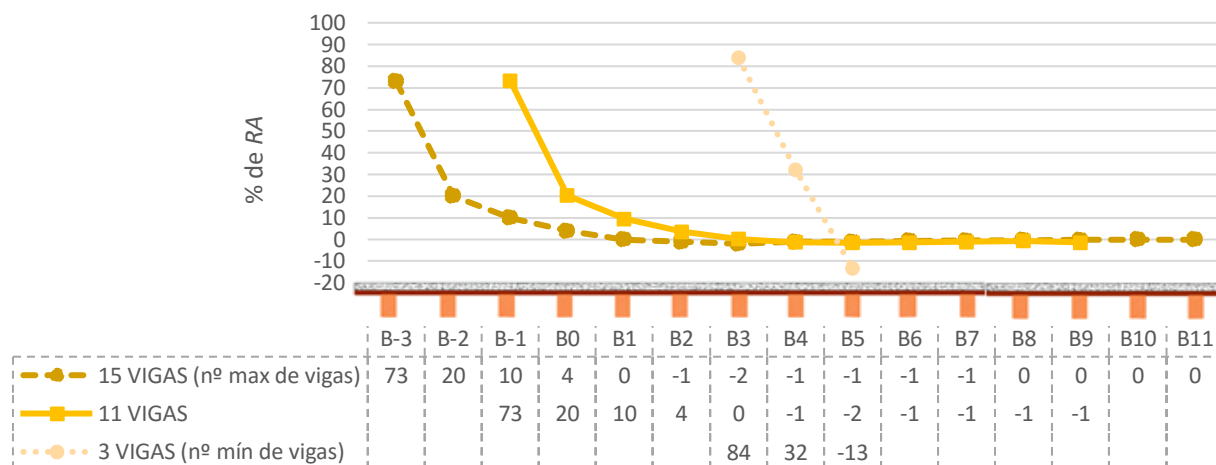


Figura 4.6 - RA [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga de extremidade

Modelo 2 – Espaçamento de 0,75m entre vigas:

Na Figura 4.7 apresentam-se as percentagens recebidas pela viga central e pela viga de extremidade quando se considera um espaçamento de 0,75m para os vários Submodelos. Deste modo é possível perceber a variação percentual que existe quando se faz variar o número de vigas, para o espaçamento entre vigas em análise.

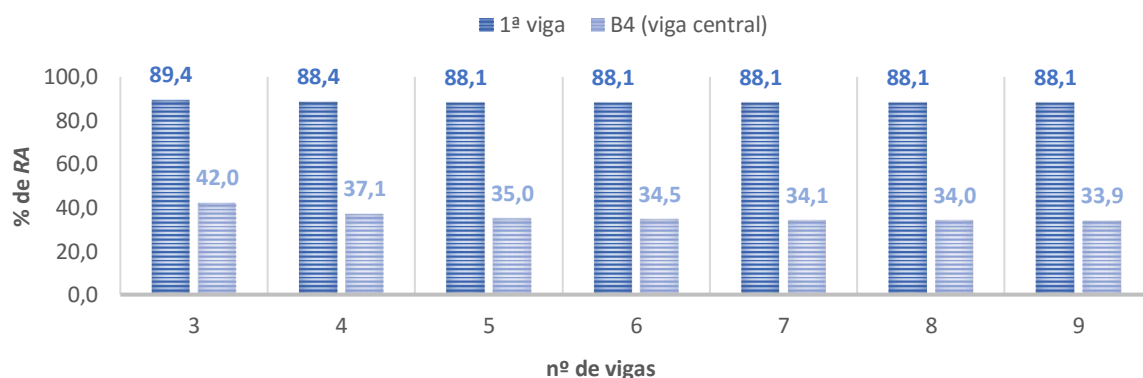


Figura 4.7- RA [%] associada à 1.ª viga e à viga central, quando submetidas a carga concentrada aplicada a $\frac{1}{2}$ vão

Para este espaçamento (Figura 4.7) tem-se um cenário consideravelmente diferente do observado no Modelo Base e no Modelo 1. O primeiro aspeto a salientar é o facto de, para o carregamento sobre a viga de extremidade, quando existem apenas 3 vigas, a percentagem de *RA* ronda os 89%. Quando comparadas as percentagens recebidas pela viga de extremidade nas lajes com 3 e 9 vigas a diferença é de apenas 1,3%. A viga de extremidade numa laje com este espaçamento, quando carregada recebe sempre acima de 88% da carga aplicada, para os vários números de vigas considerados. Perante estes resultados é possível verificar que a variação do número de vigas para este espaçamento não afeta a distribuição transversal de carga de forma significativa, quando a viga de extremidade é solicitada. À exceção da viga central para o Submodelo de 3 vigas que recebe 42% da carga aplicada, sobrando 58% para ser repartida pelas vigas adjacentes. De uma maneira geral, quando a carga é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga central, mais de 60% da carga é redistribuída para as vigas adjacentes. Isto significa que menos de 40% da carga aplicada é recebida pela viga imediatamente abaixo. No Submodelo com o maior número de vigas considerado (9) a viga B4 recebe $\approx 34\%$, restando cerca de 66% de carga para ser repartida.

Nas Figuras 4.8 e 4.9 apresenta-se o efeito da variação do número de vigas na repartição transversal de cargas em pavimentos mistos, em termos percentuais de *RA* quando a viga central e a viga de extremidade são submetidas à carga concentrada, respetivamente.

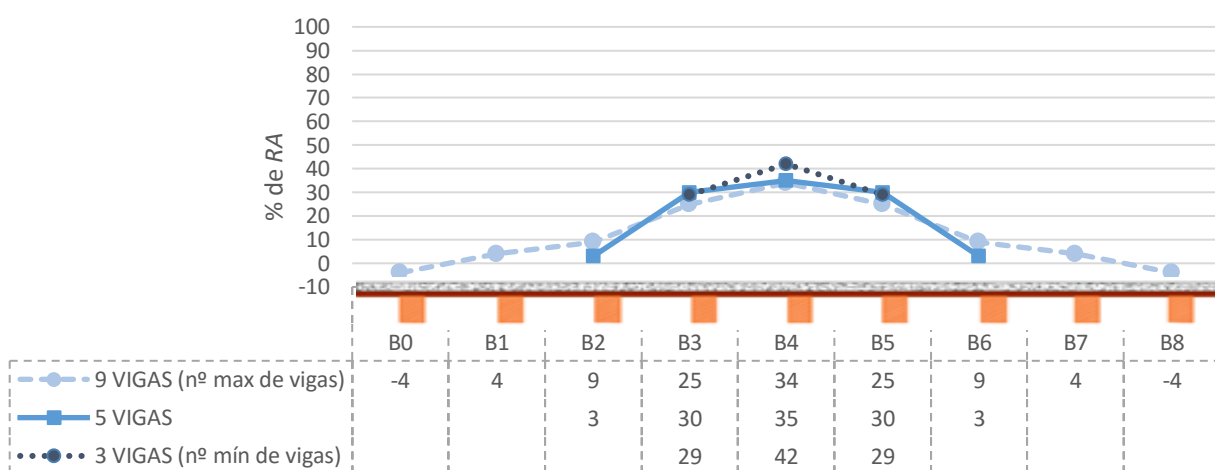


Figura 4.8 - *RA* [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga central (B4)

Considerando a carga aplicada na viga central B4 (Figura 4.8), a percentagem máxima é obtida para o Submodelo de 3 vigas, com 42% de *RA*, que mais uma vez corresponde à percentagem recebida pela viga imediatamente abaixo da carga. Na viga central, a percentagem recebida varia 1% entre os Submodelos de 9 e 5 vigas e 7% entre os Submodelos de 5 e 3 vigas.

Interpretando as percentagens repartidas pelas vigas adjacentes, pode-se afirmar que são muito idênticas. No caso de a laje ter 9 vigas, da viga central para as vigas imediatamente adjacentes B3 e B5 existe uma variação de 9%, diminuindo no sentido das vigas de extremidade. Quando a laje tem 5 vigas essa variação é de apenas 5% para as vigas B3 e B5. Esta variação aumenta quando se diminui o número de vigas, chegando a variar 13% para as vigas B3 e B5 para o Submodelo de 3 vigas, que neste caso recebem $\approx 60\%$ da carga aplicada.

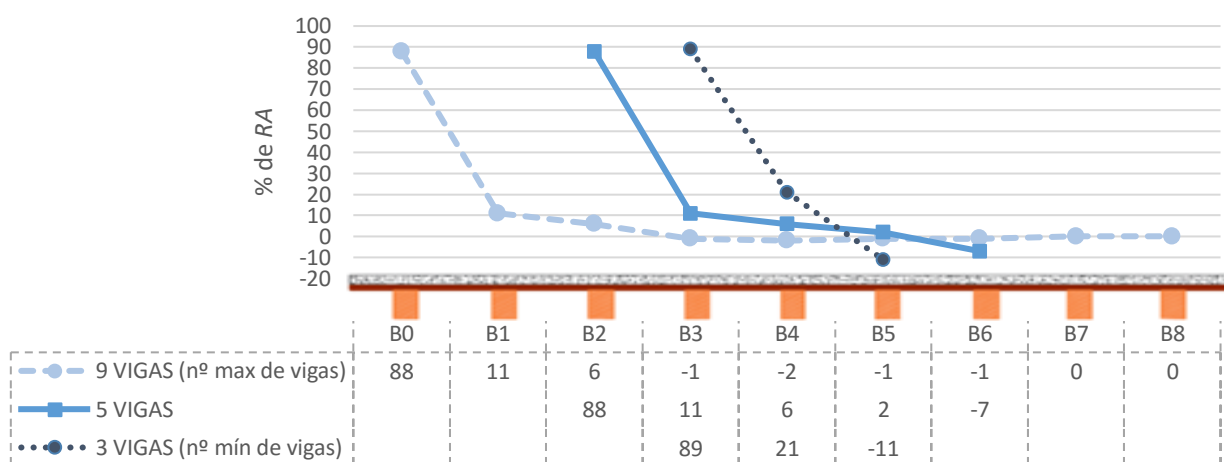


Figura 4.9 - RA [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga de extremidade

Através da Figura 4.9 é possível observar-se como ocorre a distribuição de cargas quando a viga de extremidade é sujeita ao carregamento imposto. A percentagem máxima obtida em termos de RA recebida pela viga de extremidade é de 89%, para o Submodelo de 3 vigas. Este valor é o máximo quando comparado com o MB e M1 para o mesmo número de vigas. Com menos de 1% de diferença tem-se a percentagem recebida pela 1.^a viga nos Submodelos de 9 e 5 vigas, com 88% de RA . Para esses dois Submodelos, quando se comparam os valores das percentagens de RA que recaem sobre cada viga não há diferenças até à 3.^a viga de cada Submodelo. Como consequência do aumento da percentagem recebida pela viga de extremidade, quando carregada, para o espaçamento em estudo no Submodelo de 9 vigas as vigas B7 e B8 não chegam a receber qualquer carga. O que indica que, quanto maior o espaçamento, menor carga é absorvida pelas vigas mais distantes quando a viga de extremidade é carregada.

4.2.2 Influência do espaçamento entre vigas

Após o estudo da influência do número de vigas representado, interessa perceber de que modo o espaçamento entre elas interfere nos resultados obtidos em termos de distribuição transversal

de cargas. Com base nos valores expostos anteriormente, conclui-se que quanto maior é o espaçamento entre vigas menor é a repartição transversal de cargas em termos percentuais de *RA*. Tal como já esperado, quanto maior o espaçamento menor o número de vigas necessário para a largura da laje considerada.

De um modo geral, é possível afirmar que perante os resultados obtidos a distribuição transversal de cargas é influenciada pelo espaçamento entre vigas. Quanto maior o espaçamento, maior percentagem de carga é absorvida pelos apoios das vigas carregadas e consequentemente, menor a percentagem que sobra para ser distribuída pelas restantes vigas. Tendo em conta o menor espaçamento entre vigas considerado (0,40m), verifica-se que quanto maior o número de vigas, mais perceptível se torna o fenómeno de repartição de cargas. Por um lado, a percentagem recebida pela viga carregada passa a ser inferior, e por outro um espaçamento menor requer maior número de vigas para a mesma largura de laje, resultando numa repartição de carga por um maior número de elementos. Para o Modelo 2, com espaçamento entre vigas de 0,75m, quando se carrega a viga de extremidade, as percentagens de *RA* são relativamente superiores comparativamente com os valores obtidos para o Modelo Base e o Modelo 1. Ou seja, quando a carga é aplicada na viga de extremidade para o Submodelo de 3 vigas (para a qual as percentagens obtidas são máximas), no Modelo Base a 1.^a viga recebe 87% da carga, no Modelo 1 a percentagem é de 84% e no Modelo 2 é de 89% da carga recebida (Tabela 3.2).

Tabela 4. 2 - *RA* [%] associada à viga central e à 1.^a viga quando a carga está aplicada a ½ vão em M1, MB e M2

	SUBMODELOS									
	3 VIGAS				9 VIGAS					
	M1	3%	MB	4%	M2	M1	7%	MB	5%	M2
Carregamento aplicado na viga central	35%		38%		42%	22%		29%		34%
Carregamento aplicado na 1.^a viga	84%	3%	87%	2%	89%	73%	11%	84%	4%	88%

A Tabela 4.2 apresenta os valores percentuais em termos de *RA* para o M1 (0,40m), MB (0,60m) e Modelo 2 (0,75m) para o mesmo número de vigas (3 e 9), de modo a comparar as diferentes percentagens recebidas pelas mesmas vigas fazendo variar o espaçamento. Facilmente se observa que as percentagens recebidas pelos três modelos diferem, devido ao espaçamento adotado em cada um deles. Analisando a percentagem recebida pela viga central quando solicitada, quanto maior o espaçamento entre de vigas, maior a percentagem recebida por B4. Para o Submodelo de 3 vigas, a percentagem recebida pela viga central é mais baixa

em M1 (0,40m) associada a 35%, seguida pelo MB (0,60m) associada a 38%, atingindo-se um máximo em M2 (0,75m) associada a 42% de *RA*. O mesmo cenário também se verifica quando se analisa a percentagem recebida pela viga central do Submodelo com 9 vigas em cada um dos casos, com 22%, 29% e 34% de *RA* em M1, MB e M2, respetivamente. As percentagens recebidas pelas vigas solicitadas em termos de *RA* variam mais quando se comparam os resultados de M2 e MB com M1. Comparando o MB e M2 a maior diferença é de 5% quando a viga central é solicitada no Submodelo de 9 vigas. Se se comparar MB e M1 a maior variação é na ordem dos 11% quando a 1.^a viga é solicitada. No entanto a maior diferença percentual obtida obteve-se quando se compara M1 e M2 para o Submodelo de 9 vigas. Neste caso quando a carga é aplicada na viga central obtém-se uma diferença de 12% e de 15% quando a carga é aplicada na 1.^a viga.

O valor percentual recebido pelas vigas de extremidade quando é considerado o número máximo de vigas nos três modelos (15 vigas em M1, 11 vigas em MB e 9 vigas em M2) é o mesmo quando se solicita a viga central, ou seja, a 1.^a e a última vigas recebem uma percentagem negativa que ronda os -4%. A consequência do aumento do espaçamento é notória na percentagem que chega à viga central, quando a viga solicitada é a de extremidade. Considerando o número mínimo de vigas, a viga central em M2 recebe 21%, em MB 26% e em M1 32% de *RA*. Contrariamente, quando se considera o número máximo de vigas, a viga central recebe em M2 -2%, em MB -1% e em M1 -1%. Deste modo, é possível concluir que a percentagem recebida pela viga central quando a carga se encontra aplicada na 1.^a viga de cada modelo é máxima quando o espaçamento considerado é de 0,40m.

4.3 Deslocamentos Verticais a $\frac{1}{2}$ vão em cada viga

O contributo individual em termos de percentagem de *DV* recebida por cada viga foi determinado pelo quociente entre o valor do deslocamento vertical a meio vão da viga considerada e o somatório dos deslocamentos de todas as vigas, seguindo o mesmo procedimento que em (Monteiro, 2015). A análise dos resultados obtidos é em tudo semelhante à realizada apresentada no ponto 4.2 para as *RA*.

4.3.1 Influência do número de vigas

Modelo Base – Espaçamento de 0,60m entre vigas:

Considerando a Figura 4.10 é possível observar o efeito da variação do número de vigas na distribuição transversal de cargas em termos de *DV*. De forma análoga ao verificado em termos percentuais de *RA*, a percentagem recebida pela viga central e de extremidade varia 0,1% a partir do Submodelo de 7 e do Submodelo de 9 vigas, respetivamente. Assim sendo, pode

afirmar-se que à medida que o número de vigas aumenta, a variação da percentagem que cada viga recebe em termos de deslocamentos verticais é pouco significativa. Enquanto que, a diminuição do número de vigas denota uma maior influência na repartição de cargas. As vigas de extremidade quando carregadas são as que se deformam mais e, logicamente recebem a maior percentagem de carga, variando entre 50% a 46% quando se tem 3 vigas (número mínimo) e 11 vigas (número máximo), respetivamente. A diferença entre a percentagem recebida pela viga de extremidade calculada entre os Submodelos de 3 e 11 vigas é de $\approx 4\%$. Esta diferença é bastante significativa quando a viga central é solicitada, tomando um valor na ordem dos 13%. Sem grande surpresa, o máximo deslocamento vertical verifica-se quando a laje tem 3 vigas, com uma percentagem de DV de 50% para a viga de extremidade quando a carga lhe é aplicada, e 35% para a viga central quando esta é solicitada.

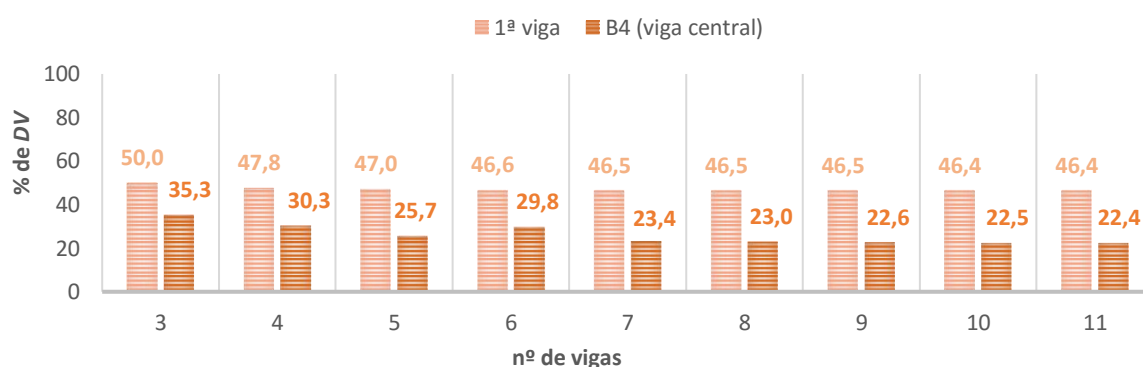


Figura 4.10 - DV [%] associada à 1.ª viga e à viga central, quando submetidas a carga concentrada aplicada a $\frac{1}{2}$ vão

Nas Figuras 4.11 e 4.12 apresenta-se a distribuição transversal de cargas que resulta em termos de DV , quando se consideram os Submodelos de 3, 7 e 11 vigas, para um carregamento efetuado na viga central e na viga de extremidade, respetivamente. Como mostra a Figura 4.11, o deslocamento vertical máximo ocorre abaixo do ponto de aplicação da carga (viga B4), diminuindo à medida que se afasta do centro da laje. De entre os Submodelos indicados no gráfico, o deslocamento máximo ocorre quando a laje tem 3 vigas, que ronda os 35% de DV . Comparando o Submodelo de 11 e 7 vigas verifica-se apenas a variação de 1% nos resultados obtidos para a viga B4, B2 e B1 e 2% em B3. A variação já não é tão idêntica quando se tem 3 vigas, existindo uma variação de 12% da percentagem recebida pela viga central para o Submodelo de 7 vigas. A viga B4 recebe 35% de DV , quando a carga é aplicada na viga central, o que significa que as vigas adjacentes recebem mais de 60%. Deste modo, quanto menor o número de vigas, maior é o deslocamento sofrido pela viga onde se encontra aplicada a carga.

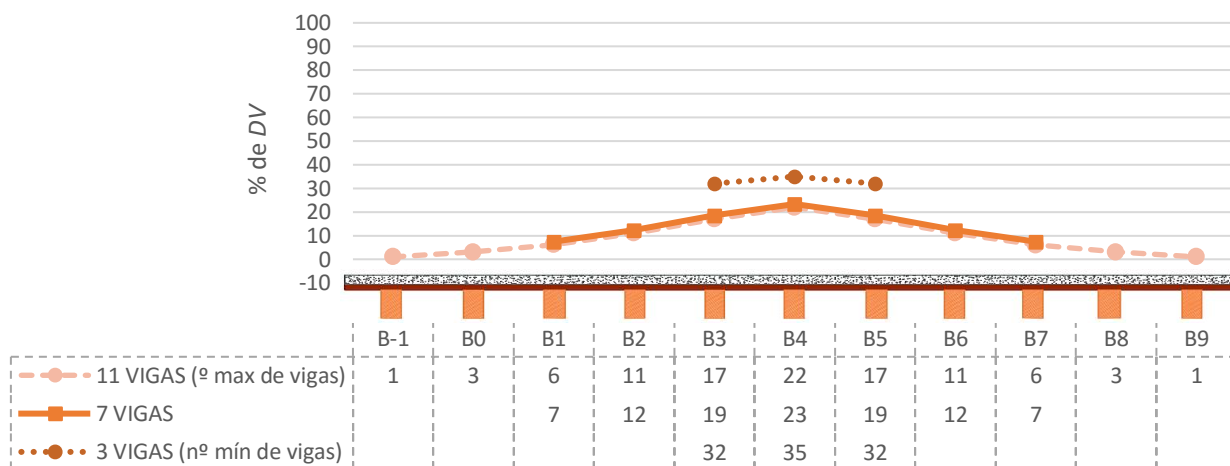


Figura 4.11 - DV [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga central (B4)

Quando a carga é aplicada na viga de extremidade, Figura 4.12, obtém-se uma percentagem máxima de 50% no Submodelo de 3 vigas. A percentagem recebida pela 1.ª viga do Submodelo de 11 e 7 vigas é de 46% e 47%, respetivamente. A diferença calculada entre as percentagens associadas à 1.ª e à 2.ª viga é equivalente, na ordem dos 18%, para os Submodelos de 11 e 3 vigas, e 19% quando se tem 7 vigas. Como as vigas mais solicitadas são a B-1 e B0 para o Submodelo de 11 vigas, a partir do $\frac{1}{2}$ vão da laje a percentagem recebida é nula.

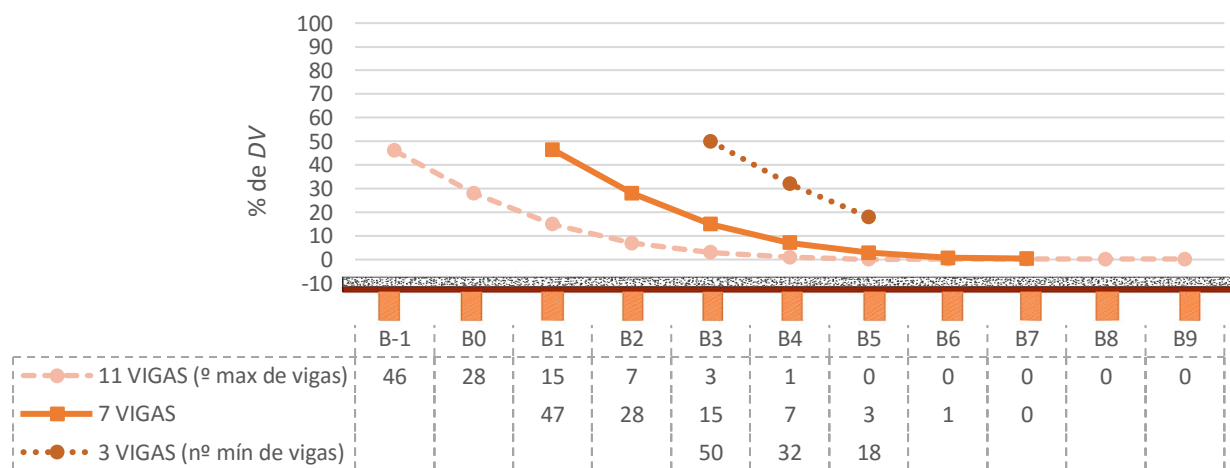


Figura 4.12- DV [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga de extremidade

Modelo 1 – Espaçamento de 0,40m entre vigas:

Na Figura 4.13 apresentam-se as percentagens recebidas pela viga central e pela viga de extremidade, quando se considera um espaçamento de 0,40m para os vários Submodelos. Deste modo é possível perceber a variação percentual que existe quando se faz variar o número de vigas, para o espaçamento entre vigas em análise.

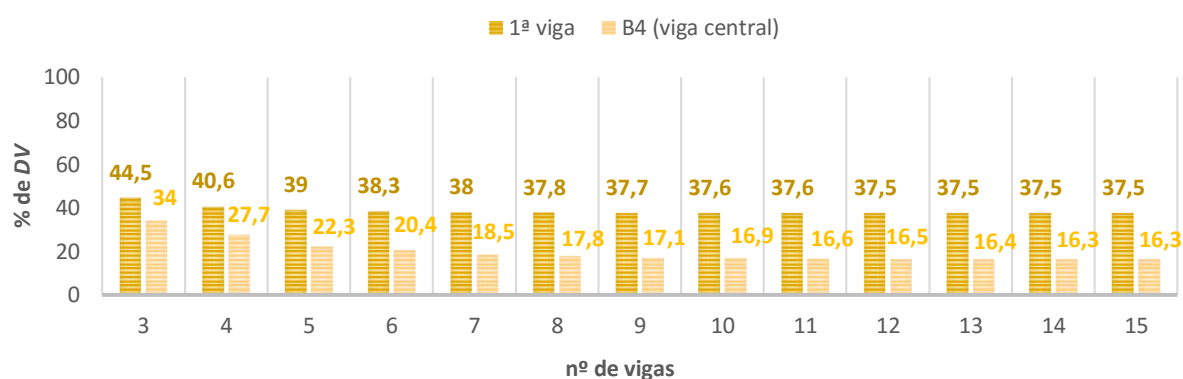


Figura 4.13 - *DV* [%] associada à 1.ª viga e à viga central, quando submetidas a carga concentrada aplicada a ½ vão

Da Figura 4.13 observa-se que a percentagem recebida pela viga de extremidade, quando se faz variar o número de vigas de 3 para 11 difere 7%, o que implica que quando se aumenta o número de vigas maior será a variação desta percentagem. Nesta situação, a percentagem máxima corresponde à viga de extremidade quando solicitada, com 45% no Submodelo de 3 vigas. Já a viga central recebe entre 34 a 16%, valores inferiores aos obtidos no caso anterior (MB). A diferença entre as percentagens de *DV* recebidas entre a viga de extremidade e a viga central é de 11%. Quando se compara o Submodelo 12 vigas com o de 15 vigas, a percentagem de *DV* recebida pela viga de extremidade mantém-se constante, com 37,5%.

A distribuição transversal de cargas, para o modelo em análise é apresentada nas Figuras 4.14 e 4.15, tal como se apresentou para o modelo anterior. Nesta situação, a variação do número de vigas é de 3, 11 e 15.

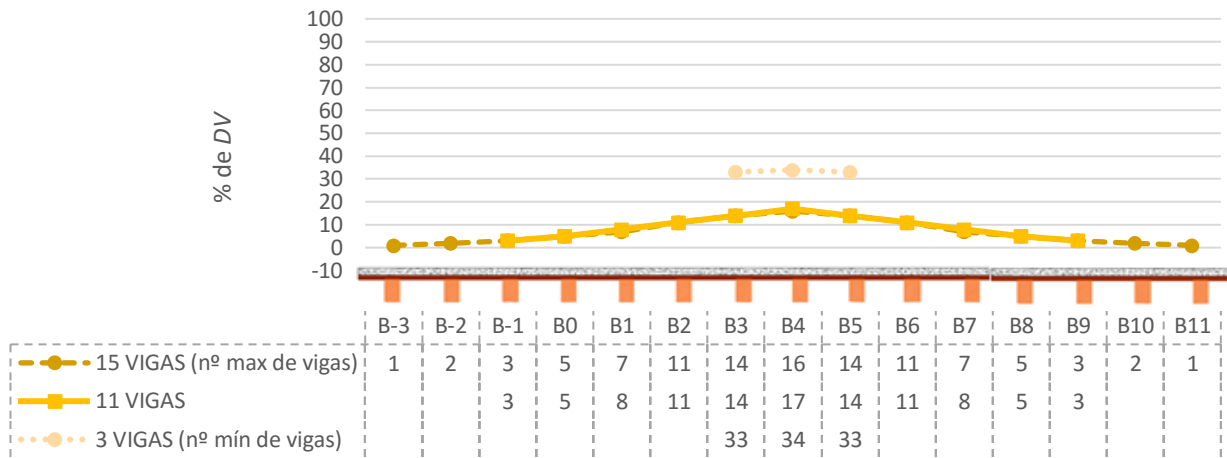


Figura 4.14 - DV [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga central (B4)

Da análise do gráfico da Figura 4.14 percebe-se um comportamento linear, no Submodelo de 3 vigas a distribuição transversal de cargas em termos percentuais de DV . Pela primeira vez verifica-se a menor variação de percentagem, da viga central para as vigas adjacentes no Submodelo de 3 vigas, de apenas 1%. Quanto aos Submodelos de 15 e 11 vigas, as diferenças encontram-se na viga carregada (B4) e na viga B1, de apenas de 1%, pois, nas restantes vigas os valores são idênticos. A maior percentagem corresponde à viga central B4 com o máximo de 34% quando a laje tem 3 vigas, seguidamente 17% quando se tem 11 vigas, decrescendo apenas 1% quando se passa a ter 15 vigas (16%). A percentagem transferida entre vigas no Submodelo de 11 vigas é de 3% verificando-se uma diminuição de carga proporcional.

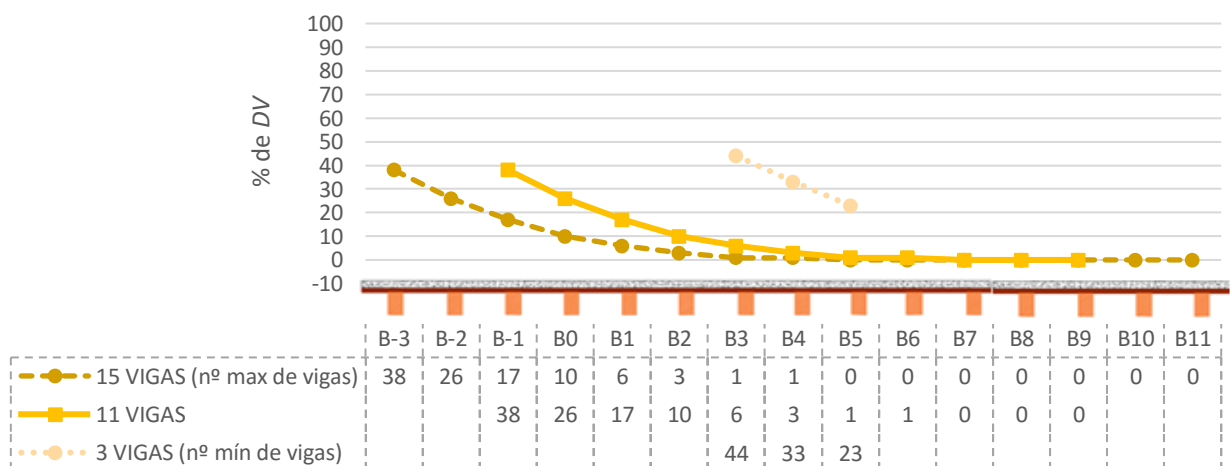


Figura 4.15 - DV [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga de extremidade

Segundo os resultados apresentados na Figura 4.15, relativos às percentagens de *DV* verifica-se que, para os Submodelos de 11 e 15 vigas as percentagens obtidas quando a viga de extremidade é solicitada são iguais desde a 1.^a viga até à viga central. Para o máximo número de vigas considerado verifica-se que da viga B4 até à viga de extremidade a percentagem recebida por cada viga é nula. Neste caso, a carga é absorvida por metade das vigas da laje, com uma percentagem decrescente a partir da viga B-3 e a associada à viga B4. Para o Submodelo de 3 vigas a diferença entre a percentagem associada à viga B3 para B4 é de 11%, e entre as associadas às vigas B4 e B5 é de 23%. Este comportamento foi também verificado quando a carga se considerou aplicada sobre a viga central.

Modelo 2 – Espaçamento de 0.75m entre vigas:

O efeito do aumento do número de vigas em termos de *DV* na percentagem recebida pelas vigas de extremidade e vigas central encontra-se representado na Figura 4.16. As Figuras 4.17 e 4.18 apresentam a análise da distribuição de *DV* quando a viga de extremidade e a viga central são solicitadas, respetivamente.

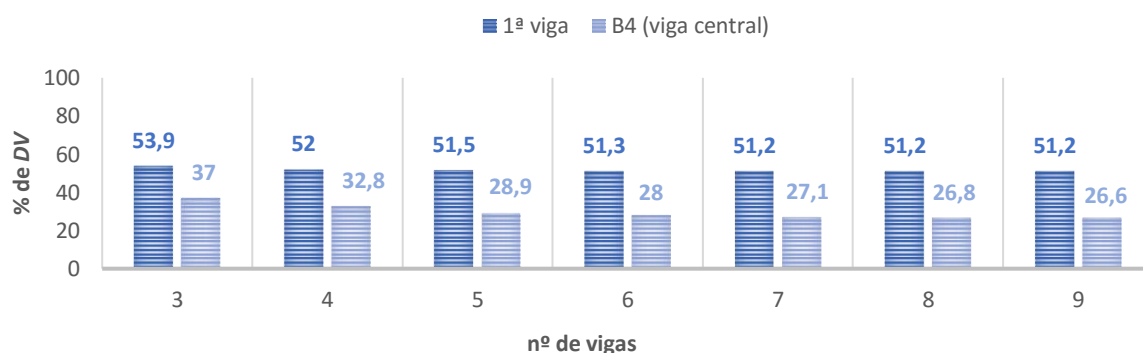


Figura 4.16 - *DV* [%] associada à 1.^a viga e à viga central, quando submetidas a carga concentrada aplicada a $\frac{1}{2}$ vão

Tendo em conta a Figura 4.16, quando a viga de extremidade é solicitada, o Submodelo de 3 vigas apresenta $\approx 54\%$ da percentagem total dos *DV* associada a esta viga. No Submodelo de 9 vigas esta percentagem passa a ser de 51%. Para os mesmos submodelos, a variação de percentagem máxima recebida pelas vigas adjacentes é entre 46 a 49%, respetivamente. Facilmente se percebe que passando a ter 7, 8 e 9 vigas a percentagem recebida pela viga de extremidade mantém-se contante. A percentagem recebida pela viga central oscila entre os 37 e 27%, para os Submodelos de 3 e 9 vigas, respetivamente, e as restantes vigas recebem na ordem dos 63 a 73% de *DV*. Assim sendo, quando a viga central é solicitada, em nenhum dos Submodelos recebe acima dos 40% de *DV*. De uma forma geral, os valores percentuais

encontrados para os diferentes Submodelos que indicam a variação do número de vigas, são superiores aos obtidos no MB e M1.

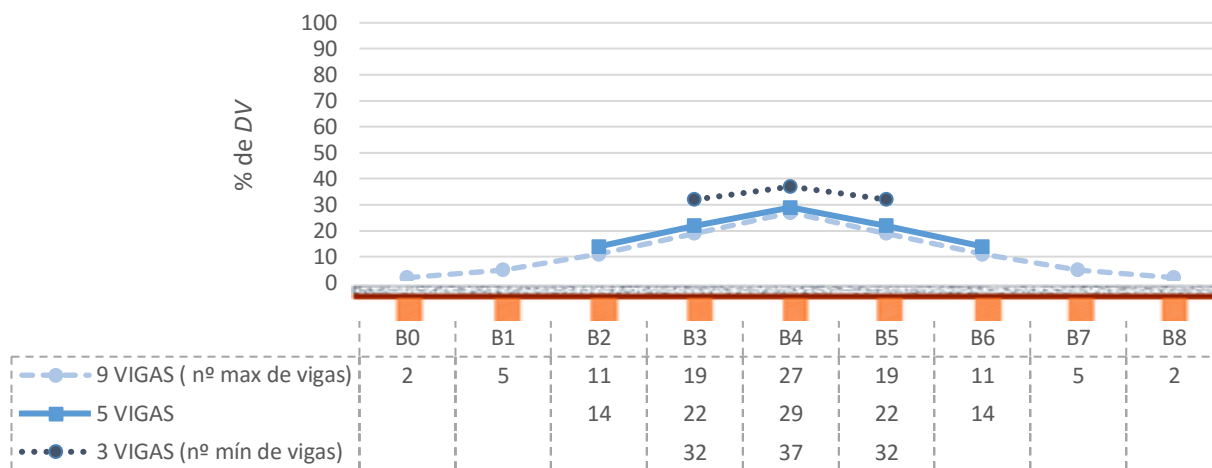


Figura 4.17 - *DV* [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a 1/2 vão da viga central (B4)

No que se refere aos valores percentuais obtidos, quando a carga é aplicada na viga central, tal como se ilustra na Figura 4.17, a percentagem máxima de *DV* é de 37% no Submodelo de 3 vigas, seguida pelo Submodelo de 5 vigas com 29%, e por último 27% no Submodelo de 9 vigas. Deste modo, entre os submodelos com maior e menor número de vigas, 9 e 3 respetivamente, a variação da percentagem é de 10%. É possível afirmar que para o espaçamento de 0,75m numa laje com 3 vigas, a percentagem distribuída pelas vigas é muito semelhante, diferindo apenas 5%, contrariamente ao já observado no MB e M1. Restringindo a análise para o Submodelo de 9 vigas, a diferença que existe entre a percentagem associada à viga B4 e à viga B3 e entre a viga B3 e B2 é de 8%. Para o Submodelo de 5 vigas a variação é idêntica: 7% entre B4 e B3; e 8% entre B3 e B2. Conclui-se, portanto que as percentagens de *DV* em M2 apresentam uma variação semelhante entre os Submodelos de 9 e de 5 vigas.

Relativamente à percentagem de deslocamentos verticais, quando solicitada a viga de extremidade, Figura 4.18, verifica-se uma tendência geral idêntica à encontrada para MB e M1, na medida em que, as percentagens recebidas desde as vigas de extremidade até à viga central são iguais nos Submodelos de 9 e 5 vigas. A percentagem máxima encontra-se novamente associada à viga B3 do Submodelo de 3 vigas, e toma o valor de 54%. Esta percentagem é também a máxima obtida comparando os três modelos. A diferença entre as percentagens associadas à 1.^a e a 2.^a viga é de 22% para os Submodelos de 9 e 5 vigas, e de 23% para o Submodelo de 3 vigas.

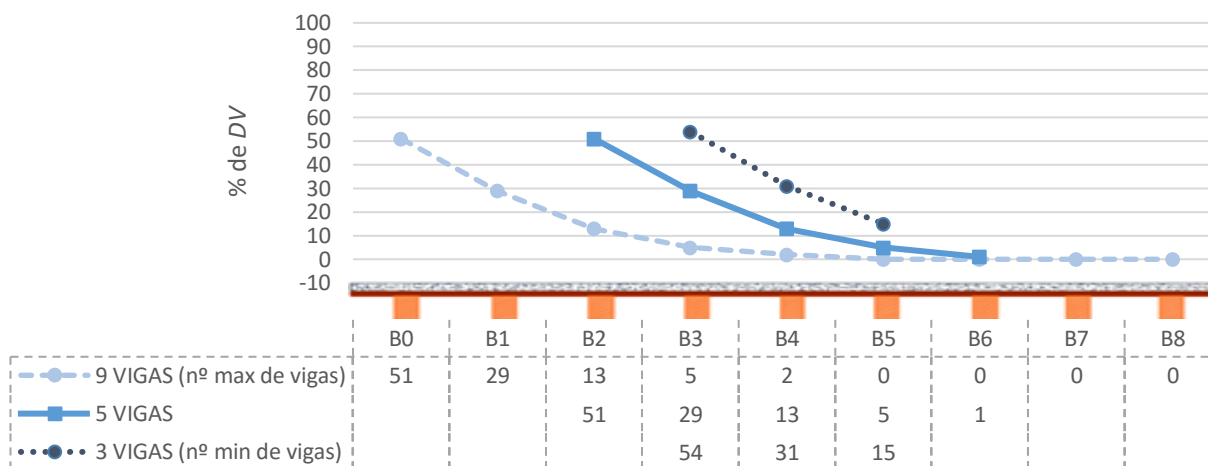


Figura 4.18 - DV [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga de extremidade

4.3.2 Influência do espaçamento entre vigas

Após uma análise detalhada dos resultados apresentados graficamente, para a análise da influência do número de vigas realizada no ponto anterior é importante analisar também, a influência que o espaçamento entre vigas tem nos valores percentuais de DV obtidos. Assim, foi possível verificar que a variação do espaçamento entre vigas fez variar os deslocamentos das vigas de madeira de forma significativa, dependendo da localização da viga carregada. A Tabela 4.3 resume essa informação.

Tabela 4. 3 - DV [%] associada à viga central e à 1.^a viga quando a carga está aplicada a $\frac{1}{2}$ vão em M1, MB e M2

	SUBMODELOS									
	3 VIGAS			9 VIGAS						
	M1	MB	M2	M1	MB	M2				
Carregamento aplicado na viga central	34%	1%	35%	2%	37%	17%	6%	23%	4%	27%
Carregamento aplicado na 1.^a viga	44%	6%	50%	4%	54%	38%	9%	47%	4%	51%

Quanto menor o espaçamento entre vigas, menor é a percentagem de deslocamento associado à viga carregada. Analisando o Submodelo de 3 vigas verifica-se que: no M1 (0,40m), a maior percentagem é de 34% quando a carga está aplicada na viga central, e de 44% quando está aplicado na 1.^a viga. As percentagens de DV são máximas para o máximo espaçamento considerado, ou seja, 0,75m (M2). Neste Modelo (M2), a percentagem máxima é de 37% quando se carrega a viga central, e de 54% quando a carga é aplicada numa das vigas de

extremidade. A variação que existe entre M1 e M2, no que respeita à percentagem recebida pela viga B4, quando esta é solicitada, é de apenas 3%. Esta percentagem aumenta para 10% quando a carga se aplica na viga de extremidade. Para o Submodelo de 3 vigas, no MB a percentagem máxima de DV é de 50%, quando a carga está aplicada na 1.^a viga, e 35%, quando está aplicada na viga central. Comparando os valores percentuais do MB e do M1 a variação é de 1%, quando se carrega a viga central e de 6% quando se carrega a 1.^a viga.

Se se aumentar o número de vigas para 9, no MB a percentagem de DV é de 23% quando a viga central é solicitada, ao passo que no M1 é de 17%, diferindo em 6%. Relativamente ao espaçamento considerado no M2 verifica-se que, os deslocamentos verticais passam a ser superiores, como era de esperar. A percentagem máxima de DV verifica-se no M2 na ordem dos 27% que difere do MB cerca de 4% e 10% do M1. Se a carga for aplicada na 1.^a viga, a diferença entre as percentagens associadas a MB e M1 é de 9%, calculada entre 46% (MB) e 38% (M1). A diferença percentual de DV aumenta, se se comparar os valores de M1 e M2, obtendo-se 13%. Posto isto, a influência do número de vigas está interligada com a influência do espaçamento em termos de distribuição percentual de DV .

Quando a carga se encontra aplicada na 1.^a viga os valores percentuais obtidos são muito idênticos quando se faz variar o espaçamento entre vigas. A maior diferença verifica-se quando se comparam esses valores com os obtidos para um espaçamento de 0,40m, ou seja, valores obtidos entre o espaçamento máximo e mínimo. Em termos de distribuição transversal de DV , os resultados são mais expressivos quando se tem um menor espaçamento (0,40m). Isto porque, o deslocamento associado à viga carregada será menor, a percentagem repartida para as restantes vigas será maior e, conseqüentemente, menor a percentagem recebida por cada uma delas. As últimas vigas da laje, ou seja, as vigas mais afastadas da viga de extremidade solicitada, nos três modelos não chegam a sofrer deslocamento vertical, pelo que não têm DV associado. Comparativamente com a distribuição de RA , a carga distribuiu-se mais entre vigas em termos de deslocamentos, uma vez que a partir da viga central quando a carga é aplicada na viga de extremidade, a percentagem de DV recebida é nula.

4.4 Momento Fletor a $\frac{1}{2}$ vão em cada viga

Por fim, e de forma análoga à análise realizada em termos de RA e DV , apresentam-se os resultados obtidos em termos de M . A percentagem de M recebida por cada viga é determinada dividindo o valor do momento fletor longitudinal a meio vão associado à viga em análise, pelo somatório dos momentos a meio vão na totalidade das vigas.

4.4.1 Influência do número de vigas

Modelo Base – Espaçamento de 0,60m entre vigas:

Os resultados em termos de M a $\frac{1}{2}$ vão, para o espaçamento em questão são apresentados na Figura 4.19, de forma similar ao que foi apresentado para RA e DV . Nas Figuras 4.20 e 4.21 apresenta-se a variação de distribuição transversal de carga que existe quando se considera 3, 7 e 11 vigas, para a carga aplicada sobre a viga central e a viga de extremidade, respetivamente.

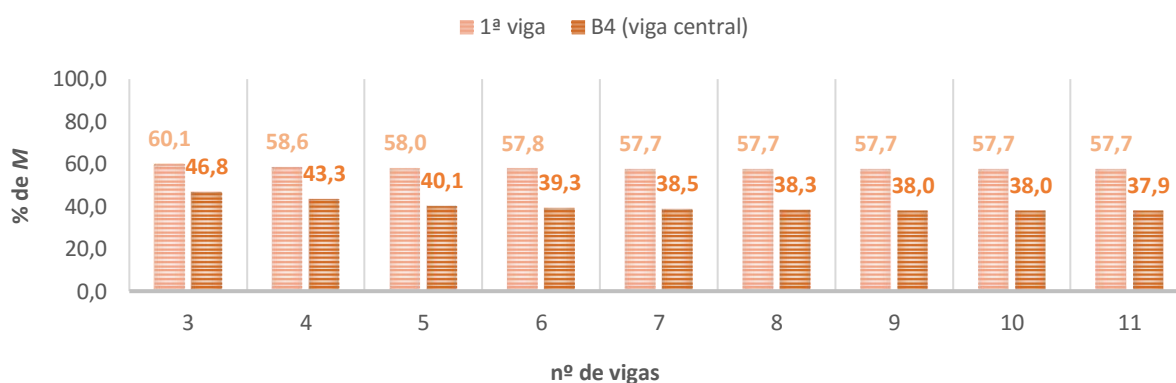


Figura 4.19 - M [%] associada à 1.^a viga e à viga central, quando submetidas a carga concentrada aplicada a $\frac{1}{2}$ vão

Os valores das percentagens de M , quando se aplica a carga a meio vão da viga de extremidade para os Submodelos de 3 e 11 vigas varia entre 60 a 58%. De um modo geral, as percentagens de M nas vigas de extremidade são superiores às percentagens recebidas pela viga central dos vários Submodelos. Em termos percentuais, a diferença entre o Submodelo com o maior número de vigas (11) e o Submodelo com o de menor número de vigas (3) é de 2,4%, quando a carga é aplicada na viga de extremidade, e de $\approx 9\%$ quando a carga é aplicada na viga central. Quanto ao Submodelo de 7 vigas, a percentagem recebida pela viga de extremidade passa a ser a mesma, quando se aumenta o número de vigas para 11 (57,7%).

As percentagens de M , quando a viga central é carregada (Figura 4.20), nos Submodelos de 11 e 7 vigas são muito semelhantes com uma diferença máxima de apenas 1%, sendo idênticas para a viga B3. A diferença entre as percentagens recebidas pela viga central do Submodelo de 11 e do Submodelo de 3 vigas é inferior a 10%, sendo uma percentagem significativa. A maior percentagem de M está associada à viga central do Submodelo de 3 vigas, e ronda os 47%. Tendo em conta que a viga B4 recebe mais de 50% de M quando a laje tem 3 vigas, menos de 50% é repartido pelas restantes vigas. A diferença entre as percentagens associadas à 1.^a e à 2.^a viga é de 20 e 23% para os Submodelos de 3 e 11 vigas, respetivamente. Tal como verificado anteriormente para as percentagens de RA e DV , à medida que as vigas se situam mais afastadas da viga submetida ao carregamento, a percentagem recebida por essas vigas diminui.

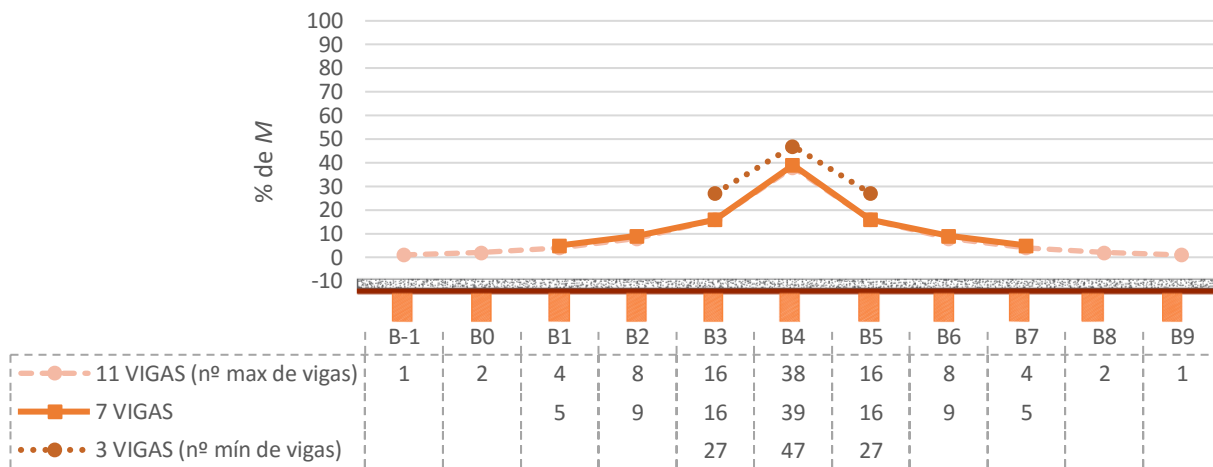


Figura 4.21 - M [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga central (B4)

Da interpretação da Figura 4.21 é possível afirmar que, a viga de extremidade recebe $\approx 60\%$ de M . A percentagem recebida pelas vigas de extremidade nos Submodelo de 11 e 3 vigas, varia muito pouco, apenas 2% entre respetivamente 58% e 60%, respetivamente. Quando se foca os Submodelos de 11 e 7 vigas as diferenças são ainda menores. Uma vez que as percentagens recebidas desde a 1.^a até à última viga no Submodelo de 7 vigas são exatamente iguais às obtidas para o Submodelo de 11 vigas, desde B-1 até B4. Curiosamente, a diferença de M entre a 1.^a e a 2.^a vigas para os três submodelos é a mesma, na ordem dos 34%, e difere apenas 1% quando se analisa a percentagem de M entre a 2.^a e a 3.^a viga. Deste modo, a percentagem de M que existe para os três diferentes números de vigas é idêntica. Tendo em conta que a máxima percentagem de M é suportada pela viga de extremidade, as vigas mais afastadas recebem, neste caso, valores percentuais aproximadamente nulos.

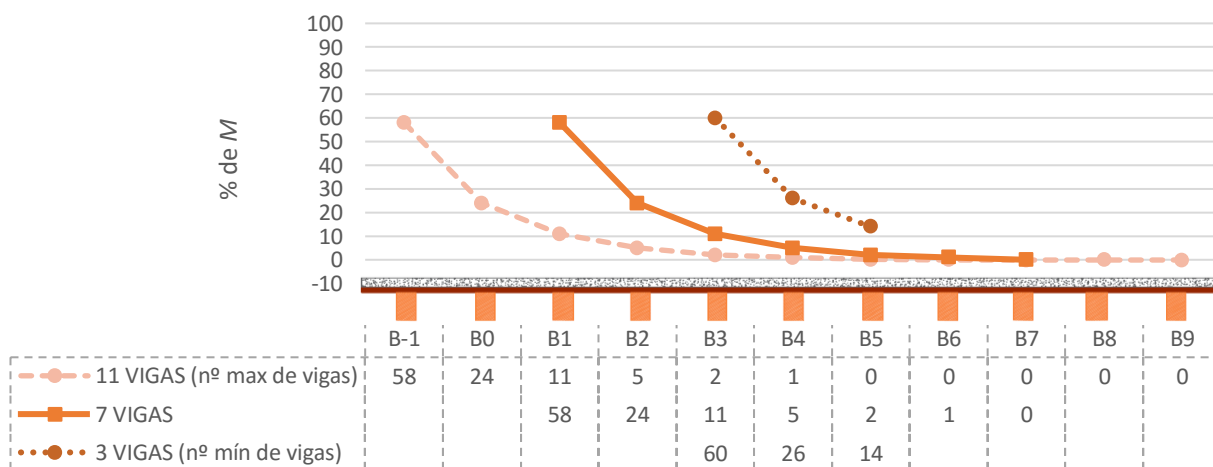


Figura 4.20 – M [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga de extremidade

Modelo 1 – Espaçamento de 0,40m entre vigas:

A variação de percentagem recebida pelas vigas de extremidade e viga central, quando se faz variar o número de vigas de 3 para 15, encontra-se representada na Figura 4.22. A repartição transversal de M a $\frac{1}{2}$ vão para o número máximo e mínimo de vigas adotados apresenta-se nas Figuras 4.23 e 4.24.

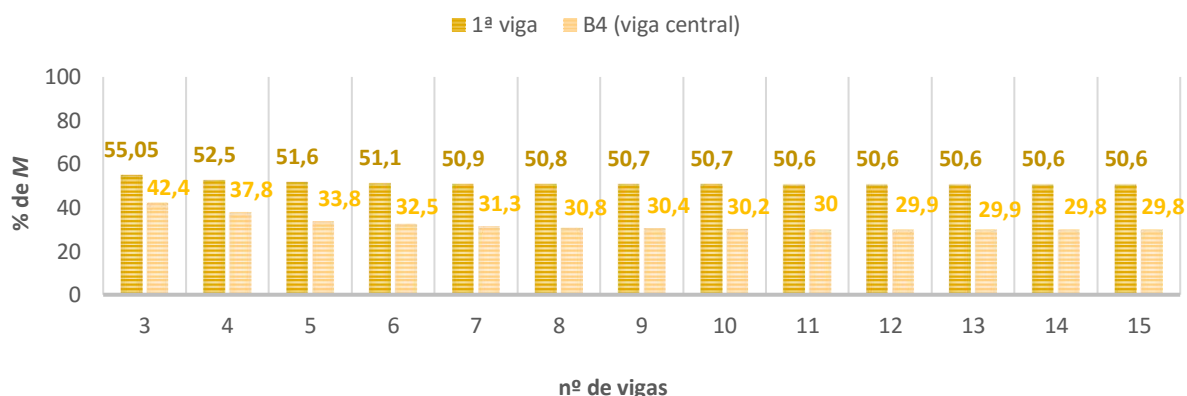


Figura 4.22 - M [%] associada à 1.ª viga e à viga central, quando submetidas a carga concentrada aplicada a $\frac{1}{2}$ vão

Da Figura 4.22, facilmente se verifica que a percentagem de M recebida pela viga central e de extremidade diminui na ordem dos 4,4% e 12,6% respetivamente, à medida que se aumenta o número de vigas entre 3 e 15 vigas. À medida que se aumenta o número de vigas a percentagem de momento recebido pela viga central quando carregada diminui mais acentuadamente, comparativamente ao analisado no MB e M1. Como verificado para os casos anteriores, quanto maior o número de vigas maior é a semelhança entre os valores percentuais de M recebidos quer pelas vigas de extremidade quer pela viga central.

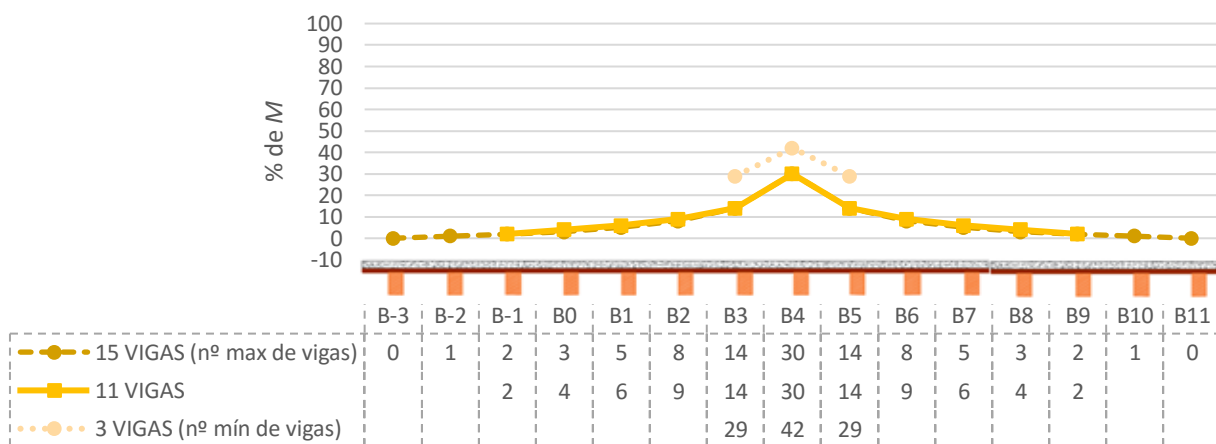


Figura 4.23 - M [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga central (B4)

Da Figura 4.23, representando a percentagem de M a meio vão das vigas, quando a carga é aplicada na viga central, observa-se que nos Submodelos de 15 e 11 vigas o DV em B4, B3, B5 e B-1 é o mesmo, com 30%, 14% e 2%, respetivamente. No entanto, a variação dos valores percentuais continua a ser acentuada quando se comparam os Submodelos com maior e menor número de vigas, isto é, com 15 e 3 vigas. Nesse caso verifica-se uma variação de 12% entre a percentagem de M recebida pela viga central nos Submodelos de 15 e 3 vigas. À medida que se aumenta o número de vigas, maior a capacidade da viga central para distribuir a percentagem de M pelas restantes vigas.

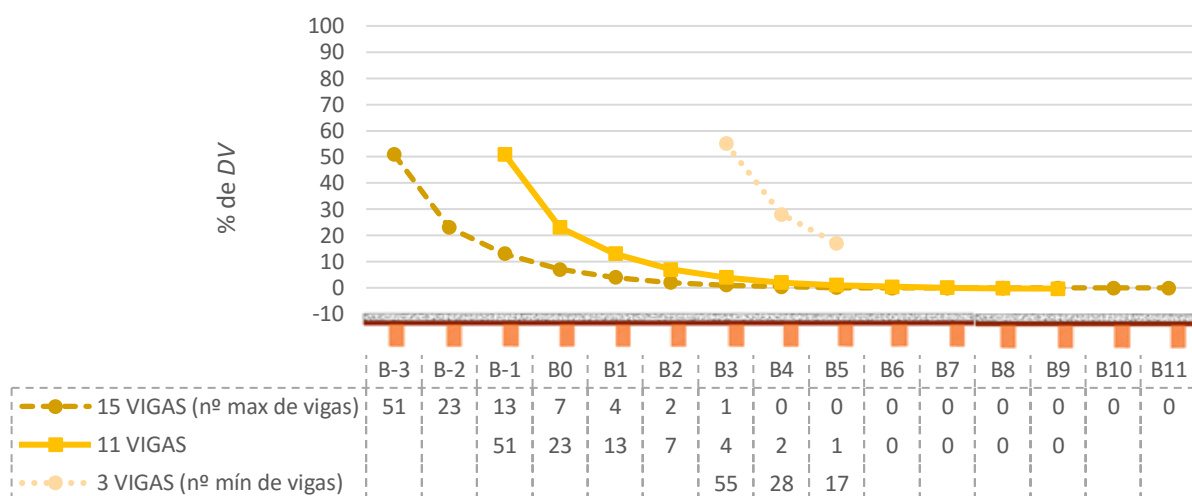


Figura 4.24 - M [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga de extremidade

Relativamente à percentagem recebida pela viga de extremidade, quando a mesma é solicitada apresenta-se na Figura 4.24. Esta mostra, sem grande surpresa, que o seu máximo em termos de percentagem de M ocorre quando a laje tem apenas 3 vigas, tomando o valor de 55%. Para os Submodelos de 15 e 3 vigas tem-se 51%. Da análise desses valores percentuais verifica-se que a 1.^a viga, nos três submodelos, tem um momento fletor até 28% superior ao associado à 2.^a viga. Quando se consideram 15 vigas a percentagem de M que chega à viga B4 é menor que 0,5%. A viga B4 recebe 2% quando se considera o Submodelo de 11 vigas, sendo esse valor aproximadamente 14 vezes superior ao associado ao Submodelo de 3 vigas. Devido ao maior número de vigas no Submodelo de 15 vigas, a partir da viga B4 a percentagem recebida de momento é nula.

Modelo 2 – Espaçamento de 0,75m entre vigas:

Por fim, na Figura 4.25 apresentam-se as percentagens recebidas pela viga de extremidade e viga central quando solicitadas em função da variação do número de vigas. Seguindo a mesma

lógica usada para MB e M1, nas Figuras 4.26 e 4.27 apresentam-se as percentagens distribuídas, quando se faz variar o número de vigas para 3, 5 e 9.

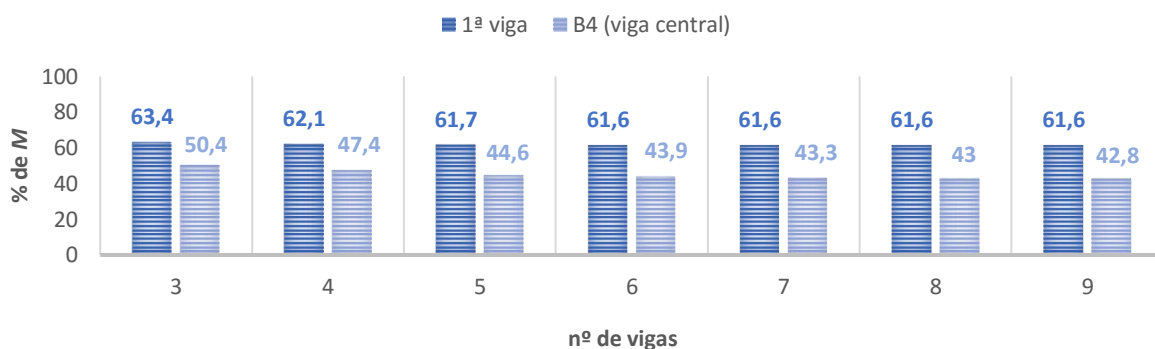


Figura 4.25 - M [%] associada à 1.ª viga e à viga central, quando submetidas a carga concentrada aplicada a $\frac{1}{2}$ vão

De um modo geral verifica-se que, a percentagem de M recebida pelas vigas quando espaçadas de 0,75m, Figura 4.25, apresenta valores superiores aos obtidos no MB e M1. Tal como para os valores percentuais de RA e DV , a diferença percentual de M entre o Submodelo de 3 vigas e o de 9 vigas sofre uma pequena variação: 1,8% quando a carga solicita a viga de extremidade; 7,6% quando a viga central é solicitada. Sem grande novidade, o Submodelo de 3 vigas é aquele que apresenta as maiores percentagens de M , diminuindo progressivamente até ao Submodelo a que corresponde o máximo de vigas adotado (9). Mais uma vez se confirma que, quanto maior o espaçamento, menor a variação de M recebida pelas vigas quando carregadas, quando se faz variar o número de vigas.

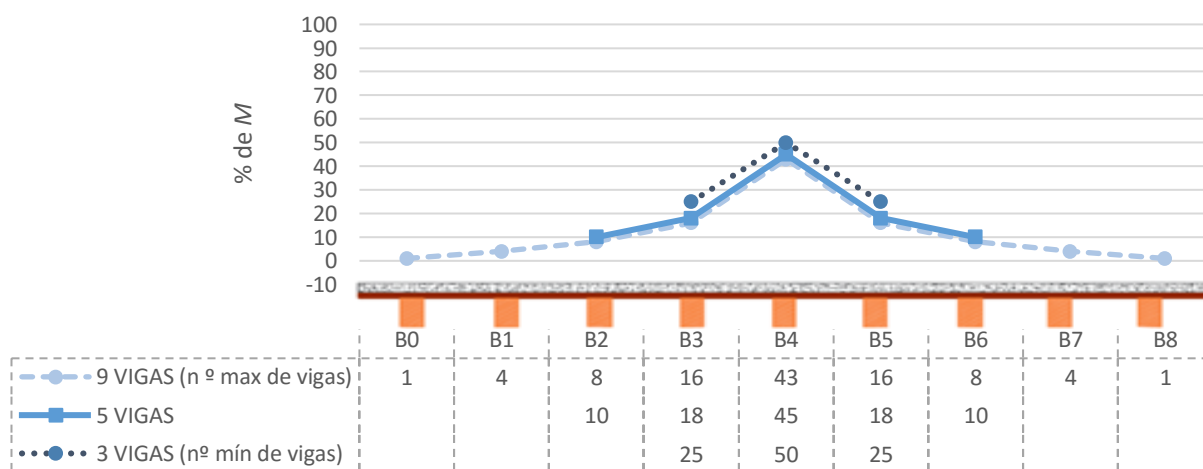


Figura 4.26 - M [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga central (B4)

A percentagem recebida pela viga central quando a carga l_{he} é aplicada difere nos três Submodelos. Comparando os Submodelos de 9 e 5 vigas, Figura 4.26, verifica-se uma diferença de 2% nos resultados obtidos para as vigas B4, B3 e B2. A variação já não é tão idêntica quando se comparam as percentagens recebidas pela viga central entre os Submodelos de 3 e 5 vigas e os Submodelos de 3 e 9 vigas. No primeiro caso tem-se uma variação de 5% e no segundo uma variação de 7%. A viga B4 recebe 50% de M quando a carga é aplicada na viga central, o que significa que as restantes vigas recebem menos de 50%. Quanto menor o número de vigas maior é o esforço de flexão na viga onde a carga se encontra aplicada.

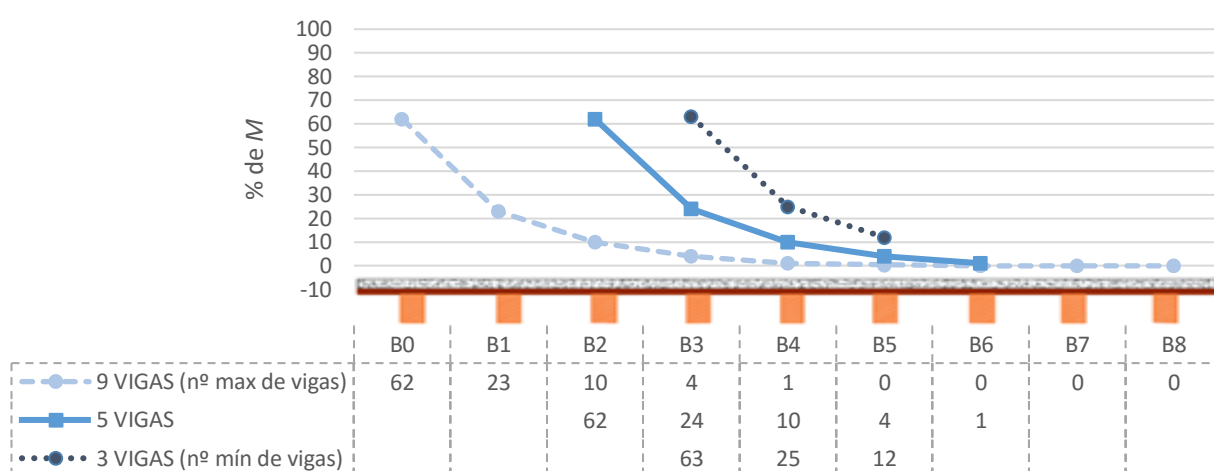


Figura 4.27 - M [%] associada a cada viga, quando a carga concentrada é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga de extremidade

Tal como se verificou para um espaçamento de 0,60m e 0,40m, quando a carga é aplicada na viga de extremidade a percentagem recebida pela viga solicitada quando se tem 9 e 5 vigas é igual, Figura 4.27, diferindo apenas 1% quando se passa a ter 3 vigas. No Submodelo de 3 vigas, como a percentagem recebida pela viga de extremidade é superior a 60%, sobra menos de 40% para ser repartido pelas vigas restantes. Analisando os Submodelos de 9 e 5 vigas, observa-se que a percentagem de M na viga B2 e B4 é de 10%, B3 e B5 4% e B4 e B6 de 1%, respetivamente. Tendo em conta que, a diferença percentual que existe da 1.^a para a 2.^a viga no Submodelo de 9 vigas é de 39%, as vigas mais afastadas do ponto de aplicação da carga tendem a não ser afetadas pelo esforço flexão, pois, a percentagem por elas recebida é praticamente nula. Verifica-se ainda que, a repartição transversal de M para o espaçamento em estudo apresenta valores superiores aos obtidos em MB e M1, em todos os submodelos.

4.4.2 Influência do espaçamento entre vigas

É igualmente essencial comparar os valores em termos de M , quando se faz variar o espaçamento entre vigas, tendo-se verificado uma diferença mais significativa nas percentagens obtidas. Tal como o verificado para RA e DV , quando se analisam as percentagens de M as maiores percentagens foram obtidas para o M2. Ou seja, quanto maior o espaçamento entre vigas, maior a percentagem de esforço de flexão associado às vigas. No entanto, como a percentagem recebida pela viga solicitada é superior, menor será a percentagem repartida para as restantes vigas, logo menor a distribuição transversal de cargas entre as vigas da laje. Deste modo, para o Submodelo de 3 vigas a maior percentagem ocorre quando se tem um espaçamento de 0,75m, na ordem dos 50% quando a carga é aplicada na viga central, e dos 63% quando a carga é aplicada na viga de extremidade. Estas percentagens variam 8% quando o espaçamento diminui para 0,40m, quer a carga esteja aplicada na viga central ou na de extremidade. A partir da Tabela 4.4 é possível visualizar em mais detalhe esta variação percentual, e a que existe nos três espaçamentos estudados, quando se consideram 3 e 9 vigas.

Tabela 4. 4 - M [%] associada à viga central e à 1.^a viga quando a carga está aplicada a $\frac{1}{2}$ vão em M1, MB e M2

	SUBMODELOS					
	3 VIGAS			9 VIGAS		
	M1	MB	M2	M1	MB	M2
Carregamento aplicado na viga central	42%	47%	50%	30%	38%	43%
Carregamento aplicado na 1.^a viga	55%	60%	63%	51%	58%	62%

Note: Blue arrows in the original image indicate percentage differences: 5% between M1 and MB for 3 beams (central and 1st), 3% between MB and M2 for 3 beams (central and 1st), 8% between M1 and MB for 9 beams (central), 5% between MB and M2 for 9 beams (central), 7% between M1 and MB for 9 beams (1st), and 4% between MB and M2 for 9 beams (1st).

Considerando o mesmo número de vigas nos três modelos (3 vigas) verifica-se que, à medida que o espaçamento aumenta menor é a variação percentual de M entre eles. É de notar que a variação que existe de M1 para MB e de MB para M2 é igual, independentemente da posição da carga, 5% no primeiro caso e 3% no segundo. Da análise percentual dos valores referidos na tabela anterior, tal como quando se estudou a percentagem de RA e DV , as menores percentagens são obtidas para o menor espaçamento. Como tal, a percentagem repartida pelas restantes vigas passa a ser superior e o fenómeno da distribuição transversal de M é mais perceptível. Quando se aumenta o número de vigas para 9 e se passa de um espaçamento de 0,60m para 0,40m, as variações percentuais de M nos dois modelos são mais significativas. Quando a carga é aplicada na viga central temos uma variação de 8% e de 7% quando é aplicada na 1.^a viga. Comparando as percentagens entre M2 e MB, a diferença passa a ser inferior, com 5% quando a viga solicitada é a central e 4% quando a 1.^a viga é solicitada. Tal como se

verificou no Submodelo de 3 vigas para o Submodelo de 9 vigas, a maior diferença percentual encontra-se quando se compara M1 e M2. Esta diferença é na ordem do 13% quando a carga é aplicada na viga central e 11% quando a carga é aplicada na 1.^a viga.

Sabendo que as percentagens de M estão diretamente relacionadas com as tensões e reações de apoio de cada viga e fazendo uma comparação desses valores percentuais de M e de RA , tem-se que para um valor máximo de RA a percentagem de M é inferior nas vigas de extremidade, ao passo que, na viga central a percentagem de M é superior à de RA , independentemente do espaçamento arbitrado. Ou seja, quando se analisa a percentagem de M na viga de extremidade, esta é influenciada maioritariamente pelas forças verticais suportadas pelos apoios dessa viga. Quando a carga passa a ser aplicada no centro da viga, a percentagem de M é influenciada pelas forças verticais de todas as vigas adjacentes inclusive a da viga considerada.

Por fim é possível concluir que, quando se varia o espaçamento entre vigas a percentagem de momento recebida pela viga solicitada varia consideravelmente. Para o esforço analisado verifica-se a maior variação percentual entre modelos do que a verificada para RA e DV . O que quer dizer que a maior influência do espaçamento entre vigas se faz sentir quando se analisam as percentagens de M . Uma vez que as diferenças encontradas entre os três modelos vão no máximo até aos 13%, pode concluir-se que o espaçamento entre vigas afeta significativamente a distribuição de M .

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 Conclusões

Neste capítulo apresentam-se as principais conclusões retiradas da análise detalhada dos vários modelos desenvolvidos, a fim de perceber a influência que os parâmetros considerados numa laje mista Madeira-Betão, nomeadamente, (1) o número de vigas e (2) espaçamento entre as vigas têm nestas estruturas. Na sequência do desenvolvimento deste estudo, através da simulação da aplicação de uma carga concentrada num pavimento misto foi possível avaliar o seu comportamento, quando submetido a este carregamento, analisando em particular a capacidade de distribuição transversal de carga, em termos percentuais de RA , DV e M . Deste modo, a ação vertical imposta a meio vão nas vigas madeira é repartida pelas várias vigas que compõem este pavimento, estimando-se deste modo, a eficácia desta laje na distribuição de esforços.

Nos três modelos em estudo, as RA , os DV e os M recebidos pelas várias vigas apresentam as suas percentagens máximas nas vigas onde a carga se encontra aplicada, sendo a restante percentagem repartida pelas restantes vigas da laje mista. Os resultados obtidos mostram, sem dúvida, a existência de distribuição transversal de cargas. Através da análise exposta anteriormente é explícito que, as vigas de extremidade ao contrário da central, recebem percentagens mais elevadas quando carregadas, o que significa que a percentagem que sobra para ser distribuída pelas restantes vigas é inferior. Em termos de RA , quando uma carga é aplicada a $\frac{1}{2}$ vão de uma viga de extremidade, nos três modelos, apenas 20% da carga aplicada sobre essa viga é redistribuída para as vigas adjacentes. Essa percentagem aumenta à medida que a carga aplicada se situa mais perto do centro da laje (viga B4). Como as vigas de extremidade são as mais solicitadas quando carregadas, tendem a deformar-se mais apresentando, conseqüentemente, percentagens em termos de DV mais elevadas. As percentagens também são superiores nas vigas de extremidade, quando se analisam as percentagens recebidas em termos de momentos fletores a $\frac{1}{2}$ vão. As percentagens máximas verificadas vão diminuindo à medida que se aumenta o número de vigas, bem como o espaçamento entre elas. Relativamente à viga central, quando submetida ao carregamento em análise, o efeito da distribuição transversal de cargas torna-se ainda mais claro. Tanto em termos de RA , como em termos de DV , a viga B4 nunca recebe acima de 40% destas grandezas, o que implica que mais de 60% seja repartida pelas vigas adjacentes. Quando se analisa a percentagem de M , para o menor número de vigas adotado (3), a viga central recebe sempre acima de 45%.

A influência do número de vigas é mais significativa quando se tem um espaçamento menor, uma vez que, a variação percentual entre o menor e o maior número de vigas é superior à encontrada quando se tem um espaçamento de 0,60m e 0,75m. Para um espaçamento de 0,75m, fazer variar o número de vigas pouco faz alterar os valores obtidos na distribuição transversal de cargas, uma vez que as vigas carregadas passam a ser mais solicitadas ao carregamento recebendo uma percentagem de carga superior à verificada para os outros dois espaçamentos. Relativamente à influência do número de vigas adotado, os resultados obtidos tendem a ser constantes a partir de um determinado número de vigas. Para um aumento do número de vigas, especificamente a partir de 9 vigas para o Modelo Base, a partir das 11 para o Modelo 1 e a partir das 7 vigas para o Modelo 2, as percentagens de RA , DV e M variam apenas 0,1%, quando a viga central é carregada. Quando as vigas de extremidade são carregadas, a partir do mesmo número de vigas referido atrás, as percentagens recebidas para as três grandezas consideradas são as mesmas. Deste modo, pode concluir-se que a partir desse número de vigas, a variação que se deu na distribuição transversal de cargas não é significativa.

A maior distribuição transversal de cargas observa-se no modelo com espaçamento entre vigas de 0,40m (Modelo 1). Uma vez que este espaçamento requer um maior número de vigas que o Modelo Base e o Modelo 2, a carga é absorvida por um maior número de vigas e, conseqüentemente menor é a percentagem recebida pelas vigas carregadas. É também para este modelo que se verifica a maior variação percentual em termos de RA , DV e M quando a viga central é solicitada, considerando a variação do número de vigas entre 3 e 15. Se se analisar a variação percentual entre esses dois Submodelos, quando a carga é aplicada na viga central tem-se uma variação de 14% em termos de RA , 18% em termos de DV e relativamente ao M , 13%. No entanto, quando a viga de extremidade é carregada verifica-se o inverso, obtendo-se a menor variação percentual com 1% de RA , 3% de DV e 2% de M . Neste caso é possível concluir que, quando se tem 0,40m de espaçamento, estando o carregamento aplicado na viga central, existe uma grande influência na distribuição transversal de cargas. Avaliando os resultados em função da variação do número de vigas, conclui-se que o cenário mais crítico é certamente quando se tem um menor número de vigas (3), uma vez que as vigas recebem valores percentuais superiores. Contrariamente ao que acontece quando se aumenta o número de vigas, onde se constata uma tendência assintótica para 73% em termos de RA , 37% em termos de DV e 51% de M , a partir das 11 vigas.

As maiores percentagens de carga recebidas pelas vigas carregadas localizam-se no modelo com o maior espaçamento entre vigas, Modelo 2. No entanto, o efeito da variação do número de vigas não é tão evidente em termos percentuais quanto para o Modelo 1, se se compararem as grandezas quando a laje tem entre 3 e 9 vigas. Assim, no Modelo 2 a variação em termos de RA e M é na ordem dos 8% e na ordem dos 10% em termos de DV , para um carregamento

aplicado sobre a viga central. Quando a carga é aplicada sobre a viga de extremidade, contrariamente ao que se verificou para o Modelo 1, as variações são mais significativas, na ordem dos 11% em termos de RA , 7% em termos de DV e por fim 5% em termos de M . Os valores das grandezas consideradas tendem a ser constantes quando o número de vigas é superior a 4 e as vigas de extremidade são solicitadas, e a partir das 7 vigas quando o carregamento atua na viga central. O menor número de vigas, tal como para o Modelo 1, é o que faz variar consideravelmente os valores percentuais dos esforços considerados.

Relativamente ao Modelo Base, os valores percentuais obtidos pelas vigas solicitadas são inferiores aos obtidos no Modelo 2 e superiores aos do Modelo 1. A distribuição transversal de cargas é superior ao Modelo 2 e inferior ao Modelo 1. Quando se analisa a variação percentual que existe entre o número máximo (11) e mínimo de vigas (3) quando a viga central é solicitada verifica-se uma variação de 10% em termos de RA , 4% em termos de DV e 2% em termos de M . Estas percentagens diminuem quando o carregamento é aplicado sobre a viga de extremidade, com 3% em termos de RA , 4% em termos de DV e 2% em termos de M . Da análise destes valores conclui-se que, a percentagem recebida pela viga central quando solicitada, leva a uma maior variação percentual das grandezas consideradas consoante a alteração do número de vigas. Assim, de uma maneira geral, constata-se que mediante a alteração do número de vigas, as percentagens de carga recebidas pelas vigas carregadas são superiores quando se diminui o número de vigas, logo este parâmetro influencia significativamente a distribuição transversal de cargas.

Em resumo, apesar da variação do número de vigas, nomeadamente a opção pelo menor número de vigas em estudo ter alterado significativamente os valores percentuais obtidos em termos de distribuição transversal de carga, pode concluir-se que dos parâmetros em análise, o espaçamento entre vigas mostrou ser o que mais influência teve nesta distribuição.

5.2 Propostas para futuros trabalhos

Uma vez que o assunto abordado nesta dissertação ainda está pouco desenvolvido, fica por estudar um conjunto de parâmetros quer numericamente quer experimentalmente. De modo a conhecer melhor o comportamento deste tipo de estruturas apresentam-se algumas sugestões para futuros trabalhos:

- Estudo da distribuição transversal de cargas em pontes mistas Madeira-Betão fazendo variar a espessura da camada de betão;
- Estudo da distribuição transversal de cargas em lajes mistas Madeira-Betão face a influência da secção transversal

- Estudo da distribuição transversal de cargas em lajes mistas Madeira-Betão de secções transversais de grandes dimensões.
- Otimização do processo de dimensionamento de lajes Mistas Madeira-Betão.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Appleton, J. (2013). Estruturas de Betão. Edições Orion. Amadora.
- Arriaga, F. (2002). Intervencion en estructuras de madera, AITIM, Madrid.
- Balogh, J., Miller, N., Fragiaco, M. e Gutkowski, R. (2010). Time-Dependent Behavior of Composite Wood-Concrete Bridges Made from Salvaged Utility Poles. *Proceedings of the 11th World Conference on Timber Engineering*. Trento, Itália.
- Blass, H. J. (1995). "STEP lecture B16". STEP1 Basis of design, material properties, structural components and joints. H. J. Blass, P. Aune, B. S. Choet al. First Edition, Centrum Hout, Almere, The Netherlands.
- Branco, J. M. (2003). "Comportamento das ligações tipo cavilha em estruturas mistas madeira-betão". Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho.
- Campos, J. (2016). "Repartição Transversal de Cargas em Lajes Mistas Madeira-Betão, influência das condições de apoio". Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.
- Cardoso, L. M. (2010). "Recuperação de pavimentos antigos em madeira com lajes mistas madeira-betão". Porto: Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Porto.
- Carita, H. (1999). Lisboa Manuelina. A formação de Modelos Urbanísticos da Época Moderna (1495-1521), Livros Horizontes, Lisboa.
- Ceccotti, A. (1995). Timber-Concrete Composite Structures. Em *STEP "Timber Engineering"* p. E13/1 a E13/11). Netherlands.
- Costa, F. P. (1955). Enciclopédia Prática da Construção Civil. Portugália editora, Lisboa.
- Costa, L. (2009). "Tipificação de soluções de reabilitação de pavimentos estruturais em madeira em edifícios antigos". Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Cramer, S. M., Drozdek, J. M. and Wolfe, R. W. (2000). "Load sharing effects in light-frame wood-truss assemblies". *Journal of Structural Engineering ASCE* Vol. 126, 12, pp. 1388–1394.
- CSI. (2013) *CSI Analysis Reference Manual for SAP2000*. Berkeley, California, USA
- Dias, A. M. P. G. (1999). "Estruturas mistas Madeira-Betão. Tese de Mestrado", Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Dias, A. M. P. G. (2014). "Estruturas de Madeira e Alvenaria". *Apontamentos de apoio 2012/2013*. Coimbra. Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

- EN 1992 (2004). "Eurocódigo 2: Ações em estruturas de Betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios" CEN, Brussels.
- EN 1994 (2004). Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN, Brussels.
- EN 1995 (2004). Eurocode 5: Design of timber structures- Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings. CEN, Brussels
- EN 338 (2003). *Structural timber - Strength classes*. CEN, Brussels.
- Etournaud, P. J.-F. (1998). *Load tests of composite wood-concrete decking under point*. Dissertação de Mestrado, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Gutkowski, R., Brown, K., Shigidi, A., and Natterer, J. (2004). "Investigation of notched composite wood-concrete connections," *Journal of Structural Engineering* 130(10), pp. 1553-1561.
- Ilharco, T. (2008). "Pavimentos de madeira em edifícios antigos. Diagnóstico e intervenção estrutural". Tese de doutoramento, Universidade do Porto.
- Jorge L. C. (2005). "Estruturas mistas madeira-betão com a utilização de betões de agregados leves". Doutoramento em Engenharia Civil na Especialidade de Estruturas, FCTUC. Coimbra.
- Kieslich H. and Holschemacher K. (2014). "Investigations on load sharing effects in timber-concrete composite constructions". 9th International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions. Mexico.
- Linden, M. V. (1999). *Timber Concrete Composite Floor Systems*. Delft: Dissertação de Doutoramento. Technical University of Delf.
- Lukaszewska, E., & Fragiaco, M. (2008). Static performance of prefabricated timber-concrete composite systems. Em Proc., 10th World Conf. on Timber Engineering. Miyazaki, Japan: CD copy.
- McCullough, C. B. (1943). "Oregon tests on composite (timber-concrete) beams," *Journal of the American Concrete Institute* 14(5), pp. 429-440.
- Meierhofer, U. (1993). "A timber/concrete composite system," *Structural Engineering International* 3(2), pp.104-107.
- Miotto, J. L. (2009). "Estruturas mistas de madeira-concreto: avaliação das vigas de madeira laminada colada reforçadas com fibra de vidro". Tese de Doutoramento, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- Monteiro, S. R. (2008). "Avaliação Experimental e Numérica do Comportamento Mecânico de Ligações Madeira-Betão Entalhadas. Tese de Mestrado", Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Monteiro, S. R. (2015). "Load Distribution on Timber-Concrete Composite Floors". Coimbra: Dissertação de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.

- Moraes, V. M. (2007). Ponte mista madeira-concreto em vigas treliçadas de madeira. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira.
- Natterer, J. (2002). "New technologies for engineered timber structures," *Progress in Structural Engineering and Materials* 4(3), pp. 245-263
- Natterer, J. and Hoefft, M. (1987). "Zum Tragverhalten von Holz-Beton Verbundkonstruktionen". Lausanne.
- Oliveira, A. L. C. (2002). "Contribuição para a análise de vigas mistas de madeira laminada colada e concreto (MLC/concreto)". Tese de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Oliveira, L. A. (2013). "Exigências funcionais em pavimentos de madeira". Tese de Mestrado. Instituto Superior de Engenharia do Porto.
- Ozelton, E. C. and Baird, J. A. (2006). "Concentrated Loadings". *Timber Designers' Manual*, Blackwell Science Ltd., pp. 50-63.
- Redondo, G., Aroca, R.: Study of the building systems used in domestic architecture of 17th-19th centuries in Madrid. *Historical Constructions* 2001, pp 789-798, (2001)
- Rodrigues, J. N. (2014). "Pontes com estrutura mista madeira-betão e seu potencial de aplicação". Coimbra: Dissertação de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.
- Reis, M., Branco F., Mascarenhas, J. (2008). "Técnicas de reabilitação em estruturas de madeira". *Disegnarecon*, dicember 2008. ISSN 1828 5961. Porto.
- Segundinho, P. G. d. A. (2005). "Análise teórico-experimental de um tabuleiro misto madeira-concreto composto por vigas circulares". Tese de Mestrado, Universidade Estadual de São Paulo - UNESP, Ilha Solteira, São Paulo, Brasil.
- Segurado, J. E. S. (1942). *Trabalhos de carpintaria civil*. Biblioteca de Instrução Profissional. Livraria Bertrand. Lisboa.
- Simon, A. (2008). "Analyse zum Trag- und Verformungsverhalten von Straßenbrücken in Holz-Beton-Verbundbauweise". Doctoral Thesis, University of Bauhaus ,Weimar, Weimar.
- Stepinac M, Rajčić V., Barbalić J. (2015). "Influence of long term load on timber-concrete composite systems". *Journal of the Croatian Association of Civil Engineers*, pp. 235-246.
- Stojić, D. and Cvetković, R. (2001). "Analysis of composite timber-concrete structures according to the limit states". *Facta Universitatis, Series: Architecture and Civil Engineering* Vol. 2, 3, pp. 169 - 184.
- Thomas, W. (2003). Models for concentrated load performance assessment of isotropic wood sheathing. *Em Journal of Structural Engineering*. ASCE Vol. 129, issue 8 pp. 1080-1086.
- Yeoh, D., Fragiaco, M., Franceschi, M. D., & Boon, K. H. (October de 2011). State of the Art on Timber-Concrete Composite Structures: Literature Review. *Journal of structural engineering*, pp. 1085-1095.

CRÉDITOS DE IMAGEM

Fonte [1]	http://civilengineeringfresher.blogspot.pt/2014/02/difference-between-one-way-slab-and-two.html	04/07/2016
-----------	---	------------

ANEXO A

A.1 Resultados

Neste anexo apresentam-se os resultados obtidos no estudo desenvolvido no decorrer desta dissertação, de forma a complementar a análise feita no Capítulo 4.

A.1.1 Reações de apoio em cada viga

Tabela A.1 - RA [%] em cada viga quando a carga está aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da 1ª viga

Submodelos		POSIÇÃO DAS VIGAS									
		B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	87	26	-13	
	4 vigas	-	-	-	-	-	84	16	15	-15	
	5 vigas	-	-	-	-	-	84	14	9	5	
	6 vigas	-	-	-	-	84	14	8	1	0	
	7 vigas	-	-	-	-	84	14	8	1	-1	
	8 vigas	-	-	-	-	84	14	8	1	-1	
	9 vigas	-	-	-	84	14	8	1	-1	-2	
	10 vigas	-	-	-	84	14	8	1	-1	-2	
	11 vigas	-	-	84	14	8	1	-2	-2	-1	
MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	84	32	-16	
	4 vigas	-	-	-	-	-	77	26	17	-20	
	5 vigas	-	-	-	-	-	75	22	13	8	
	6 vigas	-	-	-	-	74	21	11	6	3	
	7 vigas	-	-	-	-	74	21	10	4	2	
	8 vigas	-	-	-	73	20	10	4	1	0	
	9 vigas	-	-	-	73	20	10	4	0	-1	
	10 vigas	-	-	73	20	10	4	0	-1	-1	
	11 vigas	-	-	73	20	10	4	0	-1	-1	
	12 vigas	-	-	73	20	10	4	0	-1	-2	
	13 vigas	-	73	20	10	4	0	-1	-2	-1	
	14 vigas	-	73	20	10	4	0	-1	-2	-1	
	15 vigas	73	20	10	4	0	-1	-2	-1	-1	
	MODELO 2	3 vigas	-	-	-	-	-	-	89	21	-11
		4 vigas	-	-	-	-	-	88	12	11	-11
5 vigas		-	-	-	-	-	88	11	6	2	
6 vigas		-	-	-	-	-	88	11	6	-1	
7 vigas		-	-	-	-	88	11	6	-1	-2	
8 vigas		-	-	-	-	88	11	6	-1	-2	
9 vigas		-	-	-	88	11	6	-1	-2	-1	

Tabela A.2 - RA [%] em cada viga quando a carga está aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da 2ª viga

Submodelos	POSIÇÃO DAS VIGAS									
	B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	
	5 vigas	-	-	-	-	-	36	31	24	16
	6 vigas	-	-	-	-	36	30	23	11	6
	7 vigas	-	-	-	-	36	30	23	11	3
	8 vigas	-	-	-	-	36	30	23	10	3
	9 vigas	-	-	-	36	30	23	10	3	0
	10 vigas	-	-	-	36	30	23	10	3	0
	11 vigas	-	-	36	30	23	10	3	0	-1
	MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-
		4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-
5 vigas		-	-	-	-	-	40	26	22	17
6 vigas		-	-	-	-	41	25	20	14	9
7 vigas		-	-	-	-	41	24	19	13	7
8 vigas		-	-	-	41	24	19	12	6	3
9 vigas		-	-	-	41	24	12	6	2	1
10 vigas		-	-	41	24	19	12	6	2	0
11 vigas		-	-	41	24	19	12	6	2	0
12 vigas		-	-	41	24	19	12	6	2	0
13 vigas		-	41	24	19	12	6	2	0	0
14 vigas		-	41	24	19	12	6	2	0	-1
15 vigas		41	24	19	12	6	2	0	-1	-1
MODELO 2		3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-
		4 vigas	-	-	-	-	-	32	37	30
	5 vigas	-	-	-	-	-	32	36	25	12
	6 vigas	-	-	-	-	-	32	36	24	9
	7 vigas	-	-	-	-	32	36	24	8	1
	8 vigas	-	-	-	-	32	36	24	8	1
	9 vigas	-	-	-	32	36	24	8	1	-1

Tabela A.3 - R_A [%] em cada viga quando a carga está aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga B3

Submodelos	POSIÇÃO DAS VIGAS									
	B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	
	5 vigas	-	-	-	-	-	36	31	24	16
	6 vigas	-	-	-	-	7	28	30	24	16
	7 vigas	-	-	-	-	7	28	30	23	12
	8 vigas	-	-	-	-	11	24	29	23	12
	9 vigas	-	-	-	-3	15	24	29	23	11
	10 vigas	-	-	-	-5	12	23	29	23	11
	11 vigas	-	-	-5	6	12	23	29	23	11
	MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-
		4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-
5 vigas		-	-	-	-	-	-	-	-	
6 vigas		-	-	-	-	15	23	24	21	16
7 vigas		-	-	-	-	16	22	23	20	14
8 vigas		-	-	-	2	16	21	22	20	14
9 vigas		-	-	-	2	16	20	22	19	13
10 vigas		-	-	-4	9	14	19	21	19	13
11 vigas		-	-	-4	9	14	19	21	19	13
12 vigas		-	-	-4	9	14	19	21	19	13
13 vigas		-	-5	5	8	13	19	21	19	13
14 vigas	-	-5	5	8	13	19	21	18	13	
15 vigas	-5	2	4	7	13	19	21	18	12	
MODELO 2	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	
	5 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	
	6 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	
	7 vigas	-	-	-	-	3	30	34	25	9
	8 vigas	-	-	-	-	3	30	34	25	9
	9 vigas	-	-	-	3	30	34	25	9	2

Tabela A.4 - R_A [%] em cada viga quando a carga está aplicada a $\frac{1}{2}$ vão da viga B4

Submodelos		POSIÇÃO DAS VIGAS									
		B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	31	38	31	
	4 vigas	-	-	-	-	-	3	30	32	35	
	5 vigas	-	-	-	-	-	6	28	31	28	
	6 vigas	-	-	-	-	-4	16	24	30	28	
	7 vigas	-	-	-	-	-4	15	24	29	24	
	8 vigas	-	-	-	-	-4	15	23	29	24	
	9 vigas	-	-	-	-5	6	12	23	29	23	
	10 vigas	-	-	-	-5	6	11	23	29	23	
	11 vigas	-	-	-4	2	4	11	23	29	23	
	MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	33	35	33
4 vigas		-	-	-	-	-	7	26	29	39	
5 vigas		-	-	-	-	-	13	24	16	24	
6 vigas		-	-	-	-	0	16	21	24	23	
7 vigas		-	-	-	-	1	16	21	23	21	
8 vigas		-	-	-	-4	10	14	20	22	21	
9 vigas		-	-	-	-4	9	14	19	22	19	
10 vigas		-	-	-6	5	8	13	19	21	19	
11 vigas		-	-	-5	5	8	13	19	21	19	
12 vigas		-	-	-5	5	8	13	19	21	19	
13 vigas		-	-5	2	4	7	13	19	21	19	
14 vigas		-	-5	2	4	7	13	19	21	19	
15 vigas		-4	0	2	3	7	13	18	21	18	
MODELO 2		3 vigas	-	-	-	-	-	-	29	42	29
		4 vigas	-	-	-	-	-	1	30	37	32
	5 vigas	-	-	-	-	-	3	30	35	30	
	6 vigas	-	-	-	-	-	3	30	35	25	
	7 vigas	-	-	-	-	-5	13	25	34	25	
	8 vigas	-	-	-	-	-5	13	25	34	25	
	9 vigas	-	-	-	-4	4	9	25	34	25	

A.1.2 Deslocamentos verticais a ½ vão de cada viga

Tabela A.5 - DV [%] em cada viga quando a carga está aplicada a ½ vão na 1ª viga

Submodelos		POSIÇÃO DAS VIGAS								
		B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	50	32	18
	4 vigas	-	-	-	-	-	48	29	16	7
	5 vigas	-	-	-	-	-	47	29	15	7
	6 vigas	-	-	-	-	47	28	15	7	3
	7 vigas	-	-	-	-	47	28	15	7	3
	8 vigas	-	-	-	-	47	28	15	7	3
	9 vigas	-	-	-	47	28	15	7	3	1
	10 vigas	-	-	-	47	28	15	7	3	1
	11 vigas	-	-	47	28	15	7	3	1	0
MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	44	33	23
	4 vigas	-	-	-	-	-	41	29	19	12
	5 vigas	-	-	-	-	-	39	27	18	11
	6 vigas	-	-	-	-	38	26	17	10	6
	7 vigas	-	-	-	-	38	26	17	10	6
	8 vigas	-	-	-	38	26	17	10	6	3
	9 vigas	-	-	-	38	26	17	10	6	3
	10 vigas	-	-	38	26	17	10	6	3	1
	11 vigas	-	-	38	26	17	10	6	3	1
	12 vigas	-	-	38	26	17	10	6	3	1
	13 vigas	-	38	26	17	10	6	3	1	1
14 vigas	-	38	26	17	10	6	3	1	1	
15 vigas	38	26	17	10	6	3	1	1	0	
MODELO 2	3 vigas	-	-	-	-	-	-	54	31	15
	4 vigas	-	-	-	-	-	52	29	14	5
	5 vigas	-	-	-	-	-	51	29	13	5
	6 vigas	-	-	-	-	-	51	29	13	5
	7 vigas	-	-	-	-	51	29	13	5	2
	8 vigas	-	-	-	-	51	29	13	5	2
	9 vigas	-	-	-	51	29	13	5	2	0

Tabela A.6 - DV [%] em cada viga quando a carga está aplicada a $\frac{1}{2}$ vão na 2ª viga

Submodelos		POSIÇÃO DAS VIGAS									
		B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	5 vigas	-	-	-	-	-	29	29	21	13	
	6 vigas	-	-	-	-	29	29	20	12	7	
	7 vigas	-	-	-	-	29	28	20	12	7	
	8 vigas	-	-	-	-	29	28	20	12	6	
	9 vigas	-	-	-	29	28	20	12	6	3	
	10 vigas	-	-	-	29	28	20	12	6	3	
	11 vigas	-	-	29	28	20	12	6	3	1	
MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	5 vigas	-	-	-	-	-	28	25	20	15	
	6 vigas	-	-	-	-	27	25	19	14	9	
	7 vigas	-	-	-	-	27	21	19	13	9	
	8 vigas	-	-	-	27	24	18	13	9	5	
	9 vigas	-	-	-	27	24	18	13	8	5	
	10 vigas	-	-	27	24	18	13	8	5	3	
	11 vigas	-	-	27	24	18	13	8	5	3	
	12 vigas	-	-	27	24	18	13	8	5	3	
	13 vigas	-	27	24	18	13	8	5	3	2	
	14 vigas	-	27	24	18	13	8	5	3	2	
	15 vigas	27	24	18	13	8	5	3	2	1	
	MODELO 2	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		4 vigas	-	-	-	-	-	30	33	23	14
5 vigas		-	-	-	-	-	29	32	22	12	
6 vigas		-	-	-	-	-	29	31	21	11	
7 vigas		-	-	-	-	29	31	21	11	5	
8 vigas		-	-	-	-	29	31	21	11	5	
9 vigas		-	-	-	29	31	21	11	5	2	

Tabela A.7 - DV [%] em cada viga quando a carga está aplicada a ½ vão na viga B3

Submodelos		POSIÇÃO DAS VIGAS									
		B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	--	
	5 vigas	-	-	-	-	-	29	29	21	13	
	6 vigas	-	-	-	-	16	21	25	19	13	
	7 vigas	-	-	-	-	16	20	24	18	12	
	8 vigas	-	-	-	-	12	18	23	18	11	
	9 vigas	-	-	-	7	12	18	23	18	11	
	10 vigas	-	-	-	6	11	18	23	18	11	
	11 vigas	-	-	3	6	11	18	22	17	11	
	MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5 vigas		-	-	-	-	-	-	-	-	-	
6 vigas		-	-	-	-	18	19	20	18	14	
7 vigas		-	-	-	-	18	19	20	16	12	
8 vigas		-	-	-	11	13	16	18	15	12	
9 vigas		-	-	-	11	13	16	18	15	11	
10 vigas		-	-	6	9	12	15	17	15	11	
11 vigas		-	-	6	9	12	15	17	14	11	
12 vigas		-	-	6	9	12	15	17	14	11	
13 vigas		-	3	5	8	11	14	16	14	11	
14 vigas	-	3	5	8	11	14	16	14	11		
15 vigas	2	3	5	7	11	14	16	14	10		
MODELO 2	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	5 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	6 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	7 vigas	-	-	-	-	13	21	28	20	11	
	8 vigas	-	-	-	-	13	21	28	20	11	
	9 vigas	-	-	-	13	21	28	20	11	5	

Tabela A.8 - DV [%] em cada viga quando a carga está aplicada a ½ vão na viga B4

Submodelos		POSIÇÃO DAS VIGAS									
		B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	32	35	32	
	4 vigas	-	-	-	-	-	16	23	30	30	
	5 vigas	-	-	-	-	-	16	21	26	21	
	6 vigas	-	-	-	-	7	13	19	25	21	
	7 vigas	-	-	-	-	7	12	19	23	19	
	8 vigas	-	-	-	-	7	12	18	23	18	
	9 vigas	-	-	-	3	6	11	18	23	18	
	10 vigas	-	-	-	3	6	11	18	23	18	
	11 vigas	-	-	1	3	6	11	17	22	17	
	MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	33	34	33
		4 vigas	-	-	-	-	-	20	24	28	29
5 vigas		-	-	-	-	-	18	21	22	21	
6 vigas		-	-	-	-	11	14	18	20	19	
7 vigas		-	-	-	-	11	13	16	19	16	
8 vigas		-	-	-	6	9	12	15	18	16	
9 vigas		-	-	-	6	9	12	15	17	15	
10 vigas		-	-	3	5	8	11	15	17	15	
11 vigas		-	-	3	5	8	11	14	17	14	
12 vigas		-	-	3	5	8	11	14	17	14	
13 vigas		-	2	3	5	7	11	14	16	14	
14 vigas	-	2	3	5	7	11	14	16	14		
15 vigas	1	2	3	5	7	11	14	16	14		
MODELO 2	3 vigas	-	-	-	-	-	-	32	37	32	
	4 vigas	-	-	-	-	-	14	23	32	30	
	5 vigas	-	-	-	-	-	14	22	29	22	
	6 vigas	-	-	-	-	-	14	21	28	20	
	7 vigas	-	-	-	-	5	11	20	27	20	
	8 vigas	-	-	-	-	5	11	20	27	19	
	9 vigas	-	-	-	2	5	11	19	27	19	

A.1.3 Momentos fletores longitudinais a ½ vão de cada viga

Tabela A.9 - M [%] em cada viga quando a carga está aplicada a ½ vão na 1ª viga

Submodelos		POSIÇÃO DAS VIGAS									
		B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	60	16	14	
	4 vigas	-	-	-	-	-	59	24	12	5	
	5 vigas	-	-	-	-	-	58	24	11	5	
	6 vigas	-	-	-	-	58	24	11	5	2	
	7 vigas	-	-	-	-	58	24	11	5	2	
	8 vigas	-	-	-	-	58	24	11	5	2	
	9 vigas	-	-	-	58	24	11	5	2	1	
	10 vigas	-	-	-	58	24	11	5	2	1	
	11 vigas	-	-	58	24	11	5	2	1	0	
MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	55	28	17	
	4 vigas	-	-	-	-	-	53	25	14	9	
	5 vigas	-	-	-	-	-	52	24	13	8	
	6 vigas	-	-	-	-	51	23	13	7	4	
	7 vigas	-	-	-	-	51	23	13	7	4	
	8 vigas	-	-	-	51	23	13	7	4	2	
	9 vigas	-	-	-	51	23	13	7	4	2	
	10 vigas	-	-	51	23	12	7	4	2	1	
	11 vigas	-	-	51	23	12	7	4	2	1	
	12 vigas	-	-	51	23	12	7	4	2	1	
	13 vigas	-	51	23	12	7	4	2	1	0	
	14 vigas	-	51	23	12	7	4	2	1	0	
	15 vigas	51	23	12	7	4	2	1	0	0	
	MODELO 2	3 vigas	-	-	-	-	-	-	63	25	12
		4 vigas	-	-	-	-	-	62	24	10	4
5 vigas		-	-	-	-	-	62	24	10	4	
6 vigas		-	-	-	-	-	62	23	10	4	
7 vigas		-	-	-	-	62	23	10	4	1	
8 vigas		-	-	-	-	62	23	10	4	1	
9 vigas		-	-	-	62	23	10	4	1	0	

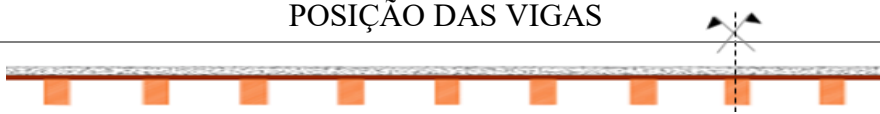
Tabela A.10 - M [%] em cada viga quando a carga está aplicada a $\frac{1}{2}$ vão na 2ª viga

Submodelos		POSIÇÃO DAS VIGAS									
		B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	5 vigas	-	-	-	-	-	24	42	18	10	
	6 vigas	-	-	-	-	24	42	18	9	5	
	7 vigas	-	-	-	-	24	42	18	9	5	
	8 vigas	-	-	-	-	24	42	17	9	5	
	9 vigas	-	-	-	24	42	17	9	5	2	
	10 vigas	-	-	-	24	42	17	9	5	2	
	11 vigas	-	-	24	42	17	9	5	2	1	
	MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5 vigas		-	-	-	-	-	28	25	20	15	
6 vigas		-	-	-	-	24	36	18	11	7	
7 vigas		-	-	-	-	24	35	18	10	6	
8 vigas		-	-	-	24	35	17	10	6	4	
9 vigas		-	-	-	24	35	17	10	6	4	
10 vigas		-	-	24	35	17	10	6	4	2	
11 vigas		-	-	24	35	17	10	6	4	2	
12 vigas		-	-	24	35	17	10	6	4	2	
13 vigas		-	24	35	17	10	6	4	2	1	
14 vigas	-	24	35	17	10	6	4	2	1		
15 vigas	34	35	17	10	6	4	2	1	1		
MODELO 2	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	23	47	19	10	
	5 vigas	-	-	-	-	-	23	47	18	8	
	6 vigas	-	-	-	-	-	23	46	17	8	
	7 vigas	-	-	-	-	23	46	17	8	4	
	8 vigas	-	-	-	-	23	46	17	8	4	
	9 vigas	-	-	-	32	36	24	8	1	-1	

Tabela A.11 - M [%] em cada viga quando a carga está aplicada a $\frac{1}{2}$ vão na viga B3

Submodelos		POSIÇÃO DAS VIGAS									
		B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	5 vigas	-	-	-	-	-	24	42	18	10	
	6 vigas	-	-	-	-	12	18	39	17	9	
	7 vigas	-	-	-	-	12	18	39	16	9	
	8 vigas	-	-	-	-	12	16	38	16	8	
	9 vigas	-	-	-	5	9	16	38	16	8	
	10 vigas	-	-	-	5	8	16	38	16	8	
	11 vigas	-	-	2	5	8	16	38	16	8	
	MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5 vigas		-	-	-	-	-	-	-	-	-	
6 vigas		-	-	-	-	14	18	32	17	11	
7 vigas		-	-	-	-	14	18	32	16	10	
8 vigas		-	-	-	8	10	16	31	15	9	
9 vigas		-	-	-	8	10	15	31	15	9	
10 vigas		-	-	4	6	9	15	30	14	9	
11 vigas		-	-	4	6	9	15	30	14	9	
12 vigas		-	-	4	6	9	15	30	14	9	
13 vigas		-	2	3	6	9	14	30	14	9	
14 vigas	-	2	4	6	9	14	30	14	8		
15 vigas	1	2	3	6	9	14	30	14	8		
MODELO 2	3 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	4 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	5 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	6 vigas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	7 vigas	-	-	-	-	10	17	44	16	8	
	8 vigas	-	-	-	-	10	17	44	16	8	
	9 vigas	-	-	-	10	17	44	16	8	5	

Tabela A.12 - M [%] em cada viga quando a carga está aplicada a $\frac{1}{2}$ vão na viga B4

		POSIÇÃO DAS VIGAS									
Submodelos											
		B-3	B-2	B-1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	
MODELO BASE	3 vigas	-	-	-	-	-	-	27	47	27	
	4 vigas	-	-	-	-	-	12	20	43	25	
	5 vigas	-	-	-	-	-	12	18	40	18	
	6 vigas	-	-	-	-	5	9	17	40	18	
	7 vigas	-	-	-	-	5	9	16	39	16	
	8 vigas	-	-	-	-	5	9	16	38	16	
	9 vigas	-	-	-	2	5	8	16	38	16	
	10 vigas	-	-	-	2	4	8	16	38	16	
	11 vigas	-	-	1	2	4	8	16	38	16	
	MODELO 1	3 vigas	-	-	-	-	-	-	33	35	33
		4 vigas	-	-	-	-	-	15	21	38	26
5 vigas		-	-	-	-	-	14	19	34	19	
6 vigas		-	-	-	-	8	11	17	33	18	
7 vigas		-	-	-	-	7	11	16	31	16	
8 vigas		-	-	-	4	6	9	15	31	16	
9 vigas		-	-	-	4	6	9	15	30	15	
10 vigas		-	-	2	4	6	9	14	30	15	
11 vigas		-	-	2	4	6	9	14	30	14	
12 vigas		-	-	2	4	6	9	14	30	14	
13 vigas		-	1	2	4	5	9	14	30	14	
14 vigas	-	1	2	4	5	9	14	30	14		
15 vigas	0	1	2	3	5	8	14	30	14		
MODELO 2	3 vigas	-	-	-	-	-	-	25	50	25	
	4 vigas	-	-	-	-	-	10	19	47	23	
	5 vigas	-	-	-	-	-	10	18	45	18	
	6 vigas	-	-	-	-	-	10	17	44	17	
	7 vigas	-	-	-	-	4	8	16	43	16	
	8 vigas	-	-	-	-	4	8	16	43	16	
	9 vigas	-	-	-	1	4	8	16	43	16	