Inês Ferreira Francisco

Um estágio na terra do xisto

Relatório de Estágio do Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, orientado pela Professora Doutora Helena Maria Mamede Albuquerque, apresentado ao Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

setembro, 2018

· U C ·

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Um estágio na terra do xisto

Inês Ferreira Francisco

· U C ·

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Master in Mathematics Teaching in the 3rd Cycle of Basic and Secondary Education

Relatório de Estágio | Report of Stage

setembro 2018

Agradecimentos

Em primeiro lugar, quero agradecer aos meus pais. Eles são, sem dúvida, o meu grande pilar, uma vez que me apoiam em todas as minhas decisões e estão sempre por perto para ajudar em tudo o que está ao seu alcance. São uma fonte enorme de inspiração para mim pela sua força de viver e de luta para superar as dificuldades.

Agradeço muito à Orientadora Cooperante, Dra. Alice Rodrigues, que desde o primeiro ao último se mostrou incansável. De um profissionalismo notável, todos os dias partilhava imensos ensinamentos, desde as aulas a experiências antigas, até mesmo aos problemas que um professor está sujeito ao longo do ano, proporcionando-nos, assim, uma bagagem enorme de aprendizagem. Agradeço muito também à Professora Doutora Helena Albuquerque por todo o apoio, orientação, disponibilidade e partilha de conhecimentos.

Um agradecimento especial ao Doutor João Fernandes pela disponibilidade em esclarecer algumas dúvidas durante este ano letivo, à Senhora Diretora do Agrupamento de Escolas da Lousã (AEL) pela oportunidade de realizar o estágio na Escola Secundária da Lousã (ESL) e pela forma como nos recebeu, à Dra. Maria Bartolomeu, coordenadora do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais do AEL pela receção e disponibilidade prestada, ao Dr. Luís Sequeira pela disponibilidade em ajudar na construção do relógio de Sol e também a todos os meus professores, desde a primária à faculdade, pois todos foram importantes neste longo percurso.

Aos meus amigos, agradeço o apoio, a força e a compreensão que sempre demonstraram durante o meu percurso académico. Apesar da ausência por vezes necessária, estiveram sempre por perto.

Agradeço também aos alunos do 8.º E, 9.º A e 9.º B por toda a compreensão demonstrada e por todos as partilhas. Foram, sem dúvida, três turmas especiais.

Resumo

No âmbito da disciplina Estágio e Relatório do Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário, a autora deste relatório, Inês Francisco, teve a oportunidade de estagiar na Escola Secundária da Lousã (com 3.º Ciclo e ensino profissional) no ano letivo 2017/2018, sob supervisão pedagógica da Orientadora Cooperante Dra. Alice Rodrigues e Orientação Científica da Professora Doutora Helena Albuquerque.

A prática letiva incidiu na disciplina de matemática no 8.º ano e no 9.º ano do ensino básico.

Este documento tem como objetivo relatar, de forma sucinta, o trabalho realizado ao longo do ano de estágio.

Neste relatório, constam cinco partes: apresentação da escola, do núcleo de estágio e das turmas; descrição das aulas e da avaliação; referência às reuniões e formações; descrição das atividades; e, por fim, reflexão sobre o ano de estágio.

O Estágio Pedagógico é um momento marcante na nossa formação e torna-se fundamental registar, relatar e refletir sobre a prática pedagógica e todas as experiências vividas no seu desenrolar. É neste seguimento que surge o Relatório de Estágio, apresentando-se como um meio de analisar todo o processo. No entanto, não tomemos o documento como algo final, mas sim, deve ser visto como uma ferramenta de formação contínua.

Palavras Chave: Ensino da Matemática, Estágio Pedagógico, Professor, Aluno.

Abstract

In the scope of the Stage and Report of Master's degree in Mathematics Teaching in the 3rd Cycle of Basic and Secondary Education, the author of this report, Inês Francisco, had the opportunity to practice at Lousã High School (with 3rd Cycle and vocational education) in the 2017/2018 school year, under pedagogical supervision of the Cooperating Advisor Dr. Alice Rodrigues and Scientific Orientation of Professor Helena Albuquerque.

The teaching concepts focused on the subject of mathematics (8th and 9th grades).

This document aims to report, briefly, the work carried out during the year of internship.

This report is divided into the presentation of the school, the core of the internship and the classes; the class description and assessment; a part related to meetings and training; the description of the activities; and, finally, a reflection on the year of internship.

The Pedagogical Internship is an important moment in our formation and it becomes fundamental to register, to report and to reflect on the pedagogical practice and all the experiences lived in its unfolding. It is in this follow-up that the Internship Report appears, presenting itself as a means of analyzing the whole process. However, let's not take the document as final, but rather, it should be seen as a tool for ongoing training.

Keywords: Mathematics Teaching, Pedagogical Internship, Teacher, Student.

Conteúdo

Lista de Figuras xiii

Lista de Abreviaturas xv

Introdução xvii

1 A escola, o núcleo de estágio e as turmas 1

1.1 A Escola Secundária da Lousã . . . 1

1.2 O núcleo de estágio e as suas turmas . . . 1

1.2.1 A turma E do 8.º ano . . . 2

1.2.2 A turma A do 9.º ano . . . 2

1.2.3 A turma B do 9.º ano . . . 3

2 Prática letiva 5

2.1 Aulas lecionadas . . . 5

2.1.1 Conexões matemáticas e a matemática na vida real . . . 6

2.1.2 GeoGebra . . . 7

2.1.3 Kahoot! . . . 8

2.2 Avaliação . . . 8

2.2.1 Atitudes e comportamentos . . . 9

2.2.2 Provas de avaliação . . . 9

2.2.3 Trabalho escrito de realização individual - A torre de triângulos . . . 9

2.2.4 Trabalho de realização em Grupo - GeoGebra . . . 10

2.3 Fichas de Trabalho . . . 11

3 Prática extraletiva 13

3.1 Google Classroom . . . 13

3.2 Direção de turma . . . 14

3.3 Reuniões . . . 14

3.3.1 Reunião do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais . . . 14

3.3.2 Reunião geral de professores . . . 14

3.3.3 Reunião de diretores de turma . . . 14

3.3.4 Reuniões da direção da turma B do 9.º ano . . . 14

3.3.5 Reuniões do Grupo de Matemática . . . 15

3.3.6 Reuniões intercalares . . . 15
3.3.7 Reuniões de avaliação . . . 15
3.3.8 Reuniões do NE . . . 15
3.4 Formações . . . 16
3.4.1 Dias da Tecnologia Viva . . . 16
3.4.2 Duas definições, uma controvérsia . . . 16
3.4.3 Ação de (in)Formação sobre Epilepsia . . . 16
3.4.4 Não Tenha Medo, Atue Cedo! – Sexualidade na Infância e Juventude . . . 16
3.5 Acompanhamento individual em sala de aula . . . 17
3.5.1 O Cheng, um aluno chinês . . . 17
3.5.2 A Cristina, uma aluna com uma força de vontade enorme . . . 17
3.5.3 O Rúben, um aluno de nível um que conseguiu uma positiva . . . 17

4 Atividades **19**
4.1 Clube de Matemática . . . 19
4.2 Natal Geométrico . . . 20
4.2.1 Figuras do presépio . . . 20
4.2.2 Anjos de Natal . . . 21
4.2.3 Concurso de decoração de Natal da Make-A-Wish . . . 21
4.3 Corrida de Vetores . . . 22
4.4 Aula na Universidade . . . 23
4.4.1 "O que eu espero do professor de matemática no séc. XXI?" . . . 23
4.4.2 "De aluno a professor: dificuldades, conquistas e esperanças." . . . 23
4.4.3 "Como elaborar um plano de aula." . . . 23
4.5 Olimpíadas Portuguesas da Matemática . . . 23
4.6 A matemática vai a jogo . . . 24
4.7 Concurso de Matemática Pangea . . . 24
4.7.1 Primeira fase . . . 24
4.7.2 Segunda fase . . . 25
4.8 Canguru Matemático . . . 25
4.9 Equamat . . . 25
4.9.1 Treinos para o Equamat . . . 25
4.9.2 Equamat na Universidade de Aveiro . . . 25
4.10 Vidumath na tua Biblioteca . . . 25
4.10.1 Vidumath no 1.º ano de mestrado . . . 26
4.10.2 Vidumath na tua Biblioteca . . . 26
4.11 Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos . . . 27
4.12 Um conto que contas . . . 27
4.13 πstória . . . 27
4.14 Estudo estatístico . . . 27
4.15 Semióticas . . . 28
4.16 Cerimónia de entrega de prémios . . . 28

4.17 Encontro 29
4.18 O relógio de sol 30
4.18.1 A construção 30
4.18.2 Observação das horas 31

5 Reflexão acerca do ano de estágio **35**

Bibliografia **37**

Anexo A Planos de aulas lecionadas pela estagiária **39**

Anexo B Questionário realizado, pela estagiária, na aplicação Kahoot **77**

Anexo C Critérios de avaliação para o 3.º ciclo **81**

Anexo D Matriz, prova, resolução e critérios de classificação da prova concebida pela estagiária **83**

Anexo E Trabalho escrito de realização individual - A torre de triângulos, elaborado pela estagiária **101**

Anexo F Trabalho escrito de realização em grupo - Construção do circuncentro, do incentro, do ortocentro e do baricentro no GeoGebra, elaborado pela estagiária **103**

Anexo G Ficha de preparação para a prova N.º 4, construída pela estagiária **115**

Anexo H Ficha de trabalho - revisões e baricentro, construída pela estagiária **121**

Anexo I Regras da corrida de vetores, elaboradas pela Orientadora Cooperante **125**

Anexo J Apresentação realizada no DMUC - De aluno a professor: dificuldades, conquistas e esperanças **127**

Lista de Figuras

1.1 A autora deste relatório com a turma E. 2
1.2 A autora deste relatório com a turma A. 2
1.3 A autora deste relatório com a turma B. 3

2.1 Esquema para a comparação de números escritos em notação científica. 5
2.2 Enunciado de um exercício de TPC. 6
2.3 Esquema função quadrática. 6
2.4 Ilustração de um ficheiro de GeoGebra. 7
2.5 Ilustração de outro ficheiro de GeoGebra. 8
2.6 Uma das perguntas do questionário. 8
2.7 Cabeçalho da tabela das atitudes e comportamentos. 9
2.8 A torre de triângulos. 10
2.9 Tabela de classificação. 10
2.10 Uma das etapas do roteiro. 10
2.11 Algumas etapas do roteiro. 11
2.12 Tabela de classificação. 11

3.1 Exemplo de duas mensagens partilhadas na Classroom. 13
3.2 Exemplo de uma dúvida de um aluno enviada por correio eletrónico. 13

4.1 Cartaz de divulgação do Clube de Matemática. 19
4.2 O dragão e um soldado. 20
4.3 Roteiro para a construção dos anjos de Natal. 21
4.4 Decoração da Biblioteca da ESL com alguns anjos de Natal. 21
4.5 Uma parte da decoração de Natal. 22
4.6 Corrida interturmas do Circuito C. 22
4.7 Professora Doutora Fátima Leite, professoras estagiárias e alunos participantes na atividade "A matemática vai a jogo". 24
4.8 Cartaz de divulgação do projeto Vidumath na tua biblioteca. 26
4.9 Cartaz de divulgação das sessões com o Professor Doutor Carlos Soneira Calvo. 28
4.10 Diplomas e certificados de matemática por turmas. 29
4.11 Apresentação "Perdi a conta...". 29
4.12 Uma parte da exposição. 30

4.13 Esboço do quadrante. 31
4.14 Construção do relógio de sol com a colaboração de um dos alunos CEI. 31
4.15 Observação da hora no relógio de sol. 32
4.16 Equação do tempo. 32

Lista de Abreviaturas

AEL - Agrupamento de Escolas da Lousã
ESL - Escola Secundária da Lousã
DMUC - Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra
NE - Núcleo de Estágio
TPC - Trabalho Para Casa
PAA - Plano Anual de Atividades
SPM - Sociedade Portuguesa de Matemática
OPM - Olimpíadas Portuguesas de Matemática
CEI - Currículo Específico Individual
TSA - Tempo Solar Aparente
TC - Tempo Civil
TSM - Tempo Solar Médio
TUC - Tempo Universal Coordenado

Introdução

Este relatório insere-se na disciplina "Estágio e Relatório" do Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário e tem como objetivo relatar, de forma sucinta, o trabalho realizado ao longo do ano de estágio, que decorreu na Escola Secundária da Lousã (ESL), no ano letivo 2017/2018, sob supervisão pedagógica da Orientadora Cooperante Dra. Alice Rodrigues e Orientação Científica da Professora Doutora Helena Albuquerque.

O documento encontra-se dividido em cinco capítulos, que passo a enumerar:

- Capítulo 1: A escola, o núcleo de estágio e as turmas;
- Capítulo 2: Prática letiva;
- Capítulo 3: Prática extraletiva;
- Capítulo 4: Atividades;
- Capítulo 5: Reflexão acerca do ano de estágio.

No primeiro capítulo, apresenta-se a escola onde foi realizado o estágio, o Núcleo de Estágio (NE) e as turmas onde decorreu a prática letiva do NE.

No capítulo seguinte, descrevem-se algumas aulas lecionadas pela autora do relatório, bem como a avaliação dos alunos.

O terceiro capítulo, por sua vez, é dedicado às reuniões em que o NE participou, às formações que a autora deste documento frequentou e a alguns casos de alunos acompanhados individualmente, em sala de aula.

No penúltimo capítulo, descrevem-se todas as atividades realizadas ao longo do ano de estágio, desde atividades na escola a atividades no exterior.

No último capítulo, são apresentadas reflexões pessoais sobre o ano de estágio.

Capítulo 1

A escola, o núcleo de estágio e as turmas

1.1 A Escola Secundária da Lousã

Em abril de 1987, a Escola Secundária da Lousã (ESL) ocupou o edifício situado na Rua Dr. Antonino Henriques, onde atualmente se encontra.

Apesar da criação de vários agrupamentos de escolas na Lousã, a ESL manteve-se sempre autónoma até que, em abril de 2012 efetuou-se a fusão entre a ESL e o já existente Agrupamento de Escolas da Lousã (desde 2004), resultando no atual Agrupamento de Escolas da Lousã (AEL).

No início do ano letivo de 2014/2015 foi inaugurada uma nova escola no concelho da Lousã, a Escola Básica n.º 1, que veio a integrar o novo agrupamento, obrigando a uma distribuição dos níveis de ensino e restantes serviços, centralizados na escola-sede, que é a ESL.

Atualmente, o AEL é constituído por nove estabelecimentos de ensino, nomeadamente: a Escola Secundária (sede do agrupamento – Ensino Secundário e 3.º Ciclo do Ensino Básico); a Escola Básica n.º 1 (com 1.º, 2.º e 3.º ciclos do Ensino Básico); a Escola Básica n.º 2 (com 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico); duas escolas básicas com 1.º ciclo (Escola Básica de Santa Rita c/ Jardim de Infância e Escola Básica de Casal de Santo António, em Serpins) e cinco jardins-de-infância (Jardim de Infância da Escola Básica de Santa Rita; Jardim de Infância da Lousã; Jardim de Infância das Fontaínhas; Jardim de Infância do Freixo; Jardim de Infância de Serpins).

A ESL dispõe de dois blocos de salas de aula, incluindo laboratórios de ciências e salas de informática, um campo exterior e um pavilhão para a prática desportiva, uma secretaria, um bar, uma reprografia, uma papelaria, duas salas de professores e de serviços de psicologia e orientação escolar.

A grande maioria dos professores já se encontra na ESL há vários anos, o que é evidente pela grande experiência que demonstra. Por vezes, aproveitávamos para trocar ideias e conviver na sala de professores. Desde professores a funcionários, foram sempre todos muito prestáveis.

1.2 O núcleo de estágio e as suas turmas

O núcleo de estágio da Lousã (NE) era composto por mim, pela minha colega Raquel Martins e pela nossa professora, Orientadora Cooperante, Dra. Alice Rodrigues. Foram atribuídas à Orientadora Cooperante três turmas que são apresentadas de seguida.

1.2.1 A turma E do 8.º ano

Inicialmente, a turma era composta por 23 alunos, sendo que, ainda no início do ano letivo, um aluno foi transferido para outra escola e outro aluno veio a integrar a turma. A meio do ano letivo, entrou mais um aluno na turma que, por si só, já tinha um historial complicado de muitas participações disciplinares, entre outros problemas. A integração na turma, por parte deste aluno, foi muito boa, passando a demonstrar muito empenho na sua aprendizagem.

A Orientadora Cooperante já tinha sido professora desta turma no ano letivo anterior. Esta era uma turma de extremos, tinha alunos que tinham quase uma média de 100% nas provas e tinha alunos com uma média inferior a 10% nas provas. A média das idades desta turma era 13 anos.

Fig. 1.1 A autora deste relatório com a turma E.

1.2.2 A turma A do 9.º ano

Era uma turma composta por 20 alunos, com apenas um repetente, e acompanhada pela Orientadora Cooperante nos três anos do 3.º ciclo. A média das idades dos alunos desta turma era 14 anos. O 9.º A tinha dois alunos com adaptações curriculares. Esta era, também, uma turma de extremos, tinha alunos que tinham quase uma média de 100% nas provas e tinha alunos com uma média inferior a 10% nas provas.

Fig. 1.2 A autora deste relatório com a turma A.

1.2.3 A turma B do 9.º ano

Esta turma também era composta por 20 alunos, com apenas um repetente, e acompanhada pela Orientadora Cooperante nos três anos do 3.º ciclo. A média das idades da turma era 14 anos. O 9.º B tinha três alunos com adaptações curriculares. Esta turma não tinha alunos de nível 5.

Fig. 1.3 A autora deste relatório com a turma B.

Capítulo 2

Prática letiva

2.1 Aulas lecionadas

A carga horária da disciplina de matemática era repartida em aulas de 45 e 90 minutos, sendo que, para efeitos de contagem, os blocos de 90 minutos contavam como duas aulas de 45 minutos.

O NE decidiu que a professora estagiária Inês Francisco lecionaria a Notação Científica à turma E do 8.º ano e as matérias Inequações, Trigonometria e Lugares Geométricos à turma B do 9.º ano.

Para o 8.º ano o manual adotado pelo AEL foi o *Xis* dos autores Paula Pinto Pereira e Pedro Pimenta, e da Texto Editoras e para o 9.º ano foi o *PI* dos autores Fátima Cerqueira Magro, Fernando Fidalgo e Pedro Louçano, e da editora ASA. As aulas da professora estagiária Inês Francisco foram preparadas com base nos manuais adotados, embora consultando também as metas curriculares e outros livros considerados pertinentes.

O plano de aula refere-se à descrição específica de tudo o que o professor executará em sala de aula durante um período determinado, tendo em vista aprimorar a sua prática pedagógica e melhorar a aprendizagem dos alunos. Deve ainda contemplar os objetivos a atingir por cada aluno. Exemplos de planos de aula encontram-se no anexo A.

A orientadora científica assistiu a cinco aulas da autora deste relatório. Por datas, enumeram-se de seguida essas aulas, salientando-se alguns aspetos mais notórios.

• 29/11/2017 - os conteúdos desta aula eram: comparação, ordenação, produto e divisão de números escritos em notação científica. Foi feito um esquema para os alunos preencherem para poderem utilizar, numa fase inicial, na comparação de números escritos em notação científica.

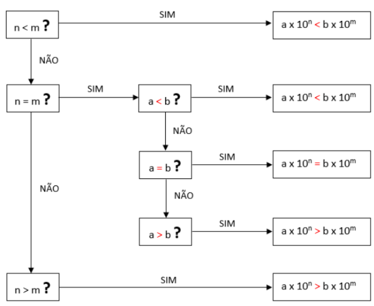
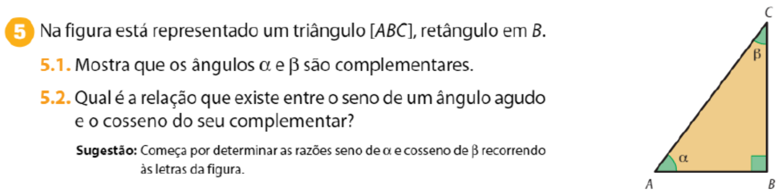


Fig. 2.1 Esquema para a comparação de números escritos em notação científica.

• 21/02/2018 - esta aula consistiu na introdução à trigonometria, na qual se salienta o uso do GeoGebra que se encontra descrito na secção 2.1.2.

• 23/02/2018 - os conteúdos desta aula eram as relações entre as razões trigonométricas. Por exemplo, nesta aula, a relação entre as razões trigonométricas de ângulos complementares foi deduzida em casa pela resolução do exercício cujo enunciado se encontra na figura 2.2. Penso que os TPC são muito importantes para os alunos consolidarem a matéria, perceberem onde têm mais dúvidas, reverem matéria, ou até mesmo tirarem conclusões sobre novos conteúdos.



5 Na figura está representado um triângulo $[ABC]$, retângulo em B.

5.1. Mostra que os ângulos α e β são complementares.

5.2. Qual é a relação que existe entre o seno de um ângulo agudo e o cosseno do seu complementar?

Sugestão: Começa por determinar as razões seno de α e cosseno de β recorrendo às letras da figura.

Fig. 2.2 Enunciado de um exercício de TPC.

• 27/04/2018 - esta foi a aula de introdução aos lugares geométricos. Nesta aula foi importante a utilização do GeoGebra e do material de desenho no quadro tradicional. Um dos ficheiros de GeoGebra usado nesta aula encontra-se na secção 2.1.2.

• 02/05/2018 - esta foi uma aula dedicada às tecnologias. A atividade realizada nesta aula encontra-se descrita na secção 2.1.3.

2.1.1 Conexões matemáticas e a matemática na vida real

As conexões matemáticas surgem no ensino em várias vertentes, umas intrínsecas à Matemática, outras que exploram as ligações com a realidade e com outras áreas do saber.

As conexões matemáticas entre conteúdos, à partida diferentes, podem ser uma mais-valia para a sua clareza. Aquando da lecionação das propriedades de relação de ordem em $\mathbb{R}$, surgiu a ideia de relacionar as propriedades com as funções quadrática, cúbica e inversa. Na figura 2.3, encontra-se o exemplo da função quadrática relacionada com as propriedades que comparam os quadrados de dois números. Pela análise da parte do gráfico verde, correspondente à propriedade para os números negativos, verifica-se que quando $a < b$ então $a^2 > b^2$. O contrário acontece na análise da parte do gráfico vermelho, correspondente à propriedade para os números positivos, verificando-se que quando $a < b$ então $a^2 < b^2$.

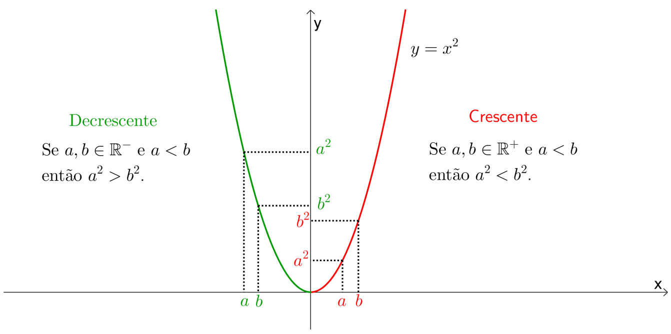


Fig. 2.3 Esquema função quadrática.

Verificamos ainda pela análise deste gráfico que nada podemos concluir sobre a relação de ordem existente entre dois quadrados de números reais quando a e b tiverem sinais opostos, dependendo dos seus valores absolutos.

De pedreiros a engenheiros, das letras à biologia, a matemática está sempre presente no dia a dia das pessoas. Esta ciência está presente em todo o lado: ao lidarmos com o dinheiro, nas medidas dos ingredientes culinários, nos exames de ressonância magnética, nas animações de cinema, nos jogos eletrónicos, entre outros.

Este é um dos desafios do professor de matemática: fazer com que os alunos percebam que esta disciplina é importante para as suas vidas.

Para as aulas que lecionava, tentava sempre arranjar exemplos práticos da vida real. No caso da Notação Científica, usei a massa da Terra e a massa de um átomo de Hidrogénio, para mostrar, precisamente, que as áreas da ciência que trabalham com números muito grandes e muito pequenos precisam da matemática, caso contrário, seria muito complicado escrever sempre muitos zeros. Na trigonometria, escolhi vários exercícios para descobrir alturas.

2.1.2 GeoGebra

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica desenhado especificamente para o ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria e Álgebra.

Na introdução à Trigonometria foi usado um ficheiro dinâmico GeoGebra sobre o qual se pode ver na figura 2.4 uma ilustração. Neste ficheiro, o ponto G movia-se no plano e considerando os triângulos [ABC], [ADE] e [AFG], podia-se concluir que estes eram semelhantes, pelo critério AA de semelhança de triângulos. Assim, os alunos puderam perceber melhor o facto das razões trigonométricas só dependerem do ângulo em causa.

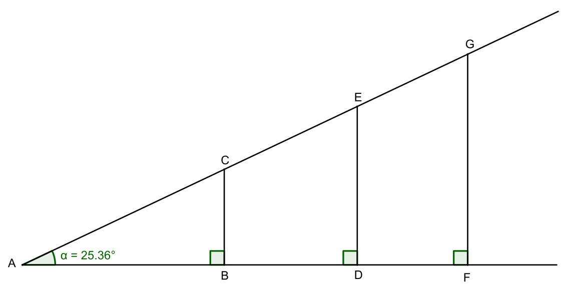


Fig. 2.4 Ilustração de um ficheiro de GeoGebra.

Na lecionação dos lugares geométricos, foi muito usado o GeoGebra. Exemplo disso é o ficheiro dinâmico de que se pode visualizar uma ilustração na figura 2.5. O ponto C percorria a mediatriz do segmento de reta [AB], ao mesmo tempo que nos retângulos azuis era indicada a distância de C a A e de C a B, fazendo com que, desse modo, os alunos tivessem uma melhor perceção de que a mediatriz do segmento de reta [AB] é o lugar geométrico dos pontos que estão à mesma distância de A e de B.

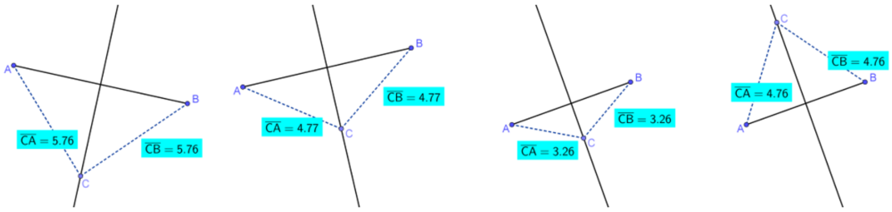


Fig. 2.5 Ilustração de outro ficheiro de GeoGebra.

2.1.3 Kahoot!

O Kahoot! é uma plataforma gratuita de aprendizagem baseada em jogos, usada como tecnologia educacional em escolas e outras instituições de ensino e que permite construir e aplicar questionários que geram um *ranking* de alunos de acordo com a rapidez e o número de respostas corretas às questões colocadas. As perguntas são projetadas e cada aluno responde no seu *smartphone*.

Em geral, os alunos não gostam de demonstrações. A autora deste relatório construiu um questionário na plataforma Kahoot! para demonstrar a seguinte propriedade: se um ponto, pertencente a um ângulo, é equidistante das semirretas que o formam então esse ponto pertence à bissetriz desse ângulo. Cada pergunta do questionário era uma etapa da demonstração. Na figura 2.6, encontra-se uma das perguntas do questionário, que se encontra completo no anexo B.

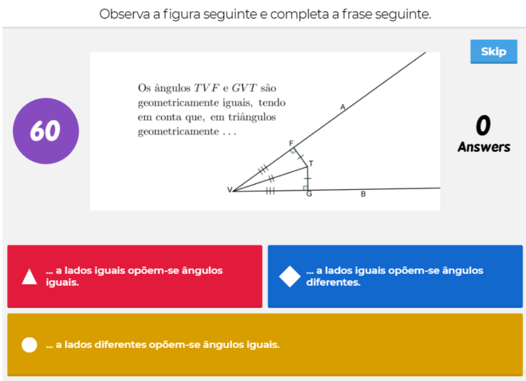


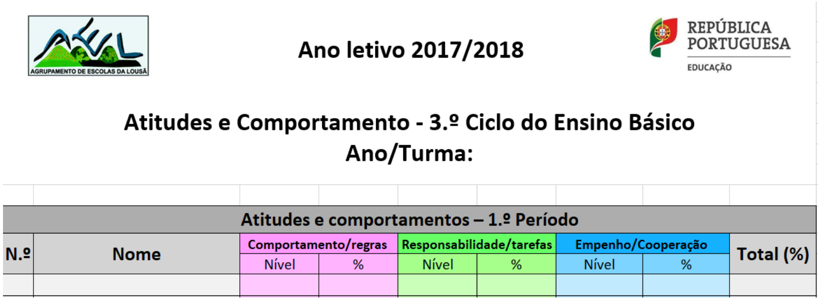
Fig. 2.6 Uma das perguntas do questionário.

2.2 Avaliação

No início do ano letivo, na primeira reunião do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais, foram estabelecidos os critérios gerais de avaliação para o terceiro ciclo que se encontram no anexo C. Estes critérios dividem-se em duas partes: a avaliação dos trabalhos e provas (85%) e a avaliação das atitudes e comportamentos (15%). A primeira parte, por sua vez, divide-se em duas: provas de avaliação (70%) e trabalhos escritos de realização individual ou em grupo (15%). A segunda parte, por sua vez, divide-se em três componentes: comportamento/respeito por regras (5%), responsabilidade/cumprimentos das tarefas (5%) e empenho e cooperação (5%).

2.2.1 Atitudes e comportamentos

Para a componente das atitudes e comportamentos, o NE construiu uma tabela no Excel de modo a facilitar a decisão do nível correspondente a cada aluno. Esta tabela foi partilhada com todos os professores deste grupo. No primeiro período, as professoras estagiárias preencheram estas tabelas para as três turmas do NE, e após análise da Orientadora Cooperante, os níveis correspondiam quase sempre aos níveis que a Orientadora Cooperante ia atribuir aos alunos.


Ano letivo 2017/2018

Atitudes e Comportamento - 3.º Ciclo do Ensino Básico
Ano/Turma:

Atitudes e comportamentos – 1.º Período								
N.º	Nome	Comportamento/regras		Responsabilidade/tarefas		Empenho/Cooperação		Total (%)
		Nível	%	Nível	%	Nível	%	

Fig. 2.7 Cabeçalho da tabela das atitudes e comportamentos.

2.2.2 Provas de avaliação

Em cada um dos períodos, os alunos realizaram uma prova global e duas provas parciais.

As provas globais continham a matéria dada até uma semana antes da prova e alguma matéria de anos anteriores, previamente escolhida, de modo a facilitar a preparação para o exame nacional do 9.º ano e a prova de aferição do 8.º ano.

A autora deste relatório elaborou, depois de alguma pesquisa, a 5.ª prova de avaliação aplicada ao 9.º ano com exercícios originais. Esta prova era a 2.ª prova global. Para tal pesquisou vários tipos de exercícios em vários exames de anos anteriores e alguns livros. Quando a primeira versão da prova foi entregue à Orientadora Cooperante, verificou-se, em conjunto, que a prova estava difícil. Tiraram-se alguns exercícios com um grau de dificuldade maior, alguns foram adaptados, acrescentando-se, por exemplo, as etapas de resolução, e também se acrescentaram mais questões de escolha múltipla. Esta prova, bem como a sua resolução, os critérios de classificação e a matriz, encontra-se no anexo D.

2.2.3 Trabalho escrito de realização individual - A torre de triângulos

A autora deste relatório propôs aos alunos um trabalho, intitulado A torre de triângulos, inspirado numa ideia encontrada na internet. Com a utilização do GeoGebra, construiu vários triângulos consoante as medidas que pretendia, com o objetivo dos alunos usarem razões trigonométricas e o Teorema de Pitágoras para chegarem à medida de comprimento da hipotenusa do triângulo vermelho.

O enunciado do trabalho encontra-se no anexo E.

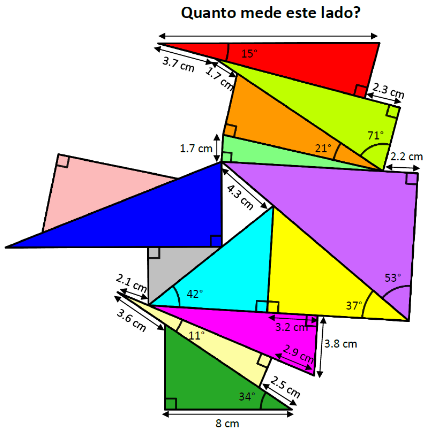


Fig. 2.8 A torre de triângulos.

Na figura 2.9, encontra-se a tabela de classificação deste trabalho.

n.º	nome	Triângulo 1 **8 pontos**	Triângulo 2 **10 pontos**	Triângulo 3 **9 pontos**	Triângulo 4 **9 pontos**	Triângulo 5 **8 pontos**	Triângulo 6 **9 pontos**	Triângulo 7 **8 pontos**	Triângulo 8 **8 pontos**	Triângulo 9 **9 pontos**	Triângulo 10 **10 pontos**	Dentro do prazo **10 pontos**	Apresenta o resultado final arredonda às unidades **2 pontos**	Total

Fig. 2.9 Tabela de classificação.

2.2.4 Trabalho de realização em Grupo - GeoGebra

A autora deste relatório construiu um roteiro com todos os passos para a construção, no Geogebra, do Circuncentro, do Incentro, do Baricentro e do Ortocentro. Este roteiro foi entregue aos alunos de modo a construírem os lugares geométricos pedidos em grupo e foi entregue antes de ser lecionada esta matéria. Na figura 2.10 vê-se uma etapa do roteiro.

7. Marca os ângulos internos do triângulo, selecionando "Ângulo" (figura abaixo à esquerda) e, clicando nos lados dos ângulos no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

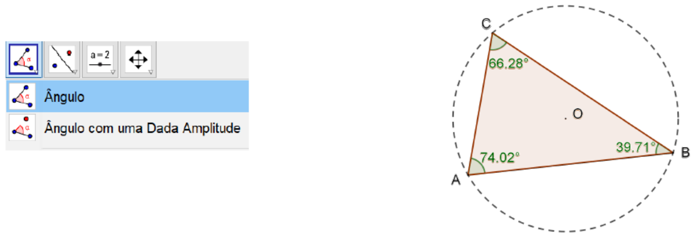


Fig. 2.10 Uma das etapas do roteiro.

As últimas etapas da construção de cada ponto notável eram de conclusões, como se exemplifica na figura 2.11.

10. E se escolheres outras duas mediatrizes? O que podes concluir sobre a posição do circuncentro?

11. Move pelo menos um dos pontos A e C e tira conclusões sobre a posição do circuncentro relativamente ao triângulo e à circunferência que inscreve o triângulo, quando o triângulo é retângulo, acutângulo ou obtusângulo.
Nota: A circunferência que inscreve o triângulo chama-se circunferência circunscrita ao triângulo.

12. Com a opção "Inserir Texto" (figura abaixo), escreve todas as tuas conclusões relativamente aos pontos **10.** e **11.**.

Fig. 2.11 Algumas etapas do roteiro.

Posteriormente, quando foi lecionada esta matéria, os alunos já estavam familiarizados. Deste modo, as conclusões foram facilmente tiradas em grupo-turma. O roteiro encontra-se no anexo F.

Na figura 2.12, encontra-se a tabela de classificação deste trabalho.

N.º	Nome	Circuncentro		Incentro		Ortocentro		Baricentro		Total
		Construção	Conclusões	Construção	Conclusões	Construção	Conclusões	Construção	Conclusões	
		18	3	30	3	20	3	20	3	100

Fig. 2.12 Tabela de classificação.

2.3 Fichas de trabalho

Tanto as fichas de preparação para os testes, como as fichas de consolidação da matéria e as fichas que levam os alunos a tirar conclusões são, sem dúvida, um grande apoio ao estudo dos alunos.

A autora deste relatório elaborou uma ficha de preparação, que se encontra no anexo G, para a prova de avaliação n.º 4.

Uma outra ficha elaborada encontra-se no anexo H, que se divide em duas partes: a primeira que corresponde à revisão dos critérios de semelhança de triângulos, ao Teorema de Tales e o seu recíproco e às relações entre ângulos; e na última que consiste na demonstração por etapas da seguinte propriedade: duas medianas intersetam-se num ponto que dista, de cada vértice, $\frac{2}{3}$ do comprimento da mediana que parte desse mesmo vértice.

Capítulo 3

Prática extraletiva

3.1 Google Classroom

O Google Classroom é um sistema de gerenciamento de conteúdo para escolas que procura simplificar a criação, a distribuição e a avaliação de trabalhos. O professor cria uma sala de aula virtual onde apenas os seus alunos têm acesso. A importância das salas virtuais no ensino/aprendizagem pode ser vista na publicação [5].

Ao longo do ano letivo, utilizámos esta plataforma para partilhar fichas de trabalho, enunciados e matrizes dos testes, material didático, informações, entre outros.

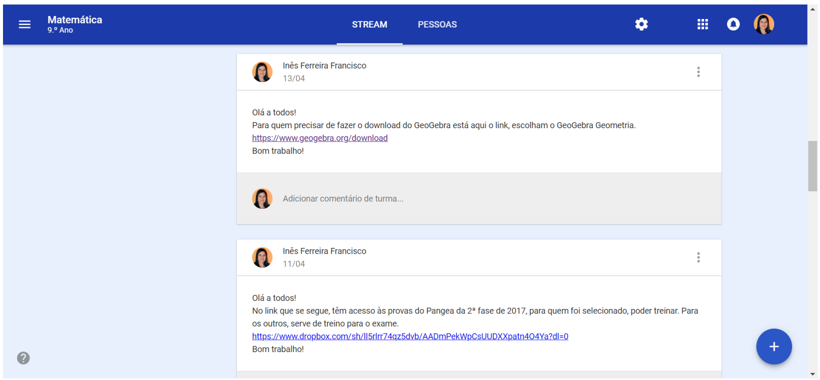


Fig. 3.1 Exemplo de duas mensagens partilhadas na Classroom.

Também usámos o correio eletrónico para receção de trabalhos e esclarecimento de dúvidas.

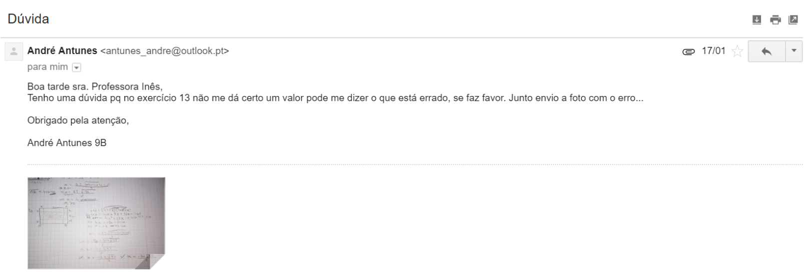


Fig. 3.2 Exemplo de uma dúvida de um aluno enviada por correio eletrónico.

3.2 Direção de turma

Como a Orientadora Cooperante era secretária da turma B do 9.º ano, as professoras estagiárias acompanharam a Direção de Turma com a colaboração do professor João Santos, diretor de turma do 9.º B, que se mostrou sempre disposto em nos esclarecer acerca do trabalho de diretor de turma.

Começámos no dia 13 de setembro, participando na receção aos alunos do 9.º B, ajudando a distribuir os papéis necessários aos encarregados de educação e ouvindo com atenção a apresentação do professor João Santos.

Para a primeira reunião intercalar, elaborámos uma apresentação *Power Point* com a caracterização da turma que apresentámos ao conselho de turma.

De uma forma geral, a turma mostrou-se sempre pacífica, registando apenas um caso de um aluno mais problemático que, no início do ano lectivo, chegou a ter várias participações disciplinares, mas que depois acabou por acalmar o seu comportamento, revelando até muito empenho nas aulas.

3.3 Reuniões

À exceção das reuniões do NE, em todas as outras reuniões, as professoras estagiárias participaram na qualidade de observadoras.

3.3.1 Reunião do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais

No dia 5 de setembro, realizou-se a reunião do departamento de matemática e ciências experimentais. Foi a primeira reunião em que o NE participou. Nesta reunião foram dadas informações para o novo ano letivo, foram feitas pequenas alterações aos critérios gerais de avaliação, entre outros assuntos.

3.3.2 Reunião geral de professores

No dia 12 de setembro, realizou-se a reunião geral de professores. Nesta reunião estavam presentes todos os professores dos nove estabelecimentos de ensino do AEL. A senhora Diretora Adelina Palhota, do AEL, deu as boas-vindas aos novos professores e aos professores estagiários, não só de Matemática como também de Educação Física. Foram dadas algumas notas sobre a receção aos alunos e o início do ano letivo.

3.3.3 Reunião de diretores de turma

No dia 11 de outubro, participámos na reunião de diretores de turma. Foram dadas indicações para as primeiras reuniões intercalares e, ainda, algumas explicações para a utilização da nova plataforma de escrita de sumários, marcação de faltas, etc.

3.3.4 Reuniões da direção da turma B do 9.º ano

Ao longo do ano letivo, reuníamos com o diretor de turma para analisarmos as justificações de falta e outros problemas.

3.3.5 Reuniões do Grupo de Matemática

A autora deste relatório participou em quatro das cinco reuniões do grupo de matemática. Nestas reuniões tratavam-se de diversos assuntos, tais como critérios gerais de avaliação, Plano Anual de Atividades (PAA), gestão dos conteúdos programáticos e análise dos resultados periodais.

3.3.6 Reuniões intercalares

No dia 18 de outubro, realizou-se a primeira reunião intercalar do 8.º E. No dia 25 de outubro, realizou-se a primeira reunião intercalar do 9.º A. No dia 7 de novembro, realizou-se a primeira reunião intercalar do 9.º B. Nestas primeiras reuniões intercalares, ficámos a conhecer melhor as turmas.

Nas três turmas, os conselhos de turma decidiram que não se justificava realizarem-se as reuniões intercalares do segundo e terceiro períodos.

3.3.7 Reuniões de avaliação

No dia 18 de dezembro, realizou-se a primeira reunião de avaliação do 8.º E. No dia 19 de dezembro, realizou-se a primeira reunião de avaliação do 9.º A e do 9.º B. Antes destas reuniões, os professores colocaram as notas dos alunos numa plataforma partilhada pelo conselho de turma. Durante a reunião, analisaram-se casos particulares, acontecimentos ocorridos ao longo do primeiro período, fizeram-se balanços e confirmaram-se as notas.

No dia 28 de março, realizaram-se as três reuniões de avaliação do segundo período, mas as professoras estagiárias não estiveram presentes.

No dia 6 de junho realizou-se a reunião de avaliação do terceiro período do 9.º A. No dia 8 de junho realizou-se a reunião de avaliação do terceiro período do 9.º B. À semelhança das reuniões de avaliação do primeiro período, também para esta reunião os professores colocaram as notas dos alunos, antes da reunião, numa plataforma partilhada. Durante a reunião, foram analisadas as notas de aluno a aluno, tendo-se verificado alguns casos de alunos com quase 18 anos em risco de chumbar. Nestes casos, o conselho de turma votou para que uma das notas das disciplinas de exame fosse positiva para dar oportunidade aos alunos de passarem.

A última reunião de avaliação do 8.º E foi remarcada por várias vezes por causa da greve de professores às avaliações, tendo a autora deste relatório estado presente na primeira data. Os professores presentes assinaram a folha de presenças, mas como havia um professor a fazer greve, a reunião não se pode realizar, embora tenhamos ficado a saber que todos os alunos iriam passar.

3.3.8 Reuniões do NE

Duas vezes por semana, durante noventa minutos, o NE reunia para tratar de assuntos, tais como organização de atividades, análise dos planos de aulas, entre outros assuntos. Estas reuniões foram fundamentais para a nossa evolução, pelos ensinamentos e partilhas da Orientadora Cooperante, pelas análises ao que ia acontecendo, ao que se podia mudar, ao que estava a correr bem.

3.4 Formações

Um professor está em constante aprendizagem. Desde as mudanças de programas, às novas tecnologias, passando também pela área da psicologia (temas pelos quais somos abordados pelos alunos, bem como as suas doenças ou problemas familiares). Seguem-se as formações em que a autora deste relatório participou neste ano letivo.

3.4.1 Dias da Tecnologia Viva

No dia 3 de fevereiro, na Escola Secundária Quinta das Flores, a autora deste documento participou nos Dias da Tecnologia Viva, uma iniciativa do Grupo de trabalho Casio+ da Associação de Professores de Matemática, com o apoio da Casio Portugal. Foi uma manhã muito produtiva, onde nos deram a conhecer as novidades das calculadoras Casio. O professor Doutor Jaime Silva foi o orador da Sessão plenária "Como deve a calculadora ser usada nos exames?" e, por fim, numa sessão prática, pudemos testar as calculadoras gráficas Casio, realizando tarefas de acordo com as Metas Curriculares.

3.4.2 Duas definições, uma controvérsia

No dia 13 de abril, no Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra (DMUC), o NE participou num debate "Duas definições, uma controvérsia". O professor António Bivar fez uma exposição em que defendeu a escolha dessa nova abordagem no ensino da matemática, enquanto o professor Augusto Franco de Oliveira contestou a utilidade e os argumentos que sustentam a mudança. No final das palestras, houve um espaço para perguntas e debate. O debate final, com a participação da assistência mostrou muita indignação e preocupação pelos professores a lecionar o 12.º ano.

3.4.3 Ação de (in)Formação sobre Epilepsia

No dia 23 de maio, na Escola Básica N.º 1, uma das escolas do AEL, a autora deste relatório participou na "Ação de (in)Formação sobre Epilepsia", onde se falou das questões que um professor deve colocar aos pais dos alunos com Epilepsia, dos cuidados a ter em sala de aula, dos diferentes tipos de crises e de como agir em cada caso.

3.4.4 Não Tenha Medo, Atue Cedo! – Sexualidade na Infância e Juventude

No dia 9 de junho, realizar-se-ia uma formação "Não Tenha Medo, Atue Cedo! – Sexualidade na Infância e Juventude" promovida pela ARCIL, através de alguns dos seus Programas/Respostas, nomeadamente o Centro de Atividades de Tempos Livres, o Centro de Recursos para a Inclusão e o Lar de Apoio. A autora deste relatório inscreveu-se na formação, mas, infelizmente, esta foi cancelada.

3.5 Acompanhamento individual em sala de aula

Quando um dos elementos do NE estava a dar a aula, os restantes elementos ficavam ao fundo da sala e, nos momentos de resolução individual de exercícios, todos os elementos do NE se levantavam para apoiar ou esclarecer dúvidas aos alunos.

Nas aulas em que eram feitas as correções dos testes, os alunos com testes adaptados ficavam junto a um dos elementos do NE.

3.5.1 O Cheng, um aluno chinês

O Cheng era aluno da turma A do 9.º ano. Chegou a Portugal há três anos sem saber falar português. Ao terceiro ano em Portugal, e muito graças ao esforço da maior parte dos professores desta turma, que se mantêm há três anos, já conseguia perceber grande parte das aulas e exprimir-se, embora ainda com muitas dificuldades.

Durante o primeiro período, todas as aulas estava sentada ao lado do Cheng. Deixava-o ouvir a professora a explicar a matéria e, quando ele não percebia alguma coisa, perguntava-me e eu explicava-lhe novamente. Nos momentos de resolução de exercícios, ajudava-o ou aproveitávamos para ele tirar dúvidas.

Apesar do obstáculo da língua, o Cheng era muito trabalhador e empenhado. Era ambicioso, queria sempre boas notas e quando isso não acontecia ficava mesmo chateado com ele próprio. Foi um desafio gratificante enquanto profissional pelo facto de ter de explicar as matérias de maneira a que ele percebesse.

3.5.2 A Cristina, uma aluna com uma força de vontade enorme

A Cristina era aluna da turma A do 9.º ano. Era uma aluna com adaptações curriculares por ter muitas dificuldades, mas tinha uma força de vontade enorme. No segundo período deixei de acompanhar o Cheng e a Cristina pediu à Orientadora Cooperante para ser acompanhada por mim. A Cristina tinha mesmo muitas dificuldades em exercícios simples, mas acreditava sempre que conseguia perceber se eu lhe explicasse várias vezes.

3.5.3 O Rúben, um aluno de nível um que conseguiu uma positiva

O Rúben era aluno da turma E do 8.º ano. Não tinha adaptações curriculares, até que na reunião de final do primeiro período iniciou-se o processo para que as tivesse. Assim, comecei a acompanhar o Rúben em todas as aulas. O Rúben era aluno de nível um no primeiro período. Para além das dificuldades, o Rúben tinha desistido da escola. Quando se sentiu apoiado ganhou outra motivação, passando de sete negativas no final do primeiro período a duas negativas no final do segundo período e do ano letivo, conseguindo ainda um teste positivo a matemática.

Capítulo 4

Atividades

4.1 Clube de Matemática

O Clube de Matemática foi uma atividade anual, já habitual no AEL, disponível para qualquer aluno. Este ano letivo, e na ESL, o Clube de Matemática disponibilizou um horário com a professora Alda Domingues, um com o professor António Silva e outro com o NE. O Clube de Matemática era um espaço onde os alunos podiam fazer os trabalhos de casa, tirar dúvidas, treinar para os concursos matemáticos, jogar jogos matemáticos, entre outras atividades. O cartaz de divulgação foi construído pelo NE e afixado em vários locais visíveis na ESL.

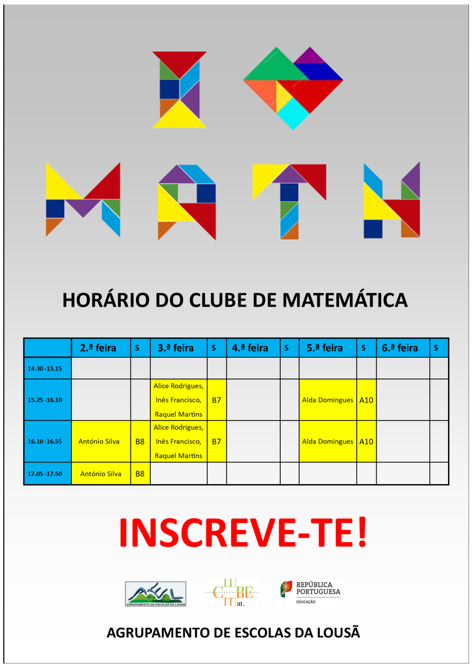


Fig. 4.1 Cartaz de divulgação do Clube de Matemática.

Verificou-se uma grande afluência nas vésperas das provas de avaliação e dos concursos matemáticos. Os alunos viam neste horário um momento importante de apoio à disciplina de matemática.

4.2 Natal Geométrico

A época natalícia pede decoração e solidariedade. Se a isto juntarmos a matemática, nasce o Natal Geométrico. Esta iniciativa já era uma tradição da Orientadora Cooperante e todos os anos é um sucesso na ESL.

4.2.1 Figuras do presépio

As figuras do presépio são sólidos geométricos que foram construídos pelos alunos da turma A e B do 9.º ano. Como já foi referido, uma das turmas tinha um aluno chinês. Mostrou-se ao Cheng quais eram as figuras do nosso presépio mas ele mostrou-se muito interessado em construir um dragão. Nós pensámos, pesquisámos e decidimos: porque não?! Há um santo na igreja católica - o São Jorge – que é conhecido como o santo guerreiro por ter lutado contra um dragão. Portanto, porque não ter um dragão no nosso presépio?

Fig. 4.2 O dragão e um soldado.

A construção de cada figura do presépio contou como trabalho de avaliação, avaliação essa dividida em duas partes: o projeto e a construção.

A primeira tarefa de cada aluno era construir o projeto inicial, que consistia na escolha da figura do presépio que queria construir, a pesquisa das suas dimensões reais, a adaptação destas medidas à escala considerada e a planificação geométrica. Depois de todos os alunos entregarem os projetos, o NE adaptou-os, uma vez que havia muitas figuras repetidas. Os projetos foram devolvidos aos alunos para que estes pudessem concretizar a figura do presépio/sólido geométrico.

A montagem do presépio foi realizada no horário do Clube de Matemática com a colaboração de alguns alunos da turma B do 9.º ano.

Esta atividade ajudou os alunos a perceberem melhor a unidade dos Sólidos no 2.º período.

4.2.2 Anjos de Natal

Organizámos uma sessão com a turma C do 7.º ano para os alunos construírem anjos de Natal em forma de pirâmide triangular e assim reverem a construção de triângulos. Elaborámos um roteiro com todos os passos necessários à construção dos anjos de Natal para os alunos se guiarem.

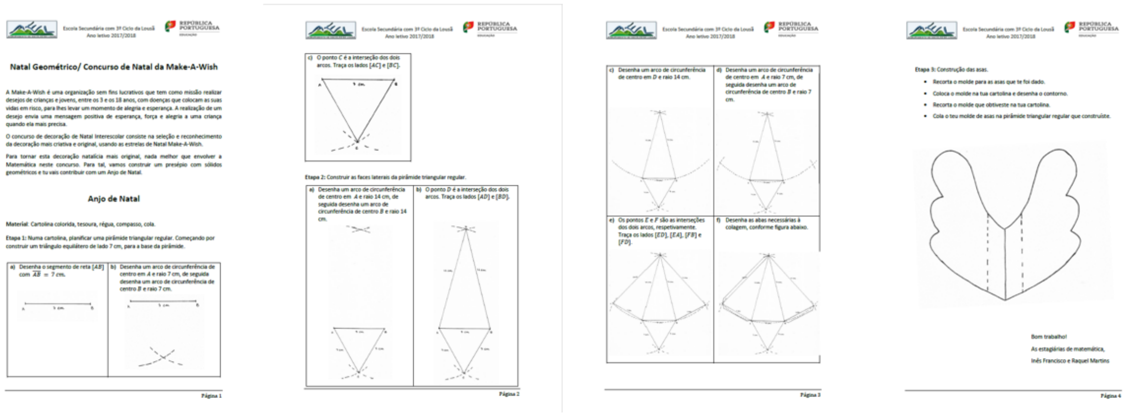


Fig. 4.3 Roteiro para a construção dos anjos de Natal.

O contacto com uma turma de 7.º ano foi muito interessante, uma vez que, por os alunos serem mais novos, queriam mais a nossa atenção. Apesar das etapas estarem descritas no roteiro, os alunos estavam constantemente a chamar-nos, notando-se que não era propriamente para tirar dúvidas mas sim para nos manter por perto.

Fig. 4.4 Decoração da Biblioteca da ESL com alguns anjos de Natal.

4.2.3 Concurso de decoração de Natal da Make-A-Wish

Com a nossa decoração de Natal, participámos no 5.º Concurso de Decoração de Natal Interescolas da Make-A-Wish, que é uma associação que ajuda crianças com doenças graves a realizarem desejos. Durante algumas semanas, alunos e professores venderam estrelas cujo valor revertia na totalidade para a Make-A-Wish. Usamos essas estrelas para a decoração e posteriormente devolvemos às pessoas. Também participamos no Dia Azul da Make-A-Wish que este ano se celebrou no dia 27 de abril.

Fig. 4.5 Uma parte da decoração de Natal.

4.3 Corrida de vetores

A corrida de vetores era uma atividade que se dividia em três partes ou, por outras palavras, em três circuitos. Esta atividade também já era realizada na ESL. Os circuitos são como pistas de fórmula 1, onde cada aluno é um piloto e tem uma cor para representar o seu carro. O objetivo é percorrer o circuito obedecendo a algumas regras e utilizando sempre representantes de vetores. As regras da corrida de vetores encontram-se no anexo I.

O circuito A realizou-se numa aula, cujos grupos foram escolhidos pelos próprios alunos. Consoante as pontuações organizaram-se grupos para o circuito B que foi realizado como trabalho de grupo para casa. O circuito C concretizou-se numa manhã numa corrida interturmas. Os grupos foram feitos antecipadamente de modo a terem elementos de cada turma. Foi uma manhã descontraída, onde os alunos puderam ouvir música e mexer no telemóvel, estando sempre empenhados a jogar.

Fig. 4.6 Corrida interturmas do Circuito C.

Com esta atividade, os alunos ficaram a perceber melhor que existem vários representantes para o mesmo vetor.

4.4 Aula na Universidade

No dia 16 de abril, realizou-se no DMUC uma aula em que participaram os alunos de Metodologia da Matemática do 1.º ano do Mestrado em Ensino da Matemática, a turma E do 8.º ano do AEL, o NE e a professora Doutora Helena Albuquerque.

A aula começou com a apresentação "O que eu espero do professor de matemática no séc. XXI?", pelos alunos do 8.º E, de seguida foi a apresentação das professoras estagiárias "De aluno a professor: dificuldades, conquistas e esperanças.". Posteriormente, a Dra. Alice Rodrigues deu o seu parecer de "Como elaborar um plano de aula.".

4.4.1 "O que eu espero do professor de matemática no séc. XXI?"

Numa aula, numa sala de informática e em grupos de dois, os alunos do 8.º E elaboraram uma apresentação no PowerPoint, referindo o que esperavam do professor de matemática no séc. XXI e, ainda, o que não esperavam. Posteriormente, o NE compilou todos as apresentações de powerpoint numa só. Os alunos treinaram a apresentação e estiveram muito bem a falar para os alunos da Universidade. No fim, criou-se um debate onde se falou, por exemplo, se algum aluno queria ser professor e porquê, e se havia algum aluno que não quisesse de todo ser professor e porquê. Verificou-se que os alunos têm consciência que o papel do professor vai muito além da sala de aula.

4.4.2 "De aluno a professor: dificuldades, conquistas e esperanças."

Esta foi uma altura de balanço. De refletir sobre o percurso efetuado desde setembro a inícios de abril, nomeadamente nas dificuldades, nas conquistas e nas esperanças. No fim, os alunos de Metodologia da Matemática e do 8.º E fizeram-nos algumas perguntas sobre o estágio e sobre as nossas escolhas. A apresentação *PowerPoint* apresentada pelas professoras estagiárias encontra-se no anexo J.

4.4.3 "Como elaborar um plano de aula."

Para terminar as exposições, a Dra. Alice Rodrigues deu o seu parecer de como se deve elaborar um plano de aula, referindo aspetos importantes e exemplificando com um plano de aula para uma tarefa de grupo que foi concretizado com a colaboração dos alunos de Metodologia da Matemática. Os alunos do 8.º E organizaram-se em grupos de 4 elementos e cada grupo ficou com um aluno de Metodologia da Matemática, sendo que um grupo ficou com a professora Doutora Helena Albuquerque. Os elementos do NE percorreram os vários grupos, ajudando os colegas de mestrado e os alunos do 8.º E.

4.5 Olimpíadas Portuguesas da Matemática

«As Olimpíadas Portuguesas de Matemática (OPM), organizadas anualmente pela Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), são um concurso de problemas de Matemática, dirigido aos estudantes dos 1.º, 2.º e 3.º ciclos do ensino básico e também aos que frequentam o ensino secundário, que visa incentivar e desenvolver o gosto pela Matemática. Os problemas propostos neste concurso fazem sobretudo apelo à qualidade do raciocínio, à criatividade e à imaginação dos estudantes.»

No dia 8 de novembro, realizou-se a primeira fase das OPM com 54 alunos inscritos. No dia 10 de janeiro, realizou-se a segunda fase das OPM com 3 alunos apurados. Toda a logística de organização, bem como a vigilância dos alunos e a correção das provas, ficou ao cargo do NE.

4.6 A matemática vai a jogo

No âmbito das Tardes de Matemática da SPM, criadas em 2001, convidámos a professora Doutora Fátima Leite, do DMUC, para trazer ao nosso Clube de Matemática a sua palestra "A matemática vai a jogo". Numa tarde divertida, 15 alunos descobriram a matemática por detrás da bola de futebol. Numa primeira parte, a oradora explicou o conceito de curvatura e o processo de construção de uma bola de futebol. Numa segunda e última parte, cada aluno construiu uma bola de futebol.

Fig. 4.7 Professora Doutora Fátima Leite, professoras estagiárias e alunos participantes na atividade "A matemática vai a jogo".

4.7 Concurso de Matemática Pangea

Este é um concurso que se realiza em vários países europeus promovendo o intercâmbio internacional de educação. Com o lema "Matemática para todos", este concurso une estudantes de diferentes locais, estratos sociais e níveis de ensino.

4.7.1 Primeira fase

A primeira fase do Concurso de Matemática Pangea realizou-se na última semana do segundo período, nalgumas escolas do AEL, tendo participado no total 68 alunos. Esta primeira fase foi digital, isto é, cada aluno realizou a prova num computador.

4.7.2 Segunda fase

Para a segunda fase do Concurso de Matemática Pangea foram apurados 15 alunos (2 do 7.º, 11 do 8.º e 2 do 9.º). Esta prova realizou-se no Porto no dia 28 de abril, sábado. O facto de ser ao sábado fez com que dos 15 alunos apurados apenas fossem 7 alunos.

4.8 Canguru Matemático

«A Associação Canguru sem Fronteiras é uma associação de caráter internacional que reúne personalidades do mundo da matemática de 55 países. O seu objectivo é promover a divulgação da matemática elementar por todos os meios ao seu alcance e, em particular, pela organização anual do Concurso Canguru Matemático sem Fronteiras, que terá lugar no mesmo dia em todos os países participantes. Pretende-se, deste modo, estimular e motivar o maior número possível de alunos para a matemática e é um complemento a outras atividades, tais como olimpíadas. Em Portugal, a organização deste concurso está a cargo do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra com o apoio da Sociedade Portuguesa de Matemática.»

O Canguru Matemático realizou-se no dia 15 de março e contou com a participação de 21 alunos. Tal como nas OPM, toda a logística de organização, bem como a vigilância dos alunos e a correção das provas, ficou ao cargo do NE com a colaboração da professora coordenadora do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais.

4.9 Equamat

4.9.1 Treinos para o Equamat

Na última aula do primeiro período e do segundo período, levámos as nossas turmas para uma sala de informática para que todos os alunos treinassem para o Concurso Equamat. Beneficiando do caráter interativo das perguntas propostas e da semelhança a um jogo de computador, os alunos participantes, na sua grande maioria, cumpriram os objetivos da atividade uma vez que mostraram empenho em atingir o maior nível possível, não desistindo às primeiras dificuldades.

4.9.2 Equamat na Universidade de Aveiro

No âmbito das Competições Nacionais de Ciências na Universidade de Aveiro, no dia 24 de abril, levámos 52 alunos a participar no Equamat. A seleção dos alunos foi feita, de acordo com aqueles que tinham atingido níveis mais elevados nos treinos.

4.10 Vidumath na tua Biblioteca

O Vidumath na tua Biblioteca foi uma atividade que o NE criou com base no 1.º ano de mestrado.

4.10.1 Vidumath no 1.º ano de mestrado

O Vidumath é um projeto Erasmus+ financiado pela União Europeia que liga a matemática aos vídeos. É dado um problema matemático que os alunos têm de resolver com o material que quiserem, com o objetivo de registar tudo em vídeo.

No âmbito da cadeira de Psicologia do Desenvolvimento e da Aprendizagem, organizámos três workshops de aplicação do Vidumath no Lar de Jovens de Semide.

4.10.2 Vidumath na tua Biblioteca

O Vidumath na tua biblioteca era aberto a todos os alunos da ESL. O NE produziu um vídeo de apresentação do Vidumath na tua Biblioteca. Este vídeo incluía um exemplo de uma resolução de um problema de estatística com uma das técnicas de vídeo, os preparativos para a resolução do problema de estatística noutra técnica de vídeo e ainda algumas fotografias dos workshops do ano letivo anterior. O vídeo de apresentação foi divulgado no Youtube num canal que criámos para publicar todos os vídeos criados no âmbito do Vidumath na tua Biblioteca.

Fig. 4.8 Cartaz de divulgação do projeto Vidumath na tua biblioteca.

4.11 Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos

O Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos é uma competição dirigida essencialmente aos estudantes dos ensinos básico e secundário e estruturada e realizada por uma Comissão Organizadora (Nacional+Local) em colaboração com a Associação Ludus, a Associação de Professores de Matemática, a SPM e a Ciência Viva. A competição consta de 6 jogos: Semáforo, Gatos & Cães, Rastros, Produto, Avanço, Flume.

Não só no nosso horário do Clube de Matemática, mas também no horário da professora Alda Domingues, as PE treinaram com os alunos os jogos correspondentes à categoria de 3.º ciclo: Rastros, Produto, Avanço.

No dia 15 de dezembro, realizou-se na ESL o Campeonato de Jogos a Nível de Escola, para serem apurados os melhores para a final que se realizou em Torres Vedras, no dia 16 de março. Levámos à final 3 alunos, um para cada jogo.

4.12 Um conto que contas

«O concurso “Um conto que contas” é da responsabilidade de uma Comissão Organizadora em colaboração com a Delegação Regional do Sul e Ilhas da SPM, e com o apoio da Universidade de Évora, do Centro de Investigação em Matemática e Aplicações, da Associação de Matemática Interactiva e Lúdica - AMIL e da Delta Cafés.

O concurso consiste na escrita e ilustração de um conto que envolva conteúdos matemáticos e tem como principais objetivos fomentar hábitos de leitura e de escrita nos alunos, assim como promover a articulação entre diversas áreas do saber, desenvolver a capacidade de expressão e comunicação, estimular a imaginação.»

Era uma das atividades que fazia parte do PAA, uma vez que em anos anteriores se tinha verificado uma grande criatividade e imaginação por parte dos alunos, levando-os a receber alguns prémios, mas não se realizou, pois, após o NE contactar a Universidade de Évora, foi-nos informado que este ano, e após 5 edições, a organização decidiu "fazer uma pausa".

4.13 πstória

O concurso “πstória”, inspirado no concurso “Um conto que contas”, era aberto à participação de todos os alunos do AEL, desde o 5.º ano ao 12.º ano de escolaridade. O concurso consistia na edição e envio de um vídeo que envolvesse conteúdos matemáticos relacionados com o número π.

4.14 Estudo estatístico

Na Biblioteca da ESL, existiam cinco computadores à disposição dos alunos. Na requisição dos computadores, os alunos indicavam o seu ano de escolaridade e se iam utilizar o computador para pesquisa na internet, acesso ao mail, jogos, redes sociais, entre outros. Realizou-se o levantamento destes dados e, numa das últimas aulas do 3.º período, levámos a turma E do 8.º ano para uma sala de informática e, em grupos, fizeram um estudo estatístico elaborando um *Power Point* com gráficos para os diferentes anos de escolaridade e analisaram os dados.

4.15 Semióticas

Nos dias 5 e 7 de dezembro, realizaram-se no DMUC duas sessões com o professor Doutor Carlos Soneira Calvo da Universidade da Corunha organizadas pelas professoras estagiárias.

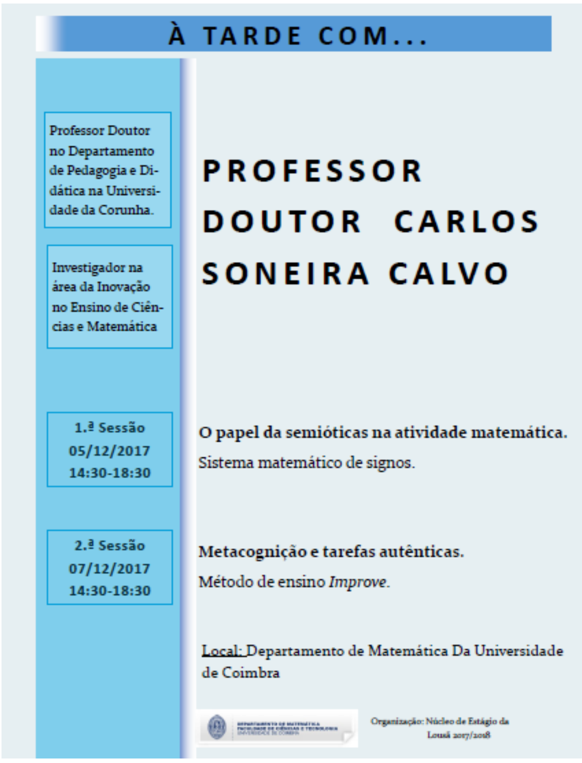


Fig. 4.9 Cartaz de divulgação das sessões com o Professor Doutor Carlos Soneira Calvo.

4.16 Cerimónia de entrega de prémios

No dia 6 de junho, realizou-se, na Biblioteca da ESL, uma Cerimónia de Entrega de Diplomas, Certificados e Prémios de várias disciplinas. No âmbito da matemática, entregámos mais de 200 certificados de participação e diplomas aos alunos e professores que participaram nas OPM, no Canguru Matemático, no Equamat, no Concurso de Matemática Pangea e na Corrida de Vetores. A Câmara Municipal da Lousã disponibilizou-nos vouchers de entrada livre, durante uma semana, na piscina do parque Carlos Reis, na Lousã. Portanto, distinguimos com este prémio os alunos que melhor se destacaram nos vários concursos.

Fig. 4.10 Diplomas e certificados de matemática por turmas.

4.17 Encontro de estágios pedagógicos

No dia 16 de junho, no DMUC, realizou-se o XI Encontro de Estágios Pedagógicos que contou com uma apresentação de cada estagiário, a projeção de um filme e uma conferência.

Para a minha apresentação, intitulada "Perdi a conta..." realizei um vídeo com fotografias e pequenos vídeos de algumas atividades realizadas ao longo do estágio. Acompanhei o vídeo, explicando o que as pessoas estavam a ver e ainda falando de outras atividades.

Fig. 4.11 Apresentação "Perdi a conta...".

O nosso NE elaborou uma exposição ilustrativa de algumas atividades realizadas ao longo deste ano letivo.

Fig. 4.12 Uma parte da exposição.

4.18 O relógio de sol

O relógio de sol é um instrumento que indica as horas conforme a projeção da luz solar, ou seja, não depende de trabalho mecânico. Este é composto por um ponteiro que produz sombra, o gnómon ou estilete, e pela superfície que recebe a sombra, o quadrante.

No seguimento do trabalho científico sobre trigonometria realizado, na Universidade de Coimbra, pela autora deste relatório, e no âmbito do Projeto Educacional I e II, foi proposto à autora deste relatório que construísse um relógio de sol. Em reunião com a Senhora Diretora do AEL, foi sugerido que falasse com o professor Luís Sequeira que fazia trabalhos manuais com os alunos de Currículo Específico Individual (CEI). Estes alunos, com o apoio do professor Luís Sequeira, estavam a criar um projeto para participar na Expo Empresas Artes e Ofícios, em Condeixa, numa Mostra de Projetos Escolares de Empreendedorismo promovida pela Comunidade Intermunicipal da Região de Coimbra. O projeto, intitulado Ceixisto, consistia numa empresa escolar que criava peças de artesanato úteis utilizando pedra de xisto e materiais naturais. Assim, surgiu a ideia de construir, com a colaboração dos alunos CEI, o relógio de sol em xisto, uma imagem de marca da Lousã pela sua predominância nas várias aldeias de xisto da serra da Lousã.

4.18.1 A construção

Com o apoio do professor João Fernandes, do Observatório Geofísico e Astronómico da Universidade de Coimbra, e baseada na teoria sobre este assunto exposta nas publicações [7] e [8], foi construído o molde para o quadrante. Na figura 4.13 encontra-se o esboço com as linhas definitivas e auxiliares.

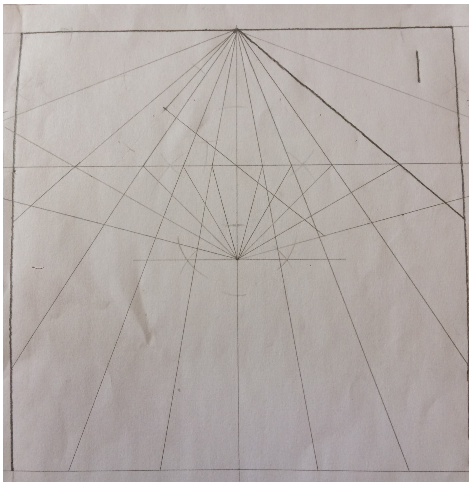


Fig. 4.13 Esboço do quadrante.

O ponteiro que irá projetar a sombra deve ser posicionado de forma paralela ao eixo de rotação da Terra. Para isto, a medida de amplitude do ângulo formado entre o ponteiro e a superfície tem de corresponder à latitude do lugar onde o relógio está a ser construído. Neste caso, como a vila da Lousã tem 40° de latitude, esta é a medida de amplitude do ângulo em questão.

A autora deste relatório levou o molde para as aulas do professor Luís Sequeira e depois de terem sido explicados aos alunos os fundamentos teóricos deste projeto o molde foi passado para a pedra com a colaboração dos alunos.

Fig. 4.14 Construção do relógio de sol com a colaboração de um dos alunos CEI.

4.18.2 Observação das horas

Os relógios de sol medem o tempo solar aparente (TSA), enquanto os relógios de sol digitais ou analógicos medem o tempo civil (TC), sendo que estes dois tipos de tempo não coincidem.

Para a conversão do TSA em TC, são necessárias duas operações. Em primeiro, deve-se ajustar a longitude do lugar à do meridiano de Greenwich (meridiano central do respetivo fuso horário), posteriormente, deve-se ajustar o TSA ao tempo solar médio (TSM) através da equação do tempo. Por fim, ainda é necessário verificar se o mês em questão faz parte dos sete meses do ano em que o tempo civil em Portugal está adiantado 60 minutos relativamente ao tempo universal coordenado (UTC) e, caso seja esta a situação, é necessário adicionar 60 minutos ao UTC.

Para a observação das horas no relógio de sol, é necessário que o ponteiro esteja orientado para norte.

Na figura 4.15, encontra-se uma fotografia tirada no dia 26 de agosto, na vila da Lousã, onde se pode ver a hora marcada pelo relógio de Sol (10:00), que construímos, e a hora marcada pelo relógio digital (11:39:57).

Fig. 4.15 Observação da hora no relógio de sol.

A vila da Lousã tem 8,2° W de longitude. Como o Sol demora 4 minutos a percorrer um grau de longitude na esfera celeste, demorará 32,8 minutos (8,2°×4m) para se deslocar do meridiano de Greenwich até ao meridiano que passa pela Lousã. Deste modo, devemos começar por adicionar 32m48s à hora solar, para nos aproximarmos da hora certa: 10:00:00+00:32:48=10:32:48.

De seguida, consultando a tabela da equação do tempo (figura 4.16), verificamos que no dia 26 de agosto o Sol se encontrava atrasado 1 minuto relativamente ao sol médio, pelo que se impõe adicionar essa porção de tempo para obtermos o UTC: 10:32:48+00:01:00=10:33:48.

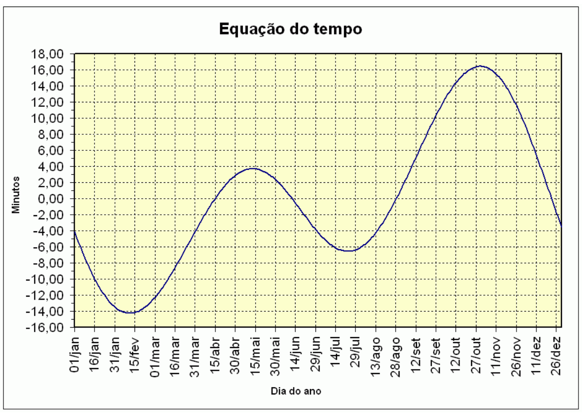


Fig. 4.16 Equação do tempo.

Por fim, no mês de agosto, o TC em Portugal continental corresponde ao UTC acrescido de 60 minutos, pelo que falta ainda fazer essa soma: 10:33:48+00:60:00=11:33:48.

Finalizando a conversão, verificamos um erro de 6 minutos e 9 segundos, derivado a erros naturais de execução.

Capítulo 5

Reflexão acerca do ano de estágio

O ano de estágio foi, para mim, o mais importante do meu percurso académico, na medida em que ficou marcado por mudanças e certezas. Na verdade, a passagem do estatuto de aluna, sentada numa aula no meio de outros estudantes, ao estatuto de professor, um papel muito exigente, traduziu a grande mudança.

A primeira aula que lecionei desencadeou um misto de emoções. Por um lado, tinha todos os olhos de uma turma a ouvir com atenção o que dizia, estava consciente de que não podia falhar, e acabei por não me conseguir "soltar" muito devido ao nervosismo. Por outro lado, tive a certeza que tinha feito a escolha certa.

Entre esta primeira aula e a última verificou-se uma notória diferença, uma vez que, e tendo sido uma aula de resolução de exercícios, me senti completamente à vontade a explicar e sem receio das perguntas dos alunos. Houve até alguns momentos em que expliquei alguns exercícios com sentido de humor que, inclusivamente, foi muito bem recebido por parte dos alunos e da Orientadora Cooperante.

As aulas a que assisti da Dra. Alice Rodrigues foram muito enriquecedoras para a minha evolução, desde a maneira como explicava, à relação que tinha com os alunos, e principalmente a maneira como conduzia a aula. Ter assistido às suas aulas foi, sem dúvida, uma mais valia.

Ensinar matemática não é fácil. Uma obra interessante sobre este assunto é a de Steven Krantz *Como ensinar matemática: uma prespetiva pessoal*. Sabemos *a priori* que o papel do professor não passa somente por lecionar, mas só temos essa perceção quando realmente o encaramos. As reuniões em que participei, a direção de turma que acompanhei, entre outros momentos, foram muito importantes para a perceção desse trabalho que é necessário para além das aulas.

O grande número de atividades em que participei também teve um papel muito importante, não só pela organização e execução das mesmas, mas também pela consciência de que estas são muito importantes para a aprendizagem dos alunos.

O Clube de Matemática, o tempo passado na Biblioteca da ESL, as diversas atividades e as visitas de estudo enriqueceram, indubitavelmente, a relação professor-aluno. Partilhei vários momentos de descontração com os alunos que em nada prejudicaram o respeito que deve existir, antes pelo contrário, uma vez que percebi que se os alunos se sentirem bem na presença do professor, o respeito surge naturalmente.

Sempre ouvi dizer que somos eternos alunos na vida. Assim, sinto-me preparada para estar sempre a aprender e a evoluir, ensinando a Matemática da melhor maneira que conseguir, porque assim sou feliz.

Bibliografia

[1] Agrupamento de escolas da lousã. http://escolas.aglousa.com/. (agosto, 2018).

[2] Canguru matemático sem fronteiras. http://www.mat.uc.pt/canguru/. (agosto, 2018).

[3] Olimpíadas portuguesas de matemática. http://olimpiadas.spm.pt/. (agosto, 2018).

[4] Um conto que contas. http://www.spmsul.uevora.pt/concurso.htm. (agosto, 2018).

[5] (2017). *Reimagining the Role of Technology in Education: 2017 National Education Technology Plan Update*. U.S. Department of Education - Office of Educational Technology.

[6] Krantz, S. (2000). *Como Ensinar Matemática - uma perspetiva pessoal*. SPM.

[7] Marques, L. F. (2012). *Funcionamente e traçado do relógio de sol*. Revista Arquitetura Lusíada.

[8] Waugh, A. (1973). *Sundials: Their Theory and Construction*. Autor.

Anexo A

Planos de aulas lecionadas pela estagiária

2.º Plano de Aula

Estagiária	Orientadora Cooperante	Orientadora Científica
Inês Ferreira Francisco	Professora Maria Alice Rodrigues	Professora Doutora Helena Albuquerque

Ano/Turma	Disciplina	Hora	Sala	Lições
8.ºE	Matemática	10:20	A15	51 e 52

Duração	Data da aula	Data de entrega do plano de aula
90 minutos (2 aulas)	29/11/2017	20/11/2017

Domínio:
Números e operações.

Subdomínio:
Dízimas finitas e infinitas periódicas.

Objetivo geral:
NO8.1 - relacionar números racionais e dízimas.

Conteúdos:
Comparação, ordenação, produto e divisão de número escritos em notação científica.

Objetivos:
Ordenar números racionais representados em notação científica (Descritor **NO8.1.9**);
Determinar o produto e o quociente de números racionais representados em notação científica (Descritor **NO8.1.10**).

Pré-requisitos:
Conhecer a noção de potência;
Calcular potências de um número e determinar o produto e o quociente de potências com a mesma base;
Reconhecer o valor de uma potência de base 10 e expoente inteiro;
Ordenar números racionais;
Representar números racionais em notação científica.

Sumário:
Correção do trabalho de casa (TPC).
Ordem de grandeza e ordenação de números racionais escritos em notação científica.
Operações com números racionais escritos em notação científica: multiplicação e divisão.

Materiais/Recursos:
Quadro tradicional; canetas de cor; volume 1 do manual[1].

Metodologias/Estratégias:
Trabalho em grupo turma, na discussão das conclusões;
Trabalho individual na resolução de exercícios de consolidação.

Capacidades Transversais:
Comunicação matemática;
Raciocínio matemático;
Resolução de problemas.

TPC:
Resolver as alíneas (e) e (f) do exercício 39 da página 65 e o exercício 46 da página 69 do volume 1 do manual.

Avaliação dos alunos:
Registo de quem fez o TPC;
Pergunta-resposta;
Observação direta: empenho, interesse e comportamento.

[2]PEREIRA, Paula Pinto, PIMENTA, Pedro, *Xis 8.º ano - Volume 1*, Texto Editores, Lisboa, 2016, 2.ªEdição.
Todos os enunciados de exercícios necessários a este plano de aula, encontram-se disponíveis nos anexos.

Descrição da aula

1 Etapa 1: Escrita do sumário. Verificação e registo de quem fez o TPC.

A professora começa a aula ditando o sumário. Em seguida, pede para os alunos lerem a página 64 do volume 1 do manual, enquanto verifica, aluno a aluno, quem realizou o trabalho de casa, ao mesmo tempo que averigua se houve dificuldades.

2 Etapa 2: Correção do TPC e ordem de grandeza.

Antes de proceder à correção do TPC, a professora pede a um aluno, ou a vários, para descreverem/sintetizarem o conteúdo da página 64 do volume 1 do manual, chegando à definição de ordem de grandeza de um número escrito em notação científica. Os alunos registam no caderno a seguinte definição:

A ordem de grandeza de um número racional escrito em notação científica ($k \times 10^n, 1 \leq |k| < 10$ e $n \in \mathbb{Z}$) é o expoente da potência de base 10.

Com base na definição, a professora solicita à turma que construa alguns exemplos de aplicação da definição, tais como:

(a) $2,3 \times 10^6$ tem ordem de grandeza 6

(b) $7,05 \times 10^{-3}$ tem ordem de grandeza -3

Em seguida, aproveitando o exercício do TPC, a professora vai questionando os alunos acerca da ordem de grandeza de cada número.

<u>TPC:</u> Resolver o exercício 14 da página 92.

A correção do TPC vai ser realizada em grupo turma, ou seja, alguns alunos vão resolver o exercício ao quadro e a turma vai analisar a resolução em conjunto.

Página 92 - Exercício 14

Escrever em notação científica	Ordem de grandeza
(a) $7500000\, m^3 = 7,5 \times 10^6\, m^3$	6
(b) $30000000000\, cm/s = 3 \times 10^{10}\, cm/s$	10
(c) $9500000000000\, km = 9,5 \times 10^{12}\, cm/s$	12
(d) $0,000001\, A = 1 \times 10^{-6}\, A$	-6
(e) $0,02032\, cm = 2,032 \times 10^{-2}\, cm$	-2
(f) $0,000005\, mm = 5 \times 10^{-6}\, mm$	-6
(g) $0,0000000000000000000000299\, g = 2,99 \times 10^{-23}\, g$	-23
(h) $0,00000257\, dm = 0,0000257\, cm = 2,57 \times 10^{-5}\, cm$	-5
(i) $101000000\, g = 1,01 \times 10^8\, g$	8
(j) $40000000000000\, mg = 4 \times 10^{13}\, mg$	13
(k) $0,016\, g = 1,6 \times 10^{-2}\, g$	-2

3 Etapa 3: Ordenação de números racionais representados em notação científica.

Para comparar números escritos em notação científica, a professora apresenta vários casos, semelhantes aos abaixo apresentados, que ajudarão os alunos a completar, sozinhos, o esquema abaixo.

Exemplos:

(a) $2 \times 10^3 < 3 \times 10^8$

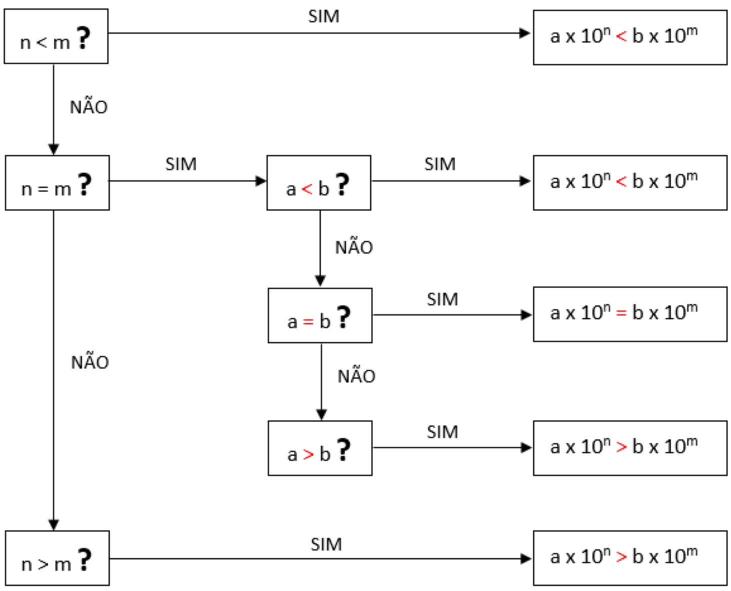
(b) $3,5 \times 10^4 < 9 \times 10^4$

(c) $5,5 \times 10^6 = 5,5 \times 10^6$

(d) $9,8 \times 10^7 > 3,33 \times 10^7$

(e) $2,05 \times 10^{80} > 3,01 \times 10^{-5}$

Sejam dois números racionais positivos escritos em notação científica $a \times 10^n$ e $b \times 10^m$ $(a, b \in \mathbb{Q}^+$ e $n, m \in \mathbb{Z})$.



Em conjunto com os alunos, a professora resolve no quadro as alíneas (a), (b), (c) e (d) do exercício 39 da página 65.

Página 65 - Exercício 39

(a) $2,05 \times 10^5 < 2,5 \times 10^5$

(b) $2,38 \times 10^{-3} > 6,71 \times 10^{-4}$

(c) $0,2 \times 10^9 = 2 \times 10^8$ uma vez que $0,2 \times 10^9 = 2 \times 10^{-1} \times 10^9 = 2 \times 10^8$

(d) $0,0031 \times 10^3 > 235 \times 10^{-2}$ uma vez que $0,0031 \times 10^3 = 3,1 \times 10^0$ e $235 \times 10^{-2} = 2,35 \times 10^0$

Para trabalho individual, os alunos resolvem o exercício 37 da página 65 no caderno e posteriormente no quadro.

Página 65 - Exercício 37

(a)

Planeta	Mercúrio	Vénus	Terra	Marte	Júpiter
Massa (kg)	$3,3 \times 10^{23}$	$4,87 \times 10^{24}$	$5,97 \times 10^{24}$	$6,42 \times 10^{23}$	$1,9 \times 10^{27}$
Ordem de grandeza	23	24	24	23	27

Planeta	Saturno	Urano	Neptuno
Massa (kg)	$5,69 \times 10^{26}$	$8,7 \times 10^{25}$	$1,03 \times 10^{26}$
Ordem de grandeza	26	25	26

(b) O planeta que tem maior massa é Júpiter e o que tem menor massa é Mercúrio.

(c) Como, $3,3 \times 10^{23} < 6,42 \times 10^{23} < 4,87 \times 10^{24} < 5,97 \times 10^{24} < 8,7 \times 10^{25} < 1,03 \times 10^{26} <$ $< 5,69 \times 10^{26} < 1,9 \times 10^{27}$, temos Mercúrio, Marte, Vénus, Terra, Urano, Neptuno, Saturno, Júpiter, escritos por ordem crescente da sua massa.

4 Etapa 4: Multiplicação e divisão de números racionais representados em notação científica.

A professora, em conjunto com os alunos, resolve algumas alíneas do exercício 45 da página 69 e de seguida generaliza. De seguida serão resolvidas outras alíneas pelos alunos, individualmente, na aula. As restantes, consoante o decorrer da aula, ficam para TPC. Neste exercício, serão usadas as propriedades comutativa e associativa da multiplicação em $\mathbb{Q}$ e a definição de produto de frações.

Sejam dois números racionais escritos em notação científica, $a \times 10^p$ e $b \times 10^q$ (a e b dízimas finitas; $p,q \in \mathbb{Z}$)

- *Multiplicação:* $(a \times 10^p) \times (b \times 10^q) = (a \times b) \times 10^{p+q}$
- *Divisão:* $(a \times 10^p) : (b \times 10^q) = \frac{a}{b} \times 10^{p-q}$, $b \neq 0$

Página 69 - Exercício 45

(a) $(2 \times 10^5) \times (3 \times 10^5) = (2 \times 3) \times (10^5 \times 10^5) = 6 \times 10^{10}$

(b) $(2 \times 10^{-5}) \times (3 \times 10^{-5}) = (2 \times 3) \times (10^{-5} \times 10^{-5}) = 6 \times 10^{-10}$

(c) $(4 \times 10^{-2}) \times (3 \times 10^{12}) = (4 \times 3) \times (10^{-2} \times 10^{12}) = 12 \times 10^{10} = 1,2 \times 10^{11}$

(d) $(1,5 \times 10^{-15}) \times (2 \times 10^{-10}) = (1,5 \times 2) \times (10^{-15} \times 10^{-10}) = 3 \times 10^{-25}$

(e) $4 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{14} = 16 \times 10^{26} = 1,6 \times 10^{27}$

(f) $2,2 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-8} = 6,6 \times 10^1$

(g) $2 \times 10^{10} \times 5 \times 10^{-20} = 10 \times 10^{-10} = 1 \times 10^{-9}$

(h) $(8 \times 10^{20}) : (2 \times 10^{12}) = (8 \times 10^{20}) \times \frac{1}{2\times10^{12}} = \frac{8\times10^{20}}{2\times10^{12}} = \frac{8}{2} \times \frac{10^{20}}{10^{12}} = 4 \times 10^{8}$

(i) $(16 \times 10^{20}) : (4 \times 10^{-3}) = (16 \times 10^{20}) \times \frac{1}{4\times10^{-3}} = \frac{16\times10^{20}}{4\times10^{-3}} = \frac{16}{4} \times \frac{10^{20}}{10^{-3}} = 4 \times 10^{23}$

(j) $(2 \times 10^{-6}) : (2 \times 10^{-11}) = \frac{2}{2} \times \frac{10^{-6}}{10^{-11}} = 1 \times 10^{5}$

(k) $(3 \times 10^{16}) : (2 \times 10^{20}) = \frac{3}{2} \times \frac{10^{16}}{10^{20}} = 1,5 \times 10^{-4}$

(l) $(2 \times 10^{-6}) : (4 \times 10^{11}) = 0,5 \times 10^{-17}$

(m) $\frac{8\times10^{15}}{4\times10^{-5}} = 2 \times 10^{20}$

(n) $\frac{1,5\times10^{15}\times4\times10^{-10}}{4\times10^{-5}} = \frac{6\times10^{5}}{4\times10^{-5}} = 1,5 \times 10^{10}$

(o) $\frac{4\times10^{30}}{(2\times10^{8}):(4\times10^{10})} = \frac{4\times10^{30}}{0,5\times10^{-2}} = 8 \times 10^{32}$

(p) $100 \times (4 \times 10^{-13}) = 10^{2} \times 4 \times 10^{-13} = 4 \times 10^{-11}$

(q) $(2,5 \times 10^{-4}) : 5 = 0,5 \times 10^{-4}$

Para consolidação da matéria e para desenvolver o raciocínio matemático, a turma, em conjunto, resolve o exercício 19 da página 93. É pedido aos alunos que acrescentem "Apresenta a tua resposta em km arredondada às unidades" à alínea (b).

Página 93 - Exercício 19

(a) No instante zero existe uma ameba ($1 = 2^0$). Como as amebas se reproduzem por bipartição de hora a hora, então passado uma hora existem duas amebas ($2 = 2^1$). Passadas duas horas existem quatro amebas ($4 = 2^2$). E assim sucessivamente. Portanto ao fim de 24 horas, haverá $2^{24} = 16777216$ amebas. Ao fim de uma semana haverá $(2^{24})^7 \approx 3,74 \times 10^{50}$ amebas.

(b) 16777216 mm ≈ 16777 m ≈ 17 km

5 Etapa 5: Marcação do TPC e realização da atividade complementar.

Atividade complementar: Exercício 17 da página 93.

A realização da atividade complementar, efetua-se caso a aula ocupe menos tempo que a planificação prevista.

Página 93 - Exercício 17

(a) A massa de um grão de arroz é: $\frac{2,13}{100} = 0,0213 = 2,13 \times 10^{-2}$ g

(b) $\frac{2,13}{100} = \frac{1000}{x} \Leftrightarrow x = \frac{100\times1000}{2,13} \Leftrightarrow x = \frac{10^2\times10^3}{2,13} \Leftrightarrow x = \frac{10^5}{2,13} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2,13} \times 10^5 \Leftrightarrow x \approx 0,46948 \times 10^5 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x \approx 46948$

1kg de arroz terá, aproximadamente, $4,6948 \times 10^4$ grãos de arroz.

(c) $4,6948 \times 10^4 \times 25 = 1,1737 \times 10^6$

25kg de arroz terão, aproximadamente, $1,1737 \times 10^6$ grãos de arroz.

TPC: Resolver as alíneas (e) e (f) do exercício 39 da página 65 e o exercício 46 da página 69 do volume 1 do manual.

Anexos

Página 64

Ordem de grandeza de números escritos em notação científica

O que será maior?

O que será maior: a espessura de uma folha de papel, o diâmetro de um átomo de hidrogénio ou o raio de um protão?

Espessura de uma folha de papel	Diâmetro de um átomo de hidrogénio	Raio aproximado de um protão
1×10^{-4}	1×10^{-10}	1×10^{-15}

Para comparar números escritos em notação científica não é necessário analisar o seu valor em notação habitual: pode analisar-se a ordem de grandeza do número.
A **ordem de grandeza de um número escrito em notação científica** é o expoente da potência de base 10. Por exemplo, a ordem de grandeza de $1{,}496 \times 10^8$ é 8.

Exemplo

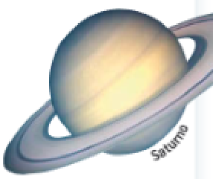
Planeta	Terra	Marte	Saturno
Distância média ao Sol (em km)	$1{,}496 \times 10^8$	$2{,}279 \times 10^8$	$1{,}236 \times 10^9$

Dos planetas referidos na tabela anterior, a Terra é o planeta mais próximo do Sol, enquanto Saturno é o mais distante. De facto:

$$1{,}496 \times 10^8 < 2{,}279 \times 10^8 < 1{,}4236 \times 10^9$$

pois:

$$149\,600\,000 < 227\,900\,000 < 1\,423\,600\,000$$



Comparação de números escritos em notação científica

- **Se os números são da mesma ordem de grandeza, é maior o número cujo fator entre 1 e 10 for maior.**
- **Se os números não são da mesma ordem de grandeza, é maior o que tiver maior ordem de grandeza.**

Página 92 - Exercício 14 (TPC)

14. Escreve os seguintes números em notação científica.

a. Gasto médio diário de água em Portugal.
7500 000 m^3 = ... m^3

b. Velocidade da luz no vazio.
30 000 000 000 cm/s = ... cm/s

c. Distância da estrela Próxima Centauro à Terra.
9 500 000 000 000 km = ... km

d. Microampere (μA) – submúltiplo da unidade ampere, usada em eletricidade (A).
0,000 001 A = ... A

e. Diâmetro dos glóbulos brancos do sangue.
0,020 32 cm = ... cm

f. Comprimento de uma bactéria.
0,000 005 mm = ... mm

g. Massa molecular da água.
0,000 000 000 000 000 000 000 0299 g = ... g

h. Comprimento de um vírus.
0,000 002 57 dm = ... cm

i. Massa do leme do *Titanic*.
101 000 000 g = ... g

j. Massa de um dinossauro *Apatosaurus*.
40 000 000 000 000 mg = ... mg

k. Vitamina C contida numa laranja.
0,016 g = ... g

Página 65 - Exercício 39

39. Copia e completa utilizando os símbolos <, > ou =.

a. $2,05 \times 10^5$ ...... $2,5 \times 10^5$

b. $2,38 \times 10^{-3}$ ...... $6,71 \times 10^{-4}$

c. $0,2 \times 10^{9}$ ...... 2×10^8

d. $0,0031 \times 10^3$...... 235×10^{-2}

e. $3,1 \times 10^4 + 2,9 \times 10^4$...... $0,31 \times 10^5 + 0,29 \times 10^5$

f. $9,6 \times 10^9 - 9,5 \times 10^9$ ...... $0,9 \times 10^8 - 0,8 \times 10^8$

Página 65 - Exercício 37

37. Os valores abaixo referem-se às massas, em quilogramas, dos planetas do sistema solar.

Planeta	Mercúrio	Vénus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
Massa (kg)	$3,30 \times 10^{23}$	$4,87 \times 10^{24}$	$5,97 \times 10^{24}$	$6,42 \times 10^{23}$	$1,90 \times 10^{27}$	$5,69 \times 10^{26}$	$8,70 \times 10^{25}$	$1,03 \times 10^{26}$

a. Indica a ordem de grandeza das massas de cada um dos planetas.

b. Qual é o planeta com maior massa? E com menor massa?

c. Escreve os nomes dos planetas por ordem crescente das suas massas.

Página 69 - Exercício 45

45. Calcula, apresentando o resultado em notação científica.

a. $(2\times10^{5})\times(3\times10^{5})$

b. $(2\times10^{-5})\times(3\times10^{-5})$

c. $(4\times10^{-2})\times(3\times10^{12})$

d. $(1{,}5\times10^{-15})\times(2\times10^{-10})$

e. $4\times10^{12}\times4\times10^{14}$

f. $2{,}2\times10^{9}\times3\times10^{-8}$

g. $2\times10^{10}\times5\times10^{-20}$

h. $(8\times10^{20}):(2\times10^{12})$

i. $(16\times10^{20}):(4\times10^{-3})$

j. $(2\times10^{-6}):(2\times10^{-11})$

k. $(3\times10^{16}):(2\times10^{20})$

l. $(2\times10^{-6}):(4\times10^{11})$

m. $\dfrac{8\times10^{15}}{4\times10^{-5}}$

n. $\dfrac{1{,}5\times10^{15}\times4\times10^{-10}}{4\times10^{-5}}$

o. $\dfrac{4\times10^{30}}{(2\times10^{8}):(4\times10^{10})}$

p. $100\times(4\times10^{-13})$

q. $(2{,}5\times10^{-4}):5$

Página 93 - Exercício 19

Observação: No enunciado do exercício 19 é pedido aos alunos que substitua a expressão "cada uma das duas metades"por "cada uma das duas novas amebas".

19. As amebas, seres unicelulares, reproduzem-se por bipartição, ou seja, cada uma divide-se em duas. Quando chega o momento, cada uma das suas metades volta a dividir-se em duas.

Ameba

Partindo de uma ameba e sabendo que a sua subdivisão se dá de hora a hora, responde às questões seguintes.

a. Quantas amebas haverá ao fim de 24 horas? E de uma semana?

b. Assumindo que o comprimento de uma ameba é 1 mm, qual o comprimento que ocupariam todas as amebas, ao fim de um dia, se as colocássemos em fila?

Página 93 - Exercício 17 (Atividade complementar)

17. Sabendo que a massa de 100 grãos de arroz é de 2,13 gramas, responde às questões seguintes apresentando o resultado em notação científica.

a. Qual a massa, em gramas, de cada grão de arroz?

b. Quantos grãos de arroz pode conter um pacote de 1 kg? Apresenta o valor aproximado às unidades.

c. Quantos grãos de arroz pode conter um saco com 25 kg?

Página 65 - Exercício 39 - alíneas (e) e (f) (TPC para a próxima aula)

39. Copia e completa utilizando os símbolos $<$, $>$ ou $=$.

e. $3{,}1 \times 10^4 + 2{,}9 \times 10^4 \ldots\ldots 0{,}31 \times 10^5 + 0{,}29 \times 10^5$

f. $9{,}6 \times 10^9 - 9{,}5 \times 10^9 \ldots\ldots 0{,}9 \times 10^8 - 0{,}8 \times 10^8$

Página 69 - Exercício 46 (TPC para a próxima aula)

46. Uma baleia pode ter uma massa de 2×10^5 kg, enquanto o micoplasma, um microrganismo, pode ter de massa 2×10^{-10} kg. Quantos micoplasmas são necessários para perfazer a massa da baleia?

6.º Plano de Aula

Estagiária	Orientadora Cooperante	Orientadora Científica
Inês Ferreira Francisco	Professora Maria Alice Rodrigues	Professora Doutora Helena Albuquerque

Ano/Turma	Disciplina	Hora	Sala	Lição
9.ºB	Matemática	12:45	A15	68

Duração	Data da aula	Data de entrega do plano de aula
45 minutos (1 aula)	10/01/2018	03/01/2018

Domínio:

Números e Operações (NO9)

Subdomínio:

Relação de ordem

Objetivo geral:

Definir intervalos de números reais (NO9_2)

Conteúdos:

Representação geométrica e em compreensão de intervalos de números reais.

Objetivos:

► Identificar, dados dois números reais a e b (com $a < b$), os «intervalos não degenerados», ou simplesmente «intervalos», [a,b],]a,b[, [a,b[e]a,b[como os conjuntos constituídos pelos números reais tais que, respetivamente, $a \leq x \leq b$, $a < x < b$, $a \leq x < b$ e $a < x \leq b$, designando por «extremos» destes intervalos os números a e b e utilizar corretamente os termos «intervalo fechado», «intervalo aberto» e «amplitude de um intervalo» (**NO9_2.1**);

► Identificar, dado um número real a, os intervalos $[a, +\infty[$, $]a, +\infty[$, $]-\infty, a[$ e $]-\infty, a]$ como os conjuntos constituídos pelos números reais x tais que, respetivamente, $x \geq a$, $x > a$, $x < a$ e $x \leq a$ e designar os símbolos «$-\infty$» e «$+\infty$» por, respetivamente, «menos infinito» e «mais infinito» (**NO9_2.2**);

► Identificar o conjunto dos números reais como intervalo, representando-o por $]-\infty, +\infty[$ (**NO9_2.3**);

► Representar intervalos na reta numérica (**NO9_2.4**).

Pré-requisitos:

Ordenar números reais;

Reconhecer e representar conjuntos numéricos;

Compreender e utilizar as propriedades de ordem em $\mathbb{R}$;

Representar números reais na reta numérica.

Sumário:

Correção do trabalho de casa (TPC).

Intervalos de números reais.

Materiais/Recursos:

Quadro tradicional; canetas de cor; régua; volume 2 do manual[1].

Metodologias/Estratégias:

Resolução de atividades de raciocínio que obriguem a formular e testar conjeturas e generalizações em grupo turma;

Trabalho individual visando a resolução de tarefas de consolidação, bem como de exercícios e problemas diversificados de aplicação, raciocínio e comunicação matemática.

Capacidades Transversais:

Conhecimento de factos e de procedimentos;

Raciocínio matemático;

Comunicação matemática;

Resolução de problemas;

A Matemática como um todo coerente.

TPC:

Resolver o exercício 10 da página 143.

Avaliação dos alunos:

Registo de quem fez o TPC;

Pergunta-resposta;

Observação direta: empenho, interesse e comportamento.

Descrição da aula

Etapa 1: Escrita do sumário, verificação e registo de quem fez o TPC.

A professora começa a aula ditando o sumário. De seguida, verifica, aluno a aluno, quem realizou o TPC e se houve dificuldades.

Etapa 2: Correção do TPC e intervalos de números reais.

<u>TPC:</u> Resolver a tarefa 1 da página 132 do volume 2 do manual.

Na Parte I da Tarefa 1, pretende-se fazer a revisão da representação de um conjunto em extensão e em compreensão, e também perceberem que não é possível representar em extensão determinados conjuntos de números reais, por serem compostos por uma infinidade de elementos. Assim, na Parte II é feita a apresentação dos intervalos de números reais. Como se pode ver nos anexos, na Parte II são apresentados todos os tipos de intervalos de um modo geral. De maneira a que os alunos percebam melhor como é que se representam em compreensão e graficamente intervalos, a professora elabora, em conjunto com os alunos, uma tabela semelhante à da Tarefa 1, concretizando para cada caso os valores de a e de b.

[1]MAGRO, Fátima Cerqueira, FIDALGO, Fernando, LOUÇANO, Pedro, *PI 9.º ano - Volume 2*, ASA, 2015, 1.ªEdição. Todos os enunciados de exercícios necessários a este plano de aula, encontram-se disponíveis nos anexos.

Página 132 - Tarefa 1

Parte I

1.

1.1. $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 6\}$ **1.2.** $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2.

2.1. $C = \{x \in \mathbb{R} : -7 < x < 3\}$

2.2. Não é possível, uma vez que existe uma infinidade de números que pertencem ao intervalo.

Parte II

1. 1, 2, 3, 4 e 5

2.

2.1. -2 e -1

2.2. **A** A afirmação é falsa, contém por exemplo $-\sqrt{2}$. **B** A afirmação é falsa, porque $-0249 < -\frac{7}{3}$.

3.

3.1. $a =]-\infty, -3]$

3.2. Por exemplo, $B =]-\infty, 0]$

4.

4.1. $-0,2 \notin [0,5]$ **4.2.** $5 \notin]-20,5[$ **4.3.** $[2,7[\subset]0,7]$ **4.4.** $\frac{1}{3} \in [0,3;10]$

4.5. $\sqrt{3} \in [-1,+\infty[$ **4.6.** $]-3,12] \not\subset \mathbb{Q}$ **4.7.** $-3,4 \not\subset]-3,4]$ **4.8.** $\mathbb{N} \subset]-3,+\infty[$

5.

5.1. Por exemplo, 1.

5.1. Não existe.

A professora a partir do exercício 1 da Parte II, explica aos alunos que a amplitude de um intervalo é a diferença entre os seus extremos, neste caso, $5 - (-3) = 8$.

No fim da tarefa, a professora pergunta ao alunos se será possível escrever o conjunto dos números reais, $\mathbb{R}$, na forma de intervalo, concluindo-se que sim, $\mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$.

Etapa 4: Marcação do TPC e realização da atividade complementar.

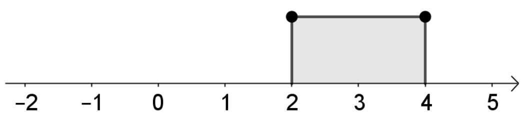
Atividade Complementar: Resolver o exercício 2 e 3 da página 142.

A realização da atividade complementar, efetua-se caso a aula ocupe menos tempo que a planificação prevista.

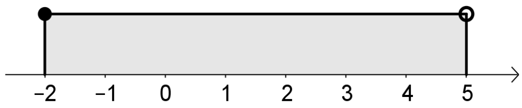
Página 142 - Exercícios 2 e 3

2.

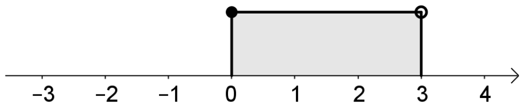
2.1. Representação geométrica do intervalo $[2, 4]$:



2.2. Representação geométrica do intervalo $[-2,5[$:

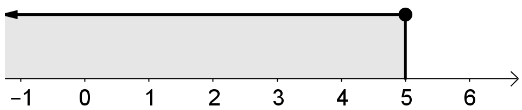


2.3. Representação geométrica do intervalo $[0,3[$:

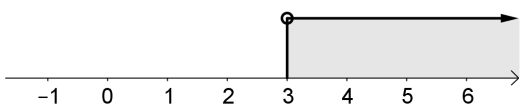


2.4. Representação geométrica do intervalo $[-3,\frac{3}{2}]$:

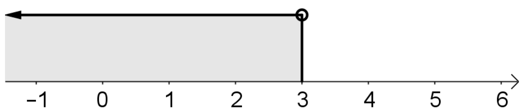
2.5. Representação geométrica do intervalo $]-\infty,5]$:



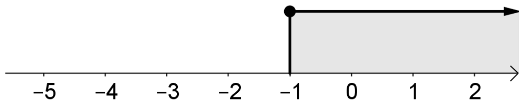
2.6. Representação geométrica do intervalo $]3,+\infty[$:



2.7. Representação geométrica do intervalo $]-\infty,3[$:



2.8. Representação geométrica do intervalo $[-1, +\infty[$:



3.

3.1. $[-3, 4] = \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq 4\}$

3.2. $]3, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} : x > 3\}$

3.3. $]-\infty, 4] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$

3.4. $]-6, 2[= \{x \in \mathbb{R} : -6 < x < 2\}$

3.5. $]-30, 40] = \{x \in \mathbb{R} : -30 < x \leq 40\}$

3.6. $]-\infty, 70[= \{x \in \mathbb{R} : x < 70\}$

A professora termina a aula com a marcação do TPC.

TPC: Resolver o exercício 10 da página 143.

Anexos

Página 132 - Tarefa 1 (TPC)

TAREFA 1 Intervalos de números reais

Parte I

1. Seja A o conjunto dos números naturais menores do que 6. Representa o conjunto A:

1.1. em compreensão; **1.2.** em extensão.

2. Seja C o conjunto dos números reais menores do que 3 e maiores do que -7. Representa o conjunto C:

2.1. em compreensão; **2.2.** em extensão.

Parte II

Para representar o conjunto de todos os números reais maiores do que a e menores do que b utiliza-se o intervalo aberto $]a, b[$. Os números a e b dizem-se os **extremos do intervalo**.
Este intervalo pode ser representado geometricamente, na reta real, do seguinte modo:

As bolas abertas significam que nem a nem b pertencem ao conjunto representado pelo intervalo.
Do mesmo modo, temos:

Compreensão	Gráfico	Intervalo
$\{x \in \mathbb{R}: a < x < b\}$	a b	$]a, b[$ aberto
$\{x \in \mathbb{R}: a \leq x \leq b\}$	a b	$[a, b]$ fechado
$\{x \in \mathbb{R}: a \leq x < b\}$	a b	$[a, b[$ fechado à esquerda e aberto à direita
$\{x \in \mathbb{R}: a < x \leq b\}$	a b	$]a, b]$ aberto à esquerda e fechado à direita

Compreensão	Gráfico	Intervalo
$\{x \in \mathbb{R}: x < b\}$	$-\infty$ b	$]-\infty, b[$ aberto
$\{x \in \mathbb{R}: x \leq b\}$	$-\infty$ b	$]-\infty, b]$ aberto à esquerda e fechado à direita
$\{x \in \mathbb{R}: x > a\}$	a $+\infty$	$]a, +\infty[$ aberto
$\{x \in \mathbb{R}: x \geq a\}$	a $+\infty$	$[a, +\infty[$ fechado à esquerda e aberto à direita

1. Indica todos os números naturais que pertencem ao intervalo $]-3, 5]$.

2. Considera o intervalo $\left]-\frac{7}{3}, -\frac{1}{4}\right[$.

2.1. Indica todos os números inteiros pertencentes ao intervalo.

2.2. Comenta as seguintes afirmações.

A. O intervalo não contém números irracionais.

B. $-0{,}249$ pertence ao intervalo.

3. Considera o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R}: x \leq -3\}$.

3.1. Escreve o conjunto A na forma de um intervalo de números reais.

3.2. Um conjunto B contém todos os elementos do conjunto A. Representa um possível conjunto B.

4. Completa com os símbolos $\in$, $\notin$, $\subset$ e $\not\subset$, de forma a obteres proposições verdadeiras.

4.1. $-0{,}2$ ☐ $[0, 5]$ **4.2.** 5 ☐ $]-20, 5[$ **4.3.** $[2, 7[$ ☐ $]0, 7]$ **4.4.** $\frac{1}{3}$ ☐ $[0{,}3; 10]$

4.5. $\sqrt{3}$ ☐ $[-1, +\infty[$ **4.6.** $]-3, 12]$ ☐ $\mathbb{Q}$ **4.7.** $\{-3, 4\}$ ☐ $]-3, 4]$ **4.8.** $\mathbb{N}$ ☐ $]-3, +\infty[$

5. Indica um número que pertença, simultaneamente, aos intervalos:

5.1. $]-2, 3]$ e $]0, 5[$ **5.2.** $]-\infty, 110]$ e $]110, +\infty[$

Página 142 - Exercícios 2 e 3 (Atividade Complementar)

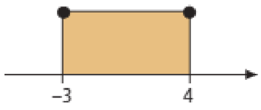
2 Representa geometricamente cada um dos seguintes intervalos de números reais.

2.1. $[2, 4]$ **2.2.** $[-2, 5[$ **2.3.** $[0, 3[$ **2.4.** $\left[-3, \frac{3}{2}\right]$

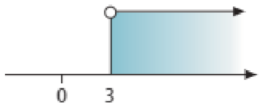
2.5. $]-\infty, +5]$ **2.6.** $]3, +\infty[$ **2.7.** $]-\infty, 3[$ **2.8.** $[-1, +\infty[$

3 Escreve o intervalo de números reais e a condição correspondente a cada uma das seguintes representações geométricas.

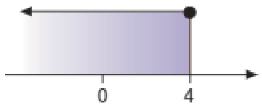
3.1.



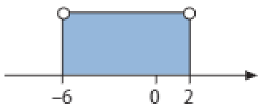
3.2.



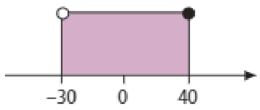
3.3.



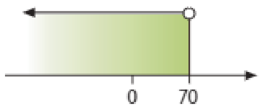
3.4.



3.5.



3.6.



Página 143 - Exercício 10 (TPC para a próxima aula)

10 Considera o intervalo $]-\infty, 4]$.

10.1. Indica todos os números naturais pertencentes ao intervalo.

10.2. Indica três números irracionais que pertençam a este intervalo.

10.3. Qual dos seguintes números pertence a este intervalo?

[A] 2×10^3 **[B]** $\pi + 3$ **[C]** $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$ **[D]** 9^{-3}

10.4. Indica o maior número inteiro que pertence ao intervalo.

10.5. Indica o menor número inteiro que não pertence ao intervalo.

10.6. Seja k um número inteiro. Indica os valores possíveis de k, sabendo que o número $\sqrt{k+2}$ pertence ao intervalo. Explica o teu raciocínio.

10.7. Escreve sob a forma de um intervalo o conjunto dos números que não pertencem ao intervalo dado.

16.º Plano de Aula

Estagiária	Orientadora Cooperante	Orientadora Científica
Inês Ferreira Francisco	Professora Maria Alice Rodrigues	Professora Doutora Helena Albuquerque

Ano/Turma	Disciplina	Hora	Sala	Lição
9.ºB	Matemática	8:30	A15	93 e 94

Duração	Data da aula	Data de entrega do plano de aula
90 minutos (2 aulas)	23/02/2018	15/02/2018

Domínio:

Geometria e Medida (GM9)

Subdomínio:

Trigonometria

Objetivo geral:

Definir e utilizar razões trigonométricas de ângulos agudos (GM9_11).

Conteúdos:

Relações entre as razões trigonométricas.

Objetivos:

►Reconhecer que o seno e o cosseno de um ângulo agudo são números positivos menores do que 1 **(GM9_11.8)**;

►Provar que a soma dos quadrados do seno e do cosseno de um ângulo agudo é igual a 1 e designar este resultado por «fórmula fundamental da Trigonometria» **(GM9_11.9)**;

►Provar que a tangente de um ângulo agudo é igual à razão entre os respetivos seno e cosseno **(GM9_11.10)**;

►Provar que seno de um ângulo agudo é igual ao cosseno de um ângulo complementar **(GM9_11.11)**;

►Utilizar uma tabela ou uma calculadora para determinar o valor (exato ou aproximado) da amplitude de um ângulo agudo a partir de uma das suas razões trigonométricas **(GM9_11.13)**.

Pré-requisitos:

Teorema de Pitágoras.

Razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo como razões obtidas a partir de elementos de um triângulo retângulo.

Sumário:

Correção do trabalho de casa (TPC).

Relações entre as razões trigonométricas.

Tabelas e calculadoras.

Resolução de exercícios.

Materiais/Recursos:

Quadro tradicional; canetas de cor; tabela trigonométrica; volume 2 do manual[1].

Metodologias/Estratégias:

Resolução de atividades de raciocínio que obriguem a formular e testar conjeturas e generalizações em grupo turma;

Trabalho individual visando a resolução de tarefas de consolidação, bem como de exercícios e problemas diversificados de aplicação, raciocínio e comunicação matemática.

Capacidades Transversais:

Conhecimento de factos e de procedimentos;

Raciocínio matemático;

Comunicação matemática;

Resolução de problemas;

A Matemática como um todo coerente.

TPC:

Resolver os exercícios 2 e 3 da página 198.

Avaliação dos alunos:

Registo de quem fez o TPC;

Pergunta-resposta;

Observação direta: empenho, interesse e comportamento.

Descrição da aula

Etapa 1: Escrita do sumário, verificação e registo de quem fez o TPC.

A professora começa por ditar o sumário. Posteriormente, verifica, aluno a aluno, quem realizou o TPC e se houve dificuldades.

Etapa 2: Correção do TPC.

<u>TPC:</u> Resolver os exercícios 3, 5 e 7 das páginas 190 e 191.

Página 190 - Exercício 3

3.1. Como os catetos do triângulo retângulo medem 3 e 4, estamos perante o terno pitagórico $\{3, 4, 5\}$ e portanto, a hipotenusa mede 5. Logo, $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5}$; $\cos \alpha = \frac{4}{5}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.

[1]MAGRO, Fátima Cerqueira, FIDALGO, Fernando, LOUÇANO, Pedro, *PI 9.º ano - Volume 2*, ASA, 2015, 1.ªEdição. Todos os enunciados de exercícios necessários a este plano de aula, encontram-se disponíveis nos anexos.

3.2. Como um dos catetos do triângulo retângulo mede 8 e a hipotenusa mede 10, estamos perante o terno pitagórico $\{6, 8, 10\}$ e portanto, o outro cateto mede 6.

Logo, $\text{sen } \beta = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$; $\cos\beta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$; $\text{tg } \beta = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

3.3. Como sabemos que a hipotenusa do triângulo retângulo mede 2 e os catetos têm a mesma medida de comprimento, então pelo teorema de Pitágoras, os catetos medem $\sqrt{2}$ cada um.

Portanto, $\text{sen } \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos\gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\text{tg } \gamma = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$.

Página 191 - Exercícios 5 e 7

5.

5.1. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é $180°$ e, neste caso, o triângulo é retângulo, então a soma das amplitudes dos ângulos α e β é $90°$, e portanto, os ângulos α e β são complementares.

5.2. Da análise da figura vem,

$$\text{sen } \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \qquad \text{e} \qquad \cos\beta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

e, uma vez que, $\beta = 90° - \alpha$, tem-se:

$$\text{sen } \alpha = \cos\beta = \cos(90° - \alpha)$$

Mais, da análise da figura vem ainda,

$$\cos\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \qquad \text{e} \qquad \text{sen } \beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

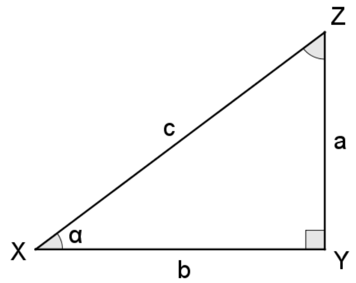
portanto,

$$\cos\alpha = \text{sen } \beta = \text{sen } (90° - \alpha)$$

7. Como num triângulo retângulo, um dos seus lados, a hipotenusa, tem maior medida do comprimento do que os outros dois, os catetos, as razões seno e cosseno de um ângulo assumem sempre valores positivos menores do que 1, pois ambas resultam do quociente entre a medida do comprimento de um dos catetos e a medida do comprimento da hipotenusa. Portanto, a afirmação é falsa.

Etapa 3: Relações entre as razões trigonométricas.

A professora desenha no quadro um triângulo retângulo conforme a figura seguinte:



Os alunos também desenham o triângulo no caderno e, para relembrar mais uma vez, as razões trigonométricas, a professora pede aos alunos que as escrevam utilizando as letras da figura. Obtendo-se:

$$\text{sen } \alpha = \frac{a}{c}\ , \quad \cos\alpha = \frac{b}{c} \quad \text{e} \quad \text{tg } \alpha = \frac{a}{b}$$

De seguida, a professora pede aos alunos para substituírem, pelas razões encontradas, sen α e $\cos\alpha$ na expressão $\frac{\text{sen } \alpha}{\cos\alpha}$, obtendo-se assim:

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{c} \times \frac{c}{b} = \frac{a}{b} = \text{tg } \alpha$$

A professora conclui, ainda, no quadro que:

Para todo o ângulo agudo α, $\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos\alpha}$.

Com o mesmo triângulo, a professora pede aos alunos que recordem o Teorema de Pitágoras e em grupo turma conclui-se:

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 = c^2 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} \\ \Leftrightarrow\ & \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1 \\ \Leftrightarrow\ & (\text{sen } \alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1 \\ \Leftrightarrow\ & \text{sen}^2\ \alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{aligned}$$

A professora conclui, ainda, no quadro que:

Fórmula fundamental da trigonometria: Para todo o ângulo agudo α, $\text{sen}^2\ \alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Etapa 4: Resolução de exercícios de consolidação da matéria da etapa 3.

Para consolidação da nova matéria e em grupo turma, resolvem-se os exercícios 5 e 6 da página 194.

Página 194 - Exercícios 5 e 6

5. Sabe-se que: $\text{sen } \alpha = \cos \ \alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Portanto:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

6. Sabe-se que $\text{sen } \ x = \dfrac{1}{3}$, portanto, pela fórmula fundamental da trigonometria, tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \\ \Leftrightarrow \quad & \cos^2 \ x = \frac{8}{9} \\ \underset{\cos x > 0}{\Leftrightarrow} \quad & \cos \ x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

Etapa 5: Tabelas e calculadoras.

Até aqui os alunos sabem que os valores das razões trigonométricas podem ser obtidos a partir do quociente entre as medidas de comprimento dos lados de um triângulo retângulo. Agora, a professora vai mostrar aos alunos que se podem usar tabelas trigonométricas e a calculadora para obter os valores das razões trigonométricas e as medidas de amplitude dos ângulos. Para tal, a professora irá projetar uma tabela trigonométrica e em conjunto turma resolvem-se os exercícios 3 e 4 da página 194 do volume 2.

Em seguida, a professora explica aos alunos como podem resolver os mesmos exercícios usando a calculadora.

Página 194 - Exercícios 3 e 4

3.
$\text{sen } 74° \approx 0,96$
$\cos 13° \approx 0,97$
$\text{tg } 52° \approx 1,28$

4.

4.1. $\text{sen } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = 45°$

4.2. $\cos x = 0,5 \Leftrightarrow x = 60°$

4.3. $\text{tg } x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = 30°$

Etapa 6: Resolução de exercícios de consolidação dos conteúdos de trigonometria dados até aqui.

Aqui, os alunos irão resolver o exercício 7 da página 194 e os exercícios 8, 9, 10 e 11 da página 195, enquanto a professora circula pela sala e esclarece, individualmente, as dúvidas que possam existir.

Página 194 - Exercício 7

7.

7.1. $\text{tg } 22° = \frac{x}{7} \Leftrightarrow x = 7 \text{ tg } 22° \Leftrightarrow x \approx 2,83$

7.2. $\text{sen } 30° = \frac{11}{x} \Leftrightarrow x = \frac{11}{\text{sen } 30°} \Leftrightarrow x = 22$

7.3. $\cos\ 50° = \frac{4}{x} \Leftrightarrow x = \frac{4}{\cos\ 50°} \Leftrightarrow x \approx 6,22$

Página 194 - Exercícios 8, 9, 10 e 11

8.

8.1. $\text{tg } \hat{x} = \frac{14}{5} \Leftrightarrow \hat{x} = \text{tg}^{-1}\left(\frac{14}{5}\right)$

Como x é um ângulo agudo então $\hat{x} \approx 70,3°$.

8.2. $\cos\ \hat{x} = \frac{13}{21} \Leftrightarrow \hat{x} = \cos^{-1}\left(\frac{13}{21}\right)$

Como x é um ângulo agudo então $\hat{x} \approx 51,8°$.

8.3. $\text{sen } \hat{x} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \hat{x} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$

Como x é um ângulo agudo então $\hat{x} \approx 24,6°$.

9. $\text{tg } 60° = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2 \text{ tg } 60° \Leftrightarrow x \approx 3,5$

A altura da árvore é aproximadamente 3,5 m.

10. Sabe-se que $\cos\ x = \frac{2}{5}$, portanto, pela fórmula fundamental da trigonometria, tem-se:

$$\begin{aligned} & \operatorname{sen}^2 x + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 1 \\ \Leftrightarrow \quad & \operatorname{sen}^2 x = \frac{21}{25} \\ \underset{\operatorname{sen} x > 0}{\Leftrightarrow} \quad & \operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{21}}{5} \end{aligned}$$

tem-se ainda que:

$$\operatorname{tg} x = \frac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{\frac{2}{5}} \Leftrightarrow \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

Portanto,

$$\operatorname{sen} x + 2 \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{21}}{5} + 2 \times \frac{\sqrt{21}}{2} = \frac{6\sqrt{21}}{5}$$

Etapa 4: Marcação do TPC e realização da atividade complementar.

Atividade Complementar: Resolver os exercícios 12 e 13 da página 195.

A realização da atividade complementar, efetua-se caso a aula ocupe menos tempo que a planificação prevista.

Página 194 - Exercícios 12 e 13

12.

12.1.

(a) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{BC}}{4} \Leftrightarrow \overline{BC} = 4 \operatorname{tg} \alpha$

(b) $A = \frac{\overline{BC} \times \overline{AB}}{2} = \frac{4 \operatorname{tg} \alpha \times 4}{2} = 8 \operatorname{tg} \alpha$

(c) $\cos \alpha = \frac{4}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{4}{\cos \alpha}$

$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 4 + 4 \operatorname{tg} \alpha + \frac{4}{\cos \alpha}$

12.2. $A = 8 \operatorname{tg} 45^\circ = 8$

$P = 4 + 4 \operatorname{tg} 45^\circ + \frac{4}{\cos 45^\circ} \approx 13,66$

13.

$$\begin{aligned} & 1 + 2 \operatorname{sen} x \cos x = (\operatorname{sen} x + \cos x)^2 \\ \Leftrightarrow \quad & 1 + 2 \operatorname{sen} x \cos x = \operatorname{sen}^2 x + 2 \operatorname{sen} x \cos x + \cos^2 x \\ \Leftrightarrow \quad & 1 + 2 \operatorname{sen} x \cos x = 1 + 2 \operatorname{sen} x \cos x \end{aligned}$$

A professora termina a aula marcando o TPC para a próxima aula.

TPC: Resolver os exercícios 2 e 3 da página 198.

Anexos

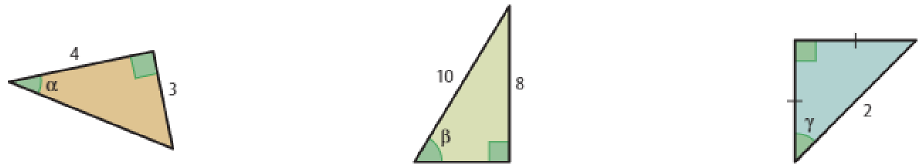
Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175
2	0,0349	0,9994	0,0349
3	0,0523	0,9986	0,0524
4	0,0698	0,9976	0,0699
5	0,0872	0,9962	0,0875
6	0,1045	0,9945	0,1051
7	0,1219	0,9925	0,1228
8	0,1392	0,9903	0,1405
9	0,1564	0,9877	0,1584
10	0,1736	0,9848	0,1763
11	0,1908	0,9816	0,1944
12	0,2079	0,9781	0,2126
13	0,2250	0,9744	0,2309
14	0,2419	0,9703	0,2493
15	0,2588	0,9659	0,2679
16	0,2756	0,9613	0,2867
17	0,2924	0,9563	0,3057
18	0,3090	0,9511	0,3249
19	0,3256	0,9455	0,3443
20	0,3420	0,9397	0,3640
21	0,3584	0,9336	0,3839
22	0,3746	0,9272	0,4040
23	0,3907	0,9205	0,4245
24	0,4067	0,9135	0,4452
25	0,4226	0,9063	0,4663
26	0,4384	0,8988	0,4877
27	0,4540	0,8910	0,5095
28	0,4695	0,8829	0,5317
29	0,4848	0,8746	0,5543
30	0,5000	0,8660	0,5774
31	0,5150	0,8572	0,6009
32	0,5299	0,8480	0,6249
33	0,5446	0,8387	0,6494
34	0,5592	0,8290	0,6745
35	0,5736	0,8192	0,7002
36	0,5878	0,8090	0,7265
37	0,6018	0,7986	0,7536
38	0,6157	0,7880	0,7813
39	0,6293	0,7771	0,8098
40	0,6428	0,7660	0,8391
41	0,6561	0,7547	0,8693
42	0,6691	0,7431	0,9004
43	0,6820	0,7314	0,9325
44	0,6947	0,7193	0,9657
45	0,7071	0,7071	1,0000

Graus	Seno	Cosseno	Tangente
46	0,7193	0,6947	1,0355
47	0,7314	0,6820	1,0724
48	0,7431	0,6691	1,1106
49	0,7547	0,6561	1,1504
50	0,7660	0,6428	1,1918
51	0,7771	0,6293	1,2349
52	0,7880	0,6157	1,2799
53	0,7986	0,6018	1,3270
54	0,8090	0,5878	1,3764
55	0,8192	0,5736	1,4281
56	0,8290	0,5592	1,4826
57	0,8387	0,5446	1,5399
58	0,8480	0,5299	1,6003
59	0,8572	0,5150	1,6643
60	0,8660	0,5000	1,7321
61	0,8746	0,4848	1,8040
62	0,8829	0,4695	1,8807
63	0,8910	0,4540	1,9626
64	0,8988	0,4384	2,0503
65	0,9063	0,4226	2,1445
66	0,9135	0,4067	2,2460
67	0,9205	0,3907	2,3559
68	0,9272	0,3746	2,4751
69	0,9336	0,3584	2,6051
70	0,9397	0,3420	2,7475
71	0,9455	0,3256	2,9042
72	0,9511	0,3090	3,0777
73	0,9563	0,2924	3,2709
74	0,9613	0,2756	3,4874
75	0,9659	0,2588	3,7321
76	0,9703	0,2419	4,0108
77	0,9744	0,2250	4,3315
78	0,9781	0,2079	4,7046
79	0,9816	0,1908	5,1446
80	0,9848	0,1736	5,6713
81	0,9877	0,1564	6,3138
82	0,9903	0,1392	7,1154
83	0,9925	0,1219	8,1443
84	0,9945	0,1045	9,5144
85	0,9962	0,0872	11,4301
86	0,9976	0,0698	14,3007
87	0,9986	0,0523	19,0811
88	0,9994	0,0349	28,6363
89	0,9998	0,0175	57,2900

Página 190 - Exercício 3 (TPC)

3 Observa as figuras.



Atendendo às medidas indicadas, determina os valores de:

3.1. sen α, cos α e tg α; **3.2.** sen β, cos β e tg β; **3.3.** sen γ, cos γ e tg γ.

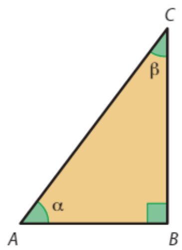
Página 191 - Exercícios 5 e 7 (TPC)

5 Na figura está representado um triângulo [*ABC*], retângulo em *B*.

5.1. Mostra que os ângulos α e β são complementares.

5.2. Qual é a relação que existe entre o seno de um ângulo agudo e o cosseno do seu complementar?

Sugestão: Começa por determinar as razões seno de α e cosseno de β recorrendo às letras da figura.



7 Comenta a afirmação: "Existe um ângulo x para o qual sen $x = 1{,}7$". Fundamenta a tua resposta, indicando os valores entre os quais variam as razões trigonométricas que conheces.

Página 194 - Exercícios 5 e 6

5 De um ângulo agudo α, sabe-se que sen $\alpha = \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Determina o valor da tangente de α.

6 De um ângulo agudo x, sabe-se que sen $x = \frac{1}{3}$. Determina o valor exato de cos x.

Página 194 - Exercícios 3 e 4

3 Utilizando a calculadora ou a tabela trigonométrica determina, com aproximação às centésimas, sen 74º, cos 13º e tg 52º.

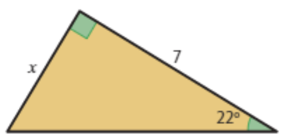
4 Utilizando a calculadora ou a tabela trigonométrica, determina x, sabendo que:

4.1. sen $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **4.2.** cos $x = 0{,}5$ **4.3.** tg $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

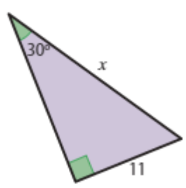
Página 194 - Exercício 7

7 Com a ajuda de uma calculadora ou de uma tabela trigonométrica, determina, em cada um dos seguintes triângulos, o valor aproximado de x a menos de 0,01.

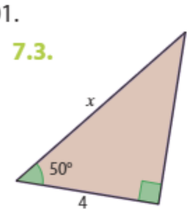
7.1.



7.2.



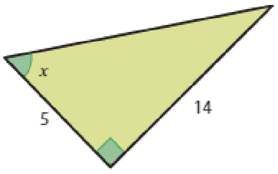
7.3.



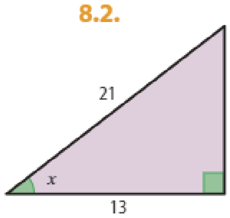
Página 195 - Exercícios 8, 9, 10 e 11

8 Determina um valor aproximado às décimas do grau da amplitude do ângulo x.

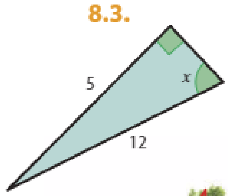
8.1.



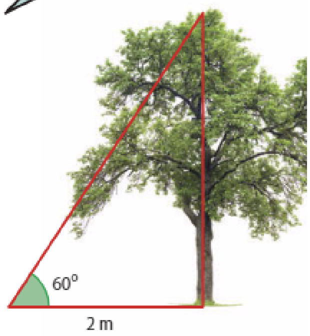
8.2.



8.3.



9 A uma determinada hora do dia, uma árvore projeta no solo uma sombra de 2 metros de comprimento. Sabendo que o ângulo formado pelos raios solares com o plano do horizonte é 60º, determina a altura aproximada da árvore.



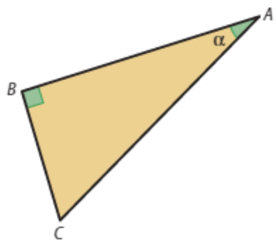
10 De um ângulo agudo x, sabe-se que $\cos x = \frac{2}{5}$. Determina o valor exato de $\operatorname{sen} x + 2\operatorname{tg} x$.

11 Sendo x um ângulo agudo, determina o valor de cada uma das seguintes expressões:

11.1. $7 \times (\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x)^{12\,345}$ **11.2.** $(\operatorname{tg} x \times \cos x)^2 + \cos^2 x$

Página 195 - Exercício 12 e 13 (Atividade complementar)

12 Na figura está representado o triângulo retângulo $[ABC]$.



12.1. Sabendo que $\overline{AB} = 4$, mostra que:

a) $\overline{BC}$ pode ser dado, em função de α, pela expressão $4\operatorname{tg}\alpha$.

b) a área do triângulo $[ABC]$ pode ser dada, em função de α, pela expressão $8\operatorname{tg}\alpha$.

c) o perímetro do triângulo $[ABC]$ pode ser dado, em função de α, pela expressão $4 + 4\operatorname{tg}\alpha + \frac{4}{\cos\alpha}$.

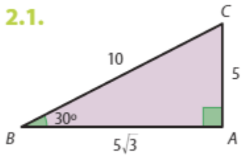
12.2. Determina o valor da área e do perímetro do triângulo $[ABC]$ se o ângulo α tiver 45º de amplitude. Apresenta o resultado com duas casas decimais. Explica o teu raciocínio.

13 Mostra que $1 + 2\operatorname{sen} x \cos x = (\operatorname{sen} x + \cos x)^2$.

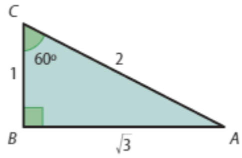
Página 198 - Exercícios 2 e 3 (TPC para a próxima aula)

2 Atendendo aos dados apresentados, determina o valor das razões trigonométricas de cada um dos ângulos agudos assinalados.

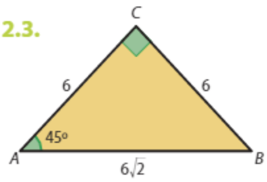
2.1.



2.2.

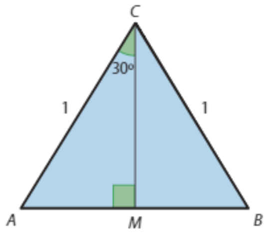


2.3.



3 Considera o triângulo equilátero $[ABC]$ da figura.
Tal como a figura sugere:

- $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 1$
- $C\hat{M}A = 90^\circ$
- $A\hat{C}M = 30^\circ$



3.1. Justifica que $\overline{AM} = \dfrac{1}{2}$.

3.2. Recorrendo ao teorema de Pitágoras, mostra que $\overline{MC} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

3.3. Sem recorrer a tabelas trigonométricas ou a calculadoras, determina os valores exatos das razões trigonométricas do ângulo de amplitude 30º.

19.º Plano de Aula

Estagiária	Orientadora Cooperante	Orientadora Científica
Inês Ferreira Francisco	Professora Maria Alice Rodrigues	Professora Doutora Helena Albuquerque

Ano/Turma	Disciplina	Hora	Sala	Lição
9.ºB	Matemática	12:45	A15	127

Duração	Data da aula	Data de entrega do plano de aula
45 minutos (1 aula)	02/05/2018	24/04/2018

Domínio:

Geometria e Medida (GM9)

Subdomínio:

Lugares geométricos envolvendo pontos notáveis de triângulos.

Objetivo geral:

Identificar lugares geométricos (GM9_13) e resolver problemas (GM9_14).

Conteúdos:

Pontos notáveis de um triângulo: Circuncentro, Incentro, Ortocentro e Baricentro.

Objetivos:

►Provar que as mediatrizes dos lados de um triângulo se intersetam num ponto, designá-lo por «circuncentro do triângulo» e provar que o circuncentro é o centro da única circunferência circunscrita ao triângulo **(GM9_13.1)**;

►Provar que as bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo se intersetam num ponto, designá-lo por «incentro do triângulo» e provar que o incentro é o centro da circunferência inscrita ao triângulo **(GM9_13.3)**;

►Saber que as retas suporte das três alturas de um triângulo são concorrentes e designar o ponto de interseção por «ortocentro» do triângulo **(GM9_13.4)**;

►Justificar que as três medianas de um triângulo são concorrentes, designando-se o ponto de interseção por «baricentro» **(GM9_13.5)**;

►Determinar, por construção, o incentro, circuncentro, ortocentro e baricentro de um triângulo **(GM9_13.6)**.

Pré-requisitos:

Construção da mediatriz de um segmento de reta, da bissetriz de um ângulo e da altura de um triângulo.

Sumário:

Realização de um jogo com a aplicação *Kahoot*.

Pontos notáveis de um triângulo.

Materiais/Recursos:

Quadro tradicional; canetas de cor; régua; compasso; computador; retroprojetor; software de geometria dinâmica, *GeoGebra*; volume 2 do manual[1].

Metodologias/Estratégias:

Resolução de atividades de raciocínio que obriguem a formular e testar conjeturas e generalizações em grupo turma;

Trabalho individual visando a resolução de tarefas de consolidação, bem como de exercícios e problemas diversificados de aplicação, raciocínio e comunicação matemática.

Capacidades Transversais:

Conhecimento de factos e de procedimentos;

Raciocínio matemático;

Comunicação matemática;

A Matemática como um todo coerente.

TPC:

Resolver o exercício 3 da página 78 e o exercício 5 da página 79.

Avaliação dos alunos:

Registo de quem fez o TPC;

Pergunta-resposta;

Observação direta: empenho, interesse e comportamento.

Descrição da aula

Etapa 1: Escrita do sumário.

A professora começa por ditar o sumário e os alunos registam no caderno diário.

Etapa 2: Realização de um jogo com a aplicação *Kahoot*.

Na aula anterior, a professora demonstrou, no quadro, em conjunto com os alunos a seguinte implicação: se um ponto pertence à bissetriz de um ângulo então é equidistante das semirretas que formam esse ângulo.

[1] MAGRO, Fátima Cerqueira, FIDALGO, Fernando, LOUÇANO, Pedro - **PI 9.ºano - Volume 2**. 1.ªEdição. ASA, 2015.

Todos os enunciados de exercícios necessários a este plano de aula, encontram-se disponíveis nos anexos.

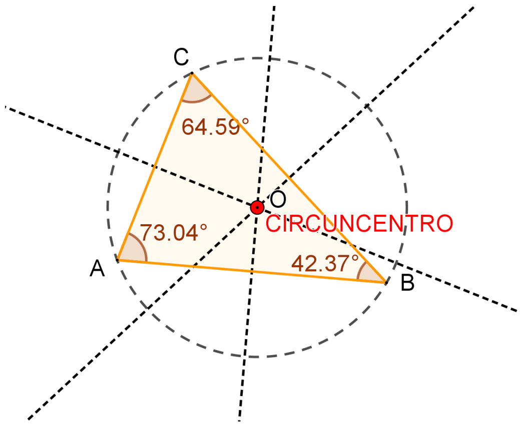
Agora, através de um jogo na aplicação *Kahoot*, os alunos vão demonstrar a implicação recíproca: se um ponto, pertencente a um ângulo, é equidistante das semirretas que o formam então esse ponto pertence à bissetriz desse ângulo.

Nota: o jogo pode ser consultado nos anexos.

Etapa 3: Pontos notáveis de um triângulo.

Nesta etapa, para cada ponto notável do triângulo, a professora vai mostrar um ficheiro dinâmico no *GeoGebra* e posteriormente, com a colaboração dos alunos, expõem as conclusões no quadro.

- **Circuncentro**



O ponto de interseção das mediatrizes dos lados de um triângulo designa-se por circuncentro.

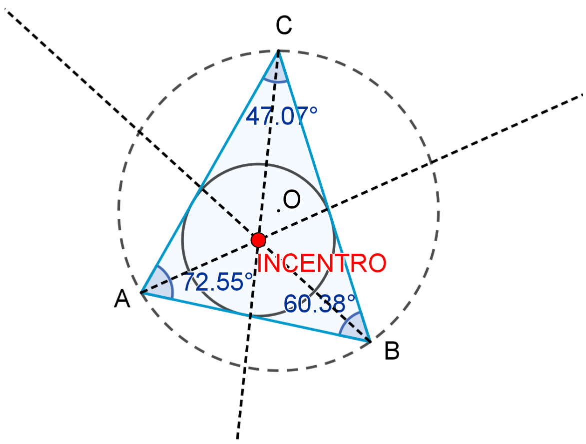
O circuncentro é o centro de uma circunferência circunscrita no triângulo. Assim sendo, está à mesma distância dos três vértices.

Quando o triângulo é acutângulo, o circuncentro pertence ao interior do triângulo.

Quando o triângulo é retângulo, o circuncentro é o ponto médio da hipotenusa do triângulo.

Quando o triângulo é obtusângulo, o circuncentro pertence ao exterior do triângulo.

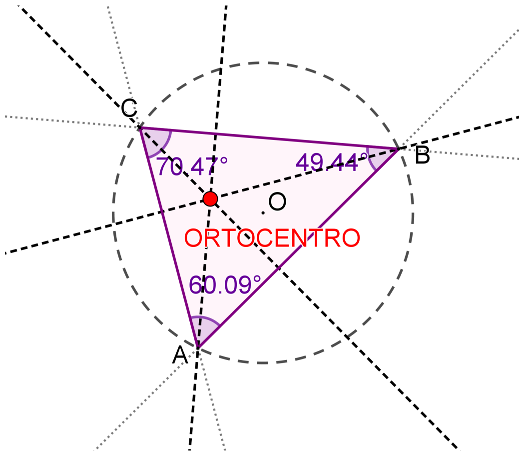
- **Incentro**



O ponto de interseção das bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo designa-se por incentro.

O incentro é o centro de uma circunferência inscrita no triângulo. Assim sendo, está à mesma distância de todos os seus lados.

- **Ortocentro**



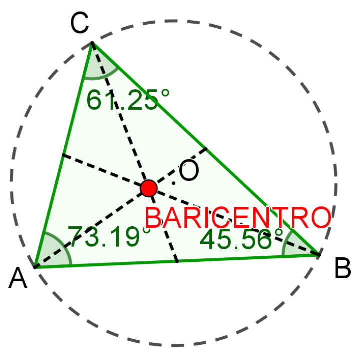
O ponto de interseção das retas suporte das alturas do triângulo designa-se por ortocentro.

Quando o triângulo é acutângulo, o ortocentro pertence ao interior do triângulo.

Quando o triângulo é retângulo, o ortocentro é o vértice do ângulo reto.

Quando o triângulo é obtusângulo, o ortocentro pertence ao exterior do triângulo.

- **Baricentro**



O ponto de interseção das medianas de um triângulo designa-se por baricentro.

Quando o triângulo é equilátero, o baricentro coincide com o centro da circunferência circunscrita.

Para concluir, num triângulo equilátero, o circuncentro, o incentro, o ortocentro e o baricentro coincidem.

Etapa 4: Marcação do TPC.

A aula termina com a marcação do TPC para a próxima aula.

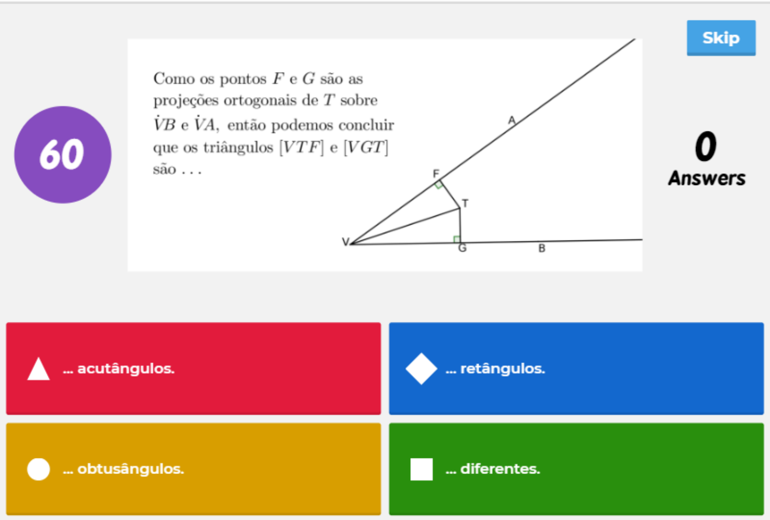
TPC: Resolver o exercício 3 da página 78 e o exercício 5 da página 79.

Anexos

Questões do Kahoot

Questão 1:

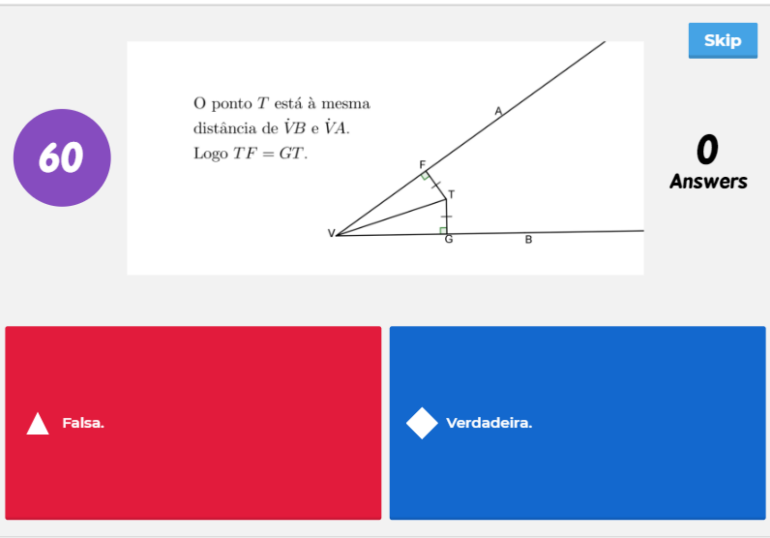
Observa a figura seguinte e completa a frase.



Resposta: ... retângulos.

Questão 2:

Observa a figura seguinte e verifica se afirmação é verdadeira ou falsa.

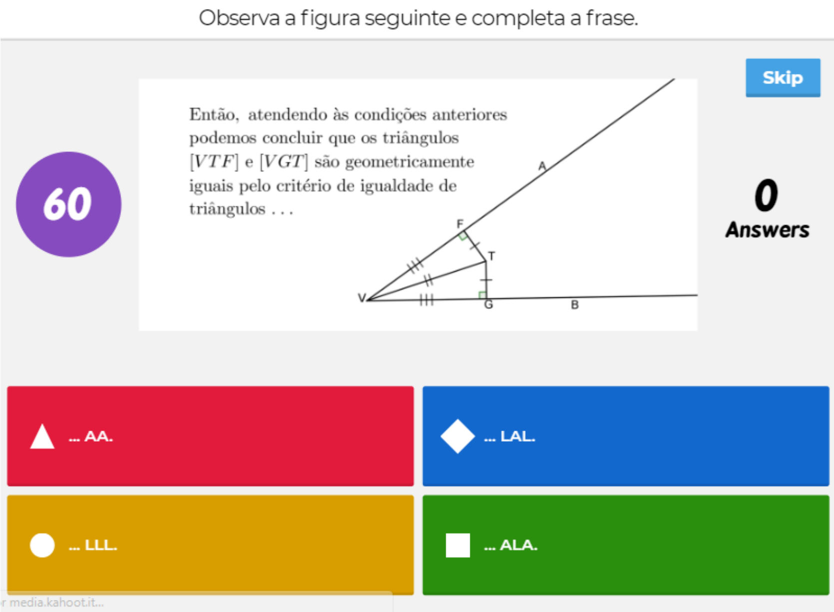


Resposta: Falsa.

Questão 3:

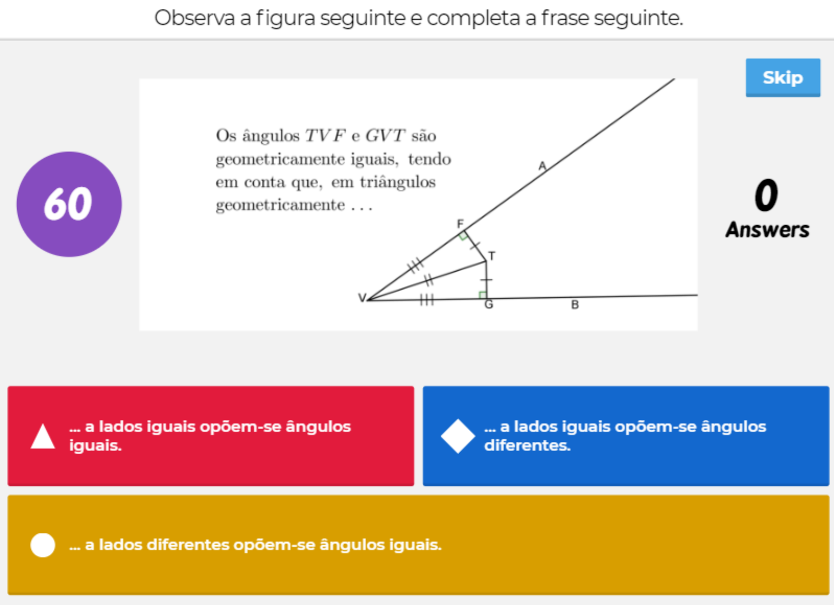
Resposta: ... Pitágoras ...

Questão 4:



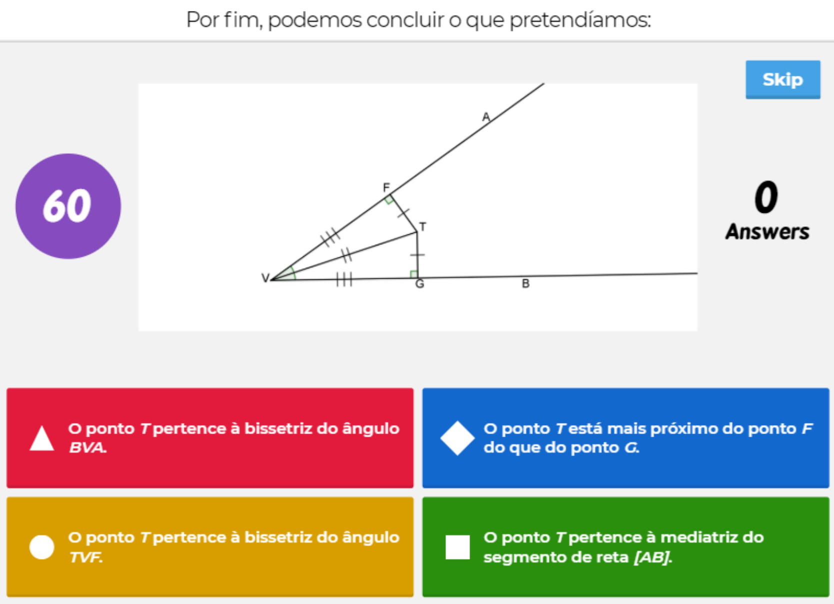
Resposta: ... LLL.

Questão 5:



Resposta: ... a lados iguais opõem-se ângulos iguais.

Questão 6:



Resposta: O ponto T pertence à bissetriz do ângulo BVA.

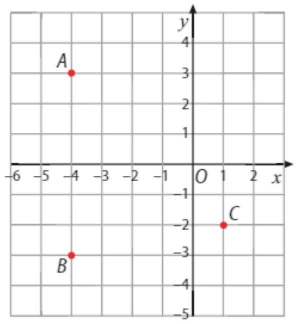
Página 78 - Exercício 3 (TPC para a próxima aula)

3 No referencial está representada a disposição de três corporações de bombeiros, *A*, *B* e *C*, quando circunscreveram um incêndio que lavrava na zona de Braga.

3.1. Representa as mediatrizes dos segmentos de reta [*AB*], [*BC*] e [*AC*].

3.2. Como se designa o ponto de interseção das retas que representaste na alínea anterior?

3.3. Representa a circunferência que circunscreve o incêndio.



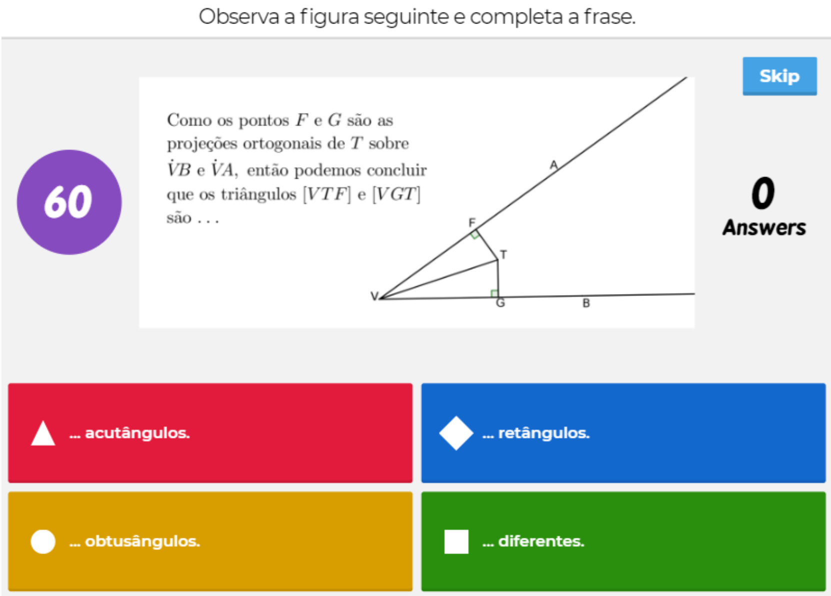
Página 79 - Exercício 5 (TPC para a próxima aula)

5 A Sandra, o André e a Sofia construíram, com a ajuda dos seus pais, uma casa numa árvore do quintal. Decidiram esconder a chave da casa num local situado exatamente à mesma distância das suas escolas.
Utiliza material de desenho para assinalares no mapa o local exato onde a chave está escondida.

Anexo B

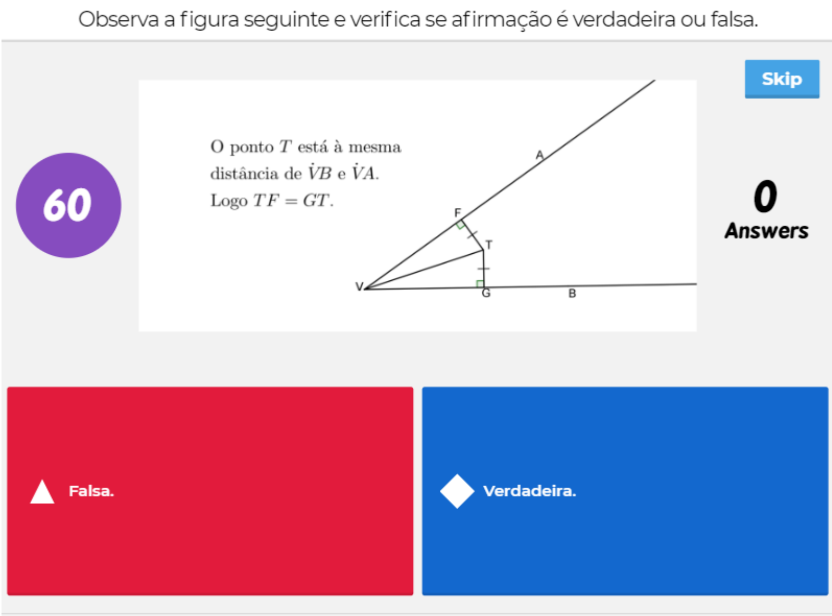
Questionário realizado, pela estagiária, na aplicação Kahoot

Questão 1:



Resposta: ... retângulos.

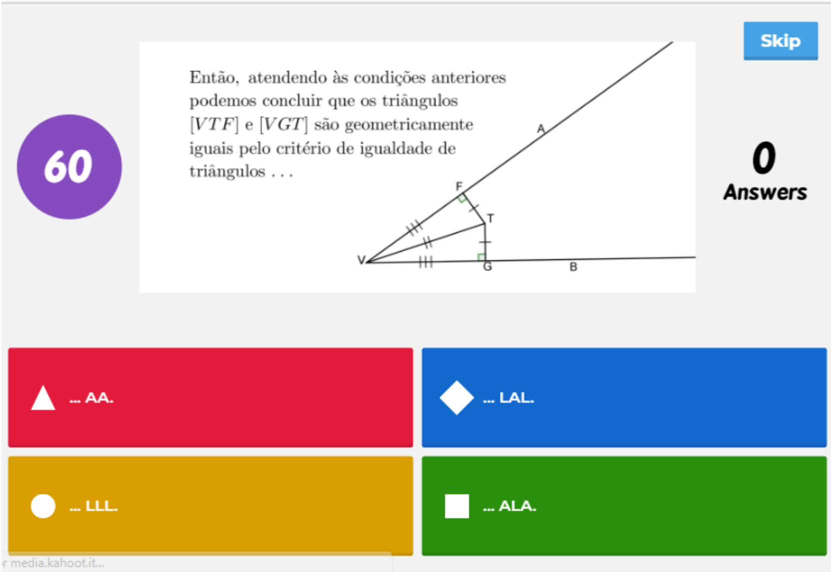
Questão 2:



Resposta: Falsa.

Questão 3:

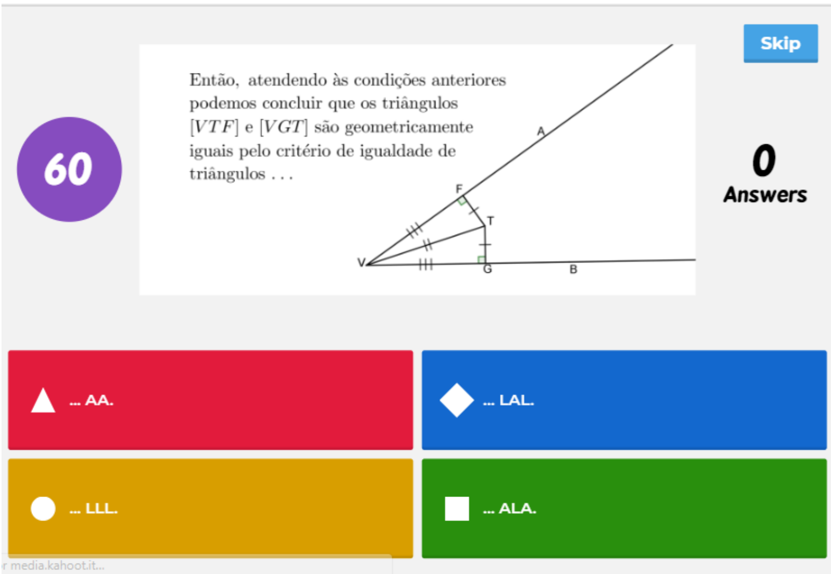
Observa a figura seguinte e completa a frase.



Resposta: ... Pitágoras ...

Questão 4:

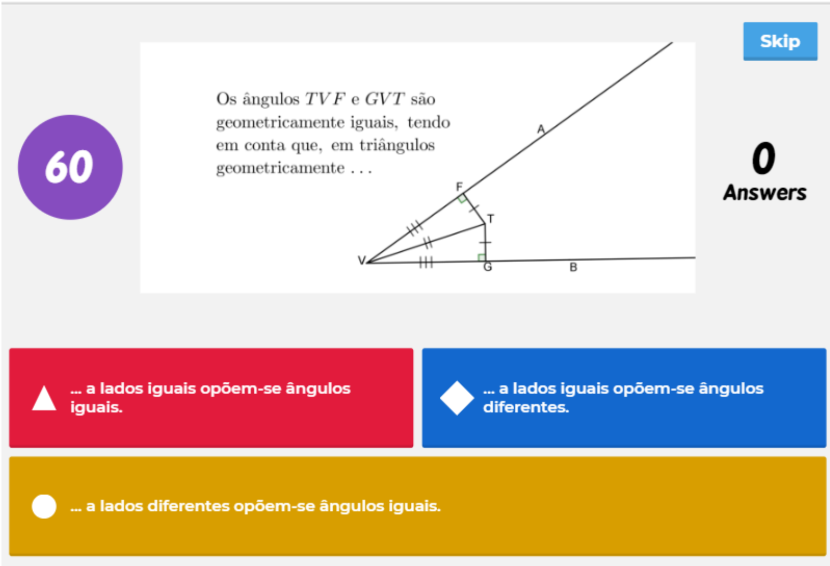
Observa a figura seguinte e completa a frase.



Resposta: ... LLL.

Questão 5:

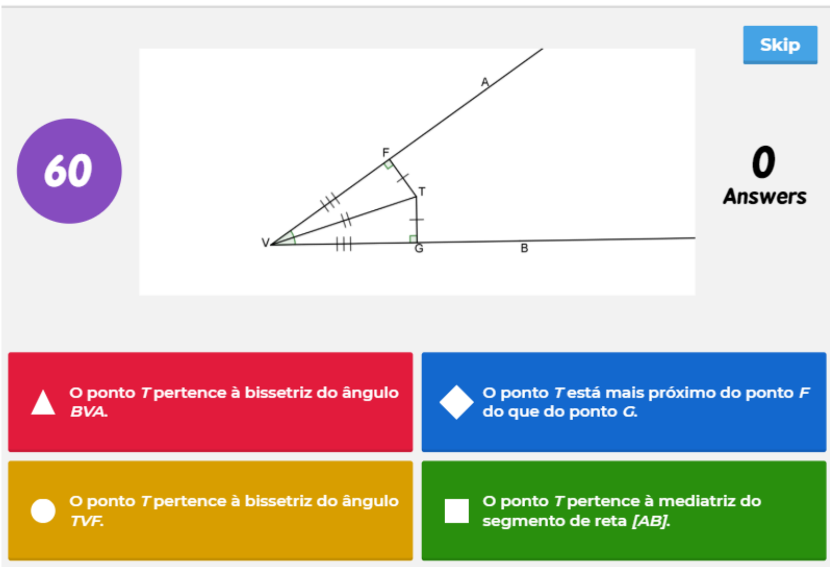
Observa a figura seguinte e completa a frase seguinte.



Resposta: ... a lados iguais opõem-se ângulos iguais.

Questão 6:

Por fim, podemos concluir o que pretendíamos:



Resposta: O ponto T pertence à bissetriz do ângulo BV A.

Anexo C

Critérios de avaliação para o 3.º ciclo

Agrupamento de Escolas da Lousã

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E CIÊNCIAS EXPERIMENTAIS

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO – 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO – MATEMÁTICA

2017 / 2018

		Parâmetros / Níveis	Nível 1 Muito Insuficiente	Nível 2 Insuficiente	Nível 3 Suficiente	Nível 4 Bom	Nível 5 Muito Bom
			Média (em %)				
Trabalhos e Provas 85%	70%	**Provas de avaliação**	0 a 19	20 a 49	50 a 69	70 a 89	90 a 100
	15%	**Trabalhos escritos de realização individual ou em grupo** (práticos, de pesquisa ou de aferição de conhecimentos, realizados dentro ou fora da sala de aula).	0 a 19	20 a 49	50 a 69	70 a 89	90 a 100
Atitudes e Comportamentos 15%	5%	**Comportamento / Respeito por regras** • **Respeito nas relações interpessoais**: respeitar as regras de convivência, saber ouvir e aguardar a sua vez de participação. • **Respeito pelas perspetivas e valores diferenciados numa promoção da consciência de cidadania.**	• Perturba sistematicamente a aula; • Nunca respeita os outros; • Tem mau relacionamento; • Não aguarda a sua vez.	• Perturba às vezes a aula; • Às vezes não respeita os outros; • Tem um relacionamento pouco satisfatório; • Nem sempre aguarda a sua vez.	• Não perturba a aula; • Respeita quase sempre os outros; • Tem um relacionamento satisfatório; • Aguarda a sua vez quase sempre.	• Não perturba a aula; • Respeita os outros; • Tem bom relacionamento; • Aguarda a sua vez.	• Não perturba a aula; • Respeita sempre os outros; • Tem muito bom relacionamento e coopera com os colegas; • Aguarda sempre a sua vez.
	5%	**Responsabilidade / Cumprimento das tarefas** • **Sentido de responsabilidade**: mostrar preocupação em realizar as tarefas escolares e em trazer o material indispensável à aula. • **Assiduidade e pontualidade**.	• Nunca cumpre.	• Muitas vezes não cumpre.	• Nem sempre cumpre.	• Geralmente cumpre.	• Cumpre sempre .
	5%	**Empenho / Cooperação** • **Autonomia**. • **Empenho e participação no trabalho.** • **Persistência na realização de tarefas.** • **Cooperação**: participação atenta nas aulas e nos trabalhos de grupo.	• Não tenta resolver /realizar as tarefas propostas na aula; • Participa negativamente nas aulas e não está atento.	• Desiste da procura da solução para as tarefas propostas, não as executa; • Muitas vezes não está atento.	• Manifesta pouca persistência no cumprimento das tarefas propostas; • Nem sempre está atento.	• Manifesta alguma persistência no cumprimento das tarefas propostas; • Está quase sempre atento.	• Manifesta persistência no cumprimento das tarefas e resolve-as • Ajuda os colegas e está sempre atento.

Nota: Para o cálculo da classificação final de período, no que respeita ao domínio das *Competências de compreensão, realização e de aprendizagem,* considera-se a média aritmética de todos os instrumentos de avaliação desde o início do ano. No que diz respeito ao domínio *Atitudes e Valores*, consideram-se apenas os elementos relativos ao período em questão.

Anexo D

Matriz, prova, resolução e critérios de classificação da prova concebida pela estagiária

Matriz da prova de 20 de fevereiro de 2018

Capacidades / Conteúdos	Conhecimento de factos e procedimentos	Raciocínio matemático e/ou conexões	Resolução de problemas	Comunicação matemática	**Totais**
Probabilidade de um acontecimento.	6%		4%		10%
Proporcionalidade inversa: tabelas; gráficos e expressão analítica.	9%		4%		13%
Operações com monómios e polinómios.	9%				9%
Função quadrática e equações incompletas do 2.º grau.	5%				5%
Funções e gráficos: funções afim e funções quadráticas.		5%		4%	9%
Equações e problemas do 2.ºgrau.	6%	8%			14%
Subconjuntos de números reais: representações por uma condição e em forma de intervalo; interseção e reunião.	16%				16%
Inequações do 1.º grau; sistemas de inequações.	11%	3%	6%	4%	24%
Totais	62%	16%	14%	8%	100%

As professoras: Alice Rodrigues e Inês Francisco

PROVA DE AVALIAÇÃO N. º 5 – PROVA GLOBAL

VERSÃO 1

Data: ____ / ____ / ______ Tempo de realização da prova: 90 minutos

Nome: ____ **N.º:** _____ **Turma:** _____

Classificação: ________________ Observações: ____

O professor: __________________ **O encarregado de educação:** ______________________________

Lê com atenção e até ao fim todas as questões que te são colocadas. Apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

CADERNO 1 – Com utilização da calculadora

1. Num saco de bombons, há bombons de chocolate branco, chocolate preto e chocolate de leite. Todos os bombons estão recheados, uns com creme de avelã e outros com creme de menta.
Na tabela abaixo pode consultar-se o valor da probabilidade de retirar, ao acaso, um bombom do saco, por tipo de chocolate e de recheio.

Tipo de chocolate	**Tipo de recheio**	
	Avelã	**Menta**
Chocolate branco	0,1	0,2
Chocolate preto	0,35	0,05
Chocolate de leite	0,15	0,15

1.1. Escreve, **em percentagem**, a probabilidade de, retirando ao acaso um bombom do saco, ele ser de chocolate branco recheado com creme de menta.

P(Sair um bombom de chocolate branco recheado com creme de menta) $=\ 20\%$

1.2. Retirando, ao acaso, um bombom do saco, qual é a probabilidade de **não** sair um de chocolate preto?
Apresenta a tua resposta na forma de fração irredutível.

P(Não sair um bombom de chocolate preto)= $0{,}1+0{,}2+0{,}15+0{,}15=0{,}6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

1.3. Sabendo que dentro do saco há 60 bombons, quantos bombons de chocolate de leite há no saco?
Mostra como chegaste à tua resposta.

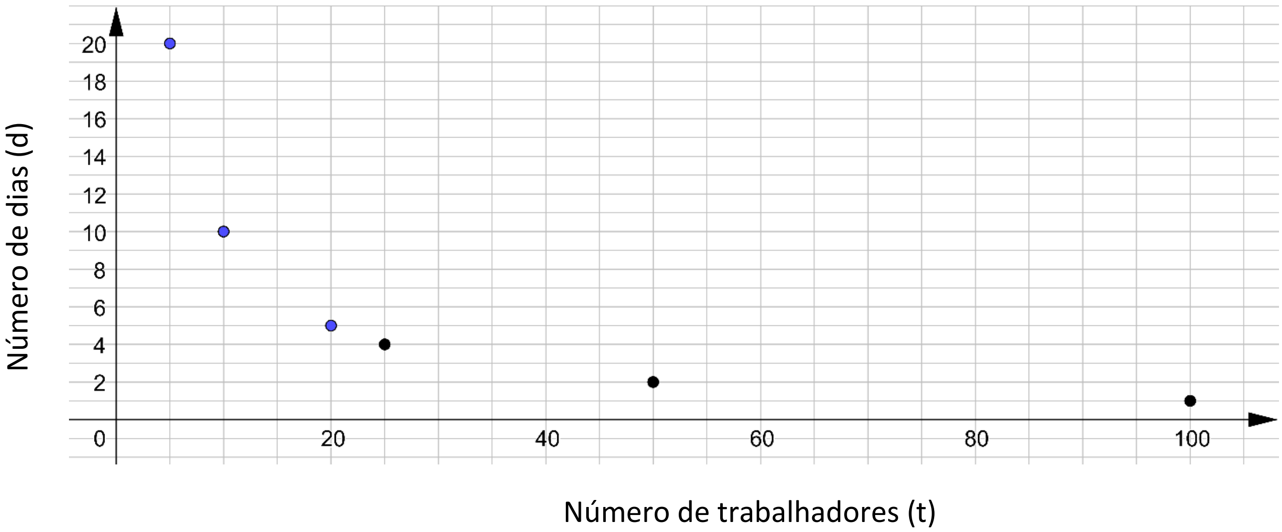
$60\times(0{,}15+0{,}15)=60\times 0{,}30=18$

Há 18 bombons de chocolate de leite no saco.

2. Na Quinta da Eira, para planear a apanha do morango, construiu-se a seguinte tabela que relaciona o número de dias, ***d***, necessários à apanha, com o número de trabalhadores contratados, ***t***:

t (número de trabalhadores)	100	50	25
d (número de dias que leva a apanha do morango)	1	2	4

2.1. Assinala, no gráfico abaixo, os pontos correspondentes à apanha do morango feita por 5, por 10 e por 20 trabalhadores.



2.2. Indica, no quadrado respetivo, a expressão que **não** relaciona as duas variáveis ***t*** e ***d***.

☐ $td = 100$ ☐ $d = \frac{100}{t}$ ☐ $t = \frac{100}{d}$ ☒ $d = 100t$

2.3. Na Quinta da Eira, a apanha do morango demorou 4 dias, e foram apanhados, no total, *4 000 kg* de morango.
Em média, quantos kg apanhou **cada trabalhador**?
Mostra como chegaste à tua resposta.

Para 4 dias são necessários 25 trabalhadores.

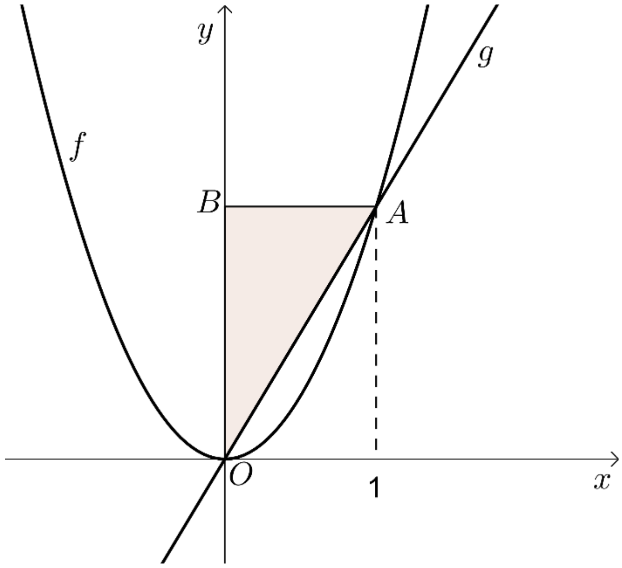
$$\frac{4000}{25} = 160\ kg$$

Cada trabalhador apanhou 160 kg de morango.

3. Na figura ao lado, estão representados, num referencial cartesiano, partes dos gráficos de duas funções, *f* e *g*, e o triângulo [*OAB*].

Sabe-se que:

- o ponto *O* é a origem do referencial;
- o ponto *A*, que pertence aos gráficos das funções *f* e *g*, tem abcissa 1;
- o ponto *B* pertence ao eixo das ordenadas;
- o triângulo [*OAB*] é retângulo em *B*;
- a função *f* é definida por $f(x) = \frac{5}{3}x^2$.



3.1. Justifica que $g(x) = \frac{5}{3}x$.

A expressão analítica da função g é do tipo $g(x) = ax$ e o ponto de coordenadas $(1, a)$ pertence ao gráfico da função g.

$f(1) = \frac{5}{3} \times 1^2 = \frac{5}{3}$

Então $a = \frac{5}{3}$ e $g(x) = \frac{5}{3}x$.

3.2. Determina a área do triângulo [*OAB*].

Apresenta o resultado arredondado, por excesso, com erro inferior a 0,01.
Mostra como chegaste à tua resposta.

$\overline{OB} = \frac{5}{3}$ e $\overline{BA} = 1$

$$A_{[OAB]} = \frac{\overline{OB} \times \overline{BA}}{2} = \frac{\frac{5}{3} \times 1}{2} = \frac{5}{6} \approx 0{,}83$$

3.3. Resolve a equação $f(x) = g(x)$.

$\frac{5}{3}x^2 = \frac{5}{3}x$

$\Leftrightarrow x^2 = x$

$\Leftrightarrow x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \lor x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \lor x = 1$

$\Leftrightarrow x \in \{0, 1\}$

4. Considera o conjunto $A = [-7, -\pi] \cap]-\infty, -\sqrt{10}[$.

Qual dos seguintes conjuntos é igual ao conjunto $A \cap B$?

☐ $]-\infty, -\pi]$ ☒ $[-7, -\sqrt{10}[$ ☐ $[-7, -\sqrt{10}]$ ☐ $\{ \ \}$

FIM DO CADERNO 1

COTAÇÕES – CADERNO 1

Questão	1.1.	1.2.	1.3.	2.1.	2.2.	2.3	3.1.	3.2.	3.3.	4.	Total
Cotação	2	4	4	6	3	4	4	5	5	3	40

Nota: Podes utilizar o resto desta página para construíres ou concluíres respostas.

Nome: ____ **Nº:** _____ **Turma:**_____

5. Considera os seguintes conjuntos de números reais:

$$A = \{x \in \mathbb{R}: 2x - 1 < 3\} \qquad \text{e} \qquad B = \left[-\sqrt{16}, 5\right]$$

5.1. Mostra que $A =]-\infty, 2[$, resolvendo a inequação $2x - 1 < 3$.

$$\begin{aligned} & 2x - 1 < 3 \\ \Leftrightarrow\ & 2x < 3 + 1 \\ \Leftrightarrow\ & 2x < 4 \\ \Leftrightarrow\ & x < 2 \\ \Leftrightarrow\ & x \in]-\infty, 2] \end{aligned}$$

5.2. Escreve o conjunto $A \cup B$ na forma de intervalo de números reais.

$A \cup B =]-\infty, 5]$

5.3. Escreve todos os números inteiros pertencentes ao conjunto $A \cap B$.

{Números inteiros pertencentes ao conjunto $A \cap B$} $= \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$

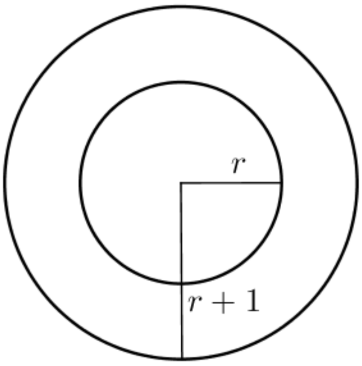
6. Determina para que valores de k, a equação do 2.º grau $x^2 - 6x + k = 0$, tem duas raízes reais distintas.

Para que uma equação do 2.º grau tenha duas raízes reais distintas, $b^2 - 4ac > 0$.

$$\begin{aligned} & (-6)^2 - 4k > 0 \\ \Leftrightarrow\ & 36 - 4k > 0 \\ \Leftrightarrow\ & -4k > -36 \\ \Leftrightarrow\ & 4k < 36 \\ \Leftrightarrow\ & k < 9 \\ \Leftrightarrow\ & k \in]-\infty, 9[\end{aligned}$$

7. Na figura abaixo estão representadas duas circunferências concêntricas.
Sabe-se que:

- a medida do raio da circunferência maior tem mais 1 metro do que a medida do raio da circunferência menor;
- a área de um dos círculos é 4 vezes maior do que área do outro círculo.



7.1. Mostra que a equação $3r^2 - 2r - 1 = 0$ permite determinar, r, a medida do raio da circunferência menor.
Na tua resposta podes seguir, justificando, as seguintes etapas:

- escrever uma expressão, em função de r, que traduza a área, A_1, do círculo menor;
- escrever uma expressão, em função de r, que traduza a área, A_2, do círculo maior;
- justificar que $A_2 = 4A_1$;
- escrever uma equação, na variável r, equivalente a $A_2 = 4A_1$;
- simplificar a equação obtida e escrevê-la na forma canónica.

$A_1 = \pi r^2\,;\quad A_2 = \pi(r+1)^2$

Se a área de um dos círculos é 4 vezes maior do que a área do outro círculo e como $A_2 > A_1$, tem-se $A_2 = 4A_1$

$A_2 = 4A_1$

$\Leftrightarrow A_2 = 4A_1$

$\Leftrightarrow \pi(r+1)^2 = 4\pi r^2$

$\Leftrightarrow (r+1)^2 = 4r^2$

$\Leftrightarrow r^2 + 2r + 1 = 4r^2$

$\Leftrightarrow r^2 + 2r + 1 = 4r^2$

$\Leftrightarrow 4r^2 - r^2 - 2r - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 3r^2 - 2r - 1$

7.2. Determina o valor de r.

Mostra como chegaste à tua resposta.

$$3r^2 - 2r - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{2+4}{6} \ \vee \ r = \frac{2-4}{6}$$

$$\Leftrightarrow r = 1 \ \vee \ r = -\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow r \in \left\{-\frac{1}{3}, 1\right\}$$

Como $r > 0$, então $r = 1$.

8. Considera a inequação $2x \geq 8$.

Qual dos seguintes números reais **não é** solução desta inequação?

☐ 4 ☒ π ☐ $\sqrt{25}$ ☐ $(-3)^2$

9. Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{x+20}{3} > 2(1-x)$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

$$\frac{x+20}{3} > 2(1-x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+20}{3} > 2 - 2x$$

$$\Leftrightarrow x + 20 > 6 - 6x$$

$$\Leftrightarrow x + 6x > 6 - 20$$

$$\Leftrightarrow 7x > -14$$

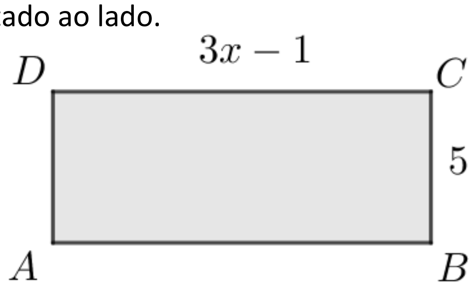
$$\Leftrightarrow x > -2$$

$$\Leftrightarrow x \in \left]-2, +\infty\right[$$

10. Considera o retângulo [*ABCD*] representado ao lado.

Sabe-se que:

- $\overline{BC} = 5$;
- $\overline{CD} = 3x - 1$.



10.1. Determina uma expressão simplificada para o perímetro do retângulo [*ABCD*].
Mostra como chegaste à tua resposta.

$P_{[ABCD]} = 2 \times (3x - 1) + 2 \times 5 = 6x - 2 + 10 = 6x + 8$

10.2. Considera o problema:

Determina os valores de x para os quais a área do retângulo é inferior a 25?

Escreve um sistema de inequações traduza o problema enunciado.
Não resolvas o sistema.

$$\begin{cases} 5(3x - 1) < 25 \\ 3x - 1 > 0 \end{cases}$$

11. Fatoriza o polinómio $x^2 - 49$.

$x^2 - 49 = (x + 7)(x - 7)$

12. Qual das seguintes inequações **não é** equivalente à inequação $3x \geq -6$.

☐ $x \geq -2$ ☒ $-x \leq -2$ ☐ $\frac{x}{2} \geq -1$ ☐ $x + 2 \geq 0$

FIM DA PROVA

COTAÇÕES – CADERNO 2

Questão	5.1.	5.2.	5.3.	6.	7.1.	7.2.	8.	9.	10.1	10.2	11	12	Total
Cotação	3	4	6	6	8	6	3	8	5	4	4	3	60

As professoras: Alice Rodrigues e Inês Francisco

Nota: Podes utilizar o resto desta página e a seguinte para construíres ou concluíres respostas.

Nome: ____ **Nº:** _____ **Turma:**_____

Critérios de Classificação - 5.º Teste de Avaliação - Prova Global

Versão 1

Critérios Gerais de Classificação

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Itens de seleção

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Itens de construção

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens de resposta restrita que impliquem a realização de cálculos tem em conta a apresentação de todos os cálculos efetuados. A apresentação apenas do resultado final é classificada com zero pontos.

Se, na resposta, for omitida a unidade de medida, a pontuação a atribuir é a que consta dos critérios específicos, não havendo lugar a qualquer desvalorização.

Se, na resposta, for utilizado o sinal de igual quando, em rigor, deveria ser usado o sinal de aproximadamente igual, a pontuação a atribuir é a que consta dos critérios específicos, não havendo lugar a qualquer desvalorização.

No caso de a resposta apresentar um erro numa das etapas, se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes se mantiver, a pontuação a atribuir a cada uma delas é a que consta dos critérios específicos. Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir significativamente em virtude do erro cometido, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

No quadro seguinte, apresentam-se situações específicas sujeitas a desvalorização que podem ocorrer nas respostas aos itens de resposta restrita.

Situações específicas sujeitas a desvalorização
Ocorrência de erros de cálculo.
Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou com um arredondamento incorreto.
Apresentação do resultado final numa forma diferente da solicitada, com um número de casas decimais diferente do solicitado ou com um arredondamento incorreto.
Utilização de simbologia ou de expressões incorretas do ponto de vista formal.

Verificando-se alguma destas situações específicas na resposta a um item, aplicam-se desvalorizações à soma das pontuações atribuídas às etapas ou à pontuação correspondente ao nível de desempenho em que a resposta for enquadrada. As desvalorizações são as seguintes:

- 1 ponto pela ocorrência de uma ou duas das situações descritas;
- 2 pontos pela ocorrência de três ou quatro das situações descritas.

COTAÇÕES - CADERNO 1

Questão	**1.1.**	**1.2.**	**1.3.**	**2.1.**	**2.2.**	**2.3.**	**3.1.**	**3.2.**	**3.3.**	**4.**	**Total**
Cotação	**2**	**4**	**4**	**6**	**3**	**4**	**4**	**5**	**5**	**3**	**40**

COTAÇÕES - CADERNO 2

Questão	**5.1.**	**5.2.**	**5.3.**	**6.**	**7.1.**	**7.2.**	**8.**	**9.**	**10.1.**	**10.2.**	**11.**	**12.**	**Total**
Cotação	**3**	**4**	**6**	**6**	**8**	**6**	**3**	**8**	**5**	**4**	**4**	**3**	**60**

1.1. 2 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Nível 2: Responde: 20% .... 2 pontos
Nível 1: Responde: $0,2$ .... 1 ponto
Nível 0: Dá outra resposta .... 0 pontos

1.2. 4 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Nível 4: Responde: $\frac{3}{5}$ .... 4 pontos
Nível 3: Responde: $\frac{6}{10}$ ou $\frac{2}{5}$ .... 3 pontos
Nível 2: Responde: $0,6$ ou $\frac{4}{10}$ .... 2 pontos
Nível 1: Responde: $0,4$ .... 1 ponto
Nível 0: Dá outra resposta .... 0 pontos

1.3. 4 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Reconhece que $0,30$ é a probabilidade que corresponde aos chocolates de leite . 1 ponto
Indica que $60 \times 0,30$ é a quantidade de chocolates de leite .... 2 pontos
Responde 18 chocolates .... 1 ponto

2.1. 6 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Nível 6: Marca, corretamente, os 3 pontos pedidos .... 6 pontos
Nível 5: Escreve, corretamente, as coordenadas dos 3 pontos pedidos .... 1 ponto
Nível 4: Marca, corretamente, apenas 2 pontos dos 3 pontos pedidos .... 4 pontos
Nível 3: Escreve, corretamente, apenas as coordenadas de 2 pontos
dos 3 pontos pedidos .... 3 pontos
Nível 2: Marca, corretamente, apenas 1 ponto dos 3 pontos pedidos .... 2 pontos
Nível 1: Escreve, corretamente, apenas as coordenadas de 1 ponto
dos 3 pontos pedidos .... 1 ponto
Nível 0: Dá outra resposta .... 0 pontos

2.2. 3 pontos

Seleciona apenas a opção: $d = 100t$ .... 3 pontos

2.3. 4 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Reconhece que para 4 dias são precisos 25 trabalhadores .... 2 pontos
Divide o número total de morangos pelo número de trabalhadores $(4000 : 25)$ .. 1 ponto
Responde 160 kg ou 160 .... 1 ponto

3.1. 4 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Justifica que a expressão analítica da função g é da forma $g(x) = ax$ .... 1 ponto
Escreve $f(1) = \frac{5}{3} \times (1)^2$ .... 2 pontos
Escreve $f(1) = \frac{5}{3}$ .... 1 ponto

3.2. 5 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Reconhece que a área de um triângulo é dada por $A = \dfrac{base \times altura}{2}$ .... 1 ponto
Indica as medidas da base e da altura do triângulo .... 2 pontos

- Indica a medida da base igual a 1 .... 1 ponto
- Indica a medida da altura igual a $\frac{5}{3}$ .... 1 ponto
- OU
- Indica a medida da base igual a $\frac{5}{3}$ .... 1 ponto
- Indica a medida da altura igual a 1 .... 1 ponto

Determina a área do triângulo .... 1 ponto
Escreve o resultado arrendondado, por excesso, com erro inferior a 0,01 .... 1 ponto

3.3. 5 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Reconhece que $f(x) = g(x)$ é equivalente a $\frac{5}{3}x^2 = \frac{5}{3}x$ .... 1 ponto
Isola os termos com incógnita num dos membros da equação $\left(\frac{5}{3}x^2 - \frac{5}{3}x = 0 \text{ ou } x^2 - x = 0\right)$ .... 1 ponto
Fatoriza o primeiro membro da equação $\left(x\left(\frac{5}{3}x - \frac{5}{3}\right) = 0 \text{ ou } \frac{5}{3}x(x-1) = 0 \text{ ou } x(x-1) = 0\right)$ .... 1 ponto
Aplica a lei do anulamento do produto .... 1 ponto
Escreve o conjunto solução da equação $(\{0, 1\})$ .... 1 ponto

4. 3 pontos

Seleciona apenas a opção: $[-7, -\sqrt{10}[$ .... 3 pontos

5.1. 3 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Isola o termo com incógnita num dos membros da inequação .... 1 ponto
Obtém a inequação $x < 2$ (ou equivalente) .... 1 ponto
Escreve o conjunto solução na forma de intervalo ($]-\infty, 2[$) .... 1 ponto

5.2. 4 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Nível 4: Responde corretamente: $]-\infty, 5]$ .... 4 pontos
Nível 3: Responde: $]-\infty, 5[$ e representa geometricamente o conjunto $A \cup B$ 3 pontos
Nível 2: Responde: $]-\infty, 5[$ ou representa geometricamente o conjunto $A \cup B$ 2 pontos
Nível 1: Representa geometricamente o conjunto A ou o conjunto B .... 1 ponto
Nível 0: Dá outra resposta .... 0 pontos

5.3. 6 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Nível 6: Responde corretamente: $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1$ .... 6 pontos
Nível 5: Responde corretamente apenas a 5 números inteiros .... 5 pontos
Nível 4: Responde corretamente apenas a 4 números inteiros ou representa geometricamente o conjunto $A \cap B$ ou escreve o conjunto $A \cap B$ na forma de intervalo de números reais .... 4 pontos
Nível 3: Responde corretamente apenas a 3 números inteiros .... 3 pontos
Nível 2: Responde corretamente apenas a 2 números inteiros ou representa geometricamente o conjunto A ou o conjunto B ou escreve o conjunto B na forma de intervalo .... 2 pontos
Nível 1: Responde corretamente apenas a 1 número inteiro .... 1 ponto
Nível 0: Dá outra resposta .... 0 pontos

6. 6 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escreve $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36 - 4k}}{2}$ .... 1 ponto
Conclui que, para que a equação tenha duas raízes reais distintas, é necessário que $36 - 4k > 0$ .... 2 pontos
Isola o termo com incógnita num dos membros da inequação .... 1 ponto
Obtém a inequação $k < 9$ (ou equivalente) .... 2 pontos

Nota - Caso o aluno não escreva a primeira etapa e comece por afirmar que, para que a equação tenha duas raízes reais distintas, é necessário que $36 - 4k > 0$, o 1 ponto relativo à primeira etapa deve ser atribuído.

7.1. 8 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escreve $A_1 = \pi r^2$ (ou equivalente) .... 1 ponto
Escreve $A_2 = \pi(r+1)^2$ (ou equivalente) .... 1 ponto
Justifica que $A_2 = 4A_1$ .... 1 ponto
Escreve $\pi(r+1)^2 = 4\pi r^2$ (ou equivalente) .... 1 ponto
Desembaraça a equação anterior de parênteses .... 1 ponto
Isola todos os termos no mesmo membro da equação .... 1 ponto
Reduz os termos semelhantes .... 1 ponto
Obtém a equação na forma canónica $3r^2 - 2r - 1 = 0$ (ou equivalente) .... 1 ponto

7.2. 6 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Reconhece que $a = 3$, $b = -2$ e $c = -1$ .... 1 ponto
Escreve $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$ (ou equivalente) .... 1 ponto
Determina as soluções da equação $\left(1 \text{ e } -\dfrac{1}{3}\right)$ .... 3 pontos

Escreve $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{16}}{6}$ .... 1 ponto
Faz corretamente os restantes cálculos .... 2 pontos

Conclui que $r = 1$ .... 1 ponto

8. 3 pontos

Seleciona apenas a opção: π .... 3 pontos

9. 8 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraça, corretamente, a inequação de parênteses .... 1 ponto
Desembaraça, corretamente, a inequação de denominadores .... 1 ponto
Isola os termos com incógnita num dos membros da inequação .... 2 pontos
Reduz os termos semelhantes .... 2 pontos
Obtém a inequação $x > -2$ (ou equivalente) .... 1 ponto
Escreve o conjunto solução na forma de intervalo ($]-2, +\infty[$) .... 1 ponto

10.1. 5 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escreve uma expressão para o perímetro $2(3x-1)+2\times 5$ (ou equivalente) ... 3 pontos
Obtém uma expressão simplificada para o perímetro ($6x+8$ ou $8+6x$) .... 2 pontos

10.2 4 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Nível 4: Escreve: $\begin{cases} 3x-1>0 \\ 5(3x-1)<25 \end{cases}$ (ou um sistema equivalente) .... 4 pontos
Nível 3: Escreve as duas inequações $3x-1>0$ e $5(3x-1)>25$ (ou equivalentes) mas não apresenta a respetiva conjunção .... 3 pontos
Nível 2: Escreve um sistema que não traduz o problema mas em que uma das inequações é $3x-1>0$ (ou equivalente) ou $5(3x-1)>25$ (ou equivalente) ... 2 pontos
Nível 1: Escreve apenas uma das inequações $3x-1>0$ ou $5(3x-1)>25$ (ou uma inequação equivalente a uma destas) .... 1 ponto
Nível 0: Dá outra resposta .... 0 pontos

11. 4 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Nível 2: Responde corretamente: $(x-7)(x+7)$ .... 4 pontos
Nível 1: Responde: $x-7\times x+7$ .... 3 pontos
Nível 0: Dá outra resposta .... 0 pontos

Nota – Se, na resposta, for apresentada a determinação dos zeros de x^2-49 recorrendo à fatorização de x^2-49, a resposta deve ser enquadrada no nível correspondente à fatorização apresentada, com a desvalorização de 1 ponto

12. 3 pontos

Seleciona apenas a opção: $-x\leq -2$ .... 3 pontos

Anexo E

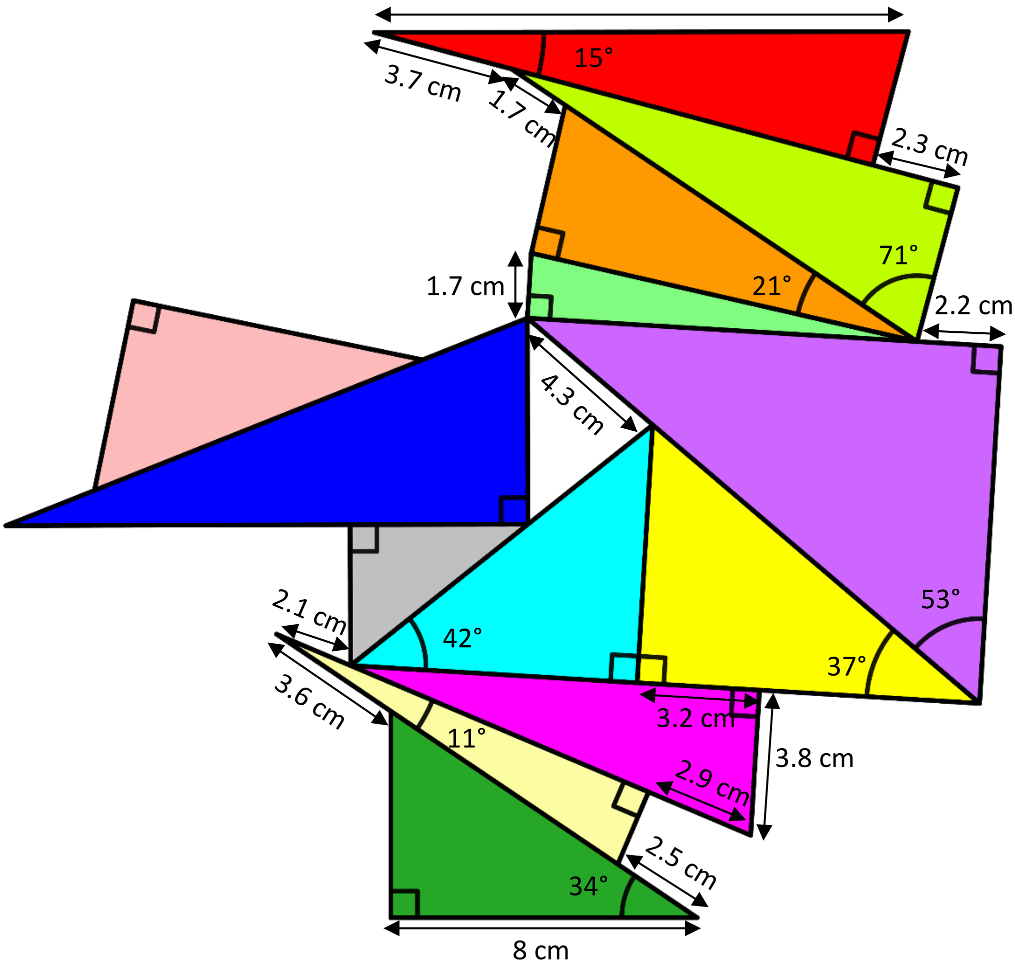
Trabalho escrito de realização individual - A torre de triângulos, elaborado pela estagiária

Ficha de trabalho - A Torre de Triângulos

Nome: ____ **Nº:** _____ **Turma:** _____

A Joana precisa de saber a medida do comprimento da hipotenusa do triângulo vermelho, triângulo que está no cimo da torre de triângulos. Como a Joana está no 7.º ano, não consegue resolver este problema. Mas a Joana sabe que tens conhecimentos matemáticos suficientes para resolver este problema, por isso decidiu escolher-te para a ajudares.
Apresenta o valor pedido, arredondado às unidades.
Em cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Quanto mede este lado?



Anexo F

Trabalho escrito de realização em grupo - Construção do circuncentro, do incentro, do ortocentro e do baricentro no GeoGebra, elaborado pela estagiária

Matemática 9.º Ano - Trabalho de Grupo

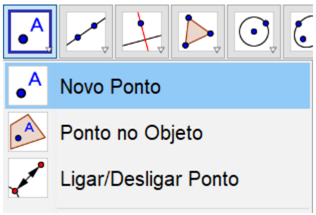
Construção do Circuncentro, do Incentro, do Ortocentro e do Baricentro no *GeoGebra*

Nome: ______________________________ N.º: ___ Turma: ___

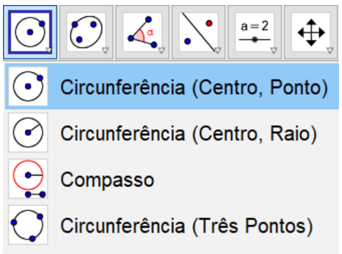
Roteiro para a construção do Circuncentro

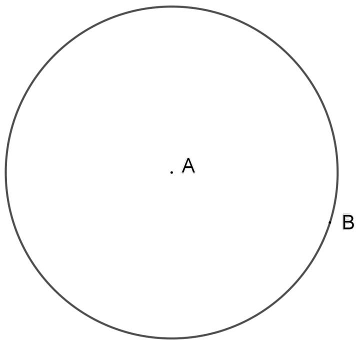
1. Abre o GeoGebra e, com o botão direito do rato sobre a folha gráfica 2D, retira a grelha e os eixos. Em "Opções", seleciona "Rotulagem" e, de seguida, "Apenas Pontos Novos".

2. Escolhe "Novo Ponto" (figura abaixo) e marca dois pontos, A e B, à tua escolha, na folha gráfica.



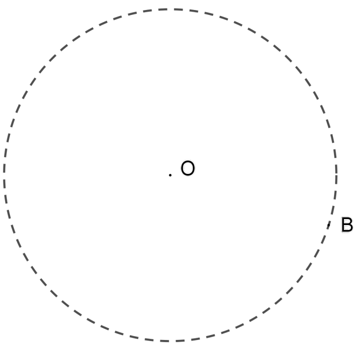
3. Escolhe, agora, "Circunferência (Centro, Ponto)" (figura abaixo à esquerda) e seleciona, em primeiro, o ponto A e, em seguida, o ponto B, obtendo a circunferência de centro em A e raio $\overline{AB}$.





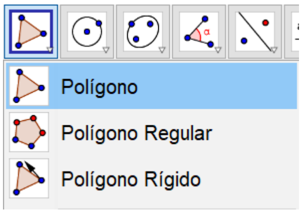
4. Seleciona o ponto A e, com o botão direito do rato, escolhe "Renomear" e escreve O. Ainda com o botão direito do rato, mas agora sobre a circunferência escolhe "Propriedades dos Objetos" e muda o estilo ao teu gosto.

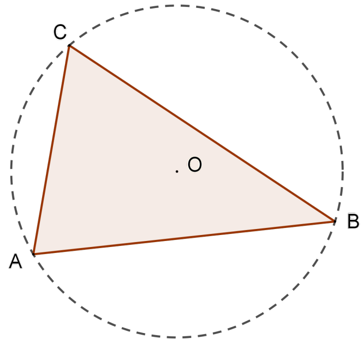
Nota: Ao longo deste roteiro podes mudar o estilo a todos os objetos.



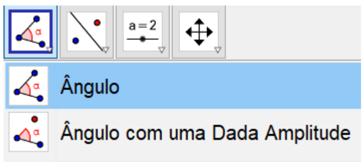
5. Escolhe, novamente, "Novo Ponto" e marca dois pontos, A e C, clicando sobre a circunferência.

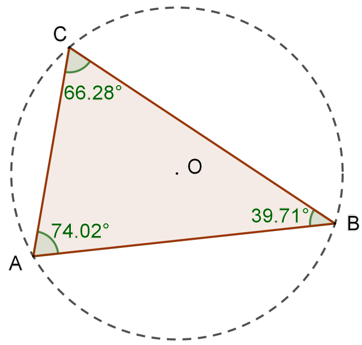
6. Constrói o triângulo $[ABC]$ com a opção "Polígono" (figura abaixo à esquerda).



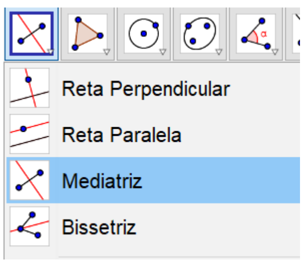


7. Marca os ângulos internos do triângulo, selecionando "Ângulo" (figura abaixo à esquerda) e, clicando nos lados dos ângulos no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

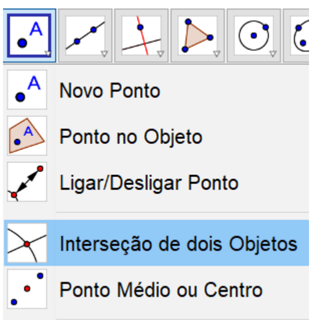


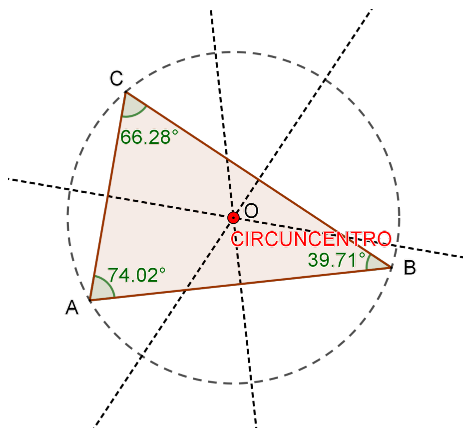


8. Com a opção "Mediatriz" (figura abaixo), seleciona os três lados do triângulo .



9. Escolhe "Interseção de dois Objetos" (figura abaixo à esquerda) e seleciona duas das três mediatrizes que acabaste de traçar. Designa este ponto por **CIRCUNCENTRO**, em "Renomear".

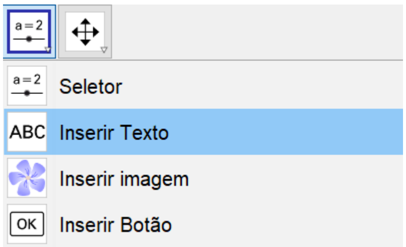




10. E se escolheres outras duas mediatrizes? O que podes concluir sobre a posição do circuncentro?

11. Move pelo menos um dos pontos A e C e tira conclusões sobre a posição do circuncentro relativamente ao triângulo e à circunferência que inscreve o triângulo, quando o triângulo é retângulo, acutângulo ou obtusângulo.
Nota: A circunferência que inscreve o triângulo chama-se circunferência circunscrita ao triângulo.

12. Com a opção "Inserir Texto" (figura abaixo), escreve todas as tuas conclusões relativamente aos pontos **10.** e **11.**.

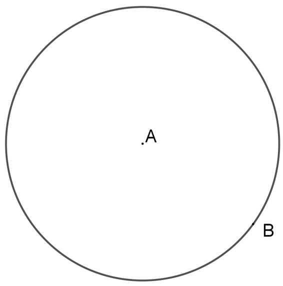


Roteiro para a construção do Incentro

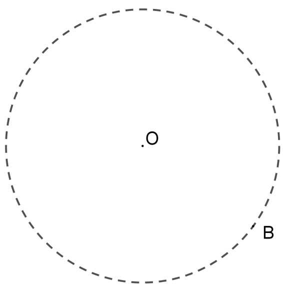
1. Abre o GeoGebra e, com o botão direito do rato sobre a folha gráfica 2D, retira a grelha e os eixos. Em "Opções", seleciona "Rotulagem" e, de seguida, "Apenas Pontos Novos".

2. Escolhe "Novo Ponto" e marca dois pontos, A e B, à tua escolha, na folha gráfica.

3. Escolhe, agora, "Circunferência (Centro, Ponto)" e seleciona, em primeiro, o ponto A e, em seguida, o ponto B, obtendo a circunferência de centro em A e raio $\overline{AB}$.

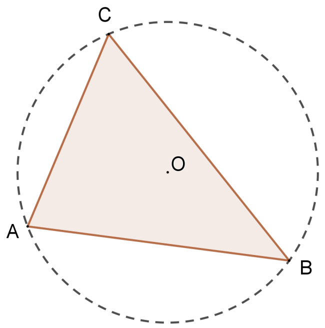


4. Seleciona o ponto A e, com o botão direito do rato, escolhe "Renomear" e escreve O. Ainda com o botão direito do rato, mas agora sobre a circunferência escolhe "Propriedades dos Objetos" e muda o estilo ao teu gosto.
Nota: Ao longo deste roteiro podes mudar o estilo a todos os objetos.

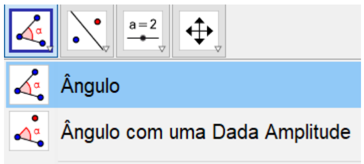


5. Escolhe, novamente, "Novo Ponto" e marca dois pontos, A e C, clicando sobre a circunferência.

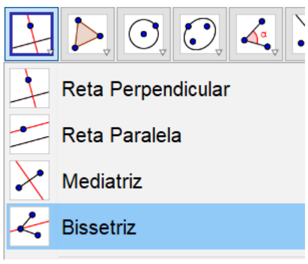
6. Constrói o triângulo $[ABC]$ com a opção "Polígono".

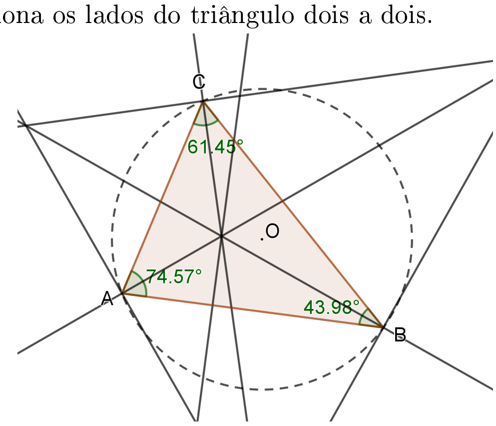


7. Marca os ângulos internos do triângulo, selecionando "Ângulo" (figura abaixo) e, clicando nos lados dos ângulos no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

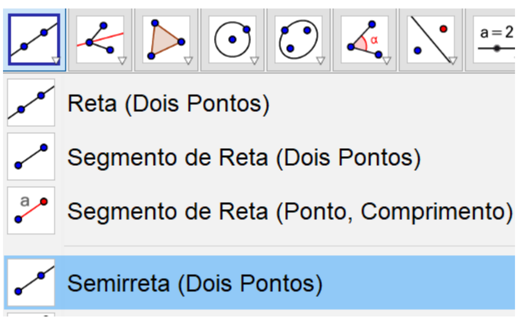


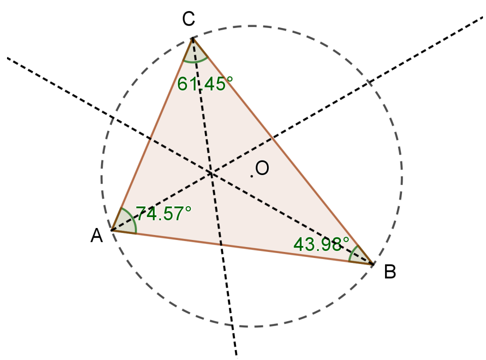
8. Com a opção "Bissetriz" (figura abaixo à esquerda), seleciona os lados do triângulo dois a dois.



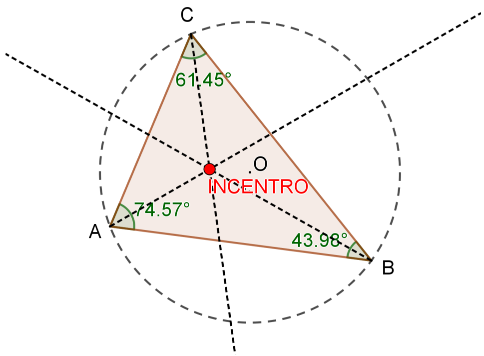


9. Traça, apenas, as bissetrizes dos ângulos internos do triângulo $[ABC]$, utilizando a opção "Semirreta" (figura abaixo à esquerda). Com o botão direito do rato sobre os objetos auxiliares que não são necessários, seleciona "Mostrar Objetos" para escondê-los, de forma a obteres uma figura idêntica à figura abaixo à direita.



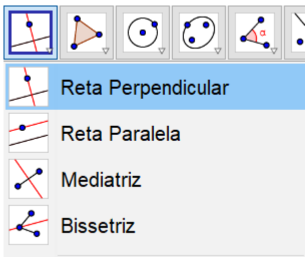


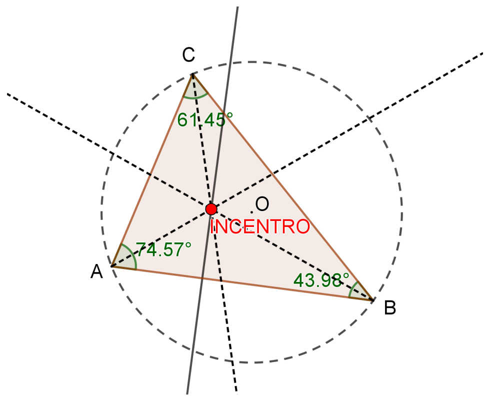
10. Escolhe "Interseção de dois Objetos" e seleciona duas das três bissetrizes que acabaste de traçar. Designa este ponto por **INCENTRO**, em "Renomear".



11. E se escolheres outras duas bissetrizes? O que podes concluir sobre a posição do incentro?

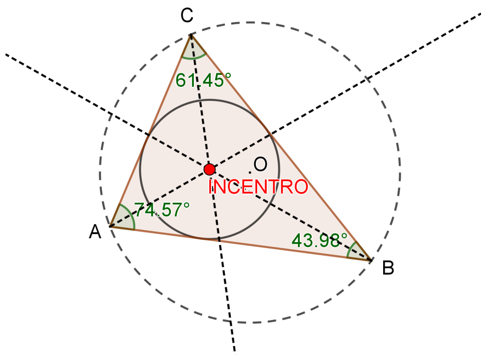
12. Com a opção "Reta Perpendicular" (figura abaixo à esquerda), traça uma reta que passe no incentro e seja perpendicular a um dos lados do triângulo.





13. Marca o ponto de interseção da reta que acabaste de traçar e o lado do triângulo que escolheste, com a opção "Interseção de dois Objetos".

14. Traça a circunferência de centro no incentro e que contém o ponto que marcaste no ponto **13.**.



15. O que podes concluir acerca da circunferência que acabaste de traçar relativamente ao triângulo?

16. Move pelo menos um dos pontos A e C e tira conclusões sobre a posição do incentro relativamente ao triângulo e à circunferência a cheio, na figura acima.

Nota: Como se poderá designar a circunferência a cheio? (volta a ver a nota no ponto **11.** do roteiro da construção do circuncentro)

17. Se o triângulo for equilátero que conclusões podes tirar acerca do ponto O e das circunferências a cheio e a tracejado (na figura anterior)?

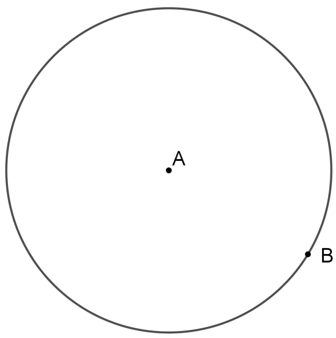
18. Com a opção "Inserir Texto", escreve todas as tuas conclusões relativamente aos pontos **15.**, **16.** e **17.**.

Roteiro para a construção do Ortocentro

1. Abre o GeoGebra e, com o botão direito do rato sobre a folha gráfica 2D, retira a grelha e os eixos. Em "Opções", seleciona "Rotulagem" e, de seguida, "Apenas Pontos Novos".

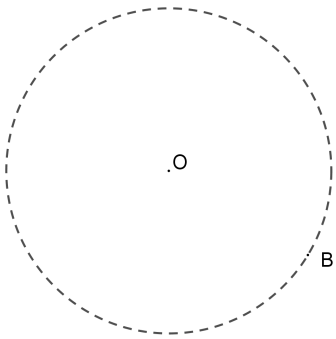
2. Escolhe "Novo Ponto" e marca dois pontos, A e B, à tua escolha, na folha gráfica.

3. Escolhe, agora, "Circunferência (Centro, Ponto)" e seleciona, em primeiro, o ponto A e, em seguida, o ponto AB, obtendo a circunferência de centro em A e raio $\overline{AB}$.



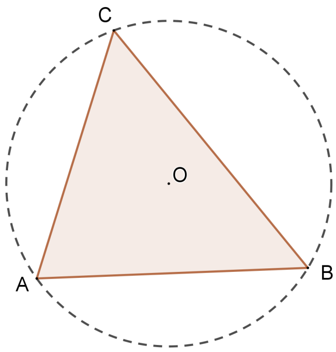
4. Seleciona o ponto A e, com o botão direito do rato, escolhe "Renomear" e escreve O. Ainda com o botão direito do rato, mas agora sobre a circunferência escolhe "Propriedades dos Objetos" e muda o estilo ao teu gosto.

Nota: Ao longo deste roteiro podes mudar o estilo a todos os objetos.

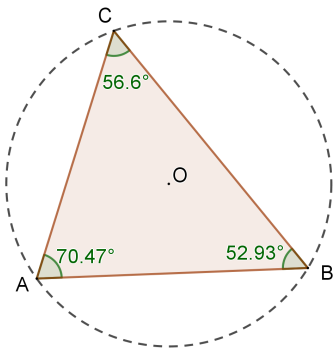


5. Escolhe, novamente, "Novo Ponto" e marca dois pontos, A e C, clicando sobre a circunferência.

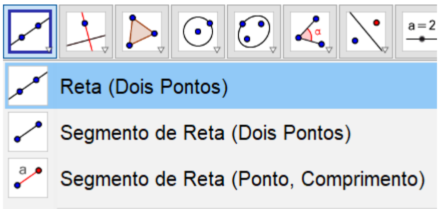
6. Constrói o triângulo $[ABC]$ com a opção "Polígono".

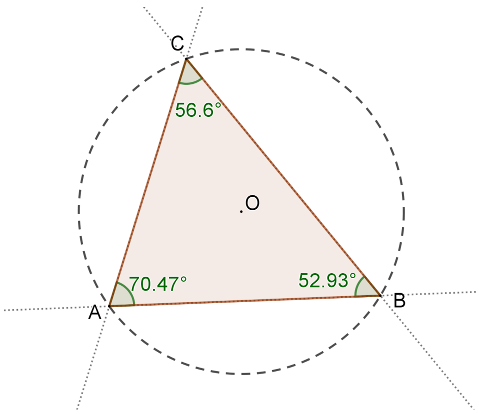


7. Marca os ângulos internos do triângulo, selecionando "Ângulo" e, clicando nos lados dos ângulos no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.



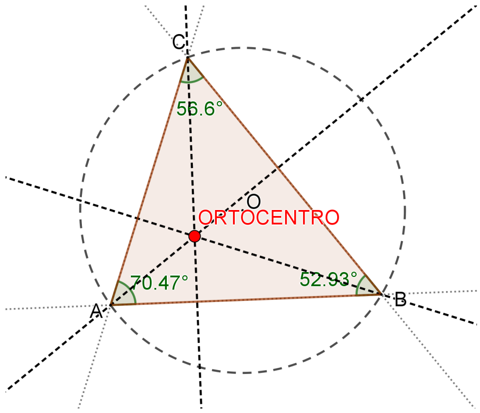
8. Traça as retas AB, BC e CA com a opção "Reta (Dois Pontos)" (figura abaixo à esquerda).





9. Agora, com a opção "Reta Perpendicular" traça três retas: a reta que passa no ponto A e é perpendicular à reta BC, a reta que passa no ponto B e é perpendicular à reta AC e a reta que passa no ponto C e é perpendicular à reta AB.

10. Escolhe, "Interseção de dois Objetos" e seleciona duas das três retas que acabaste de traçar. Designa este ponto por **ORTOCENTRO**, em "Renomear".



11. E se escolheres outras duas retas? O que podes concluir sobre a posição do ortocentro?

12. Move pelo menos um dos pontos A e C e tira conclusões sobre a posição do ortocentro relativamente ao triângulo e à circunferência, quando o triângulo é retângulo, acutângulo ou obtusângulo.

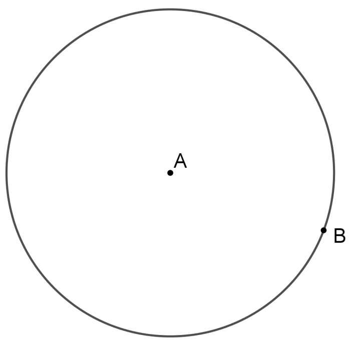
13. Com a opção "Inserir Texto", escreve todas as tuas conclusões relativamente aos pontos **11.** e **12.**.

Roteiro para a construção do Baricentro

1. Abre o GeoGebra e, com o botão direito do rato sobre a folha gráfica 2D, retira a grelha e os eixos. Em "Opções", seleciona "Rotulagem" e, de seguida, "Apenas Pontos Novos".

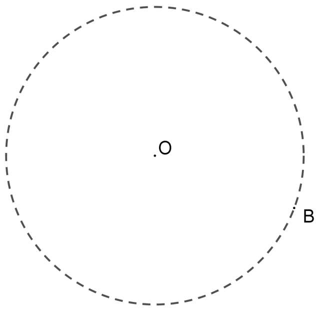
2. Escolhe "Novo Ponto" e marca dois pontos, A e B, à tua escolha, na folha gráfica.

3. Escolhe, agora, "Circunferência (Centro, Ponto)" e seleciona, em primeiro, o ponto A e, em seguida, o ponto B, obtendo a circunferência de centro em A e raio $\overline{AB}$.



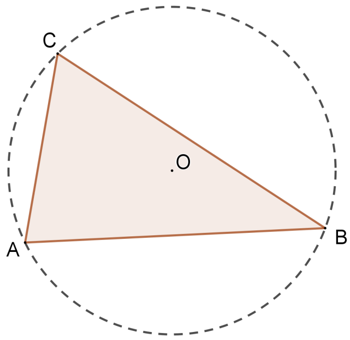
4. Seleciona o ponto A e, com o botão direito do rato, escolhe "Renomear" e escreve O. Ainda com o botão direito do rato, mas agora sobre a circunferência escolhe "Propriedades dos Objetos" e muda o estilo ao teu gosto.

Nota: Ao longo deste roteiro podes mudar o estilo a todos os objetos.

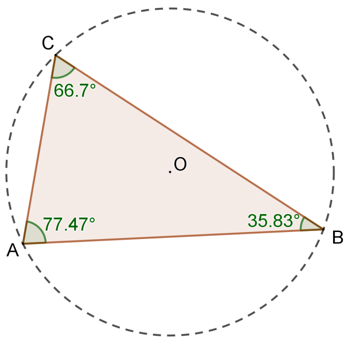


5. Escolhe, novamente, "Novo Ponto" e marca dois pontos, A e C, clicando sobre a circunferência.

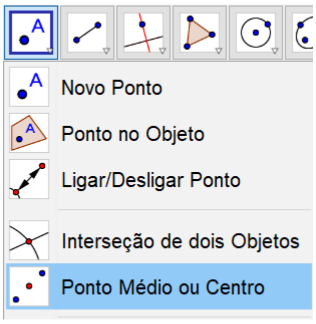
6. Constrói o triângulo $[ABC]$ com a opção "Polígono".

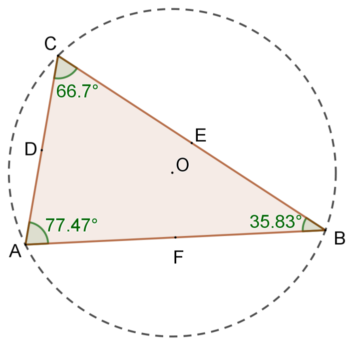


7. Marca os ângulos internos do triângulo, selecionando "Ângulo" e, clicando nos lados dos ângulos no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

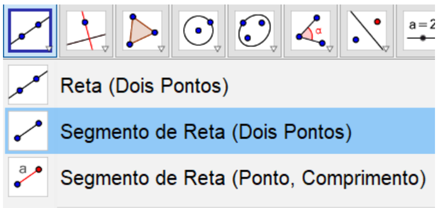


8. Marca os pontos médios dos lados do triângulo com a opção "Ponto Médio ou Centro" (figura abaixo à esquerda).

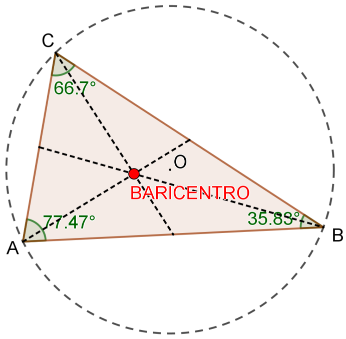




9. Seleciona "Segmento de Reta (Dois Pontos)" (figura abaixo) e traça os três segmentos de reta que unem os pontos médios encontrados aos respetivos vértices opostos.



10. Escolhe "Interseção de dois Objetos" e seleciona dois dos três segmentos de reta que acabaste de traçar. Designa este ponto por **BARICENTRO**, em "Renomear".



11. E se escolheres outros dois segmentos de reta? O que podes concluir sobre a posição do baricentro?

12. Move pelo menos um dos pontos A e C e tira conclusões sobre a posição do baricentro relativamente ao triângulo.

13. Se o triângulo for equilátero que conclusões podes tirar acerca do ponto O e da circunferência?

14. Com a opção "Inserir Texto", escreve todas as tuas conclusões relativamente aos pontos **11.**, **12.** e **13.**.

Bom trabalho! ☺

Anexo G

Ficha de preparação para a prova N.º 4, construída pela estagiária

Ficha de Trabalho - Matemática 9.º Ano

Preparação para o 4.º Teste de Avaliação - Prova Parcial

Nome: ______________________________ N.º: ___ Turma: ___

1. Indica o valor lógico das afirmações seguintes:

V Se $\sqrt{7} < x$, então $\frac{\sqrt{7}}{2} < \frac{x}{2}$.

F Se $\sqrt{7} < x$, então $-2\sqrt{7} < -2x$.

F Se $-\sqrt{7} > x$, então $-\sqrt{7} - 3 < x - 3$.

V Se $-\sqrt{7} > -x$, então $5\sqrt{7} < 5x$.

2. Sejam a e b dois números reais tais que $a < b$, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$.

Completa a tabela assinalando com **X** se a afirmação é sempre verdadeira, V, ou falsa, F, para alguns valores de a e b. No caso da afirmação ser falsa, apresenta um contraexemplo.

Afirmação		V	F	Contraexemplo
A.	$a + \sqrt{2} < b + \sqrt{2}$	X		
B.	$\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$	X		
C.	$5 - a < 5 - b$		X	$1 < 2$ e $5 - 1 > 5 - 2$
D.	$a - \frac{1}{3} > b - \frac{1}{3}$		X	$1 < 2$ e $1 - \frac{1}{3} < 2 - \frac{1}{3}$
E.	$ab^2 < b^3$	X		
F.	$\frac{7}{a} < \frac{7}{b}$, $a, b \neq 0$		X	$7 < 14$ e $\frac{7}{7} > \frac{7}{14}$

3. Dados dois quaisquer números reais a e b, considera a afirmação: "Se $(a + b)^2 = 0$, então $a \times b \geq 0$.". Apresenta um valor para a e um valor para b que prove que a afirmação é **falsa**.

Para $a = 4$ e $b = -4$ tem-se $(4 - 4)^2 = 0$, no entanto, $4 \times (-4) < 0$, o que contradiz a afirmação.

4. Considera o conjunto $A = \{x \in \mathbb{N} : 3 < x < 10\}$.

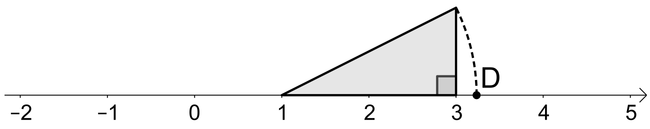
4.1. Este conjunto pode ser representado por um intervalo? Porquê?

Não, porque o conjunto A não contém todos os números reais entre 3 e 10.

4.2. Escreve o conjunto A em extensão.

$\{4,5,6,7,8,9\}$

5. Na figura abaixo está representado um triângulo retângulo, com altura igual a 1 unidade e base com extremos nos pontos de abcissa 1 e 3. O arco de circunferência a tracejado tem centro no ponto de abcissa 1.



5.1 Determina a abcissa do ponto D.

Seja x o raio da circunferência que contém o ponto D.

$x^2 = 2^2 + 1^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{5}$

A abcissa do ponto D é $1 + \sqrt{5}$.

5.2 Escreve o intervalo que contém todos os números reais superiores à abcissa de D.

$]1 + \sqrt{5}, +\infty[$

6. Considera o conjunto $B = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 3,(9)\}$.

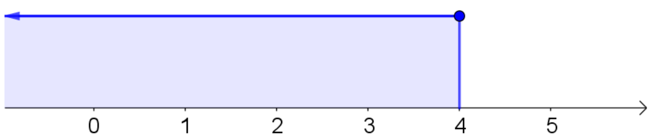
(a) Determina o maior número inteiro que pertence ao conjunto B.

4

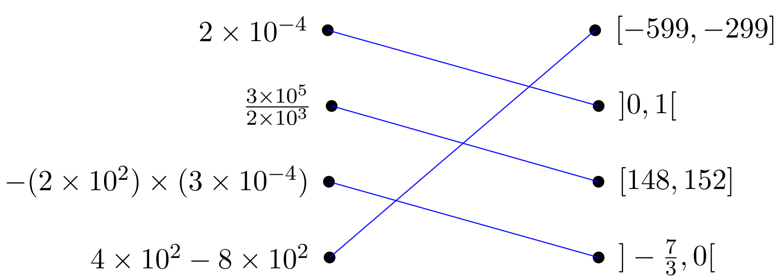
(b) Escreve o conjunto B em forma de intervalo.

$]-\infty, 4]$

(c) Representa geometricamente o intervalo B.



7. Faz corresponder a cada intervalo um número que lhe pertença.



8. Admite que:

- a e b são dois números reais e $0 < a < b$;
- $c \in \{x \in \mathbb{R} : x < -2\}$.

Indica o valor lógico de cada afirmação:

$\boxed{\text{F}}$ $a + c > b + c$

$\boxed{\text{F}}$ $ca < cb$

$\boxed{\text{V}}$ $c^2a < c^2b$

$\boxed{\text{F}}$ $c^3a < c^3b$

9. Na tabela seguinte estão os três primeiros termos de uma sequência de intervalos de números reais que segue uma lei de formação.

1.º Termo	2.º Termo	3.º Termo	(...)
$]-2, 1[$	$]-4, 4[$	$]-6, 9[$	(...)

9.1. Determina o termo de ordem 4.

$]-8, 16[$

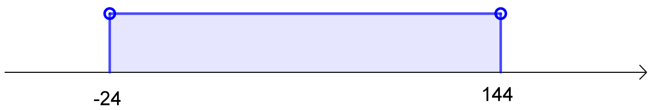
9.2. Sabe-se que $]-24, 144[$ é um termo da sequência. Qual é a ordem deste termo?

Ordem 12.

9.3. Representa o intervalo $]-24, 144[$ por uma condição.

$\{x \in \mathbb{R} : -24 < x < 114\}$

9.4. Representa geometricamente o intervalo $]-24, 144[$.



10. Num trapézio, a base menor mede menos 2 cm do que a altura e a base maior mede mais 4 cm do que a altura.

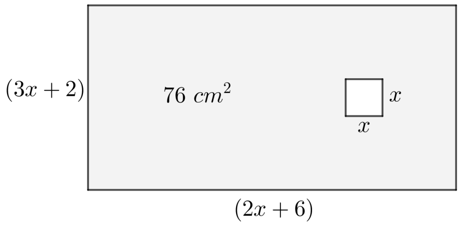
Se a área do trapézio é 42 cm^2, quanto mede a altura?

$42 = \frac{h-2+h+4}{2} \times h \Leftrightarrow 42 = \frac{2h+2}{2} \times h \Leftrightarrow h^2 + h - 42 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{1 \pm \sqrt{1-4\times(-42)}}{2} \Leftrightarrow h = \frac{1 \pm 13}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow h = 6 \vee h = -7$

Como $h > 0$, então a altura mede 6 cm.

11. A um retângulo de papel retirou-se um quadrado de lado x . A área colorida é 76 cm^2. De acordo com os restantes dados assinalados na figura, determina as dimensões do retângulo.



$76=(3x+2)(2x+6)-x^2 \Leftrightarrow 76=6x^2+18x+4x+12-x^2 \Leftrightarrow 76=5x^2+22x+12 \Leftrightarrow$

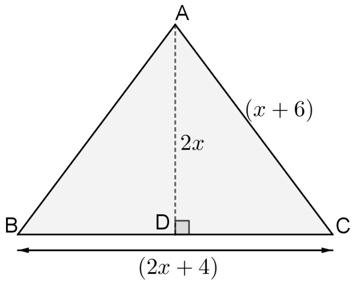
$\Leftrightarrow 5x^2+22x-64=0 \Leftrightarrow x=\frac{-22\pm\sqrt{22^2-4\times5\times(-64)}}{2\times5} \Leftrightarrow x=\frac{-22\pm42}{10} \Leftrightarrow x=2 \vee x=-6,4$

Como $x>0$, então $x=2$.

$3\times2+2=8$ $\qquad$ $2\times1+6=10$

Portanto, as dimensões do retângulo são 10 cm e 8 cm.

12. Na figura, $[ABC]$ é um triângulo isósceles e $[AD]$ a altura relativa à base $[BC]$. De acordo com os dados da figura, determina $\overline{AB}$.

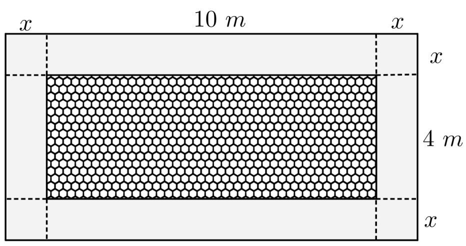


$(x+6)^2=(2x)^2+(x+2)^2 \Leftrightarrow x^2+12x+36=4x^2+x^2+4x+4 \Leftrightarrow 4x^2-8x-32=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-2x-8=0 \Leftrightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\times(-8)}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{2\pm6}{2} \Leftrightarrow x=4 \vee x=-2$

Portanto, $\overline{AB}=\overline{AC}=4+6=10$.

13. Observa a figura. A área do retângulo maior é 112 m^2. Qual é o valor de x ?



$112=(10+2x)(4+2x) \Leftrightarrow 112=40+20x+8x+4x^2 \Leftrightarrow 4x^2+28x-72=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+7x-18=0 \Leftrightarrow x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times(-18)}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-7\pm11}{2} \Leftrightarrow x=2 \vee x=-9$

Como $x>0$, então $x=2$ m.

Bom trabalho! ☺

Anexo H

Ficha de trabalho - revisões e baricentro, construída pela estagiária

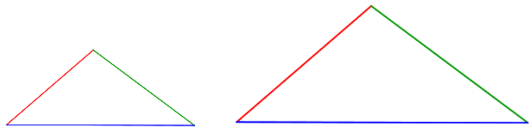
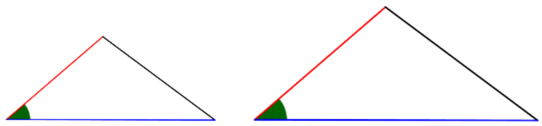
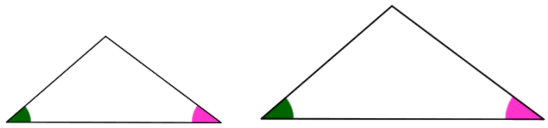
Ficha de Trabalho

Ângulos, Semelhança de Triângulos, Teorema de Tales e Baricentro

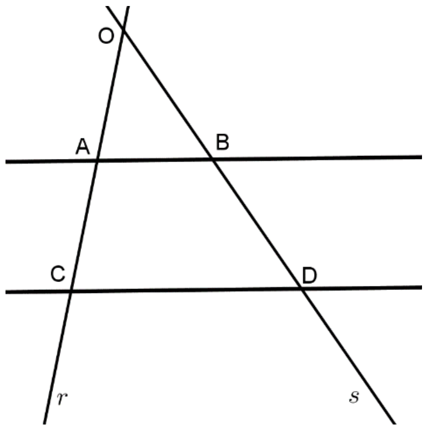
Nome: ____ N.º: _____ Turma: _____

Completa as frações e os espaços _______:

Critérios de semelhança de triângulos

	**LLL**: dois triângulos são semelhantes quando têm ____ ____
	**LAL**: dois triângulos são semelhantes quando têm ____ ____ ____
	**AA**: dois triângulos são semelhantes quando têm ____ ____

Teorema de Tales e o seu recíproco



- **Teorema de Tales**

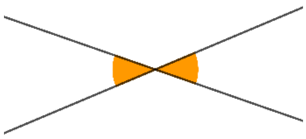
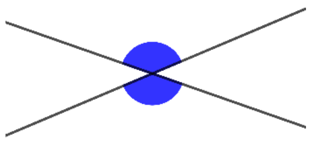
  Se as retas *r* e *s* são concorrentes e *AB* e *CD* são retas paralelas **então** $\frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\_\_\_}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CD}}{\_\_\_}$ e $\frac{\overline{OA}}{\_\_\_} = \frac{\_\_\_}{\overline{BD}}$.

- **Recíproco do teorema de Tales**

  Se $\frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OD}}{\overline{OB}}$, **então** a *CD* é ______________ à reta *AB*.

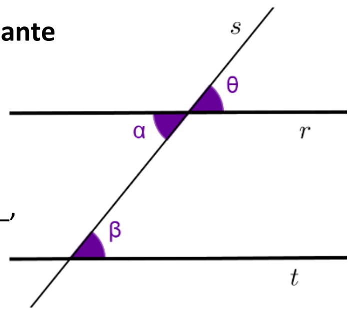
Relações entre ângulos

- **Ângulos verticalmente opostos**

  Têm um vértice em comum e os lados de um estão no prolongamento dos lados do outro. Ângulos verticalmente opostos são ___________.

- **Ângulos determinados por duas retas paralelas intersetadas por uma secante**

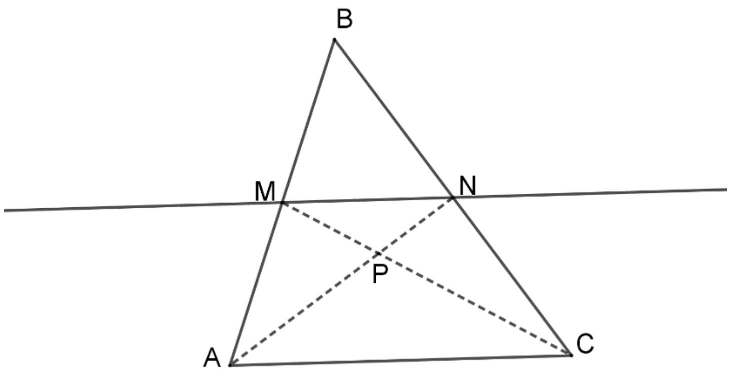
  Na figura, as retas *r* e *t* são paralelas e *s* é secante às retas *r* e *t*.
  Aos ângulos β e θ dá-se o nome de ___________________________,
  estes ângulos são __________.
  Aos ângulos α e β dá-se o nome de _________________________________,
  estes ângulos são ___________.

Considera a seguinte propriedade:

Duas medianas intersetam-se num ponto que dista, do vértice, $\frac{2}{3}$ do comprimento dessa mediana.

Segue as seguintes etapas para demonstrares esta propriedade.

1. Considera o triângulo *[ABC]* e os pontos médios dos segmentos de reta *[AB]* e *[BC],* respetivamente, *M* e *N*:



1.1. Justifica que as retas *MN* e *AC* são paralelas e que os triângulos *[MNB]* e *[CBA]* são semelhantes.

1.2. Justifica que os triângulos *[MPN]* e *[ACP]* são semelhantes.

1.3. Determina a razão de semelhança que transforma o triângulo *[MPN]* no triângulo *[ACP].*

1.4. Completa os espaços de modo a obteres igualdades verdadeiras.

a) $\overline{CM} = \overline{PM} + \_\_\_\_\_ \Leftrightarrow \overline{CM} = \overline{PM} + 2 \times \_\_\_\_\_ \Leftrightarrow \overline{CM} = 3 \times \_\_\_\_\_ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{PM} = \frac{\quad}{\quad} \overline{CM}$. Logo, $\overline{PC} = \frac{\quad}{3} \overline{CM}$.

b) $\overline{AN} = \overline{PN} + \_\_\_\_\_ \Leftrightarrow \overline{AN} = \overline{PN} + 2 \times \_\_\_\_\_ \Leftrightarrow \overline{AN} = 3 \times \_\_\_\_\_ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{PN} = \frac{\quad}{\quad} \overline{AN}$. Logo, $\overline{PA} = \frac{\quad}{3} \overline{AN}$.

Anexo I

Regras da corrida de vetores, elaboradas pela Orientadora Cooperante

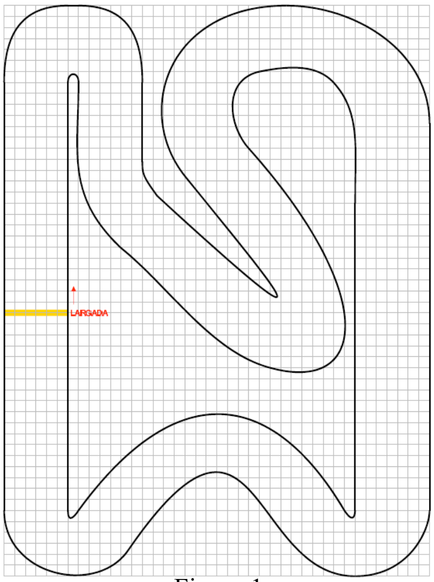


Figura 1

Tarefa: JOGO – **CORRIDA DE VETORES**

<u>REGRAS</u>

Objetivo: percorrer todo o circuito e voltar à linha de Largada em primeiro lugar.

Preparação do jogo

Cada concorrente deverá ter um lápis ou uma caneta de cor. As cores não deverão ser repetidas, pois é o que irá diferenciar os concorrentes, na pista. Podem jogar tantos jogadores quantos os que conseguirem alinhar na linha de partida.

Por sorteio, define-se a ordem de partida. Do primeiro para o último, os concorrentes vão posicionando seus carros sobre a linha de largada, marcando uma bolinha na interseção de duas linhas do quadriculado.

O jogo pode desenrolar-se em qualquer circuito que pode ser construído pelos concorrentes, em papel quadriculado.

A corrida

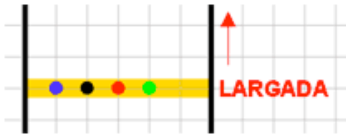


Figura 2

→ Após a distribuição de todos os concorrentes pela linha de largada, começa a corrida (figura 2). Cada um, na sua vez, movimenta o seu carro para a próxima posição;

→ Para colocar o carro em movimento, cada concorrente deverá escolher um dos pontos adjacentes ao ponto onde o seu carro se encontra parado (pequenos círculos na figura 3), e traça um segmento de reta orientado entre a posição anterior e a nova posição (figura 4).

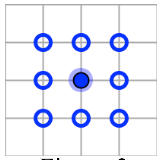


Figura 3

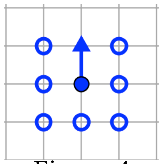


Figura 4

→ Na jogada seguinte, o concorrente projeta um segmento de reta orientado que represente o vetor com o que jogou anteriormente (figura 5, a tracejado) e desloca o carro para a extremidade (x, na figura 6) desse segmento projetado ou para qualquer um dos pontos que lhe são adjacentes (figura 6).

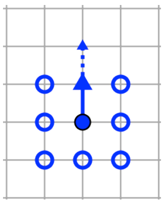


Figura 5

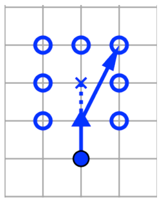


Figura 6

→ Na próxima vez de jogar, o concorrente procede de igual modo (figura 7), aumentando a velocidade (corresponde a aumentar o comprimento do vetor) e percorrendo o circuito (fazendo as curvas convenientemente) sem sair da pista.

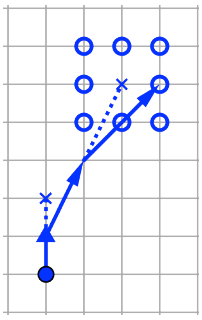


Figura 7

→ É proibido parar na mesma posição de um outro concorrente e é proibido parar fora da pista;

→ Se um concorrente não tem opção para posicionar o carro, por estarem todas ocupadas por outros concorrentes, fica uma vez sem jogar ou fica sem jogar até ter opção;

→ No caso de um concorrente sair da pista, se qualquer opção de posicionamento ficar fora do circuito, entra no circuito, na sua vez de jogar, andando, na horizontal ou na vertical, casa a casa. Quando dentro do circuito, na sua vez de jogar, reinicia a corrida de acordo com o estabelecido na linha de largada.

→ Ganha a corrida o concorrente que primeiro cortar a linha de Largada ou aquele que a cortar com maior distancia no caso de, com o mesmo número de jogadas, mais do que um corredor cortar a linha.

Abril de 2011
Alice Rodrigues

Referencia: AMORIM, Marcos Guilherme de. *Jogos com caneta e papel,* [<u>em linha</u>]. Disponível na Internet em: http://www.zamorim.com/jogos/papel/

Anexo J

Apresentação realizada no DMUC - De aluno a professor: dificuldades, conquistas e esperanças

DE ALUNO A PROFESSOR: DIFICULDADES, CONQUISTAS E ESPERANÇAS

Inês Ferreira Francisco
Raquel Margarida Aminta Francisco Martins
16/04/2018

"Como aluno, tinha os meus professores como pessoas comuns, hoje no papel de professor, vejo que não somos comuns, somos especiais, pois lembro-me daqueles seres iluminados que me deram diretrizes à vida!"

Edson Pequeno

Dificuldades

- Preparar aulas
- Dar aulas
- Elaborar documentos
- Corrigir testes
- Metas Curriculares

Conquistas

- Novos conhecimentos práticos
- Na organização da escola
- Atividades não letivas

Medo do Futuro ou Esperança?

- Escolhemos ter esperança num amanhã melhor e viver um dia de cada vez.

"Uma criança, um professor, uma caneta e um livro podem mudar o mundo."

Malala Yousafzai – Prémio Nobel da Paz 2014

Obrigada pela atenção!

Agora, façam as perguntas que quiserem ☺