



Pedro Manuel da Encarnação Fernandes

# ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO TRANSVERSAL DE CARGAS CONCENTRADAS EM TABULEIROS DE PONTES MISTOS MADEIRA-BETÃO

ANALYSIS OF THE TRANSVERSE DISTRIBUTION OF CONCENTRATED LOADS  
IN TIMBER-CONCRETE COMPOSITE DECKS OF BRIDGES

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas,  
orientada pelo Professor Doutor Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa e pelo Professor  
Doutor Alfredo Manuel Pereira Geraldes Dias

Coimbra, Fevereiro de 2017



UNIVERSIDADE DE COIMBRA



**FCTUC** DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Pedro Manuel da Encarnação Fernandes

# **ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO TRANSVERSAL DE CARGAS CONCENTRADAS EM TABULEIROS DE PONTES MISTOS MADEIRA-BETÃO**

## **ANALYSIS OF THE TRANSVERSE DISTRIBUTION OF CONCENTRATED LOADS IN TIMBER-CONCRETE COMPOSITE DECKS OF BRIDGES**

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas,  
orientada pelo Professor Doutor Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa e pelo Professor  
Doutor Alfredo Manuel Pereira Gerales Dias

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor.  
O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC, declina qualquer  
responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões  
que possam surgir

Coimbra, 6 de Fevereiro de 2017

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar os meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas que contribuíram para a realização deste trabalho, nomeadamente:

Aos meus orientadores, Professor Doutor Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa, pelos ensinamentos transmitidos, interesse, exigência, disponibilidade, paciência e amizade demonstrada, e ao Professor Doutor Alfredo Manuel Pereira Geraldes Dias, pelos ensinamentos de alguém com tanta experiência neste assunto e disponibilidade demonstrada.

Ao Engenheiro Miguel Carlos Pedrosa Ferreira, pelos ensinamentos, disponibilidade e interesse demonstrado na realização desta dissertação.

Aos meus pais, irmã e cunhado, pelo apoio incondicional em todas as etapas da minha vida académica e pessoal, e pela compreensão, que tornaram possível a realização deste trabalho.

À Ana Maria, pelo apoio incondicional, paciência, encorajamento em todos os momentos e por acreditar sempre em mim, o meu muito obrigado.

Finalmente, a todos os meus amigos que me apoiaram durante este o percurso académico e me ajudaram a atingir os meus objetivos, um sincero obrigado.

## RESUMO

No século XX, a utilização generalizada da madeira como material estrutural, particularmente em estruturas com maior capacidade de carga, sofreu um decréscimo acentuado, em particular no nosso país. Todavia, a sua enorme vantagem competitiva em termos de sustentabilidade, quando comparada com os outros materiais tradicionais, o desenvolvimento de soluções que melhoram o seu desempenho estrutural e permitem garantir a durabilidade, nomeadamente quando combinada com o betão armado, mas não só, têm vindo a renovar o interesse por este material. Num período em que as questões ambientais e de sustentabilidade são uma premissa a nível mundial, a madeira distingue-se por ser uma matéria-prima renovável, cujo processo de produção é mais amigo do ambiente que o dos outros materiais empregues na construção. O betão armado, por seu lado, é o material estrutural predominante na construção à escala do planeta, em virtude do seu baixo custo e elevada qualidade e durabilidade. Assim, a utilização conjunta da madeira e betão, criando estruturas mistas madeira-betão, tem como objetivo o aproveitamento das melhores propriedades de cada um destes materiais, de forma a obter uma boa solução construtiva, do ponto de vista estrutural, económico e da sustentabilidade.

Uma das aplicações nas quais este tipo de estruturas tem vindo a conseguir algum impacto no mercado é a dos tabuleiros de pontes de pequeno vão, constituindo uma alternativa muito interessante à solução mista aço betão, ou mesmo à solução dominante com vigas pré-fabricadas de betão pré-esforçado. Esta dissertação tem por objetivo o aprofundamento do conhecimento científico e técnico sobre tabuleiros mistos madeira-betão para pontes, especificamente no que respeita à distribuição transversal de cargas. Em termos práticos pretende-se responder à questão: “numa laje vigada, quando atua uma carga concentrada sobre uma dada longarina, qual a parcela da mesma que é suportada pelas restantes?” (Reis, 1987). Para tal, considera-se o caso de estudo de um tabuleiro com dimensões e tonelagem fixas, baseado na ponte mista madeira-betão de Quaios, que não tem carlingas, para o qual se desenvolvem e dimensionam três tipologias madeira-betão alternativas. O comportamento destas soluções é investigado, com o objetivo de analisar a distribuição transversal de cargas nas mesmas, recorrendo a um programa computacional de análise de estruturas por elementos finitos, o SAP2000. A análise de resultados permite determinar como varia a distribuição transversal de forças pontuais nas três tipologias e comparar os respetivos custos, de modo a chegar a conclusões de relevância prática para a conceção e projeto deste tipo de estruturas

Palavras-Chave: Tabuleiros Mistos Madeira-Betão de Pontes; Distribuição Transversal; Modelação Numérica; Elementos Finitos.



## ABSTRACT

In the twentieth century, the widespread use of timber as a structural material, particularly in structures of major importance, suffered a tremendous decline. However, its enormous competitive advantage in terms of sustainability, when compared to other traditional materials, the development of solutions that improve its structural performance and ensure durability, especially when combined with, but not limited to, reinforced concrete reintroduced the interest in this material. In an era in which environmental and sustainability issues are a constant concern worldwide, timber stands out as a renewable raw material whose production is more environmentally friendly than the other materials used in construction. Reinforced concrete, on the other hand, is the predominant structural material in construction worldwide, due to its low cost, high quality and high durability. Thus, the joint use of timber and concrete, creating mixed timber-concrete structures, aims to take advantage of the best properties of each of these two materials, in order to obtain a good solution, from the structural, economic and sustainability points of view.

One of the fields in which this type of structures has achieved some market penetration is that of short span bridges, constituting a very interesting alternative to the composite steel concrete solution, or even to the dominant solution with precast prestressed concrete beams. This dissertation aims to deepen the scientific and technical knowledge about timber-concrete composite bridge decks, specifically regarding the distribution of the loading in the bridge transverse direction. In practical terms, the problem to be solved is: "in a bridge deck, when a concentrated load acts above a given girder, what part of it is supported by the other girders?" (Reis, 1987) To this end, one considers the case study of a bridge deck with fixed dimensions and load capacity, based on that of the Quaios timber-concrete composite bridge, which has no transverse stiffener beams, for which three alternative timber-concrete typologies are developed and dimensioned. The behavior of these solutions is investigated, with the objective of analyzing their capacity of distribution of loads in the transverse direction, using a computer software for the modelling and analysis of structures, based on the finite element method, SAP2000. The analysis of the numerical results allows to determine how the transverse distribution of point forces in the three typologies varies and to compare the cost of the three typologies, in order to reach conclusions of practical relevance for the design and design of this type of structures.

**Keywords:** Timber-Concrete composite decks of bridges; Transverse Distribution; Numerical Modeling; Finite Elements.

## ÍNDICE

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>i</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>ii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>iii</b>
<b>ÍNDICE</b> .....	<b>iv</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. Enquadramento e motivação.....	1
1.2. Objetivos e metodologia de estudo.....	3
1.3. Organização da dissertação.....	3
<b>2. ESTADO DA ARTE</b> .....	<b>4</b>
2.1. Introdução .....	4
2.2. Pontes mistas madeira-betão.....	5
2.2.1. Materiais e componentes .....	5
2.2.2. Campo de aplicabilidade e viabilidade.....	11
2.2.3. Sustentabilidade.....	12
2.3. Distribuição transversal de cargas concentradas.....	12
2.4. Projeto de pontes mistas madeira-betão.....	13
2.4.1. Sistema estrutural .....	14
2.4.2. Análise e modelação estrutural.....	14
<b>3. MODELOS NUMÉRICOS</b> .....	<b>16</b>
3.1. Validação do modelo .....	16
3.1.1. Viga mista: comparação das soluções analítica e numérica .....	16
3.1.2. Modelo numérico do tabuleiro de ponte real.....	20
3.2. Tipologias desenvolvidas e respetivos modelos .....	22
3.2.1. Introdução.....	22
<b>4. METODOLOGIA DE DIMENSIONAMENTO</b> .....	<b>31</b>
4.1. Enquadramento regulamentar e normativo.....	31
4.2. Propriedades dos materiais estruturais.....	31
4.3. Ações e combinação de ações.....	32
4.3.1. Ações .....	32
4.3.1.1. Ações Permanentes .....	33
4.3.1.2. Ações Variáveis .....	33
4.3.2. Combinação de ações .....	37
4.4. Procedimento de cálculo .....	38
4.4.1. Método Proposto no Anexo B da EN 1995 .....	39

---

4.4.1.1.	Determinação das tensões pelo método do Anexo B da EN 1995 .....	40
4.5.	Verificações .....	43
4.5.1.	Verificação dos Estados Limites Últimos (ELU) .....	44
4.5.1.1.	Verificação das tensões resultantes na secção mista madeira-betão.....	45
4.5.2.	Verificação dos Estados Limites de Utilização (ELS) .....	48
4.5.2.1.	Deformações .....	48
<b>5.</b>	<b>DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO DAS TIPOLOGIAS .....</b>	<b>50</b>
5.1.	Introdução .....	50
5.2.	Dimensionamento da Tipologia 1 .....	53
5.3.	Dimensionamento da Tipologia 2 .....	60
5.4.	Dimensionamento da Tipologia 3 .....	65
<b>6.</b>	<b>ANÁLISE DE RESULTADOS.....</b>	<b>71</b>
6.1.	Distribuição transversal de cargas .....	71
6.1.1.	Distribuição transversal da Tipologia 1 .....	72
6.1.2.	Distribuição transversal da Tipologia 2 .....	75
6.1.3.	Distribuição transversal da Tipologia 3 .....	78
6.1.4.	Comparação de resultados .....	81
6.1.5.	Análise das reações de apoio .....	83
6.2.	Comparação de custos.....	87
6.3.	Comparação de tensões.....	88
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>91</b>
7.1.	Conclusões .....	91
7.2.	Trabalhos futuros .....	92
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>94</b>

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. Enquadramento e motivação

Na história da construção, a madeira tem especial relevo, tendo sido um dos primeiros materiais utilizados. A sua elevada utilização justificava-se pela abundância desta matéria-prima, baixo custo, facilidade de manuseamento e o seu vasto campo de aplicabilidade.

Porém, a partir, dos finais do século XIX, com o crescimento da produção de aço e, sobretudo, com o aparecimento do cimento Portland, surge o betão armado, cuja aplicação se tornou generalizada, nomeadamente em obras de arte, em virtude do seu baixo custo e da sua capacidade de resposta aos desafios estruturais da engenharia civil. No nosso país, o advento do betão armado marcou o declínio da utilização da madeira como material estrutural. No entanto, este continua a ser um material preferencial em muitos pontos do globo, como, por exemplo, os EUA, para a habitação familiar e infraestruturas ligeiras.

No período entre a Primeira e Segunda Guerras Mundiais, devido à escassez de aço, surgiram as primeiras estruturas mistas madeira-betão, em que se procurou substituir o aço pela madeira (Monteiro, 2015; Yeoh et al, 2011). No que concerne à aplicação deste sistema misto madeira-betão ao tabuleiro das pontes, a sua utilização começou nos anos 1930 nos EUA tendo-se estendido nos anos 1950 à Nova Zelândia. Contudo, a sua aplicação não despertou grande interesse na generalidade dos países, acabando até por cair em desuso. Porém, na última década do século passado, este tipo de solução estrutural para o tabuleiro das pontes começou a despertar o interesse dos europeus, nomeadamente nos Países Nórdicos, Suíça, Alemanha e Áustria, mas também no continente americano, principalmente no Brasil e EUA (Rodrigues et al, 2013).

O renascimento do interesse pelas estruturas mistas madeira-betão deve-se principalmente:

- Ao seu amplo e variado campo de aplicabilidade, nomeadamente em pontes, na reabilitação de pisos de madeira de edifícios e na construção de novos edifícios;
- A questões ambientais, sendo a madeira um material natural, renovável e transformável à custa de um baixo consumo de energia, e a sua utilização ecológica (Branco,2003);
- Ao seu fácil manuseamento e velocidade de execução, bem como o baixo custo de execução, mesmo em locais de difícil acesso e poucos recursos;

- Ao desenvolvimento de novos tipos de ligações madeira-betão, que permitem uma maior eficiência e resistência à fadiga da ligação, bem como, ao maior rigor colocado no dimensionamento e na pormenorização destas estruturas.

As estruturas mistas madeira-betão são constituídas por uma laje de betão armado, colocada sobre vigas de madeira, sendo o seu funcionamento conjunto materializado por um sistema de ligação adequado. Este sistema estrutural misto tem como finalidade: (i) tirar partido das melhores características mecânicas de cada material, (ii) reduzir custos (Dias et al, 2013) e (iii) adjudicar benefícios ambientais.

Num período em que a importância da sustentabilidade tem vindo a ser reconhecida, a engenharia civil deve pautar-se pela capacidade de adaptação aos novos pressupostos do mundo global. Por outro lado, a irrefutável crise com que o setor da construção se depara em Portugal, agrava a competitividade, e leva à busca do desenvolvimento de soluções mais económicas. Assim, as estruturas mistas madeira-betão têm vindo a despertar gradualmente o interesse da comunidade científica, empreiteiros e donos de obra.

A falta de conhecimento científico, técnico e a quase ausência de regulamentação nacional para este tipo de estruturas, motivam, por vezes, a sua não utilização. De facto, quando aplicadas são, em geral, sobredimensionadas, o que as torna pouco competitivas. De ressaltar, também, que a maioria dos projetistas ainda não foi sensibilizado para os benefícios da utilização das estruturas mistas, o que dificulta a sua dinamização.

Pretende-se com esta dissertação obter resultados que permitam avaliar o comportamento das pontes mistas madeira-betão, e, se possível, melhorar a sua conceção e dimensionamento, recorrendo a programas de análise estrutural.

Uma vez que a avaliação do comportamento deste tipo de estruturas no sentido transversal, nomeadamente a distribuição transversal de cargas, não tem merecido muita atenção por parte dos investigadores, pensou-se que seria um tópico a merecer aprofundamento: de facto, uma distribuição adequada é fundamental porque o funcionamento conjunto dos vários elementos longitudinais, por exemplo quando um deles está sujeito a uma carga pontual, permite reduzir o custo da estrutura e melhora a sua durabilidade porque reduz o gradiente de deformações.

## 1.2. Objetivos e metodologia de estudo

De acordo com o exposto no ponto anterior, é de grande interesse aprofundar o conhecimento sobre a distribuição ou repartição transversal de cargas pelas longarinas de madeira do tabuleiro misto madeira-betão, quando este é sujeito a cargas pontuais, de modo a otimizar a solução projetada e a melhorar o seu comportamento.

É neste contexto que se elabora esta dissertação, cujos objetivos são:

- Ilustrar a utilização de um programa computacional de elementos finitos para a análise e dimensionamento de tabuleiros mistos madeira-betão, e comparar com o procedimento simplificado na EN 1995-1-1 (CEN,2004);
- Dimensionar tabuleiros com três tipologias distintas, com vista à comparação de resultados entre as mesmas, nomeadamente no que diz respeito à distribuição transversal de cargas e aos custos de construção;
- Estudar o comportamento de tabuleiros de pontes, no que respeita a reações de apoio, deslocamentos verticais a meio vão, e momentos fletores longitudinais, aquando da aplicação de cargas concentradas.

A fim de alcançar os objetivos referidos, foi efetuada uma revisão bibliográfica adequada ao tema. Para a modelação do tabuleiro, com vista à obtenção de resultados que permitam dar resposta aos objetivos definidos, recorreu-se ao programa SAP2000 de modelação e análise por elementos finitos.

## 1.3. Organização da dissertação

A presente dissertação está organizada em sete capítulos. No Capítulo 1, é feita uma breve introdução ao tema desenvolvido, são apresentados os objetivos da dissertação e a forma como a mesma está organizada. No Capítulo 2, apresenta-se o estado da arte do tema em estudo. No Capítulo 3, é feita e justificada a modelação das três tipologias estudadas, após a validação numérica do modelo. No Capítulo 4 é explicada a metodologia de dimensionamento. No Capítulo 5 é efetuado o dimensionamento das três tipologias de ponte. No Capítulo 6 é realizada uma análise de resultados, relativamente à distribuição transversal de cargas, aos custos. No Capítulo 7 são apresentadas de forma abreviada as principais conclusões do estudo, bem como, sugestões para trabalhos futuros.

## 2. ESTADO DA ARTE

### 2.1. Introdução

As pontes<sup>1</sup> são obras de arte, que têm como função a transposição de obstáculos, naturais ou não, por parte de diversos tipos de vias de comunicação, em condições de segurança e conforto.

O tabuleiro misto madeira-betão das pontes é formado por uma laje de betão armado disposta sobre vigas de madeira orientadas longitudinalmente, ou seja, na direção do vão, sendo a ligação entre estas duas componentes materializada por ligadores, frequentemente metálicos.

Este tipo de estrutura mista tira partido das principais propriedades dos materiais que a constituem. Combina a elevada capacidade resistente do betão à compressão com a elevada capacidade resistente da madeira à tração, tendo em conta a sua reduzida densidade, (Dias et al, 2011). Neste sentido, na direção longitudinal, a laje de betão armado tem como finalidade resistir essencialmente aos esforços de compressão e as vigas de madeira aos de tração.

A eficiência ou desempenho estrutural das estruturas mistas madeira-betão aumenta com o nível de ação compósita, ou seja, com o funcionamento conjunto dos materiais. Nesta perspetiva, o sistema de ligação desempenha um papel fundamental, pois é este que vai garantir a conexão capaz de transmitir os esforços entre a madeira e o betão (Moraes, 2007), particularmente o corte. Por se tratar de uma estrutura constituída por três materiais com propriedades distintas, o modo de funcionamento do sistema de ligação não é trivial (Soriano e Mascia, 2009).

As investigações no âmbito das estruturas mistas madeira-betão têm vindo a aumentar, em virtude do seu elevado potencial de utilização. As características que mais se destacam destas estruturas são: (i) a sustentabilidade, (ii) a economia, (iii) a fácil e rápida exequibilidade e (iv) as boas propriedades mecânicas dos materiais (Ceccotti, 2002; Jorge, 2005; Yeoh et al, 2011). Contudo, a sua implementação tem sido dificultada pela falta de informação por parte de entidades públicas e outros potenciais donos de obra, arquitetos, engenheiros e construtores.

---

<sup>1</sup> Ponte é o termo utilizado para referir uma estrutura que transpõe uma linha de água, já o termo viaduto é empregue para referir uma estrutura que permite o atravessamento de vias rodoviárias, ferroviárias ou zonas de terreno. Nesta dissertação não será feita distinção entre pontes e viadutos, sendo ambos designados por pontes (Rodrigues, 2014).



Este tipo de estruturas tem um vasto campo de aplicabilidade, nomeadamente em tabuleiros de pontes e pavimentos de edifícios novos ou reabilitados. Os seus benefícios transcendem o bom desempenho estrutural, permitindo também preservar as características arquitetónicas, quando utilizadas na reabilitação de pisos de prédios históricos (Soriano e Mascia, 2009; Yeoh et al, 2011; Monteiro, 2015).

## 2.2. Pontes mistas madeira-betão

### 2.2.1. Materiais e componentes

#### Madeira

A madeira é um material produzido a partir do tecido formado pelas plantas lenhosas. É um material orgânico, sólido e de composição complexa. Apresenta propriedades físicas e mecânicas diferentes, consoante a orientação espacial das fibras, como se ilustra na Figura 2.1. (Branco, 2003). Esta é uma das principais diferenças relativamente a outros materiais utilizados em estruturas, como o betão e o aço (Monteiro, 2008).

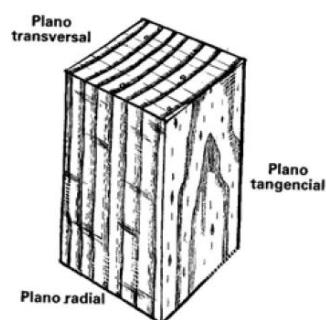


Figura 2.1 – Planos fundamentais (Fonte: Branco, 2003).

O conhecimento das propriedades físicas e mecânicas da madeira é fundamental para a sua correta aplicação. Segundo diversos autores, estas propriedades são condicionadas principalmente: (i) pela origem da madeira, (ii) pela sua densidade, (iii) pela eventual existência de nós, (iv) pela sua suscetibilidade a efeitos ambientais, nomeadamente à temperatura e humidade relativa do ar, (v) pelo teor de água e (vi) pela duração do carregamento (Soriano e Mascia, 2009; Bessa e Costa, 2013). Estas variáveis são classificadas segundo categorias, de modo a limitar a variação das suas características dentro da mesma categoria (Branco, 2003).

Em elementos submetidos simultaneamente a esforços de corte e flexão, desenvolvem-se tensões de corte transversais e longitudinais, as últimas usualmente designadas de tensões de escorregamento (Dias da Silva, 2004), podendo a rotura ocorrer por este fenómeno. Por sua vez, em tração a curva tensão-extensão é linear até se atingir a rotura, normalmente frágil (Branco, 2003).

De acordo com Moraes (2007), as principais vantagens da utilização de madeira são: (i) a sua capacidade de resistir tanto a esforços de tração como de compressão – os tabuleiros mistos madeira-betão, segundo Rodrigues (2014), constituem sistemas estruturais de elevada eficiência, uma vez que, tendencialmente, os materiais estão sujeitos ao tipo de tensões a que melhor resistem, ou seja, a madeira está predominantemente solicitada a tensões de tração e o betão a tensões de compressão, (ii) a sua baixa densidade, em comparação com os materiais estruturais de utilização mais comum – segundo Ceccotti (1995), este sistema misto para tabuleiros de pontes permite obter estruturas mais leves e com maior nível de eficiência, uma vez que a madeira apresenta em bom rácio resistência/peso, que se traduz numa diminuição dos esforços devido às cargas permanentes, (iii) a fácil trabalhabilidade, (iv) o bom isolamento térmico e acústico, que não tem obviamente qualquer relevância no caso dos tabuleiros de pontes, (v) a diversidade de padrões na sua forma natural e (vi) a sua natureza renovável, ambientalmente muito benéfica.

A utilização da madeira é muitas vezes condicionada pela gama de seções comerciais, pelo diâmetro e comprimento das árvores disponíveis ou pela heterogeneidade das suas propriedades físicas e mecânicas. A madeira lamelada colada permite fazer face a muitas destas condicionantes, proporcionando secções transversais maiores que as comumente encontradas na madeira serrada, e tem melhor capacidade de adaptação às mais variadas formas das estruturas. Este tipo de madeira é conseguido através de uma cuidadosa seleção de lâminas de madeira, previamente secas e submetidas a um processo de tratamento, possibilitando a certificação da qualidade e garantindo a durabilidade do material (Soriano e Mascia, 2009).

A durabilidade da madeira, quando convenientemente aplicada, protegida e conservada, é demonstrada pelas inúmeras estruturas com centenas de anos, que alcançaram os nossos dias praticamente intactas (Branco, 2003). Porém, para as madeiras de uso corrente, para além da importância inquestionável dos pormenores construtivos adequados, por exemplo, para proteger e impedir o contacto com a água, pode ser necessário recorrer a tratamentos de preservação específicos de modo a garantir a durabilidade requerida.

## **Betão**

A utilização da laje de betão armado neste sistema estrutural misto tem como finalidades: (i) proporcionar uma elevada resistência ao impacto e desgaste da parte do tabuleiro que está mais próxima do rodado dos veículos, (ii) assegurar a distribuição transversal e longitudinal de cargas entre os vários elementos de madeira, sendo este aspeto muito relevante no dimensionamento de pontes com elevadas forças concentradas ( Dias et al, 2011) e (iii) proteger os elementos de madeira da água da chuva e do sol.

Em estruturas de pontes mistas é recomendada a utilização de um betão de alta resistência, pois este assegura um melhor desempenho da ligação (Fragiacomo e Yeoh, 2010), permite reduzir a espessura da laje e aumenta a durabilidade da estrutura, pois tem uma maior resistência a condições ambientais mais agressivas (Soriano e Mascia, 2009). Segundo o estudo efetuado por Monteiro (2008), é possível obter-se um ganho de rigidez da ligação de cerca de 54,6% quando se substitui um betão de Classe de Resistência C12/15 por um C30/37; porém, este aumento é de apenas 2.0 % quando se substitui um C30/37 por um C50/60.

No sentido de reduzir as deformações da estrutura, é também importante usar um betão de baixa retração. Segundo Yeoh et al. (2011) um betão normal apresenta, após um ano, uma deformação 20% maior do que um betão de baixa retração. A retração do betão provoca uma curvatura positiva na estrutura mista causando um aumento as deformações e do momento fletor nas componentes de madeira e betão, em virtude da diminuição do esforço axial em valor absoluto em cada uma das duas componentes (Jorge, 2005). Segundo Lukaszewska et al. (2006) este problema pode ser eliminado utilizando uma laje pré-fabricada.

A utilização de betão com agregados leves, embora permita diminuir o peso da laje de betão, leva a alguma perda de rigidez e resistência da ligação, podendo mesmo verificar-se esmagamento local na zona de contato com o ligador (Monteiro, 2008).

## **Sistema de ligação**

O sistema de ligação madeira-betão, neste tipo de estruturas mistas, é de extrema importância, pois a eficiência estrutural é altamente dependente da rigidez da ligação. Este sistema é concebido através da aplicação de ligadores colocados ao longo das vigas, na interface entre a madeira e o betão. Os ligadores têm como finalidade garantir a transferência de esforços entre as duas componentes do tabuleiro, de forma a poderem ser aproveitadas as melhores propriedades mecânicas de cada, ou seja, o betão à compressão e a madeira à tração (Soriano e

Mascia, 2009). O estudo de Moraes (2007) concluiu que a presença do sistema de ligação reduz em cerca de 40% o valor das flechas, em relação aos sistemas sem ligação.

Em virtude das diferentes propriedades dos materiais envolvidos na ligação, existe grande dificuldade de prever o mecanismo de funcionamento exato do sistema de ligação. A escolha do sistema de ligação a ser empregue está associada às várias exigências de projeto, tais como: (i) o carregamento, (ii) a rigidez desejada para a estrutura e (iii) os custos e exequibilidade da ligação. Assim, as várias ligações agrupam-se em dois tipos, flexíveis e rígidas. (Soriano e Mascia, 2009).

A ligação rígida impede o deslizamento entre os materiais, no sentido em que a estrutura se comporta monoliticamente, como se fosse constituída por um único material. Neste grupo, encontram-se as ligações coladas, que apresentam um comportamento de rotura frágil (Moraes, 2007). Por sua vez, as ligações flexíveis ou semirrígidas permitem a ocorrência de um pequeno escorregamento entre os materiais (Moraes, 2007), como se ilustra na Figura 2.2. A rigidez pontual da ligação é definida pelo módulo de escorregamento ( $K$ ), que é a razão entre o esforço de corte na ligação e a sua deformação.

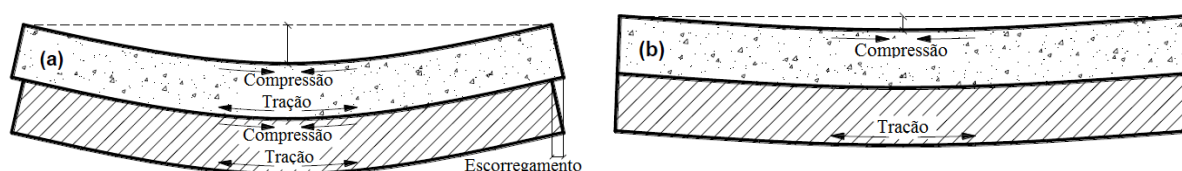


Figura 2.2 – Viga mistas madeira betão: (a) composição semirrígida; (b) composição rígida.

No sentido de obter informação mais precisa sobre os sistemas de ligação, têm-se realizado várias investigações com objetivo de quantificar o módulo de escorregamento da ligação. Os resultados experimentalmente obtidos, ressaltam uma série de variáveis, às quais o modo de escorregamento está inerentemente ligado: o módulo de elasticidade, a resistência da madeira e do betão, o teor de humidade da madeira, a temperatura, a geometria do ligador e as propriedades do mesmo. Para finalizar, é de salientar que a rigidez da ligação também está dependente da disposição do ligador: enquanto que os ligadores dispostos perpendicularmente à interface estão predominantemente sujeitos a flexão, os ligadores oblíquos são maioritariamente solicitados axialmente (Soriano e Mascia, 2009).

As ligações podem ser classificadas em relação à sua rigidez ou módulo de escorregamento. A Figura 2.3 representa a relação entre o esforço de corte e o escorregamento para diferentes categorias de sistemas de ligação.

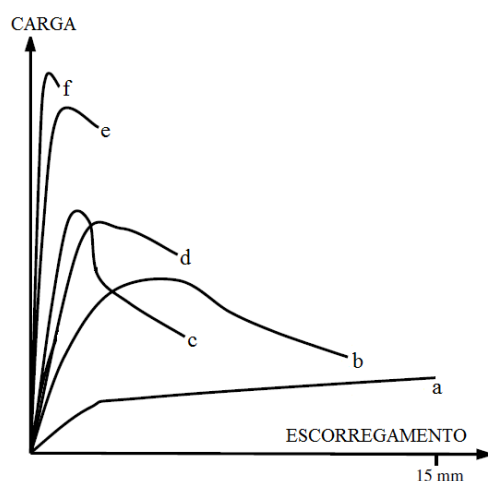


Figura 2.3 – Comparação das diferentes categorias de sistemas de ligação (Fonte: Yeoh,2011).

As curvas representadas na Figura 2.3 resumem os tipos de ligações usadas para unir a madeira e o betão. As ligações representadas pelas curvas (a), (b), (c), (d), (e) são consideradas semirrígidas, sendo a ligação (a) a mais flexível. Por sua vez, a curva (f) diz respeito a uma ligação rígida (Ceccotti, 2004). Note-se que, a separação entre as classes rígida e semirrígida depende de um critério numérico, definido, por exemplo, por um valor de fronteira para a rigidez: neste caso, as curvas (e) e (f), embora muito semelhantes, apenas uma satisfaz esse critério. As ligações podem ser efetuadas recorrendo a ligadores metálicos, a entalhes na madeira ou combinando estas duas possibilidades. As curvas anteriores correspondem aos seguintes tipos de ligação: (a) – ligação do tipo cavilha; (b) – chapas metálicas; (c) – entalhe; (d) – entalhe curto com cavilha; (e) – entalhe longo com cavilha e (f) – ligação colada (Yeoh et al, 2011).

No que respeita à ligação colada, Soriano e Mascia (2009) referem que a mesma é materializada recorrendo ao uso de resina epóxi. Contudo, o seu comportamento de rotura frágil, bem como a elevada complexidade de execução e o rigoroso controlo de qualidade, fazem com que este tipo de ligação ainda seja pouco empregue. De notar que o colapso das estruturas com este tipo de ligação está maioritariamente ligado à falha do sistema de ligação.

No que concerne às ligações flexíveis, Rodrigues (2014) faz uma abordagem aos vários tipos de ligação existentes. Devido à dimensão estabelecida para o presente documento é impossível descrever os vários tipos de ligação existentes. Neste sentido, abordam-se apenas os sistemas

de ligação utilizados nos modelos desenvolvidos no Capítulo 3, os quais se representam esquematicamente na Figura 2.4, resumindo o Quadro 2.1 as suas propriedades mecânicas.

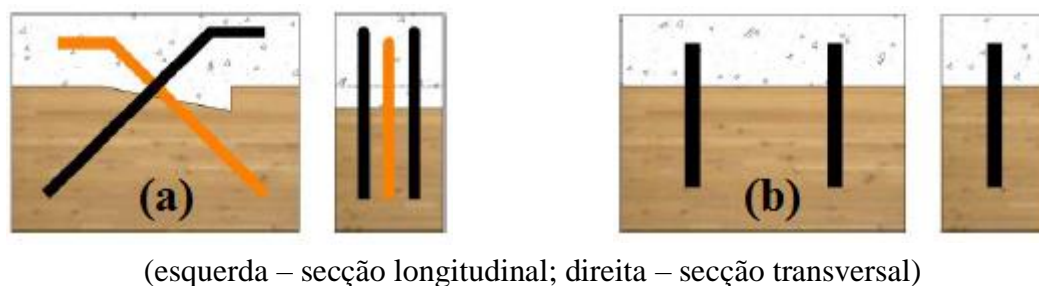


Figura 2.4 – Representação esquemática dos sistemas de ligação: (a) -varões de aço em “X” + entalhes; (b) – cavilhas (Adaptado: Rodrigues, (2014)).

Quadro 2.1 – Propriedades mecânicas dos sistemas de ligação (Adaptado: Rodrigues. (2014)).

Sistema de ligação	Módulo de escorregamento (K) [kN/mm]	Capacidade última ( $F_u$ ) [kN]	Deformação última ( $\delta_u$ ) [mm]	Tipo de rotura
Cavilhas, $\Phi$ 25 mm	38	97	<8	dúctil
Varões de aço em “X”, $\Phi$ 20 mm + entalhes	2 190	914	<6	dúctil

O sistema de ligação do tipo cavilha tem sido estudado por diversos autores, destacando-se o estudo desenvolvido por Molina (2008) na Universidade de São Paulo, Brasil, que investigou a utilização de cavilhas (varões de aço) colocadas em furos previamente efetuados na madeira e aplicados na direção perpendicular às fibras da mesma.

O estudo efetuado por Tommola et al. (1999), sobre ligações com varões de aço em “X” mais entalhes na madeira, demonstra que este tipo de ligação tem excelentes propriedades mecânicas. Os entalhes na madeira, posteriormente preenchidos com o betão da laje possibilitam a transmissão eficaz de esforços de corte (Monteiro, 2008). De notar que os parâmetros mais relevantes neste tipo de ligação são o comprimento do entalhe, a presença dos varões de aço e a sua profundidade de penetração na madeira (Fragiacomo e Yeoh, 2010).

### 2.2.2. Campo de aplicabilidade e viabilidade

A viabilidade e aplicabilidade são fatores de importância elevada para determinado sistema estrutural ser, ou não, utilizado com frequência. As pontes mistas madeira-betão são uma técnica viável, uma vez que apresentam uma série de características que agradam a um vasto leque de donos de obra e intervenientes no projeto e execução de estruturas. Destas premissas destaca-se: (i) a sustentabilidade, (ii) os custos competitivos, (iii) a rápida e fácil executabilidade, (iv) a durabilidade, (v) as boas propriedades mecânicas e (vi) o agradável efeito estético da madeira (Rodrigues et al, 2013; Soriano e Mascia, 2009).

Este sistema estrutural apresenta algumas vantagens em relação a outros, nomeadamente, a estruturas só de madeira e a estruturas só de betão armado. Entre as vantagens deste sistema, relativamente ao de uma solução só de madeira, evidencia-se a maior rigidez transversal (Monteiro, 2008), a melhor distribuição transversal e longitudinal de cargas (Dias et al, 2013), maior resistência e estabilidade a efeitos sísmicos, melhor desempenho ao fogo, melhores propriedades acústicas e de vibrações, maior durabilidade – uma vez que o tabuleiro de betão protege a madeira de intempéries e diminui o desgaste superficial por abrasão (Fortie et al, 2015). Por outro lado, quando comparadas com estruturas só de betão armado, apresentam, uma redução do peso próprio da estrutura do qual resultam elementos de fundação mais simples – segundo Ceccotti (2002), as estruturas mistas madeira-betão são mais eficientes do que as estruturas só de betão em termos de capacidade carga por unidade de peso próprio. Em geral, dispensam o uso de escoras para cofragem e, por norma, têm um tempo de execução mais rápido, principalmente em situações em que se utilizam painéis pré-fabricados (Soriano e Mascia, 2009). Gutkowki et al (2000) refere o benefício da opção por sistemas mistos madeira-betão, no que concerne ao desperdício de material, em detrimento da utilização só de betão armado, uma vez que cerca de 40 a 60% da altura da laje de betão armado não é efetiva, devido à existência de fissuração do betão nas zonas tracionadas. É esta a razão pela qual a solução mais eficaz para pontes de pequeno vão, usa vigas de betão pré-esforçadas e, usualmente, pré-fabricadas.

Os recentes desenvolvimentos neste tipo de estruturas mistas madeira-betão têm como foco a utilização de tabuleiros pré-fabricados, com vista a tornar esta solução de execução mais rápida, com menor custo e um maior controlo de qualidade, vantagens estas que são mais difíceis de assegurar na construção *in situ* (Soriano e Mascia, 2009).



### **2.2.3. Sustentabilidade**

A sustentabilidade do desenvolvimento e as consequências mais nefastas deste, têm vindo a ser debatidas ao longo das últimas décadas, tendo esta questão merecido uma atenção especial por parte das várias organizações mundiais (Rodrigues, 2014).

A necessidade de políticas de sustentabilidade levou a que em 1987, com a publicação do relatório “*Our Common Future*” (Brundtland, 1987) da Comissão Mundial para o Ambiente e Desenvolvimento, começassem a ser debatidas políticas de “desenvolvimento sustentável”. Este conceito tem como pressupostos fundamentais a sustentabilidade ambiental, económica e social (United Nations, 2002). O setor da construção assume neste contexto um papel de relevo, visto que esta é a atividade humana com maior impacto sobre o meio ambiente. Nesta perspetiva, surge a necessidade de conceber e construir dentro dos padrões do desenvolvimento sustentável (Rodrigues, 2014).

A “construção sustentável” visa a aplicação de pressupostos como a utilização de matérias-primas renováveis, a diminuição de desperdícios na construção, a redução de resíduos em todas as fases do processo de construção, etc. A madeira, devido à sua natureza renovável, ao baixo consumo energético necessário para a transformar (Monteiro, 2008), enquadra-se dentro destas premissas e, deste modo, pode-se afirmar que também em relação à sustentabilidade, o sistema misto madeira-betão é uma solução viável (Rodrigues, 2014; Soriano e Mascia, 2009).

### **2.3. Distribuição transversal de cargas concentradas**

A distribuição transversal de cargas em estruturas mistas madeira-betão é um assunto ainda pouco investigado pela comunidade científica. Em particular, não se sabe se as tipologias, dimensões e materiais utilizados permitem obter uma distribuição satisfatória.

A falta de conhecimento sobre este tema, também se reflete na quase ausência de regulamentação que trate este assunto de forma adequada (Yeoh et al., 2011). De igual modo, surge uma conceção desajustada aos princípios de uma boa solução de engenharia, nomeadamente, custos maiores e menor otimização dos materiais (Yeoh et al., 2011). A ausência de uma análise da distribuição lateral de cargas implica um sobredimensionamento de cada viga, no sentido em que o dimensionamento é efetuado para que cada viga de madeira resista por si só, à totalidade da carga aplicada sobre esta (Dias et al, 2013).

A rigidez transversal conferida pela laje de betão armado, é a responsável pela distribuição transversal de cargas (Moraes, 2007) pelas várias vigas, em virtude da reduzida deformabilidade transversal associada às cargas concentradas, o que confere a este sistema uma aptidão especial para os tabuleiros de pontes (Ceccotti, 2002).

O estudo da distribuição de cargas concentradas tem como objetivo perceber qual a percentagem de carga que é recebida pela viga onde ela é diretamente aplicada e qual a que é distribuída pelas vigas adjacentes. Esta distribuição de carga é possibilitada pela existência da laje de betão armado (Monteiro, 2015), e é influenciada por vários parâmetros: (i) a espessura da laje de betão armado, (ii) as condições de apoio, (iii) as propriedades mecânicas e físicas de cada material, (iv) o vão da estrutura, (v) o posicionamento da carga e (vi) o tipo de carregamento (Monteiro, 2015), sendo o último, segundo Monteiro, um dos mais influentes.

## 2.4. Projeto de pontes mistas madeira-betão

No que respeita ao projeto de pontes mistas madeira-betão, destacam-se duas tipologias base que se distinguem pela forma da secção transversal. Uma das tipologias é o “tabuleiro viga-T”, que é uma laje vigada sem carlingas, e a outra é o “tabuleiro viga-laje, como ilustradas na Figura 2.5.

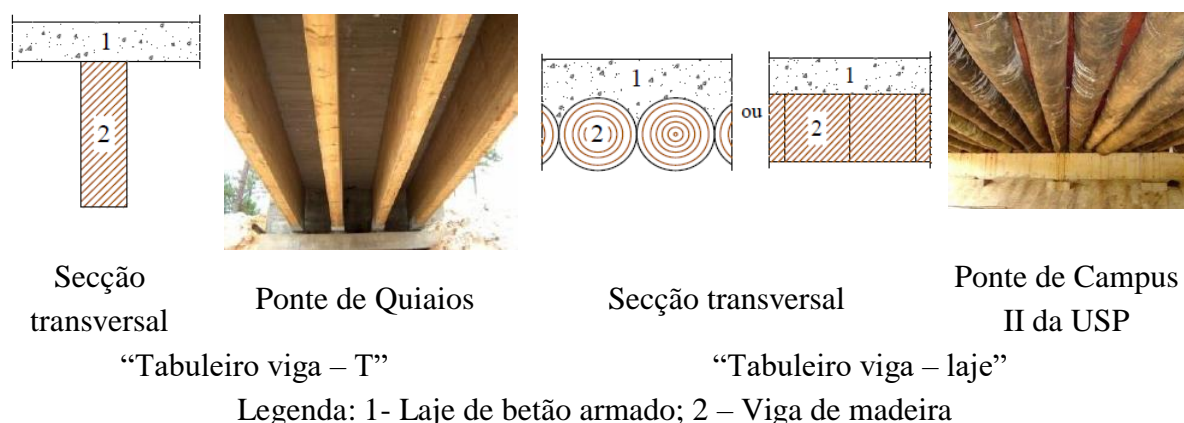


Figura 2.5 – Tipologias de tabuleiros mistos madeira betão (Adaptado: Rodrigues, 2014).

### **2.4.1. Sistema estrutural**

A escolha do sistema estrutural está dependente das várias condicionantes do projeto. Neste caso, este é constituído por uma laje de betão armado ligada a vigas de madeira por meio de ligações discretas. Neste tipo de estruturas, os elementos de madeira podem também desempenhar o papel de cofragem para a posterior colocação do betão da laje (Rodrigues et al., 2013; Soriano e Mascia, 2009).

Tendo em vista o melhor desempenho estrutural da ponte, existem algumas considerações que devem ser satisfeitas: (i) na direção longitudinal, o eixo neutro deve estar localizado próximo da interface madeira-betão, para que, as propriedades mecânicas de cada material sejam aproveitadas ao máximo, com o betão puramente comprimido, logo não fendilhado, e a madeira sujeita a esforços de tração, (ii) o sistema de ligação deve ser eficaz o suficiente para permitir a transferência de esforços e (iii) as vigas de madeira devem ser fortes o suficiente para poderem resistir de forma eficiente ao esforços de flexão, tração e corte induzidos pelas cargas aplicadas na estrutura (Yeoh et al, 2011).

Como referido anteriormente, podem-se definir dois tipos principais de tabuleiros de pontes. Nos “tabuleiros viga-T”, por norma, é utilizada madeira lamelada colada, que permite diversas combinações para a secção transversal, nomeadamente, ao nível de altura e largura da viga de madeira, podendo estas ser limitadas por questão de transporte, manuseamento ou outras condicionantes do local de ereção. Esta tipologia é indicada para vãos de 10 a 30 m (Rodrigues et al., 2013; Rodrigues, 2014).

A tipologia “tabuleiros viga-laje”, utiliza madeira maciça geralmente de secção transversal circular, tendo como vantagem a facto desta estar praticamente no seu estado natural, correspondendo a reduzidos níveis de industrialização. Contudo, esta solução só abrange vãos até 10 m (Rodrigues, 2014).

### **2.4.2. Análise e modelação estrutural**

A modelação de estruturas mistas apresenta um elevado grau de complexidade inerente aos vários materiais que a compõem, nomeadamente na modelação do mecanismo de transmissão de esforços entre os materiais (Moraes, 2007). A modelação estrutural permite considerar: (i) o sistema estrutural, (ii) as características dos materiais, (iii) a geometria das secções transversais e (iv) as ações. A modelação e a análise foram efetuadas com um programa comercial de modelação e análise por elementos finitos, o SAP2000, em que foram considerados elementos

lineares, elementos laminares e elementos link. Alternativamente, o Anexo B da Parte 1 da EN 1995 define uma metodologia simplificada para determinar a rigidez efetiva da viga mista madeira-betão e posteriormente calcular a tensão normal longitudinal na estrutura, bem como o esforço nos ligadores (Jorge, 2005).

As estruturas mistas madeira-betão devem ter em conta dois fenómenos principais: (i) a ação compósita e (ii) as propriedades dos materiais e componentes dependentes do tempo. Para analisar o primeiro fenómeno, foram propostas duas abordagens: (i) o método elástico linear (Ceccotti, 2002; Yeoh et al., 2011), que se baseia no pressuposto de que todos os materiais integrantes da estrutura permanecem no intervalo elástico linear, até à rotura da viga de madeira e (ii) o método elasto-plástico (Frangi e Fontana, 2003; Yeoh et al., 2011), que deve ser utilizado nos casos em que a rotura do sistema estrutural ocorre depois da plastificação do ligador.

A análise elástica linear é indicada para estruturas em que a ligação é considerada semirrígida, por exemplo, ligações de entalhes na madeira, com um ligador metálico e posteriormente preenchidas com betão. Por sua vez, a análise elasto-plástica deve ser empregue em estruturas constituídas por ligadores de baixa rigidez e ductilidade elevada. De referir, para finalizar, que a solução elástica linear é amplamente utilizada na conceção deste tipo de estruturas mistas (Yeoh et al, 2011). Foi este o tipo de análise considerada nos capítulos de aplicação.

A modelação computacional por elementos finitos tem como finalidade a simulação deste tipo de estruturas. As propriedades dos materiais de cada componente modelado são definidos recorrendo a documentação técnica com as características elásticas, bem como a valores obtidos experimentalmente (Dias et al., 2013). A modelação de pontes por elementos finitos pode ser considerada com sucesso neste tipo de estruturas (Dias et al., 2011). De ressaltar, que a correta modelação da ligação apresenta o maior desafio nas estruturas mistas (Soriano e Mascia, 2009).

### 3. MODELOS NUMÉRICOS

#### 3.1. Validação do modelo

O estudo baseou-se num modelo numérico, estabelecido num programa de análise estrutural, o SAP2000, no qual se representaram os vários elementos estruturais dos tabuleiros das pontes mistas madeira-betão. Assim, utilizou-se o elemento *frame* para modelar as vigas de madeira, o elemento *shell* (casca) para modelar a laje de betão armado e o elemento *link* para modelar tanto o contacto vertical, como os ligadores entre as vigas de madeira e a laje de betão armado. De referir que, foi considerado um comportamento elástico linear e, por vezes rígido, para todos estes elementos, e um comportamento isotrópico para as vigas de madeira, uma vez que estas são predominantemente sujeitas a esforço segundo a direção longitudinal das fibras (Monteiro 2015), e para a laje de betão armado. Estes elementos finitos utilizados são definidos de forma mais detalhada na secção 3.2.1.

##### 3.1.1. Viga mista: comparação das soluções analítica e numérica

Com o objetivo de validar o modelo numérico de elementos finitos e, em particular, a sua implementação no programa de análise estrutural SAP2000, criou-se um modelo mais simples de um problema com uma viga mista madeira-betão, para o qual existe solução analítica, que pode ser comparada com a numérica.

O problema referido foi estabelecido e estudado por Rodrigues (2008) e Andrade (2008), sendo que, o primeiro pretendia aplicar a teoria analítica desenvolvida na sua dissertação a um exemplo prático. A Figura 3.1 representa a geometria e o carregamento da viga mista analisada por este autor, apresentando-se as propriedades dos materiais e as características mecânicas da secção no Quadro 3.1. A ligação entre a viga de madeira e a laje de betão é contínua, representando, por exemplo, uma chapa cravada na viga e embebida na laje.

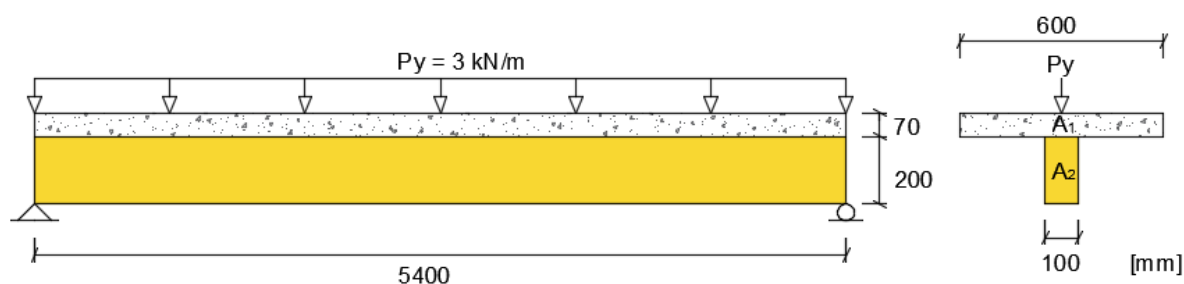


Figura 3.1- Características geométricas da viga mista e carregamento.

Quadro 3.1- Características dos materiais e da ligação.

Betão			Madeira			Ligação (cavilhas)
A <sub>1</sub> (mm <sup>2</sup> )	I <sub>1</sub> (mm <sup>4</sup> )	E <sub>1</sub> (MPa)	A <sub>2</sub> (mm <sup>2</sup> )	I <sub>2</sub> (mm <sup>4</sup> )	E <sub>2</sub> (MPa)	K (N/mm/mm)
42 000	17,15x10 <sup>6</sup>	30x10 <sup>3</sup>	20 000	66,67x10 <sup>6</sup>	13,9x10 <sup>3</sup>	152

O modelo numérico desenvolvido para esta viga mista e implementado no SAP2000, cuja geometria se representa na Figura 3.2, só difere do problema original na ligação. Com efeito, para a ligação, foram consideradas cavilhas discretas com uma rigidez individual dada pela rigidez distribuída do problema original, multiplicada pela distância entre cavilhas, de valor 100 mm (ver Quadro 3.2), proporcionando uma rigidez equivalente. Foi efetuado o estudo de convergência, até chegar à malha final, em que a dimensão dos elementos finitos é de 100 mm e o erro relativo do momento fletor, por comparação com a malha de 200 mm, é inferior a 0.001.

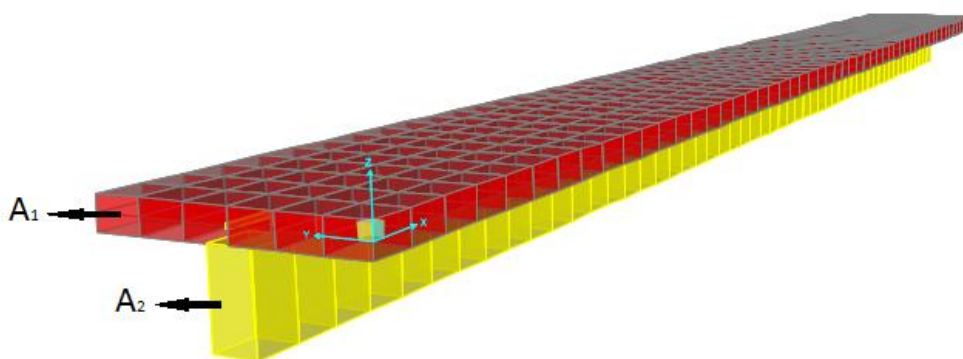


Figura 3.2 – Geometria do modelo numérico para a viga mista desenvolvido no SAP2000.

Quadro 3.2 – Características dos materiais e da ligação.

Betão			Madeira			Ligação (cavilhas)	
$A_1$ (mm <sup>2</sup> )	$I_1$ (mm <sup>4</sup> )	$E_1$ (MPa)	$A_2$ (mm <sup>2</sup> )	$I_2$ (mm <sup>4</sup> )	$E_2$ (MPa)	K (N/mm)	s (mm)
42 000	1715x10 <sup>7</sup>	30x10 <sup>3</sup>	20 000	6,667x10 <sup>7</sup>	13,9x10 <sup>3</sup>	15 200	100

Para validar o modelo numérico, compararam-se com a solução analítica os seus resultados relativos às seguintes variáveis, definidas ao longo do eixo longitudinal da viga mista:

- (i) deslocamento vertical (V);
- (ii) rotação ( $\Phi$ );
- (iii) escorregamento (deslocamento axial relativo) na interface madeira-betão ( $\delta$ ).

As expressões analíticas relativas às variáveis supracitadas podem ser encontradas em Rodrigues (2008).

As Figuras 3.3 a 3.5 apresentam a solução analítica e os resultados numéricos, e o Quadro 3.3 reúne os valores das variáveis consideradas e os erros relativos.

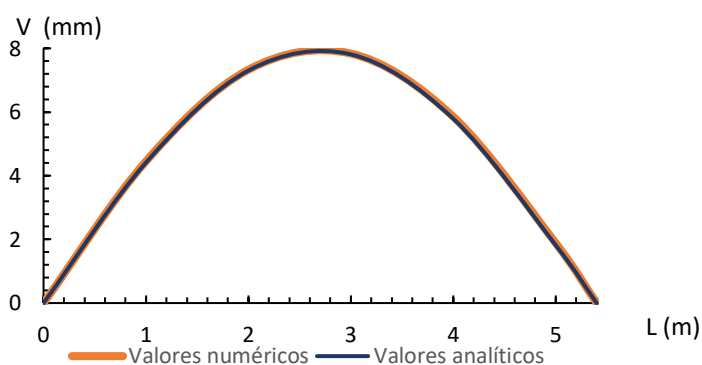


Figura 3.3 – Deslocamento vertical



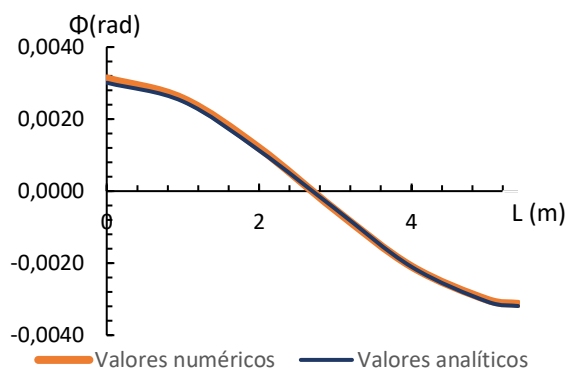


Figura 3.4 - Rotação

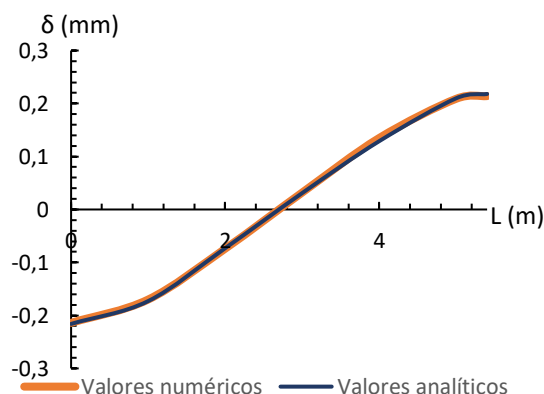


Figura 3.5 – Escorregamento na interface

Quadro 3.3 – Valores dos parâmetros e erros relativos

x [m]	Deslocamento Vertical			Rotação			Escorregamento		
	Num. [mm]	Analí. [mm]	Erro [%]	Num. [rad]	Analí. [rad]	Erro [%]	Num. [mm]	Analí. [mm]	Erro [%]
0	0,00	0,00	0,00	0,0031	0,0030	3,22	-0,214	-0,216	0,92
1	4,45	4,41	0,90	0,0026	0,0025	3,84	-0,170	-0,173	1,73
2	7,33	7,30	0,40	0,0012	0,0012	0,00	-0,074	-0,073	1,35
3	7,84	7,81	0,38	-0,0005	-0,0005	0,00	0,032	0,031	3,12
4	5,85	5,79	0,99	-0,0020	-0,0021	4,76	0,135	0,129	4,44
5	1,89	1,84	2,64	-0,0030	-0,0031	3,22	0,209	0,210	0,47
5.4	0,00	0,00	0,00	-0,0031	-0,0032	3,12	0,214	0,218	1,83

A análise dos resultados das Figuras 3.3 a 3.5 e do Quadro 3.3, permite concluir que o erro dos resultados numéricos é muito pequeno, e perfeitamente admissível, validando a utilização deste modelo, ou similar, para representar este tipo de problemas com vigas mistas madeira-betão. No presente caso, o tabuleiro da ponte é constituído por um sistema de vigas deste tipo ligadas transversalmente: embora o comportamento de uma estrutura laminar seja intrinsecamente distinto do de uma viga, como se mostrará, pelo menos o comportamento de flexão longitudinal fica coberto por esta validação, cujo objetivo era o de identificar erros significativos.

### 3.1.2. Modelo numérico do tabuleiro de ponte real

Na secção anterior, procedeu-se à validação do modelo numérico para vigas mistas. Para demonstrar a viabilidade deste tipo de modelação para a análise de tabuleiros mistos madeira-betão, nesta secção considera-se a ponte de Quiaios, que foi sujeita a ensaios de carga experimentais, com cargas concentradas aplicadas nos pontos representados na Figura 3.6, sendo o valor das cargas listado no Quadro 3.4. Os valores do deslocamento vertical medido experimentalmente foram comparados com os determinados no modelo numérico da estrutura que se desenvolveu e implementou no SAP2000.

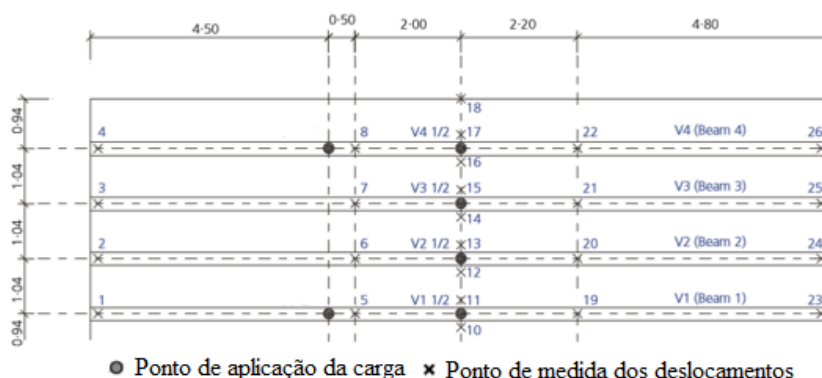


Figura 3.6 – Pontos de aplicação da carga e pontos de medida dos deslocamentos na ponte.

Quadro 3.4 – Pontos de aplicação da carga e valores das cargas.

Posição transversal da carga	Ponto longitudinal da carga	Carga [kN]
V1 1/2	Meio vão	40,2
V2 1/2	Meio vão	44,3
V3 1/2	Meio vão	46,9
V4 1/2	Meio vão	57,2

Os dados utilizados para o desenvolvimento do modelo numérico para a análise da presente estrutura, Figura 3.7, são apresentados no artigo *Timber-Concrete practical application – bridge case study* (Dias et al, 2011) em particular, a geometria da ponte, Figura 3.8, e as propriedades mecânicas, Quadro 3.5. Foi também de grande importância para a elaboração de um modelo que reproduzisse a estrutura real, tão fidedignamente quanto possível, a informação facultada diretamente pelos próprios autores do referido artigo.

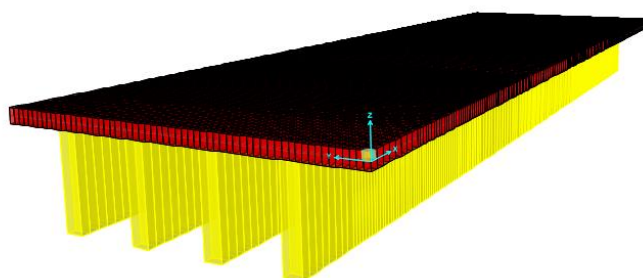


Figura 3.7 – Representação do modelo numérico.

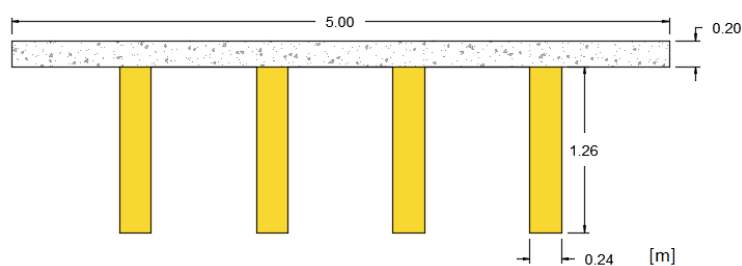


Figura 3.8 – Secção transversal da ponte de Quiaios.

Quadro 3.5 – Propriedades dos materiais constituintes da ponte.

<b>Betão</b>	<b>Madeira</b>	<b>Ligação</b>
$E_{\text{betão}}$ (GPa)	$E_{\text{madeira}}$ (GPa)	K (kN/mm)
33	12.6	200

O Quadro 3.6 reúne os valores dos deslocamentos determinados experimentalmente, e retirados do artigo supracitado, e os determinados na análise numérica por elementos finitos, apresentando, ainda, o correspondente erro relativo  $(d_{\text{exp}} - d_{\text{num}}) / d_{\text{exp}}$ .

Quadro 3.6 – Valores dos deslocamentos.

Posição da Carga	Carga (kN)	Experimentais (mm)	Numéricos (mm)	Erro relativo (%)
V1 1/2	40.2	1.064	1.295	-21,7
V2 1/2	44.3	0.678	0.616	9,1
V3 1/2	46.9	0.710	0.652	8,1
V4 1/2	57.2	1.410	1.842	-30,6

As diferenças entre os valores experimentais e os valores numéricos podem assentar em dois aspetos fundamentais: (i) o modelo numérico utilizado foi desenvolvido com base nos dados anteriormente identificados e tenta representar da forma mais fidedigna possível a estrutura real; este é, porém, um modelo linear e a análise numérica também é linear, (ii) os valores das propriedades dos materiais e da ligação assumidos no modelo podem apresentar um erro significativo, relativamente aos dos materiais efetivamente usados na estrutura real (Dias et al, 2011). Relativamente ao aspeto (i), é de referir que, não se tentou de forma alguma calibrar as propriedades do modelo, de modo a melhor aproximar os resultados reais e, por outro lado, que não é seguro que resultados mais precisos pudessem ser atingidos com um modelo não linear, dado o relativo nível de incerteza associado às propriedades dos materiais e à modelação do comportamento da ligação e, sobretudo, ao facto de os resultados experimentais se basearem num único caso. Por sua vez, no que concerne ao ponto (ii), é de salientar que os valores utilizados, conforme se refere na publicação citada, não foram confirmados através de ensaios experimentais, isto é, são valores de projeto.

De acordo com o exposto anteriormente, e dado as diferenças relativamente pequenas entre os valores experimentais e numéricos, é possível afirmar que o modelo numérico desenvolvido para analisar as pontes mistas madeira-betão está validado.

## **3.2. Tipologias desenvolvidas e respetivos modelos**

### **3.2.1. Introdução**

Na presente secção, são apresentadas três tipologias alternativas para o caso de estudo de uma ponte mista madeira-betão passível de ser construída, bem como os respetivos modelos numéricos. Estas tipologias baseiam-se numa estrutura existente, a ponte de Quiaios, embora se tenha considerado o agravamento das condições de utilização daquela estrutura, de modo a permitir avaliar a distribuição transversal de forças. Os modelos para estas tipologias foram desenvolvidos e analisados no programa SAP2000, cujo núcleo de análise tem por base o método de elementos finitos por deslocamentos. Como já referido anteriormente os três modelos utilizam elementos finitos *shell*, *frame* e *link*.

Os elementos *frame* são utilizados para modelar elementos estruturais, com uma das dimensões muito superior às outras e o eixo segundo esta dimensão reto, tais como vigas ou pilares. Este tipo de elementos utiliza, em geral, uma formulação tridimensional que considera os efeitos de flexão biaxial, torção, deformação axial e deformação de corte biaxial (Monteiro, 2015). São

definidos por um segmento reto e apresentam apenas dois nós, um em cada extremidade, com seis graus de liberdade por nó. Na presente dissertação, estes elementos representam peças lineares prismáticas e homogêneas, com propriedades mecânicas e geométricas constantes ao longo do seu comprimento.

O elemento *shell* é utilizado para modelar elementos estruturais com uma dimensão muito menor que as outras, como superfícies “espessas” de configuração espacial plana, como lajes, ou tridimensional, representando tanto o seu comportamento de placa ou membrana. A formulação utilizada foi a do elemento quadrangular de quatro nós, baseado na teoria de Kirchhoff, com seis graus de liberdade por nó, que são as translações e rotações também consideradas no elemento *frame*. No presente documento os elementos *shell* são peças com configuração espacial tridimensional, estando a sua superfície situada no plano médio da laje de betão armado, e apresentando espessura e propriedades mecânicas constantes.

Os elementos *frame* definem uma malha em cada viga de madeira e os elementos *shell* uma malha na laje de betão. Estas malhas são independentes, com a segunda sobreposta verticalmente às primeiras, mas separada das mesmas. Todavia, a dimensão dos elementos destas malhas na direção longitudinal do tabuleiro é igual, de modo que na vertical de cada nó da viga, que liga dois elementos *frame*, se encontra um nó da laje, que liga quatro elementos *shell*.

Os elementos *link* são utilizados, como o nome indica, para ligar entre si malhas de elementos finitos, ou melhor, alguns dos graus de liberdade dos respetivos nós, de forma a constituir uma malha única. No caso dos presentes modelos, a cada nó das malhas das vigas está também ligado um elemento *link*, que estabelece a ligação com o nó verticalmente correspondente da malha da laje, como ilustrado da Figura 3.9. Em resultado da compatibilização dos deslocamentos dos nós das duas malhas, os campos de esforços nos elementos destas malhas também se alteram, mas satisfazendo sempre o equilíbrio do conjunto formado pelas vigas e laje: por exemplo, em cada par de nós ligado por um *link*, a força vertical exercida sobre a laje é igual e oposta à exercida sobre a viga. Por isso se diz que estes elementos transmitem esforços entre a laje de betão armado e as vigas de madeira.

Cada elemento *link* apresenta seis graus de liberdade relativos, três translações e três rotações, em que (i) as translações estão associadas à deformação segundo o eixo dos  $zz$ , ou seja, a distância entre os nós, e à deformação de corte nos planos verticais longitudinal e transversal, ou seja, neste caso, deslocamento relativo na direção horizontal e (ii) as rotações representam a rotação em torno dos eixos horizontais longitudinal e transversal e de torção em torno do eixo vertical, sendo o referencial representado na Figura 3.9.

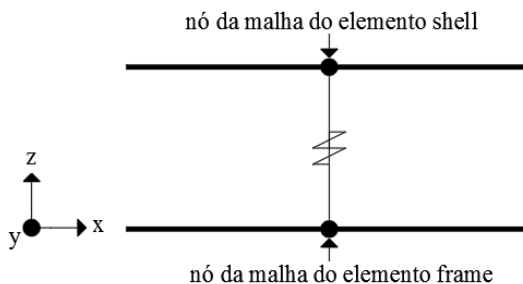


Figura 3.9 – Elemento *link* entre a malha de elementos *frame* e a malha de elementos *shell*.

Depois de analisadas várias hipóteses e efetuados vários ajustes nas dimensões, disposição e propriedades dos elementos *link*, chegou-se ao modelo o mais simples possível que não compromete a qualidade da simulação deste tipo de estruturas mistas, o qual foi apresentado na secção 3.1.2. de validação do modelo. Neste modelo, nas posições onde há conectores, os elementos *link* têm as seguintes características: (i) a rigidez de corte no plano vertical longitudinal ( $xz$ ), que representa o escorregamento longitudinal entre cada viga de madeira e a laje de betão armado, e que se designa rigidez de referência dos conectores, toma o valor de  $K_{ser}$ , para estados limites de serviço e  $K_u$  para estados limites últimos – note-se que neste elemento é definida a posição da interface entre a laje e as vigas, que é onde ocorre a deformação de corte; (ii) a rigidez de deformação vertical ( $zz$ ) é igual à de referência multiplicada por 1000, (iii) a rigidez de corte no plano vertical transversal ( $yz$ ) é igual à de referência dividida por 10, (iv) a rigidez de torção ( $zz$ ) é infinita e (v) a rigidez de flexão nos planos verticais ( $xz$  e  $yz$ ) é nula. Nos restantes nós da malha da laje e vigas, ou seja, nas posições onde não há conectores, os elementos *link* têm rigidez vertical ( $zz$ ) infinita e as cinco rigidezes restantes são nulas. De notar que foram efetuadas várias modificações destes parâmetros até se chegar a estas disposições finais. A Figura 3.10 representa esquematicamente os elementos *link*.

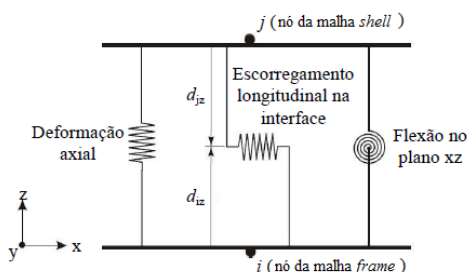


Figura 3.10 – Representação de três das seis molas do elemento *link* (Fonte: CSI,2011).

De seguida, são apresentados os três modelos correspondentes às três tipologias consideradas. De notar que, os modelos numéricos foram desenvolvidos com o intuito de quantificar a influência que parâmetros, como a altura da laje de betão, os números de vigas, entre outros, têm no comportamento das lajes mistas madeira-betão, e, mais particularmente, na distribuição transversal de cargas e no custo da estrutura. Nessa perspetiva, as três tipologias desenvolvidas, diferem tanto na altura de laje de betão armado como no número de vigas. A quantificação precisa dos fatores relevantes e sua importância necessitam, inevitavelmente, de um estudo paramétrico incompatível com o tempo disponível para uma dissertação de mestrado: nessa perspetiva, este será mais um estudo piloto, cujos resultados poderão orientar a delimitação de um projeto mais ambicioso em objetivos, meios e tempo.

A ponte mista madeira-betão de Quiaios, que serviu de referência, tem um vão de 15 m e uma largura de 5 m, nas tipologias desenvolvidas considerou-se o mesmo valor do vão da ponte de Quiaios e uma largura de 6 m. Foram usados sempre os mesmos materiais. A madeira é de Classe de Resistência GL28h e tem um módulo de elasticidade de 12.6 GPa. O betão é de Classe de Resistência C30/37 e tem módulo de elasticidade de 33 GPa. O aço da armadura da laje é de Classe A500. O dimensionamento das três tipologias desenvolvidas é apresentado no Capítulo 5 Dimensionamento das tipologias.

### Tipologia 1 e respetivo modelo de elementos finitos

A tipologia 1 representa o sistema do tipo “viga T” com quatro vigas de madeira, cuja geometria transversal se representa na Figura 3.11. Para os conectores vigas-T foi empregue um sistema de varões de aço A500 em “X” (colocados em orifícios pré-furados e preenchidos com uma resina epóxi) mais entalhes na madeira, como se ilustra na Figura 3.12, com módulo de escorregamento ( $K_{ser}$ ) de 2 190 000 kN/m – este valor foi obtido experimentalmente por Tommola et al. (1999) para conectores com geometria e propriedades mecânicas do aço similares.

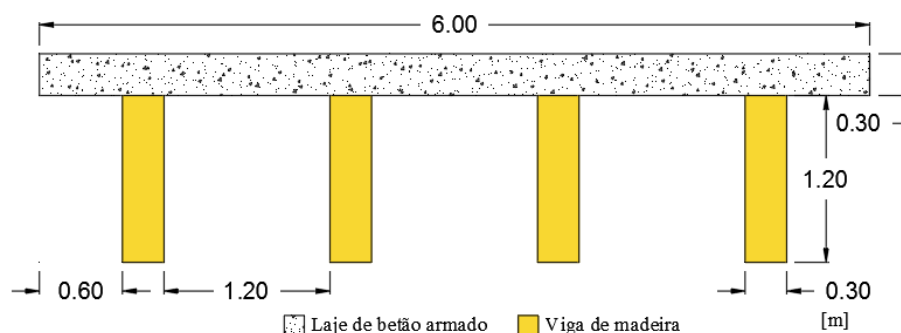


Figura 3.11 – Geometria transversal da Tipologia 1.



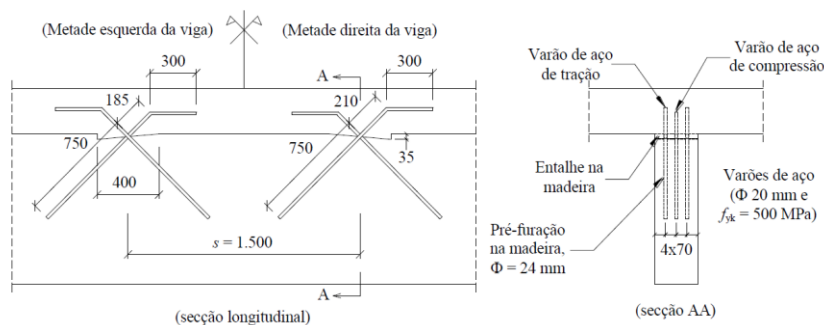


Figura 3.12 – Sistema de ligação da Tipologia 1 (Fonte: Rodrigues,2014).

O espaçamento entre ligadores foi definido com base no sistema de ligação utilizado na Ponte de Quiaios, onde foi definido um espaçamento mínimo  $s_{min} = 0.6$  m para o quarto de vão próximo da extremidade do tabuleiro e um espaçamento máximo  $s_{max} = 1.5$  m para o restante comprimento do tabuleiro, como mostra a Figura 3.13, o que conduziu à solução representada na Figura 3.14.

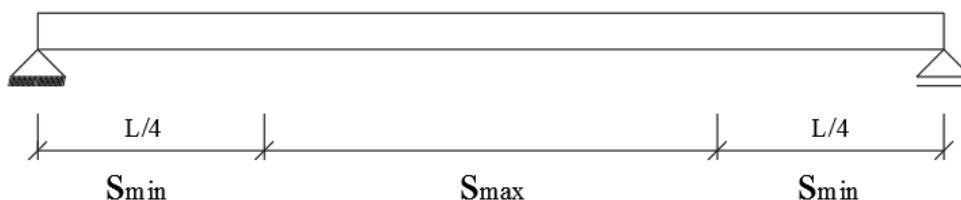


Figura 3.13 – Localização dos espaçamentos mínimos e máximos longitudinalmente.

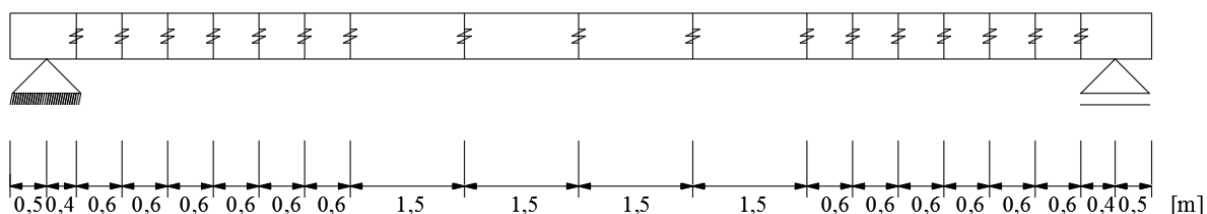


Figura 3.14 – Localização longitudinal dos conectores.

No que respeita aos apoios, as vigas apresentam oito apoios, ou seja, quatro em cada extremidade do tabuleiro – um em cada extremidade de cada viga. Uma das extremidades do tabuleiro apresenta um apoio triplo, símbolo 3 na Figura 3.15, que restringe as translações horizontal (na direção transversal e longitudinal do tabuleiro) e vertical, um apoio duplo, símbolo 2, restringindo a translação horizontal longitudinal e a vertical, e os restantes dois

apoios são simples, símbolo 1, restringindo apenas a translação vertical. Na extremidade oposta, os quatro apoios são também simples, como representa a Figura 3.15. Note-se que se restringiu o número de apoios no plano horizontal a três, de modo a impedir os movimentos de corpo rígido, mas sem introduzir esforços hiperestáticos. Na prática, o apoio duplo poderia ter sido colocado na outra extremidade do tabuleiro, mas nesse caso, com o deslocamento transversal restringido, o que permitiria um melhor comportamento relativamente às ações horizontais transversais em virtude do maior braço. Poderá também ser necessária a utilização de apoios duplos ou triplos numa das extremidades das quatro vigas, ou mesmo um diafragma em cada uma das extremidades apoiadas do tabuleiro para precaver a instabilização rotacional das vigas (Reis, 1987).

A Figura 3.15 representa esquematicamente a geometria da malha de elementos finitos da Tipologia/Modelo 1 (apenas os elementos *frame* e *shell*).

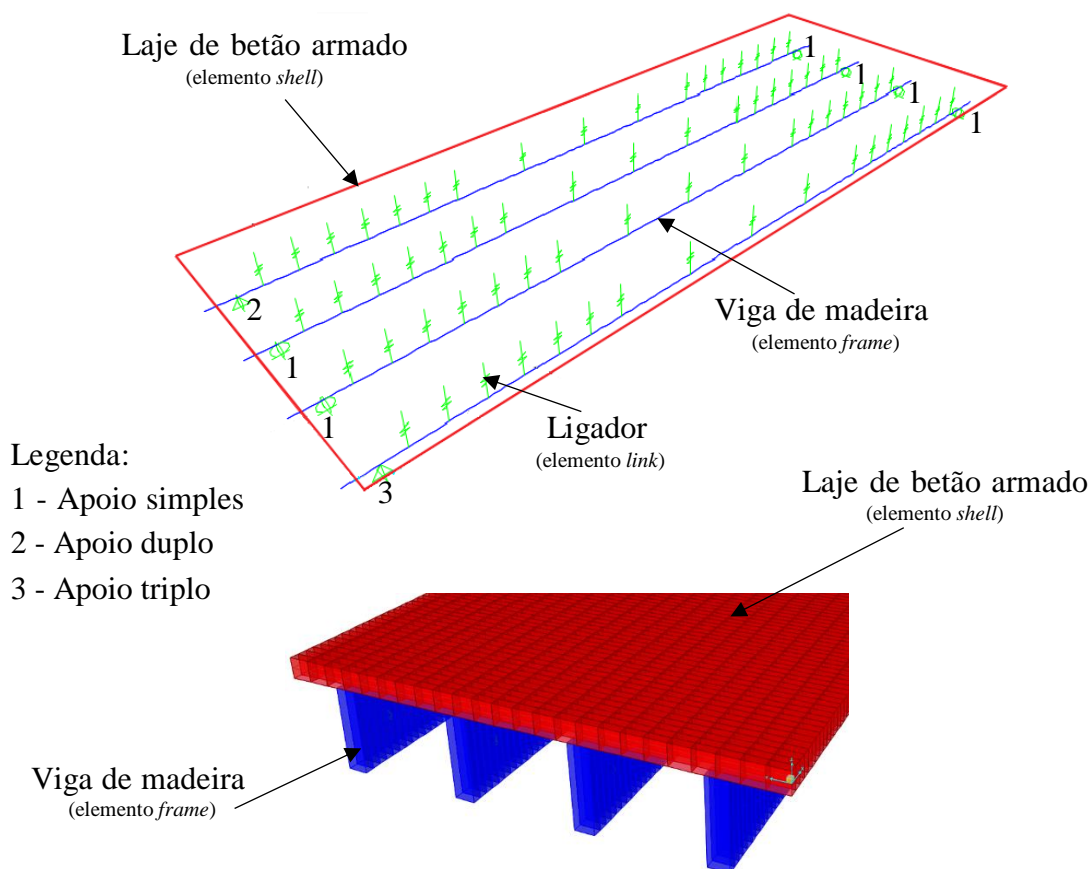


Figura 3.15 – Representação esquemática do Modelo 1.

### Tipologia 2 e respetivo modelo de elementos finitos

A Tipologia 2 é similar à 1, incluindo as características dos materiais e dos ligadores, no entanto, tem oito vigas em vez de quatro. Por uma questão de simplicidade, manteve-se o número de ligadores por viga e os afastamentos máximos e mínimos (Figura 3.14), embora o número de vigas tenha duplicado. A geometria transversal é a representada na Figura 3.16, devendo-se notar que a altura das vigas e a espessura da laje são diferentes das da Tipologia 1.

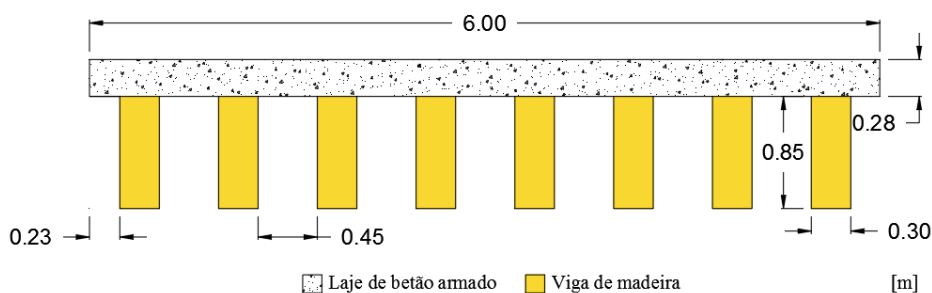


Figura 3.16 – Geometria transversal da Tipologia 2.

O tipo dos apoios é semelhante ao utilizado na Tipologia 1 (ver Figura 3.17). Esta figura representa esquematicamente a geometria da malha de elementos finitos.

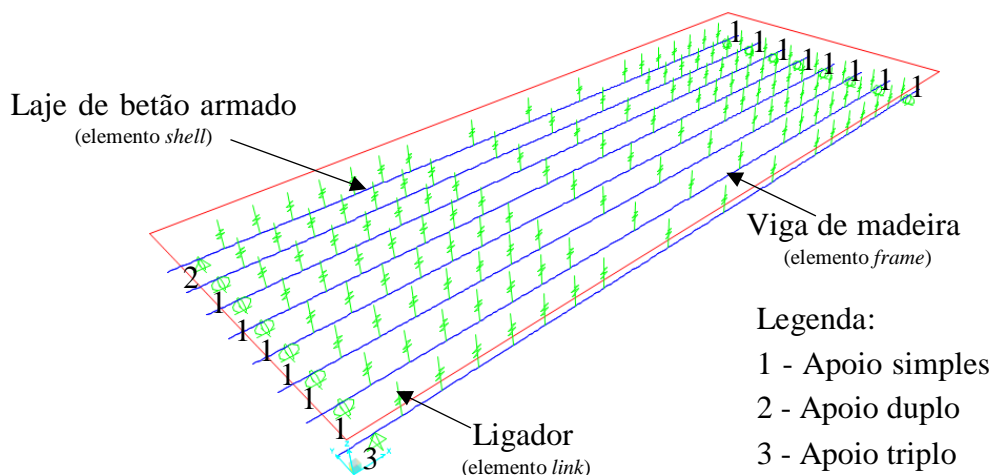


Figura 3.17 – Representação esquemática do Modelo 2.

### Tipologia 3 e respetivo modelo de elementos finitos

A Tipologia 3 corresponde ao sistema do tipo “viga-laje” para tabuleiros de pontes mistas madeira-betão, sendo formado por vinte vigas de madeira com a geometria transversal representada na Figura 3.18. De referir que, este tipo de sistema “viga-laje” é comumente utilizado com troncos de madeira, uma vez que estes têm um custo muito inferior ao da madeira lamelada colada. Contudo, este tipo de solução só é plausível de ser empregue em vãos até 10 m, o que não acontece no presente caso de estudo, em que o vão é de 15 m. A solução “viga-laje” com madeira lamelada colada é utilizada para pontes com vão superior a 10 m ou que tenham, por exemplo, limitações à espessura total do tabuleiro. Foi utilizado um sistema de ligação do tipo cavilha  $\Phi$  25 mm em aço A500, com a geometria esquematizada na Figura 3.19, com módulo de escorregamento ( $K_{ser}$ ) de 38 000 kN/m – este valor foi obtido experimentalmente por Weaver et. al, (2004).

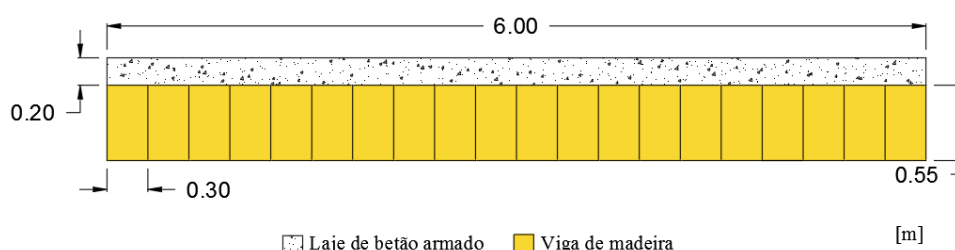


Figura 3.18 – Geometria transversal da Tipologia 3.

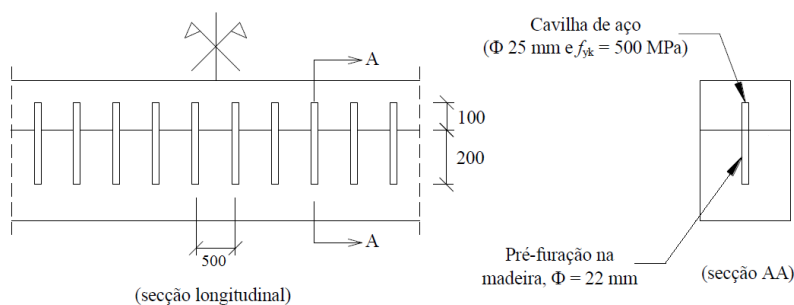


Figura 3.19 – Sistema de ligação da Tipologia 3.

O espaçamento entre ligadores foi definido de acordo com a EN 1995, sendo que nesta norma é definido um espaçamento mínimo entre ligadores deste tipo de  $5\Phi$ . Neste modelo, foi definido um  $s_{min} = 0.2$  m para o quarto de vão próximo da extremidade do tabuleiro e um  $s_{max} = 0.5$  m

para o restante comprimento do tabuleiro, como mostra a Figura 3.13, o que conduziu à solução representada na Figura 3.20.

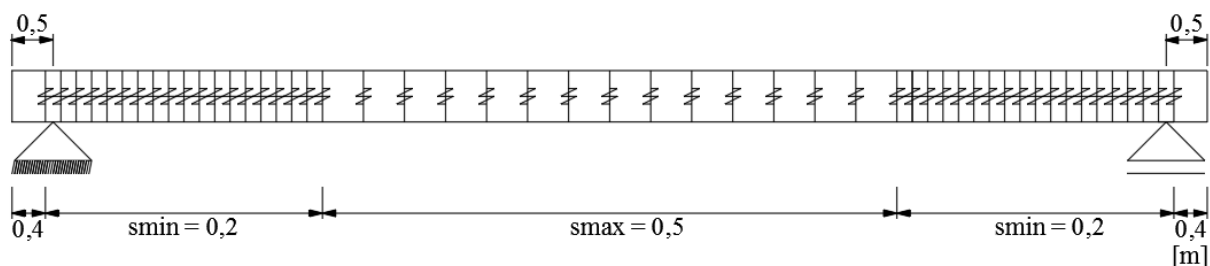


Figura 3.20 – Tipologia 3: localização longitudinal dos conectores.

O esquema de apoio é similar ao das outras tipologias, ver Figura 3.21, a qual, por uma questão de simplicidade de visualização, só ilustra os apoios duplos e triplos, para além do esquema da geometria da malha de elementos finitos.

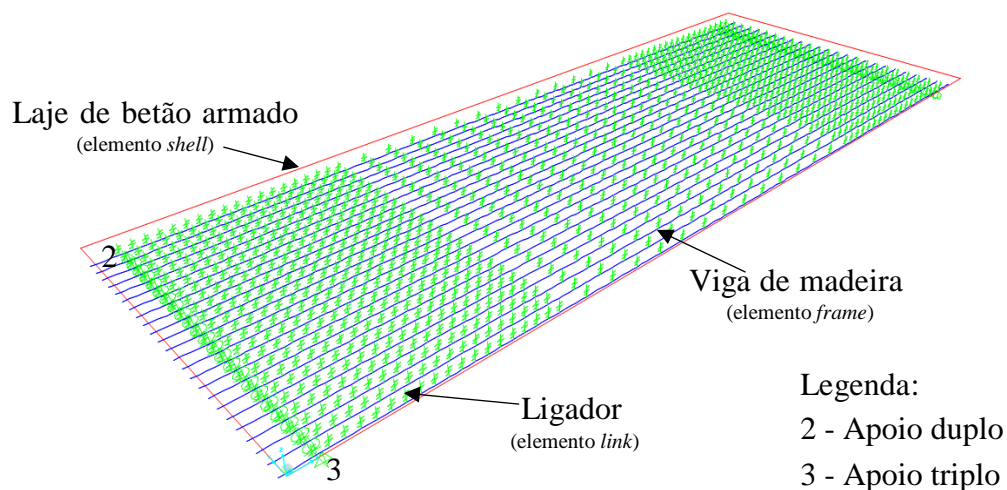


Figura 3.21 – Representação esquemática do Modelo 3.

## 4. METODOLOGIA DE DIMENSIONAMENTO

### 4.1. Enquadramento regulamentar e normativo

Ainda não existe regulamentação ou normas, nacionais ou europeias, específicas para o dimensionamento e verificação de estruturas mistas madeira-betão. Deste modo, torna-se necessário recorrer à regulamentação aplicável ao material de cada um dos componentes estruturais do sistema misto.

Neste sentido, no caso de um pavimento misto madeira betão, a laje de betão armado deve cumprir os requisitos da NP EN 1992 (IPQ, 2010), as vigas de madeira têm que verificar os requisitos definidos na EN 1995 (CEN, 2004), e o sistema de ligação a EN 1995, ou outra, de acordo com o tipo de sistema de ligação utilizado. Por exemplo, a EN 1995 inclui indicações para alguns tipos de ligações de estruturas madeira-madeira, que também são utilizadas em estruturas mistas madeira-betão. Todavia, para ligações de outros tipos, o valor das características mecânicas necessárias ao dimensionamento, e, possivelmente, os modelos de comportamento, deverão ser determinados experimentalmente.

### 4.2. Propriedades dos materiais estruturais

Os materiais que constituem os pavimentos mistos madeira-betão estão cobertos por normas que descrevem procedimentos para a determinação das suas propriedades estruturais, e por outras que indicam as classes que os caracterizam. O Quadro 4.1 reúne as normas mais relevantes para as estruturas mistas madeira-betão.

Quadro 4.1 – Normas com a classificação das características dos materiais.

Material		Norma aplicável
Madeira	Maciça – secção retangular	EN 338 (CEN, 2009)
	Lamelada Colada	EN 14080 (CEN, 2013)
Betão		NP EN 1992-1-1(IPQ, 2010a)
Aço	Armaduras para betão armado	NP EN 1992-1-1 (IPQ, 2010a)

### 4.3. Ações e combinação de ações

#### 4.3.1. Ações

A definição cuidadosa das ações que possam ocorrer durante o período de vida útil da ponte é fundamental para o seu dimensionamento. O tipo e a intensidade das ações neste tipo de estruturas, como a intensidade do tráfego, vento, neve, sismos, etc., apresentam alguma variabilidade, em função da sua natureza e localização. O tipo de ações na fase de construção e na fase de serviço são também distintas (Rodrigues 2014).

De forma resumida as ações devem ser classificadas em quatro tipos fundamentais:

- Ações permanentes (G) – Ações com elevada probabilidade de atuar durante um determinado período de referência, com uma variação de intensidade no tempo desprezável; é o caso do peso próprio dos elementos estruturais e não estruturais.
- Ações variáveis (Q) – Ações cuja variação de intensidade no tempo não é desprezável; é o caso da ação do tráfego, vento, neve e temperatura.
- Ações acidentais (A) – Ação normalmente de curta duração, mas com grande intensidade; é o caso dos acidentes, impactos de veículos ou explosões.
- Ação sísmica ( $A_E$ ) – Ação devida ao movimento do solo provocado pelos sismos.

O Quadro 4.2 reúne as normas aplicáveis aos diferentes tipos de ação.

Quadro 4.2 – Normas aplicáveis aos diferentes tipos de ação.

Ação		Norma aplicável
Permanente		NP EN 1991-1-1 (IPQ, 2009) – Indica a massa volúmica dos principais materiais de construção utilizados neste tipo de estruturas. Nos casos omissos nesta norma, deve-se consultar as fichas técnicas dos respetivos materiais ou elementos, como por exemplo guarda-corpos, lancis, etc.
Variáveis	Neve	NP EN 1991-1-3 (IPQ, 2009a)
	Térmica	NP EN 1991-1-5 (IPQ, 2009a)
	Tráfego	EN 1991-2 (CEN, 2003)
	Vento	NP EN 1991-1-4 (IPQ, 2010b)
Sísmicas		EN 1998-2 (CEN, 2005)

Sendo o número de ações nas pontes muito elevado, não é possível a consideração de todas nesta dissertação, tendo-se optado por considerar apenas as mais relevantes para o tipo de análise a desenvolver, ou seja, as ações permanentes e as ações devidas ao tráfego.

#### **4.3.1.1. Ações Permanentes**

As ações permanentes podem ser distinguidas de acordo com a função dos elementos: (i) ações permanentes dos elementos estruturais, como sejam o peso próprio da laje de betão armado e o peso próprio das vigas de madeira e (ii) ações permanentes dos elementos não estruturais, ou seja, o peso próprio do pavimento betuminoso, passeios, lancis, vigas de bordadura e guarda-corpos.

#### **4.3.1.2. Ações Variáveis**

As ações devidas ao tráfego são fundamentais em pontes. Segundo a EN 1991 Parte 2, as ações provocadas pelo tráfego em pontes, dependem da tipologia da ponte, da densidade de tráfego, dos pesos extremos prováveis dos veículos e suas capacidades de carga, da frequência de congestionamento, etc. Assim, torna-se fundamental a consideração de um modelo de carga que caracterize o efeito de qualquer veículo que apresente elevada probabilidade de circular na ponte. Neste sentido, esta norma define vários modelos de carga, de modo a caracterizar da melhor forma o tipo de cargas a que a estrutura estará sujeita.

Com base no pressuposto anterior, os modelos de carga definidos pelo EN 1991 Parte 2 são os seguintes:

- Modelo de Carga 1 (LM1) – Modelo para o caso geral, constituído por cargas concentradas (*Tandem system, TS*) e por cargas uniformemente distribuídas (*Uniformly Distributed Load system, UDL*), que cobrem a maior parte dos efeitos do tráfego de veículos pesados e ligeiros;
- Modelo de Carga 2 (LM2) – Modelo aplicado a pontes de pequeno vão, constituído por cargas concentradas num único eixo, essencialmente utilizado para verificações locais;
- Modelo de Carga 3 (LM3) – Modelo utilizado para veículos especiais, cuja circulação necessita de autorização específica;
- Modelo de Carga 4 (LM4) – Modelo estabelecido para reproduzir cargas de multidões, que é utilizado apenas quando o LM1 não cobre o seu efeito.



Na presente dissertação aborda-se apenas o modelo LM1, pois é este que representa o caso mais geral de cargas atuantes em pontes.

### Modelo de Carga 1 (LM1)

O Modelo de Carga 1, como referido anteriormente, é composto por dois tipos de cargas diferentes: (i) cargas concentradas (TS) e (ii) cargas uniformemente distribuídas (UDL).

#### (i) Cargas concentradas

São cargas aplicadas por um veículo tipo de dois eixos (TS), como se representa na Figura 4.1, e com carga dada pela expressão 4.1. A EN 1991 Parte 2 define a aplicação de apenas um veículo tipo em cada via com uma carga por cada eixo de  $0.5 \alpha_Q Q_k$ , em que a área de contato de cada roda é definida por um quadrado de 0.4 m de lado.

$$\alpha_Q Q_k \quad (4.1)$$

Onde  $\alpha_Q$  coeficiente de ajuste, especificado no Anexo Nacional (Quadro 4.4), sendo que, na ausência de outra informação o valor recomendado pelo Eurocódigo é de 1 e  $Q_k$  valor característico da carga concentrada (Quadro 4.3).

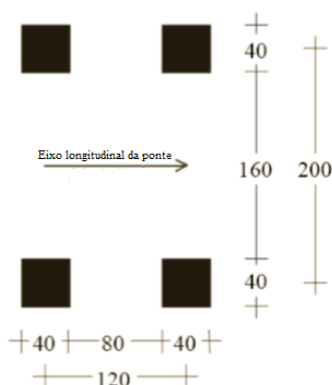


Figura 4.1 – Veículo tipo (TS).

#### (ii) Cargas uniformemente distribuídas

São cargas uniformemente distribuídas (UDL) aplicadas em cada via, com o valor por metro quadrado dado pela expressão 4.2. Estas cargas devem ser aplicadas nas zonas mais desfavoráveis das áreas de influência, quer longitudinal quer transversalmente.

$$\alpha_q q_k \tag{4.2}$$

Onde  $\alpha_q$  coeficiente de ajuste, especificado no anexo nacional (Quadro 4.4), sendo que na ausência de outra informação o valor recomendado pelo Eurocódigo é de 1 e  $q_k$  valor característico da carga uniformemente distribuída (Quadro 4.3).

Conforme a EN 1991 Parte 2, o primeiro passo para a definição do modelo de carga consiste na divisão da área suscetível de ser carregada ( $W$ ), como representado na Figura 4.2, em vias de cálculo com três metros de largura, sendo identificada como Via 1 a que provoca o efeito mais desfavorável. As cargas devem ser aplicadas na posição mais desfavorável da estrutura, de acordo com o esforço considerado. A Figura 4.3, exemplifica o modo de aplicação das cargas nas vias de cálculo, de acordo com o proposto pelo EN 1991 Parte 2.



Figura 4.2 – Largura  $W$  para as diferentes configurações de tabuleiros de pontes.

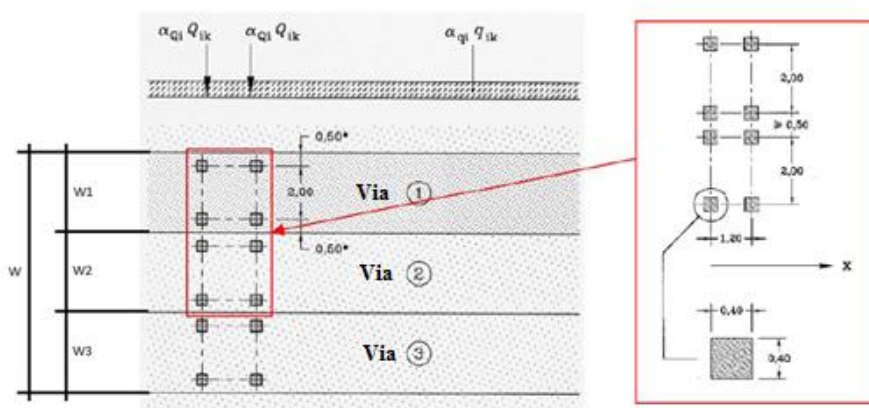


Figura 4.3 – Aplicação Modelo de Carga 1 nas respectivas Vias.

O valor das cargas concentradas e distribuídas a aplicar na estrutura é indicado no Quadro 4.3.

Quadro 4.3 – Valores característicos do Modelo de Carga 1

Localização	Veículo Tipo (TS)	Carga Uniformemente Distribuída (UDL)
	$Q_{ik}$ (kN)	$q_{ik}$ (kN/m <sup>2</sup> )
Via 1	300	9
Via 2	200	2.5
Via 3	100	2.5
Outras vias	0	2.5
Área restante	0	2.5

De referir que o Modelo de Carga 1 (LM1) foi determinado através de medições reais de tráfego, de modo a produzir os efeitos do tráfego o mais próximo possível da realidade. Devido à diferença de tráfego nos vários estados membro da união europeia, o EN 1991 Parte 2 define que os coeficientes de ajuste  $\alpha_Q$  e  $\alpha_q$  devem ser estabelecidos no Anexo Nacional, Quadro 4.4.

Quadro 4.4 – Coeficientes de ajuste associados ao Modelo de Carga 1.

Classe	$\alpha_{Q1}$	$\alpha_{Qi} (i \geq 2)$	$\alpha_{q1}$	$\alpha_{qi} (i \geq 2)$
Classe 1	1	1	1	1
Classe 2	0,9	0,8	0,7	1

Importa referir que as classes de tráfego são definidas segundo a norma europeia como:

- Classe 1 – Tráfego maioritariamente constituído por veículos pesados ou de carácter industrial;
- Classe 2 – Tráfego mais corrente, incluindo estradas e autoestradas.

Nota: No Capítulo 5, Dimensionamento das Tipologias, são utilizados os coeficientes de ajuste aplicados à Classe 2, para definir os carregamentos aplicados à estrutura.

Não obstante o anteriormente exposto, o EN 1991 Parte 2 estabelece que:

- $\alpha_{Q1} \geq 0.8$  e
- para  $i \geq 2$ ,  $\alpha_{qi} \geq 1$ ;

De notar que  $\alpha = 1$  corresponde a situações de tráfego industrial intenso esperado, abrangendo uma larga parte dos veículos pesados. Para situações de tráfego mais correntes em estradas e autoestradas, o valor de  $\alpha$  a aplicar para cargas concentradas (TS) e para cargas uniformemente distribuídas (UDL), pode ser reduzido entre 10 a 20% na Via 1.

#### 4.3.2. Combinação de ações

A NP EN 1990 define uma combinação de ações como um “Conjunto de valores de cálculo utilizados na verificação da fiabilidade estrutural, relativamente a um estado limite, sob a influência simultânea de diversas ações” (IPQ, 2009,b). Com base nesta definição, o mesmo regulamento define dois estados limites: (i) estado limite último e (ii) estado limite de utilização.

##### (i) Estado Limite Último

Os estados limites últimos, abrangem a combinação de ações para situações de projeto persistentes ou transitórias, para situações de projeto acidentais, bem como situações sísmicas. Nesta dissertação apenas se abordam as situações de projeto persistentes ou transitórias, que correspondem a condições normais de uso e situações temporárias, como, por exemplo, a fase construtiva ou de reparação da estrutura. A combinação de ações relativa a esta situação é denominada Combinação Fundamental e é dada pela expressão 4.3.

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (4.3)$$

Onde  $\gamma_{G,j}$  é o fator parcial de segurança da ação permanente, j;  $G_{k,j}$  é o valor característico da ação permanente, j;  $\gamma_{Q,1}$  é o fator parcial de segurança da ação variável de base;  $Q_{k,1}$  é o valor característico da ação variável de base;  $\gamma_{Q,i}$  é o fator parcial de segurança da ação variável acompanhante, i;  $Q_{k,i}$  é o valor característico da ação variável acompanhante, i;  $\Psi_{0,i}$  é o coeficiente para a determinação do valor de combinação da ação variável, i.

##### (ii) Estado Limite de Utilização

Os estados limites de utilização compreendem as condições para além das quais os requisitos de utilização estabelecidos para a estrutura ou elemento estrutural deixam de ser satisfeitos. Por norma, estão associados a danos de menor gravidade, que não comprometem a segurança de pessoas e bens. No que concerne às combinações de ações de utilização, podem definir-se três

tipos de acordo com as diferentes ordens de grandeza de permanência e de atuação na estrutura. Assim, tem-se:

- Combinação Característica

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (4.4)$$

- Combinação Frequente

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \Psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (4.5)$$

Onde  $\Psi_{1,1}$  é o coeficiente para a determinação do valor frequente da ação variável de base e  $\Psi_{2,i}$  é o coeficiente para a determinação do valor quase-permanente da ação variável acompanhante,  $i$ .

- Combinação Quase-Permanente

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (4.6)$$

#### 4.4. Procedimento de cálculo

O dimensionamento de estruturas mistas madeira-betão pode ser efetuado considerando duas hipóteses distintas. A primeira consiste em considerar um coeficiente de ação compósita  $\gamma = 1$ , isto é, a ligação entre os membros do elemento misto é muito rígida, equivalendo a admitir-se que é nulo o escorregamento entre os mesmos. A segunda hipótese pressupõe a existência de um  $\gamma < 1$ , ou seja, a ligação entre os elementos permite um deslizamento não desprezável entre os dois membros.

Quando se considera uma ligação rígida entre os dois membros, ou seja, sem escorregamento, o cálculo é efetuado simplificado, uma vez que, neste caso, se admite a validade da hipótese de Bernoulli, ou seja, as seções planas mantêm-se planas na deformação. Assim, o procedimento de cálculo é efetuado de modo a homogeneizar a seção para um só material, a

madeira ou o betão. Com efeito, os esforços e deformações no elemento composto podem ser determinados de forma exata através das equações básicas de resistência dos materiais.

Na presente dissertação, admite-se que o escorregamento entre os dois materiais não é desprezável. Por conseguinte, o cálculo deve ser efetuado de acordo com o modelo proposto no Anexo B da EN 1995 para seções compostas, ou, alternativamente, por modelação adequada num programa de análise por elementos finitos. Optou-se por efetuar o dimensionamento de acordo com método prescrito no Anexo B da EN 1995 uma vez que o mesmo é utilizado por diversos autores no dimensionamento de estruturas mistas, nomeadamente pontes.

#### 4.4.1. Método Proposto no Anexo B da EN 1995

O presente modelo tem como propósito determinar de forma simplificada as tensões e deformações nos vários elementos da estrutura. Segundo esta norma, o método apresentado baseia-se na teoria elástica linear e nos seguintes pressupostos:

- Vigas simplesmente apoiadas, com vão  $l$ ;
- Cálculo de uma rigidez de flexão efetiva;
- Seção transversal constante ao longo do eixo das vigas;
- Espaçamento entre ligadores constante ou com variação uniforme de acordo com a força de corte, devendo verificar a condição  $s_{max} \leq 4 s_{min}$ ;
- A carga aplicada atua perpendicularmente ao plano do tabuleiro (direção  $z$ ), provocando um momento  $M = M(x)$  e uma força de corte  $V = V(x)$ , ver Figura 4.4.

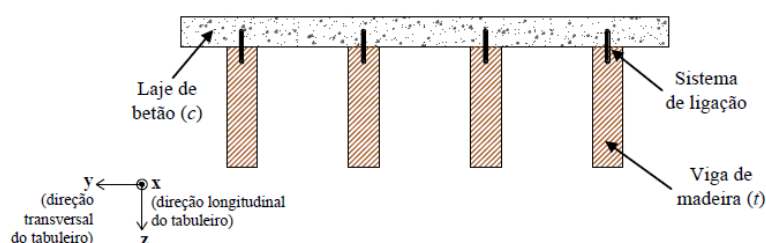


Figura 4.4 – Secção transversal da viga mista madeira-betão (Fonte: Rodrigues,2014).

O método proposto pelo Anexo B da EN 1995, foi definido para determinar as tensões de vigas mistas madeira-betão isoladas. Contudo, este método também se pode aplicar a tabuleiros de pontes mistas madeira-betão, nos quais as vigas surgem associadas em paralelo, uma vez que a laje de betão armado proporciona rigidez de flexão na direção transversal e rigidez de torção ao tabuleiro, para além de funcionar como o banzo comprimido das vigas. Neste sentido, os

tabuleiros de pontes mistas madeira-betão “podem ser entendidos como um conjunto de vigas mistas madeira-betão ligadas transversalmente por uma laje de betão armado” (Rodrigues, 2014).

#### 4.4.1.1. Determinação das tensões pelo método do Anexo B da EN 1995

Para a determinação das tensões é inicialmente calculada uma rigidez de flexão efetiva,  $(EI)_{ef}$ , com a expressão 4.12. Este parâmetro considera (i) a ação compósita parcial entre os elementos de madeira e betão, a qual é quantificada pelo coeficiente de ação compósita  $\gamma$  que é definido pela expressão 4.14, bem como (ii) as características geométricas dos membros de madeira e de betão. A Figura 4.5 evidencia as características geométricas utilizadas na determinação das tensões neste tipo de estrutura. Após a determinação deste parâmetro, é possível calcular a tensão normal longitudinal na madeira e no betão, devido às componentes axial e de flexão, assim como a tensão de corte máxima.

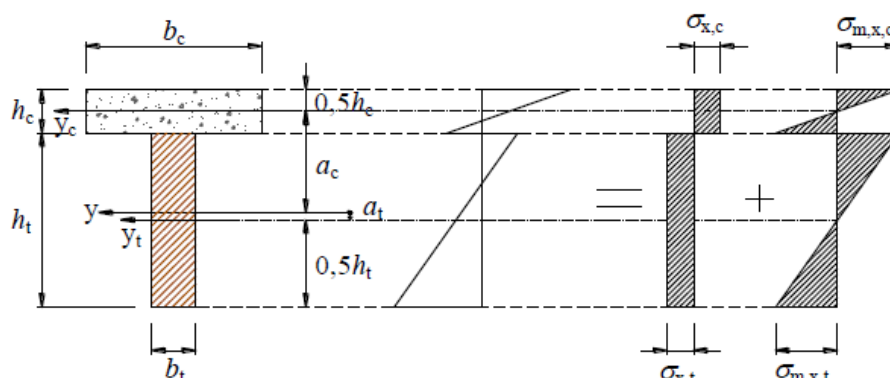


Figura 4.5 – Parâmetros utilizados na determinação das tensões na secção transversal de uma viga mista madeira-betão (Fonte: Rodrigues,2014).

- 1) Cálculo das características geométricas da madeira.

$$A_t = b_t h_t \quad (4.7)$$

$$I_t = \frac{b_t h_t^3}{12} \quad (4.8)$$

Onde  $A_t$  é a área da secção transversal de madeira,  $I_t$  é o momento de inércia da secção transversal de madeira em torno do eixo  $y_t$ ,  $b_t$  é a largura da secção transversal de madeira e  $h_t$  é a altura da secção transversal de madeira.

2) Cálculo das características geométricas do betão.

$$A_c = b_c h_c \quad (4.9)$$

$$I_c = \frac{b_c h_c^3}{12} \quad (4.10)$$

Onde  $A_c$  é a área da secção transversal de betão,  $I_c$  é o momento de inércia da secção transversal de betão em torno do eixo  $y_c$ ,  $b_c$  é a largura da secção transversal de betão e  $h_c$  é a altura da secção transversal de betão.

Nos casos em que a expressão 4.11 é satisfeita, que correspondem à generalidade das situações práticas, pode afirmar-se que o espaçamento transversal entre elementos de madeira é suficientemente pequeno para que se possa admitir a validade da hipótese de Euler-Bernoulli (Rodrigues, 2014).

$$\frac{l}{b_{c,i}} \geq 8 \quad (4.11)$$

Onde  $l$  é o vão e  $b_{c,i}$  é largura de cada aba do elemento de betão.

3) Cálculo da rigidez efetiva da secção mista.

De acordo com a EN 1995, a rigidez efetiva é dada por:

$$(EI)_{ef} = (E_c I_c + \gamma_c E_c A_c a_c^2) + (E_t I_t + \gamma_t E_t A_t a_t^2) \quad (4.12)$$

Onde  $E_c$  é o módulo de elasticidade do betão e  $E_t$  é o módulo de elasticidade da madeira.

$$\gamma_t = 1 \quad (4.13)$$

$$\gamma_c = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_c A_c K}{l_0^2 s} \right] \quad (4.14)$$

$$a_t = \frac{1}{2} (h_c + h_t) \left( 1 + \frac{E_t A_t}{\gamma_c E_c A_c} \right)^{-1} \quad (4.15)$$



$$a_c = \frac{1}{2}(h_c + h_t) - a_t \quad (4.16)$$

Onde  $l_0$  é a distância entre pontos de momento fletor nulo,  $l_0 = l$  para vigas simplesmente apoiadas,  $s$  espaçamento entre ligadores e  $K$  é o módulo de escorregamento, ou corte, da ligação, que toma os valores  $K_u$  e  $K_{ser}$  nos estados limites últimos e de utilização, respetivamente.

Para os casos em que o espaçamento entre ligadores não é constante, Ceccotti et al. (2002) definem que o espaçamento efetivo é dado por:

$$s = 0,75s_{min} + 0,25s_{max} \quad (4.17)$$

#### 4) Cálculo das Tensões.

Apresentam-se, seguidamente, as expressões para calcular os valores da tensão normal longitudinal na madeira e no betão, a tensão máxima de corte na madeira expressão 4.22, bem como a força aplicada a cada ligador expressão 4.23.

$$\sigma_{x,t} = \gamma_t E_t a_t \frac{M_y}{(EI)_{ef}} \quad (4.18)$$

$$\sigma_{m,x,t} = 0,5 E_t h_t \frac{M_y}{(EI)_{ef}} \quad (4.19)$$

$$\sigma_{x,c} = \gamma_c E_c a_c \frac{M_y}{(EI)_{ef}} \quad (4.20)$$

$$\sigma_{m,x,c} = 0,5 E_c h_c \frac{M_y}{(EI)_{ef}} \quad (4.21)$$

Onde  $\sigma_{x,t}$  é a tensão devido à componente axial no elemento de madeira (timber);  $\sigma_{m,x,t}$  é a tensão máxima devido à componente de flexão no elemento de madeira;  $\sigma_{x,c}$  é a tensão devido à componente axial no elemento de betão (concrete);  $\sigma_{m,x,c}$  é a tensão máxima devido à componente de flexão no elemento de betão;  $M_y$  corresponde ao momento fletor em torno do eixo dos  $yy$  na secção.

$$\tau_{max,t} = \frac{0,5E_t b_t h^2 V_z}{b_t (EI)_{ef}} \quad (4.22)$$

Onde  $V_z$  é o esforço transversal vertical na viga.

$$F_{1d} = \frac{\gamma_c E_c A_c a_c S V_z}{(EI)_{ef}} \quad (4.23)$$

As tensões máximas e mínimas nas extremidades dos elementos de madeira e betão são, pois, dadas por:

$$\sigma_{t,max} = \sigma_{x,t} + \sigma_{m,x,t} \quad (4.24)$$

$$\sigma_{t,min} = \sigma_{x,t} - \sigma_{m,x,t} \quad (4.25)$$

$$\sigma_{c,max} = \sigma_{x,c} + \sigma_{m,x,c} \quad (4.26)$$

$$\sigma_{c,min} = \sigma_{x,c} - \sigma_{m,x,c} \quad (4.27)$$

Onde  $\sigma_{t,max}$  é a tensão máxima no elemento de madeira, que ocorre na face inferior das vigas;  $\sigma_{t,min}$  é a tensão mínima no elemento de madeira, que ocorre na face superior das vigas – se este valor for negativo indica compressão;  $\sigma_{c,max}$  é a tensão máxima, em valor absoluto, no elemento de betão, que ocorre na face superior da laje;  $\sigma_{c,min}$  é a tensão mínima no elemento de betão, que ocorre na face superior da laje – se este valor for negativo indica tração.

As tensões determinadas nestas expressões são utilizadas nas verificações de segurança de dimensionamento. Note-se que, todo este procedimento para o cálculo das tensões máximas proposto pela EN 1995 é dispensável quando se utiliza um modelo espacial do tabuleiro e a sua análise por elementos finitos, que determina diretamente aquelas tensões. Este aspeto será tratado com maior rigor na secção 6.3..

#### 4.5. Verificações

A presente secção trata os aspetos relacionados com as verificações de segurança efetuadas no dimensionamento de estruturas mistas madeira-betão, para estados limites últimos e de utilização.

#### 4.5.1. Verificação dos Estados Limites Últimos (ELU)

Segundo a NP EN 1990, a verificação a efetuar para os estados limites últimos é dada por:

$$E_d \leq R_d \quad (4.28)$$

Onde  $E_d$  é o valor de cálculo do efeito das ações e  $R_d$  é o valor de cálculo da resistência correspondente.

No caso do betão  $R_d$  é definido pela expressão 4.29.

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M} \quad (4.29)$$

Onde  $R_k$  é o valor característico de resistência e  $\gamma_M$  é o coeficiente parcial relativo a uma dada propriedade do material, Quadro 4.5.

No caso da madeira  $R_d$  é definido pela expressão 4.30.

$$R_d = k_{mod} \frac{R_k}{\gamma_M} \quad (4.30)$$

Onde  $\gamma_M$  é o coeficiente parcial relativo a uma propriedade do material, Quadro 4.5 e  $k_{mod}$  é o coeficiente de modificação, Quadro 4.6, que tem em conta a duração das cargas, bem como a classe de serviço.

Quadro 4.5 – Coeficientes parciais para os materiais (ELU)

Material	$\gamma_M$
Madeira maciça	1,3
Madeira Lamelada Colada	1,25
Betão	1,5

Quadro 4.6 – Coeficiente de modificação,  $k_{mod}$

Material	Classe de Serviço	Tipo de ação				
		Permanente	Longa Duração	Média Duração	Curta Duração	Instantânea
Madeira Maciça	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
Madeira Lamelada Colada	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90

Por sua vez o módulo de escorregamento último do ligador é estabelecido pela expressão 4.31.

$$K_u = \frac{2}{3} K_s \quad (4.31)$$

Onde  $K_u$  é o módulo de escorregamento último e  $K_s$  é o módulo de escorregamento de utilização, que é dado pela rigidez tangente.

#### 4.5.1.1. Verificação das tensões resultantes na secção mista madeira-betão

- A verificação da tensão de compressão na face superior da laje de betão é dada pela expressão 4.32.

$$\sigma_{c,max} \leq f_{cd} \quad (4.32)$$

Onde  $f_{cd}$  é o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão.

- A verificação da tensão de tração na parte inferior da laje de betão é dada pela expressão 4.33.

$$-\sigma_{c,min} \leq f_{ctmd} \quad (4.33)$$

Onde  $f_{ctmd}$  é o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à tração.

De notar que nas expressões anteriores se admite que o betão não está fissurado. Assim, nos casos em que ocorre fendilhação, o que acontece quando a expressão anterior for violada, é necessário corrigir a distribuição de tensões na secção mista, efetuando uma nova análise de esforços com uma secção reduzida de betão, ou seja, ignorando a camada de betão fissurado. Neste sentido, na presente dissertação irá garantir-se que o betão se encontra todo comprimido longitudinalmente.

- A verificação da tensão nas vigas de madeira é dada pela expressão 4.34.

$$\frac{\sigma_{x,t}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,x,t}}{f_{md}} \leq 1 \quad (4.34)$$

Onde  $f_{t,0,d}$  é o valor de cálculo da resistência à tração da madeira na direção das fibras e  $f_{md}$  é o valor de cálculo da resistência da madeira à flexão.

- A verificação de segurança em relação ao esmagamento da madeira na direção perpendicular às fibras, nos apoios, é dada na EN 1995. Esta verificação é necessária ao dimensionamento dos apoios, ou, mais exatamente, das chapas de aço usadas no seu reforço. Esta verificação não é efetuada para os tabuleiros analisados na dissertação, porque a pormenorização dos apoios não tem influência relevante na distribuição lateral de forças no tabuleiro.
- A tensão tangencial na viga de madeira tem de satisfazer a expressão 4.35.

$$\tau_{max,t} \leq f_{v,d} \quad (4.35)$$

Onde  $f_{v,d}$  é o valor de cálculo da tensão de rotura da madeira por esforço transversal.

Deve sublinhar-se que segundo Dias (1999) “pode considerar-se, por simplificação do lado da segurança, que todo o esforço transversal é suportado pelas vigas de madeira, desprezando-se a contribuição do betão”. Como tal, não é necessário verificar a segurança do elemento de betão ao esforço transversal.

- A verificação do ligador deve obedecer à expressão 4.36.

$$F_{1d} \leq R_{1d} \quad (4.36)$$

Onde  $F_{1d}$  é o valor da força de cálculo atuante em cada ligador e  $R_{1d}$  é o valor da força resistente de cada ligador.

De referir que consoante se trate de uma análise para estados limites últimos de curto prazo ou de longo prazo, as propriedades dos materiais são diferentes, uma vez que é preciso ter em conta o facto de os materiais terem coeficientes de fluência diferentes. O Quadro 4.7 preconiza as expressões necessárias ao cálculo das propriedades de rigidez dos materiais constituintes da estrutura mista para análises de curto e longo prazo.

Quadro 4.7 – Valor da rigidez dos elementos em estruturas mistas madeira-betão para ELU  
(Fonte: Rodrigues, 2014).

Elemento	Análise de curto prazo	Análise de longo prazo
Madeira	$E_t$	$E_{t,\infty} = \frac{E_t}{\left(1 + \frac{Gk_{def}}{G + Q}\right)}$
Betão	$E_{cm}$	$E_{cm,\infty} = \frac{E_{cm}}{\left(1 + \frac{G\varphi_{(\infty,t0)}}{G + Q}\right)}$
Ligação	$K_u$	$K_{u,\infty} = \frac{K_u}{\left(1 + \frac{Gk_{def}}{G + Q}\right)}$

Nas expressões do Quadro 4.7,  $E_t$  é o valor do módulo de elasticidade da madeira,  $E_{cm}$  é o módulo de elasticidade do betão,  $K_u$  é o módulo de escorregamento da ligação (ELU),  $G$  é o valor das ações permanentes,  $Q$  é o valor das ações variáveis,  $k_{def}$  é o fator de deformação para os elementos de madeira e o  $\varphi_{(\infty,t0)}$  é o valor do coeficiente de fluência do betão.

#### 4.5.2. Verificação dos Estados Limites de Utilização (ELS)

De acordo com o NP EN 1990, a verificação da segurança aos estados limites de utilização é definida pela seguinte expressão:

$$E_d \leq C_d \quad (4.37)$$

Onde  $E_d$  é o valor de cálculo do efeito das ações e  $C_d$  é o valor máximo aceite para o efeito da ação em questão.

##### 4.5.2.1. Deformações

As deformações na estrutura são dadas com base na Figura 4.6, onde é representada a flecha final ( $w_{fin}$ ).

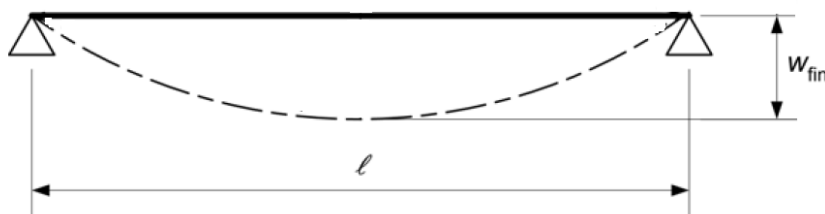


Figura 4.6 – Deformação final.

A deformação final é dada pela expressão 4.38.

$$w_{fin} = \mu_{per} + \mu_{qper} \quad (4.38)$$

Onde  $\mu_{per}$  é a deformação final devido às cargas permanentes e  $\mu_{qper}$  é a deformação final devido às cargas quase-permanentes.

Segundo a EN 1995 a verificação das deformações para pontes é feita segundo a expressão 4.39.

$$w_{fin} \leq \frac{l}{500} \quad (4.39)$$

A fluência dos vários materiais é um fator relevante para o valor das deformações a longo prazo. O método proposto nos Eurocódigos para atender a este fenómeno reduz o módulo de elasticidade efetivo da madeira e do betão bem como o módulo de escorregamento do ligador. As expressões seguintes representam a correção das propriedades elásticas dos materiais pelo método do módulo efetivo, em função do coeficiente de fluência.

$$E_{c,t} = \frac{E_{c,0}}{1 + \varphi_c} \quad (4.40)$$

$$E_{t,t} = \frac{E_{t,0}}{1 + k_{def}} \quad (4.41)$$

$$K_{ser,t} = \frac{K_{ser}}{1 + k_{def}} \quad (4.42)$$

Onde  $E_{c,t}$  é o módulo de elasticidade do betão a longo prazo;  $E_{c,0}$  é o módulo de elasticidade do betão a curto prazo;  $\varphi_c$  é o coeficiente de fluência do betão;  $E_{t,t}$  é o módulo de elasticidade da madeira a longo prazo;  $E_{t,0}$  é o módulo de elasticidade da madeira a curto prazo;  $k_{def}$  é o fator de deformação;  $K_{ser,t}$  é o módulo de escorregamento da ligação a longo prazo;  $K_{ser}$  é o módulo de escorregamento da ligação a curto prazo.



## 5. DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO DAS TIPOLOGIAS

### 5.1. Introdução

A presente secção tem como âmbito o dimensionamento e verificação das três tipologias apresentados anteriormente. Para se proceder ao dimensionamento, é necessário definir os parâmetros que ainda não foram definidos, como as ações, em particular as cargas concentradas e os seus pontos de aplicação, e as combinações de ações.

O pré-dimensionamento, que seguiu o procedimento estabelecido por Rodrigues (2014), e as sucessivas correções até à satisfação dos estados limites, não são transcritos de modo a não alongar o capítulo.

#### Definição dos carregamentos

Os tabuleiros das tipologias estudadas têm, como âmbito de aplicação, estradas secundárias com uma via de tráfego de 3 m de largura e bermas com 1.5 m de largura, perfazendo 6 m de largura total do tabuleiro. Contudo, uma vez que não existe uma barreira física entre a via e as bermas, ou seja, não existe um impedimento físico de os veículos circularem nas bermas, decidiu-se, para um dimensionamento do lado da segurança, por considerar-se que o tabuleiro é composto por duas vias de tráfego, cada uma com 3 m, como se ilustra na Figura 5.1. Além de previsto na Parte 2 da EN 1991, este requisito também se colocou pelo objetivo de estudar a redistribuição transversal das forças nos tabuleiros.

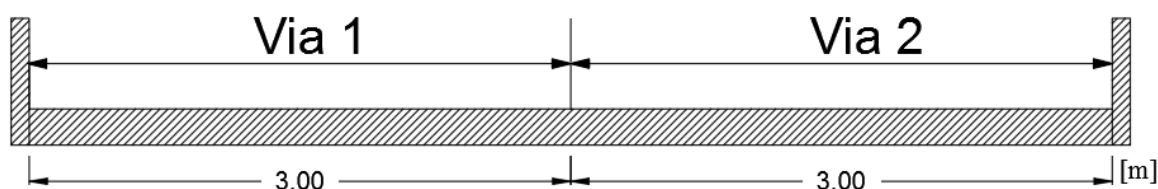


Figura 5.1 – Representação das Vias de tráfego na secção transversal do tabuleiro.

Como se referiu no Capítulo 4 Metodologia de Dimensionamento, os carregamentos a considerar no dimensionamento são: (i) o peso próprio estrutura, (ii) a sobrecarga uniformemente distribuída (UDL) e (iii) a sobrecarga devida às cargas concentradas do veículo tipo (TS).

(i) Peso próprio estrutural

O peso próprio estrutural tem duas componentes: uma respeitante à laje de betão armado em que se considerou um peso volúmico de  $25 \text{ kN/m}^3$  e outra respeitante às vigas de madeira em que se considerou um peso volúmico de  $4.1 \text{ kN/m}^3$ . Assim, os respetivos pesos próprios, por unidade de área e de comprimento, respetivamente, são dados pelas expressões 5.1 e 5.2 respetivamente.

$$PP_{laje} = 25 \times h_c \quad (5.1)$$

$$PP_{viga} = 4.1 \times h_t \times b_t \quad (5.2)$$

(ii) Sobrecarga uniformemente distribuída (UDL)

A sobrecarga uniformemente distribuída é aplicada segundo o modelo de carga 1, definido na EN 1991 Parte 2, ou seja, transversalmente de acordo com a Figura 5.2, com  $q_1$  igual a  $6,3 \text{ kN/m}^2$  e  $q_2$  a  $2.5 \text{ kN/m}^2$ , e longitudinalmente ao longo de todo o vão.

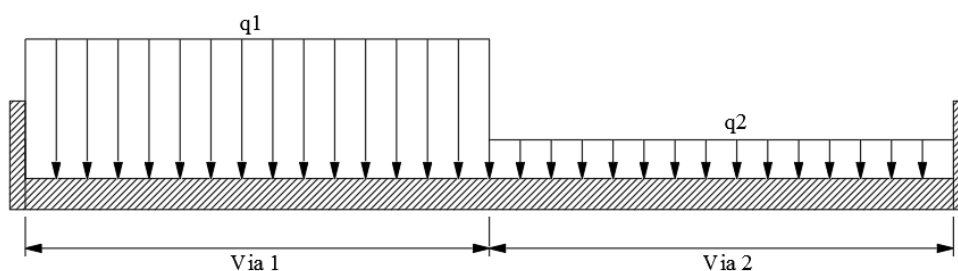


Figura 5.2 – Representação da distribuição de cargas pelas respetivas Vias de tráfego.

(iii) Sobrecarga veículo tipo (TS)

A sobrecarga exercida pelo veículo tipo é aplicada igualmente segundo o modelo de carga 1, estabelecido pela EN 1991 Parte 2, o qual é esquematicamente representado na Figura 5.3, em que  $Q_1$  toma o valor de  $135 \text{ kN}$  e  $Q_2$   $80 \text{ kN}$ , sendo a distância longitudinal entre os eixos de  $1,2 \text{ m}$ .

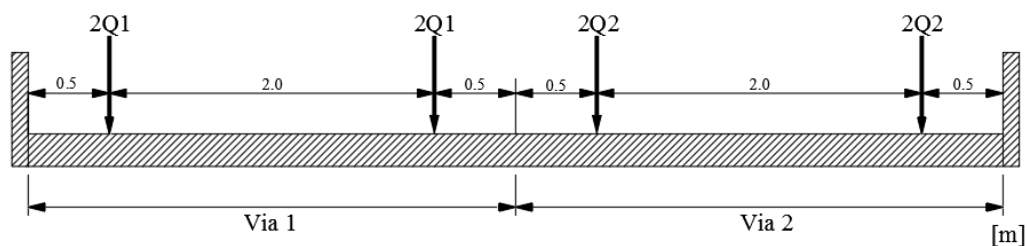


Figura 5.3 – Representação das cargas aplicadas na secção transversal do tabuleiro.

Dependendo dos esforços a maximizar, estas cargas concentradas podem estar situadas em localizações distintas ao longo do vão do tabuleiro: a Figura 5.4, representa a sua localização para obtenção do momento fletor máximo e a Figura 5.5 para o esforço transversal máximo.

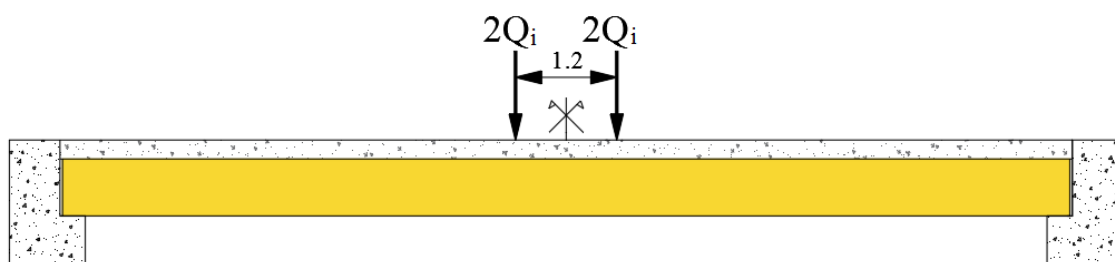


Figura 5.4 – Representação das cargas concentradas aplicadas na secção longitudinal do tabuleiro para obtenção do momento fletor máximo.

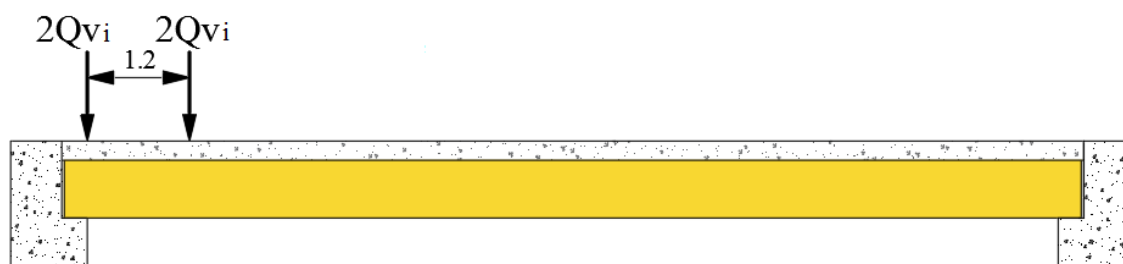


Figura 5.5 – Representação das cargas concentradas aplicadas na secção longitudinal do tabuleiro para obtenção do esforço transversal máximo.

## Definição das combinações de ações

A definição das ações a considerar no dimensionamento de estruturas depende do estado limite considerado e do efeito que se pretende determinar. O Quadro 5.1, representa as combinações de ações que foram efetuadas para o dimensionamento dos três modelos.

Quadro 5.1 – Combinações de ações.

Combinações Estados Limites Últimos		
Designação	Combinação Fundamental	Efeito a determinar
1	$1.35PP_{laje}+1.35PP_{viga}+1.5q_1+1.5q_2+1.5Q_1+1.5Q_2$	Momento fletor máximo na direção longitudinal
2	$1.35PP_{laje}+1.35PP_{viga}+1.5q_1+1.5q_2+1.5Q_{v1}+1.5Q_{v2}$	Esforço transverso máximo
3	$1.35PP_{laje}+1.35PP_{viga}+1.5q_1+1.5Q_1$	Momento fletor máximo na direção transversal
Combinações Estados Limites Utilização		
Designação	Combinação Quase-Permanente	Efeito a determinar
4	$1PP_{laje}+1PP_{viga}+\sum\psi_{2,i}Q_{k,i}$ neste caso $\psi_2=0$	Deformação máxima

## 5.2. Dimensionamento da Tipologia 1

O dimensionamento foi efetuado para as características geométricas e com as propriedades definidas na secção 3.2. (Tipologia 1), e segundo a metodologia de cálculo apresentada no Anexo B da EN 1995 e descrita detalhadamente no Capítulo 4 deste documento. Apresentam-se seguidamente no Quadro 5.2, de forma resumida, os valores das propriedades, bem como os esforços que serviram para determinar as tensões e forças necessárias para o dimensionamento da estrutura, os quais foram retirados do programa de elementos finitos (SAP2000).

Quadro 5.2 – Resultados do cálculo das tensões e esforços.

<b>ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS</b>			
<b>Ligação</b>			
$s_{min} = 0,6 \text{ m}$ $s_{max} = 1,5 \text{ m}$ $s_{ef} = 0,75 \times s_{min} + 0,25 \times s_{max} = 0,825$			
$K_{ser} = 2190000 \text{ kN/m}$		$K_u = 1460000 \text{ kN/m}$	
<b>Propriedades da secção</b>			
Laje de Betão Armado		Viga de Madeira	
$A_c = 0,45 \text{ m}^2$		$A_t = 0,36 \text{ m}^2$	
$I_c = 3,37 \times 10^{-3} \text{ m}^4$		$I_t = 4,32 \times 10^{-2} \text{ m}^4$	
Para $t = 0$			
$a_c = 0,22 \text{ m}$		$a_t = 0,53 \text{ m}$	
$\gamma_c = 0,73$		$\gamma_t = 1$	
$(EI)_{ef} = 2455203 \text{ kNm}^2$			
Para $t = \infty$			
$a_c = 0,25 \text{ m}$		$a_t = 0,49 \text{ m}$	
$\gamma_c = 0,86$		$\gamma_t = 1$	
$(EI)_{ef} = 1792276 \text{ kNm}^2$			
<b>Esforços Atuantes</b>			
Para $t = 0$			
Flexão Longitudinal	Flexão Transversal face superior do Betão	Flexão Transversal face inferior do Betão	Esforço Transverso
1912 kNm	88 kNm	63 kNm	399 kN
Para $t = \infty$			
Flexão Longitudinal	Flexão Transversal face superior do Betão	Flexão Transversal face inferior do Betão	Esforço Transverso
1954 kNm	75 kNm	61 kNm	408 kN
<b>Tensões Atuantes</b>			
Para $t = 0$			
Betão			
$\sigma_{x,c} = 4,15 \text{ MPa}$		$\sigma_{m,x,c} = 3,85 \text{ MPa}$	
Madeira			
$\sigma_{x,t} = 5,19 \text{ MPa}$	$\sigma_{m,x,t} = 5,88 \text{ MPa}$		$\tau_{max,t} = 1,30 \text{ MPa}$
Força no Ligador			

Quadro 5.2 – Resultados do cálculo das tensões e esforços (continuação).

$F_{1d} = 233 \text{ kN}$		
Para $t = \infty$		
Betão		
$\sigma_{x,c} = 4,22 \text{ MPa}$	$\sigma_{m,x,c} = 2,87 \text{ MPa}$	
Madeira		
$\sigma_{x,t} = 5,28 \text{ MPa}$	$\sigma_{m,x,t} = 6,43 \text{ MPa}$	$\tau_{\max,t} = 0,80 \text{ MPa}$
Força no Ligador		
$F_{1d} = 221 \text{ kN}$		
<b>ESTADOS LIMITES SERVIÇO</b>		
<b>Deformações <math>t = \infty</math></b>		
Cargas Permanentes	Cargas Quase-permanentes	
$\mu_{\text{per}} = 5,1 \text{ mm}$	$\mu_{\text{qper}} = 2,4 \text{ mm}$	

É efetuado seguidamente o dimensionamento da estrutura com base nestes valores e nos das propriedades resistentes.

### Dimensionamento do elemento de madeira

Primeiramente, devem definir-se os valores dos coeficientes que afetam as propriedades resistentes da madeira. É o caso do coeficiente de modificação ( $k_{mod}$ ) e do coeficiente parcial relativo da madeira ( $\gamma_M$ ), que dependem da classe de serviço, duração da carga e tipo de madeira.

$$k_{mod} = 0.9 \text{ (classe de serviço 2 e cargas de curta duração)}$$

$$\gamma_M = 1.25 \text{ (madeira lamelada colada)}$$

#### 1. Flexão composta

De acordo com o quadro anterior, as tensões máximas devidas à componente axial e à componente de flexão no elemento de madeira, são:

$$\sigma_{x,t} = 5,28 \text{ MPa e } \sigma_{m,x,t} = 6,43 \text{ MPa}$$

Verificação de segurança:

$$\frac{\sigma_{x,t}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,x,t}}{f_{md}} = \frac{5,28}{14} + \frac{6,43}{20,1} = 0,69 \leq 1 \quad \text{Verifica a flexão composta}$$

## 2. Esforço transversal

De acordo com o quadro anterior, constata-se que a tensão máxima tangencial é:

$$\tau_{max,t} = 1,30 \text{ MPa}$$

Verificação de segurança:

$$\tau_{max,t} \leq f_{v,d} \\ 1,30 \leq 2,3 \quad \text{Verifica o esforço transversal}$$

## Dimensionamento do elemento de betão armado

Inicialmente, é necessário definir alguns parâmetros que afetam o dimensionamento da estrutura, como a Classe de Exposição, XC1 e Classe Estrutural, S4, para um período 100 anos.

### 1. Dados iniciais

#### Recobrimento

Segundo a NP EN 1992, é dado pela expressão seguinte:

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 16 + 10 = 26 \text{ mm} \rightarrow \text{de forma conservativa considerou-se } c_{nom} = 30 \text{ mm}$$

#### Altura útil

A altura útil é calculada segundo as expressões seguintes – para o seu cálculo admitiu-se um diâmetro de 10 mm para a armadura longitudinal e um diâmetro de 16 mm para a transversal.

$$d_{trans} = h_c - \frac{\Phi_{trans}}{2} - c_{nom} = 300 - \frac{16}{2} - 30 = 262 \text{ mm} \\ d_{long} = h_c - \Phi_{trans} - \frac{\Phi_{long}}{2} - c_{nom} = 300 - 16 - \frac{10}{2} - 30 = 249 \text{ mm}$$

### Largura efetiva

Este parâmetro é cálculo segundo as expressões seguintes, como descrito no NP EN 1992:

$$b_c = b_{eff,c} = \sum b_{eff,i} b_t < b = 1,62 \times 2 + 0,3 < 1,5$$

$$b_{eff,i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0 = 0,2 \times 0,6 + 0,1 \times 15 \leq 0,2 \times 15$$

$$b_c = 1,5 \text{ m}$$

ou seja, não há redução da capacidade resistente por *shear-lag*.

## 2. Disposições construtivas

### Áreas mínima e máxima de armadura

De acordo com a NP EN 1992 as áreas mínima e máxima de armadura devem ser definidas segundo as expressões seguintes respetivamente:

$$A_{s,min} = \max \left\{ 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_c d ; 0,0013 b_c d \right\}$$

$$A_{s,min} = \max \left\{ 0,26 \times \frac{2,9}{500} \times 1 \times 0,262 ; 0,0013 \times 1 \times 0,262 \right\} = 3,95 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,max} = 0,04 A_c = 0,04 \times 1 * 0,3 = 120 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### Outras disposições construtivas

As disposições construtivas referentes ao espaçamento máximo e mínimo entre varões, diâmetro do mandril, bem como o comprimento de amarração devem ser calculadas de acordo com a respetiva cláusula definida na NP EN 1992.

## 3. Flexão

### Direção Longitudinal

O dimensionamento na direção longitudinal é efetuado para as tensões máximas na face superior e inferior da laje de betão armado como definido nas expressões seguintes:

$$\sigma_{c,max} = \sigma_{x,c} + \sigma_{m,x,c} = 4,15 + 3,85 = 8,00 \text{ MPa} \quad (\text{compressão})$$

$$\sigma_{c,min} = \sigma_{x,c} - \sigma_{m,x,c} = 4,15 - 3,85 = 0,30 \text{ MPa} \quad (\text{compressão})$$



Verificação de segurança:

$$\sigma_{c,max} \leq f_{cd} \leftrightarrow 8 \leq 20 \text{ Verifica a compressão máxima no betão}$$

**Nota:** Como podemos observar nos resultados anteriores, para a flexão longitudinal, o betão encontra-se comprimido em toda a sua secção. Este era um aspeto que se pretendia verificar, como mencionado na parte da metodologia.

### Direção Transversal

Na direção transversal é necessário o dimensionamento de armaduras de tração, uma vez que nesta direção se verificam tensões de tração na face superior do betão bem como na face inferior. Com base no anteriormente exposto, é necessário dimensionar a face superior para resistir ao momento fletor que exerce a tensão máxima de tração nessa face ( $M_{x,c,superior}$ ), e a face inferior para o momento fletor que leva à tensão máxima de tração nessa face ( $M_{x,c,inferior}$ ). O cálculo das armaduras é efetuado para o momento fletor reduzido  $\mu$ :

$$\mu_{superior} = \frac{M_{x,c,superior}}{b_c d_{trans}^2 f_{cd}} = \frac{88}{1 \times 0,262^2 \times 20 \times 10^3} = 0,064$$

$$\mu_{inferior} = \frac{M_{x,c,inferior}}{b_c d_{trans}^2 f_{cd}} = \frac{63}{1 \times 0,262^2 \times 20 \times 10^3} = 0,045$$

com a percentagem mecânica de armadura tracionada  $\omega$  dada por

$$\omega = \mu(1 + \mu)$$

$$\omega_{superior} = 0,064(1 + 0,064) = 0,068$$

$$\omega_{inferior} = 0,045(1 + 0,045) = 0,047$$

$$A_{s,req,superior} = \frac{b_c d_{trans} \omega_{superior} f_{cd}}{f_{yk} / \gamma_s} = \frac{1 \times 0,262 \times 0,068 \times 20}{500 / 1,15} = 8,1 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{s,req,inferior} = \frac{b_c d_{trans} \omega_{inferior} f_{cd}}{f_{yk} / \gamma_s} = \frac{1 \times 0,262 \times 0,047 \times 20}{500 / 1,15} = 5,6 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Onde  $A_{s,req}$  é a área de armadura requerida,  $f_{yk}$  o valor característico da tensão de cedência do aço e  $\gamma_s$  o coeficiente parcial relativo ao aço.

A NP EN 1992 refere que, para os casos em que só é necessária armadura de tração numa direção – situação que se verifica neste tabuleiro, pois a direção longitudinal está comprimida – a armadura na direção perpendicular à mesma, deve ser pelo menos 20% da armadura principal.

**Nota:** Embora nesta direção existam trações no betão e conseqüentemente a necessária verificação de tração no betão, bem como o respetivo cálculo da fendilhação no betão, o cálculo da fendilhação. Além disso, note-se que estas trações transversais no betão mereceriam uma análise não linear do problema. Estes dois aspetos referidos extravasam o âmbito desta dissertação.

#### 4. Armaduras finais

Com base nos valores obtidos anteriormente, podem definir-se os seguintes valores para as armaduras finais para as duas direções do tabuleiro.

Armadura longitudinal superior → Ø10//0,30 m

Armadura longitudinal inferior → Ø10//0,30 m

Armadura transversal superior → Ø16//0,20 m

Armadura transversal inferior → Ø16//0,25 m

#### Força no ligador

No que concerne à verificação do ligador, esta é efetuada segundo a expressão seguinte:

$$F_{1d} \leq F_u$$

Onde  $F_{1d}$  é a força de cálculo do ligador e  $F_u$  é a força resistente do ligador.

Neste caso,  $F_{1d} = 233$  kN, valor que ocorre no ligador mais perto do apoio do tabuleiro e  $F_u = 914$  kN, sendo verificada a capacidade resistente do ligador.

#### Deformações

A deformação total ( $w_{fin}$ ) é dada pela soma de duas parcelas: a primeira corresponde às deformações de longo prazo devido às cargas permanentes ( $\mu_{per}$ ), e a segunda diz respeito às deformações de longo prazo devido às cargas quase-permanentes ( $\mu_{qper}$ ).

$$w_{fin} = \mu_{per} + \mu_{qper} = 5,1 + 2,4 = 7,5 \text{ mm}$$

Verificação de condições de serviço:

$$w_{fin} = 7,5 \text{ mm} \leq \frac{l}{500} = 30 \text{ mm} \rightarrow \text{Verifica a deformação}$$

### 5.3. Dimensionamento da Tipologia 2

O dimensionamento da Tipologia 2 foi efetuado de forma similar ao apresentado para a Tipologia 1. Assim, as características geométricas e as propriedades dos materiais são as definidas na secção 3.2. (Tipologia 2), e segundo a metodologia de cálculo apresentada no Anexo B da EN 1995 já descrita anteriormente. No Quadro 5.3 apresentam-se os valores que serviram de base para determinar as tensões e forças necessárias para o dimensionamento da estrutura.

Quadro 5.3 – Resultado do cálculo das tensões e esforços.

<b>ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS</b>	
<b>Ligação</b>	
$s_{min} = 0,6 \text{ m}$ $s_{max} = 1,5 \text{ m}$ $s_{ef} = 0,75 \times s_{min} + 0,25 \times s_{max} = 0,825$	
$K_{ser} = 2190000 \text{ kN/m}$	$K_u = 1460000 \text{ kN/m}$
<b>Propriedades da secção</b>	
Laje de Betão Armado	Viga de Madeira
$A_c = 0,21 \text{ m}^2$	$A_t = 0,255 \text{ m}^2$
$I_c = 1,37 \times 10^{-3} \text{ m}^4$	$I_t = 1,53 \times 10^{-2} \text{ m}^4$
Para $t = 0$	
$a_c = 0,20 \text{ m}$	$a_t = 0,36 \text{ m}$
$\gamma_c = 0,85$	$\gamma_t = 1$
$(EI)_{ef} = 903331 \text{ kNm}^2$	
Para $t = \infty$	
$a_c = 0,24 \text{ m}$	$a_t = 0,32 \text{ m}$
$\gamma_c = 0,93$	$\gamma_t = 1$
$(EI)_{ef} = 645093 \text{ kNm}^2$	
<b>Esforços Atuantes</b>	
Para $t = 0$	

Quadro 5.3 – Resultado do cálculo das tensões e esforços (continuação).

Flexão Longitudinal	Flexão Transversal face superior do Betão	Flexão Transversal face inferior do Betão	Esforço Transverso
962 kNm	59 kNm	74 kNm	188 kN
Para $t = \infty$			
Flexão Longitudinal	Flexão Transversal face superior do Betão	Flexão Transversal face inferior do Betão	Esforço Transverso
969 kNm	48 kNm	72 kNm	191 kN
<b>Tensões Atuantes</b>			
Para $t = 0$			
No Betão			
$\sigma_{x,c} = 5,96$ MPa		$\sigma_{m,x,c} = 4,92$ MPa	
Na Madeira			
$\sigma_{x,t} = 4,91$ MPa	$\sigma_{m,x,t} = 5,70$ MPa	$\tau_{max,t} = 0,82$ MPa	
Força no Ligador			
$F_{1d} = 146$ kN			
Para $t = \infty$			
No Betão			
$\sigma_{x,c} = 5,92$ MPa		$\sigma_{m,x,c} = 3,76$ MPa	
Na Madeira			
$\sigma_{x,t} = 4,88$ MPa	$\sigma_{m,x,t} = 6,33$ MPa	$\tau_{max,t} = 0,81$ MPa	
Força no Ligador			
$F_{1d} = 149$ kN			
<b>ESTADOS LIMITES SERVIÇO</b>			
<b>Deformações <math>t = \infty</math></b>			
Cargas Permanentes		Cargas Quase-permanentes	
$\mu_{per} = 5,7$ mm		$\mu_{qper} = 2,6$ mm	

Com base nos valores obtidos no Quadro 5.3 para as tensões na madeira e no betão, tal como a força no ligador e por fim as deformações. É efetuado seguidamente o dimensionamento da estrutura com base nestes valores e nas suas propriedades resistentes.

## Dimensionamento do elemento de madeira

Tal como para a tipologia 1,  $k_{mod} = 0.9$  e  $\gamma_M = 1.25$ .

### 1. Flexão composta

As tensões máximas devido à componente axial e devido à componente de flexão no elemento de madeira com base no quadro anterior são:

$$\sigma_{x,t} = 4,88 \text{ MPa e } \sigma_{m,x,t} = 6,33 \text{ MPa}$$

Verificação de segurança:

$$\frac{\sigma_{x,t}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,x,t}}{f_{md}} = \frac{4,88}{14} + \frac{6,33}{20,1} = 0,66 \leq 1 \quad \text{Verifica a flexão composta}$$

### 2. Esforço transversal

De acordo com o quadro anterior, constata-se que a tensão máxima tangencial é:

$$\tau_{max,t} = 0,82 \text{ MPa}$$

Verificação de segurança:

$$\tau_{max,t} \leq f_{v,d}$$
$$0,82 \leq 2,3 \quad \text{Verifica o esforço transversal}$$

## Dimensionamento do elemento de betão armado

A classe de exposição e classe estrutural são as definidas para a tipologia 1.

### 1. Dados iniciais

#### Recobrimento

Tal como para a Tipologia 1

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 16 + 10 = 26 \text{ mm} \rightarrow c_{nom} = 30 \text{ mm}$$

### Altura útil

A altura útil é calculada segundo as expressões seguintes, admitindo os mesmos diâmetros dos varões da Tipologia 1.

$$d_{trans} = h_c - \frac{\phi_{trans}}{2} - c_{nom} = 280 - \frac{16}{2} - 30 = 242 \text{ mm}$$

$$d_{long} = h_c - \phi_{trans} - \frac{\phi_{long}}{2} - c_{nom} = 280 - 16 - \frac{10}{2} - 30 = 229 \text{ mm}$$

### Largura efetiva

Na tipologia anterior verificou-se que o shear-lag não afeta este parâmetro,  $b_c = 0,75 \text{ m}$ .

## **2. Disposições construtivas**

### Áreas mínima e máxima de armadura

De acordo com a NP EN 1995 as áreas mínima e máxima de armadura devem ser definidas segundo as expressões seguintes respetivamente:

$$A_{s,min} = \max \left\{ 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_c d ; 0,0013 b_c d \right\}$$

$$A_{s,min} = \max \left\{ 0,26 \times \frac{2,9}{500} \times 1 \times 0,242 ; 0,0013 \times 1 \times 0,242 \right\} = 3,64 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,max} = 0,04 A_c = 0,04 \times 1 * 0,28 = 112 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### Outras disposições construtivas

Ver nota na Tipologia 1.

## **3. Flexão**

### Direção Longitudinal

O dimensionamento na direção longitudinal é efetuado para as tensões máximas na face superior e inferior da laje de betão armado como definido pelas expressões seguintes:

$$\sigma_{c,max} = \sigma_{x,c} + \sigma_{m,x,c} = 5,96 + 4,92 = 10,88 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c,min} = \sigma_{x,c} - \sigma_{m,x,c} = 5,96 - 4,92 = 1,04 \text{ MPa}$$

Verificação de segurança:

$$\sigma_{c,max} \leq f_{cd}$$

$$10,88 \leq 20 \text{ Verifica a compressão máxima no betão}$$

Observa-se que também para esta tipologia o betão se encontra comprimido em toda a sua secção.

### Direção Transversal

Para este modelo,

$$\mu_{superior} = \frac{M_{x,c,superior}}{b_c d_{trans}^2 f_{cd}} = \frac{59}{1 \times 0,242^2 \times 20 \times 10^3} = 0,050$$

$$\mu_{inferior} = \frac{M_{x,c,inferior}}{b_c d_{trans}^2 f_{cd}} = \frac{74}{1 \times 0,242^2 \times 20 \times 10^3} = 0,063$$

de modo que

$$\omega_{superior} = 0,050(1 + 0,050) = 0,052$$

$$\omega_{inferior} = 0,063(1 + 0,063) = 0,066$$

$$A_{s,req,superior} = \frac{b_c d_{trans} \omega_{superior} f_{cd}}{f_{yk} / \gamma_s} = \frac{1 \times 0,242 \times 0,052 \times 20}{500 / 1,15} = 5,78 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{s,req,inferior} = \frac{b_c d_{trans} \omega_{inferior} f_{cd}}{f_{yk} / \gamma_s} = \frac{1 \times 0,242 \times 0,066 \times 20}{500 / 1,15} = 7,34 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Deve-se colocar pelo menos 20% da armadura transversal na direção longitudinal.

## **4. Armaduras finais**

Com base nos valores determinados anteriormente definiu-se a seguinte armadura:

Armadura longitudinal superior → Ø10//0,40 m

Armadura longitudinal inferior → Ø10//0,40 m

Armadura transversal superior → Ø16//0,25 m

Armadura transversal inferior → Ø16//0,25 m

### Força no Ligador

Neste caso temos  $F_{1d}$  igual a 149 kN e  $F_u$  igual a 914 kN, logo é verificada a capacidade resistente do ligador.

### Deformação

Neste caso também é satisfeito o critério da norma:

$$w_{fin} = \mu_{per} + \mu_{qper} = 5,7 + 2,6 = 8,3 \text{ mm} \leq \frac{l}{500} = 30 \text{ mm}$$

## 5.4. Dimensionamento da Tipologia 3

O dimensionamento da Tipologia 3, também foi efetuado conforme a Tipologia 1 e 2, onde as características geométricas e as propriedades dos materiais são definidas na secção 3.2. (Tipologia 3), e o cálculo efetuado segundo a metodologia da norma anteriormente referida. No Quadro 5.4 apresentam-se os valores que serviram de base para determinar as tensões e forças necessárias para o dimensionamento da estrutura.

Quadro 5.4 – Resultados do cálculo das tensões e esforços.

<b>ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS</b>	
<b>Ligação</b>	
$s_{min} = 0,2 \text{ m}$ $s_{max} = 0,5 \text{ m}$ $s_{ef} = 0,75 \times s_{min} + 0,25 s_{max} = 0,275$	
$K_{ser} = 38000 \text{ kN/m}$ $K_u = 25333 \text{ kN/m}$	
<b>Propriedades da secção</b>	
Laje de Betão Armado	Viga de Madeira
$A_c = 0,06 \text{ m}^2$	$A_t = 0,165 \text{ m}^2$
$I_c = 2,0 \times 10^{-4} \text{ m}^4$	$I_t = 4,1 \times 10^{-3} \text{ m}^4$
Para $t = 0$	
$a_c = 0,25 \text{ m}$	$a_t = 0,12 \text{ m}$
$\gamma_c = 0,51$	$\gamma_t = 1$
$(EI)_{ef} = 903331 \text{ kNm}^2$	
Para $t = \infty$	
$a_c = 0,25 \text{ m}$	$a_t = 0,12 \text{ m}$



Quadro 5.4 – Resultados do cálculo das tensões e esforços (continuação).

$\gamma_c = 0,69$		$\gamma_t = 1$	
$(EI)_{ef} = 125388 \text{ kNm}^2$			
<b>Esforços Atuantes</b>			
Para $t = 0$			
Flexão Longitudinal	Flexão Transversal face superior do Betão	Flexão Transversal face inferior do Betão	Esforço Transverso
390 kNm	21 kNm	62 kNm	112 kN
Para $t = \infty$			
Flexão Longitudinal	Flexão Transversal face superior do Betão	Flexão Transversal face inferior do Betão	Esforço Transverso
392 kNm	19 kNm	59 kNm	126 kN
<b>Tensões Atuantes</b>			
Para $t = 0$			
No Betão			
$\sigma_{x,c} = 10,74 \text{ MPa}$		$\sigma_{m,x,c} = 8,29 \text{ MPa}$	
Na Madeira			
$\sigma_{x,t} = 3,90 \text{ MPa}$	$\sigma_{m,x,t} = 8,70 \text{ MPa}$	$\tau_{\max,t} = 0,72 \text{ MPa}$	
Força no Ligador			
$F_{ld} = 37 \text{ kN}$			
Para $t = \infty$			
No Betão			
$\sigma_{x,c} = 10,84 \text{ MPa}$		$\sigma_{m,x,c} = 6,23 \text{ MPa}$	
Na Madeira			
$\sigma_{x,t} = 3,94 \text{ MPa}$	$\sigma_{m,x,t} = 8,95 \text{ MPa}$	$\tau_{\max,t} = 0,81 \text{ MPa}$	
Força no Ligador			
$F_{ld} = 41 \text{ kN}$			
<b>ESTADOS LIMITES SERVIÇO</b>			
<b>Deformações <math>t = \infty</math></b>			
Cargas Permanentes		Cargas Quase-permanentes	
$\mu_{per} = 9,7 \text{ mm}$		$\mu_{qper} = 4,4 \text{ mm}$	

Tendo por base os resultados obtidos no Quadro 5.4 para as tensões na madeira e no betão, tal como a força no ligador e por fim as deformações. É efetuado, seguidamente, o dimensionamento da estrutura com base nestes valores e nas suas propriedades resistentes.

### **Dimensionamento do elemento de madeira**

Tal como para a Tipologia 1 e 2,  $k_{mod} = 0.9$  e  $\gamma_M = 1.25$ .

#### **1. Flexão composta**

As tensões máximas devido à componente axial e devido à componente de flexão no elemento de madeira com base no quadro anterior são:

$$\sigma_{x,t} = 3,94 \text{ MPa} \text{ e } \sigma_{m,x,t} = 8,95 \text{ MPa}$$

Verificação de segurança:

$$\frac{\sigma_{x,t}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,x,t}}{f_{md}} = \frac{3,94}{14} + \frac{8,95}{20,1} = 0,72 \leq 1 \quad \text{Verifica a flexão composta}$$

#### **2. Esforço transversal**

Com base no quadro anterior constatamos que a tensão máxima tangencial é:

$$\tau_{max,t} = 0,81 \text{ MPa}$$

Verificação de segurança:

$$\tau_{max,t} \leq f_{v,d}$$
$$0,821 \leq 2,3 \quad \text{Verifica o esforço transversal}$$

### **Dimensionamento do elemento de betão armado**

A classe de exposição e classe estrutural são as definidas para a Tipologia 1.

## 1. Dados iniciais

### Recobrimento

Tal como para as Tipologias 1 e 2.

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 16 + 10 = 26\text{mm} \rightarrow c_{nom} = 30\text{ mm}$$

### Altura útil

A altura útil é calculada segundo as expressões seguintes, admitindo os mesmos diâmetros dos varões da Tipologia 1 e 2.

$$d_{trans} = h_c - \frac{\Phi_{trans}}{2} - c_{nom} = 200 - \frac{16}{2} - 30 = 162\text{ mm}$$
$$d_{long} = h_c - \Phi_{trans} - \frac{\Phi_{long}}{2} - c_{nom} = 200 - 16 - \frac{10}{2} - 30 = 149\text{ mm}$$

### Largura efetiva

Na tipologia anterior, verificou-se que o shear-lag não afeta este parâmetro,  $b_c = 0,30\text{ m}$ .

## 2. Disposições construtivas

### Áreas mínima e máxima de armadura

De acordo com a NP EN 1992 as áreas mínima e máxima de armadura devem ser definidas segundo as expressões seguintes, respetivamente:

$$A_{s,min} = \max \left\{ 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_c d ; 0,0013 b_c d \right\}$$
$$A_{s,min} = \max \left\{ 0,26 \times \frac{2,9}{500} \times 1 \times 0,162 ; 0,0013 \times 1 \times 0,162 \right\} = 2,44\text{ cm}^2/\text{m}$$
$$A_{s,max} = 0,04 A_c = 0,04 \times 1 * 0,20 = 80\text{cm}^2/\text{m}$$

### Outras disposições construtivas

Ver nota para a Tipologia 1.

### 3. Flexão

#### Direção Longitudinal

O dimensionamento na direção longitudinal é efetuado para a tensões máximas na face superior e inferior da laje de betão armado como definido pelas expressões seguintes:

$$\sigma_{c,max} = \sigma_{x,c} + \sigma_{m,x,c} = 10,74 + 8,29 = 19,03 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c,min} = \sigma_{x,c} - \sigma_{m,x,c} = 10,74 - 8,29 = 2,45 \text{ MPa}$$

Verificação de segurança:

$$\sigma_{c,max} \leq f_{cd}$$

$19,03 \leq 20 \rightarrow$  Verifica a compressão máxima no betão. Note-se, porém, que neste modelo este valor está muito mais perto do limite.

#### Direção Transversal

Do mesmo modo que para as Tipologias 1 e 2.

$$\mu_{superior} = \frac{M_{x,c,superior}}{b_c d_{trans}^2 f_{cd}} = \frac{21}{1 \times 0,162^2 \times 20 \times 10^3} = 0,040$$

$$\mu_{inferior} = \frac{M_{x,c,inferior}}{b_c d_{trans}^2 f_{cd}} = \frac{62}{1 \times 0,162^2 \times 20 \times 10^3} = 0,118$$

de modo que

$$\omega_{superior} = 0,040(1 + 0,040) = 0,041$$

$$\omega_{inferior} = 0,118(1 + 0,118) = 0,131$$

$$A_{s,req,superior} = \frac{b_c d_{trans} \omega_{superior} f_{cd}}{f_{yk} / \gamma_s} = \frac{1 \times 0,162 \times 0,041 \times 20}{500 / 1,15} = 3,05 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{s,req,inferior} = \frac{b_c d_{trans} \omega_{inferior} f_{cd}}{f_{yk} / \gamma_s} = \frac{1 \times 0,162 \times 0,131 \times 20}{500 / 1,15} = 9,82 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Deve-se colocar pelo menos 20% da armadura transversal na direção longitudinal.

#### 4. Armaduras finais

Com base nos valores obtidos anteriormente para as respetivas armaduras, apresentam-se, seguidamente, as armaduras finais para as duas direções do tabuleiro.

Armadura longitudinal superior → Ø10//0,30 m

Armadura longitudinal inferior → Ø10//0,30 m

Armadura transversal superior → Ø12//0,25 m

Armadura transversal inferior → Ø16//0,20 m

#### Força no Ligador

Neste caso temos  $F_{1d}$  igual a 41 kN e  $F_u$  igual a 97 kN, logo é verificada a capacidade resistente do ligador.

#### Deformações

Neste caso também é satisfeito o critério da norma:

$$w_{fin} = \mu_{per} + \mu_{qper} = 9,7 + 4,4 = 14,1 \text{ mm} \leq \frac{l}{500} = 30 \text{ mm}$$

## 6. ANÁLISE DE RESULTADOS

### 6.1. Distribuição transversal de cargas

A capacidade dos tabuleiros de pontes mistas madeira-betão de distribuir transversalmente as cargas, é extremamente importante para o seu adequado funcionamento e durabilidade – esta característica é particularmente relevante no caso de cargas concentradas de valor elevado (Rodrigues, 2014). De facto, uma distribuição inadequada, (i) não só tenderia a agravar o custo total, uma vez que, para o dimensionamento de cada um dos elementos longitudinais teria de se considerar que ele suportava a totalidade da carga pontual máxima, (ii) mas também significaria uma excessiva deformabilidade na direção transversal, o que (iii) afetaria adversamente a durabilidade deste sistema misto.

Em termos de posicionamento das cargas para efeito da avaliação da capacidade de distribuição, considerou-se a sua aplicação a meio vão, uma vez que é onde o seu efeito é mais gravoso. No sentido transversal, uma opção habitual no caso das pontes vigadas, é aplicar as cargas concentradas diretamente sobre uma das vigas do tabuleiro, para determinar qual a percentagem da força diretamente suportada por essa viga e qual a parte que é distribuída para as restantes vigas. Todavia, no estudo efetuado, uma vez que se pretendia comparar os resultados para as três diferentes tipologias estruturais consideradas com posição variável das vigas, não foi possível usar esta opção. Em vez disso, considerou-se a aplicação de uma carga pontual de 100 kN, em três posições fixas, a uma distância variável ao bordo do tabuleiro de: 1 m, 2 m e 3 m, como ilustra a Figura 6.1. Esta última posição coincide com o eixo do tabuleiro.

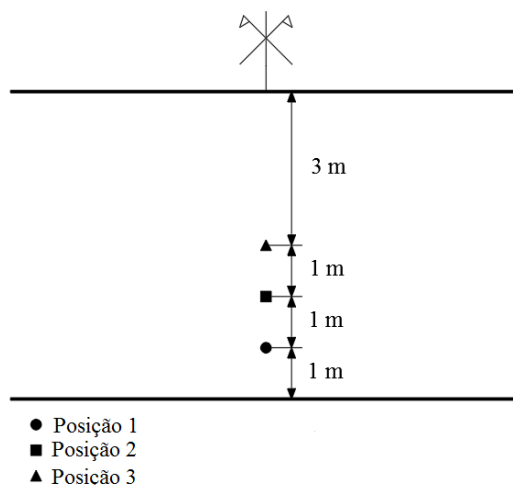


Figura 6.1 – Vista em planta do tabuleiro da ponte e dos pontos de aplicação da carga.

### 6.1.1. Distribuição transversal da Tipologia 1

A Figura 6.2 ilustra os pontos de aplicação da carga concentrada no tabuleiro da ponte mista madeira-betão, e o posicionamento das vigas na Tipologia 1.

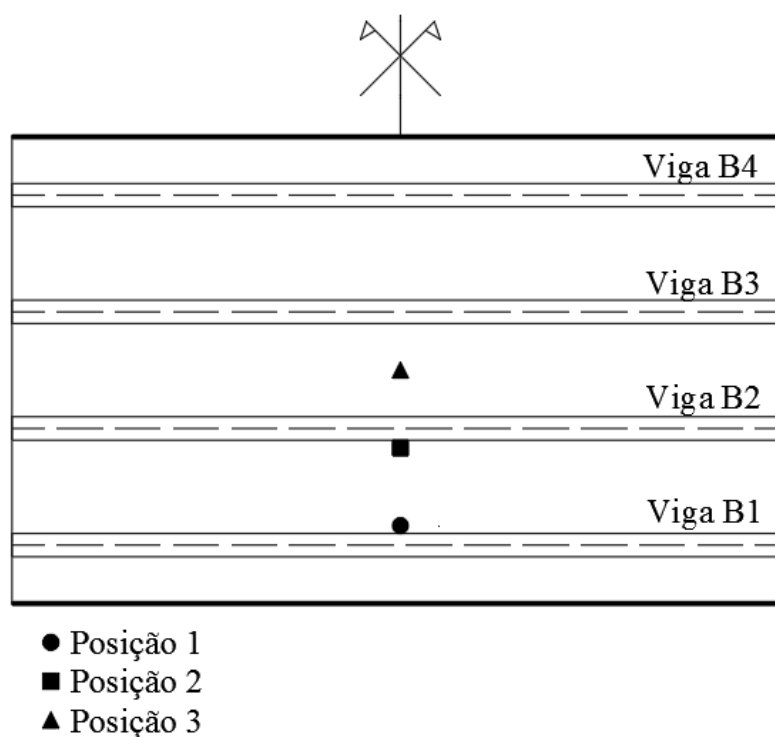


Figura 6.2 – Representação dos pontos de aplicação das cargas e o posicionamento das vigas.

Para cada uma das posições da carga, Posição 1, Posição 2 e Posição 3, foram analisados três parâmetros. O primeiro parâmetro analisado, relativamente à distribuição transversal de cargas nas vigas de madeira, foram as reações de apoio, cujos resultados são apresentados na Figura 6.3. O segundo parâmetro estudado foi o momento fletor a meio vão nas várias vigas de madeira, ver Figura 6.4. O terceiro parâmetro analisado foi a flecha da secção de meio vão das vigas, ver Figura 6.5.

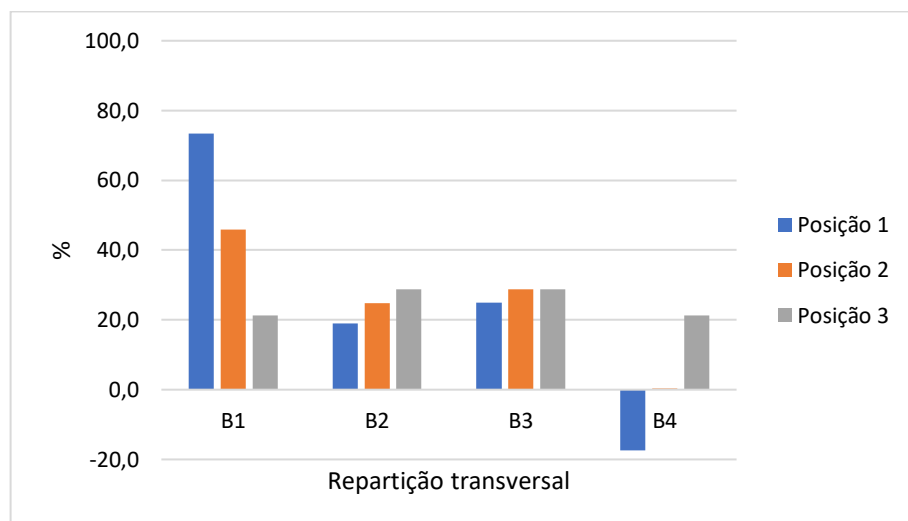


Figura 6.3 – Tipologia 1: reações de apoio nas vigas (relativamente às reações de apoios totais) em função da posição da carga.

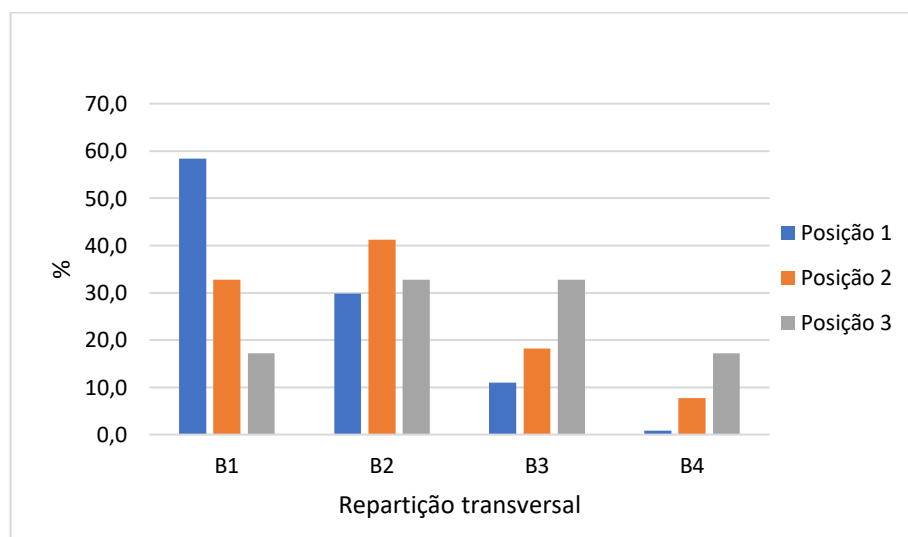


Figura 6.4 – Tipologia 1: momento fletor a meio vão nas vigas (relativamente ao momento fletor total) em função da posição da carga.



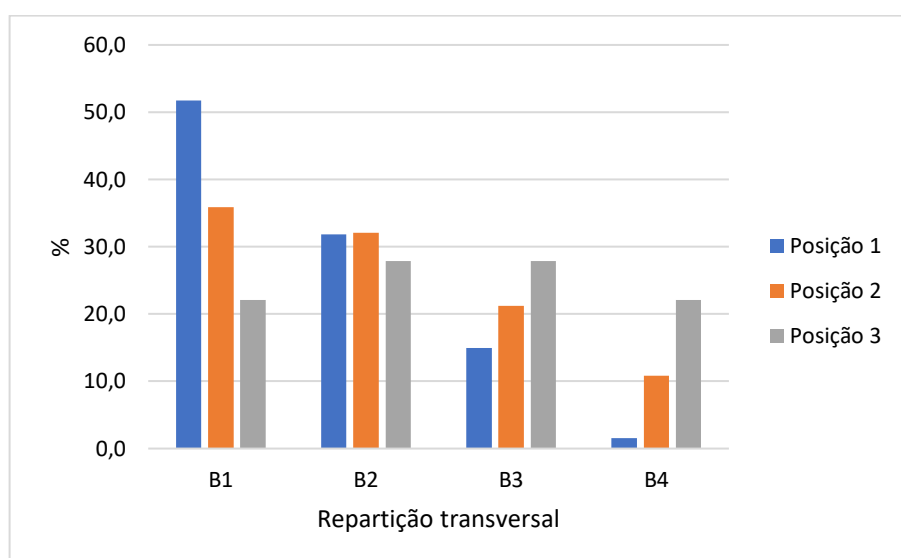


Figura 6.5 – Tipologia 1: flecha a meio vão nas vigas (relativamente à flecha total) em função da posição da carga.

A análise das três figuras anteriores mostra que, de um modo geral, a meio vão das vigas, a variação do momento fletor é similar à das flechas. Por sua vez, as reações de apoio têm uma variação diferente destes, verificando-se, na secção 6.1.5, que este comportamento é típico de lajes suportadas por apoios pontuais. Deste modo, optou-se por escolher os dois primeiros parâmetros para a avaliação da distribuição lateral das forças.

No que concerne ao momento fletor, de uma forma geral, observa-se uma boa repartição transversal de cargas, a qual é quase linear quando a carga é aplicada mais perto do bordo livre do tabuleiro, Posição 1: neste caso, a viga B1 suporta quase 60 % do momento fletor a meio vão. Por outro lado, nas duas posições de aplicação da carga mais interiores, a distribuição já se afasta mais da linear, embora continue a ser muito boa: para a carga na Posição 2 a viga mais próxima suporta pouco mais que 40 % e, quando a carga é aplicada no centro do tabuleiro, as vigas centrais suportam pouco mais de 30 % do momento fletor.

No que respeita à variação das flechas, os resultados são similares aos do momento fletor, mas revelam uma distribuição muito melhor, pois apresentam uma maior uniformidade e uma distribuição mais próxima da linear. Neste caso, não se observam variações abruptas que seriam expectáveis se a distribuição fosse inadequada.

Em termos práticos, poderia ser interessante a avaliação da distribuição para a carga posicionada diretamente em cima de cada uma das vigas. Porém, essa informação será particularmente relevante, caso possa ser complementada com o estudo paramétrico da variação da distribuição com a variação da secção e propriedades dos materiais, o que, claramente, extravasa o âmbito desta dissertação.

### 6.1.2. Distribuição transversal da Tipologia 2

Tal como apresentado para a Tipologia 1, também neste caso são ilustrados na Figura 6.6 os pontos de aplicação da carga concentrada no tabuleiro da ponte mista madeira-betão, bem como, a localização das cargas relativamente ao posicionamento das vigas referentes à Tipologia 2.

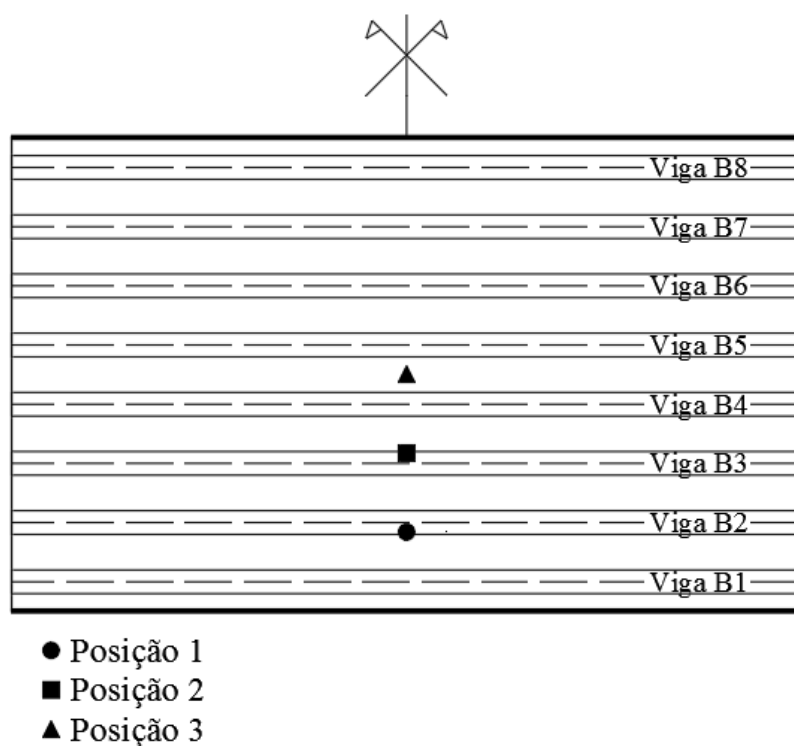


Figura 6.6 – Representação dos pontos de aplicação da carga e o posicionamento das vigas.

Para a Tipologia 2, tal como para a Tipologia 1, foi analisada a distribuição transversal dos esforços, reações e deslocamentos em função da carga pontual. Os resultados relativamente à distribuição transversal das reações de apoios são apresentados na Figura 6.7, os do momento fletor a meio vão na Figura 6.8 e os do deslocamento a meio vão na Figura 6.9.

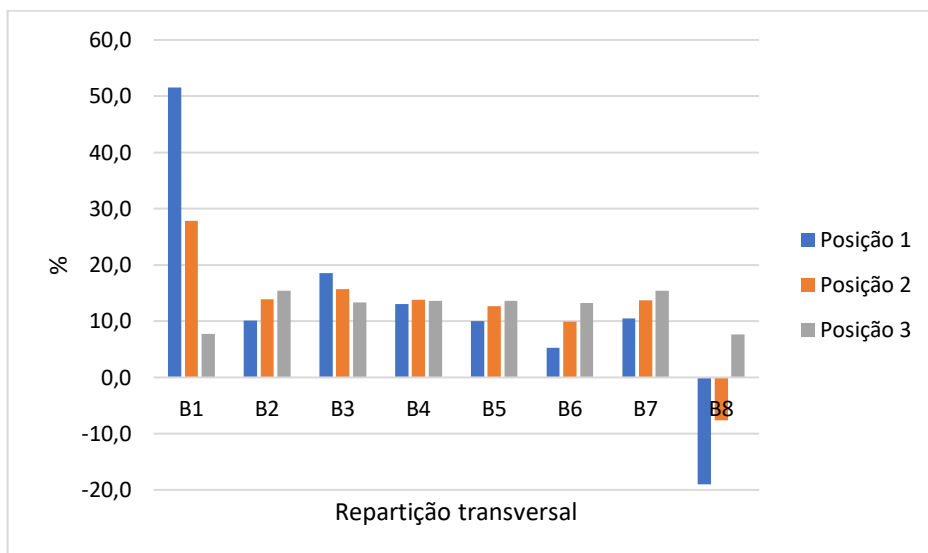


Figura 6.7 – Tipologia 2: reações de apoio nas vigas (relativamente às reações de apoio totais) em função da posição da carga.

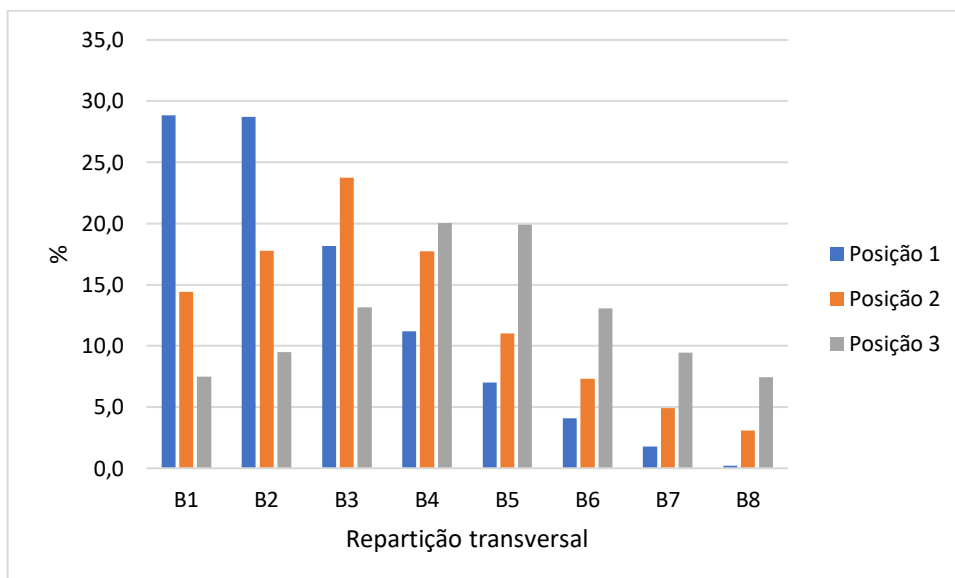


Figura 6.8 – Tipologia 2: momento fletor a meio vão nas vigas (relativamente ao momento fletor total) em função da posição da carga.

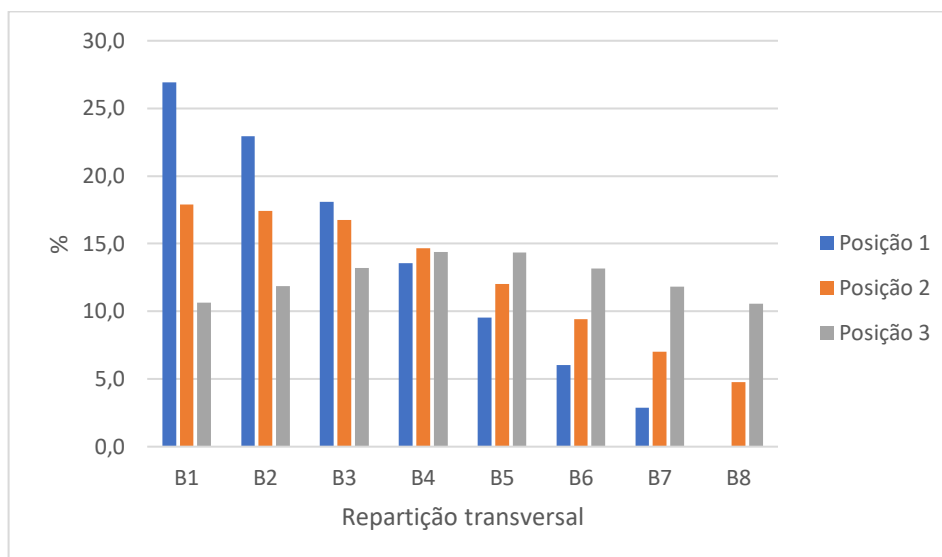


Figura 6.9 – Tipologia 2: flecha a meio vão nas vigas (relativamente à flecha total) em função da posição da carga.

A análise das três figuras anteriores, permite constatar que estas traduzem um comportamento semelhante ao verificado para a Tipologia 1, particularmente no caso dos parâmetros que permitem uma melhor avaliação da distribuição transversal de cargas.

Relativamente ao momento fletor, contata-se, de um modo geral, uma boa repartição transversal de cargas. Quando se aplica a carga na Posição 1, observa-se que as vigas B1 e B2 suportam iguais percentagens, num total de cerca de 54% do valor da carga, sendo a restante carga repartida de forma quase linear pelas restantes vigas. Situação idêntica acontece quando se aplica a carga na Posição 3, onde as vigas B4 e B5 recebem igual percentagem de carga, sendo a percentagem restante distribuída de forma linear e simétrica pelas restantes vigas. Por sua vez, na Posição 2 a viga B3 suporta 24% da carga, sendo a excedente distribuída pelas restantes vigas, mas decrescendo com o afastamento ao ponto de aplicação da carga.

Tal como para a Tipologia 1, também esta tipologia revela uma boa distribuição lateral em termos da variação das flechas. A Figura 6.9 mostra uma distribuição quase linear para a Posição 1 da carga. Relativamente à carga na Posição 2, é de notar um valor das flechas semelhante nas vigas B1, B2, B3 e uma redução linear nas restantes vigas, à medida que aumenta a sua distância à posição da carga.

### 6.1.3. Distribuição transversal da Tipologia 3

A Figura 6.10 indica os pontos de aplicação da carga concentrada no tabuleiro da ponte relativamente ao posicionamento das vigas para a Tipologia 3.

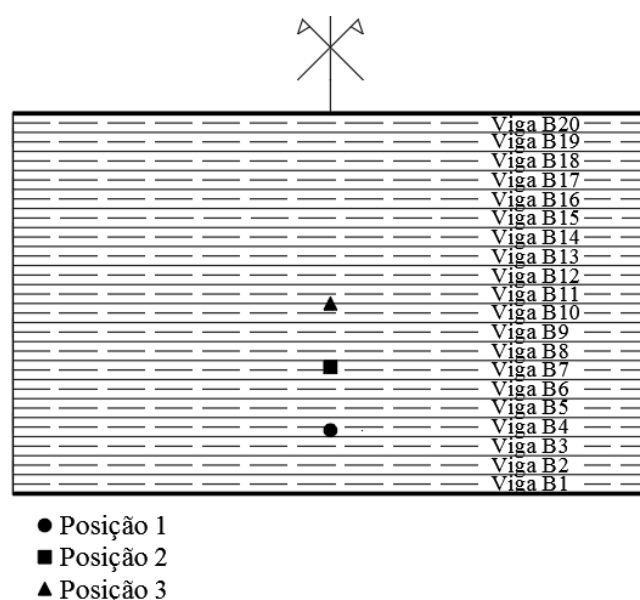


Figura 6.10 – Representação dos pontos de aplicação da carga e o posicionamento das vigas.

Os resultados da análise desta tipologia no SAP2000 são expressos na Figura 6.11, relativa à distribuição das reações de apoio, na Figura 6.12, referente à distribuição do momento fletor a meio vão das vigas, e na Figura 6.13, respeitante à distribuição das flechas a meio vão.

Observa-se novamente uma resposta irregular, e mesmo paradoxal, para as reações de apoio. Este comportamento fora do expectável não é uma exceção, mas sim a norma, uma vez que se verifica nas três tipologias desenvolvidos (modelos numéricos desenvolvidos). No entanto, para a Tipologia 3, o padrão já observado para as anteriores atinge características extremas: note-se que, a distribuição dos valores nas vigas interiores é muito regular, mas as duas vigas de extremidade atingem sistematicamente picos que destoam da resposta no interior. A análise dos resultados permitiu concluir que a sua estranheza poderia ser um mero reflexo do comportamento elástico de lajes típico, quando estas estão sujeitas a cargas pontuais e suportadas em apoios pontuais. Assim, estes resultados são estranhos, quando comparados com os resultados expectáveis para um modelo do tipo grelha, por exemplo, mas as grelhas não apresentam o mecanismo de torção típico das lajes e cascas. Claro que este comportamento tem relevância prática, em termos de dimensionamento, pela concentração de esforços em certas

partes da estrutura e portanto, tem que ser devidamente acautelado. Assim, embora esta irregularidade impeça a utilização deste parâmetro – ou seja, a distribuição das reações de apoio – para a averiguação da distribuição lateral de forças investigada nesta dissertação, é óbvio que é um assunto merecedor de um estudo aprofundado, o que se deixa como sugestão para trabalhos futuros.

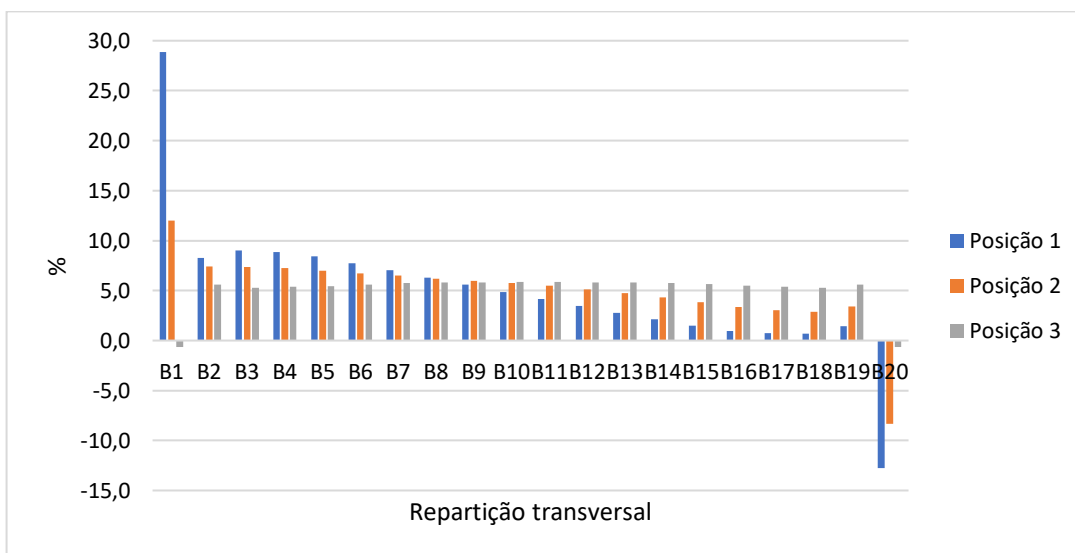


Figura 6.11 – Tipologia 3: reações de apoio nas vigas (relativamente às reações de apoio totais) em função da posição da carga.

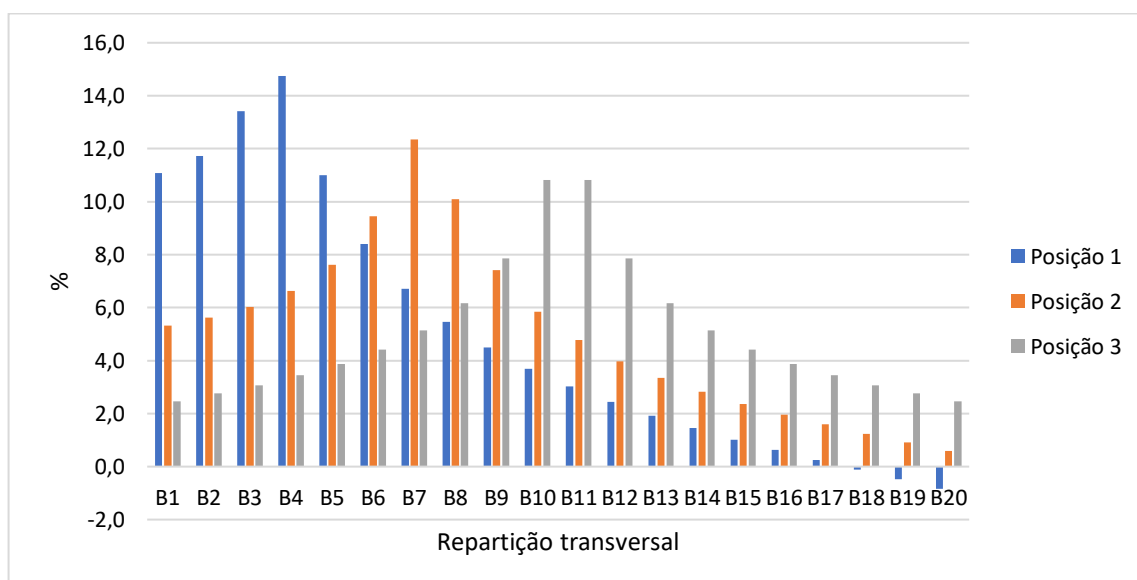


Figura 6.12 – Tipologia 3: momento fletor a meio vão nas vigas (relativamente ao momento fletor total) em função da posição da carga.

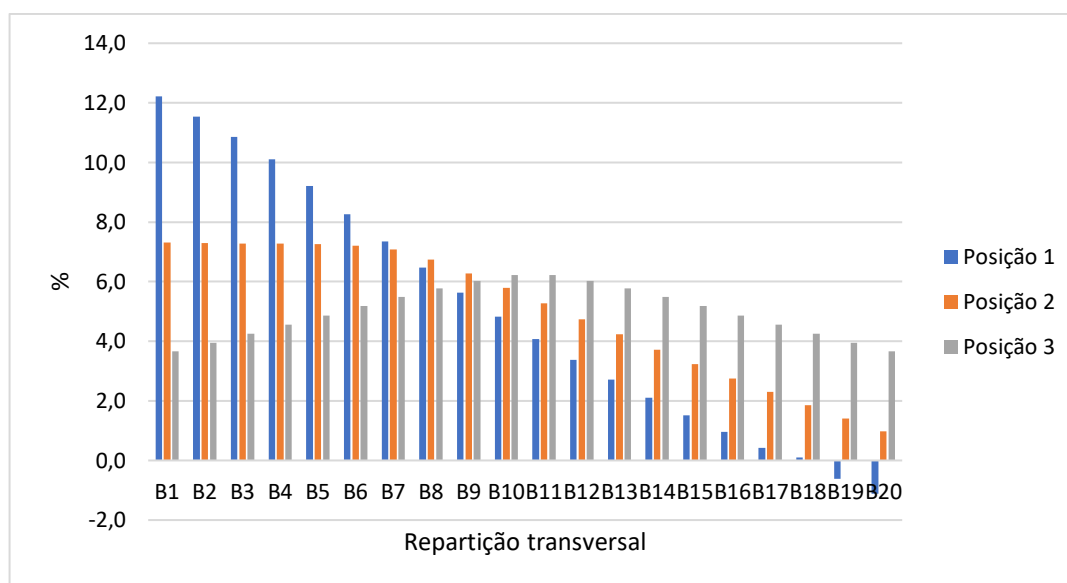


Figura 6.13 – Tipologia 3: flecha a meio vão nas vigas (relativamente à flecha total) em função da posição da carga.

De qualquer forma, os três parâmetros analisados permitem constatar que, de um modo geral, existe uma boa repartição transversal de cargas. Porém, e de acordo com o comentário anterior relativo à distribuição das reações, uma análise mais quantitativa tem de se basear nas distribuições do momento fletor e flechas, representadas nas Figuras 6.12 e 6.13, respetivamente.

No que se refere ao momento fletor, observa-se, de uma forma geral, uma boa repartição transversal de cargas. A análise da Figura 6.12 permite verificar, para as três posições de aplicação da carga, que a viga sobre a qual a carga é aplicada é a que suporta a maior percentagem de carga, sendo que o valor suportado por cada uma das restantes vigas decresce com a sua distância ao ponto de aplicação da mesma. Note-se, porém, que esta distribuição apresenta uma convexidade bastante pronunciada, revelando uma certa rapidez na redução de participação das vigas mais afastadas, que talvez indicie uma capacidade de distribuição lateral, menor que a exibida pelas outras duas tipologias.

Por outro lado, os resultados para a flecha, revelam uma melhor distribuição lateral quando comparado com o momento fletor, uma vez que não revelam a convexidade referida. Quando a carga é aplicada na Posição 1, verifica-se uma distribuição linear das flechas. Quando se aplica

a carga na Posição 3, observa-se uma distribuição simétrica das deformações revelando uma forte colaboração de todas as vigas, pois a relação entre o valor nas vigas de extremidade e centrais é superior a 60%. Por sua vez, no caso da carga aplicada na Posição 2, constata-se uma distribuição uniforme da viga B1 até à viga B7 (onde está aplicada a carga) e uma distribuição linear pelas restantes vigas.

#### 6.1.4. Comparação de resultados

Para comparar os resultados das distribuições entre as três tipologias, desenvolveu-se o procedimento que tem como base a área de influência das vigas da Tipologia 1 de quatro longarinas, que se passa a descrever. A área de influência de uma viga da Tipologia 1, corresponde à área de influência de duas vigas da Tipologia 2 e a cinco vigas da Tipologia 3, como se representa no Quadro 6.1. Assim, para a Tipologia 2, calcularam-se as quatro resultantes para os pares vizinhos de vigas, e, para a Tipologia 3, calcularam-se as quatro resultantes para os conjuntos de cinco vigas vizinhas. Estas resultantes são apresentadas nas Figuras 6.14, 6.15 e 6.16, conjuntamente com os resultados para a Tipologia 1, e fornecem uma comparação objetiva da qualidade da distribuição lateral proporcionada pelas três tipologias.

Quadro 6.1 – Áreas de influência das vigas para cada Tipologia

Área de influência das vigas das Tipologias	Área 1	Área 2	Área 3	Área 4
Tipologia 1	B1	B2	B3	B4
Tipologia 2	B1 e B2	B3 e B4	B5 e B6	B7 e B8
Tipologia 3	B1 a B5	B6 a B10	B11 a B15	B16 a B20

Da análise da Figura 6.14, podemos concluir, no que respeita às reações de apoio, que de uma forma geral, as tipologias apresentam uma repartição transversal de cargas semelhante. Contudo é de notar que a Tipologia 2 apresenta uma melhor redistribuição das mesmas, ou seja, picos mais reduzidos, sendo a Tipologia 1 a pior.



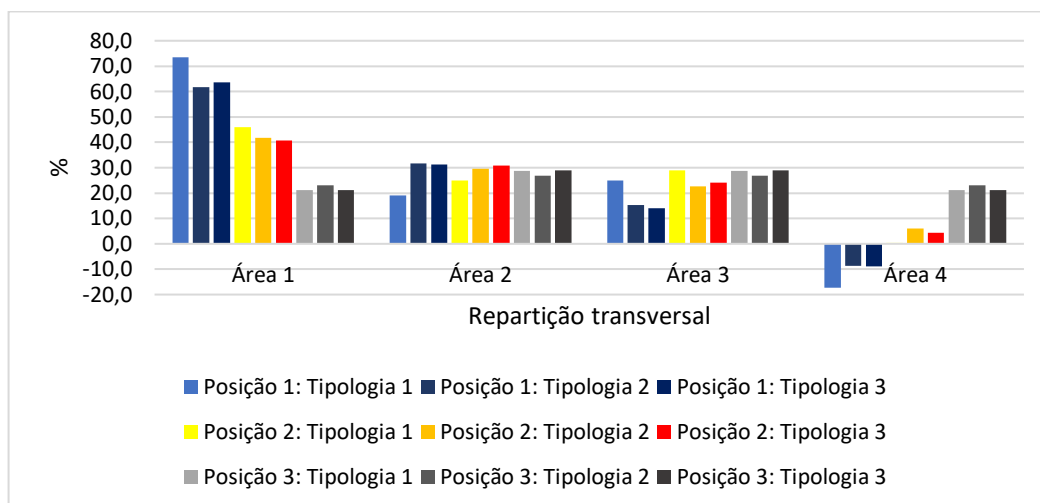


Figura 6.14 – Resultantes das reações de apoio das três tipologias para as três posições da carga.

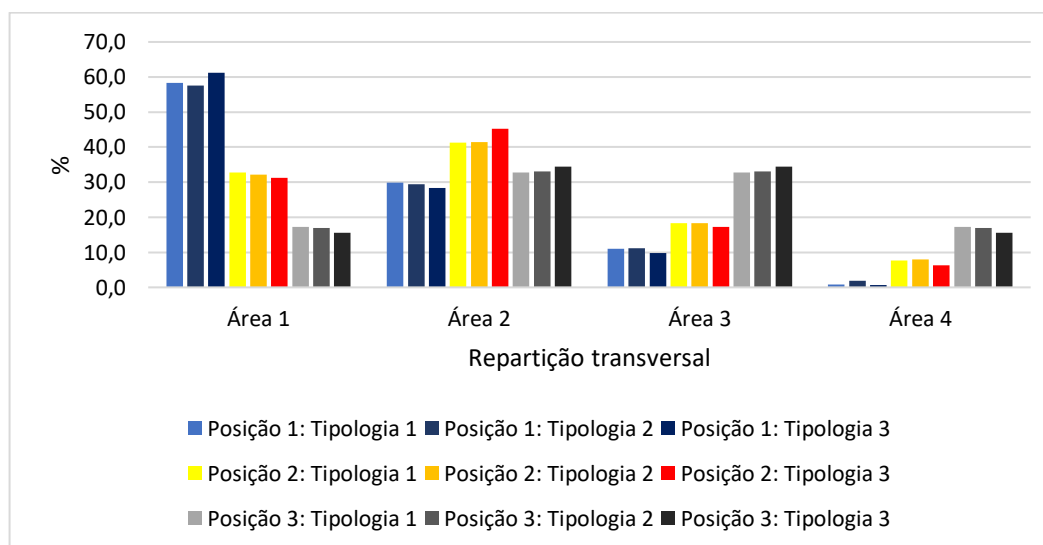


Figura 6.15 – Resultantes do momento fletor a meio vão das três tipologias para as três posições da carga.

A figura anterior mostra que a distribuição do momento fletor é mais eficaz que a das reações, sendo o comportamento para as três tipologias muito semelhante, sendo a Tipologia 3 ligeiramente pior que as outras.

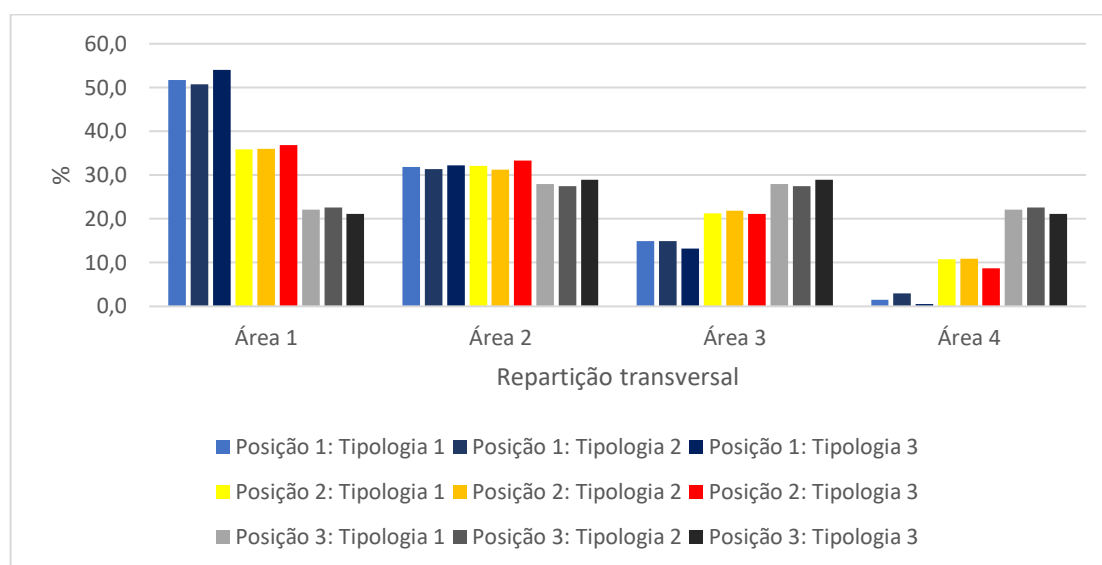


Figura 6.16 – Resultantes das flechas a meio vão das três tipologias para as três posições da carga.

Da interpretação da Figura 6.16, relativamente às flechas, podemos constatar um bom comportamento da distribuição lateral de cargas, ainda melhor do que para o momento fletor. Por exemplo, quando a carga é aplicada na Posição 1, a deformação da área de influência 1 não chega a duas vezes a da área de influência 2 e é pouco mais do triplo da área de influência 3. De modo semelhante, quando a carga é aplicada na Posição 3, existe uma melhor distribuição lateral de flechas, uma vez que a diferença entre as várias áreas de influência é inferior a 10%, nas três tipologias. A mesma figura permite constatar que existe um comportamento semelhante das três tipologias, no que respeita a distribuição lateral das flechas, sendo a Tipologia 2 ligeiramente superior aos outros.

Os valores anteriores apresentam-se em percentagem. Recorde-se que a Tipologia 3 apresenta uma flecha muito maior que as outras duas, como se pode observar pelos valores das deformações apresentados no capítulo anterior – Tipologia 1 - 1, 7,6 mm, Tipologia 2 - 8,3 mm e Tipologia 3 - 14,1 mm – ou seja, é muito mais flexível.

### 6.1.5. Análise das reações de apoio

Tendo em vista uma melhor compreensão dos resultados para as reações de apoio, ilustrados e discutidos nas secções anteriores, e de modo a garantir que a sua irregularidade não era resultado de um erro de modelação, compararam-se aqueles resultados com os de dois modelos

teóricos, ou seja mais simples, que de alguma forma os permitem balizar ou, pelo menos, avaliar a sua razoabilidade.

Recorde-se que os três modelos estudados (correspondentes às três tipologias) têm por base um modelo misto elástico, em que as vigas inferiores de madeira são representadas por elementos *frame*, os ligadores e a compatibilidade transversal por elementos *link* e a laje superior de betão armado por elementos *shell*.

O primeiro modelo de comparação é o de uma laje homogénea, isotrópica e elástica linear diretamente suportada em apoios pontuais, como os utilizados nos modelos da ponte mista. Esta laje foi numericamente modelada e analisada com o SAP2000, também com elementos *shell*, como se representa na Figura 6.17. O facto de este modelo não incluir os elementos *link* permitirá averiguar se são eles a fonte das irregularidades apontadas. De referir que foi efetuado um estudo de convergência da malha: os valores das reações para as malhas com elementos de dimensão 0,25 m e 0,125 m, e o seu erro relativo, apresentados no Quadro 6.2, evidenciam a convergência da solução que, por uma questão de espaço disponível, se apresenta só para a carga na Posição 1.

Quadro 6.2 – Convergência da malha para a carga na Posição 1.

Reação na Viga	B1 [kN]	B2 [kN]	B3 [kN]	B4 [kN]
Malha 0,25 m	47,71	-7,68	13,90	-3,93
Malha 0,125 m	47,72	-7,73	13,97	-3,96
Erro relativo [%]	0,02	0,64	0,50	0,75

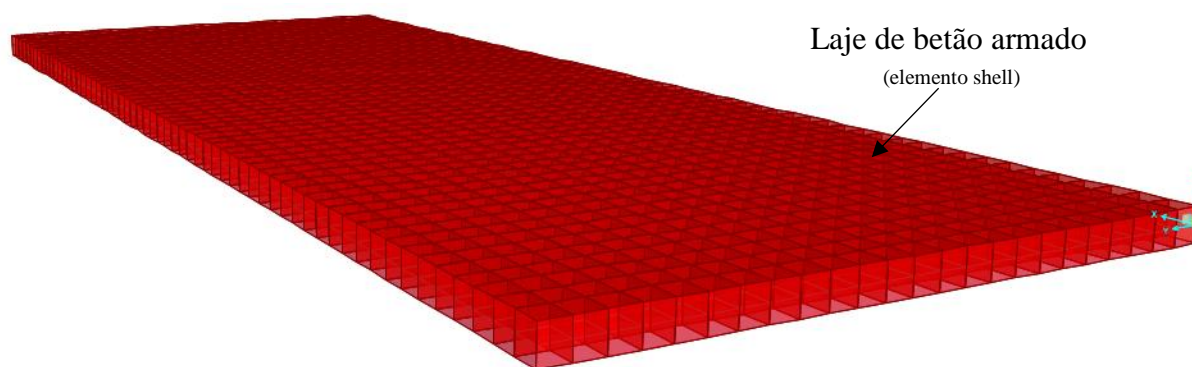


Figura 6.17 – Geometria do modelo de tabuleiro homogéneo, isotrópico e elástico suportado por apoios simples.

O segundo modelo de comparação, consiste numa viga rígida, simulando uma secção transversal rígida do tabuleiro de betão armado, assente sobre apoios pontuais verticais elásticos, que simulando a rigidez vertical proporcionada pelas vigas de madeira, como se ilustra na Figura 6.18. Este modelo é facilmente analisado pelo método dos deslocamentos, uma vez que apresenta apenas dois graus de liberdade, sendo as reações de apoio, para uma força vertical de 100 kN, dadas pela expressão 6.1 (Providência e Andrade 2015), note-se que sendo a rigidez dos apoios igual, é irrelevante o seu valor. Devido às restrições de espaço que este documento tem de satisfazer, nesta secção apenas se comparam os resultados para os dois modelos de comparação com os do Modelo 1 (Tipologia 1) do tabuleiro misto.

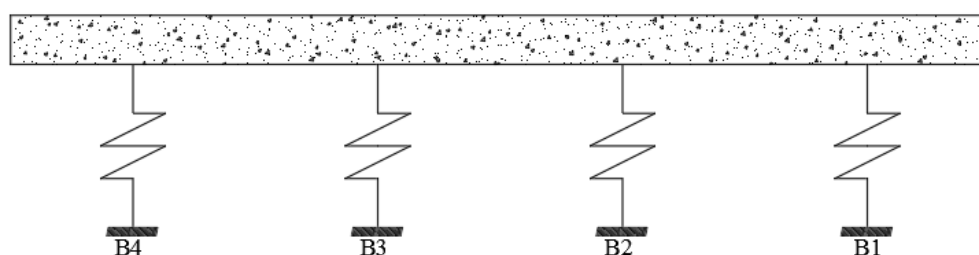


Figura 6.18 – Viga rígida sobre apoios elásticos lineares

$$B_i = \frac{100}{n} \left( 1 + \frac{(2i - 1 - n)(2\bar{l} - 1)}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{n} (2j - 1) - 1 \right)^2} \right) \quad (6.1)$$

Onde  $B_i$  é o valor da reação de apoio  $i$  para uma força vertical de valor 100;  $\bar{l}$  é distância do ponto de aplicação da carga ao bordo livre direito do tabuleiro dividida pela largura total do tabuleiro, ou seja, para a Posição 1 toma o valor de 1/6, para a Posição 2 toma o valor de 2/6 e por fim para a Posição 2 toma o valor de 3/6;  $n$  é o número total de vigas.

Os resultados obtidos da comparação do Modelo Misto (Tipologia 1), Modelo viga ( $n = 4$ ) e Modelo laje são apresentados nas Figuras 6.19 a 6.21.

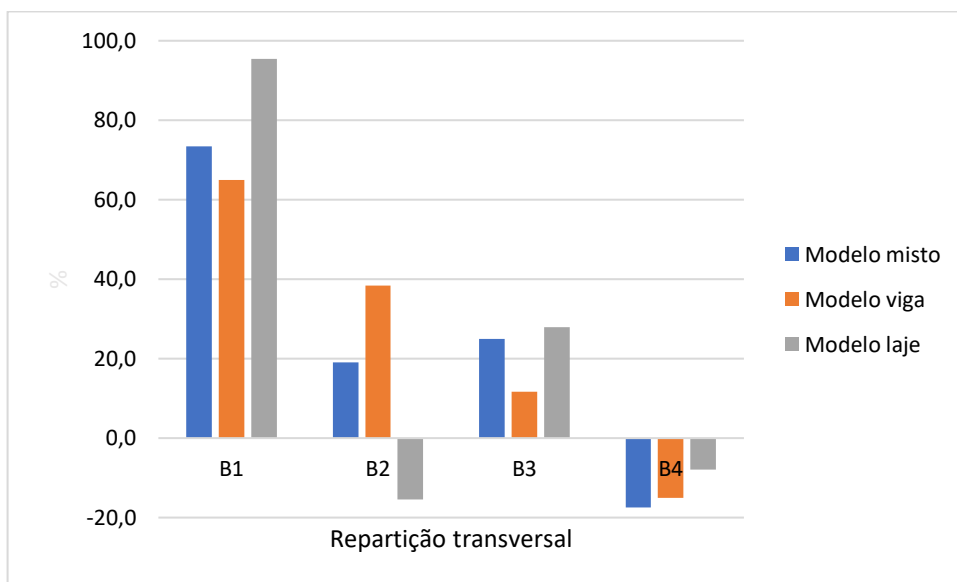


Figura 6.19 – Comparação dos três modelos para a Posição 1 da carga.

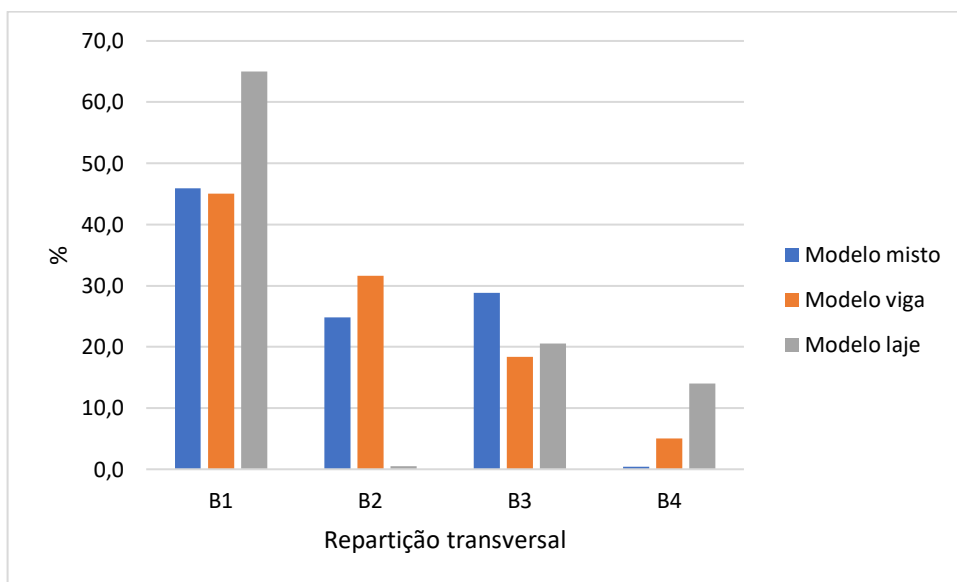


Figura 6.20 – Comparação dos três modelos para a Posição 2 da carga.

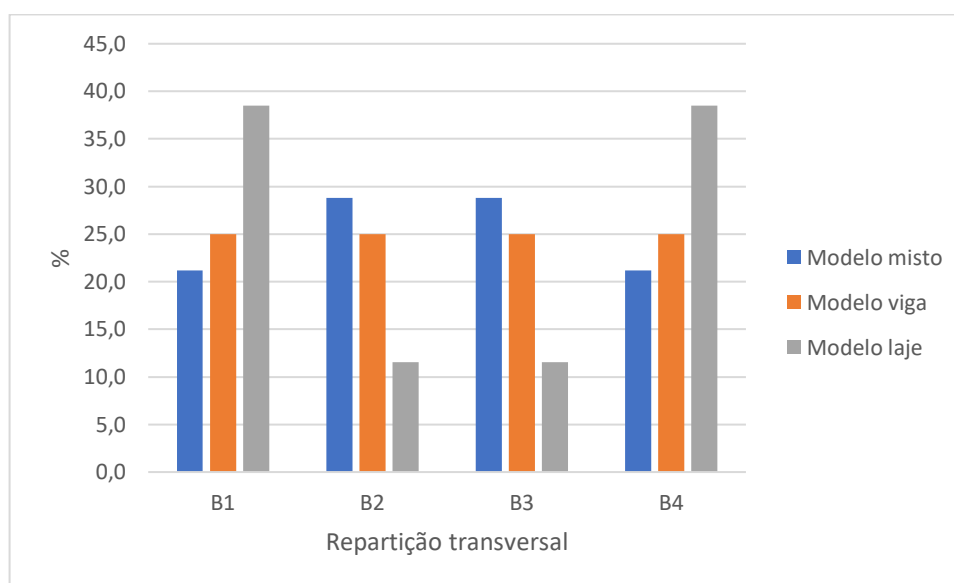


Figura 6.21 – Comparação dos três modelos para a Posição 3 da carga.

Os resultados apresentados nestas figuras mostram, por um lado, que o aspeto geral dos resultados para o modelo do tabuleiro misto segue, de uma forma geral, a tendência revelada pelo modelo simplificado rígido, o que é uma confirmação da capacidade de distribuição lateral da Tipologia 1. Por outro lado, os resultados para o modelo de laje isotrópica, particularmente para a posição de carga central, mas não só, permitem confirmar as suspeitas levantadas nas secções anteriores acerca da estranheza da distribuição dos valores das reações: a componente laje parece ser a causa para tais resultados, possivelmente em resultado da combinação da sua componente de torção com cargas e apoios pontuais.

## 6.2. Comparação de custos

O Quadro 6.3 apresenta as quantidades de material utilizadas em cada tipologia, bem como o respetivo custo unitário. Os preços dos materiais foram indicados por fornecedores.

Os custos que serviram de base à comparação das três tipologias, apresentadas no quadro seguinte, dizem unicamente respeito aos materiais. Valores referentes à mão-de-obra de montagem, passeios, pavimento betuminoso, entre outros, não estão contemplados na presente comparação.

Quadro 6.3 - Comparação de custos das três tipologias de ponte.

Tipologia 1					
Elemento	Material	Un	Custo Unitário [€/Un]	Quantidade [m <sup>3</sup> ]	Custo Total [€]
Laje	Betão – classe C30/37	m <sup>3</sup>	105	27	2 835
Vigas	Madeira Lamelada Colada – GL28h	m <sup>3</sup>	835	21,6	18 036
Custo total para a Tipologia 1					20 871
Tipologia 2					
Elemento	Material	Un	Custo Unitário [€/Un]	Quantidade [m <sup>3</sup> ]	Custo Total [€]
Laje	Betão – classe C30/37	m <sup>3</sup>	105	25	2 625
Vigas	Madeira Lamelada Colada – GL28h	m <sup>3</sup>	835	30,6	25 551
Custo total para a Tipologia 2					28 176
Tipologia 3					
Elemento	Material	Un	Custo Unitário [€/Un]	Quantidade [m <sup>3</sup> ]	Custo Total [€]
Laje	Betão – classe C30/37	m <sup>3</sup>	105	18	1 890
Vigas	Madeira Lamelada Colada – GL28h	m <sup>3</sup>	835	49.5	41 332
Custo total para a Tipologia 3					43 222

Com base nos valores obtidos no Quadro 6.3, podemos afirmar que a solução referente à Tipologia 1 é a mais económica. Por sua vez, a solução relativa à Tipologia 3 é a menos económica.

### 6.3. Comparação de tensões

No que concerne à determinação das tensões na estrutura, existem duas possibilidades distintas. A primeira foi a utilizada nesta dissertação, ou seja, o método preconizado no Anexo B da EN

1995, em que a modelação e análise preliminar no SAP2000 só serviram para determinar o valor dos esforços e deformações globais do tabuleiro. Alternativamente, e mais facilmente, poder-se-ia ter utilizado diretamente as tensões em cada um dos elementos determinadas pelo SAP2000 e, a partir destas, proceder ao dimensionamento da ponte mista madeira-betão.

A razão para a opção, nesta dissertação, pelo método proposto no Anexo B do EN 1995, é a sua utilização por diversos autores como método de referência para o dimensionamento de estruturas mistas madeira-betão, nomeadamente pontes. É claro que, este método é particularmente útil para projetistas sem prática comum na utilização de programas informáticos de modelação e análise de estruturas.

De modo a demonstrar (i) a enorme capacidade deste tipo de programas, (ii) a vantagem de uma abordagem à análise de tabuleiros mistos, totalmente apoiada nos mesmos e (iii) o erro resultante da aplicação do método simplificado da EN 1995, apresenta-se nesta secção uma comparação, para o caso de estudo, dos valores das tensões normais longitudinais obtidos pelo método proposto no Anexo B da EN 1995 e os determinados diretamente na análise por elementos finitos efetuada no SAP2000, ver Quadro 6.4. A última coluna desta tabela apresenta o erro do método simplificado da EN 1995, por comparação com a solução do modelo mais avançado utilizado no SAP2000.

A análise dos resultados listados no Quadro 6.4, permite concluir que o cálculo deste tipo de estruturas mistas madeira-betão, segundo o modelo simplificado prescrito no Anexo B da EN 1995, apresenta erros por vezes significativos. Este facto, é particularmente importante nas tensões na face inferior da laje de betão armado ( $\sigma_{c,min}$ ), onde o método do Anexo B da EN 1995 determina compressões, quando as tensões são efetivamente de tração, como o revelam os resultados do SAP2000. Já as diferenças das tensões máximas nas vigas de madeira ou na lâmina de betão armado, mesmo quando por defeito, não parecem muito relevantes, não só pela sua relativa pequena grandeza, mas sobretudo pela grande capacidade de uma estrutura altamente hiperestática, como esta de redistribuir tensões.



Quadro 6.4 – Comparação de tensões.

	Anexo B EN 1995		SAP 2000		Erro
Tensão	MPa		MPa		[%]
Tipologia/Modelo 1: Elemento de Madeira					
$\sigma_{x,t}$	5,19		4,89		-6,1
$\sigma_{m,x,t}$	5,88		7,08		16,9
$\sigma_{t,max}$	11,07	tração	11,98	tração	7,6
$\sigma_{t,min}$	0,69	compr.	2,20	compr.	68,6
Tipologia/Modelo 1: Elemento de Betão					
$\sigma_{x,c}$	4,15		3,78		-9,7
$\sigma_{m,x,c}$	3,85		4,80		19,8
$\sigma_{c,max}$	8,00	compr.	8,58	compr.	6,7
$\sigma_{c,min}$	0,29	compr.	1,02	tração	128,4
Tipologia/Modelo 2: Elemento de Madeira					
$\sigma_{x,t}$	4,91		4,60		6,7
$\sigma_{m,x,t}$	5,70		6,70		14,9
$\sigma_{t,max}$	10,61	tração	11,31	tração	6,1
$\sigma_{t,min}$	0,79	compr.	2,09	compr.	62,2
Tipologia/Modelo 2: Elemento de Betão					
$\sigma_{x,c}$	5,96		3,15		-89,2
$\sigma_{m,x,c}$	4,92		5,91		16,7
$\sigma_{c,max}$	10,88	compr.	9,07	compr.	-19,9
$\sigma_{c,min}$	1,04	compr.	2,76	tração	137,6
Tipologia/Modelo 3: Elemento de Madeira					
$\sigma_{x,t}$	3,90		3,65		-6,8
$\sigma_{m,x,t}$	8,70		10,56		17,6
$\sigma_{t,max}$	12,61	tração	14,21	tração	11,2
$\sigma_{t,min}$	4,80	compr.	6,92	compr.	30,6
Tipologia/Modelo 3: Elemento de Betão					
$\sigma_{x,c}$	10,74		9,58		-12,1
$\sigma_{m,x,c}$	8,29		10,00		17,1
$\sigma_{c,max}$	19,03	compr.	19,58	compr.	2,8
$\sigma_{c,min}$	2,44	compr.	0,41	tração	495,1

## 7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

### 7.1. Conclusões

A presente dissertação teve como principal objetivo a avaliação da distribuição transversal de cargas nos tabuleiros de pontes, tendo sido consideradas três tipologias diferentes.

A primeira conclusão geral que se pode retirar do presente trabalho, prende-se com a validade da utilização de um modelo numérico de elementos finitos para simular o comportamento de tabuleiros mistos madeira-betão, pois os resultados obtidos são comparáveis aos conseguidos quer analiticamente para uma viga mista madeira-betão, quer experimentalmente para uma ponte mista madeira-betão.

A distribuição transversal de cargas foi avaliada em termos de reações de apoio, momento fletor e flecha a meio vão nas longarinas. No primeiro destes casos, observa-se uma distribuição não expectável dos valores das reações de apoio – ou seja, vincadamente distinta do que seria de esperar com um modelo de grelha, por exemplo. Por outro lado, quando se definem áreas de influência que permitem comparar as três tipologias, verifica-se que todas apresentam uma repartição transversal semelhante, embora a segunda tipologia, com oito longarinas, seja ligeiramente mais eficaz.

Relativamente à análise da distribuição transversal de momento fletor, pode constatar-se através da interpretação dos resultados obtidos para cada tipologia, que estes revelam uma boa distribuição lateral de momento fletor. Como seria de esperar, a longarina mais próxima do ponto de aplicação da carga é a que recebe maior percentagem de carga, observando-se uma redução da participação das vigas com a distância ao ponto de aplicação da carga, sendo que na viga-laje esta situação é mais pronunciada. Não obstante, esta redução é muito suave, o que evidencia a boa capacidade de redistribuição lateral de qualquer das tipologias, as quais, recorde-se foram dimensionadas de acordo com os Eurocódigos. Quanto à repartição lateral do momento fletor com base nas áreas de influência, verifica-se um comportamento semelhante das três tipologias, sendo a terceira, a viga-laje, ligeiramente pior que as outras.

No que respeita à distribuição transversal de flechas, pode concluir-se, com base nos resultados obtidos, que as três tipologias apresentam uma boa distribuição de flechas. Evidenciam, também, um comportamento semelhante na distribuição lateral de flechas, em função da posição da carga. Assim, quando a carga é aplicada na Posição 1, ou seja, mais perto do bordo

livre do tabuleiro, todas apresentam uma distribuição linear; para a Posição 2 da carga, as flechas são aproximadamente uniformes até à viga onde está aplicada a carga, existindo depois uma redução linear nas restantes à medida que aumenta a sua distância ao ponto de aplicação da carga, nas três tipologias. Por seu lado, quando a carga pontual é aplicada na Posição 3, ou seja, no centro do tabuleiro, verifica-se uma distribuição simétrica das deformações nas três tipologias. Quanto à distribuição lateral de flechas, com base nas áreas de influência, constata-se novamente uma boa distribuição das mesmas. Este comportamento é análogo para as três tipologias, sendo a segunda a que apresenta melhores resultados.

Relativamente ao custo de construção dos tabuleiros, conclui-se que, contabilizando apenas o material, respeitante às três tipologias ou soluções estruturais estudadas, a primeira, com apenas quatro longarinas, é a mais viável economicamente, e a viga-laje a menos viável.

Por fim, devem ser referidas as principais conclusões relativamente à comparação dos resultados obtidos com o modelo completo do tabuleiro por elementos finitos no SAP2000 e os obtidos com o modelo muito simplificado do Anexo B da EN 1995, que reduz a análise do tabuleiro à de uma viga. Como se explicou, embora o modelo plano simplificado da EN 1995 seja muito grosseiro, por comparação com o modelo espacial muito mais preciso, usando elementos linear, laminar e link no SAP2000, optou-se por recorrer ao primeiro, por ser o mais popular entre os projetistas. Comparando os valores das tensões, determinados por estes dois procedimentos, pode concluir-se que: (i) o modelo simplificado da EN 1995 produz erros, por vezes significativos – por exemplo, as tensões normais longitudinais na face inferior da laje de betão armado são de compressão, quando determinadas pelo método simplificado, e de tração quando determinadas pelo mais exato modelo espacial, todavia, (ii) as diferenças entre os valores máximos da tensão normal longitudinal nas longarinas e na lâmina de betão armado, não são muito relevantes.

## **7.2. Trabalhos futuros**

No seguimento do trabalho desenvolvido nesta dissertação, sugerem-se os seguintes estudos futuros:

- Efetuar um estudo paramétrico para quantificar, de forma mais precisa, a influência que parâmetros como a espessura da laje de betão armado, o número de vigas, a secção destas, os materiais utilizados, entre outros, têm na distribuição transversal de cargas.

- Analisar de forma mais detalhada a variação das reações de apoio em tabuleiros, com lajes maciças, lajes vigadas sem carlingas e lajes vigadas com carlingas, suportadas por apoios simples, em função da posição de uma carga pontual.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andrade, A (2008). “Modelo analítico de viga mista de dois materiais elásticos com ligação contínua”. Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.
- Bessa, F. e Costa, B. (2013). “Concepção e Dimensionamento de Pontes em Madeira Rolíça para Estradas Vicinais na Região Sudoeste do Paraná”. Dissertação de Mestrado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
- Branco, S. (2003). “Comportamento das ligações tipo cavilha em estruturas mistas madeira-betão”. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho, Braga.
- Brundtland, G. (1987). “Our Common Future: The World Commission on Environment and Development”. Oxford University Press, Oxford, Reino Unido.
- Ceccotti, A. (1995). “Timber-concrete composite structures”. STEP 2: Timber Engineering, Centrum Hout. Almere, Holanda.
- Ceccotti, A. (2002). “Composite Concrete-Timber Structures”. In Progress in Structural Engineering and Materials.
- CEN (2003). “Eurocode 1 Part 2: Traffic loads on bridges”. Comité Europeu para a Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN (2004) “Eurocode 5 – Design of timber structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings”. EN 1995-1-1. Comité Europeu para a Normalização. Bruxelas, Bélgica.
- CEN (2005). “Eurocode 8 – Design of structures for earthquake resistance”. Comité Europeu para a Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN (2009). “Structural Timber-Strength Classes”. EN 338. Comité Europeu para a Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN (2013). “Timber structures – Glued Laminated Timber and Glued Solid Timber”. EN 14080 Comité Europeu para a Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CSI (2011). “SAP2000 – CSI Analysis Reference Manual”. Computers and Structures, Berkeley, EUA.
- Dias, A. M. (1991). “Estruturas Mistas Madeira-Betão”. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.
- Dias, A.M., Ferreira, M., Jorge, L. e Martins, H. (2011). “Timber.concrete practical applications-bridge case study”. Structures and Buildings, Vol. 164, pp. 131-141.
- Dias, A.M., Monteiro, S.R. e Martins, C.E. (2013). “Reinforcement of timber floors-transversal load distribution on timber-concrete systems”. Advanced Materials Research, vol. 778, pp 657-664.
- Dias da Silva, V. (2004). “Mecânica e Resistência dos Materiais”. 3º ed. Zauri. Coimbra.

- Forti, N. Forti, T., Jacintho, A. e Pimentel, L. (2015). “Análise de vigas mistas de concreto e madeira pelo método dos elementos finitos”. *Ibracon de Estruturas e Materiais*, Vol. 8, pp. 507-528.
- Fragiacomo, M. e Yeoh, D. (2010). “Design of timber-concrete composite beams with notched connections”. Meeting forty-three of the working commission W18-Timber Structures, Christchurch, New Zealand.
- Frangi, A e Fontana, M. (2003). “Elasto-plastic model for timber-concrete composite beams with ductile connection”. *Structural Engineering International*, Vol. 13, pp. 47-57
- Gutkowski, R., Balogh, J., Natterer, J., Brown, K., Koike, E. e Eturnaud, P. (2000). “Laboratory Tests of Composite Wood-Concrete Beam and Floor Specimens”. 6<sup>th</sup> WCTE Canada.
- IPQ (2009a). “Eurocódigo 1 – Ações em estruturas”. Instituto Português da Qualidade, Caparica.
- IPQ (2009b). “Eurocódigo – Bases para o projeto de estruturas”. Instituto Português da Qualidade, Caparica.
- IPQ (2010a). “Eurocódigo 2 – Projeto de estruturas de betão”. Instituto Português da Qualidade, Caparica.
- IPQ (2010b). “Eurocódigo 1 – Ações em estruturas Parte 1-4”. Instituto Português da Qualidade, Caparica.
- Jorge, L.F. (2005). “Estruturas mistas madeira-betão com a utilização de betões de agregados leves”. Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.
- Lukasgevska, E., Sohansson, H. e Stehn, L. (2006). “Connections for Prefabricated Timber-Concrete Composite Systems”. 9<sup>th</sup> WCTE USA.
- Molina, S. (2008). “Análise do Comportamento Dinâmico da Ligação Formada por Barras de Aço Coladas para Tabuleiros Mistos de Madeira e Concreto para Pontes”. Tese de Doutoramento, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, Brasil.
- Monteiro, S.R. (2008). “Avaliação Experimental e Numérica do Comportamento Mecânico de Ligações Madeira-Betão Entalhados”. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Monteiro, S.R. (2015). “Load Distribution on Timber-Concrete Composite Floors”. Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Moraes, V.M. (2007) “Ponte mista madeira-concreto em Vigas treliçadas de Madeira”. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira.
- Providência, P e Andrade, A. (2015). “Apontamentos de Teoria das Estruturas”. DEC Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Reis, A.S. (1987), “Pontes e Estruturas Especiais”, IST, Lisboa.

- Rodrigues, J. N. (2008). “Modelação Analítica de Vigas Mistas Madeira-Betão”. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Rodrigues, S.N., Dias, A.M. e Providência, P. (2013). “Timber-Concrete Composite Bridges: State-of-the-Art Review”. *Bioresources*, vol 8, pp 6630-6649.
- Rodrigues, S.N. (2014). “Pontes com Estrutura Mista Madeira-Betão e o seu Potencial de Aplicação”. Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Soriano, S. e Mascia, N.T. (2009). “Estruturas mistas em madeira-concreto: uma técnica racional para pontes de estradas vicinais”. *Ciência rural*, vol. 39, pp 1260-1269.
- Tommola, J., Salokangas, L. e Sutula, A. (1999). “Tests on Shear Connectors”. Nordic Timber Bridge Project. Nordic Timber Council. Estocolmo, Suécia.
- United Nations (2002). “Report of the World Summit on Sustainable Development”. United Nations Publications, Nova Iorque, EUA.
- Wearver, C., Davids, W. e Dagher, H. (2004). “Testing and Analysis of Partially composite Fiber-Reinforced Polymer-Glulam-Concrete Bridges Girders”. *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 9, pp. 316-325
- Yeoh, D., Fragiocomo, M., Franceshi, M. e Boom, K. (2011). “State of the Art on Timber-Concrete Composite Structures: Literature review”. *ASCE – Journal of Structural Engineering*, pp1085-1095.