



Paulo Sérgio Freitas Branco

# MODELAÇÃO DE EDIFÍCIOS DE BETÃO ARMADO COM ESFORÇOS MEMBRANARES EM LAJES

## MODELLING OF REINFORCED CONCRETE BUILDINGS WITH MEMBRANE FORCES IN SLABS

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas,  
orientada pelo Professor Doutor Luís Filipe da Costa Neves

Coimbra, 24 de Julho de 2018



UNIVERSIDADE DE COIMBRA



**FCTUC** DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Paulo Sérgio Freitas Branco

# **MODELAÇÃO DE EDIFÍCIOS DE BETÃO ARMADO COM ESFORÇOS MEMBRANARES EM LAJES**

## **MODELLING OF REINFORCED CONCRETE BUILDINGS WITH MEMBRANE FORCES IN SLABS**

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Estruturas,  
orientada pelo Professor Doutor Luís Filipe da Costa Neves

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor.  
O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer  
responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões  
que possa conter.

Coimbra, 24 de Julho de 2018

## AGRADECIMENTOS

Com esta dissertação encerro mais um capítulo da minha vida sendo esta o resultado do apoio e colaboração, direta ou indiretamente, de diferentes pessoas a quem dirijo os meus sinceros agradecimentos:

Ao Professor Doutor Luís Filipe da Costa Neves pela sua orientação indispensável à realização deste trabalho, pela sua disponibilidade sempre demonstrada, pela sua transmissão de conhecimentos, por todo o seu apoio, pela sua paciência, pela sua incansável colaboração na resolução de questões e dúvidas surgidas ao longo deste trabalho, pelas suas recomendações e correções.

Ao meu irmão António Branco por ser o principal impulsionador da minha vinda para a faculdade, pelo incentivo a estudar e trabalhar por um futuro melhor, pelas palavras, por todo o apoio e suporte demonstrado ao longo da vida.

Aos meus pais pelo trabalho árduo que tiveram ao longo dos anos para me poderem dar uma educação e um futuro melhor, pelas oportunidades que me deram, pelo apoio incondicional demonstrado não só ao longo destes últimos anos, mas também ao longo da vida.

À minha família em geral pelo apoio, palavras de incentivo, transmissão de conhecimentos e aprendizagens constantes.

À minha namorada Tatiana Freitas por me ter acompanhado ao longo destes anos académicos, pelo suporte, pela paciência e compreensão, pelo carinho e amor demonstrado e por nos bons e maus momentos ter estado sempre a meu lado.

Por último, mas não menos importante, aos meus colegas e amigos por terem sempre uma palavra de incentivo para dizer, pelas brincadeiras, pela amizade pelos conhecimentos transmitidos, pelos bons e maus momentos e por me terem acompanhado ao longo destes anos.

## RESUMO

A presente dissertação foca-se na problemática da modelação de edifícios de betão armado em que os esforços membranares (axiais) em lajes não são desprezáveis. Estes podem ocorrer na presença de ações verticais, quando existem paredes em consola com balanço significativo e que transmitem esforços de membrana através das lajes para os elementos verticais resistentes às ações horizontais.

Através do *software* de cálculo estrutural *Autodesk Robot Structural Analysis Professional* são estudadas duas possibilidades de modelação: modelação através do método dos elementos finitos tipo casca (considerando as trações de forma direta) e modelação através de treliças espaciais (usando os conceitos do modelo de escoras e tirantes para uma melhor análise à transmissão de esforços).

A possibilidade de conceção e modelação através do mesmo *software* é ainda testada com a inclusão de pré-esforço por pós-tensão nas lajes. Nesta possibilidade são abordadas duas hipóteses: a primeira relacionada com a implementação de um pré-esforço moderado apenas para compensação das trações membranares presentes na laje, e a segunda relacionada com uma implementação mais generalizada do pré-esforço a fim de equilibrar grande parte das ações gravíticas.

Posteriormente os resultados obtidos através do *software* de cálculo para a solução pré-esforçada serão comparados com a atual solução implementada em obra.

Esta dissertação é suportada por um caso de estudo real, sendo este um edifício de betão armado atualmente em construção, localizado em Coimbra, e onde esta problemática foi condicionante.

Palavras chave: modelação, tensões, esforços membranares, pré-esforço.

## ABSTRACT

The present dissertation focuses on the problem of the modeling of reinforced concrete buildings for which membrane stresses on slabs are not negligible. These may occur in the presence of vertical actions when cantilever walls with significant dimensions transfer membrane stresses through the slabs to the vertical elements that resist to the horizontal actions.

Using the *Autodesk Robot Structural Analysis Professional software*, two possibilities of modeling the slabs are studied: by using the finite element method (considering the tensions directly) and modeling using space trusses that is an application of the strut-and-tie method for better analysis of the transmission of the stresses.

The possibility of designing and modeling through the same *software* is further tested with the inclusion of pre-stress by post-tensioning the slabs. In this possibility two hypotheses are approached: the first one related to the implementation of a moderate pre-stress only to compensate the membrane stresses present in the slab and second one with a more generalized implementation of the pre-stress with the purpose to balance much of the gravitational actions.

Subsequently the results obtained through the calculation *software* for the pre-stressed solution will be compared with the current solution implemented in the building.

This dissertation is supported by a real case study, this one being a concrete building currently under construction, located in Coimbra, where this problem was governing the design.

Keywords: modeling, tensions, membrane stresses, pre-stress.

## ÍNDICE

Agradecimentos .....	i
Resumo .....	ii
Abstract.....	iii
ÍNDICE.....	iv
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Considerações gerais.....	1
1.2. Objetivos do trabalho.....	1
1.3. Organização do trabalho .....	2
2. CONCEÇÃO E DIMENSIONAMENTO DE EDIFÍCIOS CORRENTES DE BETÃO ARMADO .....	4
2.1. Introdução .....	4
2.2. Estrutura de um edifício de betão armado .....	6
2.3. Estrutura reticulada, conceção sísmica, contraventamentos e núcleos .....	8
2.4. Lajes sem pré-esforço e lajes com pré-esforço .....	10
2.4.1. Princípio do pré-esforço .....	11
2.4.2. Soluções de pré-esforço por pré-tensão e pós-tensão.....	12
2.4.3. Pré-esforço interior e exterior .....	13
2.4.4. Pré-esforço aderente e não aderente.....	14
2.4.5. Perdas relativas ao pré-esforço.....	15
2.4.6. Componentes de um sistema de pré-esforço .....	15
2.4.7. Disposição dos cabos na laje .....	17
2.5. Modelações em <i>software</i> .....	22
2.5.1. Método dos elementos finitos .....	23
2.5.2. Critério de Wood and Armer em elementos de placa .....	24
2.5.3. Método de escoras e tirantes .....	25
2.6. Faseamento construtivo .....	27
2.6.1. Em lajes pré-esforçadas.....	28
3. LAJES COM ESFORÇO AXIAL NÃO DESPREZÁVEL .....	31
3.1. Introdução .....	31

---

3.2. Análise de elementos de casca.....	31
4. DIMENSIONAMENTO DO PRÉ-ESFORÇO .....	32
4.1. Pré-dimensionamento da secção .....	32
4.2. Traçado do cabo de pré-esforço .....	32
4.3. Estimativa do pré-esforço .....	35
4.4. Força do pré-esforço .....	36
4.5. Perdas do pré-esforço.....	37
4.6. Segurança em relação aos estados limites últimos (ELU) .....	37
4.7. Segurança em relação aos estados limites de utilização/serviço (ELS).....	37
5. APRESENTAÇÃO DO CASO DE ESTUDO .....	39
5.1. Descrição geral do edifício .....	39
5.2. Condicionantes e fenómenos envolvidos.....	40
5.2.1. Condicionante da envolvente .....	40
5.2.2. Condicionante arquitetónica.....	41
6. DESENVOLVIMENTO DAS ALTERNATIVAS ESTRUTURAIS .....	42
6.1. Descrição geral das alternativas.....	42
6.1.1. Alternativa executada – solução 1.....	45
6.1.2. Alternativas pré-esforçadas – solução 2A e 2B .....	46
6.2. Análise da solução não pré-esforçada.....	46
6.2.1. Modelo exclusivamente com elementos de casca .....	46
6.2.2. Modelo de escoras e tirantes .....	48
6.3. Análise da solução pré-esforçada.....	53
6.4. Comparações entre as duas alternativas.....	71
6.4.1. Análise quantitativa e económica.....	72
7. CONCLUSÕES .....	75
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	76

## **1. INTRODUÇÃO**

### **1.1. Considerações gerais**

Os métodos avançados de análise de edifícios e a procura de soluções conceptuais e construtivas são um marco essencial para a engenharia de estruturas. O avanço tecnológico e as evoluções construtivas têm revolucionado o modo de construção de grandes edifícios, principalmente com o uso de betões mais resistentes e a descoberta e aperfeiçoamento dos aços de alta resistência.

Devido às mudanças arquitetónicas com recurso mais frequente a espaços mais amplos, vistosos, mais altos, mais esbeltos e mais arrojados, surgiram problemas estruturais relativos à segurança e qualidade da estrutura. Entretanto esses problemas foram ao longo dos anos sendo resolvidos através do uso de materiais de melhor qualidade - betões e aços mais resistentes.

Para além da melhoria dos materiais usados foram também implementadas novas soluções que permitiram a redução do peso da estrutura, redução da espessura das lajes, ganhos em altura, maiores vãos e redução de custos. Estas soluções passam principalmente pelo uso de lajes aligeiradas e de lajes pré-esforçadas.

Esta dissertação, para além de apresentar considerações genéricas, assenta essencialmente num caso de estudo – um edifício de médio porte cujas lajes têm esforços membranares não desprezáveis no seu plano. O facto de este edifício ser localizado em Coimbra, estar atualmente em construção e o projeto da estrutura ser da autoria do orientador do apresentante desta dissertação, foram as principais razões para a realização deste trabalho, fazendo com que pudéssemos acompanhar de perto, em obra, o desenvolvimento da solução implementada.

### **1.2. Objetivos do trabalho**

A presente dissertação tem como principal objetivo a avaliação e comparação de duas alternativas para a conceção de um edifício de betão armado com esforços membranares nas lajes: uma solução sem pré-esforço, em que as forças membranares de tração são apenas absorvidas por armaduras ordinárias, e uma solução pós-tensionada, em que os esforços de tração são absorvidos pelo pré-esforço. Esta última solução é ainda explorada em duas vertentes: um pré-esforço mais moderado dimensionado principalmente para compensar estas trações membranares, e um pré-esforço mais generalizado que equilibra igualmente grande parte das ações gravíticas, como numa laje pós-tensionada tradicional. Assim sendo referir-nos-emos nesta dissertação a três soluções: respetivamente a solução 1, a solução 2A e a solução 2B.

Para a avaliação destas duas alternativas recorreu-se ao programa de *software* de cálculo estrutural *Autodesk Robot Structural Analysis Professional*, que permite compreender e analisar o funcionamento da estrutura nos casos em apreço.

A avaliação destas soluções mostrará que o ponto essencial é a presença de tensões de tração nas lajes, tomando assim como objetivo principal a sua compensação através do uso de armaduras (ordinária ou de pré-esforço). Como método de análise recorreu-se também a modelos de escoras e tirantes na solução sem pré-esforço, permitindo deste modo uma visualização mais simples e fisicamente mais perceptível dos caminhos das forças na estrutura.

Outro objetivo deste trabalho é que o autor compreenda a diferença entre o funcionamento de uma laje não pré-esforçada e o de uma laje pré-esforçada, e a sua consequência para nesta estrutura em particular.

Finalmente, para que o autor fique conhecedor das implicações das soluções estruturais na execução de um edifício deste tipo, dos métodos construtivos e de tantas outras problemáticas relativas à construção de um edifício desta natureza, o autor acompanhou a evolução da construção da estrutura em estudo, principalmente na construção das três primeiras lajes, a fim de compreender melhor todo o processo, desde a sua idealização, até à sua realização em obra.

### **1.3. Organização do trabalho**

Este trabalho é composto por seis capítulos. Cada capítulo aborda uma temática relacionada com o assunto desta dissertação - modelação de edifícios de betão armado com esforços membranares em lajes - sendo cada capítulo subdividido em subcapítulos de uma maneira mais aprofundada.

De um modo geral, no segundo capítulo irá ser abordada a “conceção e dimensionamento de edifícios correntes de betão armado” sendo este subdividido em seis subcapítulos. Nos primeiros três subcapítulos é abordado o desenvolvimento histórico dos edifícios através da evolução dos materiais e das técnicas de execução (uso de aço normal e aço de alta resistência), composição da estrutura de um edifício de betão armado, tipos de estruturas, conceção sísmica. Os três subcapítulos seguintes focam-se sobretudo na temática desta dissertação, com particular ênfase, no caso de estudo abordado com recurso ao pré-esforço em lajes. No quarto subcapítulo é abordado o tipo de lajes existentes, destacando-se mais as lajes com pré-esforço, sendo o pré-esforço abordado de forma mais desenvolvida. No quinto capítulo são abordadas as modelações em *software* focando-se no método dos elementos finitos, dimensionamento de elementos de casca e método de escoras e tirantes. No último subcapítulo é abordado o faseamento construtivo, dando especial relevo ao faseamento construtivo com o uso de pré-esforço em lajes.

No capítulo seguinte “lajes com esforço axial não desprezável”, referente ao caso de estudo, com as alternativas distintas consideradas nesta dissertação, referem-se situações em que os esforços axiais em lajes não são desprezáveis e na sua análise através de elementos de casca.

O capítulo imediato salienta o “dimensionamento do pré-esforço” na qual engloba o pré-dimensionamento da seção, traçado do cabo, estimativa do pré-esforço, força e perda do mesmo, assim como a verificação da segurança aos estados limites últimos.

No penúltimo capítulo “apresentação do caso de estudo” é feita uma descrição geral do edifício em estudo fazendo-se acompanhar das respetivas condicionantes (envolvente, arquitetónica) e comportamento mecânico do edifício com ilustrações gráficas para melhor perceção do leitor.

Por último são desenvolvidas as alternativas referentes ao caso de estudo, fazendo-se inicialmente uma descrição da alternativa sem recurso ao pré-esforço em lajes (executado em obra) e outra com recurso ao pré-esforço. Posteriormente é realizada uma análise aprofundada da solução não pré-esforçada através do modelo de cascas e do modelo de escoras e tirantes, realçando o que foi aplicado no edifício. Seguidamente, é feito um dimensionamento recorrendo ao pré-esforço e à análise do mesmo.

A dissertação finaliza com uma avaliação comparativa das alternativas estudadas de forma qualitativa, quantitativa e económica.

## 2. CONCEÇÃO E DIMENSIONAMENTO DE EDIFÍCIOS CORRENTES DE BETÃO ARMADO

### 2.1. Introdução

A conceção e dimensionamento de edifícios correntes de betão armado prende-se muito com o desenvolvimento das sociedades, tendo vindo a fortalecer-se principalmente nos últimos anos devido aos inúmeros avanços no âmbito da tecnologia e do conhecimento.

Ao realizar uma revisão histórica desde a pré-história do betão armado, é possível afirmar, de acordo com Viseu (1993), que o avanço ocorrido, até ao que conhecemos hoje em dia, deve-se às obras relacionadas com as religiões, monumentos funerários e habitações. Com isto, foi possível adquirir experiência e conhecimento que permitiu a elaboração de respostas mais satisfatórias às necessidades e problemas das populações.

O desenvolvimento estrutural dos materiais ao longo dos anos pode ser observado na figura 2.1 abaixo representada. Nesta, surgem três colunas representando respetivamente: materiais resistentes à compressão (na qual se iniciou com pedras e tijolos seguido do betão e betão de alta resistência); materiais resistentes à tração (com o uso de bambú e cordas seguido de barras de ferro e fios de aço e por fim o aço de alta resistência); materiais resistentes à compressão e tração (iniciando-se na madeira, seguindo-se para o aço estrutural, sendo que através da combinação passiva da simples junção de betão e barras de ferro ou fios de aço surgiu o betão reforçado). Por fim, o betão pré-esforçado surge através da combinação ativa da junção do betão de alta resistência com o aço de alta resistência (Lin *et al*, 1981).

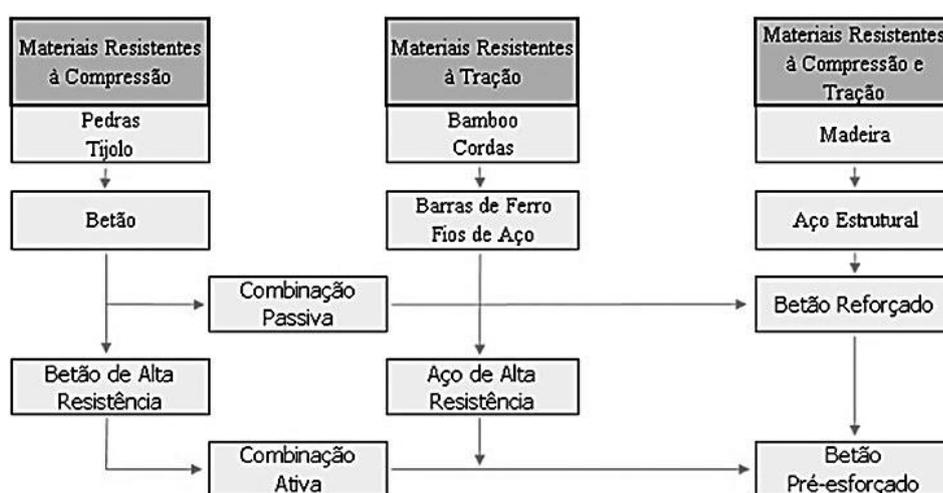


Figura 2.1 - Desenvolvimento dos Materiais de Construção (adaptado de Lin *et al*,1981).

Através de uma revisão dos principais marcos históricos e relativamente à figura apresentada anteriormente, os primeiros tipos de construções eram baseados em elementos básicos e circundantes, tais como pedras, madeiras, argilas, entre outros materiais que serviam para a construção de habitações, estradas e monumentos (Navarro, 2006). Ao longo dos anos foram-se descobrindo, perdendo e redescobrendo formas e métodos de construção, uns mais eficazes do que outros.

Com o decorrer dos séculos surgiram os Romanos e com eles novas técnicas de construção, novas abordagens e o betão romano, deixando, portanto, um grande legado histórico. Após a queda do império romano no século V, apenas em 1756 é que surgiram novos progressos no desenvolvimento do betão pelo inglês John Smeaton, com o propósito de construir um farol (Camões *et al*, 2010). Anos mais tarde, em 1824, após o desenvolvimento do estudo das propriedades do cimento por parte de Smeaton, James Parker e Louis Vicant, em Leeds é aprovada a patente do cimento Portland apresentada por Joseph Aspdin (Appleton, 2011). Desta forma, gerou-se um grande desenvolvimento no que diz respeito à aplicação do betão armado nas construções.

As primeiras referências ao betão armado remontam ao ano de 1830 (Appleton, 2011), porém, em 1847 Jean-Louis Lambot patenteou um barco em betão armado (ferrocimento), que foi exposto na célebre exposição Universal de Paris em 1855 (Camões *et al*, 2010), sendo esta considerada a obra mais antiga de betão armado. “Joseph Monier é um dos principais pioneiros do betão armado com as suas patentes de 1867 para caixas (floreiras), casas e tubagens, e em 1873 para pontes em arco” (Appleton, 2011).

O princípio do pré-esforço foi aplicado na construção há séculos atrás na concepção do barril, onde se verifica que eram colocadas em torno das aduelas de madeira arcos de metal que, após serem apertados, encontravam-se sob pré-esforço de tração, criando assim um pré-esforço de compressão entre as aduelas de madeira permitindo que estas resistissem à tensão do arco produzida pela pressão interna do líquido (Lin *et al*, 1981).

Em 1886, através do engenheiro P. H. Jackson, surgiram as primeiras tentativas de aplicação do mesmo princípio relativamente às estruturas de betão. Até 1928 fizeram-se várias tentativas para conceber o betão pré-esforçado mas, no entanto, sem muito sucesso, devido aos fenómenos de fluência, retração e uso de aço ordinário que inviabilizavam o uso do pré-esforço. O desenvolvimento moderno do betão pré-esforçado é creditado a Eugène Freyssinet que, em 1928, começou a usar aço de alta resistência para colmatar as perdas do pré-esforço devido à fluência e retração do betão (Lin *et al*, 1981).

Relativamente ao uso do pré-esforço em Portugal, importa referir que a primeira construção de betão pré-esforçado, datada de 1951, é a cobertura de vários armazéns para algodão na Avenida Meneses, em Matosinhos. Esta estrutura apresentava um vão de 32.4m e vigas simplesmente apoiadas de altura variável e de betão armado pós-tensionado, realizado com o sistema Freyssinet. A primeira ponte em betão armado pré-esforçado, datada de 1954, é a Ponte de Vala Nova em Benavente, na EN118, na qual são apresentados 3 vãos simplesmente apoiados de 36.0m (Appleton, 2011).

## **2.2. Estrutura de um edifício de betão armado**

A estrutura de um edifício de betão armado é composta por um conjunto de elementos individuais que, ao interagirem uns com os outros, conseguem suportar as ações aplicadas à estrutura (Macgregor, 1992) e distribuir as mesmas ao longo do edifício, independentemente de estas serem permanentes, acidentais ou sobrecargas, deve ser projetada para suportar forças horizontais e forças verticais. As forças verticais são provenientes dos pesos próprios da estrutura (PP), restantes cargas permanentes (RCP) e sobrecargas (SOB), sendo cada uma destas definidas no Eurocódigo 1 (NP - EN1991-1-1 2009). Em relação às forças horizontais, por sua vez, podem ser provenientes dos impulsos de terras, ventos ou resultantes de sismos.

Relativamente à geometria, os elementos que constituem a estrutura podem ser denominados elementos lineares, bidimensionais e tridimensionais. Os elementos lineares, denominados de escoras, tirantes, vigas ou pilares, podem ser substituídos num modelo estrutural simplificado por elementos lineares, ou elementos barra, cuja espessura e a altura têm a mesma ordem de grandeza, muito inferior ao seu comprimento. Os elementos bidimensionais, normalmente lajes e paredes, podem ser substituídos num modelo estrutural simplificado por elementos bidimensionais, ou elementos de superfície, cujo comprimento e a largura são muito maiores que a sua espessura, podendo estes elementos laminares designar-se por lajes e placas, respetivamente. As lajes têm um carregamento perpendicular ao plano e as placas têm o carregamento contido no plano. Para além dos elementos já mencionados, ainda há elementos cujas três dimensões têm a mesma ordem de grandeza, como por exemplo as sapatas de fundação.

Os elementos da estrutura podem ser divididos em superestrutura e infraestrutura. A superestrutura de edifícios é normalmente constituída por pilares, vigas, lajes e núcleos de paredes resistentes, sendo estes elementos concebidos de forma a fornecer um caminho seguro para as cargas da superfície para a infraestrutura. A última, por sua vez, é composta por elementos de fundação como paredes de contenção, sapatas e estacas.

As forças verticais são aplicadas nas lajes que têm como função a redistribuição das mesmas para as vigas, ou diretamente para os pilares. As vigas, que funcionam predominantemente à flexão, têm como principal função o suporte da laje que sustenta grande parte dos elementos não estruturais, as sobrecargas e a redistribuição das forças nelas aplicadas para os pilares mais próximos e/ou paredes estruturais/resistentes. Os pilares e as paredes anteriormente referidas são elementos que funcionam predominantemente à compressão com esforço axial não desprezável, suportam as forças nele aplicadas pelas lajes e vigas, transmitindo as mesmas para a infraestrutura.

As forças horizontais são igualmente absorvidas pela estrutura e transmitidas para a infraestrutura. No caso do vento, o percurso das forças, antes de atingir a infraestrutura, inicia-se nas paredes externas da estrutura, sendo esta, segundo Pinheiro (2007), resistida por elementos verticais de grande rigidez como pórticos, paredes estruturais e núcleos resistentes, formando uma estrutura de contraventamento. De acordo com o mesmo autor, as lajes, ao possuírem uma rigidez praticamente infinita no seu plano, ajudam na distribuição dos esforços horizontais entre os elementos de contraventamento.

Na figura 2.2 é, de um modo geral, representado o percurso e distribuição das ações numa laje.

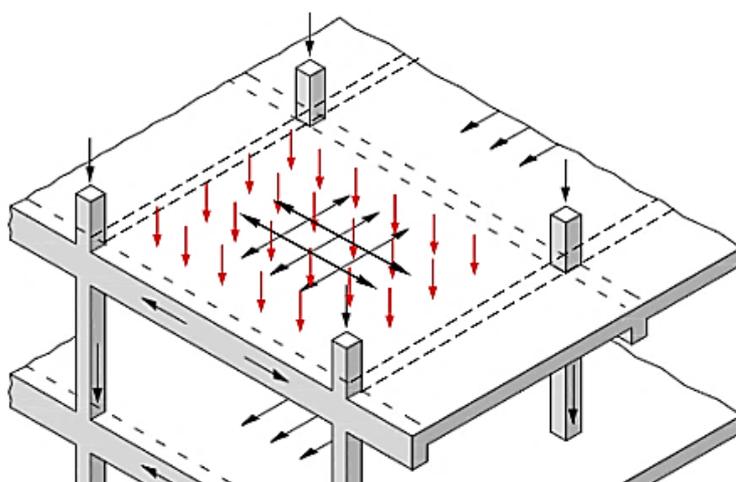


Figura 2.2 - Distribuição de forças numa laje (Costa, 2013).

Relativamente à conceção estrutural de edifícios, as soluções estruturais podem ser agrupadas em: estrutura principal reticulada com lajes vigadas e pilares, podendo conter núcleos de paredes resistentes; estruturas com lajes fungiformes; estruturas laminares com lajes e paredes de betão armado ou estrutura tubular na qual a estrutura principal é contribuída por lajes, por núcleos centrais, por paredes e por pilares concentrados na periferia (Appleton, 2013).

No que diz respeito às estruturas com lajes fungiformes, deve ter-se especial atenção ao comportamento sísmico, punçoamento e deformabilidade. Por outro lado, em alguns casos esta é a solução mais económica, na qual também existe maior liberdade na utilização do espaço e menor altura global do piso. Nas estruturas laminares, deve ter-se em atenção às limitações arquitetónicas, a grande rigidez e a reduzida ductilidade estrutural e restringida liberdade para futuras alterações- Por outro lado, apresenta como vantagens a rapidez e a racionalização da construção (Appleton, 1988).

Ainda dentro da estrutura de um edifício de betão armado pode ocorrer a aplicação do pré-esforço em alguns elementos. Segundo Appleton (2013), o pré-esforço pode ser aplicado principalmente em pavimentos, estruturas cobertas, em fundações e estrutura enterradas. Mais propriamente dentro dos pavimentos, pode ser aplicado em lajes pós-tensionadas com o uso de cabos aderentes ou não aderentes, em soluções de laje vigada ou fungiforme, lajes pré-tensionadas pré-fabricadas e em lajes vigadas. Nas estruturas de coberturas, pode ser aplicado em pórticos, asnas e madres pré-fabricadas. Em fundações e estruturas enterradas pode ser aplicado em lajes ou vigas de fundação, maciços de encabeçamento, paredes de caves e em ancoragens. Neste último caso, para compensar o efeito dos impulsos de terras.

Para uma estrutura, em termos de durabilidade, torna-se importante a influência da geometria dos elementos na estrutura, a adoção de betões de boa qualidade e bons recobrimentos para as armaduras, sendo estes aspetos importantes, principalmente, em ambientes agressivos e betões à vista (Appleton, 1988).

### **2.3. Estrutura reticulada, conceção sísmica, contraventamentos e núcleos**

As estruturas reticuladas podem ser discretizadas em estruturas planas ou espaciais consoante a existência ou a não existência de elementos estruturais no mesmo plano. Dependendo da estrutura em estudo, podem aplicar-se vários modelos de cálculo analítico ou computacional, tais como o modelo de treliça, o modelo de viga continua, o modelo de grelha, o modelo de estrutura porticada plana ou o modelo de estrutura porticada tridimensional. O último modelo é o mais usual, aplicando-se a todas as situações em que os elementos estruturais estão sujeitos à flexão e ao corte em dois planos, ao esforço axial e à torção (Freitas *et al*, 2018). É ainda de referir que as estruturas planas ou tridimensionais porticadas são constituídas por pilares e vigas, formando pórticos com pequena rigidez que, no caso de edifícios de pequenas alturas, são capazes de resistir a ações horizontais só por si, ou em conjunto com outros elementos rígidos.

Segundo Appleton (Appleton, 1988), a conceção sísmica está fundada na necessidade de conceber e considerar o funcionamento conjunto da estrutura, procurar garantir a simetria das massas e rigidez, evitar grandes discontinuidades de massa e rigidez, e fazer com que a estrutura seja capaz de dissipar energia, ou seja, que haja uma boa ductilidade. A estrutura deve ter uma rigidez que condicione os efeitos sísmicos, não devendo a mesma ser demasiado deformável nem demasiado rígida.

Os contraventamentos mais usuais são do tipo pórticos, paredes, paredes associadas a pórticos, núcleos resistentes e estrutura reticulada contraventada, segundo o Carneiro *et al* (2008) e, no que diz respeito às paredes associadas aos pórticos, “a estrutura de contraventamento é composta por paredes estruturais em balanço, encastradas na fundação, ou por pórticos múltiplos eventualmente treliçados”.

É importante ter em atenção que os pórticos, que têm uma deformação por flexão, e as estruturas do tipo parede que por sua vez têm uma deformação por distorção, ou seja, uma deformação rígida devido ao esforço transversal, têm comportamentos diferentes que, no entanto, ao funcionarem como um conjunto, se deformam como um todo.

Gomes (1988) considera que as condições fundamentais para que qualquer estrutura demonstre um bom comportamento sísmico são: simplicidade, regularidade, simetria, resistência a forças horizontais uniforme, distribuição de massas uniforme e que haja uma distribuição de resistência de modo a que as rótulas plásticas se formem nas vigas e não nos pilares.

A colocação dos núcleos num edifício é de extrema importância, sendo que, a colocação assimétrica de um núcleo faz afastar o centro de rigidez do centro de massa, o que irá produzir um efeito de torção do edifício, devendo-se, assim, procurar uma colocação simétrica dos mesmos. Haverá também torção nos casos em que a geometria dos núcleos é diferente uma vez que a rigidez não é igual, sendo que, mesmo com geometrias iguais, se houver quantidade de armadura diferente haverá torção quando a sua capacidade última for mobilizada durante o sismo (Gomes, 1988). De um modo usual, as paredes resistentes são colocadas nos acessos verticais (escadas e elevadores) formando-se assim um núcleo ou caixa de escadas.

A função do núcleo, para além dos acessos, é absorção das forças horizontais. Porém, se o mesmo absorver grande parte dessas forças e as lajes não forem suficientemente resistentes haverá problemas na ligação entre ambos. Quanto maior a desproporção entre a resistência da laje e do núcleo, menor o perímetro de contacto entre estes e aberturas junto ao núcleo, maior será o problema da ligação (Gomes, 1988). As zonas onde existem variações de rigidez ou de

resistências horizontais são em geral as de maior risco, na qual ocorrem concentrações de esforços, deformações excessivas e danos.

#### **2.4. Lajes sem pré-esforço e lajes com pré-esforço**

As lajes são caracterizadas pela predominância do comprimento e da largura sobre a espessura, na qual o carregamento atuante é perpendicular ao seu plano médio. São elementos estruturais bidimensionais responsáveis pela transmissão das forças que a ela chegam, principalmente forças verticais, para as vigas e posteriormente para os pilares ou, na ausência de vigas, diretamente para os pilares.

As lajes mais usuais podem ser caracterizadas por: laje vigada maciça, laje vigada aligeirada, laje fungiforme maciça, laje fungiforme aligeirada, laje maciça com pré-esforço ou laje aligeirada com pré-esforço (Appleton, 2013).

Para moderadas cargas de utilização, as lajes fungiformes maciças de espessura constante são usadas para vãos compreendidos entre os 4.5 e os 6 metros, sendo esta a solução mais económica para estes tipos de vãos, permitindo menor mão de obra face a outras soluções. Quando o vão é compreendido entre os 6 e os 10 metros, se se continuar com este tipo de laje, é usual o uso de capitéis na qual se estende a cerca de 1/6 do vão de cada lado do pilar, podendo estes ser constantes na sua espessura ou não, mas esta solução carece de mais mão-de-obra. Para o vão anteriormente referido, o mais usual hoje em dia é o uso de lajes fungiformes aligeiradas com blocos de aligeiramento perdidos ou moldes recuperáveis, que permitem a redução do peso próprio da estrutura. Este tipo de solução apresenta nervuras nas duas direções entre os blocos. Na zona dos pilares, paredes resistentes e caixa de escadas ou elevador é definida uma zona maciça (Carvalho, 2008). Para lajes com vãos superiores a 10 metros entre pilares é recorrente o uso de soluções pré-esforçadas. Segundo Nawy (2009), ao comparar um elemento de betão armado e um elemento de betão pré-esforçado verifica-se que, geralmente, um elemento de betão pré-esforçado tem uma altura de cerca de 65 a 80% da espessura de um elemento de betão armado.

Numa área em que se querem as melhores soluções, ao custo mais baixo possível, garantido a mesma qualidade, é muito relevante o conhecimento da relação adequada entre o vão e a espessura das lajes, sendo a mesma uma grande condicionante no dimensionamento e escolha das possíveis soluções a adotar. Segundo Appleton (2013), para várias soluções estruturais de lajes betonadas *in situ*, considerando sobrecargas moderadas inferiores a 5 kN/m<sup>2</sup>, em que o vão de referência é o menor vão para lajes apoiadas nas duas direções, pode-se ter como referência várias soluções apresentadas na figura 2.3.

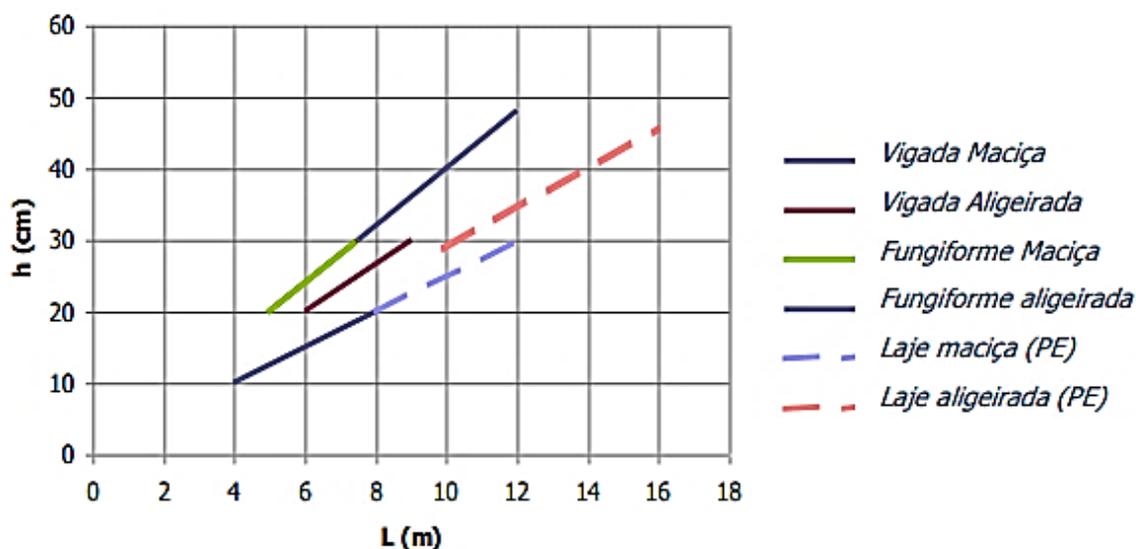


Figura 2.3 - Relações vão-altura de lajes de pavimentos de edifícios (Appleton, 2013).

#### 2.4.1. Princípio do pré-esforço

O betão pré-esforçado é um betão no qual foram introduzidas tensões internas de grande magnitude e com adequada distribuição onde as tensões resultantes de determinadas cargas externas são neutralizadas com o grau que se pretende (Lin *et al*, 1981).

Appleton (1999) salienta que o pré-esforço é, de um modo geral, uma deformação imposta à estrutura na qual é introduzido um estado de tensão que visa a contrariar os efeitos das ações permanentes, permitindo deste modo um melhor comportamento no diz respeito à resistência, fendilhação e deformação da estrutura pré-esforçada.

Costa (2013) refere que o pré-esforço ao ser aplicado em estruturas isostáticas não introduzirá esforços adicionais apesar de surgirem tensões no betão, nas armaduras e no cabo de pré-esforço que, no entanto, são autoequilibradas obtendo-se uma resultante nula. Por outro lado, em estruturas hiperestáticas, surgem esforços associados ao pré-esforço resultante das forças que surgem nos apoios, restringindo a livre deformação do elemento.

Appleton (2013) menciona que o uso de estruturas pré-esforçadas prende-se com o facto de as mesmas apresentarem a possibilidade de adoção de processos construtivos rápidos e evolutivos; redução no consumo de materiais e melhor aproveitamento dos mesmos; redução da secção das

armaduras, com a adoção de aços de alta resistência; controlo ou anulação da fendilhação criando um estado de pré-compressão nas fibras mais tracionadas e controlo da deformação compensando total ou parcialmente a deformação para as ações permanentes, viabilizando deste modo esteticamente e economicamente estruturas de betão de grandes vãos.

De modo geral, o pré-esforço consiste no tensionamento de um ou mais cordões, varões, fios ou barras de alta resistência e mantê-los tensionados à peça de betão do próprio elemento.

#### 2.4.2. Soluções de pré-esforço por pré-tensão e pós-tensão

Na pré-tensão (figura 2.4), o reforço é tensionado em molde, geralmente feito em fábrica. Para a sua realização são colocados maciços de amarração fora dos moldes na qual são fixados os tendões e tensionados. Posteriormente é colocado o betão no molde. Quando o betão atinge um endurecimento suficiente o pré-esforço é libertado das fixações sendo assim a transferência de forças realizada por aderência ao betão. Geralmente os tendões são colocados retos e excentricamente (fib, 2005).

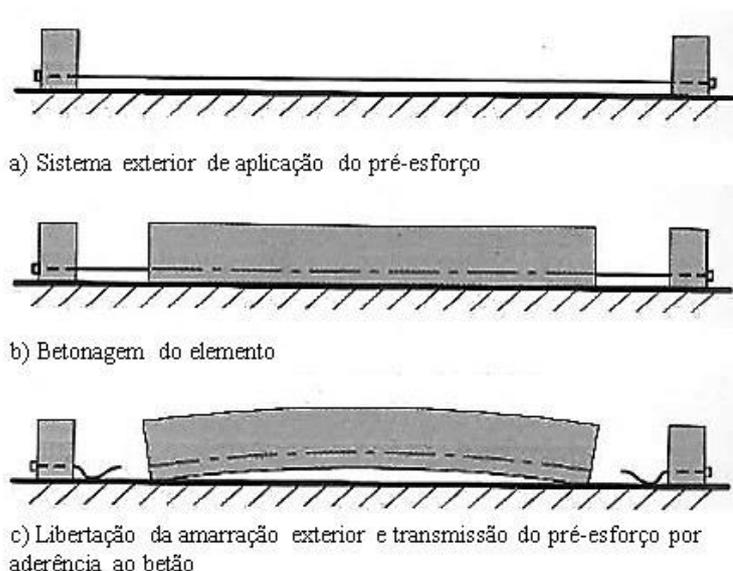


Figura 2.4 - Fases de pré-tensionamento (Appleton, 2013).

Na pós-tensão (figura 2.5), as armaduras são colocadas no interior das bainhas sendo estas tensionadas nas ancoragens através de macacos, após o endurecimento do betão. Através das ancoragens é feita a transferência das forças de pré-esforço para o betão. Este método é realizado *in situ* (fib, 2005), ou seja, realizado em obra após aplicação do betão na laje.

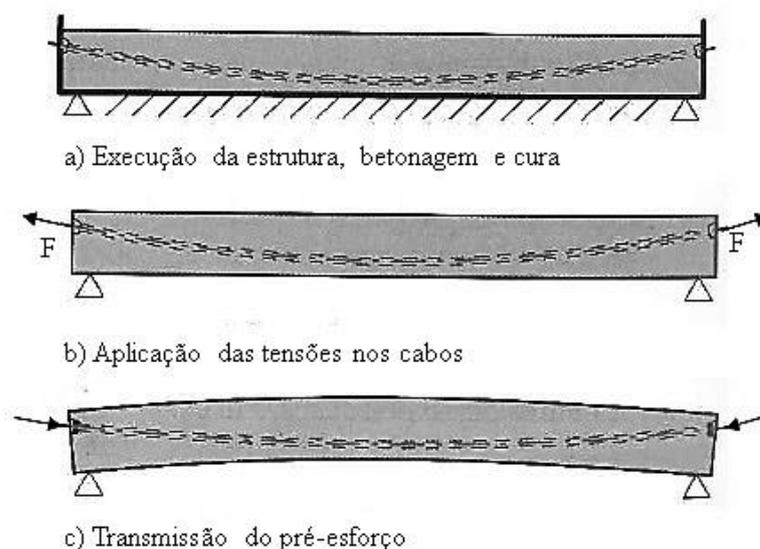


Figura 2.5 - Fases de pós-tensionamento (Appleton, 2013).

### 2.4.3. Pré-esforço interior e exterior

O pré-esforço exterior começou por ser usado na Alemanha devido à necessidade de recuperação de algumas pontes após a segunda guerra mundial. Este tipo de pré-esforço era usado em várias pontes e viadutos da altura, perdendo a sua viabilidade devido à limitação de materiais e conhecimentos. No entanto, com o desenvolvimento de novos materiais, como os aços de alta resistência e as fibras, esta técnica viria a ressurgir nos anos 90 (Neves, 2012).

O pré-esforço exterior consiste na colocação dos cabos de pré-esforço no exterior da secção de betão, sendo os cabos limitados por traçado reto com exceção das zonas de desvio. Neste sistema, as forças de pré-esforço são transmitidas às peças de betão através das ancoragens e dos sistemas de desvio. Esta técnica é maioritariamente usada em pontes sendo também possível a sua aplicação na construção de edifícios.

Esta técnica, segundo Kaur *et al* (2017), apresenta como principais vantagens: facilidade de inspeção durante e depois da instalação; os cabos podem ser removidos e substituídos se previstos em projeto, as perdas por fricção são significativamente reduzidas; mão-de-obra reduzida devido à independência das operações de construção; fácil acesso às ancoragens permitindo melhor ajuste e controle das forças do cabo. Como desvantagens: os cabos externos são mais suscetíveis à corrosão. Para além destas vantagens e desvantagens, referidas pelo autor acima citado, também apresenta como desvantagens o facto de ser mais vulnerável ao fogo e a atos de vandalismo, menor eficiência na redução da excentricidade dos cabos e um custo mais elevado relativamente ao pré-esforço interior, no entanto tem uma montagem mais facilitada.

O pré-esforço interior, contrariamente ao exterior, é usado no interior da secção de betão, sendo esta a solução mais usual na conceção dos edifícios correntes de betão armado compostos por grandes vãos ou com problemáticas passíveis do uso de pré-esforço.

Comparativamente aos edifícios convencionais de betão armado, os edifícios com pré-esforço apresentam algumas vantagens técnicas e económicas. De acordo com Paulino (2016), estas vantagens podem ser caracterizadas pelo aumento da capacidade de cargas das lajes, otimização da utilização das superfícies, ganhos em altura do edifício (com a redução da espessura das lajes), utilização de maiores vãos, maior resistência ao punçoamento, melhor comportamento em relação à fissuração, maior proteção das armaduras contra a corrosão, alta resistência à fadiga, compensação das flechas em serviço e menor impacto ambiental, devido à redução de materiais.

#### **2.4.4. Pré-esforço aderente e não aderente**

No âmbito do uso de pré-esforço interior, após o tensionamento dos cabos por pós-tensionamento, podem ser adotados dois tipos diferentes de sistemas: o pré-esforço aderente e o pré-esforço não aderente.

O sistema de pré-esforço aderente consiste na injeção de uma calda de cimento nas bainhas, fazendo com que, os cabos fiquem aderentes ao betão envolvente. Por outro lado, o sistema de pré-esforço não aderente consiste na incorporação de uma graxa que mantém as armaduras de pré-esforço desligadas do betão, permitindo o deslizamento dos cabos dentro da bainha, havendo assim uma reduzida perda por atrito.

O uso de sistemas de pré-esforço pós-tensionado através de monocordões não aderentes, segundo Appleton (1999), apresenta como vantagens: redução do valor das perdas por atrito; permite uma boa excentricidade em lajes pouco espessas; a flexibilidade do monocordão permite um traçado de cabos simples (trapezoidal), de fácil colocação e adaptável a geometrias complexas; os cabos têm uma dupla proteção contra a corrosão através do uso de uma bainha de polietileno e massa petrolífera de proteção e lubrificação. Por outro lado, apresenta como desvantagens o facto de a resistência do aço de pré-esforço não ser mobilizada no estado limite último e na rotura local de um cabo, os efeitos se tornarem globais.

Neste âmbito e, pelo que já foi referido anteriormente, pode-se sintetizar o pré-esforço através da figura 2.6.

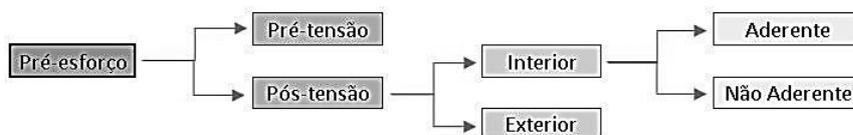


Figura 2.6 - Síntese do pré-esforço.

#### 2.4.5. Perdas relativas ao pré-esforço

No pré-esforço ocorrem sempre perdas instantâneas e diferidas. As perdas instantâneas estão compreendidas entre 8% a 15% da força de tensionamento. Estas perdas, na pós-tensão, estão relacionadas com as perdas por atrito, perdas por reentrada dos cabos e perdas por deformação instantânea do betão. Por outro lado, na pré-tensão, as perdas são devidas à relaxação das armaduras até à betonagem, escorregamento nas zonas de amarração e deformação instantânea do betão. As perdas diferidas estão compreendidas entre 12% a 15% da força de pré-esforço, após as perdas imediatas, sendo estas devidas à retração do betão, à fluência do betão e à relaxação da armadura.

#### 2.4.6. Componentes de um sistema de pré-esforço

As principais componentes de um sistema de pré-esforço são: betão, armaduras ordinárias, armaduras de pré-esforço, ancoragens de pré-esforço, bainhas de pré-esforço e sistemas de injeção (figura 2.7).

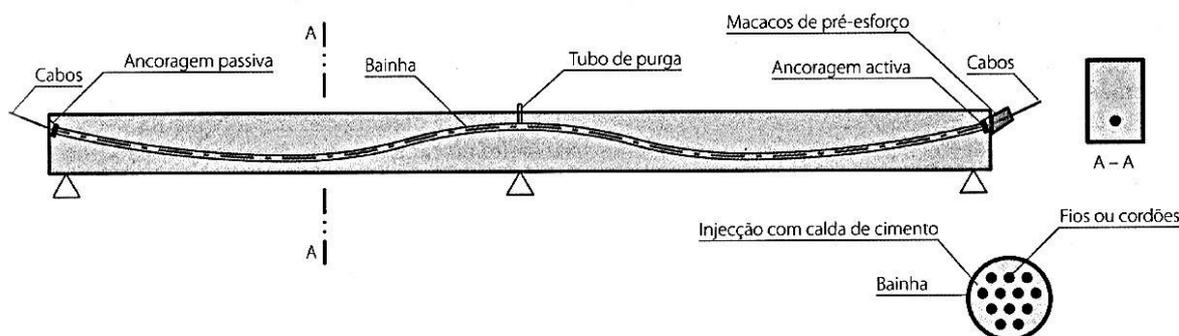


Figura 2.7 – Componentes de um sistema de pré-esforço, numa viga (Appleton, 2013).

Geralmente, em betão armado pré-esforçado, são utilizados betões de classes de resistência mais elevadas do que em betão armado, fazendo com que haja uma menor deformação instantânea, menor deformação de fluência, maior resistência nas zonas de ancoragem e maiores tensões de aderência (Martins, 2017a).

As armaduras de pré-esforço, por sua vez, são constituídas por aços de alta resistência que podem ser fios, cordões ou varões lisos ou rosçados. Os fios têm diâmetros usuais de 3, 4, 5 e 6 mm. Os cordões são compostos por 7 fios com designação de 0.5" para seção nominal de 98.7 mm<sup>2</sup> e diâmetro de 12.7mm, designação de 0.6"N para seção nominal de 140 mm<sup>2</sup> e diâmetro de 15.2mm ou ainda designação de 0.6"S para seção nominal de 150 mm<sup>2</sup> e diâmetro de 15.7mm. Os varões lisos ou rosçados têm diâmetros usuais de 25 mm a 36 mm.

Na presente figura 2.8 ilustram-se os diagramas com a relação tensão-extensão dos vários tipos de aço de pré-esforço, acima mencionados, comparando-os com os diagramas de varões de aços correntes. Nesta é verificado que a resistência dos aços de pré-esforço é significativamente superior à dos aços correntes.

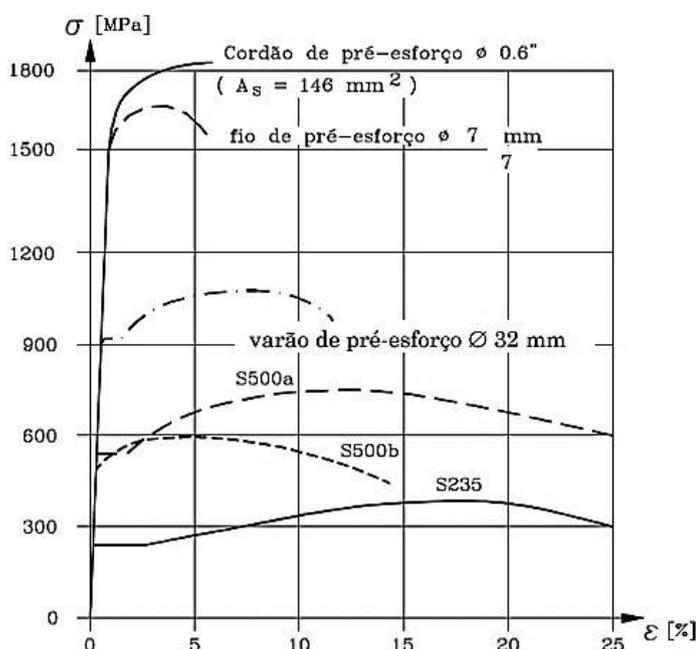


Figura 2.8 -Diagramas de tensão-extensão (Costa, 2013).

As ancoragens nos sistemas de pré-esforço por pós-tensão (figura 2.9 e figura 2.10) podem ser: ancoragens ativas (onde é feito o tensionamento), ancoragens passivas (ficam embebidas no betão) e ancoragens de continuidade.



Figura 2.9 – Sistema de ancoragem ativa para multicordões e monocordões (VSL@, 2015).

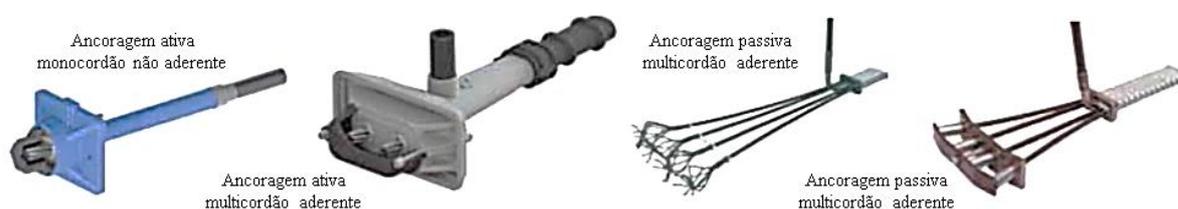


Figura 2.10 - Ancoragens ativas e passivas (VSL@, 2015).

#### 2.4.7. Disposição dos cabos na laje

O fraco desempenho das estruturas de betão no comportamento em serviço resulta principalmente da fraca resistência do betão à tração, sendo que, se controladas as trações, o desempenho das estruturas melhora substancialmente.

A atuação das cargas numa viga ou numa laje gera um estado de tensão que, na zona inferior da seção conduz à fendilhação do betão, levando a uma perda de rigidez e aumento de flechas. No entanto, ao introduzir uma força de compressão as tensões de tração tendem anular-se ou reduzir, diminuindo deste modo a fendilhação e a perda de rigidez. Esta compressão é feita com o uso de cabos de aço tensionados de modo a transmitir a força de tensionamento ao betão nas extremidades da viga ou da laje (Martins, 2017a).

Fernando (2013) refere que o traçado em alçado deverá ser aquele que apresenta melhor eficiência no que toca ao controlo das tensões máximas e mínimas, controlo da deformação e estado limite último de resistência à flexão e esforço transversal ou punção.

Oliveira (2012) acrescenta que, em alçado, a disposições dos cabos na laje têm um grande proveito quando se consegue maximizar as excentricidades tanto a meio vão como sobre os apoios, conseguindo-se assim um maior rendimento do uso dos cabos de pré-esforço,

aumentando deste modo as cargas equivalentes, aproveitando-se da máxima altura disponível da laje ou viga onde será aplicado o pré-esforço.

O pré-esforço tem dois efeitos principais: o efeito axial e o efeito transversal (figura 2.11), e a obtenção desses efeitos depende do posicionamento do cabo de aço na laje ou na viga onde será aplicado o mesmo.

De acordo com a *fib* (2005), o efeito axial causa compressão no betão, efeitos favoráveis na fissuração e deformação, contribuindo assim para a resistência ao corte, à torção e ao punçoamento. Já o efeito transversal causado pelas forças de desvio transporta parte da carga diretamente para os apoios.

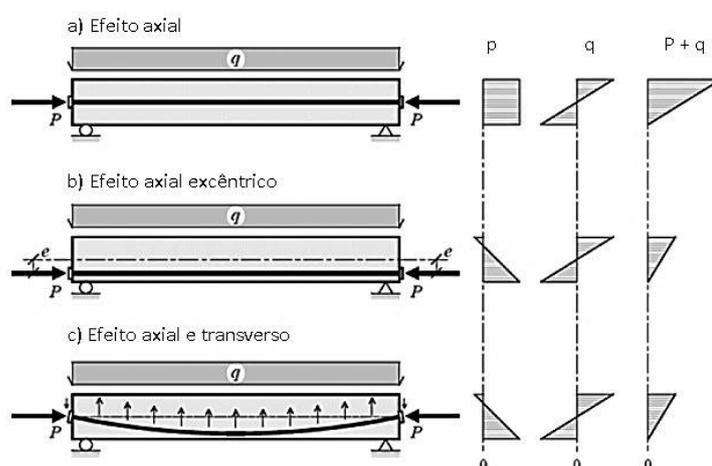


Figura 2.11 - Efeitos do pré-esforço (adaptado da *fib*, 2005).

Na figura acima,  $e$  representa a excentricidade do cabo,  $P$  o pré-esforço,  $q$  a carga externa.

No caso a) da figura 2.11, onde apenas é considerado o efeito axial, o cabo é centrado na secção, causando uma compressão na laje provocada pelas forças exercidas nas ancoragens nas extremidades do cabo. Neste caso, o pré-esforço necessário para anular a tensão de tração provocada pela carga  $q$  é elevado devido à não excentricidade do cabo, pelo que haverá uma resultante de elevadas tensões de compressão na fibra superior sendo que, se a resistência do betão à compressão for ultrapassada poderá haver esmagamento do betão.

No caso b) da figura 2.11, onde é considerado o efeito axial excêntrico, o cabo é colocado com uma excentricidade  $e$  na secção, e causará não só uma compressão na laje provocada pelas forças exercidas nas ancoragens nas extremidades do cabo como também uma flexão. O estado

de tensão neste caso é mais eficiente que o anterior para contrariar as tensões provocadas pela carga  $q$  sendo as tensões resultantes mais baixas.

No caso c) da figura 2.11, onde é considerado o efeito axial e transversal, onde o cabo apresenta um traçado curvo. Para além do esforço axial do pré-esforço é também introduzida na viga uma carga distribuída com sentido contrário ao da carga exterior  $q$ . Com a aplicação deste tipo de traçado, para além dos efeitos referidos no caso b), ocorre o efeito de contrariar o esforço transversal provocado pela carga  $q$ .

Normalmente, de acordo com a *fib* (2005), os cordões são localizados no centro de gravidade da seção nas extremidades simplesmente apoiadas sendo que, na ocorrência de uma excentricidade, haverá um momento na extremidade de  $M_p = P \cdot e$  que deverá ser adicionado ao efeito transversal  $q_p$  tendo em conta as condições limite se a estrutura for hiperestática. O efeito da excentricidade também pode ser visto como um efeito axial excêntrico como na figura 2.12.

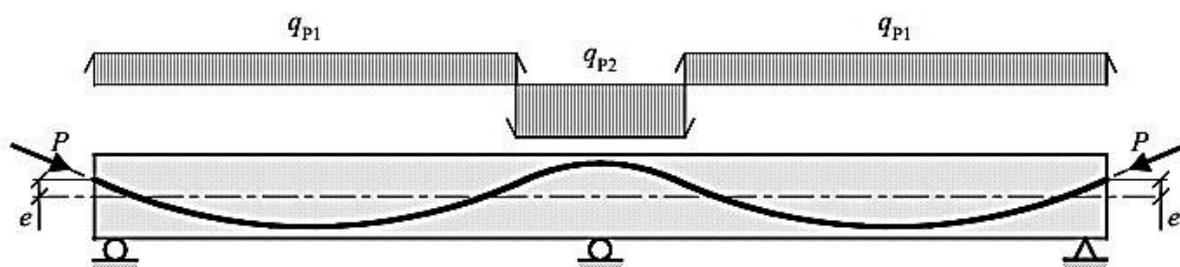


Figura 2.12 - Utilização do cabo excêntrico nas extremidades, usando um traçado parabólico para um elemento contínuo (*fib*,2005).

A excentricidade na extremidade é usada para melhorar o efeito do pré-esforço. Assim sendo, o uso de excentricidade acima do centro de gravidade é favorável ao corte, por outro lado, quando esta é abaixo melhora a deformação (*fib*, 2005).

Para além do traçado parabólico, quando existem grandes cargas concentradas localizadas o traçado do cabo geralmente adotado é um traçado trapezoidal com curvaturas coincidentes nessas localizações. Desta forma são criadas forças concentradas de sentido ascendente que equilibram as cargas externas (figura 2.12 e figura 2.13). Este tipo de traçado é muitas vezes usual em lajes pré-esforçadas por razões práticas, mesmo sem a ocorrência de cargas concentradas (*fib*, 2005).

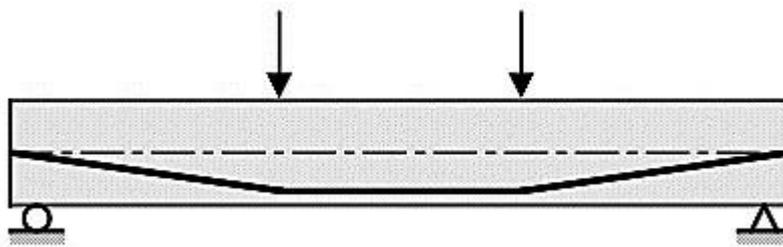


Figura 2.13 - Traçado trapezoidal para equilíbrio de forças concentradas (*fib*, 2005).

Em planta, deve ser feita uma análise para cada solução em particular, sendo posteriormente definida a disposição mais eficiente para a colocação dos cabos de pré-esforço.

Appleton (2013) expõe que, em lajes fungiformes, a disposição de cabos que levam a um pré-esforço aplicado nas bandas entre pilares têm um efeito mais eficiente, pois é entre os pilares que se verificam os esforços máximos devido às cargas permanentes. A colocação destes cabos reduz a força de punçamento devido a transmissão de parte da carga diretamente ao pilar por compressão feita através da ação dos cabos.

Geralmente, de acordo com a figura 2.14, a disposição dos cabos de pré-esforço é feita em bandas nos alinhamentos dos pilares, distribuída ao longo da laje, ou a junção das duas anteriormente mencionadas, sendo recomendado que, pelo menos numa direção ocorra uma concentração de cabos alinhados com os apoios.

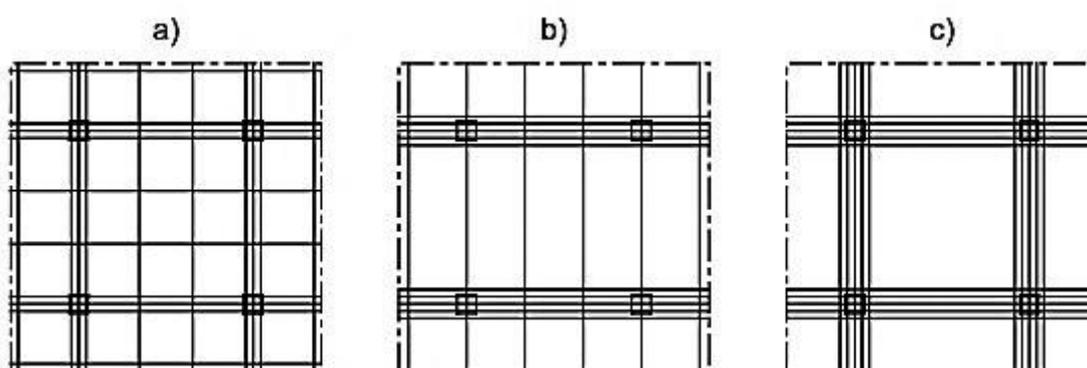


Figura 2.14 - Diferentes disposições dos cabos e pré-esforço (*fib*, 2005).

Numa análise mais detalhada da figura 2.14, para a distribuição a) é recomendado pela *fib* a concentração de pelo menos 50% dos cabos em bandas alinhadas com os pilares. Na mesma distribuição é constatado que os cabos bidirecionais ao longo da laje transferem as cargas neles

aplicadas para os cabos colocados em bandas alinhados com os pilares, cabendo a estes a transmissão da carga para os pilares.

Na distribuição b), é produzido um efeito semelhante ao a), no qual a carga é apenas transferida por cabos colocados apenas numa direção ao longo da laje.

Na distribuição c), em concordância com a *fib* (2005), o efeito transversal vai diretamente para os pilares. Esta distribuição é geralmente a mais eficiente relativamente às deformações e punçoamento, para uma determinada quantidade de cabos.

Se se pretender um efeito axial, este não depende propriamente da distribuição dos cabos em alçado, mas sim da força aplicada nos mesmos. Se houver a ocorrência de aberturas próximas aos pilares é recomendável o uso da distribuição a) comparativamente à distribuição c).

No caso das lajes fungiformes aligeiradas podem-se usar as mesmas distribuições acima apresentadas, sendo que a espessura das bandas ao longo dos alinhamentos dos pilares pode ser igual ou superior às nervuras. Na representação a) da figura 2.14, nas lajes aligeiradas os cabos ao longo da laje estão colocados nas nervuras.

De um modo geral, os cabos de pré-esforço podem ter uma representação semelhante à da figura 2.15, para monocordões e multicordões em traçados parabólicos. De acordo com a VSL@ (2015), os macacos de tensionamento são escolhidos de acordo com a força de tensionamento a aplicar, os comprimentos mínimos ( $L_{min}$ ) de armadura variam consoante o número de cordões a usar nos cabos ( $L_{min} = 0.8$  m para cabos com 6-7 cordões, 1.0 m para 6-12 até 6-22 cordões e 1.5 m para 6-27 cordões ou mais) e os raios mínimos podem ser obtidos através da expressão  $R_{min} = 2.8 \cdot \sqrt{F_{pk}} \geq 2.5$  m ou, dependendo do número de cordões a usar, pode-se assumir um determinado raio mínimo (de 6-1 a 6-3, têm-se um  $R_{min}=2.5$ , de 6-4 têm-se  $R_{min}=3.0$  m, de 6-7 têm-se  $R_{min}=3.9$ m).

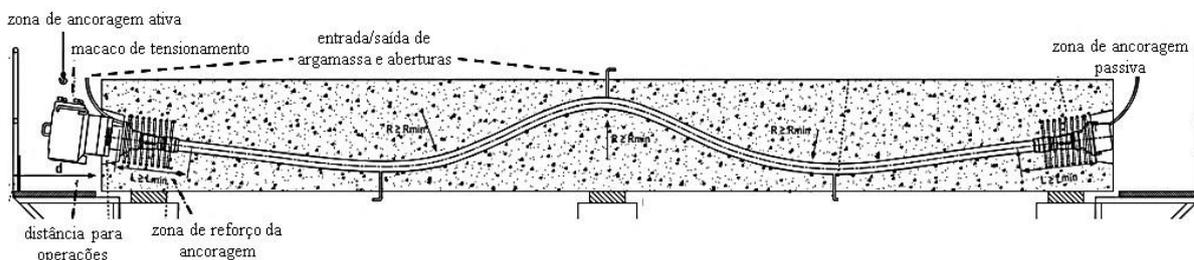


Figura 2.15 - Constituição típica de cabos com multicordões, em lajes (VSL@, 2015).

## 2.5. Modelações em *software*

Ao longo dos anos os modelos de cálculo, conceção e dimensionamento foram evoluindo, passando do papel para o computador. O surgimento do computador e, com ele, o *software* de cálculo, conceção e dimensionamento de edifícios, como o *Robot Structural Analysis*, *CYPECAD*, *SAP2000*, entre outros, possibilitou uma maior agilização construtiva, não só a nível de resultados, mas também da eficácia dos mesmos, rapidez na conceção, liberdade no método de conceção pelo projetista e um modelo mais realista. A eficácia dos resultados só é possível se os sistemas estruturais, em regime linear ou não linear, sujeitos a ações de natureza estática ou dinâmica contenham uma definição adequada das ações atuantes, critérios simplificativos de dimensionamento e uma boa modelação.

Através do Eurocódigo 0 (NP - EN 1990, 2009) verifica-se que os modelos estruturais a usar devem ser os mais apropriados envolvendo as variáveis relevantes para os cálculos pretendidos, devem ser adequados à simulação do comportamento estrutural com um nível aceitável de precisão, adequados aos estados limites considerados e basearem-se em teorias e práticas de engenharia comprovadas.

Para a conceção da estrutura de um edifício é essencial ter em conta alguns critérios que, de acordo com Macgregor (1992) estão relacionados com a organização dos espaços, economia, adequação da estrutura, manutenção, definições e necessidades do cliente. Appleton (2013) acrescenta que, também é essencial cumprir critérios relacionados com a robustez, durabilidade, conceção sísmica, simplicidade e regularidade, segurança (equilíbrio e durabilidade). De um modo global, os critérios mencionados zelam pela segurança dos utilizadores, assim como, pela eficiência da conceção da estrutura, conduzindo a soluções mais económicas e eficientes.

No ato da conceção estrutural, é necessário ter em conta parâmetros relativos aos estados limites, na qual Macgregor (1992), refere que estão divididos em três grupos básicos: os estados limites últimos (que englobam a perda de equilíbrio da estrutura, a rotura, colapso progressivo, formação de mecanismos plásticos, instabilidade e fadiga), estados limites de serviço (que englobam as deformações excessivas, fendilhações e indesejadas vibrações) e os estados limites especiais (relacionados com os danos ou colapsos devido a terremotos, efeitos estruturais devido ao fogo, explosões ou colisão de veículos e efeitos de corrosão ou deterioração da estrutura).

A conceção do modelo estrutural, a fim de evitar colapso ou danos na estrutura devido ao sismo, deve ser feita preferencialmente de forma simétrica, com distribuição regular dos elementos verticais, resistência e rigidez bidirecionais, rigidez adequada à torção, ação de diafragma nos

pisos, fundações adequadas e no caso de blocos diferenciados a introdução de juntas sísmicas (Appleton, 2014).

É necessário também nesta fase ter o conhecimento do faseamento construtivo referido mais à frente de forma a garantir que a estrutura não tenha uma perda de capacidade de resistir a esforços a fim de evitar o seu colapso.

Na figura 2.16 é representado a modelação no *software Robot Structural Analysis* do edifício em estudo na dissertação que tem por base este documento.

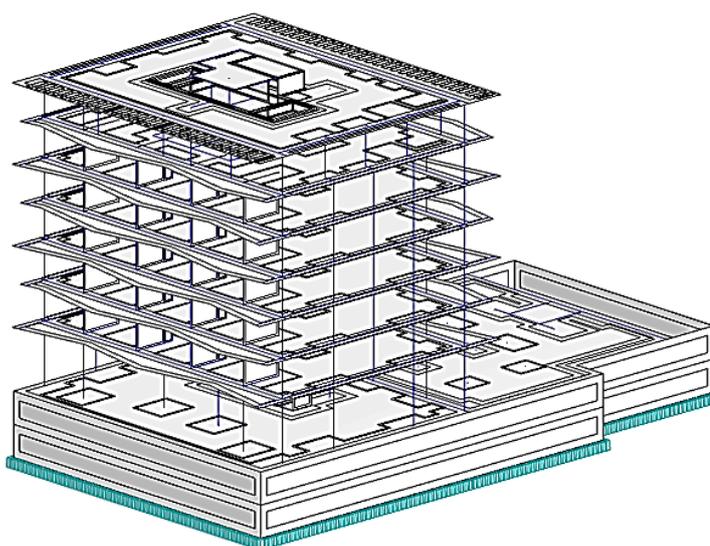


Figura 2.16 - Modelação do edifício em estudo, através do *Robot Structural Analysis*.

### 2.5.1. Método dos elementos finitos

Através de um modelo estrutural tridimensional concebe-se um modelo estrutural simplificado com as designações referidas no capítulo 2.2 e, a partir deste, concebe-se um modelo numérico de elementos finitos (figura 2.17).

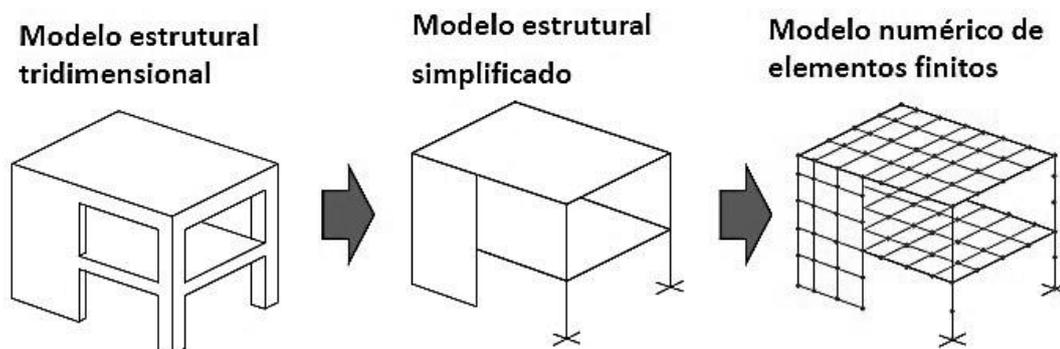


Figura 2.17 - Modelos estruturais (Simões *et al*, 2017).

O Método dos elementos finitos consiste num processo de discretização da estrutura em elementos de dimensões reduzidas (Park *et al*, 1980), com a criação de uma malha de elementos finitos, que não se sobrepõem e se ligam entre si através de pontos designados por nós. Este processo introduz erros nas soluções, mas podem ser reduzidos o quanto se queira, embora não sejam nulos.

Na análise estrutural, através do uso de elementos finitos, “as incógnitas são os deslocamentos nodais e o campo de deslocamentos no interior de cada elemento é aproximado usando funções contínuas (funções de interpolação ou funções de forma)” (Simões *et al*, 2017). Para cada elemento calculam-se a matriz de rigidez e o vetor forças nodais equivalentes.

O método dos elementos finitos tem-se mostrado, ao longo dos anos, ser o mais preciso, eficiente e versátil, no que diz respeito à análise de edifícios de betão armado correntes, sendo aplicado a estruturas de geometria variada submetidas a diferentes tipos de carregamento (Pereira *et al*, 2007).

Contudo, este método requer um grande esforço computacional, levando algum tempo no processamento e análise do modelo concebido, devido à quantidade de parâmetros envolvidos.

### 2.5.2. Critério de Wood and Armer em elementos de placa

Os elementos de placa, como referenciado no subcapítulo 2.2, são elementos cujo carregamento é perpendicular ao plano, como é o exemplo das lajes.

*Wood* e *Armer* conceberam um dos métodos mais usuais no dimensionamento de placas, na qual são incorporados momentos de torção. O método, desenvolvido por ambos, baseia-se no critério resistência de momento normal (critério de *Johansen*) para o dimensionamento das armaduras em duas direções preferenciais (Parsekian *et al*, 1998).

Aquele autor estabelece que “o momento normal a um plano qualquer calculado com os momentos  $M_x^*$  e  $M_y^*$  correspondentes às armaduras dispostas na laje, deve ser maior ou igual ao momento normal ao mesmo plano dado pelos esforços  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_{xy}$ .” Estes momentos são representados na figura 2.18.

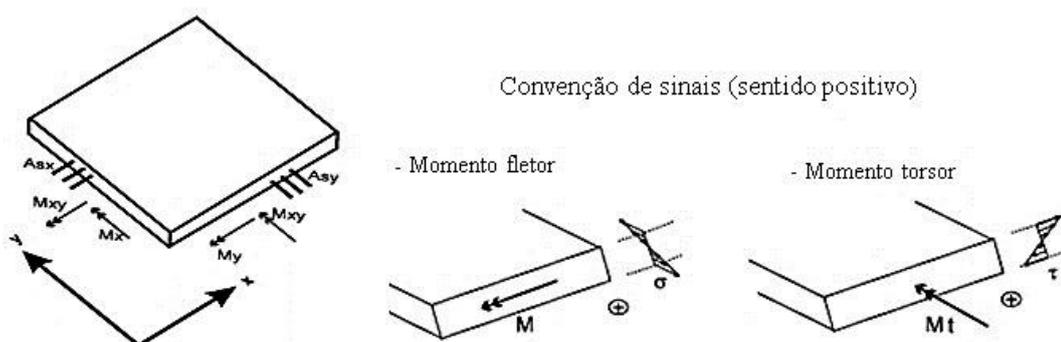


Figura 2.18 - Representação dos momentos ( $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_{xy}$ ) e armaduras segundo as direções X e Y, num elemento de placa (Parsekian *et al*, 1998).

### 2.5.3. Método de escoras e tirantes

Este método tem como princípio a substituição de uma estrutura real ou de partes dela por uma estrutura resistente formada por treliças, simplificando de certo modo o problema original. É um método de análise usualmente aplicado a zonas de descontinuidades, baseado no teorema estático da teoria da plasticidade. Neste método são analisados elementos ou zonas dos elementos de betão armado ou pré-esforçado onde a teoria das peças lineares não é válida (Ramos *et al*, 2006).

O termo “zonas de descontinuidade” consiste na divisão da estrutura em duas zonas ou regiões (figura 2.19) sendo elas: regiões B de Bernoulli ou *Beam*, na qual é válida a hipótese das secções planas e regiões D de descontinuidade, onde a deformação ao longo do elemento não é linear, usando-se, portanto, o princípio de Saint Venant. Em geral, em concordância com a regulamentação - Eurocódigo 2 (NP - EN 1992-1-1, 2010), estas zonas estendem-se até uma distância  $h$  (altura da secção do elemento).

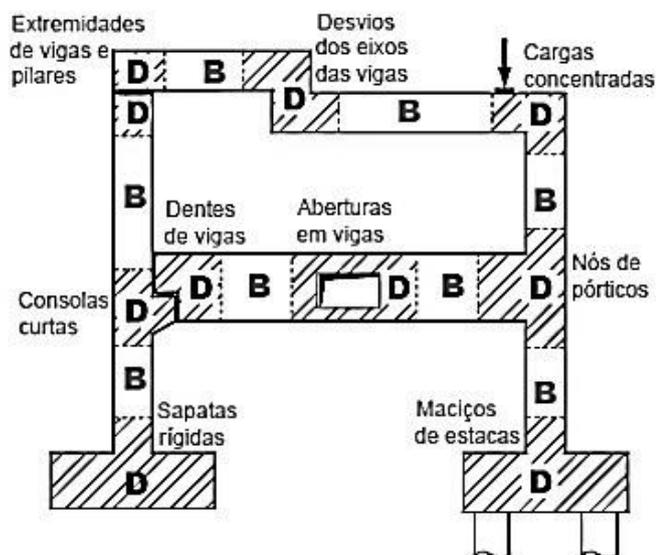


Figura 2.19 - Zonas de descontinuidade (Ramos *et al*, 2006).

Os modelos de escoras e tirantes (“*strut-and-tie model*”) representam o percurso das forças no interior de um determinado elemento estrutural, ou os campos de tensões principais que equilibram as ações exteriores. Estas forças podem ser calculadas através de um modelo de treliça, com base na orientação das tensões principais da análise plástica (Ramos *et al*, 2006).

Qualquer modelo de escoras e tirantes que assegure o equilíbrio das ações exteriores é considerado válido, sendo este, de modo geral, o que apresenta uma menor quantidade de armadura tracionada (Ramos *et al*, 2006).

Os modelos de escoras e tirantes são constituídos por nós, escoras que representam campos de tensão de compressão, e por tirantes que representam as armaduras. Estes elementos podem ser definidos a partir das isostáticas de tensão e das distribuições de tensões obtidas pela teoria elástica linear ou a partir do método da trajetória de cargas (NP - EN1992-1-1, 2010).

Segundo Martins *et al* (2017b), a construção do modelo de escoras e tirantes deve ter em conta: a definição das zonas “D”; o equilíbrio exterior; a identificação do caminho das cargas (trajetória das forças); a elaboração de modelos simples; orientação do modelo com base nas trajetórias de tensões elásticas; os ângulos entre as escoras e os tirantes num nó devem ser maiores ou iguais a 45°; as escoras representam campos de compressões com largura proporcionada ao valor resultante, e os tirantes devem ser dispostos de forma a corresponder a distribuições de armaduras correntes e executáveis.

Os modelos de escoras e tirantes podem ser adaptáveis a consolas curtas, regiões sujeitas a cargas localizadas, nós de pórticos, sapatas, viga com variação de altura em zona de apoio, viga de altura variável, vigas parede com e sem aberturas, paredes com ou sem aberturas.

No presente caso de estudo este modelo foi aplicado às vigas-parede e às lajes, a fim de se obter uma estrutura resistente formada por treliças. No caso das vigas-parede, o modelo deve ser construído de forma a que a estrutura seja capaz de suportar e transmitir as cargas nela aplicadas para os apoios. No caso das lajes, os esforços membranares devem ser transmitidos de forma eficiente para os apoios.

O uso deste modelo, focando-se nas lajes pré-esforçadas, é aplicável na análise e dimensionamento das zonas de ancoragens de cabos pós-tensionados, na qual são aplicadas cargas concentradas. Costa (2013) refere que, para a elaboração deste modelo, é necessário o conhecimento do comportamento elástico da zona em análise, a fim de escolher o melhor sistema que corresponde à menor energia de deformação, ou seja, um sistema na qual existam mais escoras que tirantes. Na modelação há que ter em conta que os tirantes devem ser concebidos tendo em conta o ponto de vista construtivo (figura 2.20).

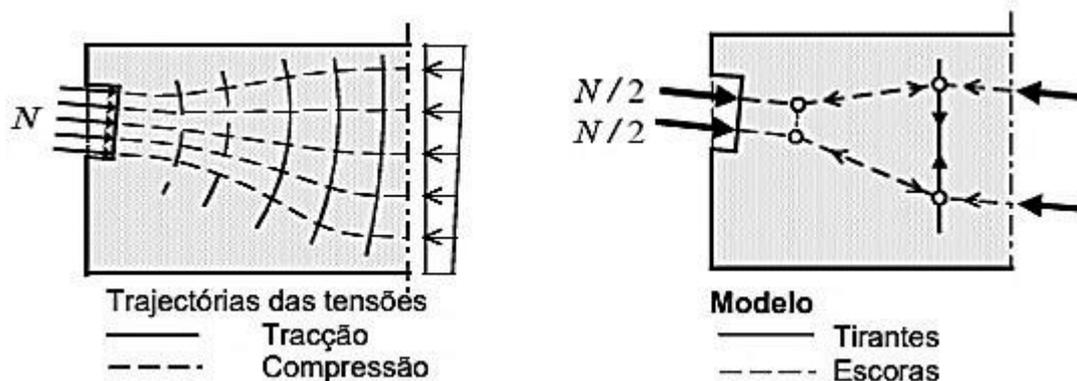


Figura 2.20 - Representação das trajetórias das tensões em zonas de ancoragem (Costa, 2013).

## 2.6. Faseamento construtivo

O conhecimento das diferentes fases construtivas e, como processá-las, é essencial, não só quando são abordadas estruturas complexas de grandes dimensões, mas também estruturas simples de pequenas dimensões.

Muito antes do começo da concepção da estrutura no terreno, são inúmeros os processos que são levados a cabo para que se obtenha um bom faseamento construtivo a fim de não haver atrasos nem percalços no decorrer da construção.

Numa primeira instância, é necessário conhecer quais as principais condicionantes do projeto e, a partir das mesmas, conseguir arranjar a melhor solução para a sua concepção. Appleton (2013) refere que as principais condicionantes estão relacionadas com a arquitetura, geotecnia, localização da obra e método construtivo.

No que toca à parte estética e funcional da estrutura, esta depende do dono de obra e do arquiteto sendo depois passível de estudos inerentes ao projeto, relacionados principalmente com a localização da obra e a parte geotécnica. Relativamente à parte geotécnica, a dissertação de Domingues (2011) retrata a fase construtiva relativamente a contenções periféricas da estrutura e influência na mesma

O método construtivo a adotar depende geralmente do projetista, sendo este a conceber o projeto tendo por base as soluções mais viáveis, económicas e os processos de modelação referidos no subcapítulo 2.5, na qual se requer uma grande capacidade de conhecimento das várias etapas de faseamento que se pretende adotar.

Na fase de construção no terreno, muitas vezes os engenheiros são deparados com imprevistos, para cuja resolução é necessária a perícia, experiência e capacidade de resolução.

### **2.6.1. Em lajes pré-esforçadas**

Camposinhos (1991), menciona que o processo construtivo de lajes pré-esforçadas segue a seguinte ordem de operações:

1. Betonagem do piso (i);
2. Aplicação de 50% do pré-esforço quando o betão atinge metade da resistência necessária à aplicação da totalidade deste, em média 3 dias;
3. Descofragem de forma reutilizar os moldes, mantendo 50% das escoras. Colocação de escoras e início da cofragem no piso (i+1);
4. Aplicação a 100% do pré-esforço no piso (i) quando o betão atinge a resistência necessária, em média 7 dias, fazendo também um reajuste das escoras;

5. Finalização da cofragem e montagem das armaduras, seguindo-se a betonagem no piso (i+1).

A sequência, anteriormente apresentada, repete-se até aos pisos onde se pretende o uso do pré-esforço, tendo sempre em conta que, um piso deve estar escorado pelos dois imediatamente inferiores. Por sua vez, este processo pode ser incluído nos cálculos, ao considerar uma combinação de ações transitórias, na qual o peso próprio da laje em construção num piso superior é repartido por duas ou mais lajes que a suportam, havendo a inclusão de cofragens e escoras com aproximadamente  $1.5 \text{ kN/m}^2$  no piso em construção (Camposinhos, 1991).

O traçado e a posição dos cabos de pré-esforço, em alçado, são um requisito fundamental, ao qual se deve ter especial atenção. Deve ser marcada em projeto, em planta e em alçado, a posição e o comprimento de cada cabo ou conjunto dos mesmos, bem como o tipo de ancoragens a usar e a sua sequência de ativação (Camposinhos, 1991). O mesmo autor ainda refere que os cabos fornecidos são apresentados em rolos com cerca de 1.5 m de diâmetro, convenientemente identificados de acordo com a sua posição em obra.

Oliveira (2012) acrescenta que, para além da colocação em obra segundo a sequência e medidas indicadas no projeto, para se obter um bom rigor, os cabos têm de ser amarrados a estribos ou cavaletes colocados em pontos previstos no projeto que, para os monocordões auto-embañados, corre em intervalos com cerca de 1 m, e para cabos com multicordões com bainhas injetáveis em intervalos inferiores a 2 m.

Para a colocação do pré-esforço em lajes, a VSL@ (2015) apresenta a seguinte ordem de procedimentos:

1. Colocação das ancoragens (fixas às cofragens por parafusos, orientada perpendicularmente ao eixo do cabo, a cofragem deve ter buracos adequados à colocação do cabo (figura 2.21)), cabos (instalados sem dobras, providenciados com aberturas de argamassa) zonas de reforço das ancoragens (de acordo com as especificações da VSL);
2. Encadeamento dos fios (três opções de instalação: empurrar os fios/cordões individualmente, empurrar conjunto de fios/cordões e instalação de cabos pré-fabricados);
3. Tensionamento dos cordões é feito quando o betão adquire a resistência mínima necessária, processando-se em cinco passos: posicionamento das ancoragens nas extremidades do cabo, colocação do macaco, tensionamento, transferência de carga e corte dos fios/cordões;

4. Selagem das ancoragens para preparação da colocação de argamassa, através da instalação de tampas nas ancoragens.
5. Colocação de argamassa é feita com o objetivo de constituir um sistema eficaz contra a corrosão e atingir uma ligação efetiva entre os cordões e a argamassa.
6. As ancoragens dentro de uma peça de betão após o tensionamento são preenchidas com betão.

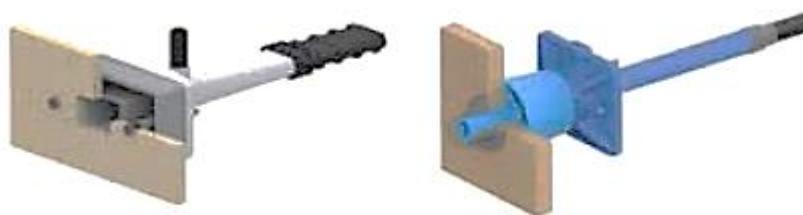


Figura 2.21 - Formato da cofragem para colocação dos cabos (VSL@, 2015).

Antes da realização da betonagem do piso é necessária a realização de uma inspeção do sistema de pré-esforço a fim de verificar se está tudo colocado de acordo com o projeto e especificações. Os pontos essenciais, a verificar antes da betonagem, encontram-se no capítulo 6.1.3 de Camposinhos (1991), prendendo-se estes com a verificação das ancoragens, posição dos cabos bem como o estado dos mesmos.

### 3. LAJES COM ESFORÇO AXIAL NÃO DESPREZÁVEL

#### 3.1. Introdução

Remetendo à problemática desta dissertação, os esforços membranares em lajes geralmente tornam-se não desprezáveis na presença de ações verticais quando existem grandes paredes em consola que transmitem esforços de membrana através das lajes para os elementos verticais ou em lajes nas quais é aplicado o pré-esforço.

#### 3.2. Análise de elementos de casca

Para análise dos esforços axiais pode-se recorrer a elementos de casca, cuja espessura é muito reduzida face às restantes dimensões. Por sua vez, estes elementos, têm a capacidade de equilibrar carregamentos através de esforços no próprio plano, ou seja, esforços de membrana.

De acordo com Pimentel (2004), num elemento de casca plano (figura 3.1), os esforços podem subdividir-se em dois grupos: esforços que resultam principalmente de ações no plano da estrutura (esforços membrana  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_{xy}$ ) e os esforços que resultam principalmente de ações perpendiculares ao plano da estrutura (momento fletor  $m_x$  e  $m_y$ , momento torsor  $m_{xy}$  e esforços de corte  $v_x$  e  $v_y$ ).

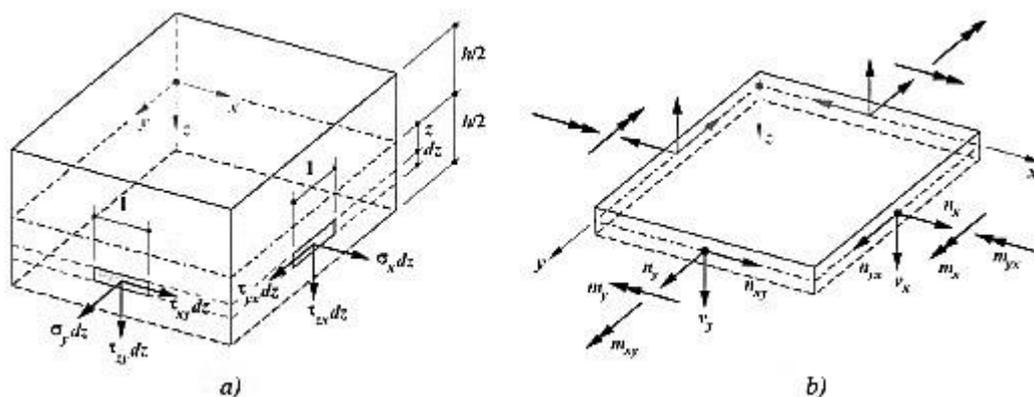


Figura 3.1 - Elemento de casca plano: a) tensões atuantes e b) resultantes das tensões atuantes (Pimentel,2004).

Segundo Ventsel *et al* (2001), a utilização destes elementos é feita devido à eficiência na transmissão das cargas, elevado grau de reserva de resistência e integridade estrutural, elevada razão entre resistência e peso, rigidez muito elevada e capacidade de contenção de espaço.

## 4. DIMENSIONAMENTO DO PRÉ-ESFORÇO

### 4.1. Pré-dimensionamento da secção

O pré-dimensionamento da secção, para o uso de pré-esforço, prende-se com a relação da espessura com o vão. Segundo Oliveira (2012), para vigas essa relação entre a espessura e o vão deduz-se pela seguinte expressão:  $h \geq \frac{L}{20 \text{ a } 25}$ , para as lajes maciças:  $h \geq \frac{L}{35 \text{ a } 40}$  e para lajes aligeiradas:  $h \geq \frac{L}{30 \text{ a } 35}$ , sendo  $h$  a altura e  $L$  o vão entre apoios.

### 4.2. Traçado do cabo de pré-esforço

Como já referido em capítulos anteriores, o traçado do cabo é uma componente importante na aplicação do pré-esforço e o seu correto estabelecimento permite otimizar o pré-esforço de uma maneira simples e eficaz.

Para uma boa conceção do traçado, de acordo com Appleton (2004), é necessário a aplicação de alguns princípios base, tais como: o uso de traçados simples (recorrendo ao uso de troços retos ou parabólicos de 2º grau), o aproveitamento da excentricidade máxima nas zonas de maiores momentos (dependendo do recobrimento, que é o valor mínimo entre o  $\phi_{\text{bainha}}$  e 0.08 m), a localização do ponto de inflexão do traçado deve situar-se sobre a reta que une os pontos de excentricidade máxima e, por fim, o raio de curvatura deve ser superior ao raio mínimo, sendo este  $R_{\text{min}} = \sqrt[3]{P_u}$ , onde  $P_u$  corresponde à força útil em MN.

Ramos (2006), acrescenta que na sua extremidade os cabos devem situar-se, preferencialmente, dentro do núcleo central da secção e devem ser respeitados os limites correspondentes às dimensões das ancoragens, resistência do betão, bem como a prática construtiva .

Para a determinação dos troços parabólicos de 2º grau cuja equação geral é dada por  $y = ax^2 + bx + c$ , é necessário o conhecimento de 3 pontos para a determinação dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Para determinação das equações dos traçados parabólicos recorre-se as considerações acima enumeradas e às seguintes condições:

- Ao considerar um referencial local recorreu-se às expressões (1) ou (2):

$$y = ax^2 + c, \text{ sendo que } y'(0) = 0 \rightarrow b = 0 \quad (1)$$

$$y = ax^2, \text{ sendo que } y'(0) = 0 \rightarrow b = 0 \text{ e } y(0) = 0 \rightarrow c = 0 \quad (2)$$

- Para a determinação do parâmetro a recorreu-se a seguinte expressão  $a = \frac{4f}{L^2}$ , tendo por base a figura 4.1.

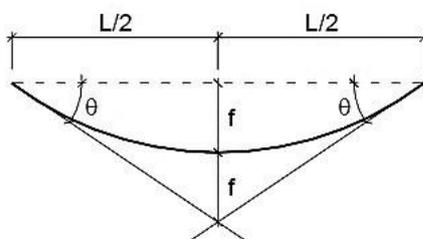


Figura 4.1 - Cabo com traçado parabólico (Costa, 2013).

- Para determinação do ponto de inflexão entre dois troços parabólicos recorreu-se à expressão (3), tendo por base a figura 4.2.

$$\frac{f_1}{L_1} = \frac{e_1+e_2}{L_1+L_2} \rightarrow f_1 = \frac{L_1}{L_1+L_2} (e_1+e_2) \text{ e } f_2 = (e_1+e_2) - f_1 \quad (3)$$

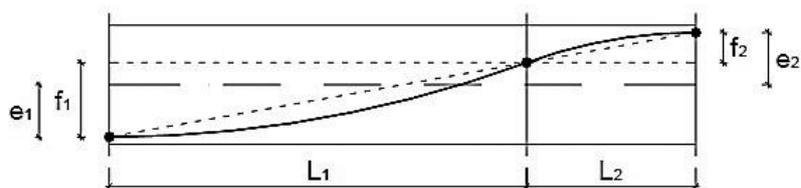


Figura 4.2 - Ponto de inflexão entre dois troços parabólicos (Costa, 2013).

- Para determinação do ponto de concordância entre troço parabólico e troço reto recorreu-se à expressão (4), tendo por base a figura 4.3.

$$tg\theta = \frac{e-f}{L_1} = \frac{e+f}{L_1} \leftrightarrow f = \frac{e(L_2-L_1)}{L_1+L_2} \quad (4)$$

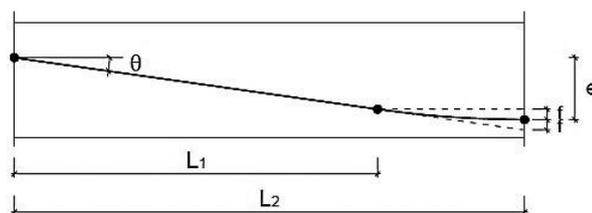


Figura 4.3 - Ponto de concordância entre troço parabólico e troço reto (Costa, 2013).

Para a determinação das cargas equivalentes, que representam a acção do pré-esforço, usou-se as seguintes expressões e figuras abaixo apresentadas:

- Nas zonas de ancoragens, para a determinação das cargas equivalentes, considerando um traçado genérico e uma determinada excentricidade, pode-se usar o indicado na figura 4.4.

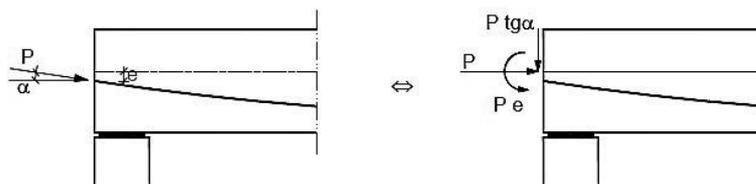


Figura 4.4 - Zona das ancoragens (Costa, 2013).

- Nas zonas de traçado parabólico, considerando um troço infinitesimal de cabo de pré-esforço e as ações que o betão exerce sobre o mesmo, considerando as componentes horizontais das forças de desvio e por equilíbrio das forças, a carga de pré-esforço é dada pela expressão (5) para um cabo parabólico como o representado na figura 4.5.

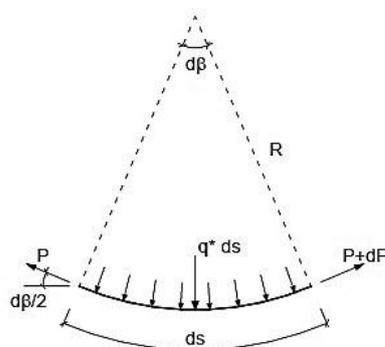


Figura 4.5 - Troço infinitesimal de cabo de pré-esforço (Costa, 2013).

$$q^* = \frac{8fP}{L^2} \quad (5)$$

Para a determinação das cargas equivalentes, que representam a força do cabo com traçado poligonal (figura 4.6), recorreu-se à expressão (6).

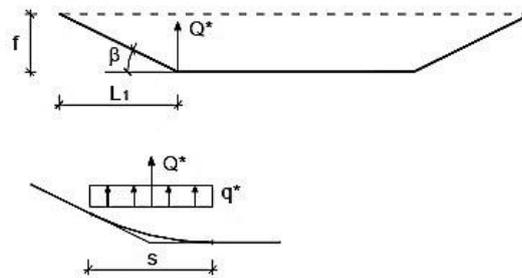


Figura 4.6 - Traçado poligonal (Costa, 2013).

$$Q^* = Ptg\beta \quad (6)$$

Após a demonstração do cálculo das cargas equivalentes de cada traçado, na figura 4.7 é feita uma representação das forças equivalentes existentes nos dois tipos de cabos abordados (parabólico e trapezoidal/reto).

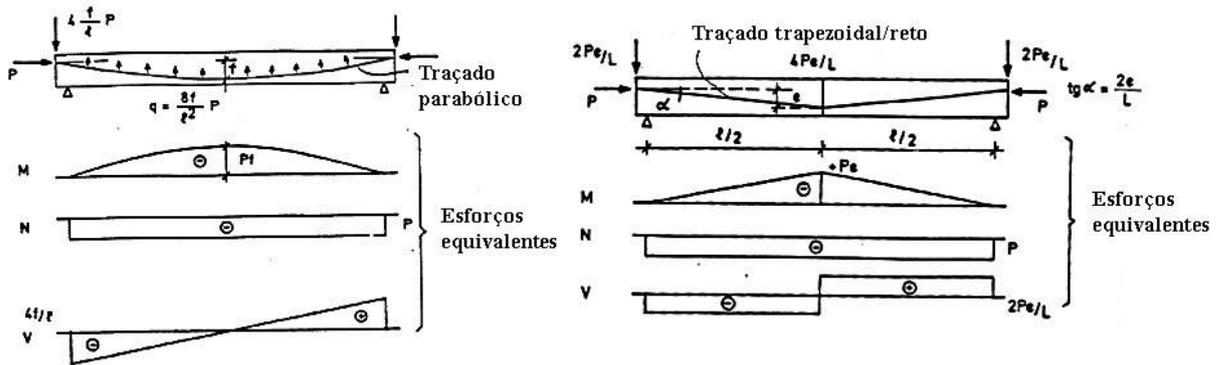


Figura 4.7 - Traçados e respectivos esforços equivalentes (Costa, 2013).

### 4.3. Estimativa do pré-esforço

Appleton (2013) refere que o pré-esforço pode ser estimado através dos seguintes critérios:

- Critério do balanceamento das cargas na qual  $q_{eq} \cong (0.8 \text{ a } 0.9) q_{cqp}$ , na qual  $q_{eq}$  corresponde à carga relativa ao pré-esforço e  $q_{cqp}$  as cargas relativas à combinação quase permanente ou, mais rigorosamente:
- Critério da limitação da deformação em que  $\delta_{pe} = (0.8 \text{ a } 0.9) \delta_{cqp}$ , tal que no final  $\delta_{total} = (1 + \varphi) (\delta_{cqp} - \delta_{pe}) \leq \delta_{admissível}$ , sendo  $\delta_{admissível} \cong L/250 \text{ a } L/500$ .  $\delta_{pe}$  equivale

à deformação devido ao pré-esforço e  $\delta_{cqp}$  equivale à deformação do edifício devido às cargas aplicadas para a combinação quase permanente.

- Critério da limitação de tensões ou descompressão dado pela expressão  $\sigma = \frac{M}{W} \pm \frac{Pe}{W} \pm \frac{P}{A}$  em que  $P$  é a força de pré-esforço,  $e$  a excentricidade do cabo de pré-esforço em relação ao centro de gravidade da seção,  $A$  é a área da seção de betão,  $W$  o módulo de flexão e  $M$  é o momento devido às ações para a combinação quase permanente.

De acordo com Costa (2013), e para melhor compreensão da expressão anteriormente apresentada, o estado de tensão de uma viga pré-esforçada é caracterizado pelos diagramas abaixo apresentados, na figura 4.8.

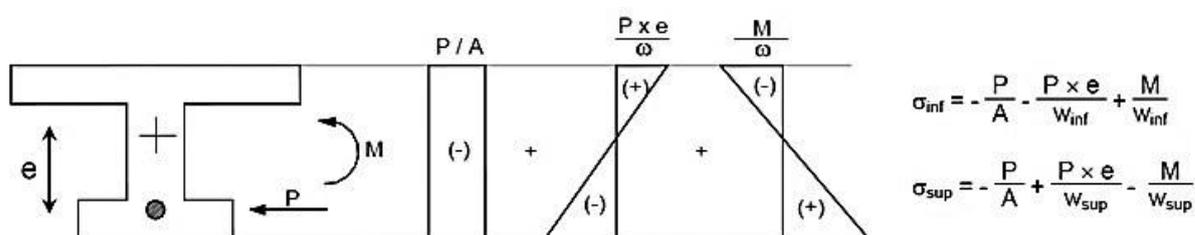


Figura 4.8 - Diagramas de tensões (Costa, 2013).

Appleton (2013) refere que os critérios de verificação da segurança que levam ao pré-dimensionamento do valor de pré-esforço a usar, nem sempre são consensuais. Defende ainda que o critério da verificação do estado limite de descompressão numa laje de um edifício não se justifica, referindo que no caso de aplicação de cabos monocórdão, protegidos com uma bainha de polietileno, o critério mencionado não é aplicável. Usualmente, para pré-dimensionar o valor de pré-esforço, são adotados critérios de compensação de parte das ações quase permanentes ou frequentes, ou de controlo da deformação.

#### 4.4. Força do pré-esforço

A força aplicada à armadura de pré-esforço, segundo o Eurocódigo 2 (NP - EN 1992-1-1, 2010), ponto 5.10.2.1, não deve exceder  $P_{m\acute{a}x} = A_p \cdot \sigma_{p,m\acute{a}x}$  em que  $A_p$  é a área da seção transversal da armadura de pré-esforço e  $\sigma_{p,m\acute{a}x}$  é a tensão máxima aplicada à armadura de pré-esforço que corresponde ao mínimo entre  $0.8f_{pk}$  e  $0.9 f_{p0.1k}$ .

O ponto 5.10.3, daquele eurocódigo refere que a força de pré-esforço inicial  $P_{m0}(x)$  (na idade  $t = t_0$ ), obtém-se deduzindo à força aplicada,  $P_{m\acute{a}x}$ , as perdas instantâneas  $\Delta P_i(x)$ , não devendo exceder  $P_{m0}(x) = A_p \cdot \sigma_{pm0}(x)$ , sendo o valor de  $\sigma_{pm0}(x)$  o mínimo entre  $0.75f_{pk}$  e  $0.85 f_{p0.1k}$ .

#### 4.5. Perdas do pré-esforço

Como já referido anteriormente, no capítulo 2.3.5, as perdas podem ser instantâneas ou diferidas. Segundo o Eurocódigo 2 (NP - EN 1992-1-1, 2010), as perdas instantâneas podem ser devidas à deformação instantânea do betão ( $\Delta P_{ei}$ ), ao atrito ( $\Delta P_{\mu}$ ) e às ancoragens devido à reentrada dos cabos ( $\Delta L_C$ ), sendo o seu cálculo apresentado no ponto 5.10.5.1, 5.10.5.2 e 5.10.5.3 respetivamente. Refere o mesmo eurocódigo que, as perdas diferidas são devidas à fluência ( $\Delta P_c$ ), à retração ( $\Delta P_s$ ) e à relaxação das armaduras ( $\Delta P_r$ ), sendo o seu cálculo apresentado no ponto 5.10.6 de forma simplificada.

#### 4.6. Segurança em relação aos estados limites últimos (ELU)

Para a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos é necessário fazer uma análise ao estado limite último de flexão, esforço transversal e ao punçoamento.

O estado limite último de flexão é verificado através da verificação da armadura necessária para o momento presente na laje. O momento pode ser calculado através de métodos analíticos ou métodos numéricos (modelo de grelha, método dos elementos finitos). Por sua vez a armadura pode ser calculada através de tabelas, métodos analíticos e *software* apropriado.

A análise ao esforço transversal pode ser verificada através do Eurocódigo 2 (NP - EN 1992-1-1, 2010) de acordo com o ponto 6.2.

O punçoamento, de acordo com o mesmo eurocódigo, anteriormente referido, pode ser verificado segundo o ponto 6.4.

#### 4.7. Segurança em relação aos estados limites de utilização/serviço (ELS)

Relativamente aos estados limites de utilização é necessário analisar a limitação das tensões, o controlo de fendilhação e o controlo de deformação.

Para o controlo e limitação das tensões, segundo o Eurocódigo 2 (NP - EN 1992-1-1, 2010), no ponto 5.10.2.2 (5), a tensão de compressão no betão da estrutura, resultante da força de pré-esforço e de outras ações que atuam no momento da aplicação de pré-esforço ou da libertação das armaduras de pré-esforço, deverá ser limitado a  $\sigma_c \leq 0.6f_{ck}(t)$ , em que  $f_{ck}(t)$  é o valor da resistência à compressão do betão na idade  $t$  de aplicação do pré-esforço.

O ponto 7.2 (1) indica que a tensão de compressão no betão deve ser limitada a fim de evitar a formação de fendas longitudinais, micro-fendilhação ou níveis de fluência elevados. O ponto 7.2 (3) refere que se a tensão no betão para as ações quase permanentes for inferior a  $0.45f_{ck}$

pode-se considerar que a fluência é linear, caso contrário considera-se fluência não linear. No ponto 7.2 (5), o valor médio da tensão nas armaduras de pré-esforço não deverá exceder  $0.75f_{pk}$ .

Para o controlo da fendilhação, o Eurocódigo 2 (NP - EN 1992-1-1, 2010) prevê que, esta deve ser limitada de modo a que, não prejudique o funcionamento correto ou a durabilidade da estrutura, nem torne o seu aspeto inaceitável como descrito no ponto 7.3.1 (1). No ponto seguinte, 7.3.1 (2), é descrito que a fendilhação é normal em estruturas de betão armado sujeitas a flexão, esforço transversal, torção ou tração resultantes de ações diretas ou de coação ou deformações importadas.

No quadro 7.1 N, do mesmo eurocódigo, é definido um valor limite  $w_{\max}$  para a largura de fendas tendo em conta a sua classe de exposição e a composição do elemento de betão (armado, pré-esforçado com armaduras não aderentes e pré-esforçado com armaduras aderentes).

Segundo Fernando (2013), o betão não fendilha para a combinação quase permanente se  $\sigma_c = \frac{M_{cqp}}{b \frac{h^2}{6}} - \frac{P}{bh} < f_{ctm}$  onde  $h$  corresponde a altura da laje,  $b$  à largura da laje,  $f_{ctm}$  é a tensão média de rotura à tração do betão não fendilhado,  $P$  à força de pré-esforço e  $M_{cqp}$  ao momento devido à combinação quase permanente.

Para o controlo da deformação, segundo o Eurocódigo 2 (NP - EN 1992-1-1, 2010), deverão ser estabelecidos valores limites apropriados, sendo que as deformações não deverão exceder os valores compatíveis com as deformações dos outros elementos ligados à estrutura.

Através do ponto 7.4.1 (4), verifica-se que, a flecha é calculada em relação aos apoios, podendo-se prever uma contra-flecha para compensar parcial ou totalmente as deformações, não devendo esta ser superior a  $v\grave{a}o/250$ . Para vigas, lajes ou consolas sujeitas a cargas quase-permanentes a flecha não deverá ser superior a  $v\grave{a}o/250$  para que o aspeto e as condições de utilização não sejam alterados. No ponto seguinte, 7.4.1(5), para flechas que ocorram depois da construção o limite é o  $v\grave{a}o/500$  para as ações quase permanentes.

O estado limite de deformação poderá ser verificado de acordo com o ponto 7.4.2 limitando a relação  $v\grave{a}o/altura$  ou comparando a flecha calculada com o valor limite através do ponto 7.4.3 do Eurocódigo 2 (NP - EN 1992-1-1, 2010).

## 5. APRESENTAÇÃO DO CASO DE ESTUDO

### 5.1. Descrição geral do edifício

O presente caso de estudo resulta da conceção de um edifício de habitação (figura 5.1), de arquitetura moderna, atualmente em construção, localizado na Quinta da Fonte da Cheira, Lote 2, em Coimbra. O projeto de estruturas é da autoria da empresa STRUPLANO Engenharia, sendo a sua execução em obra, da responsabilidade da construtora Civifran Construções, Lda.



Figura 5.1- Edifício em construção.

O edifício implanta-se num lote com cerca de 30×54 metros, sendo composto por seis pisos elevados, destinados a habitação, duas caves para estacionamento, com muro periférico para contenção de impulsos de terras executadas através de paredes moldadas, duas caixas de elevadores e duas caixas de escadas.

As caves destinadas a estacionamento têm uma área com cerca de 30×54 m, incluindo os acessos. As caves têm lajes de 0.36 m de espessura e 2.50 m de pé-direito. Para os carros, o acesso às caves é feito através de uma rampa lateral ao edifício. Por outro lado, para os habitantes, o acesso é feito através de duas caixas de elevadores e uma caixa de escadas, localizadas no centro geométrico do edifício elevado e uma caixa de escadas, localizada ao lado da rampa de acesso às caves. As caixas de elevadores e a caixa de escadas formam um núcleo resistente de betão armado, melhorando deste modo o comportamento sísmico da estrutura e a diminuição da deformabilidade horizontal das lajes.

Os seis pisos destinados à habitação têm uma área com cerca de  $29.4 \times 27$  m. O rés-do-chão tem um pé-direito de 5.74 m, servindo apenas a hall de entrada. Os restantes pisos que servem de habitação têm 2.99 m de pé-direito e lajes com 0.36 m de espessura.

No topo do edifício, ou seja, na cobertura, é apresentada uma arquitetura diferente do habitual na qual se inserem duas piscinas privadas, cada uma para cada apartamento do último andar.

Neste edifício foram adotadas lajes fungiformes aligeiradas, devido à sua rapidez de execução, economia e redução de peso global da estrutura, com o uso de blocos de aligeiramento perdidos. As características destas lajes são: espessura total de 36 cm, lâmina de compressão de 6 cm, altura das nervuras de 36 cm, largura das nervuras de 15 cm e afastamento entre eixos de 90 cm. Foram utilizados blocos de betão leve com dimensões de  $0.30 \times 0.25 \times 0.75$  m (fungibloco FBL 75 30 da ARTEBEL).

A maioria dos pilares são colocados na periferia do edifício, havendo dois pilares da periferia significativamente recuados em relação aos restantes. Para um melhor comportamento e distribuição de esforços sobre os pilares, foram criadas zonas maciças com a mesma espessura da laje. Os pilares iniciam-se nas caves, com uma secção de  $50 \times 80$  cm, até ao primeiro piso elevado, sendo depois reduzida de piso a piso, de acordo com a diminuição de esforço axial.

As vigas foram colocadas à volta do edifício, de forma a eliminar problemas relativos ao punçoamento junto aos pilares periféricos e melhorar o comportamento da laje sujeita a ações horizontais. Estas vigas, denominadas vigas de bordadura têm secções de  $40 \times 90$  cm, no primeiro piso e  $30 \times 60$  cm nos restantes pisos.

Nas zonas em consola do edifício, ou seja, na parte frontal do edifício onde se localizam os pilares recuados e os pilares periféricos, foram criadas paredes resistentes, de forma a haver uma melhor distribuição de esforços da estrutura global, sendo estas paredes rematadas por vigas com  $50 \times 36$  cm no primeiro piso elevado.

Este edifício apresenta também uma grande robustez e uma elevada resistência a ações externas horizontais, devido à existência de um núcleo resistente composto por caixas de escadas e elevadores no centro geométrico do edifício, e grande robustez dos pilares do rés-do-chão.

## **5.2. Condicionantes e fenómenos envolvidos**

### **5.2.1. Condicionante da envolvente**

Relativamente ao meio envolvente, a estrutura é circundada por uma estrada frontal e lateral, por um edifício habitacional e um terreno. Devido a estas condicionantes, à construção de duas

---

caves de estacionamento e a estudos realizados sobre o solo e, dado que o mesmo não possuía uma boa resistência, foi necessário fazer uma parede de contenção à volta do edifício. Esta foi feita para evitar o colapso dos terrenos.

### 5.2.2. Condicionante arquitetónica

A estrutura em estudo seria um edifício de betão armado corrente, com um dimensionamento e conceção normal se, na sua arquitetura, fossem usados pilares alinhados na periferia do edifício, vãos na ordem dos 6 a 10 m e uma cobertura normal sem o uso de piscinas. No entanto, o edifício em estudo apresenta uma arquitetura mais robusta, esbelta e original. Devido a condições impostas pelo dono de obra e pelo arquiteto, houve a necessidade de recuar dois pilares centrais, entre o rés-do-chão e o primeiro piso, afastando-se assim da periferia, como estes pilares vão ficar ocultos no hall de entrada, esta alteração de posição transmite a sensação visual de um rés-do-chão amplo, quase sem elementos verticais. Foi também exigida a construção de uma piscina no topo do edifício, sendo que, no entanto, os vãos máximos entre apoios estão entre os 6 e os 10 m. Devido a estas imposições a conceção e dimensionamento do edifício tornam-se um pouco mais complicados do que o habitual

Para a conceção e dimensionamento deste edifício, a maior condicionante arquitetónica, das acima mencionadas, é o recuo dos pilares denominados de P3 e P4 representados na figura 5.2, obrigando assim a uma consola, nos pisos elevados, com cerca de 5.35 a 5.85 m desde o pilar até à extremidade da varanda.

Porque estas consolas são resolvidas através de elementos verticais, as suas reações horizontais criam forças de tração nas zonas centrais da laje de alguns pisos, como será demonstrado mais à frente no capítulo 6.1.

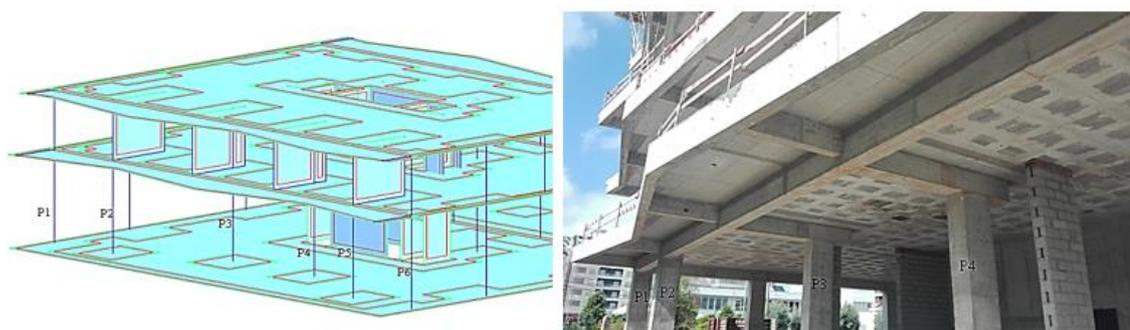


Figura 5.2 - Representação dos pilares recuados ( modelo vs realidade).

## 6. DESENVOLVIMENTO DAS ALTERNATIVAS ESTRUTURAIS

### 6.1. Descrição geral das alternativas

No dimensionamento deste edifício, para resolução dos esforços membranares presentes nas lajes, são abordadas duas alternativas estruturais: dimensionamento através do uso de aço ordinário A500NR (solução 1) e dimensionamento através do uso complementar de aços de alta resistência – cabos de pré-esforço (solução 2).

Ambas as alternativas foram estudadas com o auxílio do *software* de cálculo estrutural *Autodesk Robot Structural Analysis Professional*. Serviu igualmente à modelação e dimensionamento de cada uma das alternativas, tendo em conta a arquitetura da estrutura, as ações atuantes, os materiais a serem usados, as combinações de ações e os processos construtivos.

As ações atuantes no edifício e, segundo a regulamentação do Eurocódigo 1 (NP - EN 1991-1-1, 2009), foram:

- Betão armado com um peso volúmico de  $\gamma = 25\text{kN/m}^3$ .
- Em relação às ações verticais:
  - para as restantes cargas permanentes (RCP) foi considerado:
    - $1.0\text{ kN/m}^2$  para as garagens e cobertura
    - $2.0\text{ kN/m}^2$  para o rés-do-chão
    - $3.5\text{ kN/m}^2$  para as varandas e pisos elevados
  - para as sobrecargas de utilização (SOB) foi considerado:
    - $0.5\text{ kN/m}^2$  para zonas da cobertura não acessíveis e cobertura da caixa de escadas e elevadores
    - $2.0\text{ kN/m}^2$  para as varandas, pisos elevados e cobertura acessível
    - $4.0\text{ kN/m}^2$  para as garagens e rés-do-chão coberto
    - $5.0\text{ kN/m}^2$  para o rés-do-chão não coberto

- 10 kN/m<sup>2</sup> para as piscinas.
- Em relação as ações horizontais:
  - Para o sismo, foi tido em consideração o Eurocódigo 8 (NP - EN 1998, 2010)

O vento, apesar de ser uma ação horizontal, não foi considerado no dimensionamento da estrutura devido a ser uma ação muito reduzida e inferior à ação sísmica, tendo em conta a sua localização geográfica.

Os materiais usados nas duas alternativas foram o betão C30/37, C35/45 e aço A500NR sendo que, na segunda alternativa, é acrescido o aço pré-esforçado abordado no capítulo 6.3. Segundo a regulamentação (NP - EN 1992-1-1, 2010), são apresentadas abaixo as características gerais de cada tipo de material acima referido:

- Betão (NP EN 206-1) com:
  - classe resistência C35/45 para as paredes e pilares acima da garagem do piso -2 até ao teto do piso 1
  - classe resistência C30/37 para os restantes elementos
  - classe de exposição ambiental XC1 (P), classe de teor de cloretos Cl 0.4, máxima dimensão do agregado  $D_{máx}$  25 mm e classe de consistência S3.
  - outras propriedades relevantes relativas ao betão encontram-se na tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Propriedades referentes ao betão C30/37 e C35/45.

	C30/37	C35/45
$f_{ck}$ [MPa]	30	35
$f_{cd}$ [MPa]	20	23.33
$f_{ctm}$ [MPa]	2.9	3.2
$f_{ctk,0.05}$ [MPa]	2	2.2
$f_{ctk,0.95}$ [MPa]	3.8	4.2
$E_{cm}$ [Gpa]	33	34

- Aço (EN 10080) com:
  - armadura ordinária da classe S500 (A500NR)

- classe de ductilidade C
- recobrimento mínimo 2.5 cm
- outras propriedades relevantes relativas ao aço encontram-se na tabela 6.2.

Tabela 6.2 - Propriedades referentes ao aço A500NR.

	A500NR
$f_{yk}$ [MPa]	500
$f_{yd}$ [MPa]	434.783
$E_s$ [MPa]	200

Segundo o Eurocódigo 0 (NP - EN 1990, 2009), as combinações de ações são feitas para a verificação da segurança relativamente aos estados limites últimos (ELU) e para os estados limites de serviço (ELS).

- Nos estados limites últimos existem três tipos de combinações a ter em conta: combinações fundamentais (7) - para situações de projeto persistentes ou transitórias, combinações acidentais (8) - relacionadas com a ocorrência de incêndio, impacto ou sobrevivência após situação de acidente e combinações sísmicas (9) - para situações de projeto sísmico.

$$S_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{K,1} + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (7)$$

$$S_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + (\psi_{1,1} \text{ ou } \psi_{2,1}) Q_{K,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (8)$$

$$S_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (9)$$

- Nos estados limites de serviço ou utilização também é necessário a análise de três tipos de combinações: combinação característica ou rara (10), combinação frequente (11) e combinação quase-permanente (12) - relacionada com os efeitos a longo prazo e aspeto da estrutura.

$$S_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{K,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (10)$$

$$S_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} Q_{K,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (11)$$

$$S_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (12)$$

As letras acima designadas por  $G_{k,j}$  referem-se ao valor característico da ação permanente,  $Q_{k,1}$  ao valor característico da ação variável base,  $Q_{k,i}$  ao valor característico das restantes ações variáveis,  $P$  à ação devido ao pré-esforço,  $A_d$  ao valor de calculo da ação acidental (incêndio ou impacto),  $A_{Ed}$  à ação sísmica,  $\gamma$  ao coeficiente parcial (de segurança ou de utilização),  $\psi_0$  ao coeficiente para a determinação do valor de combinação de uma acção variável,  $\psi_1$  ao coeficiente para a determinação do valor frequente de uma acção variável e  $\psi_2$  ao coeficiente para a determinação do valor quase permanente de uma acção variável.

Os valores dos coeficientes  $\gamma$  e  $\psi$  das ações são indicados no anexo A do Eurocódigo 0 (NP - EN 1990, 2009) na qual, os coeficientes parciais ( $\gamma$ ) assumem valores de 1.35 e 1.5 para  $\gamma_G$  e  $\gamma_Q$  respetivamente sendo que, para  $\gamma_p$  assume o valor de 1. Tendo em conta que é um edifício habitacional e, segundo o quadro A1.1, para a categoria A em zonas de habitação, os valores de  $\psi_0$ ,  $\psi_1$  e  $\psi_2$  tomam os valores de 0.7, 0.5 e 0.3 respetivamente e para a categoria H, em zonas de cobertura, estes coeficientes tomam o valor de zero.

### 6.1.1. Alternativa executada – solução 1

Nesta alternativa e, como já referido, foi utilizado o *software* de cálculo estrutural *Autodesk Robot Structural Analysis Professional*. Através do mesmo foi executada a modelação estrutural, tendo em conta as características definidas no projeto de arquitetura. Por sua vez, a modelação foi feita com recurso a elementos lineares (caracterizados por vigas e pilares) e a elementos bidimensionais (caracterizados por lajes e paredes).

O desenvolvimento desta solução foi feito através de dois modelos: modelo de casca e outro baseado e modelo de escoras e tirantes, sendo estes abordados mais detalhadamente nos capítulos 6.2.1 e 6.2.2.

De um modo geral, o modelo de casca foi concebido através da junção de elementos lineares e bidimensionais, formando uma estrutura tridimensional, com as respetivas definições. Nele, foram adicionadas as ações atuantes (de acordo com o capítulo 6.1), discretizados os elementos bidimensionais em elementos finitos e definidas as combinações para posterior análise e dimensionamento desta solução.

A solução 1, atualmente executada, consiste na colocação de uma armadura base, reforços nas zonas mais sensíveis (zonas de pilares e paredes resistentes), rede electrosoldada (“MALHASOL” CQ38 A500), sendo esta solução diferenciada das outras soluções correntes em edifícios pela colocação de armaduras suplementares (destinadas a absorver as forças de tração nas lajes).

### **6.1.2. Alternativas pré-esforçadas – solução 2A e 2B**

Esta alternativa é concebida com o uso do pré-esforço em lajes, sendo o seu principal objetivo: a criação de um estado de tensão de compressão que consiga compensar as tensões de tração existentes na laje (solução 2A) e equilíbrio de grande parte das ações gravíticas (solução 2B).

Esta alternativa é desenvolvida através do modelo de casca anteriormente concebido, utilizando os mesmos pressupostos relativos às ações atuantes, materiais e combinações. Para a introdução do pré-esforço criou-se bandas nas lajes, havendo assim a alteração de algumas zonas aligeiradas para bandas maciça, com larguras de 1.15 m e 1.05 m.

O pré-esforço a usar nesta solução é composto por monocordões não aderentes (um cabo constituído por um cordão) e por multicordões aderentes (um cabo constituído por cinco cordões). Os aços de alta resistência usados, assim como as ancoragens, são mencionados na conceção, dimensionamento e análise pré-esforçada (capítulo 6.3).

## **6.2. Análise da solução não pré-esforçada**

### **6.2.1. Modelo exclusivamente com elementos de casca**

No *software* usado para a conceção e dimensionamento da estrutura, de entre as várias opções de modelação que o mesmo fornece, foi escolhido o modelo Shell (elemento casca).

Previamente à criação de qualquer elemento a ser usado no modelo, o projetista realizou um pré-dimensionamento da espessura da laje e paredes resistentes, bem como os comprimentos e larguras dos pilares.

Posteriormente e, já em modo de modelação, foram criados elementos bidimensionais (lajes), modelados com comportamento de membrana, associado ao comportamento de flexão/torção (elemento do tipo casca fina, “Shell”), com a criação de painéis do tipo casca homogéneos e ortotrópicos. Para os painéis de casca homogéneos (lajes maciças e paredes resistentes), foram definidos a espessura e o material a usar. Para os painéis de casca ortotrópicos (lajes aligeiradas), para além da definição da espessura e material, foi ainda definido o espaçamento entre nervuras e espessura das mesmas, em cada direção (x e y).

Para além dos elementos atrás referidos, foram ainda criados elementos lineares (vigas e pilares), com as respetivas espessuras, larguras e definições de material. Estes, através das suas interligações formam um conjunto tridimensional de pórticos.

Por sua vez, foram considerados como encastramento as ligações entre pilar e fundação.

Posteriormente à criação destes elementos, foi concebida a modelação estrutural através da união destes elementos, de acordo com as especificações do projeto de arquitetura. Concluída a sua interligação, foram aplicadas, em cada laje, as respetivas ações de sobrecargas, restante carga permanente, sismo e respetivas combinações, como abordado no capítulo 6.1.

Após estas definições, os elementos laminares foram discretizados em elementos de dimensões mais reduzidas, ou seja, obteve-se uma malha de elementos finitos, ligados por nós, com dimensões próximas de 0.5 m de lado e formato quadrangular.

Com o término da modelação (figura 6.1) e, com a verificado a não existência de erros e lacunas que afetassem os resultados provenientes do modelo, procedeu-se ao seu processamento e análise.

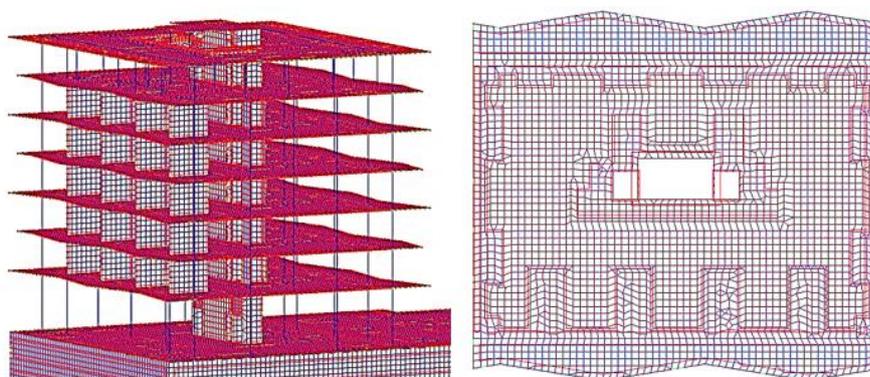


Figura 6.1 - Modelação do edifício e laje, com elementos finitos.

Analisando os resultados provenientes do *software* e, com base nos momentos analisados, o projetista definiu o uso de uma armadura de base nas lajes aligeiradas a implementar em obra. Foi determinado, em todas as nervuras, a colocação de uma armadura longitudinal e transversal, superior e inferior de  $2\varnothing 10$ . Nas zonas maciças das lajes aligeiradas, uma armadura longitudinal e transversal, superior de  $3\varnothing 12$  e inferior de  $3\varnothing 10$  por bloco. Por sua vez, nas lajes maciças foi optado colocar uma armadura, longitudinal e transversal, superior e inferior, de  $\varnothing 8$  afastada de 20 cm.

Para além da armadura base, sendo esta insuficiente para armar a laje de modo eficaz, foram colocados reforços em zonas mais sensíveis – junto a pilares e paredes resistentes.

No entanto, para absorver os esforços membranares de tração foi verificado que estas armaduras não eram suficientes. Devido a este facto foi necessária a colocação de armaduras suplementares, obtidas deste modelo e verificadas pelo modelo de escoras e tirantes.

### **6.2.2. Modelo de escoras e tirantes**

Este modelo foi realizado através do modelo anteriormente concebido, com o propósito de avaliar as trações geradas nas lajes de uma forma fisicamente mais intuitiva. Ou seja, através da análise dos campos de tensões de compressão e tração, observadas no modelo anterior, foi idealizado um modelo de escoras e tirantes, em todas as lajes dos pisos elevados, nas paredes que formam os diafragmas e nas “orelhas” das caixas de escadas. A análise deste modelo é muito mais intuitiva do que um modelo de casca, e os seus resultados permitem calcular armaduras através dos esforços que têm um significado físico evidente, permitindo uma verificação e compreensão do modelo de casca.

Os campos de tensões observados são representados na figura 6.2 – relativo ao primeiro piso e na figura 6.3 – referente ao segundo piso. Nestas figuras, a vermelho são representadas as tensões de tração e a verde as tensões de compressão. Foi verificado que no terceiro piso o campo de tensões é semelhante ao do segundo piso, o que tem lógica. Nos restantes pisos superiores não foi necessário o uso de armadura suplementar por não apresentar tensões de tração tão significativas.

Ao modelo anteriormente concebido (apenas com elementos de casca) foram efetuadas algumas alterações para a introdução de escoras e tirantes, culminando assim, num novo modelo (figura 6.4). Neste modelo a rigidez das lajes maciças e aligeiradas foi reduzida praticamente a zero. Para representação das escoras e tirantes no modelo foram criados elementos lineares nas lajes (figura 6.4 e figura 6.5) e nas paredes resistentes (figura 6.4). A massa e o momento de inércia destes elementos foram convenientemente reduzidos para não duplicar as propriedades dos elementos laminares sobrepostos. Ou seja, através desta modelação de elementos barra sobrepostos a elementos laminares, e com a escolha judiciosa das propriedades destes elementos (nomeadamente a modificação da matriz de rigidez do elemento finito casca), o projetista impôs que os esforços de flexão e esforço transversal fosse absorvido apenas pelos elementos laminares e os esforços axiais apenas pelos elementos lineares (escoras e tirantes). A consequência prática deste efeito é que os esforços visualizados no modelo têm uma correspondência física com a realidade, permitindo analisar os resultados com confiança.

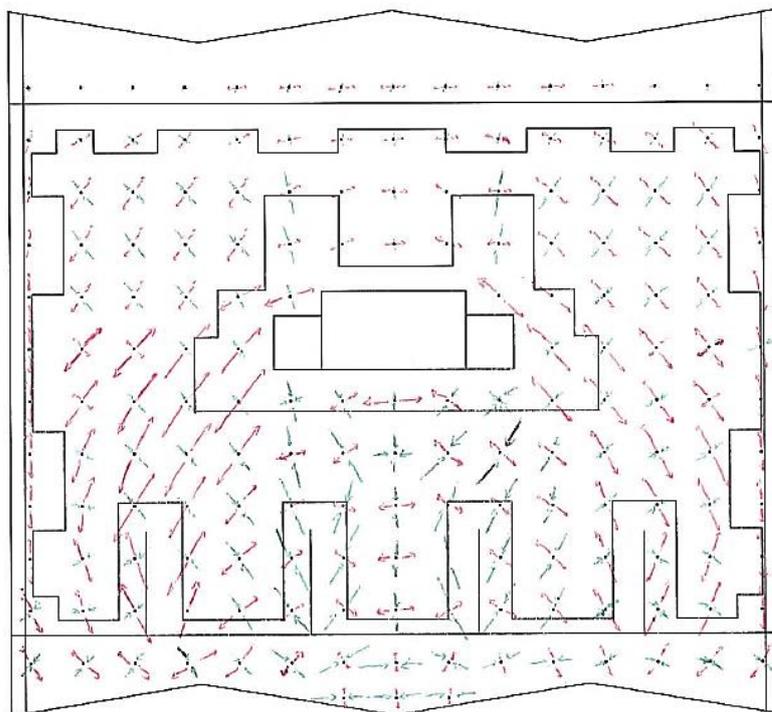


Figura 6.2 - Campos de tensões (tração e de compressão), no primeiro piso.

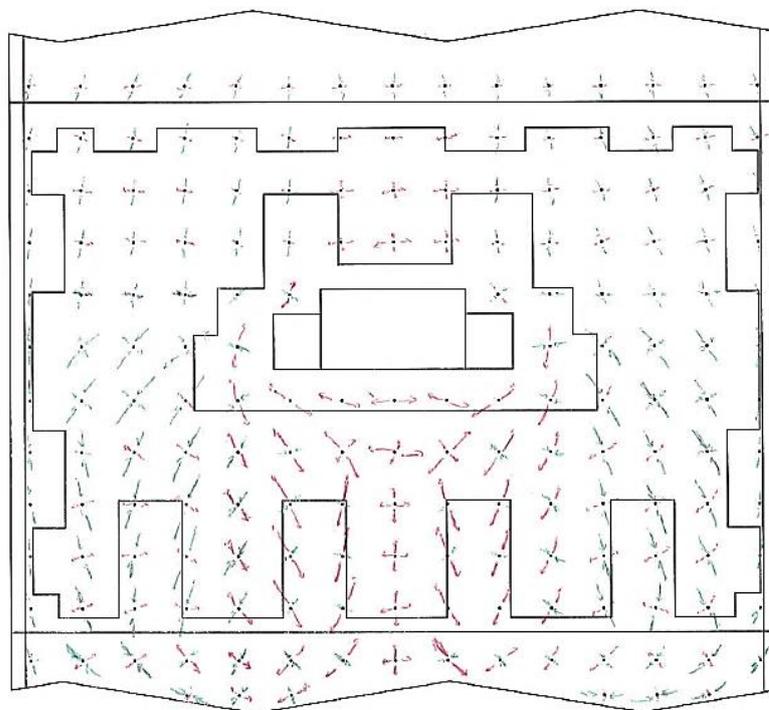


Figura 6.3 - Campos de tensões (tração e de compressão), no segundo piso.

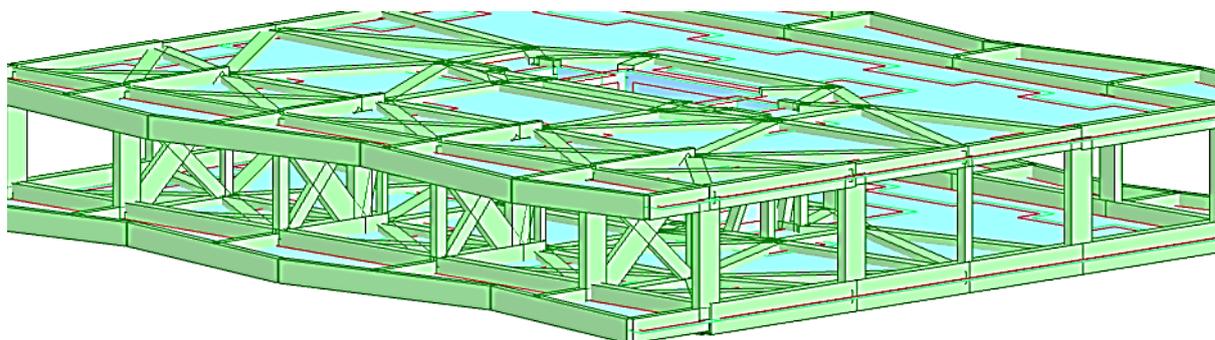


Figura 6.4 - Modelo de escoras e tirantes, nas paredes e lajes.

De um modo geral, através da análise do modelo da figura 6.4, consegue-se identificar quais os elementos lineares que funcionam como escoras e os que funcionam como tirantes. Nos tirantes identificados são colocadas armaduras suplementares, a fim de absorver as tensões de tração. Após a análise efetuada piso a piso, na figura 6.5 são representadas a azul as escoras (onde será necessário verificar as tensões de compressão no betão) e a amarelo os tirantes (representam as zonas onde será necessário colocar armaduras), sendo estas representações diferentes entre o primeiro e o segundo piso, mas iguais no segundo e no terceiro piso. Nos restantes pisos superiores e, como já referido anteriormente, não é necessário o uso de armadura suplementar.

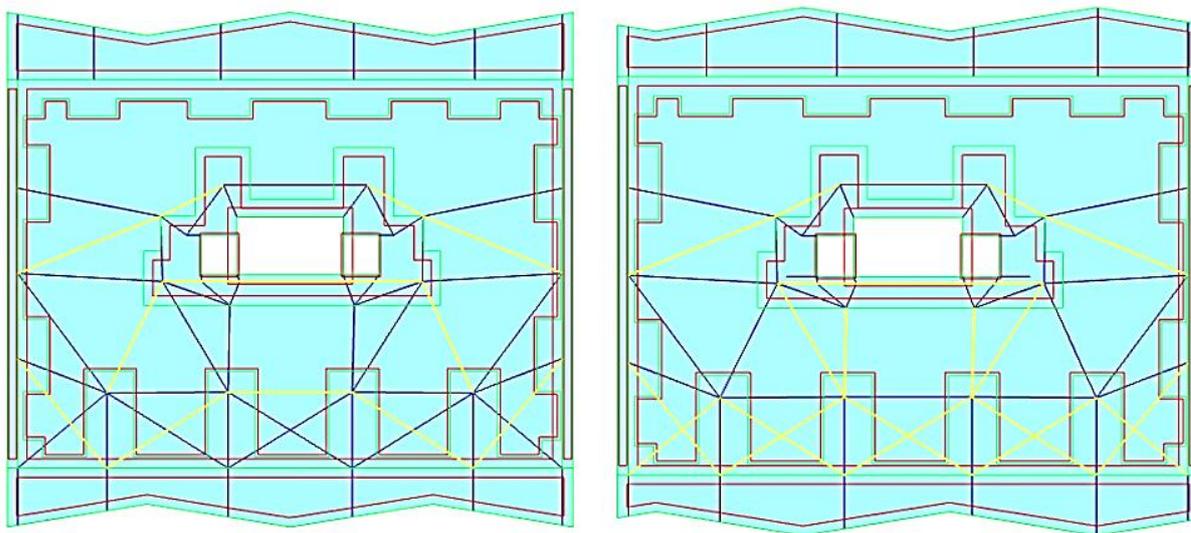


Figura 6.5 - Representação das escoras e tirantes na primeira e segunda laje respetivamente.

Com a identificação e análise dos tirantes foi efetuado o cálculo das armaduras suplementares a colocar e são apresentadas em planta na figura 6.6. Salienta-se que, apesar de o segundo e o terceiro piso terem a mesma posição em planta de armadura ordinária e semelhante mapa de

tensões, no terceiro piso, esta é ligeiramente inferior ao anterior. Isto pode ser observado através diferença entre a quantidade de armadura no piso 2 (figura 6.6) piso 3 (figura 6.8).

Na planta da figura 6.6 são representadas algumas zonas onde foram tiradas fotografias na construção, sendo apresentadas na figura 6.7 e na figura 6.8. Através das mesmas consegue-se fazer uma análise comparativa entre o projetado e o concebido em obra. Desta análise verifica-se que, em obra, as armaduras são colocadas de acordo com o projetado, salvo trocas de armadura (devido à conveniência de existência em *stock* de varões de determinadas dimensões), após permissão pelo projetista.

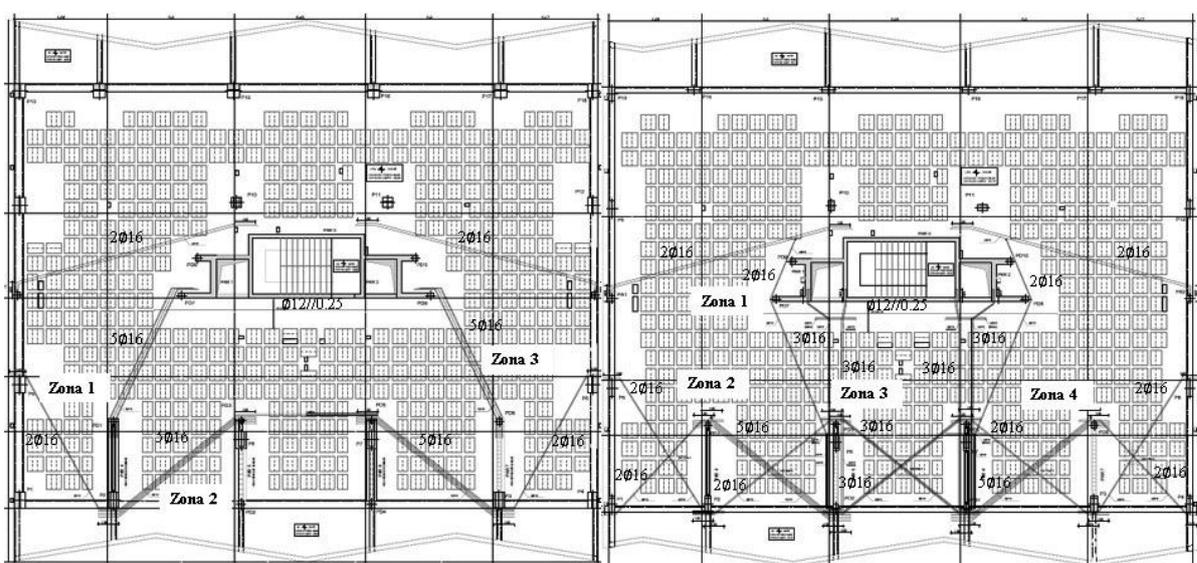


Figura 6.6 - Projeto de armaduras suplementares em planta referentes ao primeiro e segundo piso respetivamente (STRUPLANO).

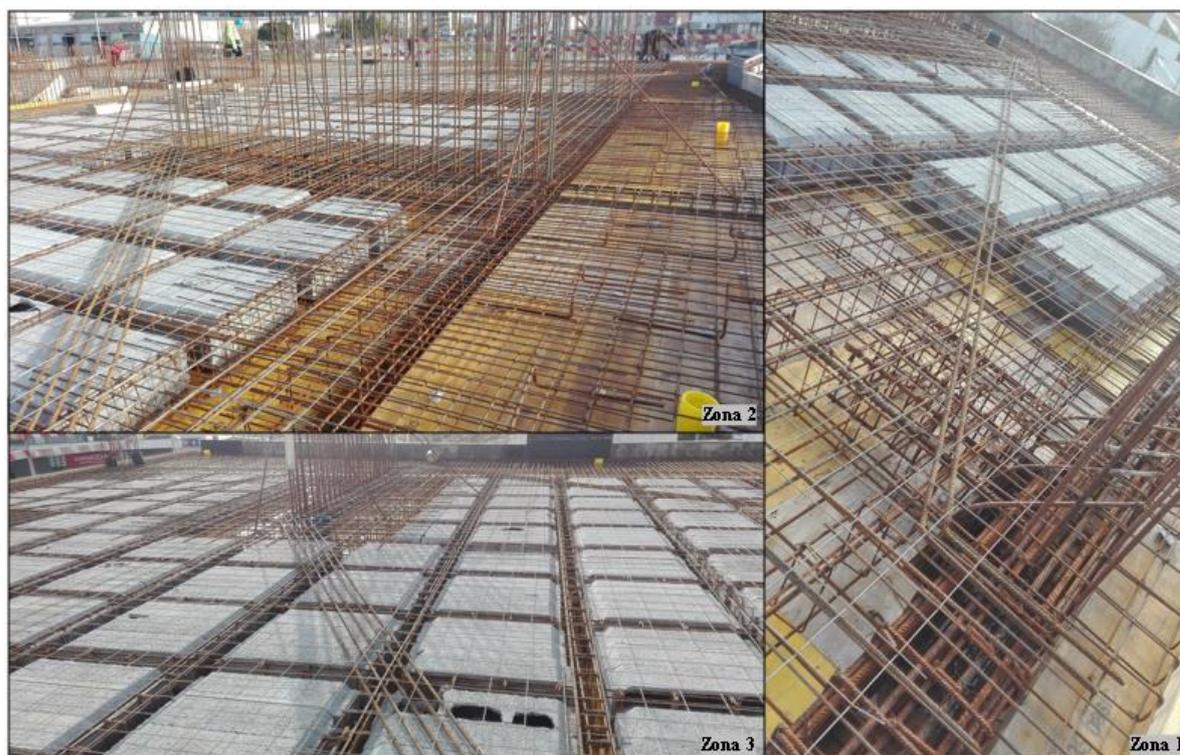


Figura 6.7 - Representação das armaduras em obra, no primeiro piso.

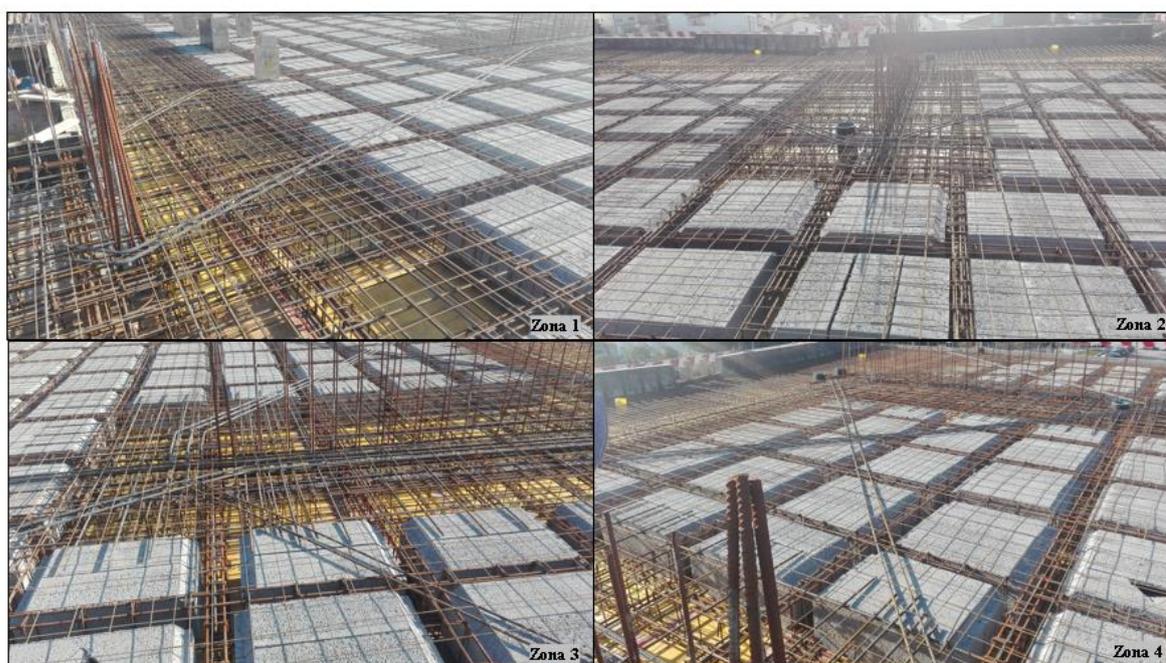


Figura 6.8 - Representação das armaduras em obra, no terceiro piso.

### 6.3. Análise da solução pré-esforçada

Esta alternativa é concebida para a compensação dos esforços membranares nas lajes através de armaduras de pré-esforço, ao contrário da solução anterior em que estes eram compensados por armaduras ordinárias. Nesta solução são incorporados cabos de pré-esforço que ao serem tracionados impõem tensões de compressão à laje fazendo com que as tensões de tração sejam compensadas. São analisadas as tensões presentes nas lajes e criadas bandas para a introdução dos cabos de pré-esforço. Após a análise e definição das bandas, foram concebidas duas soluções: criação de um estado de compressão visando o equilíbrio das tensões de tração apenas (solução 2A) e adicionalmente equilíbrio de grande parte das ações gravíticas (solução 2B).

Para esta alternativa foi usado o aço de alta resistência - pré-esforço, com a designação Y1860 S7 0,6”N, de acordo com a norma EN 10138-3 (2009), sendo os respetivos dados apresentados na tabela 6.3.

Tabela 6.3 - Características do aço de pré-esforço Y1860 S7 0,6”N.

diâmetro nominal	d	(mm)	15.3
área da secção	Ap	(mm <sup>2</sup> )	140
massa	M	(kg/m)	1.093
valor característico de cedência	fp0.1k	(MPa)	1636
valor característico de resistência	fpk	(MPa)	1860
força de rotura	Fpk	(kN)	260.4
módulo de elasticidade		(Gpa)	aprox. 195
relaxação após 1000h a 20°C e 0.7×Fpk			max. 2.5

Para esta solução são usadas ancoragens ativas “tipo S 6-1 Mono” e “tipo VSLab S”, esta última com 5 unidades por cordão, e ancoragens passivas “tipo H (slab)”, da empresa VSL@ (2015). As ancoragens referidas são apresentadas na figura 6.9, figura 6.10 e figura 6.11, respetivamente, assim como as suas dimensões.

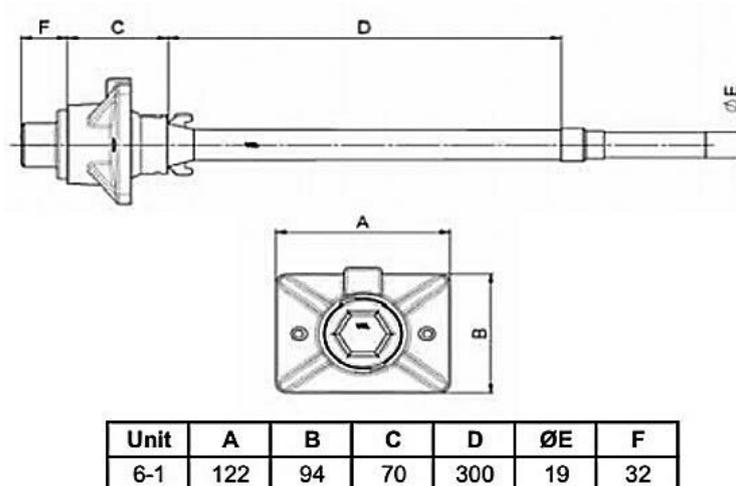


Figura 6.9 – Ancoragem tipo S 6-1 Mono (VSL@, 2015).

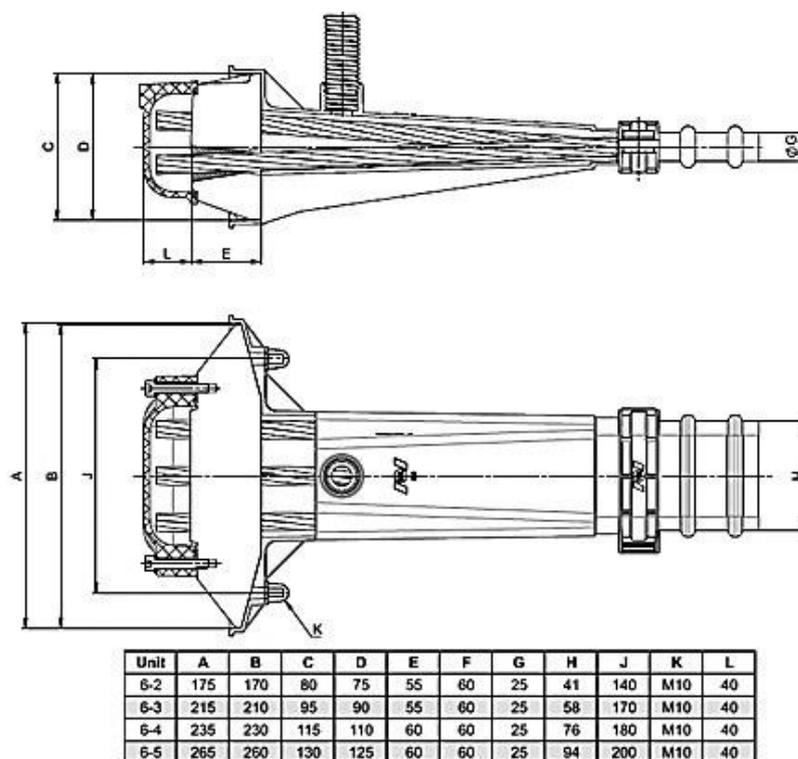


Figura 6.10 -Ancoragem tipo VSLab S (VSL@, 2015).

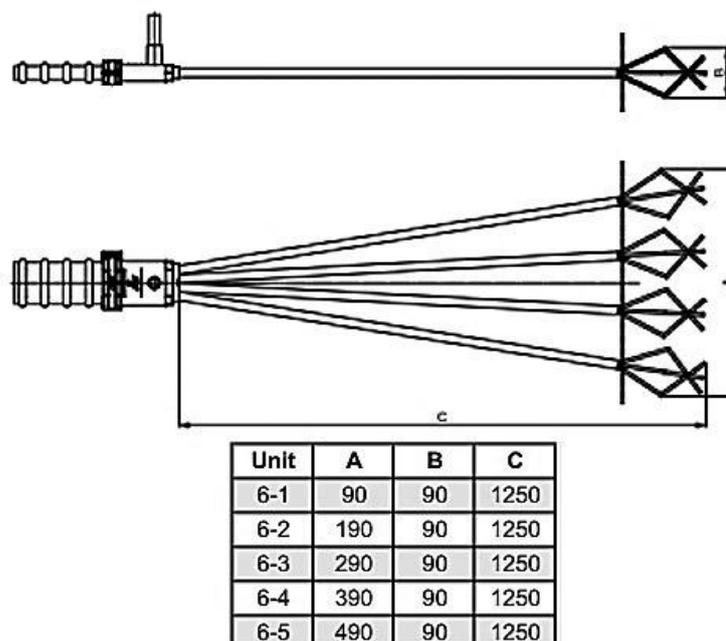


Figura 6.11 - Ancoragem passiva tipo H (slab) (VSL@, 2015).

Baseando-nos nas características da tabela 6.3 realizou-se uma estimativa da força máxima de pré-esforço por cordão, obtendo-se  $P_{m\acute{a}x} = 0.9f_{p0.1k}A_{cord\tilde{a}o} = 0.9 \times 1636 \times 10^3 \times 140 \times 10^{-6} = 206 \text{ kN}$ .

Assumindo-se perdas instantâneas  $\Delta P_0 = 10\%P_{m\acute{a}x}$ , obtém-se uma força de pré-esforço após perdas instantâneas de  $P_0 = 0.9 \times 206 \approx 185.4 \text{ kN}$  por cordão. Por sua vez, ao assumir perdas diferidas de  $\Delta P_{p,r+s+c} = 15\%P_{m\acute{a}x}$ , consegue-se uma força de pré-esforço útil ou a tempo infinito de  $P_{\infty} = 0.85 \times 185.4 \approx 155.6 \text{ kN}$  por cordão.

Por questões de simplicidade, considerou-se uma força de pré-esforço útil de 150 kN por cabo (monocordão) e 750 kN por cabo (multicordões - cinco cordões).

Os cordões são tensionados individualmente, sendo suficiente o macaco de aplicação da força de tensionamento com a designação “DKP-6”(capacidade de 230 kN e um peso de 30 kg), de acordo com as especificações da VSL@ (2015).

Esta alternativa, como referido no capítulo 6.1.2, foi baseada no modelo de casca da solução 1. Neste, com o acréscimo de pré-esforço, foram criadas bandas maciças, através da análise das tensões de tração atuantes nas lajes (analisadas no capítulo 6.2.1) e no modelo de escoras e tirantes (analisado no capítulo 6.2.2), idealizando-se assim um modelo pré-esforçado como demonstra a figura 6.12. Neste modelo, as tensões de compressão são representadas a verde e as de tração a vermelho.

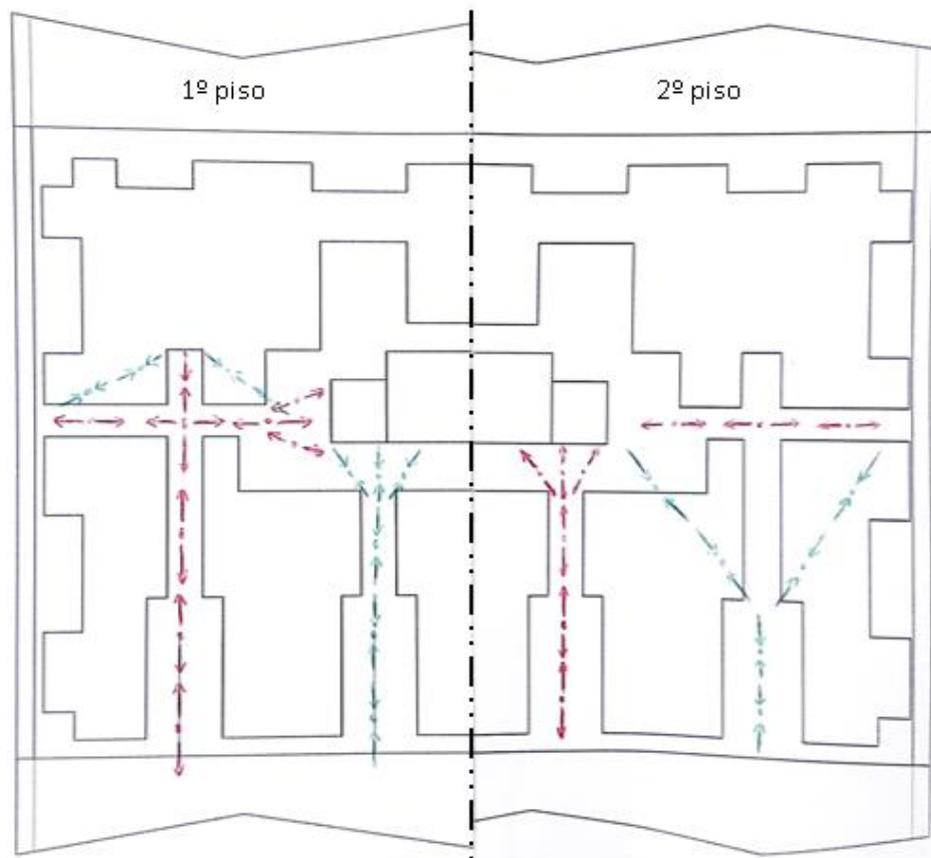


Figura 6.12 - Modelo idealizado para a aplicação do pré-esforço.

Do modelo acima apresentado, salienta-se que as bandas horizontais servem para atenuar ou se possível anular as forças geradas nas extremidades dos cabos localizados na parte superior das bandas verticais.

A partir do modelo idealizado e, prevendo uma aplicação dos cabos de pré-esforço nas zonas indicadas na figura 6.13, concebeu-se duas possibilidades de aplicar o pré-esforço. Estas possibilidades foram concebidas tendo em conta a problemática em questão, na qual, os esforços membranares são uma condicionante na estrutura. Para estas possibilidades foi considerado o uso de pré-esforço com apenas efeito axial (solução 2A) e pré-esforço com efeito axial e transversal de modo a equilibrar grande parte das ações gravíticas (solução 2B).

Em cada uma das soluções são apenas analisados o primeiro e o segundo piso, uma vez que estes apresentam esforços membranares diferentes. Através do segundo piso pode-se fazer uma extrapolação para os restantes pisos superiores, pois apresentam esforços membranares semelhantes mas que se reduzem de piso para piso.

As bandas representadas na figura 6.13 por “A<sub>1</sub>” a “A<sub>4</sub>” têm uma secção com 115×36 cm, “C<sub>1</sub>” e “C<sub>2</sub>” uma secção de 105×36 cm. A “viga”, no primeiro piso, tem uma secção de 40×90 cm e, nos restantes 30×60 cm.

Nos cabos horizontais representados por “1 a 5”, um deles é aplicado antes dos blocos e os restantes entre os blocos (nervuras). Os cabos introduzidos em “C<sub>3</sub>” e “C<sub>4</sub>” situam-se a cerca de 20 cm acima e abaixo do núcleo resistente.

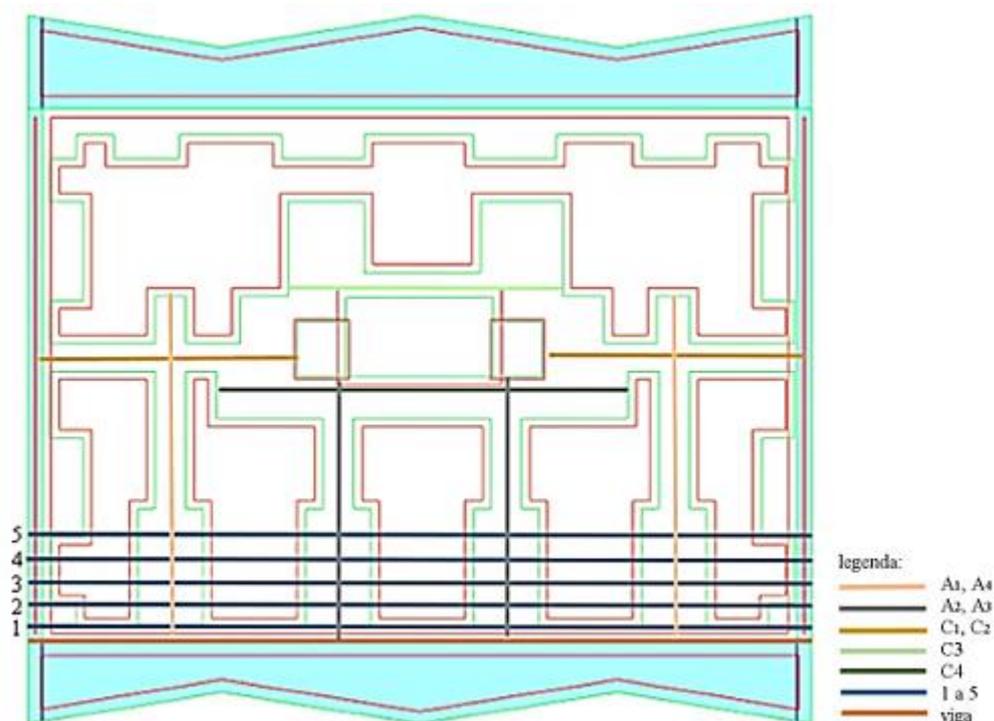


Figura 6.13 - Zonas onde foi considerado o uso de cabos de pré-esforço.

Na solução 2A, considerou-se apenas a aplicação do pré-esforço para o controlo e equilíbrio dos esforços membranares de tração, com a introdução de forças de compressão na laje. Como só se pretende a compensação do efeito axial das trações, basta a colocação de cabos centrados no centro gravítico da secção (figura 6.13). Através do tensionamento, efetuado nas extremidades dos cabos, consegue-se transmitir a quantidade de força necessária à compensação das trações presentes na laje. A força aplicada deve ser, de certo modo, controlada a fim de não provocar o esmagamento do betão.

Para a determinação do número de cordões a usar, analisou-se os esforços membranares atuantes em cada banda. Foi definido à partida que, nas bandas e na viga, seriam usados

multicordões e entre as nervuras monocordões. Definiu-se também que, para o uso de multicordões seriam usados sempre cabos com cinco cordões (equivalente a 750 kN).

Com a análise dos esforços membranares presentes na laje do primeiro piso, observou-se que, nas bandas “A<sub>1</sub>” e “A<sub>4</sub>”, para o estado limite de utilização, combinação quase permanente, havia esforços na ordem dos 375 kN e nas bandas “A<sub>2</sub>” e “A<sub>3</sub>”, para a mesma combinação, esforços na ordem dos 475 kN. Para o estado limite último, combinação fundamental, verificou-se esforços na ordem dos 600 kN para as bandas “A<sub>1</sub>” e “A<sub>4</sub>” e 745 kN, para as bandas “A<sub>2</sub>” e “A<sub>3</sub>”. Com base nos esforços, prevê-se que o uso de um cabo com 5 cordões (equivalente a 750 kN) será suficiente para compensar as forças de tração presentes nestas zonas. Nas bandas “C<sub>1</sub>” e “C<sub>2</sub>”, o pré-esforço a aplicar é aproximadamente equivalente ao aplicado em “A<sub>1</sub>” e “A<sub>4</sub>”. Nas zonas de “C<sub>3</sub>” e “C<sub>4</sub>”, verificou-se que seria suficiente um cabo com um cordão (equivalente a 150 kN).

No segundo piso, para a combinação quase permanente, as zonas mais esforçadas eram na direção x, pelo que, a aplicação de um monocordão em todas as zonas, à exceção da zona “C<sub>4</sub>”, seria suficiente. Por sua vez, para a combinação frequente, verificou-se que nas bandas “A<sub>3</sub>” e “A<sub>4</sub>” seria necessário um cabo multicordão. No entanto, usou-se os mesmos cabos que no primeiro piso, mudando apenas o monocordão da zona “C<sub>4</sub>” para multicordão.

No *software*, as forças acima mencionadas foram aplicadas sob a forma de cargas nodais, a fim de simular os cabos de pré-esforço. Através do *software*, verificou-se que os esforços de tração foram, de um modo geral, compensados pela armadura de pré-esforço. No entanto, com a aplicação do pré-esforço criou-se algumas forças de tração atrás da ancoragem ativa.

Na solução 2B, visando a anulação de grande parte das cargas permanentes existentes na estrutura, recorreu-se ao uso de cabos com traçado parabólico ou trapezoidal, provocando assim uma flecha contrária às ações permanentes. Nesta análise, continuou-se com os mesmos pressupostos da solução 2A (mesmas zonas de aplicação de pré-esforço, mesmos cabos e mesma força de tensionamento).

Para a conceção do traçado dos cabos, recorreu-se às expressões referidas no capítulo 4.2, mais concretamente, às expressões (2), (3) e (4), sendo a excentricidade máxima ( $e_{máx}$ ) obtida através da expressão (13), abaixo representada.

$$e_{máx} = \frac{h}{2} - (recobrimento + \phi_{trans} + \phi_{long} + \frac{\phi_{bainha}}{2}) \quad (13)$$

Da expressão representada,  $h$  corresponde à altura da seção da laje,  $\phi_{trans}$  ao diâmetro dos estribos da seção,  $\phi_{long}$  ao diâmetro das armaduras longitudinais e  $\phi_{bainha}$  ao diâmetro da bainha de pré-esforço.

Baseado na solução 1, o  $\phi_{trans} = 8$  mm,  $\phi_{long} = 10$  mm e recobrimento = 25 mm. Através dos dados apresentados na figura 6.9 e na figura 6.10, verifica-se que  $\phi_{bainha}$  para monocordões é 19 mm e para multicordões é 25 mm. Para os traçados localizados na laje a espessura é 360 mm, para os traçados das vigas do primeiro piso é 900 mm e para as vigas dos restantes pisos é 600 mm. Através destes valores obtém-se uma excentricidade máxima para monocordões usados na laje de 127.5 mm. Para os multicordões usados na laje obtém-se 124.5 mm, para as vigas do primeiro piso 394.5 mm e nos restantes pisos 244.5 mm.

Para a solução 2A recorreu-se ao uso de traçado parabólico e trapezoidal, definindo-se que, nas zonas definidas por “C<sub>1</sub>”, “C<sub>2</sub>” e “1” a “5” usar-se-ia um traçado trapezoidal e nas restantes zonas um traçado parabólico.

Para a realização dos traçados, sabendo a priori o tipo de traçado (parabólico ou trapezoidal) a usar em cada zona, definiu-se os comprimentos das parábolas e dos troços, assim como, as respetivas flechas.

O comprimento de cada traçado é apresentado na tabela 6.4, sendo de notar que, o traçado designado por “1 a 5” têm o comprimento representado até meio do traçado, sendo o restante simétrico.

Tabela 6.4 - Comprimentos [m] de cada traçado.

designação	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8
viga (piso1)	1.62	2.08	0.93	3.81	5.71	-	-	-
viga	1.62	2.08	0.93	3.81	5.71	-	-	-
A1 e A4	6.58	6.58	-	-	-	-	-	-
A2 e A3	2.09	1.00	0.7	3.51	2.81	-	-	-
C1 e C2	4.28	1.00	4.28	-	-	-	-	-
C3	5.15	5.15	-	-	-	-	-	-
C4	7.73	7.725	-	-	-	-	-	-
1 a 5	1.5	1.63	1.5	1.5	3.30	1.50	1.50	1.73

Com a definição dos comprimentos de cada traçado calcularam-se as respetivas flechas, através das expressões (3) e (4), mencionadas no capítulo 4.2. Estas fazem-se representar na Tabela

6.5, na qual os traçados com as designações “viga (piso1)”, “viga” e “1 a 5” são apenas representados até meio do traçado, sendo o restante simétrico.

Tabela 6.5 - Flechas [m] de cada traçado.

designação	A	B	C	D	E	F
viga (piso1)	0.000	0.395	0.547	0.243	0.316	0.474
viga	0.000	0.245	0.339	0.151	0.196	0.294
A <sub>1</sub> e A <sub>4</sub>	0.000	0.125	0.000	-	-	-
A <sub>2</sub> e A <sub>3</sub>	0.000	0.025	0.042	0.211	0.127	0.000
C <sub>1</sub> e C <sub>2</sub>	0.000	0.125	0.000	-	-	-
C <sub>3</sub>	0.000	0.128	0.000	-	-	-
C <sub>4</sub>	0.000	0.128	0.000	-	-	-
1 a 5	0.000	0.128	0.128	0.128	0.128	0.128

Com definição dos comprimentos e cálculo das flechas fez-se uma representação de cada tipo de traçado, para melhor visualização dos diferentes traçados usados. Os traçados para cada um dos cabos segue-se abaixo na qual, para os cabos “A1”, “A4”, “C3” e “C4” é usado a figura 6.14, para “A2” e “A3” a figura 6.15, para “viga” a figura 6.16, para “C1” e “C2” a figura 6.17 e ,por fim, para o cabo de “1” a “5” a figura 6.18.

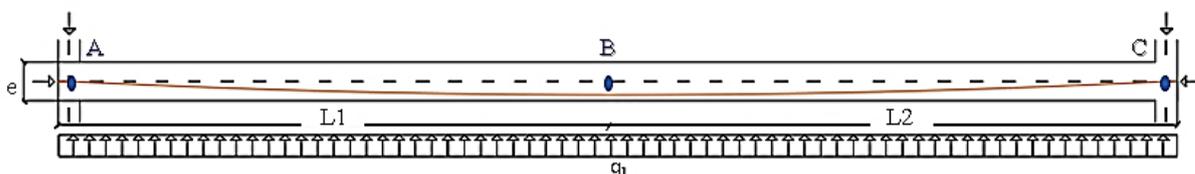


Figura 6.14 - Traçado parabólico.

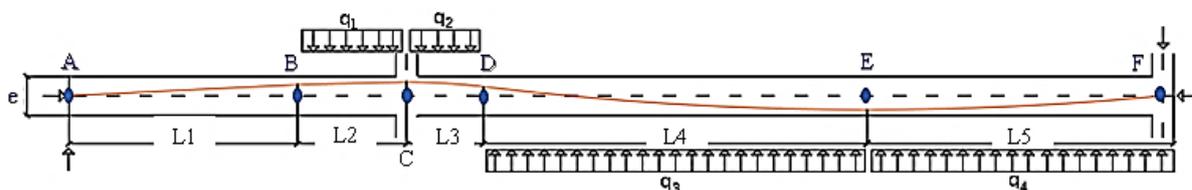


Figura 6.15 - Traçado parabólico para as zonas representadas por “A<sub>2</sub>” e “A<sub>3</sub>”.

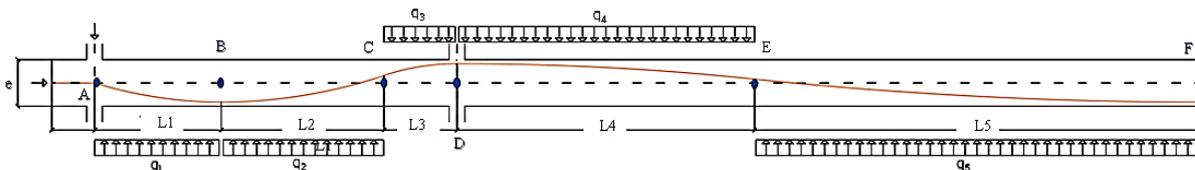


Figura 6.16 - Traçado parabólico com três vãos.

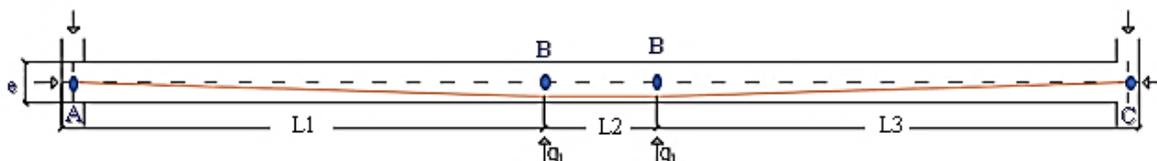


Figura 6.17 - Traçado trapezoidal.

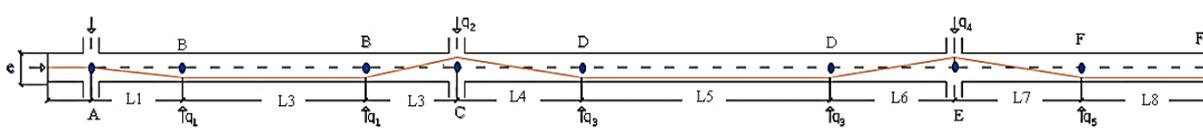


Figura 6.18 - Traçado reto para as zonas representadas por “1” a “5”.

Para a determinação das cargas, a aplicar em cada traçado, é necessário saber o comprimento, a flecha e a força de pré-esforço útil a aplicar. Tendo isso já definido e como referenciado anteriormente, consegue-se determinar a carga a aplicar em cada traçado. Para o cálculo das cargas referentes aos traçados parabólicos usou-se a expressão (5), na qual,  $q = P.tg\alpha$ , para as cargas uniformemente distribuídas e, nas extremidades, uma carga vertical de  $P.tg\alpha$  e horizontal de  $P$ . As cargas a aplicar nos traçados trapezoidais correspondem a  $P.tg\alpha$  para as cargas verticais e  $P$  para as cargas horizontais.

As cargas calculadas através das expressões referidas, são representadas na tabela 6.6, na qual, é considerada uma força de tensionamento de  $P = 1 \text{ kN}$ . As cargas a aplicar nos traçados parabólicos são cargas distribuídas [kN/m], por sua vez, nos traçados trapezoidais ou retos, assim como nas extremidades, são aplicadas cargas pontuais [kN].

Como também sucede na tabela das flechas, as cargas para os traçados com as designações “viga (piso1)”, “viga” e “1 a 5” são apenas representadas até meio do traçado.

Tabela 6.6 - Cargas unitárias de cada traçado.

designação	extremidades		entre extremidades				
	esquerda	direita	q1	q2	q3	q4	q5
viga (piso 1)	0.4875	0.4875	0.3008	0.2520	0.5670	0.0436	0.0291
viga	0.3024	0.3024	0.1866	0.1563	0.3517	0.0270	0.0180
A1 e A4	0.0380	0.0380	0.0058	-	-	-	-
A2 e A3	0.0488	0.0901	0.0500	0.1714	0.0343	0.0322	-
C1 e C2	0.0292	0.0292	0.0292	-	-	-	-
C3	0.0497	0.0497	0.0097	-	-	-	-
C4	0.0331	0.0331	0.0043	-	-	-	-
1 a 5	0.0853	0.0853	0.0853	0.1707	0.0853	0.1707	0.0853

Tendo em conta as forças úteis, definidas na solução 2A, fez-se a multiplicação das mesmas pelas respetivas cargas apresentadas na tabela 6.6. Desta, resultaram as cargas a aplicar no *software*, sob a forma de cargas nodais e cargas em “faca”, ou seja, carga distribuída, diretamente nos elementos de laje, através de coordenadas. Salienta-se que também poderiam ser aplicadas em elementos de barra fictícios, se as propriedades desses elementos (esforço axial, transverso, momentos, massa, peso) fossem reduzidos praticamente a zero, a fim de não haver influência na rigidez.

Dessa análise, observou-se que as trações tinham sido, de um modo geral, absorvidas pela armadura adotada. Para a verificação da viabilidade destes cabos, no equilíbrio de cerca de 70% da carga quase permanente, fixaram-se cinco pontos distintos (figura 6.19). Através desses pontos fez-se uma avaliação da deformação apenas para o peso próprio.

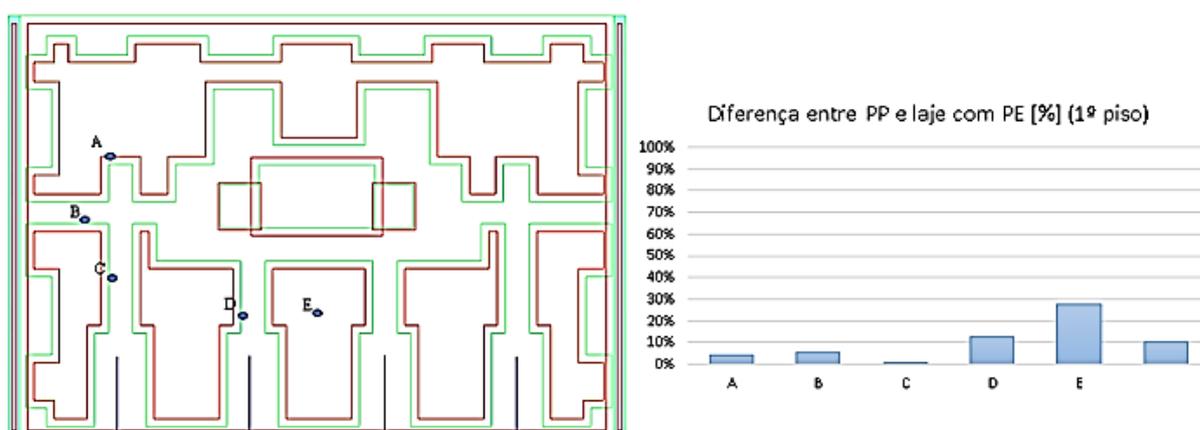


Figura 6.19 – Percentagem de peso próprio equilibrado.

Dos pontos acima analisados, concluiu-se que o pré-esforço não chega para o equilíbrio de 30% da carga devido ao peso próprio, levando logo à inviabilização das considerações referentes ao tensionamento do pré-esforço, sabendo-se que, à priori, a flecha devida às cargas permanentes são superiores às do peso próprio. Devido a este facto, considerou-se a hipótese de colocar pré-esforço em toda a laje, uma vez que não se pretende esforçar em demasia as bandas o que pode levar ao esmagamento do betão (se excedida a resistência do betão) e porque a distribuição de cabos em toda a laje é a maneira mais eficaz de equilibrar as ações gravíticas.

Nesta nova hipótese, são mantidas as disposições dos cabos, à exceção dos cabos com as designações “C<sub>3</sub>” e “C<sub>4</sub>”, que são retirados. Para além das disposições já implementadas, decidiu-se colocar cabos nas nervuras, nas duas direções (x e y) e nas vigas com a direção y, como representado na figura 6.20. Os cabos a acrescentar passam pelo uso de monocordões nas nervuras, multicordões nas sobre os pilares e o crêscimo de cabos nas zonas “C<sub>1</sub>”, “C<sub>2</sub>” e “A<sub>1</sub>” a “A<sub>4</sub>”, se necessário.

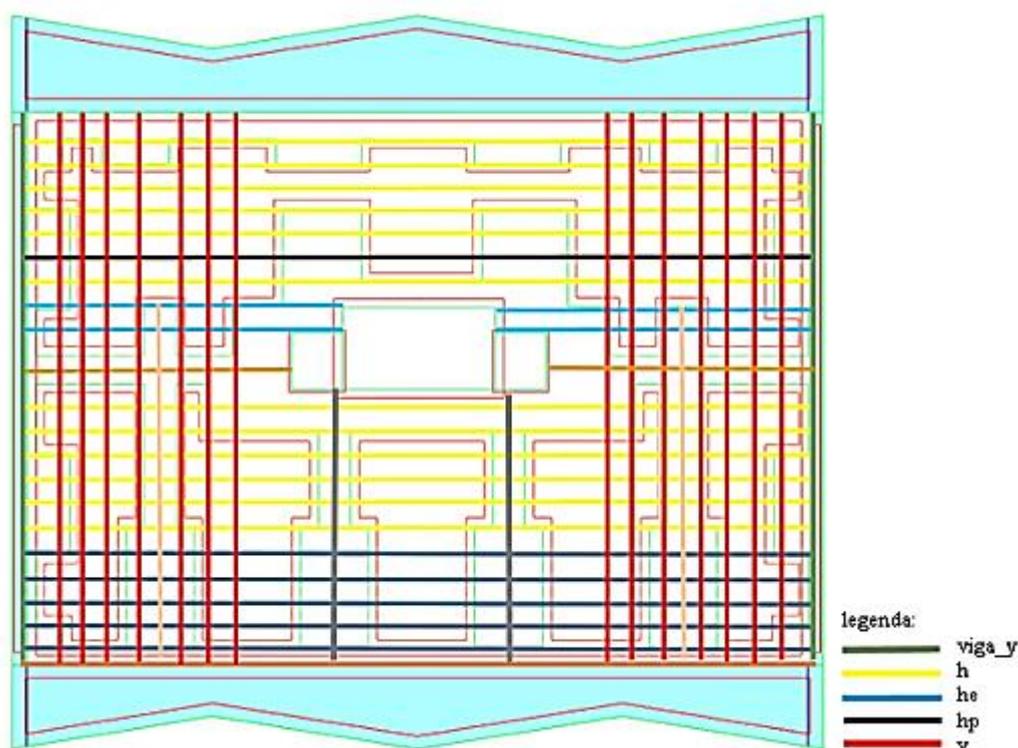


Figura 6.20 - Zonas onde foi considerado o uso de cabos de pré-esforço na laje.

Para os cabos definidos na figura 6.20, usou-se traçados trapezoidais e parabólicos, como na possibilidade anterior. Os traçados trapezoidais (figura 6.17) foram implementados nas

designações “h”, “he” e “v”, sendo nas restantes designações “viga\_y” e “hp” implementados traçados parabólicos (figura 6.16). Mais uma vez, para saber qual a carga a aplicar, é necessário a determinação do comprimento dos cabos e flechas. Estes dados são apresentados na tabela 6.7, tabela 6.8 e tabela 6.9.

Tabela 6.7 - Comprimento dos traçados dos cabos.

designação	L1	L2	L3	L4	L5
viga_y (piso1)	2.00	2.57	1.14	1.78	2.67
viga_y	2.00	2.57	1.14	1.78	2.67
h	2.5	23.3	2.5	-	-
he	2.5	6.34	2.5	-	-
hp	3.64	4.68	2.08	1.49	2.24
v	6.3	7.7	6.3	-	-

Tabela 6.8 - Flechas dos traçados dos cabos.

designação	A	B	C	D	E	F
viga_y (piso1)	0	0.395	0.547	0.243	0.316	0.474
viga_y	0	0.245	0.339	0.151	0.196	0.294
h	0	0.128	0	-	-	-
he	0	0.128	0	-	-	-
hp	0	0.125	0.173	0.077	0.100	0.150
v	0	0.128	0	-	-	-

Tabela 6.9 - Cargas unitárias de cada traçado.

designação	extremidades		entre extremidades				
	esquerda	direita	q1	q2	q3	q4	q5
viga_y (piso1)	0.3960	0.3960	0.1985	0.166	0.374	0.199	0.133
viga_y	0.2456	0.2456	0.1231	0.103	0.232	0.124	0.082
h	0.0512	0.0512	0.0512	-	-	-	-
he	0.0512	0.0512	0.0512	-	-	-	-
hp	0.0687	0.0687	0.0189	0.016	0.036	0.090	0.060
v	0.0203	0.0203	0.0203	-	-	-	-

Neste modelo, os monocordões acrescentados, são representados pelos traçados com designações de “h”, “he” e “v”. Os multicordões têm as designações de “viga\_y (piso1)”, “viga\_y” e “hp”.

Todos os monocordões foram inseridos com uma força útil de 150 kN, por sua vez, cada um dos cabos compostos por multicordões (5 cordões) foram concebidos com uma força de tensionamento de 750 kN.

Para se ter uma noção do número de cabos a aplicar, em cada banda, fez-se uma estimativa do número de cabos necessários para compensar cerca de 70% da carga quase permanente. Nesta estimativa, considerou-se que cerca de 50% da carga, da zona de influência, iria para a banda, sendo que o pré-esforço a usar teria de equilibrar essa carga.

Para estimar o número de cabos a usar considerou-se  $(0.5 \times 0.7 \times L_{\text{área influência}} \times L_{\text{vão}} \times c_{qp}) / (8 \times f)$ . Assim sendo, para a determinação da carga quase permanente, considerou-se 60% laje aligeirada, 40% laje maciça, 2 kN/m<sup>2</sup> para a sobrecarga e 1 kN/m<sup>2</sup> para as restantes cargas permanentes. Esta última consideração foi feita porque no momento de aplicação do pré-esforço, as restantes cargas permanentes ainda não estão aplicadas no edifício, pelo que, se se utilizasse a totalidade das restantes cargas permanentes seria formado uma deformação positiva na laje. Após estas considerações, obtém-se  $0.6 \times 3.0 + 0.4 \times 9.0 + 1.0 + 0.2 \times 2.0 = 6.8$  kN/m<sup>2</sup> para a combinação quase permanente. Em “A1” e “A4”, com uma área de influência de cerca de 5 m de lado e 13.16 m de comprimento, estimou-se o uso de 3 cabos multicordões. Para “A2” e “A3”, com uma área aproximada de 6 m de largura e 6.45 m de comprimento, estimou-se o uso de 1 cabo.

Ao multiplicar a força útil, de cada cabo, pelas cargas unitárias apresentadas na tabela 6.6 e na tabela 6.9 obtiveram-se as cargas a aplicar no modelo de cálculo.

No entanto, após a aplicação das cargas e análise dos resultados fornecidos pelo *software*, verificou-se que a atuação do pré-esforço apenas conseguia equilibrar entre 50 a 60% das ações gravíticas para a combinação quase permanente. Porém, como esse valor não chegava perto dos 70% decidiu-se aumentar o número de cabos. Na análise dos deslocamentos verificou-se que os casos mais críticos eram em “A2”, “A3”, “C1” e “C2” pelo que, se fez o acréscimo de mais um cabo (equivalente a 750 kN), para se tentar obter contra-flechas aceitáveis.

Após este acréscimo, observou-se que o pré-esforço aplicado no primeiro piso, passou de uma flecha máxima positiva de 0.241 cm para 0.271 cm, como se pode observar na figura 6.21, sendo na mesma representado 8 pontos, que servem para posterior análise de momentos (pontos A, C, D, F, G e H) e deformações (pontos A, B, C, D e E).

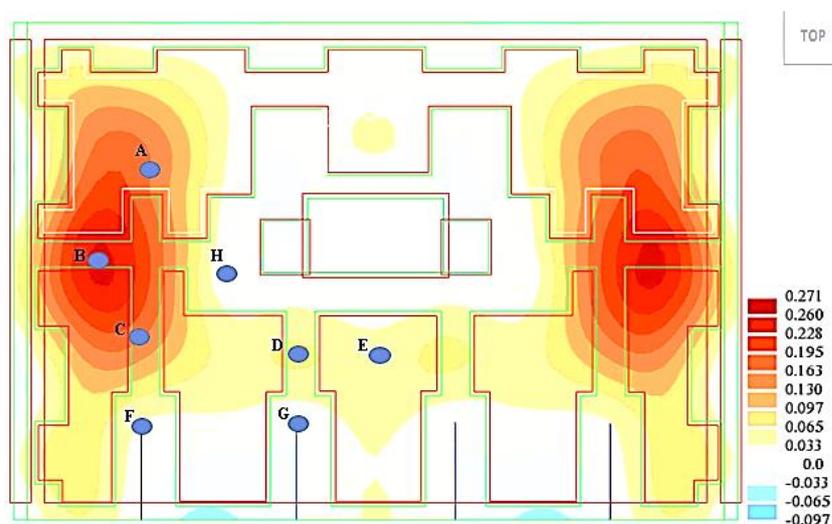


Figura 6.21 - Efeito só do pré-esforço na laje, com a escala em cm.

Apesar de se ter uma flecha positiva de 0.271 cm, não significa que seja positivo o uso do pré-esforço aplicado. Para avaliar a fiabilidade do mesmo é necessário avaliar vários pontos na laje e garantir que, de um modo geral, a maioria ou totalidade dos pontos analisados têm um deslocamento superior a cerca de 70% das ações quase permanentes. Para isso e, fixando principalmente os pontos representados na figura 6.21, fez-se uma análise da atuação do pré-esforço, com especial foco na primeira e na segunda laje. Esta análise foi feita primeiro para o peso próprio e posteriormente para a combinação quase permanente. Contudo, se a atuação do pré-esforço não fosse suficiente para contrariar 70% da flecha devida ao peso próprio, não era necessário avaliar a flecha devido à combinação quase permanente, tendo-se assim de aumentar o número de cabos a usar, ou procurar novas soluções.

Ao analisar o desempenho do pré-esforço, principalmente nos pontos referenciados na figura 6.21, construíram-se dois gráficos representativos da percentagem de carga que o mesmo consegue equilibrar, sendo os mesmos representados na figura 6.22.

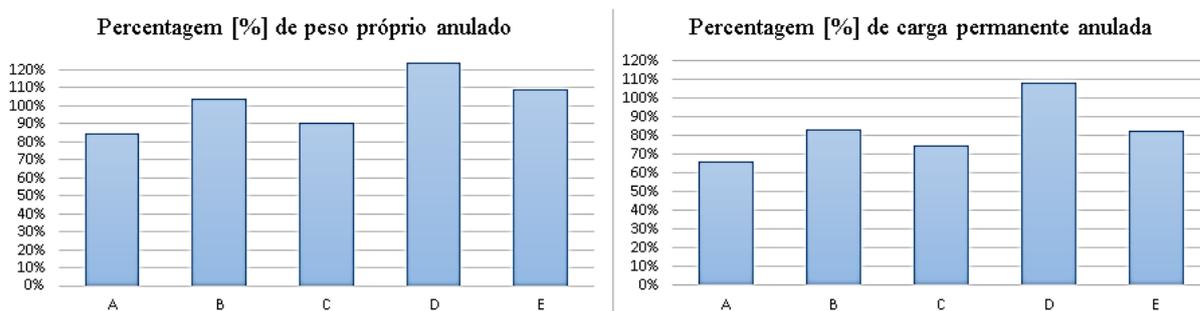


Figura 6.22 - Desempenho do pré-esforço, no primeiro piso.

Através dos gráficos acima representados, relativos ao primeiro piso, observa-se que a atuação do pré-esforço é muito eficaz no equilíbrio da flecha referente ao peso próprio, na qual, em alguns pontos até ultrapassa os 100%, criando uma flecha positiva na ordem de alguns milímetros. Por sua vez, como era de esperar, o pré-esforço compensa uma percentagem menor de carga quase permanente, sendo em média cerca de 80%.

A fim de se obter uma percepção geral do desempenho do pré-esforço, no primeiro piso, para a combinação quase permanentes, é representado na figura 6.23 o mapa de deslocamentos, na qua à esquerda é representado o deslocamento da laje sem o pré-esforço e à direita o deslocamento com o efeito do pré-esforço.

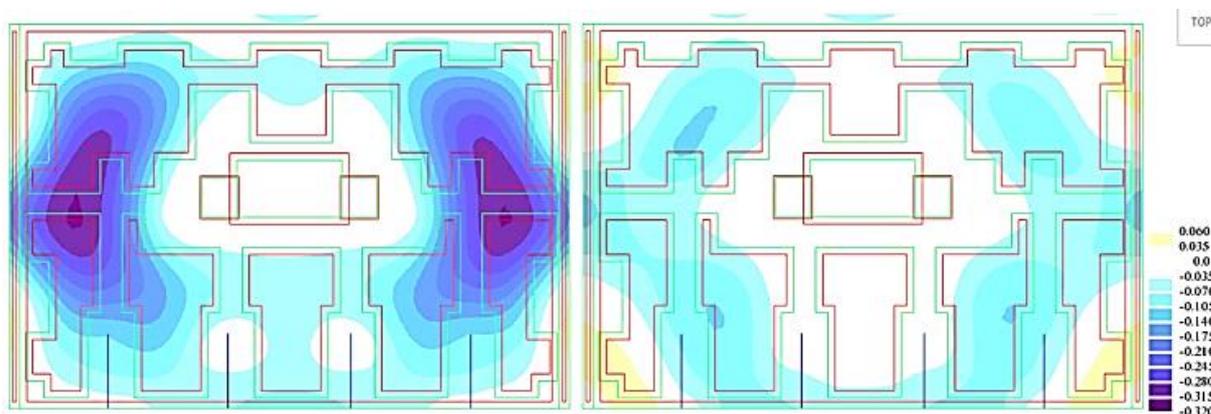


Figura 6.23 - Mapa de deslocamentos na laje do primeiro piso, para a combinação quase permanente, sem pré-esforço (esquerda) e com pré-esforço (direita), escala em cm.

Com a verificação da admissibilidade do traçado e quantidade dos cabos usados no primeiro piso para o equilíbrio dos esforços e deslocamentos para a combinação quase permanente, passou-se à avaliação das deformações no piso seguinte. No segundo piso foi implementado o mesmo sistema de cabos com as mesmas forças de tensionamento. Da análise do mesmo, fez-

se representar dois gráficos na figura 6.24 referentes à percentagem de deslocamento equilibrado pelo uso de pré-esforço.

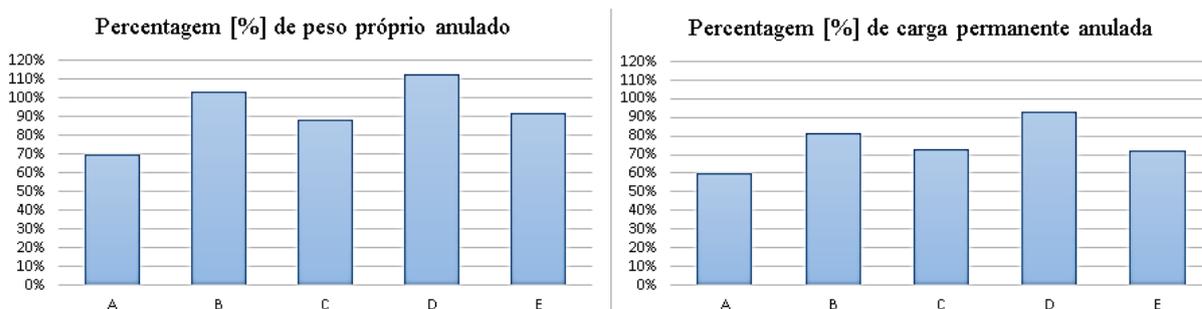


Figura 6.24 - Desempenho do pré-esforço, no segundo piso.

Através dos dados acima representados, observa-se que, através do uso de pré-esforço consegue-se equilibrar, em média, cerca 95% do peso próprio. Relativamente à combinação quase permanente verifica-se um equilíbrio na ordem dos 75%.

Para este piso também se fez representar na figura 6.25 o mapa de deslocamentos para a combinação quase permanente, na qual à esquerda é representado o deslocamento da laje sem o pré-esforço e à direita o deslocamento com a atuação do pré-esforço.

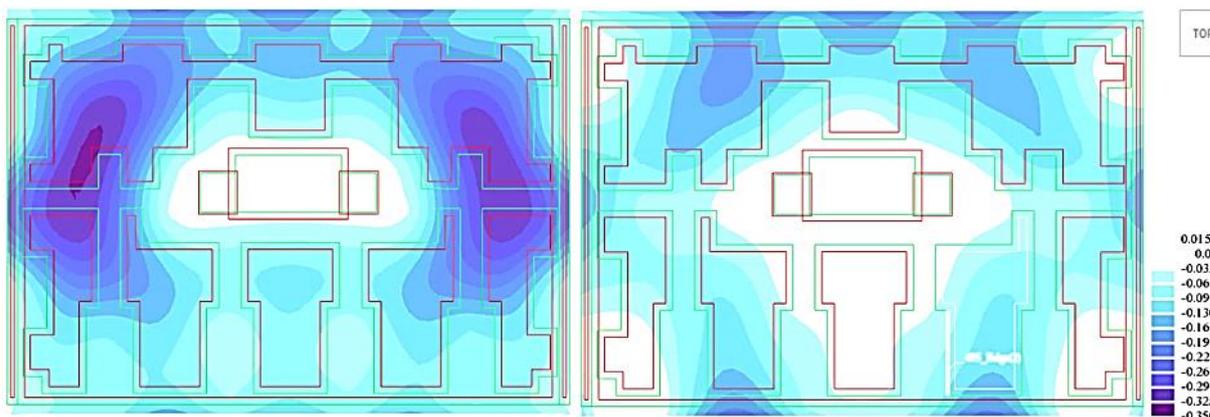


Figura 6.25 - Mapa de deslocamentos na laje do segundo piso, para a combinação quase permanente, sem pré-esforço (esquerda) e com pré-esforço (direita), escala em cm.

Destas duas análises, referentes ao primeiro e segundo piso, conclui-se que os cabos de pré-esforço mencionados são suficientes para equilibrar grande parte das ações gravíticas e absorver os esforços membranares de tração presentes nas lajes.

Para o uso de aço ordinário necessário nas lajes, avaliaram-se os momentos (figura 6.26 e figura 6.27), principalmente, em seis pontos distintos, três deles sobre os vãos (B, C, D), um deles na extremidade da viga parede (F), um sobre o pilar central (G) e outro sobre a “orelha” da caixa de elevadores (H). Os momentos observados no primeiro piso são referidos na figura 6.26 e os do segundo piso na figura 6.27.

Através da análise de momentos, apresentados, verifica-se uma significativa redução de momentos. Na maioria dos casos, o momento reduz-se para metade ou mais de metade, através da aplicação do pré-esforço. No entanto, no segundo piso, no ponto “F”, verificou-se um aumento de momento devido ao pré-esforço. Como os momentos estão diretamente relacionados com o cálculo de armadura, com a redução de momentos obtém-se também uma redução da armadura ordinária. Deste modo, nesta solução, é feita uma redução de reforços em relação à solução 1.

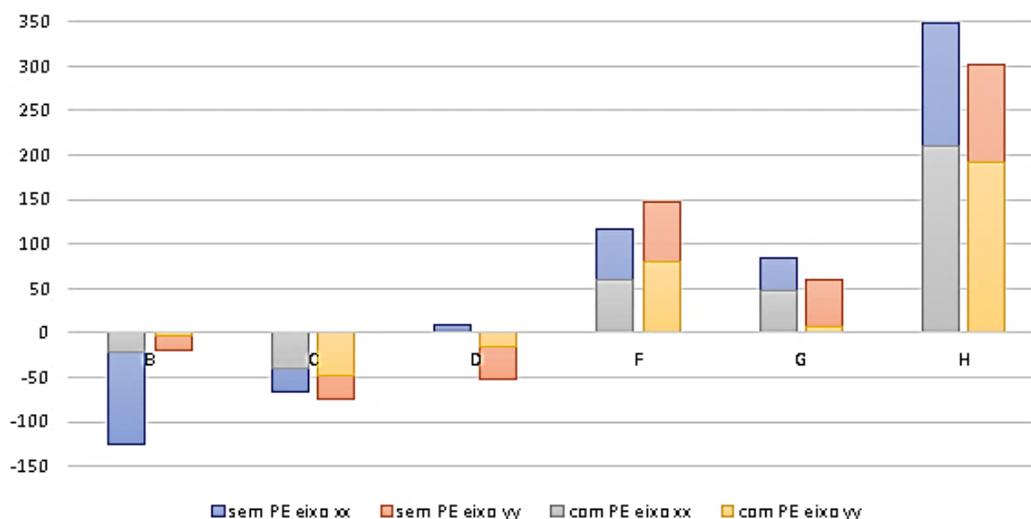


Figura 6.26 - Momentos [kNm/m] referentes ao primeiro piso.

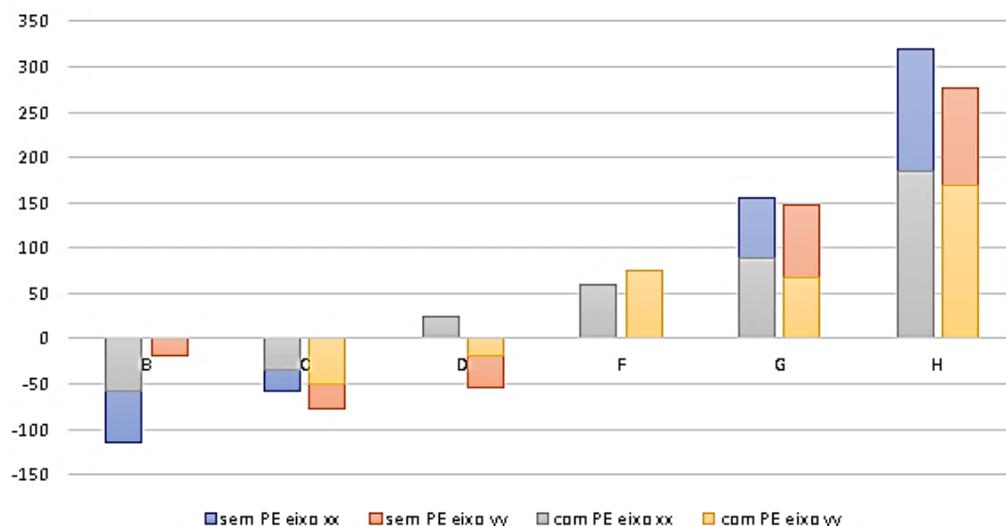


Figura 6.27 - Momentos [kNm/m] referentes ao segundo piso.

Na verificação aos estados limites de utilização (ELU), para o controlo e limitação das tensões, foram analisadas as tensões admissíveis no betão, como referido no capítulo 4.6, a tensão de compressão, resultante da força de pré-esforço e de outras ações atuantes no momento de aplicação do pré-esforço ou libertação das armaduras, deve ser limitada a  $\sigma_c \leq 0.6f_{ck}(t)$ . No mesmo capítulo, é ainda feita referência que, se a tensão de compressão exceder permanentemente  $0.45f_{ck}(t)$ , deve-se considerar o comportamento não linear da fluência.

O valor característico da resistência à compressão do betão, na idade  $t$  da aplicação do pré-esforço  $f_{ck}(t)$  pode ser:  $f_{ck}(t) = f_{cm}(t) - 8$  MPa, para valores de  $t$  entre 3 a 28 dias ou  $f_{ck}(t) = f_{ck}$  para valores de  $t$  superior ou igual a 28 dias.

A tensão média de compressão de rotura, do betão, à compressão, à idade de  $t$  dias ( $f_{cm}(t)$ ) depende do tipo de cimento, temperatura e condições de cura. Para uma temperatura média de 20°C e uma cura de acordo com Eurocódigo 2 (NP - EN 1992-1-1, 2010), esta tensão pode ser estimada através das expressões (14) e (15) apresentadas abaixo.

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t)f_{cm} \quad (14)$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp\{s[1 - (28/t)^{0.5}]\} \quad (15)$$

$\beta_{cc}(t)$  é o coeficiente que depende da idade do betão  $t$ ,  $f_{cm}$  é a tensão média de rotura aos 28 dias de idade e  $s$  é o coeficiente que depende do tipo de cimento.

Considerando  $s = 0.20$  para cimentos de classe de resistência R e aplicação do pré-esforço aos 7 dias, obtém-se  $B_{cc}(7) = 0.82$ .

Para um betão C30/37 o valor de  $f_{cm}$  è 38 MPa, logo obtém-se  $f_{cm}(7) = 0.82 \times 38 = 31.1$  MPa e  $f_{ck}(7) = 31.1 - 8 = 23.1$  MPa.

Avaliando as tensões de compressão acima referidas obtém-se  $\sigma_c(7) = 0.6 \times 23.1 = 13.87$  MPa e  $\sigma_c(7) = 0.45 \times 23.1 = 10.4$  MPa.

Através da análise das tensões de compressão, existentes nas lajes, verificou-se que estas eram inferiores aos limites acima definidos.

#### **6.4. Comparações entre as duas alternativas**

Em Portugal, o uso do pré-esforço é relativamente pouco frequente em edifícios, não só pela falta de conhecimento da maioria dos intervenientes, mas também pelos custos inerentes, razão que pode levar a que a primeira alternativa abordada seja a mais favorável.

No entanto, a utilização de pré-esforço em lajes faz com que estas fiquem garantidamente a trabalhar mais à compressão, requer uma menor quantidade de aço ordinário, permite o uso de maiores vãos, acresce ganhos em altura com a redução das espessuras das lajes e leva a que os tempos de descofragem sejam mais reduzidos (podendo contribuir para um rápido avanço a nível construtivo).

No entanto, apesar destes fatores favoráveis ao uso de pré-esforço, ao fim ao cabo, tudo se resume à eficiência, qualidade e custo de cada solução.

A nível conceptual, a solução 1 recorre ao uso de dois modelos: modelo de casca e modelo de escoras e tirantes, levando a um trabalho moroso, principalmente na conceção e análise de escoras e tirantes. No entanto, a solução 2, apesar de recorrer apenas ao uso do modelo de casca também leva a um trabalho moroso na aplicação das cargas referentes a cada traçado e análise ou alteração dos mesmos. Contudo, a nível conceptual ambas as soluções são equiparadas na resolução da problemática em análise.

A solução 1 e a solução 2 são muito eficazes na absorção dos esforços membranares de tração presentes na laje, sendo que, na solução 2 se consegue obter uma maior compressão na laje devido à quantidade de armadura de pré-esforço usada.

O equilíbrio das ações gravíticas apenas é possível com o uso da solução 2B, ou seja, com o uso de cabos excêntricos com traçado parabólico ou trapezoidal na qual são aplicadas forças de

tensionamento para se equilibrar essas ações. De um modo geral, esta solução é muito mais eficiente que a solução 2A, devido ao seu duplo funcionamento, ou seja, compensação das tensões de tração na laje e equilíbrio das cargas quase permanentes. No entanto, esta solução carece de um maior número de cabos, pelo que o seu custo final será maior.

A nível construtivo a solução 1 é mais prática e menos trabalhosa. Nesta, relativamente a uma laje de construção normal, só acresce o uso de armaduras suplementares em diagonais, o que é pouco usual.

Por sua vez, a solução 2 apresenta um trabalho mais demorado porque requer trabalhos extra relativamente à solução 1. Apesar de não ser necessário o uso de armadura suplementar, carece de trabalhos mais especializados para colocação das ancoragens, requer espaços mínimos para aplicação do tensionamento (figura 2.15 e figura 6.28), necessita de pessoal especializado para aplicação do tensionamento, fiscalização dos cabos e ancoragens entre outros trabalhos inerentes ao uso do pré-esforço.

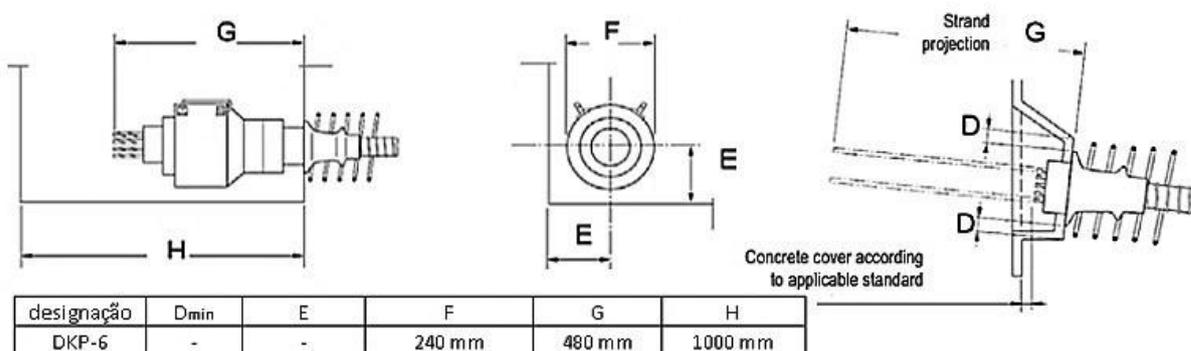


Figura 6.28 - Espaço requerido para aplicação do tensionamento (VSL@ 2015).

Tendo em conta todas estas considerações, verifica-se que ambas as soluções são eficazes relativamente à problemática analisada, no entanto a solução 2B é a mais favorecida.

#### 6.4.1. Análise quantitativa e económica

A nível quantitativo, o uso de aço ordinário na solução 1 é superior à solução 2. Isto deve-se principalmente à existência de armaduras suplementares e reforços nas zonas mais sensíveis. A solução 2 mantém a armadura mínima necessária e aplicada na solução 1, no entanto requer um menor uso de aço ordinário devido à exclusão das armaduras suplementares e diminuição da quantidade de reforços (devido à redução de momentos apresentado na figura 6.26 e figura 6.27).

Contudo, o uso de pré-esforço faz com que os encargos a ele inerentes cresçam, principalmente devido ao preço por kg de aço de alta resistência e dos dispositivos de pré-esforço e mão de obra, sendo este em média cerca de quatro vezes superior ao aço ordinário, tendo este fator um enorme peso na solução final a escolher.

Com a introdução de bandas na solução 2 cresce o uso de betão, tornando assim uma laje mais pesada e conseqüentemente cara. No entanto, com o uso do pré-esforço consegue-se reduzir a espessura da laje, usando assim menos betão, no entanto essa opção não foi considerada, mantendo-se assim a espessura das lajes entre a solução 1 e a solução 2.

Para melhor percepção dos valores monetários envolventes na obra fizeram-se duas tabelas referentes às quantidades e custos do betão, aço ordinário e aço de alta resistência, referentes às lajes elevadas do edifício. Na tabela 6.10 é feita uma avaliação para a solução 1 – implementada em obra, sendo representado apenas o betão e as armaduras ordinárias usadas nas lajes e nas varandas, excluindo-se deste modo todos os constituintes das vigas, paredes e pilares. Na tabela 6.11 é feita uma avaliação para a solução 2, sendo representado apenas o betão, as armaduras de pré-esforço e as armaduras de base usadas nas lajes e varandas, excluindo-se os reforços necessários para a laje, todos os constituintes das vigas, paredes e pilares.

Tabela 6.10 - Custos para a solução 1.

Elemento		Preço unitário	Consumo	Preço [€]
Betão C30/37	-	60.00 €/m³	169.46 m³	10167.45
Aço A500 NR SD (1º piso)	armadura de base	1.10 €/kg	4284.15 kg	4712.56
	reforço		3984.46 kg	4382.91
	suplementar		472.11 kg	519.32
Aço A500 NR SD (2º piso)	armadura de base	1.10 €/kg	4284.15 kg	4712.56
	reforço		3358.19 kg	3694.01
	suplementar		860.48 kg	946.53

Tabela 6.11 - Custos para a solução 2B.

Elemento	Peso	Preço unitário	Consumo	Preço [€]
Betão C30/37	-	60.00 €/m³	176.40 m³	10584.23
Aço Y1860S7-15.3	1.093 kg/m	4.00 €/kg	2726.97 m	11922.30
Aço A500 NR SD	-	1.10 €/kg	4284.15 kg	4712.56

Os consumos acima apresentados são aproximados, no entanto, consegue-se obter uma boa perspectiva da quantidade de material usado em cada uma das soluções.

Através das tabelas apresentadas observa-se que o betão na solução 2B apresenta um custo superior, na ordem dos 4%. Relativamente ao aço (A500 NR SD e Y1860S7-15.3), a solução 2B, mesmo sem serem referenciados os reforços, nota-se que esta apresenta um custo visivelmente elevado, cerca de 43% no somatório do primeiro e segundo piso.

Com base nestes valores, em relação aos dois pisos em análise, verifica-se que a solução 2B é a que apresenta um custo mais elevado, principalmente devido ao custo do aço de pré-esforço ser cerca de 20% superior ao aço ordinário usado na solução 1.

Fazendo uma análise global, relativa apenas lajes elevadas, na solução 1 prevê-se que o betão custará cerca de 72 mil euros e o aço ordinário cerca de 57 mil euros, admitindo que: a quantidade de armadura suplementar usada no segundo piso é semelhante ao do terceiro e inexistente nos restantes pisos; a quantidade de armadura de reforço é semelhante em todos os pisos pelo que se consegue fazer uma extrapolação da quantidade usada no segundo piso para os restantes e a quantidade de betão usado no primeiro piso é igual aos restantes pisos superiores.

Na solução 2B, fazendo uma extrapolação dos custos inerentes ao betão e ao aço do primeiro piso para os restantes, prevê-se um custo de cerca de 74 mil euros para o betão e cerca de 117 mil euros para o aço de pré-esforço.

Através destes valores globais acima apresentados, tendo em conta as respetivas considerações prevê-se que a solução 1 (sem pré-esforço) têm um custo global a rondar os 130 mil euros, por outro lado, a solução 2B (com pré-esforço) têm um valor perto de 190 mil euros. Estas duas soluções perfazem uma diferença na ordem dos 60 mil euros, custando mais caro a solução pré-esforçada (cerca de 32% mais caro).

É salientar que em ambas as soluções os valores referidos não incluem: custos inerentes aos blocos usados nas lajes; custos relativos a qualquer componente de betão ou armadura referentes aos pilares, vigas, paredes, piso do rés-do-chão e inferiores nem muros de contenção de terras; não inclui mão de obra nem materiais inerentes à obra.

Através das considerações e resultados obtidos, observa-se que a solução 1, implementada em obra, é a mais apropriada, principalmente devido ao seu reduzido custo em comparação à solução 2B e por ser uma solução que tem uma prática construtiva mais facilitada.

## 7. CONCLUSÕES

De um modo geral, a realização de um projeto passa pelo estudo e análise aprofundada de várias hipóteses e consequente tomada de decisão sobre qual é a que apresenta uma maior simplicidade construtiva, qual é a economicamente mais viável e qual se adequa às exigências regulamentares relativas aos estados limites últimos e estados limites de serviço.

Este trabalho permite-nos obter uma melhor perceção das diferenças entre a implementação de soluções pré-esforçadas em lajes, com o uso de armaduras de alta resistência (Y1860 S7 0,6”N), e a implementação de soluções mais arrojadas, com o uso de armaduras ordinárias (A500NR), visando a resolução da problemática em estudo.

Para uma solução em que se usa apenas aço ordinário consegue-se conceber, analisar e dimensionar uma estrutura através de um modelo de casca. Porém, no presente caso em estudo, devido à presença de esforços membranares significativos nas lajes foi necessária a elaboração de um modelo de escoras e tirantes nas lajes, paredes que formam os diafragmas e “orelhas” das caixas de escadas a fim de se conseguir uma melhor visualização e análise da transmissão de esforços que seja semelhante ao comportamento real da estrutura, calculando-se deste modo com maior rigor a armadura necessária para a absorção dos esforços de tração.

Para uma solução através do uso pré-esforço verifica-se que o mesmo problema pode ser resolvido através do uso de cabos que possuam apenas efeito axial, ou seja, que provoquem apenas um efeito de compressão nas lajes através do tensionamento dos cabos. Contudo o pré-esforço também permite aplicações mais generalizadas na qual se consegue contrariar grande parte das forças gravíticas através do acréscimo de um efeito transversal ao efeito axial, com o uso de traçados trapezoidais ou parabólicos.

Ambas as soluções abordadas neste trabalho (solução 1- alternativa executada com armadura ordinária e solução 2 – alternativa com pré-esforço) são eficazes na absorção dos esforços membranares de tração. Contudo verifica-se que a solução 1 é a que mais se destaca, não só por ter sido a solução aplicada em obra, mas também por apresentar um custo significativamente reduzido (diferença de 60 mil euros), ter uma construção mais prática e exibir menores encargos referentes à sua conceção.

Verifica-se também que a utilização do pré-esforço apresenta uma boa resposta ao equilíbrio de grande parte das forças gravíticas sendo usado usualmente para esse efeito, permitindo ganhos em altura e áreas mais amplas. No entanto a sua aplicação ainda ostenta de custos muito elevados derivados dos valores de mercado do aço, mão de obra especializada e material.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Appleton, J. (1988). “Betão Armado e Pré-esforçado III – Concepção e Projecto de Estruturas de Edifícios”. Apontamentos de estruturas de betão armado do Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Appleton, J. (1999). “Interesse e Vantagens da Aplicação de Pré-esforço em Edifícios”. Lisboa.

Appleton J. (2011). “Património em Betão, Betão Armado – Nota Histórica”. Construção Magazine – revista técnico-científica engenharia civil, nº44, pp.17-23.

Appleton, J. (2013). “Estruturas de Betão”. Edições Orion, Amadora.

Appleton, J. (2014). “Conceptual Design of Building and Bridges”. Apontamentos de estruturas de betão armado, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Bastos Paulo S. S. (2006). “Fundamentos do Concreto Armado” – notas de aula da disciplina de estruturas de concreto I. Universidade Estadual Paulista – UNESP – Campus de Bauru/SP.

Camões, A., Ferreira R.M. (2010). “Technological evolution of concrete: from ancient times to ultra high-performance concrete”.

Camposinhos, Rui (1991). “Lajes pré-esforçadas por cabos não aderentes - um guia de dimensionamento e projecto”. Dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.

Carneiro Francisco, Martins João G. (2008). “Análise de Estruturas – Contraventamento de Edifícios”. Série Estruturas, 1ª edição.

Carvalho, N. (2008). “Metodologias de Análise de Lajes Fungiformes”. Dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.

Costa, António (2013). “Folhas de apoio às aulas de estruturas de betão II”. Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Domingues Edgar C. (2011). “Análise da importância do faseamento construtivo no comportamento de contenções flexíveis”. Dissertação de mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa.

Eurocódigo 0 - Bases para o projecto de estruturas. NP - EN 1990, 2009.

Eurocódigo 1 – Acções em estruturas. Parte 1-1: Acções gerais, Pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios. NP - EN 1991-1-1, 2009.

Eurocódigo 2 - Projecto de estruturas de betão. Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios, NP - EN 1992-1-1, 2010.

Eurocódigo 8 - Projecto de estruturas para resistência aos sismos. Parte 1: Regras gerais, acções sísmicas e regras para edifícios, NP - EN 1998-1, 2010.

Fernando, Jerónimo C. G. (2013). “Lajes Fungiformes Pré-esforçadas Concepção e Dimensionamento”. Dissertação de mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.

*fib*, (2005). “Post-tensioning in buildings”. *fib* bulletin 31, technical report.

Freitas, João. A. T., Tiago, Carlos. (2018). “Análise Elástica de Estruturas Reticuladas”. Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Gomes, A., Appleton, J. (1988). “Noções sobre Concepção de Edifícios em Zonas Sísmicas”. Apontamentos de Betão Armado e Pré-Esforçado III, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Kaur, H., Singh, J. (2017). “A Review on External Prestressing In Concrete”. International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET), Vol. 04, Issue 05, pp. 1801-1805.

Lin, T. Y., Burns, N. H. (1981). “Design of Prestressed Concrete Structures (Third Edition)”.

Macgregor James G. (1992). “Reinforced Concrete Mechanics and Design”. Second edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Martins, A., Simões, L (2017a). “Cap.1 – Introdução ao betão armado pré-esforçado”. Apontamentos de estruturas de betão, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra – Departamento de Engenharia Civil, Coimbra

Martins, A., Simões, L (2017b). “Cap.2 – Modelos de campos de tensões”. Apontamentos de estruturas de betão, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra – Departamento de Engenharia Civil, Coimbra

Navarro R. F. (2006). “A evolução dos Materiais - Parte 1: da Pré-história ao Início da Era Moderna”. Revista Eletrónica de Materiais e Processos, v.1. ISSN 1809-8797.

Machado, Pedro (2010). “Projecto de Estruturas de um Edifício”. Dissertação de mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Nawy, Edward G. (2009). “Prestressed Concrete - A Fundamental Approach”. Fifth Edition Update ACI, AASHTO, IBC 2009 Codes Version.

Neves, S. (2012). “Pré-Esforço Exterior no Reforço de Estruturas”. Dissertação de mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.

Oliveira, Paulo (2012). “Pré-esforço em lajes de edifícios”. Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Setúbal, Setúbal.

Park, R., Gamble W. L. (1980). “Reinforced Concrete Slabs”. John Wiley & Sons, United States of America.

Parsekian Guilherme A., Corrêa Márcio R. S. (1998). “Cálculo e armação de lajes de concreto armado com a consideração do momento volvente”. Cadernos de Engenharia de Estruturas. Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos. ISSN 1413-9928.

Paulino, Anabela T. (2016). “O pré-esforço em lajes. As suas principais aplicações e vantagens”. Dissertação de mestrado, Instituto superior de engenharia de Lisboa, Lisboa.

Pereira, G. S., Ramalho, M. A. (2007). “Contribuições à Análise de Estruturas de Contraventamentos de Edifícios em Concreto Armado”. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos.

Pimentel, M. (2004). “Modelação e análise de estruturas laminares de betão: possibilidades e desafios”. Dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.

Pinheiro, Libânio M. (2007). “Fundamentos do concreto e projeto de edifícios”. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas.

Ramos A. (2006). “Pré-esforço – Traçado de Cabos”. Apontamentos de Estruturas de Betão Armado II, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.

Ramos A., Lúcio V. (2006). “Método das escores e Tirantes”. Apontamentos de Estruturas de Betão Armado II, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.

Simões, Luís C., Monteiro, S., Martins, A. (2017). “Cap. 2 – Método dos Elementos Finitos” – apontamentos de teoria das estruturas II, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra – Departamento de Engenharia Civil, Coimbra.

Viseu, J. (1993). “História do Betão Armado em Portugal (incluindo a história do betão pré-esforçado)”. ATIC (associação Técnica da Indústria do Cimento), Lisboa.

Ventsel, Eduard e Krauthammer, Theodor (2001). “Thin Plates and Shells - Theory, Analysis, and Applications”. Pennsylvania: Marcel Dekker, Inc., 2001.

VSL@ (2015). <http://www.vsl.com/brochures/all-brochures.html>. Vorspann System Losinger (página internet oficial), França.