



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

Daniela Soraia Marques Santos Amaral

IMAGIOLOGIA DE PIXEL ÚNICO PARA APLICAÇÕES BIOMÉDICAS

Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Biomédica,
orientada pelo Professor Doutor João Manuel Rendeiro Cardoso,
coorientada pelo Doutor Pedro Guilherme da Cunha Leitão Dias Vaz
e apresentada à Faculdade de Ciências e Tecnologia
da Universidade de Coimbra.

Julho de 2019

1 2



9 0

FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

Daniela Soraia Marques Santos Amaral

Imagiologia de pixel único para aplicações biomédicas

Tese submetida à
Universidade de Coimbra para o grau de
Mestre em Engenharia Biomédica

Orientador: Professor Doutor João Manuel Rendeiro Cardoso (LIBPhys, UC)
Coorientador: Doutor Pedro Guilherme da Cunha Leitão Dias Vaz (LIBPhys, UC)

Coimbra, 2019

Este trabalho foi desenvolvido em colaboração com:



LIBPhys-UC

FCT Fundação
para a Ciência
e a Tecnologia



**REPÚBLICA
PORTUGUESA**



UNIÃO EUROPEIA

Fundo Social Europeu

**PORTUGAL
2020**

COMPETE
2020

CENTRO **20**
20



Esta cópia da tese é fornecida na condição de que quem a consulta reconhece que os direitos de autor são pertença do autor da tese e que nenhuma citação ou informação obtida a partir dela pode ser publicada sem a referência apropriada.

This copy of the thesis has been supplied on condition that anyone who consults it is understood to recognize that its copyright rests with its author and that no quotation from the thesis and no information derived from it may be published without proper acknowledgement.

Ao meu querido avô António...

*"Voici mon secret. Il est très simple : on ne voit bien qu'avec le
coeur. L'essentiel est invisible pour les yeux."*

Antoine de Saint-Exupéry: Le Petit Prince

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço ao meu orientador Prof. Dr. João Cardoso por todo o apoio prestado e pelos momentos de reflexão essenciais para o desenvolvimento deste projeto. Gostaria também de deixar um grande agradecimento ao meu coorientador Prof. Dr. Pedro Vaz por toda a partilha e disponibilidade para qualquer eventualidade. Foram ambos os grandes impulsionadores deste projeto.

Agradeço ainda ao Miguel Silva e ao Miguel Correia por se terem tornado grandes amigos e por todos os momentos de companheirismo e de conselhos.

Às minhas duas companheiras de laboratório, Andreia e Mariana, o meu muito obrigada. Sem dúvida que sem elas a experiência não teria sido a mesma. Fico genuinamente grata por tudo o que fizeram por mim.

À Ana, a melhor pessoa que conheci ao longo destes 5 anos. Agradeço-lhe todos os momentos que partilhamos e o companheirismo. Terá sempre um lugar especial no meu coração. E que este seja apenas o início de uma bela amizade!

Ao restante grupo de amigos incríveis que a universidade me deu a conhecer: Joana Sampaio, Joana Santos, Margarida Beatriz, Oshley, Maria Paz e Lúcia. Obrigada a todos por me ensinarem que há muito mais para além do estudo, adoro-vos!

À minha madrinha de praxe, Diana, um enorme agradecimento por todas as lições, amizade e espírito de entreaajuda. Muito desta experiência a ti o devo.

À D. Luz, Sr. Carlos, Catarina, Vera e Paulo. O vosso apoio foi fundamental principalmente nesta difícil fase final. Muito obrigada por tudo!

Ao André, o meu companheiro ao longo desta jornada. Aquele que mesmo longe, esteve sempre perto. Apesar das circunstâncias, do tempo e da distância que nos separa, há sempre algo maior que nos une!

Aos meus avós, madrinha e afilhada por todo o amor incondicional.

Por último, mas não menos importante, aos meus pais e à minha irmã. Sem eles

Acknowledgments

esta experiência não teria sido possível. Obrigada por me ensinarem todos os dias que devo lutar pelos meus objetivos e que tenho mais força do que penso. Não há palavras suficientes que demonstrem a minha gratidão.

Obrigada a todos que, de algum modo, acompanharam esta minha jornada e me deram a mão sempre que precisei. Sois incríveis!

A ti Coimbra, que me acolheste como menina e agora me vês partir como mulher!

Resumo

A amostragem é um processo cada vez mais fundamental nos tempos modernos, permitindo a passagem do domínio analógico para o digital. Até então, esta técnica tem-se regido pelo teorema de Shannon-Nyquist o que, muitas vezes, leva à necessidade de armazenamento de grandes quantidades de dados. Recentemente, emergiu uma técnica de amostragem de sinais promissora designada *Compressed Sensing* (CS). Tal como o próprio nome indica, este método permite efetuar o processo de compressão aquando da aquisição, e, portanto, a reconstrução do sinal é possível a partir de um pequeno número de medições.

O aparecimento desta técnica possibilitou, em 2006, o desenvolvimento de uma câmara de pixel único (SPC) por um grupo de investigação da Universidade de Rice, EUA. Trata-se de um novo paradigma que combina uma arquitetura simples com os princípios matemáticos e os algoritmos associados ao CS.

O trabalho descrito na presente dissertação foca-se na implementação tanto do *hardware* como do *software* associados à câmara de pixel único. Para tal, numa primeira fase, foram desenvolvidas ferramentas de simulação para estudar o comportamento do sistema e o desempenho dos algoritmos utilizados (TVAL3 e NESTA). Nomeadamente, avaliou-se a influência do rácio de compressão, do ruído nas medições e da ordem das matrizes de sensoriamento utilizadas. Relativamente a esta etapa, verificou-se que a ordem sequencial é aquela que deve ser empregue para obter tanto uma melhor qualidade de imagem como tempos de reconstrução inferiores. Para além disso, esta ordem permite reduzir os rácios de compressão até 30%. Comparando os dois algoritmos de reconstrução empregues, o TVAL3 é aquele que apresenta um melhor desempenho quando estamos perante situações de compressão do número de amostras utilizadas. Outro aspeto a considerar é que os algoritmos de reconstrução usados empregam transformadas rápidas que permitem acelerar significativamente os processos de reconstrução da imagem.

Tendo em conta os conhecimentos adquiridos aquando da simulação, procedeu-se à

implementação do protótipo da SPC. Os seus principais componentes são o dispositivo de microespelhos digital (DMD), o sistema de aquisição digital e o detetor de luz (que neste caso, é um fotodíodo). O primeiro permite a codificação do sinal através da projeção de iluminação estruturada (matrizes de sensoriamento). Os resultados obtidos corroboram as conclusões retiradas durante a fase de simulação.

Por fim, concluiu-se que esta câmara de arquitetura simples tem potencial para a obtenção de imagens com boa resolução.

Palavras-Chave: *Compressed sensing*, câmara de pixel único, dispositivo de microespelhos digital, reconstrução de imagem, hadamard.

Abstract

Sampling has increasingly become more important in modern times, allowing the transition from analog to digital domain. Until then, this technique has been defined by the Shannon-Nyquist theorem, which often leads to the need of large amount of data's storage. Recently, a promising signal sampling technique called Compressive Sensing (CS) has emerged. As the name implies, this method allows the compression process to be carried out at the time of acquisition, and therefore, making possible the signal's reconstruction from a small number of measurements.

In 2006, due to this technique's proposal, a research group from Rice University, USA, developed a single-pixel camera (SPC). This new paradigm combines a simple architecture with the mathematical principles and algorithms of the CS.

The work described in this dissertation focuses on the implementation of both the hardware and software, associated with the single-pixel camera. In order to do so, in a first stage, simulation tools were developed to study the system's behavior as well as the performance of the algorithms used (TVAL3 and NESTA). We evaluated specifically, the influence of the compression ratio, the noise on the measurements and sensing matrices order. Regarding this step, it has been found that the sequential order is the best method to be employed in order to obtain both better image quality and lower reconstruction times. In addition, this order reduces compression ratios by up to 30%. Comparing the two reconstruction algorithms used, TVAL3 is the one presenting a better performance when we are leading with compression cases. Furthermore, the reconstruction algorithms employ rapid transformations, allowing to significantly accelerate the image's reconstruction.

Taking into account the knowledge acquired during the simulation, the SPC prototype was implemented. Its main components are the digital micromirror device (DMD), the digital acquisition system, and the light detector (in this case, a photodiode). The first allows the signal's encoding through the projection of structured illumination (sensing matrices). The results obtained corroborate the conclusions

drawn during the simulation phase.

Finally, we concluded that this simple architecture camera has the potential to obtain images with good resolution.

Keywords: Compressed sensing, single-pixel camera, digital micromirror device, image reconstruction, hadamard.

Conteúdo

Lista de Figuras	xvii
Lista de Tabelas	xxi
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Calendarização	3
1.4 Organização da tese	4
1.5 Equipa de investigação	4
1.6 Financiamento	5
2 <i>Compressive Sampling</i>	7
2.1 Contexto	7
2.2 Descrição matemática	8
2.2.1 Sinais esparsos e compressíveis	8
2.2.2 Incoerência	10
2.2.3 Propriedade de isometria restrita	11
2.2.4 Reconstrução de sinais	12
2.2.5 Aplicações do CS	16
2.2.6 Vantagens do CS	18
3 Métodos de simulação	21
3.1 Ferramenta de simulação	21
3.1.1 Avaliação da imagem	24
3.2 Matriz de sensoriamento	26
3.2.1 Matriz baseada na ordem hadamard	27
3.2.2 Matriz baseada na ordem Walsh	28
3.2.3 Matriz baseada na ordem de altas frequências	29

3.2.4	Matriz baseada na ordem aleatória	30
3.2.5	Vantagens da transformada FWH	30
3.3	Algoritmos de Reconstrução	30
3.3.1	TVAL3	31
3.3.2	NESTA	34
4	Arquitetura de uma câmara single-pixel	37
4.1	Conceito	37
4.2	Desenho detalhado	39
4.2.1	DLP	39
4.2.2	Fotodíodo	41
4.2.3	Filtros de densidade neutra	42
4.2.4	Lente	43
4.2.5	Sistema de aquisição	43
4.3	Controlo e processo de aquisição	44
4.3.1	Envio dos padrões para o DMD	46
4.3.2	Amostragem	47
4.3.3	Processamento do sinal	48
5	Resultados e discussão	51
5.1	Simulação	51
5.1.1	TVAL3	51
5.1.2	NESTA	59
5.2	Experiência de bancada	66
5.2.1	TVAL3	66
5.2.2	NESTA	70
6	Conclusão	73
6.1	Trabalho futuro	74
A	Projeção e <i>design</i> de peças 3D	79
	Bibliografia	81

Acrónimos e Siglas

ADC	Conversor Analógico-Digital
ALM	Método Lagrangeano Aumentado
BP	<i>Basis Pursuit</i>
CCDs	Dispositivos de Carga Acoplada
CMOs	Semicondutor de Metal-Óxido Complementar
CS	<i>Compressed Sensing</i> ou <i>Compressive Sampling</i>
DCT	Transformada de Cosseno Discreto
DLP	Processador Digital de Luz
DMD	Dispositivo de Microespelhos Digital
IHT	Algoritmo Iterativo de Limiar <i>Hard</i>
i.i.d.	Independentes e Identicamente Distribuídas
IST	Algoritmo Iterativo de Limiar <i>Soft</i>
LSE	Erro de Mínimos Quadrados
MSE	Erro Quadrático Médio
NESTA	Algoritmo de Nesterov
NLSA	Algoritmo de Procura Linear Não Monótona
OMP	<i>Orthogonal Matching Pursuit</i>
PSNR	Relação Sinal-Ruído de Pico
RIP	Propriedade de Isometria Restrita
SNR	Relação Sinal-Ruído
SPC	Câmara de Pixel Único
SSIM	Índice de Semelhança Estrutural
TVAL3	Algoritmo de Minimização de Variação Total por Algoritmos de Lagrange e Direção Alternada
TV	Variação Total
WHT	Transformada de Walsh-Hadamard

Lista de Figuras

1.1	Diagrama de <i>Gantt</i> representativo do planeamento do projeto.	3
2.1	(a) Imagem original. (b) Representação esparsa da imagem numa base <i>wavelet</i>	9
2.2	Representação esquemática do processo de medição CS utilizando uma matriz Φ aleatória e uma base Ψ correspondente à DCT.	11
2.3	Algoritmos de reconstrução utilizados no âmbito de <i>compressive sampling</i> e respetiva classificação.	13
2.4	Representação esquemática da SPC para mapeamento de ultrassons.	18
3.1	Fluxograma descritivo da ferramenta de simulação.	22
3.2	Esquema representativo da transformação da imagem num vetor unidimensional.	23
3.3	Imagens de teste utilizadas nos testes efetuados.	26
3.4	Padrão de sensoriamento de ordem 118 enviada para o DLP.	28
3.5	Exemplificação da conversão de um número binário (b) para <i>gray code</i> (g).	29
4.1	Representação do protótipo desenvolvido para a câmara de pixel único.	38
4.2	Representação do DLP LightCrafter 4500 EVM.	39
4.3	Representação esquemática dos índices da matriz de microespelhos do DMD.	40
4.4	Representação esquemática da nova atribuição dos índices da matriz de microespelhos do DMD.	41
4.5	Gráfico da percentagem de transmissão de luz de cada filtro consoante os diferentes comprimentos de onda.	42
4.6	Sistema de aquisição digital utilizado no protótipo da SPC.	43
4.7	Fluxograma descritivo do controlo do processo de aquisição.	45

4.8	Fluxograma descritivo do processo de captura e processamento da imagem.	46
4.9	Representação da construção dos padrões enviados para o DLP. . . .	47
4.10	Dados recolhidos com o alvo <i>cameraman</i> com uma resolução 64×64 . . .	48
5.1	Imagens <i>cameraman</i> obtidas através do algoritmo TVAL3 para $\sigma = 0.2$ e ordem sequencial.	55
5.2	Variação dos valores de PSNR para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste <i>cameraman</i>	56
5.3	Variação dos valores de SSIM para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste <i>cameraman</i>	57
5.4	Variação dos tempos de reconstrução para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste <i>cameraman</i>	58
5.5	Imagens <i>cameraman</i> obtidas através do algoritmo NESTA para $\sigma = 0.1$ e ordem sequencial.	61
5.6	Ampliação das imagens <i>cameraman</i> obtidas através do algoritmo NESTA para $\sigma = 0.1$ e ordem sequencial para respetiva comparação.	61
5.7	Imagens do <i>cameraman</i> obtidas através do algoritmo NESTA para $\sigma = 0.2$ e ordem sequencial.	62
5.8	Variação dos valores de PSNR para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste <i>cameraman</i>	63
5.9	Variação dos valores de SSIM para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste <i>cameraman</i>	64
5.10	Variação dos tempos de reconstrução para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste <i>cameraman</i>	65
5.11	Imagem do <i>cameraman</i> reconstruída através do algoritmo TVAL3 utilizando a ordem sequencial para $\frac{M}{N} = 1$	66
5.12	Resultados obtidos utilizando o algoritmo TVAL3 e para imagens do <i>cameraman</i> com resolução 64×64	67
5.13	Imagem do barco reconstruída através do algoritmo TVAL3 utilizando a ordem sequencial para $\frac{M}{N} = 1$	68
5.14	Resultados obtidos utilizando o algoritmo TVAL3 e para imagens do barco com resolução 64×64	69
5.15	Imagem do <i>cameraman</i> reconstruída através do algoritmo NESTA utilizando a ordem sequencial para $\frac{M}{N} = 1$	70
5.16	Imagem do barco reconstruída através do algoritmo NESTA utilizando a ordem sequencial para $\frac{M}{N} = 1$	70

5.17	Resultados obtidos utilizando o algoritmo NESTA e para imagens do <i>cameraman</i> com resolução 64×64	71
5.18	Resultados obtidos utilizando o algoritmo NESTA e para imagens do barco com resolução 64×64	72
A.1	Modelo esquemático do suporte do DLP, valores em mm.	79
A.2	Peças laterais para fixação do suporte do DLP, valores em mm.	80
A.3	<i>Pinhole</i> para limitar a quantidade de luz que alcança o fotodíodo, valores em mm.	80

Lista de Tabelas

2.1	Descrição genérica do algoritmo designado método primal-dual de pontos interiores.	14
2.2	Descrição genérica do algoritmo designado <i>Orthogonal Matching Pursuit</i>	15
2.3	Descrição genérica do algoritmo designado <i>Iterative Hard Thresholding</i>	15
3.1	Exemplo de conversão da matriz Hadamard 4×4 para matriz Walsh.	28
3.2	Descrição genérica do método ALM.	32
3.3	Descrição genérica do algoritmo TVAL3.	33
3.4	Descrição genérica do algoritmo NESTA.	36
5.1	Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0$ utilizando o algoritmo TVAL3.	52
5.2	Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0.1$ utilizando o algoritmo TVAL3.	53
5.3	Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0.2$ utilizando o algoritmo TVAL3.	54
5.4	Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0$ utilizando o algoritmo NESTA.	59
5.5	Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0.1$ utilizando o algoritmo NESTA.	60
5.6	Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0.2$ utilizando o algoritmo NESTA.	62

Introdução

1.1 Motivação

Uma das características mais proeminentes do ser humano é a sua incessante procura por superar-se a si mesmo. No meio científico, isto leva a que haja uma constante evolução tecnológica e, conseqüentemente, um desenvolvimento das melhores ferramentas possíveis.

Graças a estes avanços, obter imagens com uma boa resolução e velocidade é praticamente acessível para a maioria da população. No entanto, quando nos referimos à área de investigação e desenvolvimento, a realidade é significativamente diferente. Na verdade, cada vez mais, há a necessidade de armazenar maiores quantidades de informação e de ter acesso a regiões do espectro eletromagnético que são, aparentemente, inacessíveis quando se utilizam as câmaras convencionais.

Tradicionalmente, uma câmara digital é constituída por *arrays* de dispositivos de carga acoplada (CCD) ou de semicondutores de metal-óxido complementar (CMOS) que representam os elementos sensores. Apesar de serem componentes bastante acessíveis, atualmente estamos a viver uma era em que há uma demanda por *arrays* cada vez maiores para ser possível adquirir mais informação num menor intervalo de tempo possível. Para além disso, estas câmaras operam geralmente com uma frequência de amostragem ditada pelo teorema de Shannon-Nyquist [1] resultando, mais uma vez, na aquisição de uma elevada quantidade de dados.

Portanto, um dos grandes desafios dos tempos modernos centra-se na capacidade de processamento, armazenamento e transmissão de dados. Em 2006, surgiu uma nova teoria que permitiu colmatar algumas das lacunas existentes até então: o *Compressed Sensing*. Este novo método dita que os dados podem ser recolhidos com taxas de amostragem inferiores à definida pelo teorema de Shannon-Nyquist [2].

O aparecimento desta técnica permitiu o desenvolvimento de câmaras de pixel único

(SPC) que, em vez do tradicional *array* de CCDs ou CMOS, incorpora um dispositivo de microespelhos digital (DMD) [3]. No entanto, a grande revolução desta câmara centra-se no facto de possuir apenas um elemento sensor e possibilitar a aquisição de imagens em regiões do espectro onde os detetores convencionais necessitam de ser altamente complexos.

1.2 Objetivos

A presente dissertação tem como objetivo o desenvolvimento de ferramentas de simulação e a construção de um protótipo de uma câmara de pixel único.

Este protótipo tem como finalidade aplicações na área da engenharia biomédica, nomeadamente em microscopia de fosforescência. Neste caso, o alvo é irradiado com uma luz de um comprimento de onda específico resultando numa excitação para níveis de excitação específicos. Quando os eletrões retornam ao estado fundamental, há emissão de fosforescência. No caso específico dos desenvolvimentos futuros deste trabalho, a quantidade de radiação emitida depende da concentração de oxigénio presente no meio [4]. O elemento detetor da radiação deve ser então sensível ao seu comprimento de onda. E é aqui que a arquitetura da SPC representa uma mais valia. Esta pode ser utilizada para o estudo de várias amostras cuja emissão de fosforescência possui diferentes comprimentos de onda uma vez que só é necessário alterar um elemento sensor.

Numa primeira fase, irão ser avaliadas as ferramentas de simulação para gerar automaticamente os padrões de iluminação e aplicação dos algoritmos de reconstrução da imagem. Isto irá permitir ter uma noção do comportamento do sistema e de quais são as melhores abordagens a adotar relativamente aos diversos parâmetros que influenciam o resultado final. Para além disso, um dos principais problemas quando passamos para os testes de bancada é o tempo do processo de amostragem. Portanto, é vantajoso conhecer os padrões de sensoriamento que permitem recolher a informação mais relevante da imagem de modo a otimizar o tempo total deste processo. Assim, este é um dos principais objetivos do desenvolvimento da ferramenta de simulação uma vez que seria impraticável efetuar estes estudos em bancada.

Numa segunda fase, irá ser desenvolvido o protótipo da SPC tendo em conta os conhecimentos adquiridos aquando da simulação. Este protótipo irá ser usado para a aquisição de testes utilizando diferentes alvos. Os resultados serão avaliados segundo dois parâmetros que permitem estimar a qualidade da imagem: relação sinal-ruído de pico (PSNR) e índice de semelhança estrutural (SSIM).

1.3 Calendarização

O projeto proposto foi desenvolvido ao longo dos últimos 11 meses, encontrando-se na Fig. 1.1 as etapas percorridas até alcançar o objetivo final.

Revisão bibliográfica - Familiarização com os conceitos e técnicas do projeto bem como das aplicações implementadas por estudos anteriores.

Aplicação dos algoritmos de reconstrução - Implementação de vários algoritmos de reconstrução e análise dos seus desempenhos para seleção dos melhores.

Criação dos padrões - Estudo da configuração geométrica do DMD e simulação do mesmo para análise da estrutura mais adequada dos padrões. Desenvolvimento de programa para a geração e envio dos padrões para o DMD.

Montagem do protótipo - Implementação da SPC e alinhamento dos respetivos componentes de modo a alcançar a melhor configuração. Nesta etapa, participei na seleção dos componentes mais adequados e montagem da respetiva câmara.

Simulação com dados sintéticos - Desenvolvimento de programas para aplicação dos algoritmos de reconstrução a dados sintéticos e consequente análise dos resultados.

Realização de testes - Testes de validação do protótipo da SPC utilizando diferentes alvos.

Escrita da dissertação - Preparação do documento descritivo do presente projeto e dos resultados obtidos.

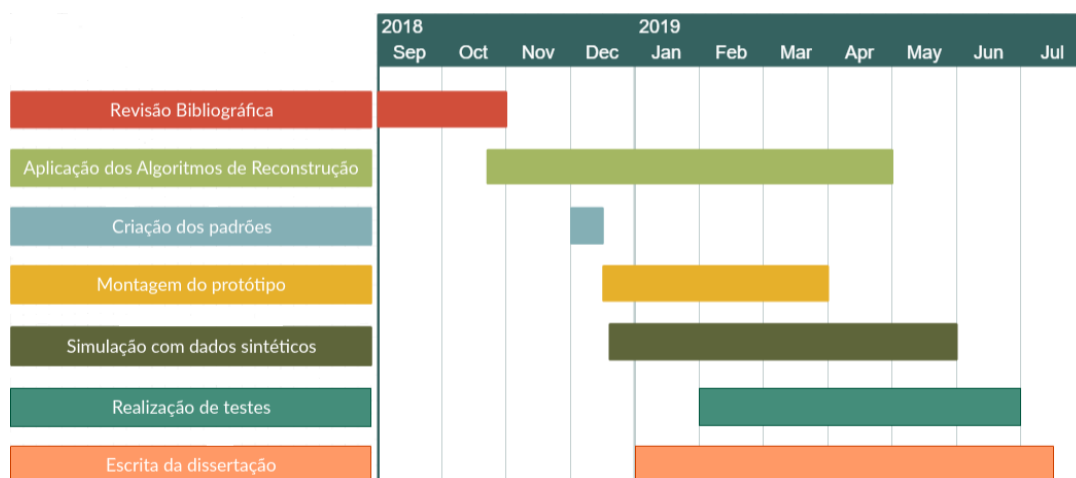


Figura 1.1: Diagrama de *Gantt* representativo do planeamento do projeto.

1.4 Organização da tese

A presente dissertação está subdividida em seis capítulos:

- **Capítulo 1** - descrição das motivações que levaram ao desenvolvimento deste projeto bem como dos objetivos a alcançar.
- **Capítulo 2** - contexto e abordagem matemática da técnica que permitiu este trabalho, descrição das suas vantagens e possíveis aplicações. É ainda feita uma exploração genérica dos algoritmos disponíveis.
- **Capítulo 3** - explicação dos métodos de simulação bem como apresentação da matriz de sensoriamento e das diferentes ordens possíveis (hadamard, walsh, baseada na frequência e aleatória). Para além disso, é ainda apresentada uma explicação detalhada dos dois algoritmos de reconstrução utilizados: TVAL3 e NESTA.
- **Capítulo 4** - conceito genérico de uma câmara de pixel único e descrição detalhada dos diferentes componentes utilizados para a sua elaboração. É ainda feita uma abordagem ao programa utilizado para controlar o processo de aquisição e exposição de todas as etapas a efetuar para capturar a imagem pretendida.
- **Capítulo 5** - apresentação dos resultados experimentais e da simulação. Por sua vez, é feita uma discussão detalhada dos mesmos e da sua contribuição para a presente dissertação.
- **Capítulo 6** - exposição das principais conclusões e contribuição dos resultados obtidos. Por último, são apresentadas as propostas de trabalhos futuros para a continuação do projeto e colmatação de algumas limitações encontradas.

1.5 Equipa de investigação

O desenvolvimento desta dissertação decorreu no LIBPhys durante o ano letivo 2018/2019. O LIBPhys é um centro de investigação inserido no Departamento de Física da Universidade de Coimbra. Esta unidade concentra-se na investigação em três áreas principais: Instrumentação, Engenharia Biomédica e Física da Radiação. Como tal, está organizado em três grupos: Grupo de Instrumentação Atómica e Nuclear (GIAN), Grupo de Automação e Instrumentação Industrial (GAI) e Grupo de Eletrónica e Instrumentação (GEI). Foi neste último que decorreu o presente projeto.

1.6 Financiamento

Este trabalho teve suporte financeiro do projecto PTDC/EMD-TLM/30295/2017 com o título "Imagiologia de detector de pixel único para medições de tempo de vida de fosforescência em marcadores biomédicos".

Projecto financiado por fundos nacionais através da FCT/MCTES e cofinanciado pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Estratégico Regional (FEDER) através do Programa Operacional de Competitividade e Internacionalização, COMPETE 2020.

Compressive Sampling

Compressive Sampling ou *Compressed Sensing* (CS) é uma estratégia de amostragem que permite a reconstrução de determinados sinais a partir de um número de amostras inferior ao requerido pelo teorema de amostragem de Shannon-Nyquist. Uma vez que hoje em dia é necessário armazenar cada vez mais informação, esta técnica de detecção comprimida tem atraído a atenção em diversas áreas, nomeadamente na de processamento de sinal [2, 5].

Neste capítulo, apresentam-se as motivações que levaram ao aparecimento deste método revolucionário bem como a sua teoria matemática. Serão ainda abordadas algumas das suas vantagens e aplicações.

2.1 Contexto

No início do século XIX, Joseph Fourier [6] propôs que qualquer sinal contínuo pode ser decomposto numa soma de senos e cossenos, podendo assim ser completamente descrito no domínio da frequência. Mais tarde, surgiu este conceito aplicado no domínio do tempo discreto dando origem à conhecida Transformada de Fourier Discreta [7]. Graças a estes progressos, desde então tornou-se possível a reconstrução completa de um sinal a partir das suas amostras desde que se obedeça ao teorema de Shannon-Nyquist. Este conhecido teorema dita que um sinal analógico é exatamente reconstruído a partir das suas amostras, sem a introdução de *aliasing*, se for amostrado a uma frequência superior ao dobro da frequência mais elevada presente no sinal original, designada frequência de Nyquist [1]. A fundamentação deste teorema permitiu que se desse o salto para o domínio digital, onde começou a ser feita a maioria do processamento de sinal.

No entanto, há situações, como sinais áudio ou imagens, em que a frequência de Nyquist é de tal modo elevada que resulta na aquisição de um conjunto de amostras demasiado elevado [2]. Em determinados sistemas, é prática comum utilizar um

filtro passa-baixo para limitar a largura de banda do sinal e, conseqüentemente, ser possível utilizar taxas de amostragem inferiores aquando da conversão de analógico para digital [5].

Para além disso, nas situações em que se pretende amostrar imagens, uma amostra corresponde a um pixel numa dada posição. Nestes casos, e de acordo com o teorema de Shannon, a resolução da imagem é proporcional ao número de pixels amostrados. Num mundo cada vez mais digital, há uma demanda crescente por resoluções cada vez melhores o que equivale a um aumento do número de pixels [8]. Para corresponder a estas expectativas, os sistemas de conversão analógico-digital (ADC) tornam-se dispendiosos e complexos ou até fisicamente impossíveis. De modo a superar estas limitações, Candes *et al.* [9, 10] e Donoho *et al.* [11] demonstraram, em 2004, que um dado sinal pode ser reconstruído através de um número de amostras menor desde que estejam reunidas determinadas condições. Esta é a principal ideia por detrás do CS.

Este método é de tal modo revolucionário que, segundo Kroeker [12], um documento preliminar foi rejeitado com o fundamento de que as alegações nele contidas pareciam impossíveis de comprovar. Desde então, esta área tem atraído cada vez mais atenção visto que, tal como o nome indica, permite comprimir os dados aquando a sua aquisição. E ainda assim, ser possível reconstruir posteriormente toda a informação utilizando os algoritmos certos e a teoria subjacente ao CS.

2.2 Descrição matemática

A técnica de CS baseia-se em dois conceitos fundamentais: esparsidade e incoerência. O primeiro está relacionado com o sinal de interesse, ou seja, o sinal deve ter uma estrutura esparsa quando expresso numa base apropriada. Isto permite adquirir, por exemplo, apenas M medições de uma imagem comparativamente à sua resolução N ($M \ll N$) e, ainda assim, ser possível reconstruir o sinal original com alta fidelidade. O segundo conceito está relacionado com o modo como o sinal é amostrado. A matriz que faz a amostragem do sinal necessita de ser incoerente (ou apresentar uma baixa coerência) com a base em que o sinal é esparsa [5]. Estes conceitos são explorados de modo mais detalhado nas secções seguintes.

2.2.1 Sinais esparsos e compressíveis

Um sinal é esparsa se for uma combinação linear de somente K vetores, sendo K o número de entradas diferentes de zero ($K \ll N$). Isto significa que, apenas poucos

coeficientes, cujos valores são elevados, contêm a maioria da informação do sinal e, portanto, a compressão ocorre naturalmente aquando da aquisição. Felizmente, este é o caso da maioria dos sinais ou imagens naturais cuja projeção numa determinada base é esparsa. Pelo que, nestes casos, os coeficientes mais pequenos podem ser descartados sem grandes perdas perceptuais. Este facto representa uma vantagem deste método, uma vez que o paradigma típico de amostragem consiste em adquirir toda a informação e, posteriormente, comprimi-la para facilitar o seu armazenamento ou transmissão. E, utilizando a técnica de CS, a maioria da informação redundante é descartada logo aquando da etapa de aquisição, agilizando o processo [13, 14, 15].

Matematicamente, considerando um sinal discreto $x \in \mathbb{R}^N$, este pode ser projetado numa dada base ortonormal $\Psi \in \mathbb{R}^{N \times N}$ resultando em:

$$x = \Psi\theta, \quad (2.1)$$

onde $\theta \in \mathbb{R}^N$ é o vetor esparsa que contém os poucos coeficientes diferentes de zero que representam x na base Ψ .

A escolha de Ψ depende da sua aplicação. Porém, no que concerne a imagens naturais, sabe-se que as bases da transformada de cosseno discreto (DCT) e *wavelet* [16] são uma boa opção para representar a matriz em questão [13].

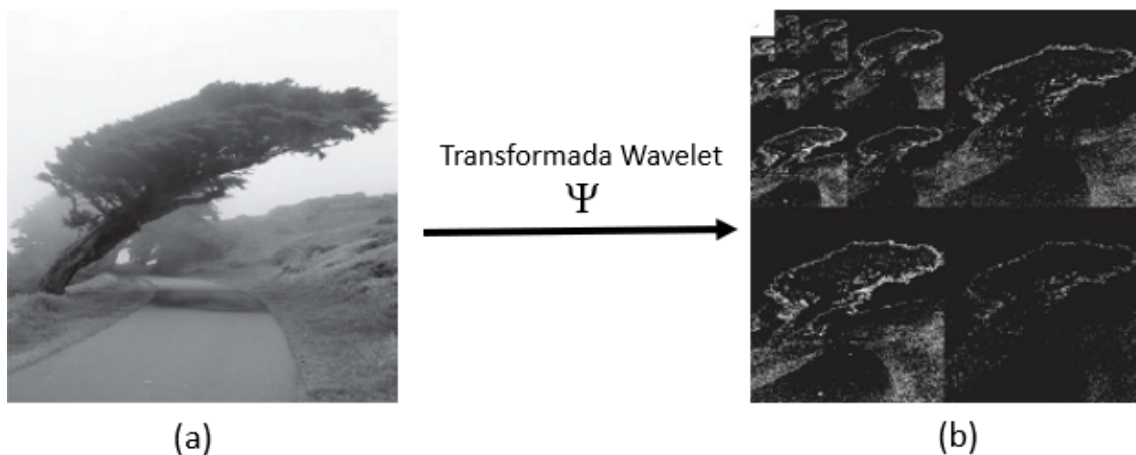


Figura 2.1: (a) Imagem original. (b) Representação esparsa da imagem numa base *wavelet*. Os pixels cuja tonalidade é mais clara são representativos dos coeficientes que contêm mais informação. Adaptado de [2].

No mundo real, durante um processo de aquisição, é mais correto referir que estamos perante um caso de esparsidade não restrita. Ou seja, não temos apenas coeficientes nulos e não nulos. Isto acontece principalmente devido ao ruído intrínseco ao processo de medição que é adicionado aos valores das amostras. Assim sendo, estes

sinais são tipicamente denominados de compressíveis [17].

2.2.2 Incoerência

Tal como referido anteriormente, a incoerência está diretamente relacionada com o processo de amostragem e, conseqüentemente, com a matriz de sensoriamento, Φ . Cada observação da cena, y_i , é uma medida linear que corresponde ao produto interno $y_i = \langle x, \Phi_i \rangle$, onde $i \in [1, M]$ [5]. Esta equação pode ser representada em notação matricial através de:

$$y = \Phi x, \quad (2.2)$$

onde $x \in \mathbb{R}^{1 \times N}$ e $y \in \mathbb{R}^{1 \times M}$ é o vetor que contém as projeções dos dados amostrados na matriz de sensoriamento $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$.

Substituindo $x = \Psi \theta$ na equação 2.2, obtemos:

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \theta = A \theta, \quad (2.3)$$

onde $A = \Phi \Psi$ é uma matriz $M \times N$ denominada matriz de reconstrução.

A equação 2.3 é o que torna o CS uma ferramenta tão poderosa: Φ é utilizado para amostrar a cena enquanto que o processo de reconstrução utiliza a matriz A [18]. Portanto, o objetivo do CS é reconstruir o sinal x a partir de M medições lineares, y . Todavia, sabendo y , para obter os valores de θ através da equação 2.3 estamos perante um problema de álgebra em que o número de equações é menor do que o número de variáveis desconhecidas, pois $M \ll N$. É aqui que os sinais esparsos representam um trunfo. A matriz Φ recolhe apenas algumas projeções de x , pelo que é desejável que esses valores coincidam com os que contêm a informação relevante [13].

De modo a garantir uma reconstrução do sinal fiável, a matriz Φ deve apresentar determinadas propriedades, sendo que uma das mais relevantes é a coerência. Neste caso, estamos interessados em matrizes Φ que apresentem baixa coerência com a matriz Ψ [19]. A coerência mútua (μ) entre estas duas matrizes é dada pela seguinte equação:

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \max_{1 \leq k, j \leq N} | \langle \Phi_k, \Psi_j \rangle |. \quad (2.4)$$

O resultado da equação 2.4 permite determinar o grau de semelhança entre as colunas de Ψ e Φ . Ou seja, se os elementos destas duas matrizes estiverem correlacionados, então o valor de $\mu(\Phi, \Psi)$ é elevado, caso contrário, é baixo.

É então evidente que a matriz de sensoriamento deve ter um desenho específico tendo

em consideração a propriedade mencionada. Existem várias soluções possíveis para a matriz Φ , entre as quais *noiselets* [20] ou bases canônicas, $\Phi_k(t) = \delta(t-k)$ onde $k = 1, \dots, M$ e Φ_k corresponde a cada uma das funções da matriz Φ . Contudo, a escolha destas bases exige que Ψ seja, respetivamente, uma base *wavelets* ou uma base de Fourier [5]. Na prática, é desejável que não haja necessidade de saber *à priori* qual é a base em que o sinal tem uma representação esparsa. Até porque, esta base pode diferir consoante o sinal de interesse e o objetivo é construir um sistema aplicável a um amplo conjunto de sinais. Candes e Tao [10] demonstraram que matrizes aleatórias apresentam baixa coerência com qualquer base fixa Ψ . Outra escolha possível para representar Φ inclui a transformada de Hadamard. A matriz que representa esta transformada é ortogonal com entradas binárias ± 1 independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.). Representa uma boa opção uma vez que são de fácil integração em *hardware* [5, 2]. Na secção 3.2 é apresentada uma descrição mais detalhada das matrizes de sensoriamento utilizadas.

Na Fig. 2.2, representa-se um esquema ilustrativo do modo de funcionamento da técnica de CS:

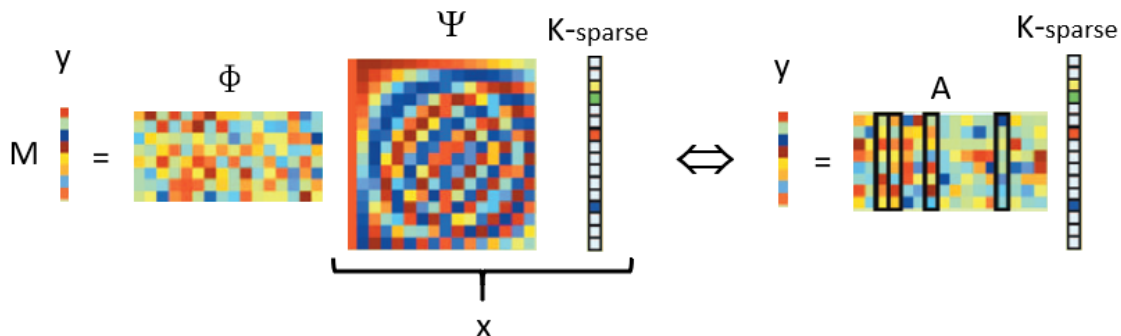


Figura 2.2: Representação esquemática do processo de medição CS utilizando uma matriz Φ aleatória e uma base Ψ correspondente à DCT. Neste caso, $K=4$ e y corresponde ao número de amostras recolhidas do sinal x . Adaptado de [13].

2.2.3 Propriedade de isometria restrita

Em ambiente real, os dados recolhidos não são totalmente isentos de ruído. Uma vez que o próprio *hardware* não tem uma precisão infinita, as medições são corrompidas com uma determinada quantidade de ruído. Portanto, as medições reais são representadas de um modo mais realista por:

$$y = \Phi x + e, \quad (2.5)$$

onde e representa um termo de erro desconhecido estocástico ou determinístico.

Assim, é fundamental que o CS seja robusto e que as perturbações no processo de reconstrução sejam um reflexo das perturbações no processo de aquisição [14]. Esta noção foi formalizada por Candes e Tao em [10] e, mais tarde, refinada em [21], dando origem a uma das propriedades chave do CS: a propriedade de isometria restrita (RIP). A RIP está, de certo modo, relacionada com a propriedade de incoerência descrita anteriormente e permite assegurar a estabilidade do CS. É definida como:

$$(1 - \delta_K)\|x\|_{\ell_2}^2 \leq \|\Phi x\|_{\ell_2}^2 \leq (1 + \delta_K)\|x\|_{\ell_2}^2, \quad (2.6)$$

onde $\delta_K \in [0,1[$ para todos os vetores x K -esparsos, sendo δ_K a constante de isometria da matriz Φ , e a norma- ℓ_2 representa a magnitude de um vetor.

Portanto, a matriz Φ verifica a condição RIP de ordem K se a constante de isometria for suficientemente inferior à unidade [5]. Intuitivamente, esta propriedade assegura a preservação da distância entre todos os pares de vetores x cuja representação é esparsa em Ψ mesmo após a sua projeção através da matriz Φ no espaço de dimensão M [22]. Isto significa que todos os subconjuntos de K colunas da matriz Φ são aproximadamente ortogonais (não são exatamente uma vez que temos mais colunas do que linhas).

Demonstrou-se, mais uma vez, que matrizes com entradas i.i.d. conseguem assegurar a condição expressa na equação 2.6 para qualquer base Ψ com elevada probabilidade [23]. Neste caso, de modo a satisfazer a propriedade RIP, o número de medições necessário M deverá ser igual ou superior a $cK \log(N/K)$, sendo c uma constante [5]. Outra vantagem em utilizar matrizes com valores i.i.d. é que estas são universais. Ou seja, a matriz Φ resultante apresenta também entradas i.i.d. independentemente da base Ψ escolhida, pelo que, muito provavelmente, também respeita a propriedade RIP [13].

2.2.4 Reconstrução de sinais

O desafio da reconstrução depreende-se com a resolução da equação 2.2 sem o conhecimento prévio dos valores de x . Por conseguinte, é desejável determinar o conjunto de coeficientes esparsos em Ψ . Uma abordagem ótima para tal passa por recorrer a um problema de otimização não convexa utilizando o método de minimização- ℓ_0 [24]:

$$\hat{\theta} = \arg \min \|\theta\|_0 \quad \text{sujeito a} \quad y = \Phi x, \quad (2.7)$$

onde a norma- ℓ_0 representa o número de elementos não nulos presentes no vetor em questão.

Ou seja, a finalidade do algoritmo é encontrar o vetor mais esparsos. Apesar de serem necessárias $M = K + 1$ medições para encontrar a solução ótima, estamos perante um problema *NP-hard* em termos de complexidade computacional [25, 26]. Isto leva a que, na maioria dos casos, esta abordagem seja impraticável.

Felizmente, em 2006, Donoho *et al.* [11] demonstraram teoricamente que a norma- ℓ_0 é equivalente à norma- ℓ_1 quando estamos perante aplicações na área do CS. Consequentemente, podemos servir-nos da minimização- ℓ_1 para obter a solução ótima do sistema em questão, através de:

$$\hat{\theta} = \arg \min \|\theta\|_1 \quad \text{sujeito a} \quad y = \Phi x. \quad (2.8)$$

Porém, neste caso, o número de medições necessárias é superior ao referido anteriormente para o caso da norma- ℓ_0 , apesar da condição $M \ll N$ permanecer assegurada. Desde então, surgiram vários algoritmos com o intuito de reconstruir o sinal no âmbito de *compressive sampling*. Na Fig. 2.3, podemos encontrar os vários algoritmos existentes.



Figura 2.3: Algoritmos de reconstrução utilizados no âmbito de *compressive sampling* e respetiva classificação. Adaptado de [27].

Estes podem ser classificados em seis categorias diferentes dependendo da abordagem utilizada [28]:

- **Otimização convexa**

Os algoritmos que pertencem a esta classe têm como finalidade determinar a solução ótima de um problema de otimização através de programação linear. Apesar do número de medições necessário ser relativamente pequeno, estes métodos apresentam uma certa complexidade computacional. Nesta categoria podemos encontrar, por exemplo, o algoritmo *Basis Pursuit* (BP) [29] que permite resolver a Equação 2.8. Para tal, recorre ao método primal-dual de pontos interiores que se encontra descrito genericamente na seguinte tabela 2.1.

Tabela 2.1: Descrição genérica do algoritmo designado método primal-dual de pontos interiores. Adaptado de [30].

Algoritmo 1: Método primal-dual de pontos interiores

- Estabelecer $x = x_0 = \Phi^T y$.
 - Estabelecer $t_0 = \gamma |x_0| + \lambda \max\{|x_0|\}$ sendo os parâmetros γ e λ definidos pelo utilizador.
 - Formar a função de Lagrange:

$$\Lambda\left(x, t, g, -\frac{1}{x_0-t_0}, \frac{1}{x_0+t_0}\right) = f(t) + g(\Phi x - y) - \frac{x-t}{x_0-t_0} - \frac{x+t}{x_0+t_0} \quad \text{onde}$$

$$g = -\Phi\left(\frac{-1}{x_0-t_0} + \frac{1}{-x_0-t_0}\right)$$
 - Atualizar os argumentos da função de Lagrange.
-

- **Algoritmos iterativos *greedy***

Tal como o próprio nome indica, estes algoritmos resolvem o problema de otimização através de um modo iterativo. Neste caso, é selecionada a coluna de A (designada de átomo) que, de um modo grosseiro (daí a analogia a *greedy*), tem uma maior correlação com as medições. Em cada iteração, é então escolhido um átomo e, regra geral, estes átomos não são considerados nas iterações seguintes. No caso do algoritmo *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP) [31], o objetivo passa por minimizar o erro de mínimos quadrados (LSE) até que seja identificado o conjunto correto de colunas (tabela 2.2). Este algoritmo é vulgarmente utilizado uma vez que apresenta uma rápida convergência e é de fácil implementação.

Tabela 2.2: Descrição genérica do algoritmo designado *Orthogonal Matching Pursuit*. Adaptado de [30].

Algoritmo 2: *Orthogonal Matching Pursuit*

- Parâmetros de entrada: A e y .
 - Inicializar as variáveis: $r_0 = y$ (resíduo inicial), $x_0 = 0$, $T_0 = [\]$ (matriz de átomos escolhidos) .
 - **while** critério de paragem não for satisfeito **do**:
 - 1 - $\omega_n = \arg \max | \langle r_{n-1}, A_i \rangle |$ para encontrar o átomo com maior correlação
 - 2 - $T_n \leftarrow [T_{n-1} A_{\omega_n}]$ para atualizar a matriz de átomos escolhidos
 - 3 - $x_n = \arg \min \| r_{n-1} - T_n x_{n-1} \|_2^2$ para resolver o problema dos mínimos quadrados
 - 4 - $r_n = r_{n-1} - T_n x_{n-1}$ para atualizar o resíduo
 - 5 - $n = n + 1$ para incrementar as iterações
 - Parâmetros de saída: x_p e r_p , sendo p o número de iterações.
-

- **Algoritmos de Limiar Iterativo**

Recentemente, foram propostos algoritmos baseados num limite adaptativo que é aplicado ao longo de várias iterações e apresentam tempos de convergência muito inferiores aos de otimização convexa. Estes algoritmos operam simultaneamente nos K átomos de A . Existem principalmente dois tipos de algoritmos nesta classe: os de limiar *hard* (IHT) [32] (tabela 2.3) e os de limiar *soft* (IST) [33]. A sua simplicidade é o principal fator para a sua elevada atratividade.

Tabela 2.3: Descrição genérica do algoritmo designado *Iterative Hard Thresholding*. Adaptado de [30].

Algoritmo 3: *Iterative hard thresholding*

- Parâmetros de entrada: K , Ψ , Φ , A , y .
 - $x_0 \leftarrow 0$.
 - **for** $i = 1, \dots$, até satisfazer o critério de paragem **do**
 $x_i \leftarrow H_k(x_{i-1} + A^T(y - Ax_{i-1}))$
end for
 - Parâmetros de saída: aproximação de x .
-

Ao contrário do que acontece no Algoritmo 2, neste caso são escolhidos os K maiores coeficientes e os restantes elementos são considerados nulos. Esta diferença permite que o algoritmo seja compactamente representado por $x_i \leftarrow H_k(x_{i-1} + A^T(y -$

$Ax_{i-1}))$, onde H_k é dado por:

$$H_k(x) = \begin{cases} x_i, & |x_i| > \epsilon \\ 0, & \text{outros} \end{cases}, \quad (2.9)$$

onde k corresponde ao maior componente de x .

- **Algoritmos Combinatórios/Sublineares**

Os algoritmos combinatórios permitem resolver o problema da reconstrução utilizando um grupo de teste. Apresentam como vantagem o facto de serem muito eficientes e de rápida convergência, no entanto, requerem a utilização de padrões específicos no processo de sensoriamento. Exemplo de um algoritmo pertencente a esta classe é o algoritmo de amostragem de Fourier [34].

- **Algoritmos de Minimização Não-convexos**

Outra classe de algoritmos são aqueles que folgam a norma- ℓ_0 a um problema de minimização não-convexa. A sua resolução consiste na determinação de um ponto estacionário. Existem vários exemplos presentes nesta categoria, nomeadamente o algoritmo FOCUSS [35] e o algoritmo baseado em Monte-Carlo [36].

- **Algoritmos Iterativos de Bregman**

Estes algoritmos solucionam o problema da reconstrução através da resolução da equação 2.8. Uma das suas grandes vantagens comparativamente aos algoritmos anteriores é a sua velocidade. A título de exemplo, o estudo descrito em [37] mostrou que foi possível alcançar a reconstrução do sinal pretendido em apenas quatro a seis iterações.

No âmbito do presente trabalho foram utilizados dois algoritmos distintos: o de minimização de variação total por algoritmos de Lagrange e direção alternada (TVAL3) e o algoritmo de Nesterov (NESTA). A descrição detalhada destes algoritmos é apresentada na secção 3.3.

2.2.5 Aplicações do CS

Sendo uma técnica em crescimento, o paradigma proposto pela teoria do CS tem sido aplicado em diversas áreas, nomeadamente sistemas de imagem e comunicação [38]. Focando a atenção no primeiro caso, existem inúmeros sistemas que estão a ser explorados nos mais variados campos como compressão e aquisição de imagens médicas [39, 40, 41], astronomia [42], imagens de radar [43], entre outros.

Contudo, a aplicação onde recai a maioria da investigação é a câmara de pixel-único. Aliás, a SPC desenvolvida por Takhar *et al.* na Universidade de Rice [44] foi uma das primeiras aplicações reais a incorporar a técnica de CS. Tal como o próprio nome indica, esta câmara é constituída por apenas um elemento sensor, pelo que representa uma solução de baixo custo, compacta e com uma arquitetura simples que pode operar numa gama espectral muito maior do que as câmaras convencionais. O seu *hardware* é constituído por um processador digital de luz (DLP) que, por sua vez, incorpora um DMD. Este último componente permite modular a luz que irá incidir no alvo sendo essencial para que esta arquitetura seja uma aplicação tão bem sucedida. As ferramentas de *compressed sensing* são posteriormente empregues na fase de reconstrução da imagem. Dado que esta aplicação é o principal foco do presente trabalho, o seu modo de funcionamento e arquitetura serão descritos de modo mais detalhado na secção 4.1. Para já, serão apresentadas algumas das múltiplas aplicações em que esta câmara tem demonstrado ser uma alternativa vantajosa.

Uma das áreas onde a utilização da SPC tem sido amplamente explorada é a microscopia de fluorescência. Studer *et al.* [45] desenvolveram um microscópio invertido de epifluorescência que permite a reconstrução de imagens de fluorescência de células e tecidos. Este dispositivo é constituído por apenas um elemento sensor e permitiu localizar os pontos de fluorescência utilizando aproximadamente 1.5% do número total de medições. Testes com um número de medições inferior demonstraram que os pontos com baixa intensidade não eram detetados.

Ainda no âmbito da imagem biomédica, Huynh *et al.* [46] levaram a cabo um estudo que permitiu a construção de um dispositivo de pixel único para obter imagens vídeo de ultrassons (Fig. 2.4). Os resultados obtidos comprovaram que esta representa uma alternativa vantajosa comparativamente aos dispositivos baseados em técnicas piezoelétricas que são dispendiosos e tecnicamente complexos.

Por sua vez, os desenvolvimentos descritos em [47] mostram a aplicação da SPC para obtenção de imagens simultaneamente na zona do infravermelho e do visível do espectro eletromagnético. Graças a um espelho dicrótico, a luz emitida pelo DMD é dividida num feixe de luz visível e num feixe de ondas curtas, sendo assim possível obter imagens nas duas zonas referidas.

Outro campo em que as técnicas empregues na SPC têm um papel particularmente interessante é na obtenção de imagens 3D [48, 49]. Isto porque, utilizando os sistemas tradicionais, é necessário um número de medições extremamente elevado para obter uma imagem com alta resolução e qualidade, porém o mesmo não se verifica com esta alternativa. Recentemente, Martínez-León *et al.* [50] propuseram a integração das

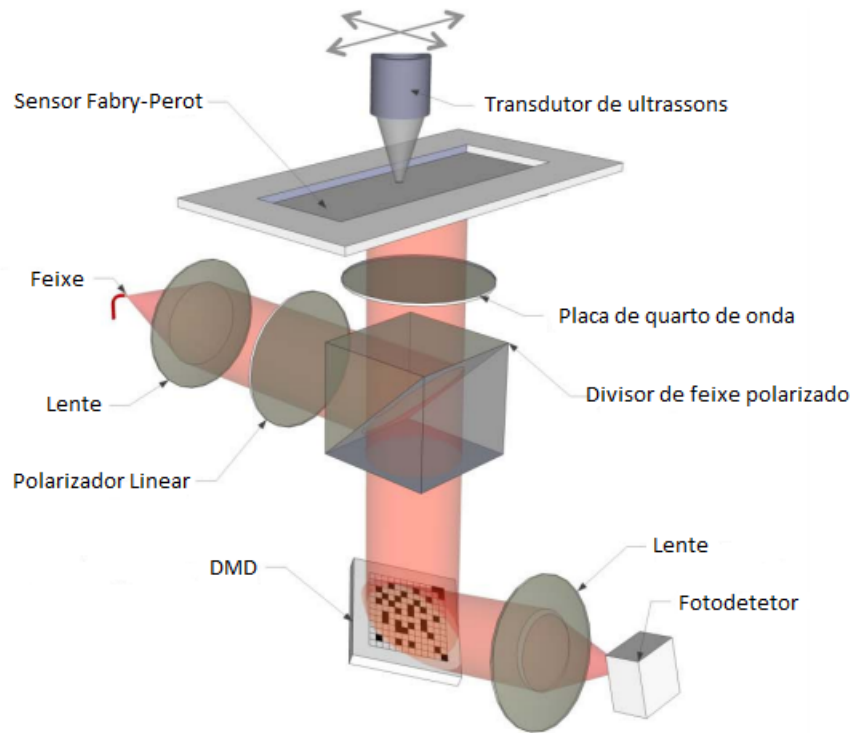


Figura 2.4: Representação esquemática da SPC para mapeamento de ultrassons. Adaptado de [46].

técnicas de pixel único no âmbito da holografia digital. Para tal, utilizam padrões de amostragem codificados em fase, o que permite obter uma melhoria significativa da relação sinal-ruído (SNR) comparativamente com os métodos que adotam padrões modulados em amplitude.

2.2.6 Vantagens do CS

A adoção da técnica de CS permite usufruir de um vasto conjunto de vantagens, para além daquelas mencionadas anteriormente. Sistemas que incorporem esta técnica são capazes de operar em regiões do espectro eletromagnético que, anteriormente, eram inacessíveis. É o caso do sistema de imagem terahertz de pixel único [51] que explora uma zona praticamente inalcançável. Adicionalmente, também é possível lidar com sistemas de maiores dimensões e reduzir os tempos de aquisição. Para além disso, o CS aplicado a sistemas de imagem exhibe outras propriedades igualmente atrativas tais como [44]:

- **Universalidade:** Φ pode ser considerada uma base universal, no sentido em que a sua conceção é independente da estrutura de Ψ . Isto permite aplicar este método em vários ambientes diferentes uma vez que não é necessário conhecer *à priori* as características dos mesmos. Para além disso, a utilização

de medições aleatórias permite que, caso sejam descobertas bases Ψ melhores (mais esparsas), então a mesma base Φ pode ser utilizada para reconstruir os dados com melhor qualidade.

- **Encriptação:** apenas é capaz de reconstruir o sinal em questão quem tiver conhecimento acerca da *seed* utilizada para criar as projeções que realizam a amostragem. Caso contrário, para um observador comum, as medições vão parecer ruidosas e, efetivamente, sem qualquer significado.
- **Robustez e Progressividade:** uma vez que as medições são aleatórias, estas são equiprováveis o que conduz a uma codificação robusta. Consequentemente, este facto leva a uma reconstrução progressivamente melhor à medida que o número de medições aumenta. Assim, mesmo que algumas medições sejam perdidas aquando do processo, a sua reconstrução ainda é possível.
- **Escalabilidade:** o grau de compressão pode ser adaptativamente controlado pelo número de medições efetuadas, tornando o sistema escalável. Quanto maior for o número de medições, melhor será a qualidade da imagem reconstruída.
- **Assimetria computacional:** A maioria da complexidade computacional recai no sistema de reconstrução (o decodificador), enquanto que o codificador apenas necessita de efetuar as projeções. Esta assimetria representa um papel fundamental uma vez que é mais fácil alocar os recursos no decodificador.

Métodos de simulação

Tal como referido anteriormente, a metodologia desta dissertação encontra-se dividida em duas partes sendo que a primeira é dedicada ao desenvolvimento de uma ferramenta de simulação. Trata-se de uma etapa primordial para compreender quais serão as melhores abordagens a adotar na fase de testes de bancada, nomeadamente ter noção do efeito do ruído e da taxa de compressão. Permite ainda ter uma perceção do conjunto de padrões (e respetiva ordem) que permite otimizar o tempo do processo de amostragem em bancada.

Este capítulo aborda a ferramenta desenvolvida e as diferentes ordens de matrizes de sensoriamento utilizadas para efetuar os estudos em questão. Para além disso, apresenta-se uma abordagem das vantagens da utilização da transformada rápida Walsh-Hadamard para a obtenção das matrizes de reconstrução. Por fim, é feita uma descrição detalhada dos algoritmos de reconstrução utilizados tanto na fase de simulação como na fase experimental.

3.1 Ferramenta de simulação

A ferramenta de simulação foi desenvolvida em MATLAB[®] e tem como intuito avaliar quantitativamente a influência de diferentes ordens de matrizes de sensoriamento no processo de reconstrução. Outros parâmetros em avaliação são o ruído nas medições e o rácio de compressão, $\frac{M}{N}$, bem como o algoritmo utilizado.

A utilização de dados sintéticos representa uma vantagem comparativamente aos dados obtidos experimentalmente visto que podemos recorrer a uma imagem de referência para efetuar a avaliação. Uma vez que, tanto a matriz de reconstrução como o algoritmo utilizado são independentes da SPC, o seu desempenho pode ser avaliado durante esta fase. O fluxograma referente a esta ferramenta é apresentado na Fig. 3.1.

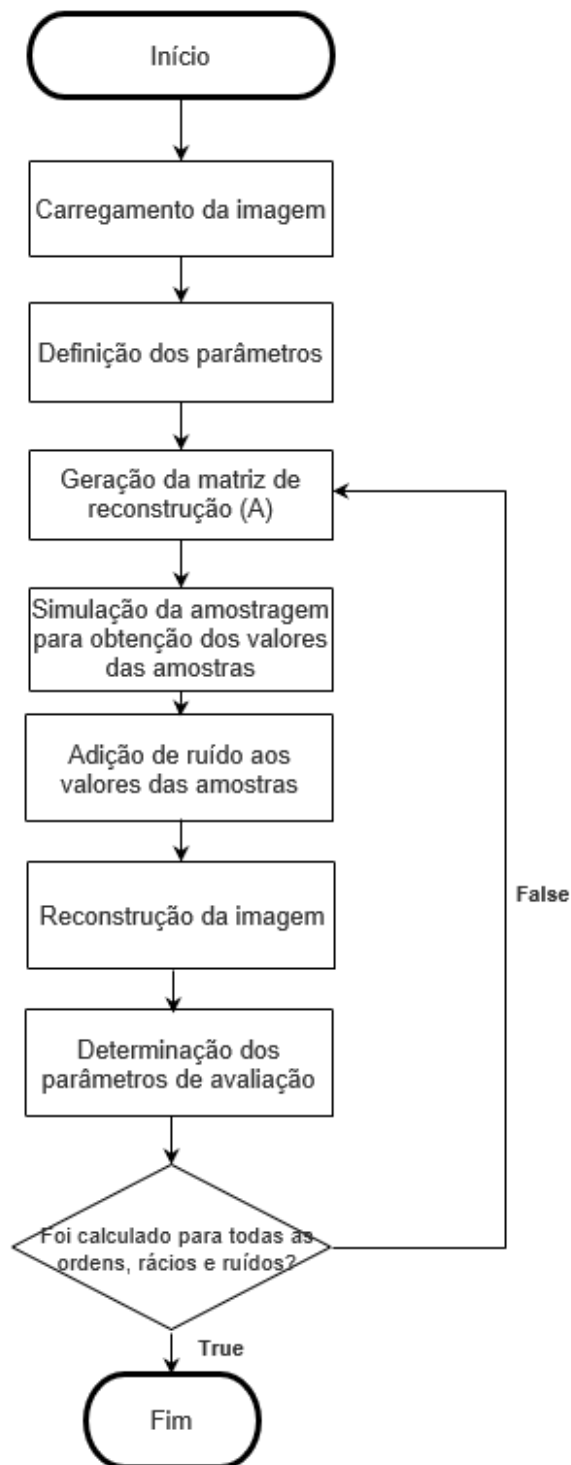


Figura 3.1: Fluxograma descritivo da ferramenta de simulação.

Inicialmente, procede-se ao carregamento da imagem de teste pretendida sob a forma de uma matriz bidimensional. Esta, por sua vez, é transformada num vetor sendo que cada uma das suas linhas é adicionada à frente da anterior como podemos observar esquematicamente na Fig. 3.2.



Figura 3.2: Esquema representativo da transformação da imagem num vetor unidimensional.

Relativamente aos parâmetros a definir, estes são: rácio de compressão ($\frac{M}{N}$), nível de ruído sintético (σ) e ordem de Φ . Os valores em estudo para $\frac{M}{N}$ e o nível de ruído são $[0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.8 \ 1]$ e $[0 \ 0.1 \ 0.2]$, respetivamente. No que concerne às ordens da matriz de sensoriamento estas podem ser hadamard, sequencial (baseada na ordem Walsh), ordem de altas frequências e aleatória. Cada uma destas ordens é descrita de modo mais detalhado na secção 3.2.

A matriz A é gerada a partir da função $fwht(y, N, ordering)$ (transformada rápida de Walsh-Hadamard) do MATLAB[®], onde y é o vetor correspondente à imagem, N é a resolução da imagem e $ordering$ corresponde à ordem dos coeficientes devolvidos pela transformada em questão. A utilização desta função apresenta como vantagem o facto de se poderem utilizar diferentes matrizes de sensoriamento para efetuar os estudos em questão. Embora possam ser utilizadas outras matrizes como Fourier [52] ou *wavelet* [53], este trabalho utiliza matrizes Hadamard como matrizes de sensoriamento. Assim, o parâmetro $ordering$ é definido como *hadamard* para todos os casos de estudo da ordem de Φ , à exceção da ordem sequencial em que é definido como *sequency*. No caso da ordem sequencial, a transformação é aplicada sobre os valores de y que são reorganizados segundo os passos descritos na secção 3.2.2. De seguida, os coeficientes devolvidos são selecionados segundo um vetor de índices, OMEGA. No caso das ordens *hadamard* e *sequency*, os índices de OMEGA são consecutivos de 1 até M . Contudo, para o estudo baseado nas altas frequências, os índices de OMEGA estão ordenados consoante a ordem decrescente de distribuição de frequências dos padrões utilizados. Relativamente à ordem aleatória, tal como o próprio nome indica, os índices de OMEGA são gerados entre 1 e M de um modo aleatório.

Para aplicar a transformada inversa de Hadamard (transposta da matriz A) é empregue a função $ifwht(y, N, ordering)$ (transformada inversa rápida Walsh-Hadamard)

do MATLAB[®]. Apesar do princípio de funcionamento ser semelhante ao caso anterior, o vetor y é de dimensão $1 \times N$ onde todos os elementos são nulos à exceção dos índices coincidentes com OMEGA.

A simulação da amostragem consiste na projeção do vetor da imagem na base A . De modo a simular diferentes condições experimentais, foram adicionadas diferentes quantidades de ruído branco ¹. Para obter o ruído, recorreu-se à função $randn(N,1)$ do MATLAB[®] e calculou-se a média dos valores absolutos das amostras, y . Portanto, o ruído adicionado é baseado numa percentagem da média das amostras, ou seja, o valor somado corresponde a $\sigma \times$ média das amostras \times valor aleatório.

A reconstrução da imagem é feita através dos algoritmos escolhidos para o presente trabalho: TVAL3 e NESTA. Na secção 3.3 é apresentada uma descrição detalhada de cada um destes algoritmos.

As imagens convencionais apresentam valores discretos que se encontram na gama de 0 a 255. O mesmo não acontece com as imagens reconstruídas utilizando os algoritmos referidos uma vez que se tratam de modelos matemáticos de otimização cujo objetivo é encontrar a solução ótima para o sistema em questão. Ora, os valores desta solução não estão restritos à gama de valores das imagens tradicionais e portanto é aplicada uma transformação aos valores devolvidos pelo algoritmo de reconstrução dada por [55]:

$$X' = a + \frac{(X - X_{\min})(b - a)}{X_{\max} - X_{\min}}, \quad (3.1)$$

onde a e b são, respetivamente, os valores mínimo e máximo da imagem de teste e X representa a imagem reconstruída ao qual vai ser aplicada a transformação resultando em X' .

Os valores resultantes após a aplicação da referida transformação são decimais. Portanto, é feito um arredondamento dos mesmos para ser possível a comparação com a imagem original cujos valores são discretos.

3.1.1 Avaliação da imagem

Por forma a avaliar a qualidade da imagem reconstruída, foram aplicadas algumas métricas conhecidas aquando da etapa de simulação: a relação sinal-ruído de pico e o índice de semelhança estrutural.

¹ruído aleatório cuja densidade espectral de potência é independente da frequência, ou seja, é constante [54].

Para imagens de escala de cinzentos de tamanho $M \times N$, o PSNR é dado por [56]:

$$PSNR(f,g) = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{MSE(f,g)} \right), \quad (3.2)$$

onde f e g são as imagens de referência e teste, respetivamente, e MSE é o erro quadrático médio entre as duas imagens definido como:

$$MSE(f,g) = \frac{1}{MN} \sum_i^M \sum_j^N (f_{ij} - g_{ij})^2. \quad (3.3)$$

À medida que o valor do erro quadrático médio se aproxima de zero, o valor de PSNR tende para infinito. Assim sendo, podemos concluir que estamos perante qualidades de imagem superiores quando temos valores de PSNR elevados [56]. De notar que o PSNR representa uma métrica que avalia as diferenças de intensidade pixel a pixel. Trata-se de um método apelativo dado que é simples de calcular e os seus resultados são de fácil interpretação. Todavia, nem sempre se obtêm resultados coerentes com a qualidade perceptual da imagem [57].

Ao contrário do PSNR, a métrica SSIM foca-se na estrutura da imagem. Para tal, recorre a uma combinação de três fatores: luminância, contraste e estrutura. O resultado reflete as diferenças em cada uma destas categorias e permite avaliar a semelhança entre a imagem de teste e a imagem reconstruída [57]. O SSIM é dado por [56]:

$$SSIM(f,g) = l(f,g)c(f,g)s(f,g), \quad (3.4)$$

onde

$$\begin{aligned} \text{luminância: } l(f,g) &= \frac{2\mu_f\mu_g + C_1}{\mu_f^2 + \mu_g^2 + C_1} \\ \text{contraste: } c(f,g) &= \frac{2\sigma_f\sigma_g + C_2}{\sigma_f^2 + \sigma_g^2 + C_2}, \\ \text{estrutura: } s(f,g) &= \frac{\sigma_{fg} + C_3}{\sigma_f\sigma_g + C_3} \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde μ corresponde à média, σ é o desvio padrão, σ_{fg} é a covariância entre f e g e as constantes C_1 , C_2 e C_3 são utilizadas para evitar denominadores nulos.

Combinando os três fatores, obtemos:

$$SSIM(f,g) = \frac{(2\mu_f\mu_g + C_1)(2\sigma_{fg} + C_2)}{(\mu_f^2 + \mu_g^2 + C_1)(\sigma_f^2 + \sigma_g^2 + C_2)}. \quad (3.6)$$

Ambos os parâmetros são calculados com recurso às funções MATLAB[®] `psnr()`

e $ssim()$. No que concerne ao SSIM, foram utilizadas as constantes por omissão do MATLAB[®] para imagens de escala de cinzentos, nomeadamente: $C_1 = (0.01 \times 255)^2$, $C_2 = (0.03 \times 255)^2$ e $C_3 = C_2/2$.

Para avaliação da qualidade da imagem, é mais conveniente aplicar o SSIM localmente. Assim sendo, todas as variáveis de estatística (média, desvio padrão e covariância) são locais e, portanto, são aplicadas segundo uma janela, tipicamente de 8×8 ou 11×11 . Esta janela é movida ao longo da imagem, pixel a pixel [57]. Para $f, g \in \mathbb{R}_+^N$, os valores de SSIM encontram-se na gama $[-1, 1]$ [58]. Quanto mais próximos da unidade forem os resultados, mais semelhantes são as duas imagens em estudo.

Um estudo conduzido por Wang *et al.* [59] mostrou que, ao invés do SSIM, o PSNR não consegue discernir tão bem o conteúdo estrutural das imagens. Isto leva a que imagens com diferentes tipos de degradação apresentem o mesmo valor de MSE e, conseqüentemente, de PSNR.

As imagens escolhidas para efetuar os estudos são o *cameraman* e o barco e encontram-se representadas na Fig. 3.3. Ambas são frequentemente utilizadas para processamento de imagem.



(a) *Cameraman*



(b) Barco

Figura 3.3: Imagens de teste utilizadas nos testes efetuados. Retiradas de [60].

3.2 Matriz de sensoriamento

A matriz de sensoriamento é um dos elementos principais para o bom desempenho de um sistema baseado em CS. Diversos estudos mostraram que as matrizes de Hadamard representam uma solução adequada para aplicações de SPC [47, 61, 62,

63]. Tratam-se de matrizes quadradas cujos valores são apenas ± 1 e em que cada linha representa um padrão [62]. Estas matrizes foram escolhidas devido à sua facilidade de implementação para a etapa experimental com a SPC.

De modo a avaliar a influência da ordem destas matrizes na qualidade da imagem final, a reconstrução da imagem foi realizada segundo quatro ordens diferentes: ordem natural ou hadamard, ordem sequencial ou Walsh, ordem baseada em alta frequência e aleatória.

3.2.1 Matriz baseada na ordem hadamard

A matriz Hadamard (H) é uma matriz quadrada ortogonal constituída por funções Walsh. Tratam-se de funções cuja forma de onda é retangular ou quadrada e têm apenas dois valores possíveis: ± 1 [64]. Isto implica que $HH^T = NI$, sendo N a ordem da matriz [65]. No caso da ordem em questão, estas funções não estão organizadas sequencialmente na matriz (por ordem crescente de *zero-crossings*), mas sim na ordem natural ou ordem de Hadamard [64]. A título de exemplo, as matrizes Hadamard de primeira e segunda ordem são dadas por:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \text{ e } H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

As matrizes de ordem superior ($N = 2^m$) são obtidas recursivamente através de [66]:

$$H_{2^m} = \begin{bmatrix} H_{2^{m-1}} & H_{2^{m-1}} \\ H_{2^{m-1}} & -H_{2^{m-1}} \end{bmatrix} = H_2 \otimes H_{2^{m-1}}, \quad (3.8)$$

onde \otimes representa o produto de Kronecker e $m \in \mathbb{N}$.

Na Fig. 3.4, podemos encontrar um exemplo de um padrão Hadamard. Na prática, podemos interpretar estas matrizes em termos de frequência. Desse modo, a frequência está diretamente relacionada com o número de *zero-crossing* ao longo de cada linha que, por sua vez, pode ser interpretada como uma onda retangular cujos valores são ± 1 . Portanto, a aplicação da matriz Hadamard resulta numa decomposição do sinal num conjunto de ondas retangulares, como referido anteriormente [67]. De modo a criar estas matrizes, recorreu-se à função *hadamard()* do MATLAB[®].

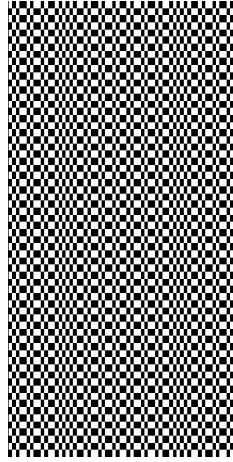


Figura 3.4: Padrão de sensoriamento de ordem 118 enviada para o DLP.

3.2.2 Matriz baseada na ordem Walsh

Apesar da matriz Walsh, W_N , e a matriz de Hadamard possuírem a mesma informação, a primeira corresponde a uma disposição diferente das funções Walsh. Neste caso, a matriz W_N difere da matriz H_N pelo facto de as suas linhas estarem ordenadas por ordem crescente de *zero-crossings* [68]. Podemos obter W_N a partir de H_N através dos seguintes passos [66]:

1. Obter a matriz Hadamard de ordem N ($H \in \mathbb{R}^{N \times N}$);
2. Converter o índice da linha (n_H) da matriz H_N para binário;
3. Converter n_H para *gray code* [69];
4. Inverter os bits do índice do *gray code*;
5. Ordenar as linhas segundo a nova ordem obtida após a inversão dos bits.

Importa referir que as colunas e linhas da matriz W_N são ortogonais e não lineares e, portanto, esta matriz obedece ao critério RIP (2.6) pelo que é completamente válida a sua aplicação como matriz de medição após a seleção de M linhas [66].

Tabela 3.1: Exemplo de conversão da matriz Hadamard 4×4 para matriz Walsh.

\mathbf{n}_H	0	1	2	3
Conversão para binário	00	01	10	11
Conversão para <i>gray code</i>	00	01	11	10
Inversão dos bits	00	10	11	01
\mathbf{n}_W	0	2	3	1

Tendo em conta o exemplo da tabela anterior, a transformação da matriz H_4 para W_4 resulta em:

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow W_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Na Fig. 3.5 encontra-se uma representação esquemática da conversão de binário para *gray code*. Esta conversão é realizada através do operador lógico xor que devolve o valor 1 se os bits forem diferentes ou o valor 0 se os bits forem iguais. Foi utilizada a função disponível em [70].

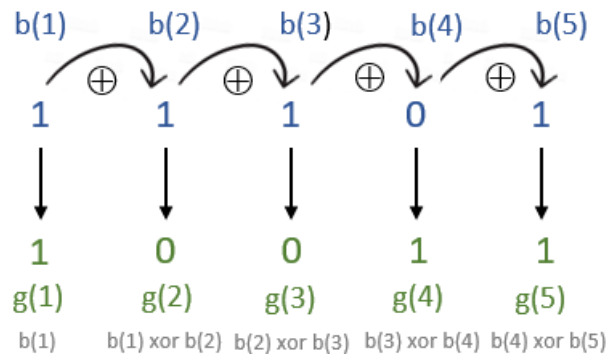


Figura 3.5: Exemplificação da conversão de um número binário (b) para *gray code* (g). Adaptado de [71].

3.2.3 Matriz baseada na ordem de altas frequências

Tal como referido anteriormente, esta ordem é baseada na distribuição de frequências dos padrões emitidos. Pode dizer-se que, neste caso, esta matriz é obtida através da inversão da matriz W_N uma vez que esta última contém as funções dispostas por ordem crescente de frequência. No entanto, para obter a ordem dos padrões foi calculada a transformada de Fourier bidimensional para cada um deles. Os valores resultantes foram ordenados por ordem decrescente sendo que o último valor está associado à frequência nula.

O objetivo deste novo estudo proposto é explorar a influência das diferentes componentes da imagem no tempo de reconstrução e na qualidade das imagens finais. Isto porque, sabe-se *à priori* que os detalhes mais finos da imagem se encontram nas altas frequências enquanto que as variações mais suaves estão presentes nas componentes mais baixas. Portanto, seria expectável que o tempo de reconstrução seja

menor quando se utilizam apenas os primeiro M padrões apesar da qualidade da imagem não ser tão boa. Os resultados apresentam-se na secção 5.1.

3.2.4 Matriz baseada na ordem aleatória

Outro estudo realizado baseia-se na emissão aleatória dos padrões de sensoriamento. Para cada caso em estudo, foram efetuados cinco testes (cada um deles aleatório) sendo que, no fim, foi determinado a média e o desvio padrão subjacente a cada estudo.

3.2.5 Vantagens da transformada FWH

Tal como referido anteriormente, foi utilizada a transformada rápida de Walsh-Hadamard que corresponde à função *fwht()* em MATLAB® para obter a matriz A . O uso desta função permite otimizar o processo de reconstrução resultando, conseqüentemente, em tempos de reconstrução menores. No entanto, a principal vantagem reside no facto de não ser necessário armazenar na memória do computador as matrizes de reconstrução. A única informação que é necessário guardar são as permutações realizadas e quais as linhas selecionadas. Com esta informação, o algoritmo de reconstrução é capaz de realizar o processo inverso com o intuito de obter a imagem reconstruída.

3.3 Algoritmos de Reconstrução

Desde o aparecimento da teoria de CS, vários algoritmos foram propostos, alguns dos quais são mencionados na secção 2.2.4. Após revisão da literatura, os algoritmos escolhidos na presente dissertação para reconstruir a imagem foram o TVAL3 [72, 73] e o NESTA [74]. Esta escolha recaí no facto de estes algoritmos apresentarem uma elevada velocidade de convergência e bons resultados comparativamente aos restantes algoritmos disponíveis [26].

São ambos algoritmos iterativos que tentamos implementar. Porém, existem várias informações de diferentes artigos que não coincidem dificultando, assim, a implementação destes algoritmos. Após várias tentativas falhadas, optou-se por recorrer aos algoritmos fornecidos por Chengbo Li [75, 76] e J. Bobin [74, 77], nomeadamente às funções *TVAL3()* e *Core-Nesterov()*, respetivamente.

Neste capítulo é apresentada uma descrição matemática destes algoritmos bem como uma descrição das alterações efetuadas de modo a averiguar a influência de diferentes

parâmetros na reconstrução das imagens.

3.3.1 TVAL3

Para além das vantagens anteriormente referidas, este algoritmo apresenta um conjunto de características que tornam ainda mais atraente a sua utilização na área do CS. Essas propriedades são [78]:

- A matriz de sensoriamento Φ utilizada não está restrita a um só tipo, isto é, este algoritmo permite a utilização de qualquer matriz de sensoriamento. Para além disso, neste caso, não são requeridos certos atributos como a normalidade e ortogonalidade como acontece com outros algoritmos;
- Quando Φx e $\Phi^T x$ são definidos através de métodos mais rápidos como a transformada de Walsh-Hadamard (WHT), este algoritmo é extremamente rápido quando comparado com os demais.

Ao contrário dos demais algoritmos de reconstrução, os métodos de variação total (TV) consideram o gradiente do sinal sendo esparso e não o próprio sinal. De modo equivalente, pode referir-se que a transformada Ψ é o gradiente inverso. Portanto, o objetivo deste algoritmo passa por encontrar o gradiente mais esparso que satisfaz a restrição imposta pela equação 2.3. O problema de otimização usado neste trabalho é então descrito por:

$$\min_{\omega_i, x} \sum_i \|\omega_i\|, \text{ sujeito a } \Phi x = y \text{ e } D_i x = \omega_i \quad \forall i \quad (3.9)$$

onde D representa o operador gradiente, $\omega_i = D_i x \in \mathbb{R}^2$ corresponde ao gradiente discreto de x na posição i segundo as direções vertical e horizontal, e $\|\dots\|$ representa a norma- ℓ_2 que corresponde ao método de variação total isotrópico.

Apesar de x ser um vetor (ou seja, unidimensional), as suas características espaciais devem ser preservadas de modo a ser possível calcular os gradientes vertical e horizontal. É empregue o método Lagrangiano Aumentado (ALM) (tabela 3.2) para minimizar a seguinte função objetivo com respeito a ω e x :

$$\min_{\omega_i, x} \mathcal{L}_A(\omega_i, x) = \sum_i (\|\omega_i\| - \nu_i^T (D_i x - \omega_i) + \frac{\beta_i}{2} \|D_i x - \omega_i\|_2^2) - \lambda^T (\Phi x - y) + \frac{\mu}{2} \|\Phi x - y\|_2^2 \quad (3.10)$$

onde $\nu_i \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ e $\lambda \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ são os multiplicadores de lagrange e $\mu \in \mathbb{R}$ e $\beta_i \in \mathbb{R}$ são

parâmetros de barreira associados a cada uma das restrições.

Valores elevados de μ^k (sendo k o número de iterações) resultam numa convergência mais rápida. Por outro lado, maiores valores levam a que ocorram, na prática, problemas numéricos de condicionamento. Portanto, a abordagem adotada consiste em começar com um valor pequeno de μ^k que é incrementado a cada iteração, resultando numa convergência mais rápida relativamente ao caso em que o seu valor é fixo.

Tabela 3.2: Descrição genérica do método ALM. Adaptado de [72].

Algoritmo 4: Método Lagrangiano Aumentado

- Inicializar μ^0, λ^0, x^0 e a tolerância (tol);
 - **while** $\|\nabla \mathcal{L}(x^k, \lambda^k)\| > tol$ **do**:
 - 1 - $x_0^{k+1} = x^k$;
 - 2 - Encontrar o minimizador x^{k+1} de $\mathcal{L}_A(x, \lambda^k; \mu^k)$ sendo o ponto de partida x_0^{k+1} até $\|\nabla_x \mathcal{L}_A(x, \lambda^k; \mu^k)\| \leq tol$;
 - 3 - Atualizar os multiplicadores através de 3.11;
 - 4 - Atualizar o parâmetro $\mu^{k+1} \geq \mu^k$.
 - end while**
-

Em cada iteração, os multiplicadores de Lagrange são atualizados através das seguintes formulas:

$$\begin{aligned}\bar{\nu}_i &= \nu_i - \beta_i(D_i x^* - \omega_i^*) \forall_i, \\ \bar{\lambda} &= \lambda - \mu(\Phi x^* - y),\end{aligned}\tag{3.11}$$

onde $*$ representa soluções locais.

A resolução da minimização 3.10 pode ser efetuada separadamente, em cada iteração, com respeito a ω_i dando origem ao denominado subproblema- ω :

$$\omega_{i,k+1} = \max \left\{ \left\| D_i x_k - \frac{\nu_i}{\beta_i} \right\| - \frac{1}{\beta_i}, 0 \right\} \frac{D_i x_k - \nu_i / \beta_i}{\|D_i x_k - \nu_i / \beta_i\|},\tag{3.12}$$

sendo que, por convenção, $0 \cdot (0/0) = 0$. Esta fórmula denomina-se *shrinkage* e é frequentemente utilizada como $\omega_{i,k+1} = shrink(D_i x_k; \nu_i, \beta_i)$.

Também no caso de x_{k+1} , podemos resolver separadamente o problema através da

resolução do denominado subproblema- x :

$$\min_x \mathcal{Q}_k(x) \triangleq \sum_i (-\nu_i^T (D_i x - \omega_{i,k+1}) + \frac{\beta_i}{2} \|D_i x - \omega_{i,k+1}\|_2^2) - \lambda^T (\Phi x - y) + \frac{\mu}{2} \|\Phi x - y\|_2^2 \quad (3.13)$$

Aplicando o método denominado *steepest descent* [79] conseguimos iterativamente resolver a equação 3.13 através da aplicação da fórmula recursiva:

$$\bar{x}_{k+1} = x_k - \alpha_k d_k, \quad (3.14)$$

onde d corresponde à direção do gradiente da função objetivo e é dado por:

$$d_k(x) = \sum_i (\beta_i D_i^T (-D_i x - \omega_{i,k+1}) - D_i^T \nu_i) + \mu \Phi^T (\Phi x - y) - \Phi^T \lambda \quad (3.15)$$

e α é o passo Barzilai-Borwein (BB) [80] dado por:

$$\alpha_k = \frac{s_k^T s_k}{s_k^T y_k} \quad (3.16)$$

ou

$$\alpha_k = \frac{s_k^T y_k}{y_k^T y_k}, \quad (3.17)$$

onde $s_k = x_k - x_{k-1}$ e $y_k = d_k(x_k) - d_k(x_{k-1})$.

Idealmente, inicia-se com o passo BB (3.16 ou 3.17). É, então, empregue o algoritmo de procura linear não monótona (NLSA) [81] para assegurar a convergência. Por conseguinte, combinando o método sem restrições NLSA e o método ALM, conseguimos estruturar o algoritmo TVAL3 (tabela 3.3).

Tabela 3.3: Descrição genérica do algoritmo TVAL3. Adaptado de [73].

Algoritmo 5: Algoritmo TVAL3 genérico

- Entradas: A , b (vetor que representa os dados recolhidos), N , M (dimensões do sinal original) e $opts$ (estrutura para restabelecer os parâmetros);
 - **while** $\|\nabla \mathcal{L}(x^k, \lambda^k)\| > tol$ **do**:
 - 1 - Fixar os pontos de inicialização $\omega_0^{k+1} = \omega^k$ e $x_0^{k+1} = x^k$;
 - 2 - Através do método NLSA, encontrar os valores mínimos de ω^{k+1} e x^{k+1} da função objetivo;
 - 3 - Atualizar os multiplicadores de Lagrange através da equação 3.11 e o valor de μ .
 - end while**
-

Foi utilizada a implementação do algoritmo fornecida por Li *et al.* [72], sendo que o conjunto de condições iniciais utilizado foi o seguinte:

- $opts.mu = 2^8$
- $opts.beta = 2^5$
- $opts.mu0 = opts.mu$
- $opts.beta0 = opts.beta$
- $opts.tol = 1e - 6$
- $opts.tol_{inn} = 1e - 3$
- $opts.maxit = 1025$
- $opts.maxcnt = 10$
- $opts.TVnorm = 2$
- $opts.nonneg = false$
- $opts.TVL2 = false$
- $opts.ireal = false$
- $opts.scale_A = true$
- $opts.scale_B = true$
- $opts.disp = false$
- $opts.init = 1$

3.3.2 NESTA

Este algoritmo, tal como o próprio nome indica, é baseado nas ideias apresentadas por Nesterov em 2005 [82]. Assim, este método é frequentemente utilizado para minimizar funções convexas suaves que são diferenciáveis em todos os pontos. Embora represente uma estratégia bastante eficaz na reconstrução de sinais esparsos, este algoritmo requer que a multiplicação da matriz A pela sua transposta resulte na matriz identidade. No entanto, o NESTA apresenta um conjunto de propriedades desejáveis que torna a sua aplicação deveras alicianante [74]:

- O NESTA é um algoritmo iterativo que, no caso da aplicação ao CS, cada iteração é constituída por três passos que envolvem poucas operações de multiplicação matriz-vetor. Adicionalmente, este algoritmo usufrui de uma taxa

de convergência acelerada do algoritmo de Nesterov, o que faz dele uma escolha de excelência para problemas de elevada escala;

- Este algoritmo depende de poucos parâmetros cujos valores podem ser atribuídos tendo em conta a precisão desejada;
- Para além da minimização ℓ_1 , este algoritmo é flexível ao ponto de permitir a resolução de outros problemas com a mesma eficiência.

No presente caso em estudo, o objetivo é resolver o problema de minimização- ℓ_1 restrito quadraticamente sem continuação:

$$\min_x \|x\|_1 \text{ sujeito a } \|y - \Phi x\|_2 \leq \epsilon, \quad (3.18)$$

onde ϵ é um parâmetro que tem em consideração a incerteza nas medições y .

Neste caso, uma vez que a equação 3.18 não é suave, podemos reformular o problema como:

$$\min_{x \in \mathcal{Q}_p} f_\mu(x) = \min_{\theta \in \mathcal{Q}_d} \left(\max \langle \theta, x \rangle - \frac{\mu}{2} \|\theta\|_2^2 \right), \quad (3.19)$$

onde $\mathcal{Q}_d = \{\theta : \|\theta\|_\infty \leq 1\}$ (assume-se que este conjunto é convexo), $\mathcal{Q}_p = \{x : \|y - \Phi x\|_2 \leq \epsilon\}$ e μ corresponde ao parâmetro de suavização que permite ajustar a precisão do algoritmo. Valores menores de μ permitem obter uma melhor precisão no resultado final, no entanto, valores mais elevados de μ fornecem uma taxa de convergência mais rápida [74].

O gradiente da equação 3.19, ∇f_μ , é Lipschitz² e, no caso particular da minimização ℓ_1 , a sua constante L é dada por $L = 1/\mu$. O critério de paragem é então definido pelo valor deste gradiente.

A resolução deste problema é feita através da estimativa de três sequências: x_k , y_k e z_k . Uma vez que se assume que as linhas de Φ são ortonormais, a atualização de y_k é dada por:

$$y_k = \left(I - \frac{\lambda_\epsilon}{\lambda_\epsilon + L} \Phi^* \Phi \right) \left(\frac{\lambda_\epsilon}{L} \Phi^* y + d - \frac{1}{L} c \right), \quad (3.20)$$

onde $d = x_k$ (x_k refere-se ao valor de x da iteração anterior), $c = \nabla f_\mu(x_k)$ e λ_ϵ é o multiplicador de Lagrange que é matematicamente obtido através de:

$$\lambda_\epsilon = \max(0, L\epsilon^{-1} \|y - \Phi q\|_2 - L), \quad (3.21)$$

²Uma função $f(x)$ diz-se localmente Lipschitz num domínio $D \subset \mathbb{R}^N$ se cada ponto de D tem um vizinho D_0 tal que $f(\cdot)$ satisfaz: $\|f(x) - f(y)\| \leq L\|x - y\|, \forall x, y \in D_0$ [83].

com $q = d - L^{-1}c$.

Pode dizer-se que a determinação de y_k é um processo relativamente rápido e simples dado que não envolve nenhuma operação de inversão de matrizes [74]. Por sua vez, z_k é calculado a partir de um gradiente acumulativo ponderado:

$$z_k = \operatorname{argmin}_{x \in Q_p} Lp_p(x) + \left\langle \sum_{i \leq k} \alpha_i c, x - x_k \right\rangle, \quad (3.22)$$

onde $\alpha_i = 1/2(i + 1)$ e $p_p(x) = \frac{1}{2}\|x - x_0\|_2^2$.

Mais uma vez, estamos perante uma situação em que a determinação dos valores de z_k é feita através de um método computacionalmente simples [74]. Por último, a atualização de x_k é realizada através de:

$$x_{k+1} = \tau_k z_k + (1 - \tau_k) y_k, \quad (3.23)$$

onde $\tau_k = 2/(k + 3)$.

Combinando o gradiente atual da função objetivo com o seu historial, o algoritmo NESTA permite definir qual a melhor direção de otimização em cada iteração de modo a ser possível minimizar o erro entre o sinal atual e o sinal anterior. Os parâmetros iniciais foram definidos como: $\epsilon = 10^{-2}$, $\mu = 0.02$ e $\nabla f_\mu(x) \leq 10^{-5}$.

Tabela 3.4: Descrição genérica do algoritmo NESTA. Adaptado de [74].

Algoritmo 6: Algoritmo NESTA genérico

- Inicializar a variável x_0 ;
 - **For** $k \geq 0$:
 - 1 - Calcular y_k através da equação 3.20;
 - 2 - Calcular z_k através da equação 3.22;
 - 3 - Atualizar x_k através da equação 3.23;
 - O ciclo termina quando se verificar o critério de paragem estabelecido.
-

Arquitetura de uma câmara single-pixel

Após a apresentação de toda a teoria subjacente ao CS e exploração dos algoritmos de reconstrução, estes conceitos foram utilizados para a implementação de um protótipo inicial de uma câmara de pixel único. Este capítulo foca-se na descrição de todo o *hardware* utilizado no desenvolvimento do dispositivo, desde um ponto de vista genérico a uma visão mais detalhada. Será, ainda, explorado o processo de aquisição e processamento dos dados obtidos.

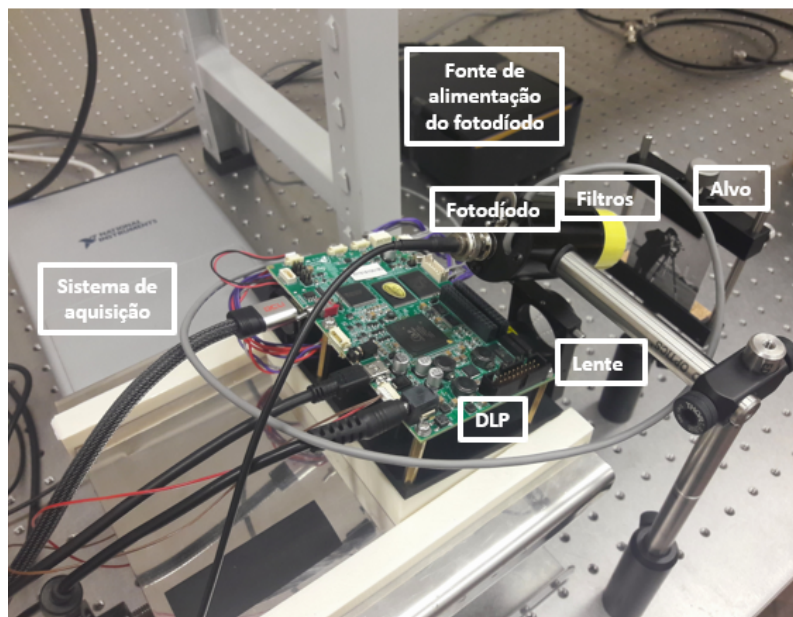
4.1 Conceito

Tal como referido anteriormente, uma câmara de pixel único é um dispositivo que permite obter imagens utilizando apenas um elemento sensor, apresentando assim a vantagem de comprimir o sinal durante o processo de aquisição. O protótipo montado para a realização deste projeto encontra-se na seguinte Fig. 4.1.

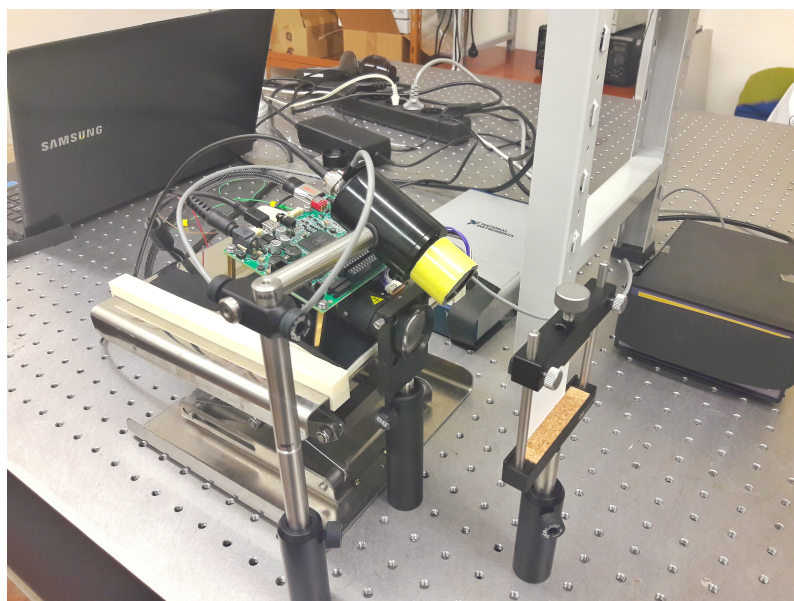
A montagem é constituída por um DLP[®]LightCrafter[™] 4500 que incorpora o sistema de iluminação (neste caso, um conjunto de três LED's) e o DMD que irá desempenhar a função de modulador ótico, refletindo segundo duas orientações. Para além disso, podemos também encontrar uma lente que irá permitir focar a luz proveniente do DMD no alvo desejado. Por sua vez, a luz refletida no alvo é recolhida pelo único elemento sensor que, neste caso, é um fotodíodo. Este está diretamente ligado ao sistema de aquisição que contém um integrador e um ADC, permitindo, assim, armazenar os dados recolhidos num dispositivo de armazenamento (um computador, por exemplo).

O DLP utilizado possui um determinado ângulo de projeção. Dado que o nosso alvo se encontra diretamente alinhado com a saída de luz do DLP, este ângulo resulta numa distorção do padrão no plano do alvo. De modo a colmatar esta situação, foi

4. Arquitetura de uma câmara single-pixel



(a) Vista superior da montagem experimental e respectiva legenda.



(b) Vista lateral da montagem experimental.

Figura 4.1: Representação do protótipo desenvolvido para a câmara de pixel único.

calculado, através de noções básicas de trigonometria, o ângulo de projeção: $13,98^\circ$. De seguida, desenhou-se uma peça 3D através do *software Autodesk Inventor*[®] para servir de suporte do DLP e permitir assim anular o seu ângulo de projeção. Os aspetos técnicos desta peça encontram-se detalhados no apêndice A.

Uma vez que o objetivo principal é aplicar esta câmara para estudos de microscopia de fosforescência, a fonte de iluminação deve operar dentro do comprimento de onda

de excitação do composto químico pretendido ($\lambda = 756nm$) [4]. Portanto, este é um dos fatores principais na escolha do DLP uma vez que, neste caso, este dispositivo já incorpora a fonte de iluminação. Outro aspeto relevante a ter em conta é que o fotodíodo deve ser suficientemente sensível à gama de comprimentos de onda da luz emitida pela molécula fosforescente. Para além disso, o sinal recolhido no fotodíodo deve ser amplificado devidamente de modo a poder ser lido pelo ADC. Cada um destes componentes encontra-se especificado e detalhado em pormenor na secção seguinte.

4.2 Desenho detalhado

4.2.1 DLP

Um dos componentes principais desta montagem é o DLP que, neste caso, é um componente da Texas Instruments: DLP LightCrafter 4500 EVM [84]. Este dispositivo é constituído maioritariamente por dois subsistemas:

- Mecanismo de iluminação: inclui a componente ótica do sistema, as fontes de luz (3 LEDs: vermelho, verde e azul), um DMD de resolução 912×1140 , um ventilador e dissipadores de calor;
- Placa de controlo: inclui os circuitos de controlo dos LEDs, o controlador DLPC350 DMD, conversão de DVI para RGB com o TFP401, circuitos de controlo da energia e um armazenamento *flash* de 32 MB.



Figura 4.2: Representação do DLP LightCrafter 4500 EVM. Retirado de [85].

Algumas das principais características do DLP4500 .45 WXGA DMD são [85, 86]:

4. Arquitetura de uma câmara single-pixel

- *Array* de espelhos de dimensões 912×1140 e diagonal de 11,43 mm;
- Microespelhos com uma geometria de diamante e com $7.6\mu\text{m}$ de diagonal cada;
- Ângulo dos espelhos relativamente à posição horizontal: $\pm 12^\circ$;
- Três fontes de luz: LEDs vermelho, verde e azul;
- Taxa de alteração de padrões: 4 kHz (binário) ou 120 Hz (8 bit);
- Tempo *crossover* dos microespelhos: $5\mu\text{s}$;
- Opera para comprimentos de onda entre 420 nm e 700 nm.

Tal como referido, o DLP controla um DMD que, por sua vez, permite realizar a modulação da luz. Para tal, este modulador consiste numa combinação de diversos componentes eletro e optomecânicos que permitem modificar a configuração dos microespelhos segundo duas das orientações possíveis: $\pm 12^\circ$. O estado ON (tipicamente a $+12^\circ$) reflete a luz em direção ao alvo. A -12° estamos perante o estado OFF e, neste caso, a luz é emitida na direção oposta. Esta modificação é realizada a uma taxa de milhares de vezes por segundo permitindo agilizar o processo de formação do padrão no alvo. As matrizes de sensoriamento são carregados para o DMD onde os valores binários 0 e 1 correspondem ao estado OFF e ON, respetivamente. De modo a controlar o DMD, foi desenvolvido um *software* em linguagem de programação Python™ 3.7. Para tal, o fabricante fornece um conjunto de funções que podem ser utilizadas através de comunicação USB-HID [85].

Uma das características proeminentes do DMD utilizado é a geometria em diamante dos microespelhos ao invés da disposição quadrada tradicional. Esta configuração causa uma perturbação no índice de cada microespelho, isto é, os índices das colunas correspondem a um conjunto de duas colunas no DMD enquanto que os índices das linhas correspondem apenas a uma linha (Fig. 4.3).

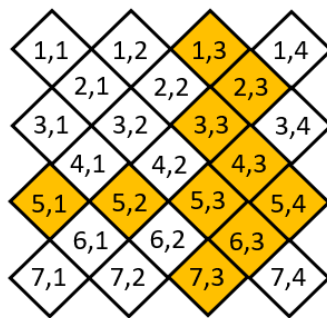


Figura 4.3: Representação esquemática dos índices da matriz de microespelhos do DMD.

Tal como referido anteriormente, cada linha da matriz de sensoriamento é transformada num padrão bidimensional que irá ser emitido para o DMD. Ora, tendo em conta esta configuração, cada padrão que vai ser emitido não é quadrado pelo que irá ter repercussões no processo de reconstrução da imagem. De modo a corrigir esta situação, foi feita uma duplicação de cada uma das linhas de todos os padrões para garantir que temos uma razão 2:2 entre os índices das linhas e das colunas. Na Fig. 4.4, podemos observar a nova disposição dos índices que será assumida na matriz de microespelhos do DMD:

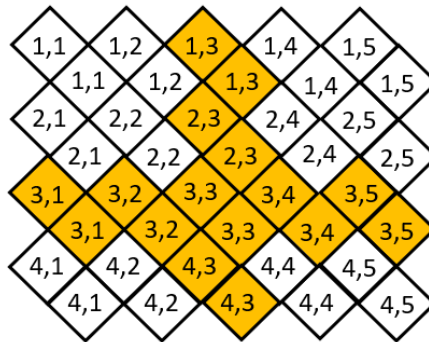


Figura 4.4: Representação esquemática da nova atribuição dos índices da matriz de microespelhos do DMD.

Outro problema com o qual nos deparamos, devido à configuração dos microespelhos, foi o facto de os padrões apresentarem um certo rendilhado. De modo a contornar esta situação, pensou-se que rodar os padrões segundo 45° fosse a melhor abordagem. Foi então desenvolvido um simulador dos microespelhos do DMD em MATLAB[®] para averiguar qual seria a melhor disposição dos padrões nos mesmos. Após alguns testes, chegou-se à conclusão que iríamos proceder à utilização dos padrões direitos, ou seja, sem a rotação de 45° . Isto porque os resultados no simulador apresentavam igualmente o rendilhado. Para além disso, como as linhas do padrão são duplicadas e este é ampliado de modo a preencher o máximo das dimensões do DMD, o rendilhado é minimizado. Outro aspeto em consideração, é que as dimensões dos microespelhos são bastante pequenas (na ordem dos micrómetros), portanto este efeito será ainda menos perceptível.

4.2.2 Fotodíodo

Uma vez que a nossa câmara apenas incorpora um elemento sensor, é conveniente que este seja bastante sensível a baixas luminosidades. De acordo com as ofertas existentes no mercado e os requisitos pretendidos, optou-se por um módulo de fo-

4. Arquitetura de uma câmara single-pixel

todíodo #57 – 627 da *Edmund Optics* [87]. Este dispositivo integra um circuito de amplificação e o detetor.

As características mais importantes do fotodíodo para o projeto em questão são:

- Resposta espectral: 300-1000 nm;
- Frequência de operação: 2 kHz (a operar com o ganho mínimo);
- Diâmetro da área ativa: 10 mm;
- Responsividade: 0.6×10^7 V/W (a operar com o ganho mínimo).

4.2.3 Filtros de densidade neutra

Devido à elevada refletividade dos alvos de teste, foi necessário recorrer a filtros de densidade neutra para que o sinal do fotodíodo não saturasse. Estes filtros permitem reduzir uniformemente a intensidade da luz para todos os comprimentos de onda sem afetar o seu comprimento de onda ou polarização. Esta atenuação da luz acontece através de um processo de absorção em vez de reflexão. Recorreu-se a dois filtros para aumentar a atenuação da luz.

Foram utilizados os dois filtros do *Filter ND ABS KIT 25mm Dia* cuja referência é #55 – 222 da *Edmund Optics* (Fig. 4.5). Os valores da densidade ótica dos filtros utilizados são 0.6 e 0.9. Estes permitem um bloqueio da luz cujo comprimento de onda se encontra dentro da gama 400 a 750 nm.

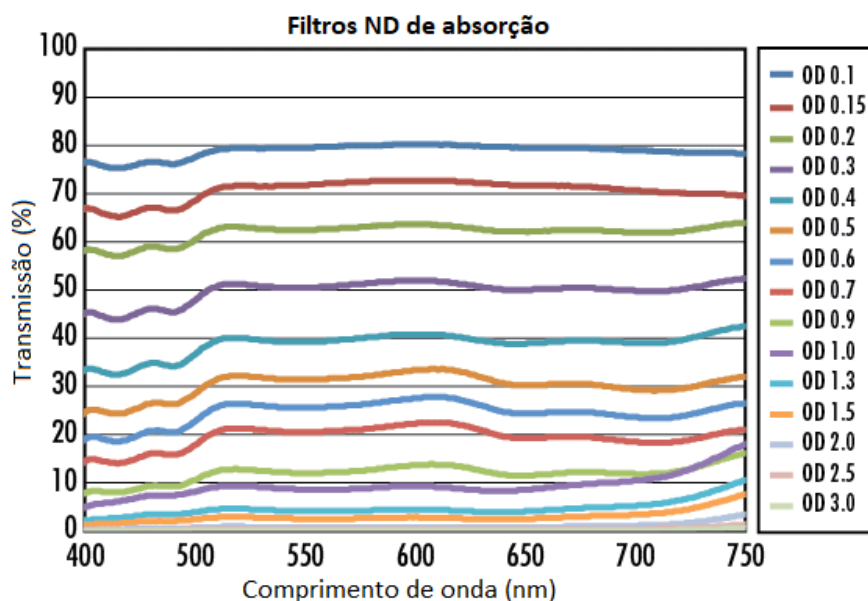


Figura 4.5: Gráfico da percentagem de transmissão de luz de cada filtro consoante os diferentes comprimentos de onda. Adaptado de [88].

É de referir que foram feitos diversos estudos em que se utilizou um *pinhole* projetado especificamente para este trabalho através da ferramenta *Autodesk Inventor*[®]. Este *pinhole* tem uma abertura de 2mm e foi impresso com PLA preto de modo a diminuir as eventuais reflexões internas que poderiam afetar as medições. Os seus aspetos técnicos encontram-se de modo detalhado no apêndice A. Apesar de representar uma solução eficaz na redução da intensidade de luz que chega ao fotodíodo, as imagens reconstruídas apresentavam um efeito de vinhetagem. Por conseguinte, optou-se por trocar o *pinhole* pelos dois filtros referidos anteriormente.

4.2.4 Lente

De modo a focar a luz proveniente do DMD no alvo, recorreu-se a uma lente biconvexa cuja distância focal é de 40mm . Uma vez que estamos perante uma distância focal pequena, o alvo tem que ficar localizado muito próximo da lente e, consequentemente, o fotodíodo fica numa posição muito oblíqua em relação à luz refletida. Portanto, tal como se pode ver na Fig. 4.1, decidiu-se colocar o fotodíodo acima do DLP para que a luz que recolhe seja mais direta.

4.2.5 Sistema de aquisição

O sistema de aquisição digital utilizado neste protótipo é o modelo da *National Instruments DAQ X USB-6361* [89] (Fig. 4.6). A resolução do ADC é de 16 bits e uma vez que estamos a utilizar dois canais sincronizados (fotodíodo e *trigger*) a sua frequência de amostragem máxima é de 1 MS/s . Todavia, nos testes realizados a frequência utilizada foi de 20 kS/s . A gama de entrada é de $\pm 10\text{ V}$.



Figura 4.6: Sistema de aquisição digital utilizado no protótipo da SPC.

4.3 Controlo e processo de aquisição

Para controlar todo o processo de aquisição e armazenamento das medições foi desenvolvido um programa em Python[™] 3.7 (Fig. 4.7). Este programa permite configurar as variáveis do DLP, nomeadamente quais os LEDs a utilizar e a respetiva intensidade bem como o tempo de exposição de cada padrão. Para além disso, permite inicializar o DLP e o carregamento dos padrões para posterior emissão. Após a emissão de todos os padrões pretendidos, são armazenados os dados do fotodíodo e do *trigger* que serão utilizados na etapa de processamento.

Os parâmetros mais relevantes a definir neste processo são:

- $fs = 20000$ (frequência de amostragem da NI);
- $segmentData = 50000$ (dados a seres adquiridos por *trigger*);
- $exposure-time = 83335$ (tempo de exposição em microssegundos);
- $colors = [30,30,30]$ (intensidade de cada LED).

Para capturar a imagem pretendida é necessário realizar um conjunto de várias etapas que estão evidentes na Fig. 4.8. Cada uma destas etapas é apresentada de modo detalhado mais à frente nesta secção.

De notar que, antes de iniciar todo este processo, é necessário preparar a SPC. Ou seja, ajustar a posição do fotodíodo e do alvo bem como ajustar manualmente a focagem, movendo o alvo para o ponto focal da lente. Eventualmente, estes procedimentos podem introduzir alguns erros nas medições.

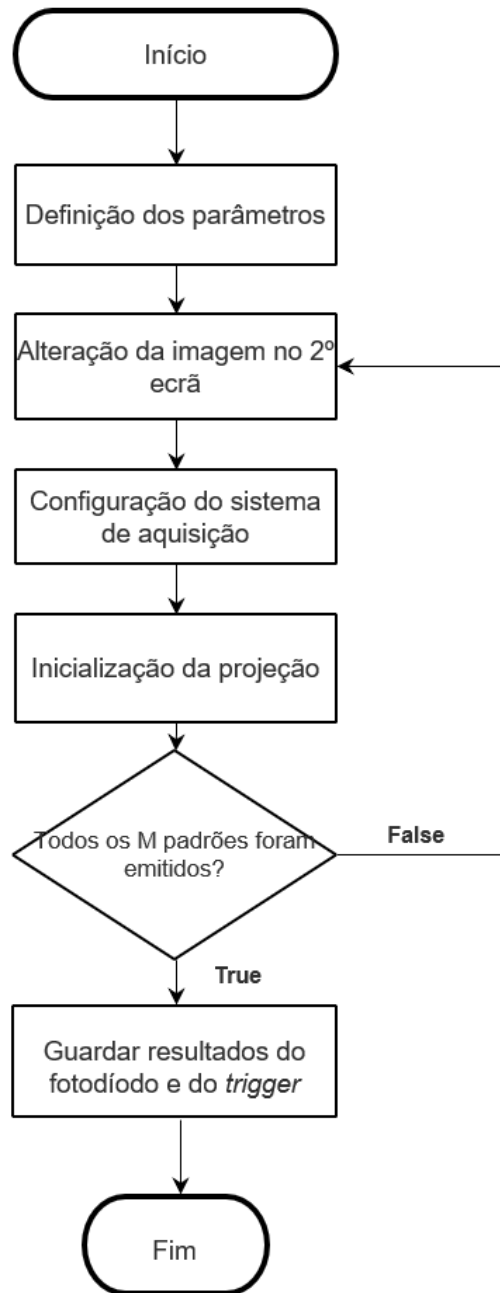


Figura 4.7: Fluxograma descritivo do controlo do processo de aquisição.

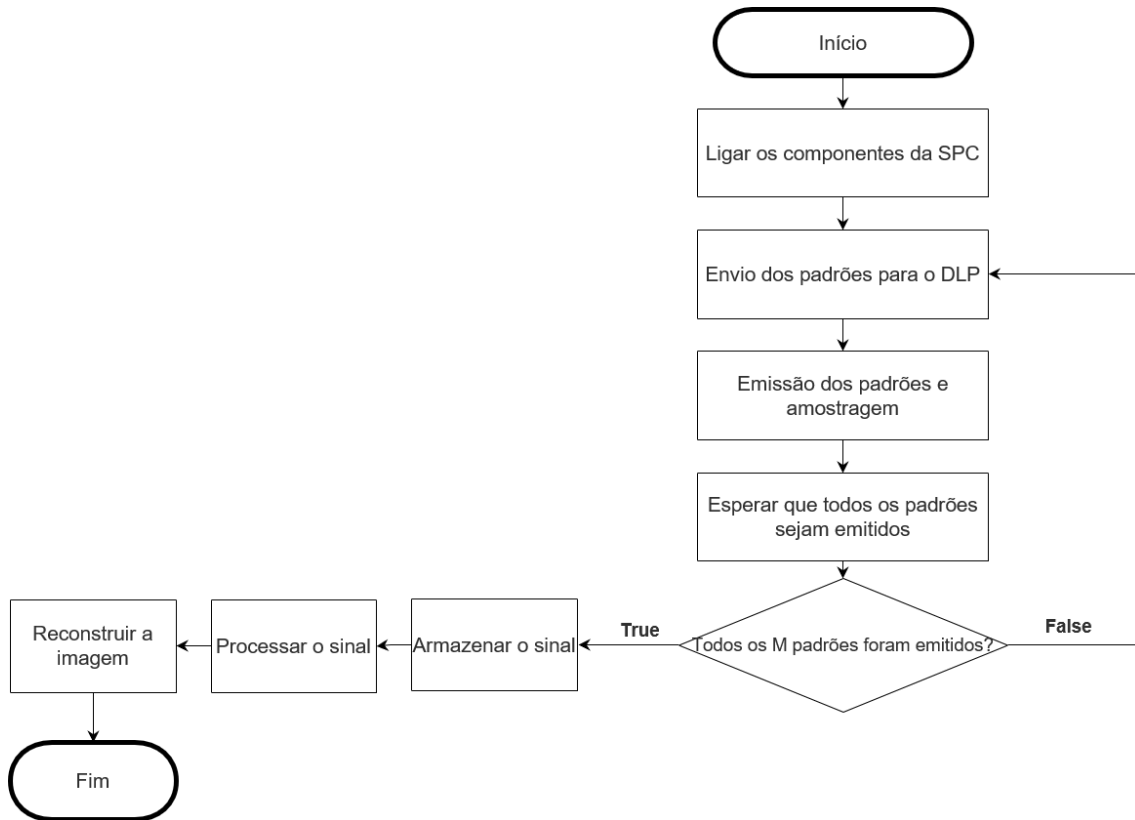


Figura 4.8: Fluxograma descritivo do processo de captura e processamento da imagem.

4.3.1 Envio dos padrões para o DMD

Recorreu-se a um cabo HDMI para enviar os padrões, gerados através de um código MATLAB[®], para o DMD. Este, por sua vez, está configurado de modo a atuar como um segundo ecrã do computador permitindo, assim, projetar qualquer imagem que o ecrã do computador consiga mostrar.

O modo de funcionamento do DLP permite que sejam emitidos padrões binários, no entanto, a comunicação via HDMI implica que as imagens enviadas sejam de 24-bits. Por isso, foi necessário aglomerar 24 padrões, isto é, 24 linhas da matriz de sensoriamento numa só imagem. Portanto, a geração automática dos padrões foi realizada de modo a que cada grupo de 8 padrões consecutivos seja armazenado em cada canal de cor, tal como se pode observar na Fig. 4.9. Essa imagem é então transmitida através de HDMI para o DLP que é configurado para emitir cada um dos planos binários (8R 8G 8B) sequencialmente. Trata-se de uma vantagem da utilização deste modelo visto que permite otimizar o tempo necessário para realizar a emissão.

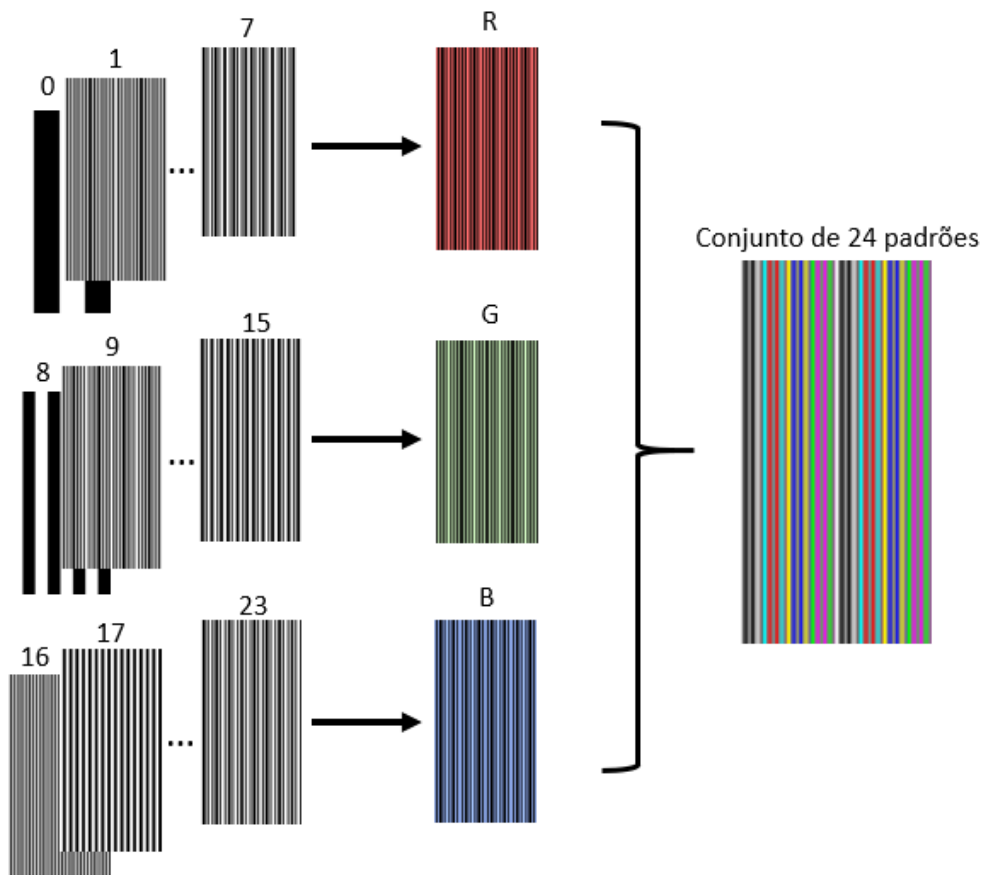


Figura 4.9: Representação da construção dos padrões enviados para o DLP. Em cada canal de cor são armazenados 8 padrões formando uma imagem de 8 bits. Cada imagem resultante é, por sua vez, armazenada num dos planos (R,G,B) de uma imagem de 24 bits resultando na imagem final que é enviado para o DLP.

4.3.2 Amostragem

Quando estão reunidas todas as condições necessárias, pode-se dar início ao processo de amostragem. Esta etapa é realizada com uma frequência de amostragem de modo a que seja possível recolher várias amostras para cada padrão. Esta sobre-amostragem é requerida uma vez que o sinal é incerto durante o período de tempo em que se trocam os padrões emitidos.

O número total de padrões utilizados é igual ao dobro do número de pixels da imagem reconstruída uma vez que foram utilizados tanto os padrões normais (denominados positivos) como os seus negativos. Isto porque segundo o estudo desenvolvido por Zhang *et al.* [90], esta abordagem diferencial permite reduzir o ruído das medições. Assim, a título de exemplo, no caso em que se pretende reconstruir uma imagem com resolução 64×64 , o número total de padrões emitidos é $2 \times 4096 = 8192$.

Todos os testes foram realizados com uma frequência de amostragem de 20 kHz sendo que foram recolhidos 50 000 amostras para cada conjunto de 24 padrões. O tempo de exposição para cada um dos padrões individuais é de 83 ms (este valor é ajustável através do *software* de controlo). Após esta etapa, os dados são armazenados no computador para posteriormente serem devidamente processados.

4.3.3 Processamento do sinal

Após a etapa de amostragem, os dados armazenados são corretamente processados e, posteriormente, utilizados para a reconstrução do sinal. Foram obtidos quatro ficheiros de dados, dois dos quais correspondem aos valores do fotodíodo (para padrões positivos e negativos, separadamente) e o mesmo para o sinal de *trigger*. Este último é um sinal gerado pelo DLP em cada mudança de padrão que passa de 0 a 3.3V quando a projeção do padrão é iniciada e retorna a 0 quando a emissão termina.

O primeiro passo consiste em segmentar as amostras correspondentes a cada padrão. Isto é possível sabendo que para cada imagem (24 padrões) foram recolhidos 50000 pontos e sobrepondo o sinal do *trigger* com o do fotodíodo (Fig. 4.10).

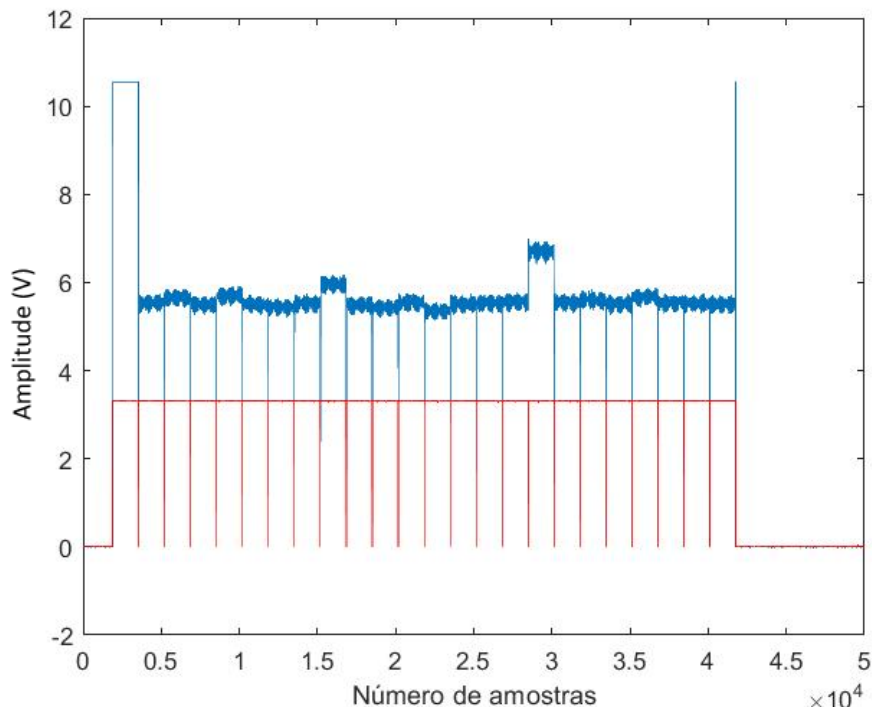


Figura 4.10: Dados recolhidos com o alvo *cameraman* com uma resolução 64×64 . A azul está representado o sinal do fotodíodo e a vermelho o sinal dos *triggers*. Cada patamar corresponde às amostras recolhidas para cada padrão. Neste caso, os dados foram recolhidos utilizando os padrões positivos.

O próximo passo consiste na determinação de um valor para cada medição. Uma vez que quando o DMD muda os padrões há uma determinada incerteza associada aos valores recolhidos, optou-se por omitir um certo conjunto de valores iniciais e finais para cada padrão. O número de pontos a cortar depende de cada teste. Inicialmente, eram removidos 250 pontos tanto no fim como no início do conjunto de amostras recolhidas para cada padrão. No entanto, verificou-se que os resultados obtidos apresentavam riscas de interferência. Após várias tentativas, concluiu-se que este problema estava relacionado com o facto de o fotodíodo não se encontrar completamente estabilizado aquando da recolha das primeiras amostras. Para solucionar este problema, decidiu-se omitir as primeiras 650 e últimas 120 amostras. Estes valores foram aqueles para os quais, após várias tentativas, a imagem final apresentava melhor qualidade perceptual. De seguida, foi determinada a média das amostras restantes de modo a atribuir um valor a cada padrão, $y[m]$.

Todas as fontes de luz externas ao sistema foram minimizadas ao máximo. Para tal, utilizou-se uma caixa de fundo preto de modo isolar a montagem das mais variadas interferências de luz. No entanto, e como é expectável, há sempre uma iluminação de fundo residual. Para diminuir a sua influência nos resultados, subtraiu-se a média dos valores de y a cada $y[m]$, obtendo-se assim os valores finais para a estimativa dos coeficientes das projecções para cada padrão.

4. Arquitetura de uma câmara single-pixel

Resultados e discussão

Este capítulo encontra-se dividido em duas categorias: resultados da simulação e resultados experimentais. No primeiro caso são aplicadas duas métricas para avaliar quantitativamente a qualidade da imagem: PSNR e SSIM. Já na parte experimental, é feita uma avaliação visual da qualidade da imagem. Em ambos os casos selecionaram-se apenas os resultados mais relevantes para o estudo em questão. De referir que os alvos utilizados na parte experimental têm uma dimensão de $(5 \times 5)cm$.

Os resultados obtidos com este trabalho vão de encontro com o que é descrito na teoria e com as investigações realizadas anteriormente. Todavia, não foram encontrados estudos que permitiam fazer uma análise da influência da ordem dos padrões emitidos na qualidade da imagem reconstruída. E, portanto, este representa um dos principais focos da presente dissertação.

5.1 Simulação

Dos vários estudos com diferentes percentagens de ruído aleatório, foram selecionados os resultados para valores de σ iguais a 0, 0.1 e 0.2. Por sua vez, os rácios de compressão em análise são 0.1, 0.3, 0.5, 0.8 e 1. São ainda apresentados os valores obtidos para cada uma das quatro ordens diferentes utilizadas: hadamard, sequencial (Walsh), baseada nas altas frequências e aleatória.

Para testar os parâmetros descritos, recorreu-se às duas imagens de teste representadas na Fig. 3.3. Ambas foram redimensionadas para terem uma resolução de 128×128 .

5.1.1 TVAL3

Nas figuras 5.2 e 5.3 encontram-se os gráficos dos resultados obtidos para cada um dos parâmetros de avaliação utilizando a imagem de teste *cameraman*. Por sua vez,

estes resultados encontram-se mais detalhados nas tabelas 5.1, 5.2 e 5.3. Para além disso, também são apresentados nas referidas tabelas os valores correspondentes aos testes com a imagem do barco da Fig. 3.3b.

Tabela 5.1: Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0$ utilizando o algoritmo TVAL3.

M/N	Ordem	PSNR		SSIM	
		<i>Cameraman</i>	Barco	<i>Cameraman</i>	Barco
0.1	Sequencial	20.944	20.914	0.280	0.410
	Hadamard	12.003	14.910	0.146	0.195
	Altas frequências	13.197	15.142	0.097	0.177
	Aleatória	13.591 ± 0.506	14.767 ± 0.256	0.134 ± 0.012	0.186 ± 0.027
0.3	Sequencial	25.171	26.509	0.542	0.700
	Hadamard	13.397	16.847	0.248	0.352
	Altas Frequências	13.362	15.729	0.278	0.401
	Aleatória	15.358 ± 0.806	18.355 ± 1.029	0.290 ± 0.049	0.419 ± 0.021
0.5	Sequencial	28.606	29.569	0.809	0.886
	Hadamard	14.108	17.831	0.454	0.529
	Altas frequências	13.081	15.798	0.382	0.487
	Aleatória	18.984 ± 0.405	22.589 ± 3.386	0.460 ± 0.011	0.597 ± 0.073
0.8	Sequencial	37.552	37.832	0.901	0.933
	Hadamard	20.370	24.579	0.523	0.705
	Altas frequências	14.205	16.707	0.539	0.623
	Aleatória	22.392 ± 1.433	28.380 ± 3.395	0.507 ± 0.010	0.749 ± 0.087
1	Qualquer uma	44.453	46.108	0.991	0.998

Na situação hipotética livre de ruído, podemos observar que os valores de PSNR e SSIM se comportam como expectável. Ou seja, a qualidade da imagem aumenta para rácios de compressão superiores. Para ambas as imagens, a ordem sequencial (Walsh) é aquela que resulta numa melhor qualidade da imagem reconstruída uma vez que obtemos valores mais elevados de PSNR e SSIM. E, de facto, corresponde ao que é observado visualmente. Aliás, no caso desta ordem, podemos verificar uma certa tendência linear entre os resultados obtidos e o rácio de compressão.

Ainda no caso de $\sigma = 0$, pode-se observar que, a seguir à ordem sequencial, as imagens reconstruídas com maior qualidade são alcançadas utilizando a ordem aleatória, a ordem hadamard e, por último, a ordem baseada nas altas frequências. De notar que em nenhuma das cinco repetições da ordem aleatória foram obtidos resultados melhores comparativamente à ordem sequencial.

Tabela 5.2: Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0.1$ utilizando o algoritmo TVAL3.

M/N	Ordem	PSNR		SSIM	
		<i>Cameraman</i>	Barco	<i>Cameraman</i>	Barco
0.1	Sequencial	13.680	20.432	0.208	0.402
	Hadamard	12.738	14.889	0.138	0.192
	Altas frequências	13.141	15.077	0.094	0.179
	Aleatória	8.175 ± 1.120	14.817 ± 1.695	0.081 ± 0.019	0.175 ± 0.029
0.3	Sequencial	19.287	25.374	0.495	0.686
	Hadamard	13.393	16.670	0.246	0.349
	Altas Frequências	13.425	15.845	0.278	0.406
	Aleatória	15.502 ± 0.827	17.245 ± 1.758	0.268 ± 0.038	0.355 ± 0.023
0.5	Sequencial	28.565	29.569	0.809	0.886
	Hadamard	14.107	17.831	0.453	0.529
	Altas frequências	13.081	15.798	0.381	0.487
	Aleatória	18.714 ± 2.102	21.749 ± 0.709	0.432 ± 0.060	0.523 ± 0.043
0.8	Sequencial	11.012	13.255	0.516	0.612
	Hadamard	12.329	14.146	0.391	0.508
	Altas frequências	14.254	17.338	0.516	0.605
	Aleatória	12.957 ± 0.550	14.208 ± 0.458	0.462 ± 0.081	0.519 ± 0.052
1	Qualquer uma	42.268	43.245	0.989	0.998

Quando as medições estão corrompidas com ruído, existem dois comportamentos que diferem do caso livre de ruído. Não só há uma diminuição da taxa de melhoria consoante valores crescentes de $\frac{M}{N}$, como há um decréscimo do desempenho geral para os diferentes rácios de compressão.

Neste caso, para $\sigma = 0.1$, podemos observar que há um acréscimo da qualidade da imagem para $\frac{M}{N} = 0.5$ comparativamente aos restantes rácios de compressão (excepto quando são utilizadas todas as medições). Este aspeto é visível em ambas as métricas. Contudo, segundo os valores de PSNR e SSIM, a melhor imagem reconstruída continua a ser para rácios de compressão iguais à unidade.

Apesar da ordem sequencial continuar a ser aquela que apresenta um melhor desempenho global, a partir de $\frac{M}{N} = 0.8$ a ordem baseada nas altas frequências revela-se uma boa opção para a obtenção imagens com uma qualidade razoável. Embora os valores de SSIM sejam sempre superiores para o caso da ordem sequencial.

Tabela 5.3: Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0.2$ utilizando o algoritmo TVAL3.

M/N	Ordem	PSNR		SSIM	
		<i>Cameraman</i>	Barco	<i>Cameraman</i>	Barco
0.1	Sequencial	8.539	19.786	0.129	0.398
	Hadamard	9.450	16.887	0.106	0.176
	Altas frequências	13.108	14.982	0.094	0.172
	Aleatória	6.268 ± 0.593	12.257 ± 2.401	0.043 ± 0.009	0.155 ± 0.063
0.3	Sequencial	11.226	13.686	0.369	0.468
	Hadamard	12.652	13.294	0.233	0.240
	Altas Frequências	13.343	14.810	0.276	0.326
	Aleatória	11.027 ± 0.528	10.738 ± 0.233	0.226 ± 0.015	0.211 ± 0.022
0.5	Sequencial	25.221	29.719	0.763	0.886
	Hadamard	14.106	17.831	0.453	0.529
	Altas frequências	13.082	15.798	0.380	0.487
	Aleatória	16.970 ± 1.095	20.151 ± 2.857	0.412 ± 0.046	0.529 ± 0.071
0.8	Sequencial	8.347	10.982	0.216	0.413
	Hadamard	9.140	11.429	0.220	0.355
	Altas frequências	11.193	14.412	0.379	0.471
	Aleatória	9.053 ± 0.027	11.498 ± 0.291	0.240 ± 0.046	0.386 ± 0.036
1	Qualquer uma	13.386	15.281	0.742	0.829

Através da tabela 5.3 podemos observar que, para níveis superiores de ruído ($\sigma = 0.2$), a imagem reconstruída com melhor qualidade é obtida quando se utiliza apenas metade das medições com a ordem sequencial. Segundo estes resultados, poderíamos concluir que, para imagens com um elevado nível de ruído, um aumento do número de medições não implica uma melhoria da qualidade da imagem como seria expectável. Ou então, outra conclusão que poderia ser retirada para esta ordem, seria que os 20% dos padrões finais contribuem para um aumento do ruído da imagem reconstruída visto que poderão ter uma estrutura semelhante à do ruído branco. Contudo, este resultado é questionável uma vez que, tal como se pode verificar na Fig. 5.1, há um crescimento da qualidade percetual das imagens com o aumento do rácio de compressão mesmo para situações de ruído nas medições.

No entanto, esta diferença de valores entre $\frac{M}{N} = 0.5$ e $\frac{M}{N} = 1$ é mais evidente para os resultados da métrica PSNR, refletindo assim a ideia de que o SSIM tem uma capacidade maior para diferenciar o conteúdo estrutural das imagens. Disto isto, podemos considerar que esta métrica representa uma solução mais fidedigna para a análise de imagens uma vez que tem em conta determinadas características como a luminância, contraste e estrutura.

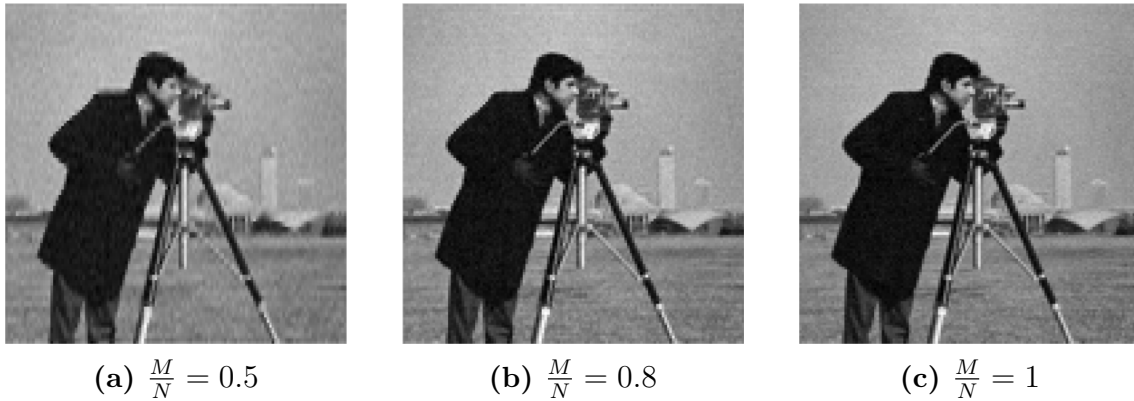
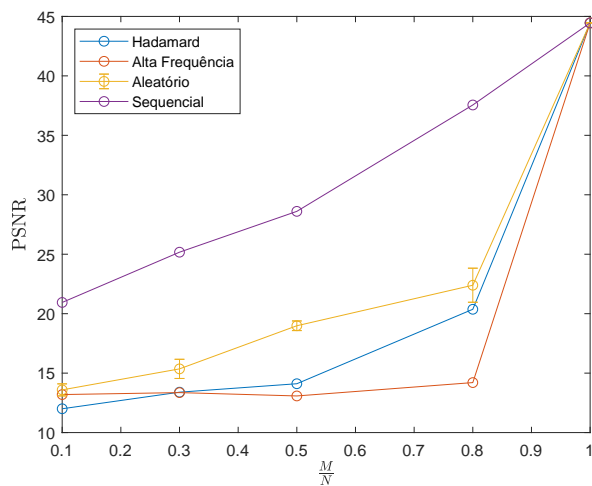


Figura 5.1: Imagens *cameraman* obtidas através do algoritmo TVAL3 para $\sigma = 0.2$ e ordem sequencial.

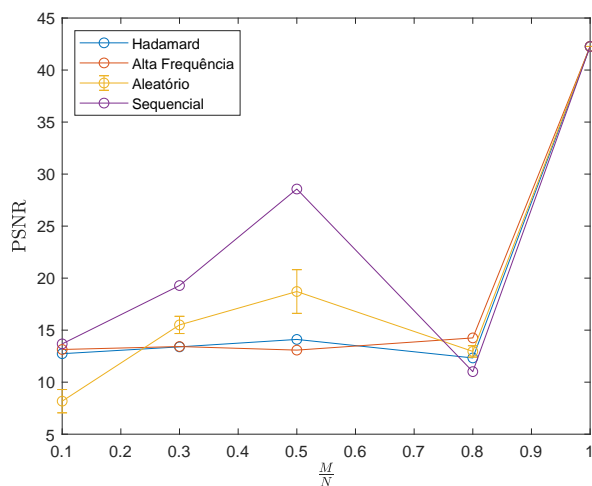
Para além disso, esta diferença também não é tão acentuada para as restantes ordens que, segundo os valores de SSIM, a melhor imagem é obtida utilizando todas as medições. O mesmo não se verifica para os resultados do PSNR em que, geralmente para todas as ordens, se obtêm valores superiores para imagens reconstruídas com apenas metade das medições.

Mais uma vez, podemos constatar que para rácios $\frac{M}{N}$ superiores a 0.8, a ordem baseada nas altas frequências é mais vantajosa uma vez que apresenta valores superiores de SSIM e PSNR. No entanto, podemos afirmar que a ordem sequencial (Walsh) é aquela que culmina em resultados significativamente melhores, isto é, imagens com qualidade superior. Apesar desta ordem demonstrar um decréscimo comparativamente às demais quando $\frac{M}{N} \geq 0.8$, a avaliação visual da imagem revela que os seus resultados são sempre superiores independentemente do rácio de compressão. Este facto demonstra as limitações das métricas utilizadas normalmente neste tipo de análises [91].

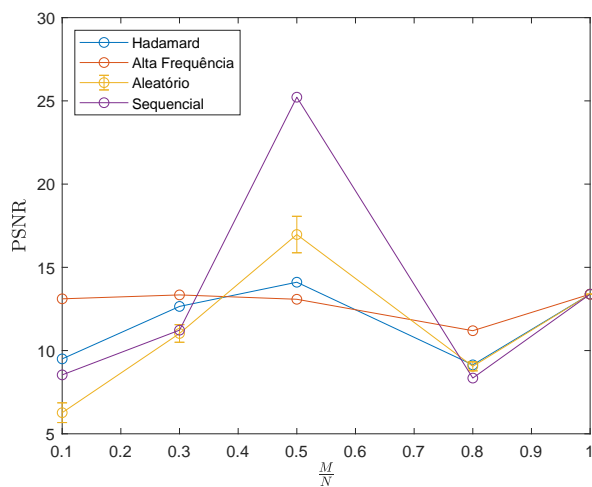
Nos gráficos das figuras 5.2 e 5.3 apresentam-se esquematicamente os resultados para uma melhor percepção visual dos mesmos. Na Fig. 5.4 podemos observar a variação dos tempos de reconstrução para cada uma das ordens em estudo. Relativamente a estes valores, podemos concluir que os tempos de reconstrução são independentes do ruído associado às amostras. Geralmente, a ordem baseada nas altas frequências é aquela que demora computacionalmente mais tempo até convergir para o resultado final. Trata-se de um resultado expectável uma vez que é nas componentes de maior frequência que se encontram os detalhes mais finos da imagem. Segue-se a ordem aleatória, a ordem hadamard e, por último a ordem sequencial.



(a) $\sigma = 0$



(b) $\sigma = 0.1$



(c) $\sigma = 0.2$

Figura 5.2: Variação dos valores de PSNR para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste *cameraman*.

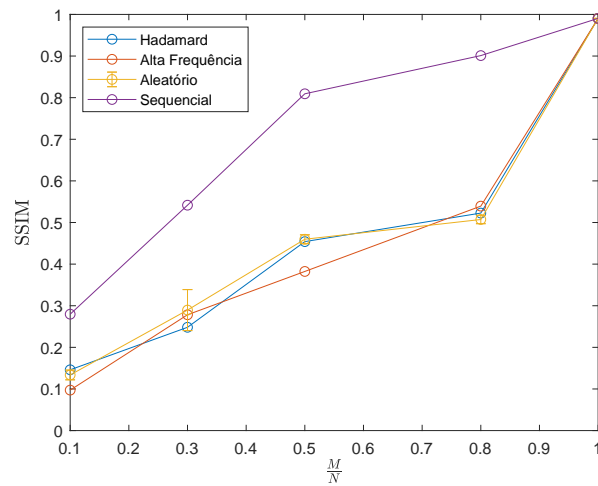
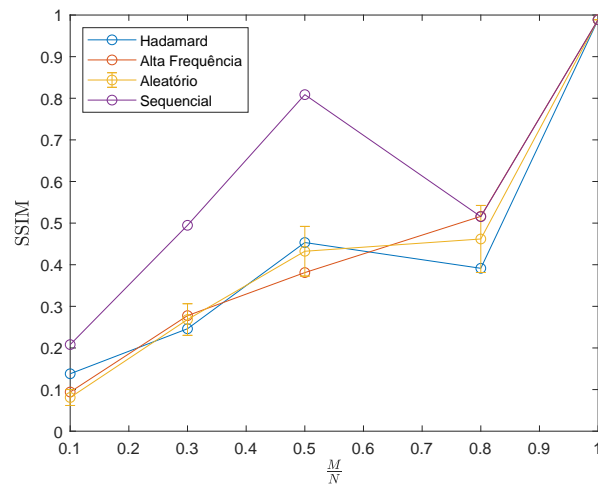
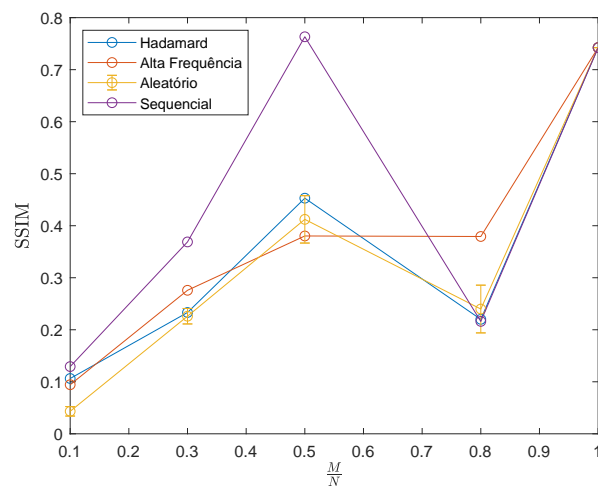
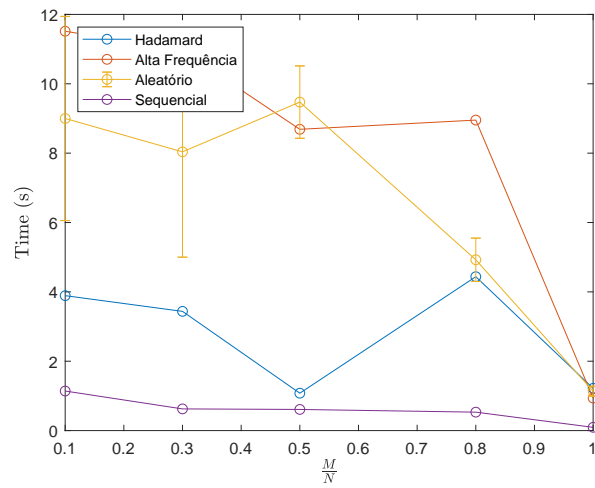
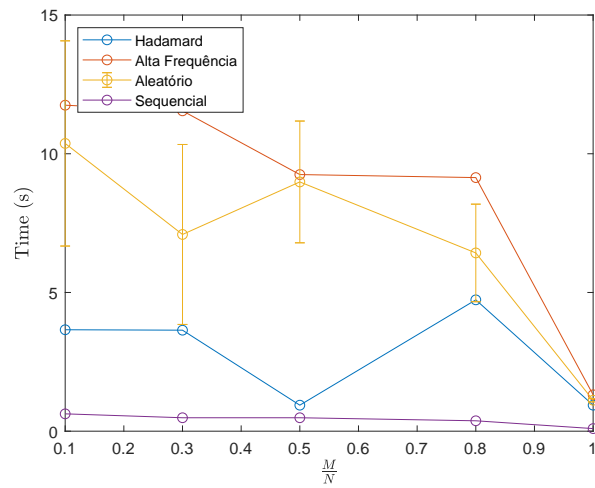
(a) $\sigma = 0$ (b) $\sigma = 0.1$ (c) $\sigma = 0.2$

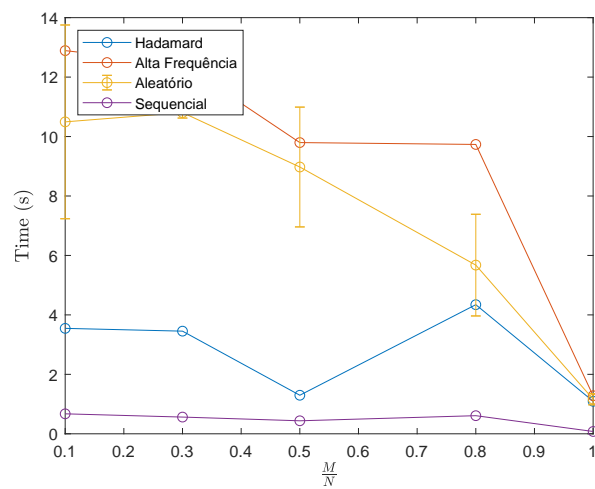
Figura 5.3: Variação dos valores de SSIM para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste *cameraman*.



(a) $\sigma = 0$



(b) $\sigma = 0.1$



(c) $\sigma = 0.2$

Figura 5.4: Variação dos tempos de reconstrução para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste *cameraman*.

5.1.2 NESTA

Mais uma vez, serão apresentados os resultados obtidos para os parâmetros de avaliação de imagem referidos anteriormente. De modo a ser possível comparar o desempenho dos dois algoritmos, as imagens utilizadas neste caso são as mesmas do estudo com o algoritmo TVAL3.

Através dos resultados da tabela 5.4, podemos constatar que o desempenho das reconstruções obtidas é o que seria expectável. Aliás, para amostras sem ruído ($\sigma = 0$), o comportamento do algoritmo NESTA é semelhante ao do TVAL3. Porém, podemos afirmar que, de um modo geral, para rácios de compressão inferiores à unidade, as imagens reconstruídas apresentam melhor qualidade utilizando o algoritmo TVAL3 (visto que temos valores ligeiramente superiores de PSNR e SSIM).

Relativamente ao estudo das ordens dos padrões, verifica-se novamente que, nestas condições, a ordem sequencial é a preferencial para obter melhores resultados. Segue-se a ordem aleatória, a hadamard e, por último, a ordem baseada nas altas frequências. Esta conclusão coincide com o que se verifica utilizando o algoritmo TVAL3.

Tabela 5.4: Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0$ utilizando o algoritmo NESTA.

M/N	Ordem	PSNR		SSIM	
		<i>Cameraman</i>	<i>Barco</i>	<i>Cameraman</i>	<i>Barco</i>
0.1	Sequencial	20.205	21.194	0.246	0.395
	Hadamard	12.299	16.295	0.123	0.159
	Altas frequências	11.925	13.667	0.028	0.032
	Aleatória	12.403 ± 0.393	14.059 ± 0.377	0.088 ± 0.012	0.119 ± 0.017
0.3	Sequencial	23.766	25.727	0.453	0.658
	Hadamard	13.910	16.955	0.204	0.246
	Altas Frequências	12.137	14.077	0.079	0.084
	Aleatória	14.178 ± 0.949	16.155 ± 1.019	0.180 ± 0.005	0.272 ± 0.012
0.5	Sequencial	26.593	28.760	0.698	0.847
	Hadamard	14.677	17.660	0.292	0.385
	Altas frequências	12.094	14.302	0.170	0.154
	Aleatória	15.150 ± 0.615	17.678 ± 1.029	0.269 ± 0.013	0.395 ± 0.018
0.8	Sequencial	35.172	35.412	0.770	0.891
	Hadamard	18.208	22.900	0.387	0.579
	Altas frequências	12.711	14.158	0.295	0.369
	Aleatória	19.610 ± 0.255	23.119 ± 1.260	0.418 ± 0.007	0.601 ± 0.015
1	Todas	55.904	52.206	0.988	0.988

Tabela 5.5: Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0.1$ utilizando o algoritmo NESTA.

M/N	Ordem	PSNR		SSIM	
		<i>Cameraman</i>	Barco	<i>Cameraman</i>	Barco
0.1	Sequencial	20.204	21.059	0.245	0.400
	Hadamard	12.299	16.245	0.123	0.159
	Altas frequências	11.929	13.660	0.028	0.031
	Aleatória	12.399 ± 0.546	14.320 ± 1.058	0.083 ± 0.009	0.121 ± 0.005
0.3	Sequencial	23.789	22.016	0.452	0.615
	Hadamard	14.007	17.025	0.205	0.253
	Altas Frequências	12.141	14.083	0.079	0.084
	Aleatória	14.525 ± 0.757	16.888 ± 0.953	0.184 ± 0.011	0.251 ± 0.008
0.5	Sequencial	9.855	12.166	0.410	0.445
	Hadamard	10.123	13.111	0.217	0.268
	Altas frequências	12.001	12.497	0.161	0.136
	Aleatória	11.514 ± 0.556	14.232 ± 1.077	0.214 ± 0.007	0.291 ± 0.017
0.8	Sequencial	35.239	17.123	0.772	0.752
	Hadamard	18.213	18.091	0.387	0.533
	Altas frequências	12.724	14.104	0.293	0.369
	Aleatória	21.546 ± 1.648	19.186 ± 0.754	0.432 ± 0.012	0.564 ± 0.012
1	Qualquer uma	24.944	15.578	0.921	0.780

Relativamente à situação com um nível de ruído de 0.1, podemos observar um ligeiro decréscimo do desempenho global do algoritmo em estudo. Neste caso, segundo os resultados obtidos com o PSNR para a imagem de teste *cameraman*, a melhor imagem reconstruída é obtida quando o rácio de compressão é de 80% e a ordem utilizada é a sequencial. Mais uma vez, estamos perante um resultado contestável uma vez que, tal como se pode observar na Fig. 5.5, a avaliação visual da imagem não é coerente com estas conclusões. Apesar de as imagens reconstruídas com 50% e 80% apresentarem uma boa qualidade, estas apresentam zonas ruidosas comparativamente à imagem sem compressão, tal como podemos observar na Fig. 5.6 que apresenta uma ampliação das referidas imagens.

Assumindo que a métrica SSIM é a mais confiável para a análise dos resultados, a disposição das ordens consoante a qualidade de imagem mantêm-se relativamente ao caso sem ruído. Pelo que, mais uma vez, podemos aferir que a ordem sequencial representa a melhor solução a utilizar no processo de amostragem.

No que diz respeito a situações com maiores níveis de ruído, nomeadamente $\sigma = 0.2$, os resultados diferem relativamente aos níveis inferiores. Averiguando a tabela 5.6,

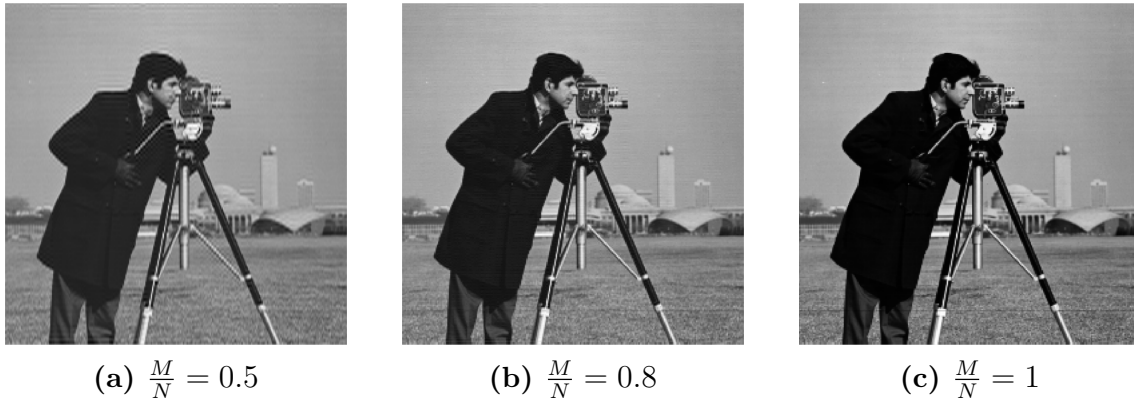


Figura 5.5: Imagens *cameraman* obtidas através do algoritmo NESTA para $\sigma = 0.1$ e ordem sequencial.

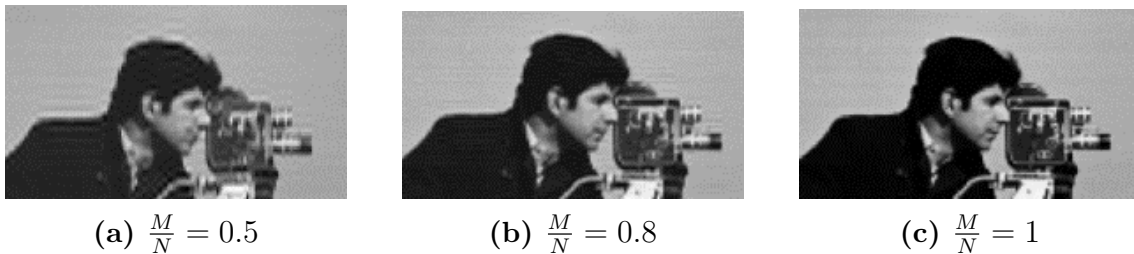


Figura 5.6: Ampliação das imagens *cameraman* obtidas através do algoritmo NESTA para $\sigma = 0.1$ e ordem sequencial para respetiva comparação.

infere-se que há um crécimo da qualidade da imagem para $\frac{M}{N} = 0.3$ que é mais evidente para a ordem sequencial. Aliás, segundo os valores de PSNR é com este rácio que se obtém a melhor imagem. No entanto, analisando os resultados do SSIM depreende-se que o mesmo não se sucede apesar deste rácio apresentar valores superiores comparativamente aos obtidos quando $\frac{M}{N} = 0.5$. Expõe-se então, de novo, as imagens reconstruídas para estes rácios de compressão na Fig. 5.7. Estas imagens revelam que a qualidade da imagem é crescente consoante o aumento do número de amostras utilizado. Especificamente, para $\frac{M}{N} = 0.3$, o fundo da imagem apresenta zonas ruidosas e, para além disso, o contraste da imagem fica aquém daquele obtido para rácios superiores. Outro aspeto cuja qualidade é inferior são os contornos das figuras que não se encontram tão definidos.

Avaliando a influência das ordens utilizadas através dos valores de SSIM, verifica-se que, mais uma vez, a ordem preferencial é a sequencial seguida da aleatória, hadamard e, finalmente, a de altas frequências. No entanto, os valores de PSNR diferem relativamente a esta conclusão. Para este parâmetro, a ordem sequencial é aquela que apresenta piores resultados a partir de um rácio de 50%. Para além disso, os valores para $\frac{M}{N} = 1$ são inferiores aos restantes (excepto para rácios de

Tabela 5.6: Valores de PSNR e SSIM para cada uma das imagens de teste no caso em que $\sigma = 0.2$ utilizando o algoritmo NESTA.

M/N	Ordem	PSNR		SSIM	
		<i>Cameraman</i>	Barco	<i>Cameraman</i>	Barco
0.1	Sequencial	20.208	21.058	0.243	0.400
	Hadamard	12.285	16.240	0.124	0.159
	Altas frequências	11.924	13.657	0.028	0.031
	Aleatória	12.760 ± 0.628	14.042 ± 0.222	0.083 ± 0.005	0.117 ± 0.016
0.3	Sequencial	23.713	18.231	0.451	0.561
	Hadamard	13.948	16.839	0.204	0.244
	Altas Frequências	12.138	14.085	0.079	0.084
	Aleatória	14.126 ± 0.520	15.832 ± 0.762	0.190 ± 0.010	0.266 ± 0.011
0.5	Sequencial	7.179	10.371	0.235	0.280
	Hadamard	8.144	10.785	0.145	0.184
	Altas frequências	11.683	12.532	0.127	0.093
	Aleatória	8.542 ± 0.233	11.752 ± 0.346	0.151 ± 0.007	0.212 ± 0.010
0.8	Sequencial	14.361	13.698	0.629	0.617
	Hadamard	14.384	14.463	0.356	0.453
	Altas frequências	12.709	14.705	0.296	0.367
	Aleatória	15.886 ± 0.650	15.238 ± 0.368	0.393 ± 0.013	0.486 ± 0.010
1	Qualquer uma	11.548	12.592	0.670	0.599

50%), o que não corresponde à realidade, pelo que é questionável a aplicabilidade desta métrica para avaliação de imagens.

Nas figuras 5.8 e 5.9 encontram-se estes resultados graficamente. Na Fig. 5.10 estão expostos os tempos de reconstrução que, por sua vez, são uma ordem de grandeza superiores comparativamente aos obtidos com o algoritmo TVAL3. O uso do algoritmo NESTA revela que a ordem aleatória é aquela que demora mais tempo a convergir, seguida da ordem hadamard, de alta frequência e, por último, a ordem sequencial.

**Figura 5.7:** Imagens do *cameraman* obtidas através do algoritmo NESTA para $\sigma = 0.2$ e ordem sequencial.

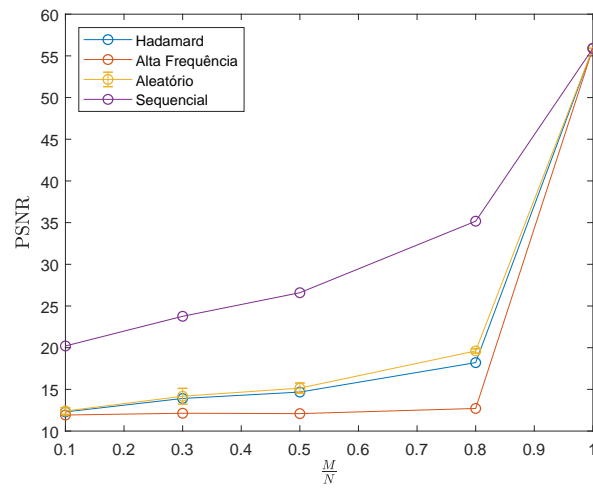
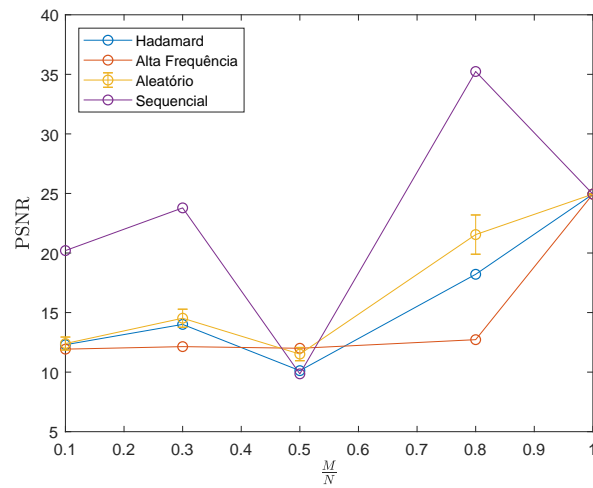
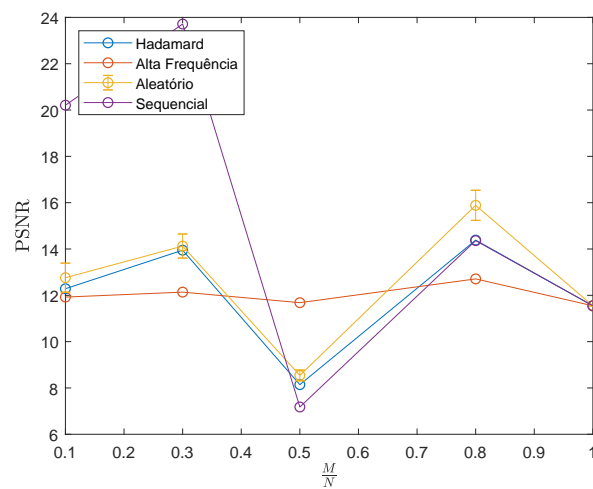
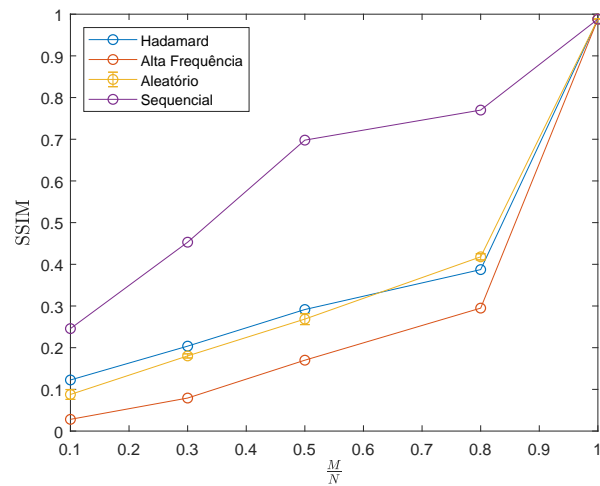
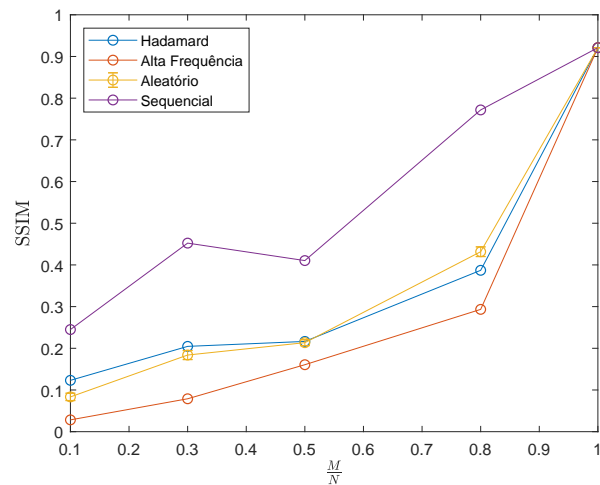
(a) $\sigma = 0$ (b) $\sigma = 0.1$ (c) $\sigma = 0.2$

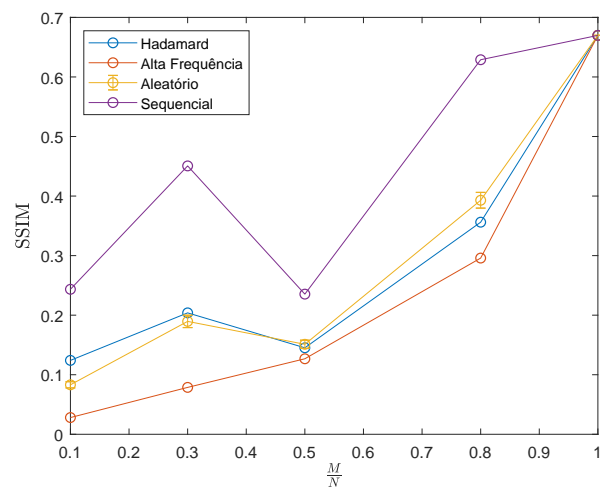
Figura 5.8: Variação dos valores de PSNR para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste *cameraman*.



(a) $\sigma = 0$



(b) $\sigma = 0.1$



(c) $\sigma = 0.2$

Figura 5.9: Variação dos valores de SSIM para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste *cameraman*.

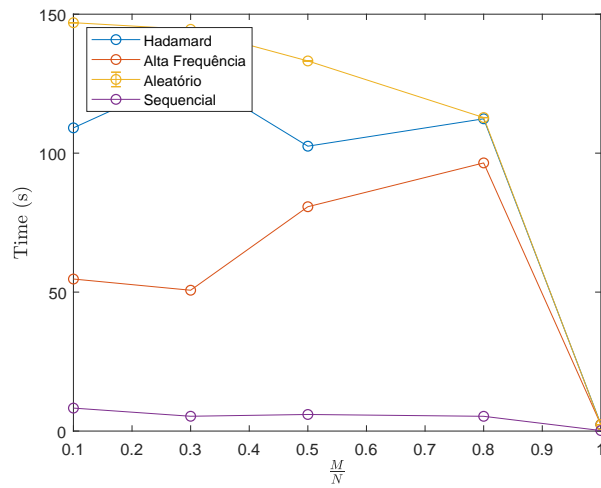
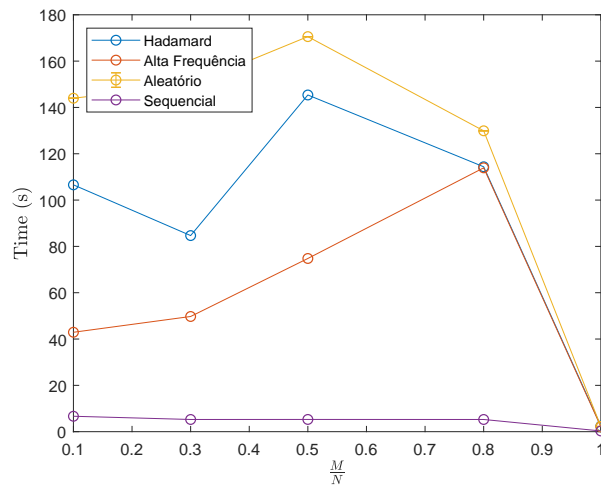
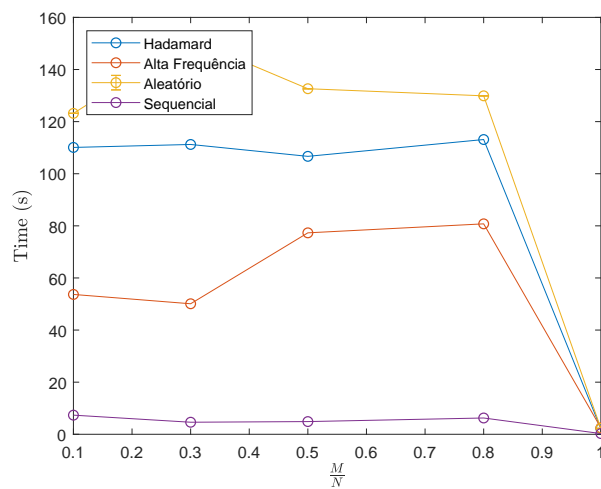
(a) $\sigma = 0$ (b) $\sigma = 0.1$ (c) $\sigma = 0.2$

Figura 5.10: Variação dos tempos de reconstrução para diferentes percentagens de compressão utilizando a imagem de teste *cameraman*.

5.2 Experiência de bancada

Esta secção dedica-se à análise das imagens obtidas através da SPC montada em laboratório. Neste caso, é difícil obter uma imagem de referência por forma a comparar com as imagens obtidas com a SPC. Após uma pesquisa de possíveis métricas passíveis de se utilizar nesta situação, encontrou-se a ferramenta BRISQUE do MATLAB[®]. Trata-se de um avaliador da qualidade espacial da imagem que não necessita de uma imagem de referência. Contudo, após aplicação do mesmo, chegou-se à conclusão que os resultados obtidos estavam longe de ser coerentes com a avaliação perceptual. E, por esse motivo, descartou-se esta possibilidade sendo apenas realizada uma avaliação visual.

Tal como foi referido anteriormente, sabemos, da teoria do CS, que o número de medições necessário para ser possível reconstruir uma imagem está diretamente associado à esparsidade da mesma. Para além disso, uma vez que estamos a utilizar a SPC em ambiente real, o ruído inerente vai resultar numa contaminação do sinal, pelo que o número de medições necessário também é afetado por este fator.

Mais uma vez, são apresentados os resultados mais pertinentes obtidos para cada um dos algoritmos de reconstrução utilizados e tendo em consideração as diferentes ordens de padrão em estudo.

5.2.1 TVAL3

Utilizando todas as medições, o resultado final é independente da ordem empregue. Isto porque é usada toda a informação da imagem recolhida. Portanto, neste caso, apenas é apresentado o resultado para a ordem sequencial (figuras 5.11 e 5.13).



Figura 5.11: Imagem do *cameraman* reconstruída através do algoritmo TVAL3 utilizando a ordem sequencial para $\frac{M}{N} = 1$.

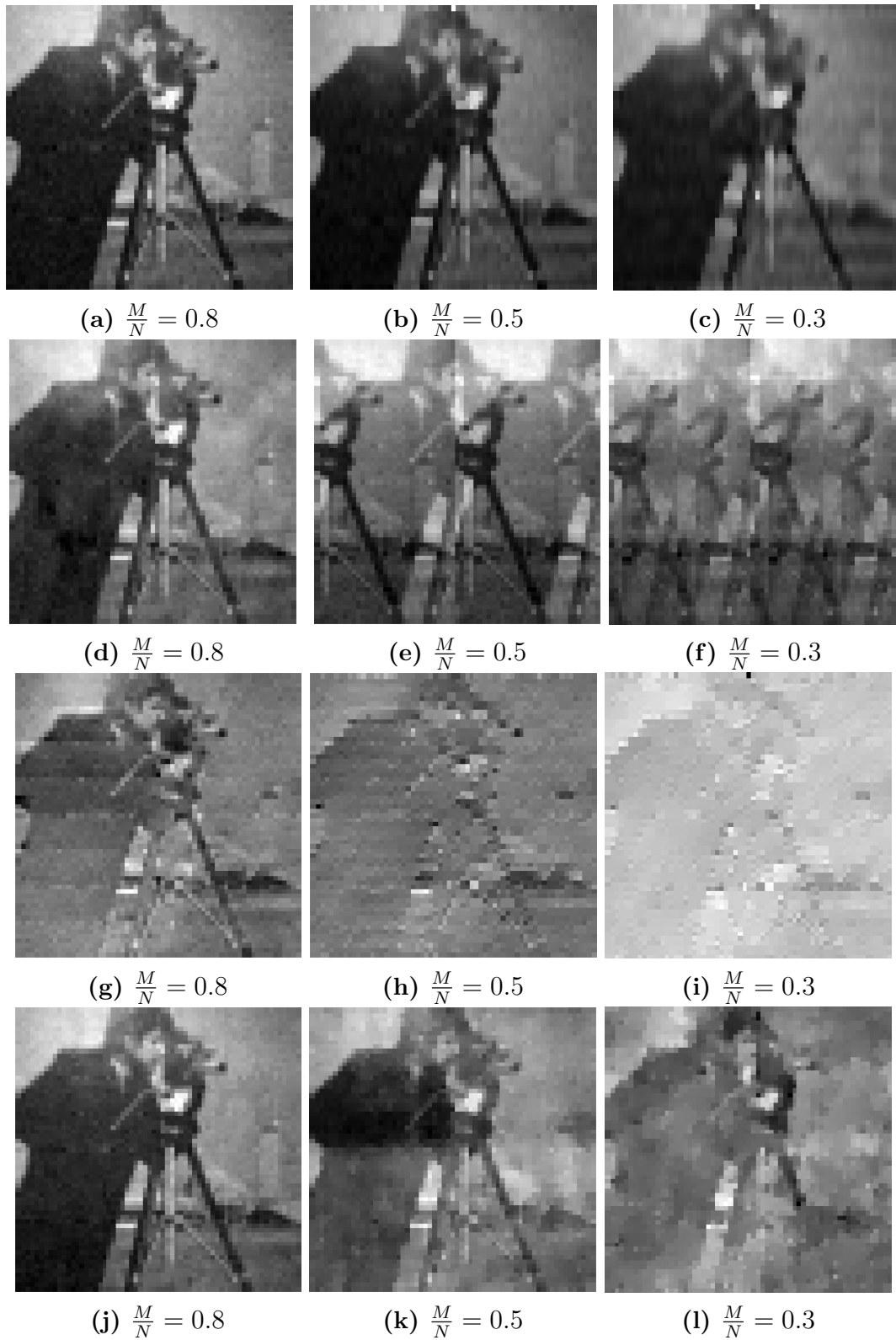


Figura 5.12: Resultados obtidos utilizando o algoritmo TVAL3 e para imagens do *cameraman* com resolução 64×64 . (a)-(c) Ordem sequencial; (d)-(f) Ordem hadamard; (g)-(i) Ordem baseada nas altas frequências; (j)-(l) Ordem aleatória.

Extrapolando os conhecimentos obtidos aquando da simulação, podemos constatar que a ordem sequencial é aquela que, de facto, permite obter imagens reconstruídas com melhor qualidade (Fig. 5.12). Para além disso, esta ordem é aquela que permite uma maior compressão dos dados. Neste caso, o limite de compressão nos testes realizados é cerca de 30%, sendo este o rácio para o qual ainda se identifica corretamente o alvo.

A ordem hadamard também apresenta bons resultados até $\frac{M}{N} = 0.5$. Para este nível de compressão, verifica-se uma duplicação da imagem. Isto pode representar um problema nas componentes de baixa frequência visto que a distribuição espacial da imagem se encontra correta mas a localização dos pontos da imagem não é exata.

Em relação à ordem que privilegia os padrões com uma distribuição de frequências maior, resulta num esborratamento da imagem consoante se diminui o número de amostras utilizado para a reconstrução. Pode-se observar que os contornos dos elementos da imagem, nomeadamente do fotografo e respetiva câmara, se encontram evidentes. No entanto, a imagem tem um aspeto esborratado uma vez que esta ordem beneficia os detalhes mais finos.

Por último, a ordem aleatória é aquela que apresenta as melhores reconstruções seguidamente à ordem sequencial. Para $\frac{M}{N} = 0.5$, a imagem reconstruída apresenta uma qualidade razoável. No entanto, para rácios inferiores a imagem encontra-se significativamente degradada.

Na Fig. 5.14 são apresentados os resultados obtidos para a imagem do barco. As conclusões a retirar relativamente à influência das ordens e dos rácios de compressão são semelhantes às referidas anteriormente para a imagem do *cameraman*.

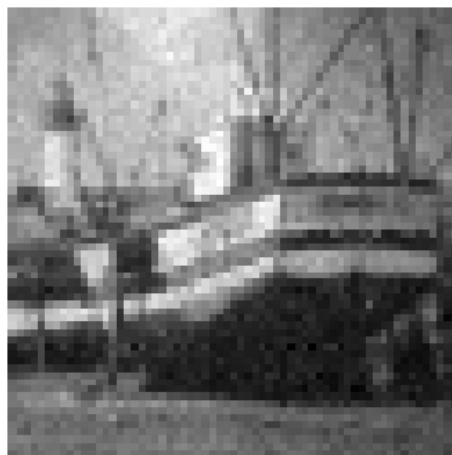


Figura 5.13: Imagem do barco reconstruída através do algoritmo TVAL3 utilizando a ordem sequencial para $\frac{M}{N} = 1$.

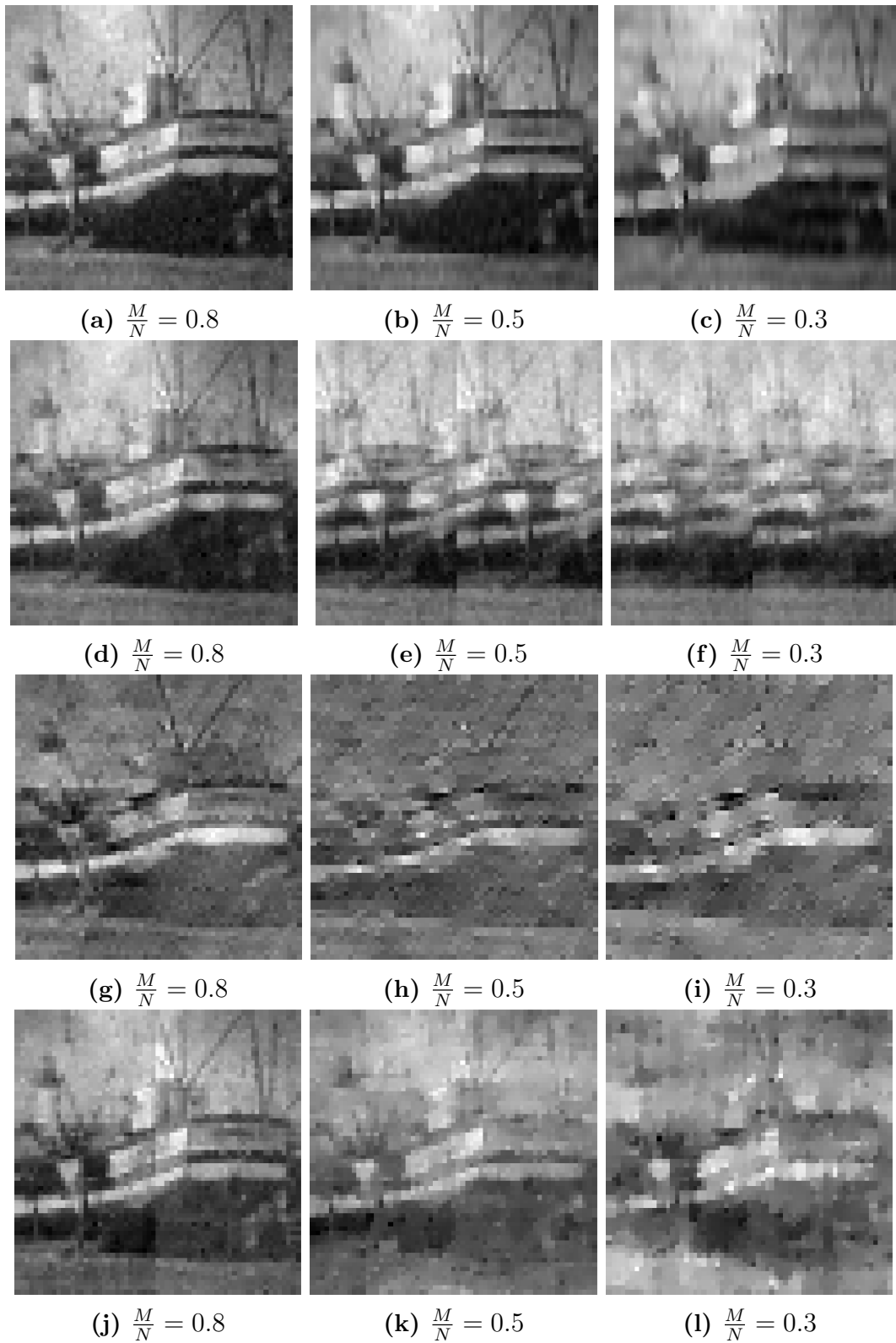


Figura 5.14: Resultados obtidos utilizando o algoritmo TVAL3 e para imagens do barco com resolução 64×64 . (a)-(c) Ordem sequencial; (d)-(f) Ordem hadamard; (g)-(i) Ordem baseada nas altas frequências; (j)-(l) Ordem aleatória.

5.2.2 NESTA

Quando são utilizadas todas as medições, as imagens reconstruídas através do algoritmo NESTA são semelhantes às obtidas com o algoritmo TVAL3 (figuras 5.15 e 5.16). Todavia, o mesmo não se sucede quando são aplicados diferentes rácios de compressão, tal como se pode observar nas figuras 5.17 e 5.18. Neste caso, o algoritmo NESTA apresenta um desempenho inferior, o que corrobora os resultados obtidos aquando da etapa de simulação. No entanto, as conclusões a retirar acerca das ordens dos padrões e dos rácios de compressão são idênticas às referidas para o algoritmo TVAL3.



Figura 5.15: Imagem do *cameraman* reconstruída através do algoritmo NESTA utilizando a ordem sequencial para $\frac{M}{N} = 1$.

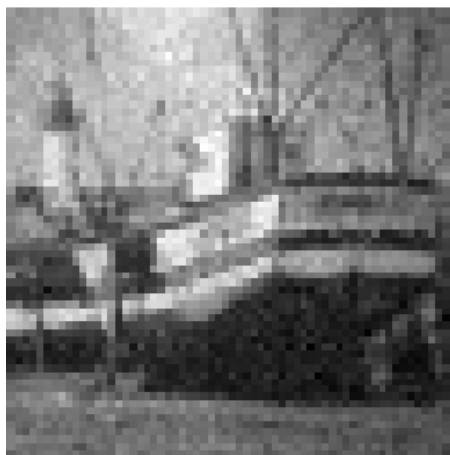


Figura 5.16: Imagem do barco reconstruída através do algoritmo NESTA utilizando a ordem sequencial para $\frac{M}{N} = 1$.

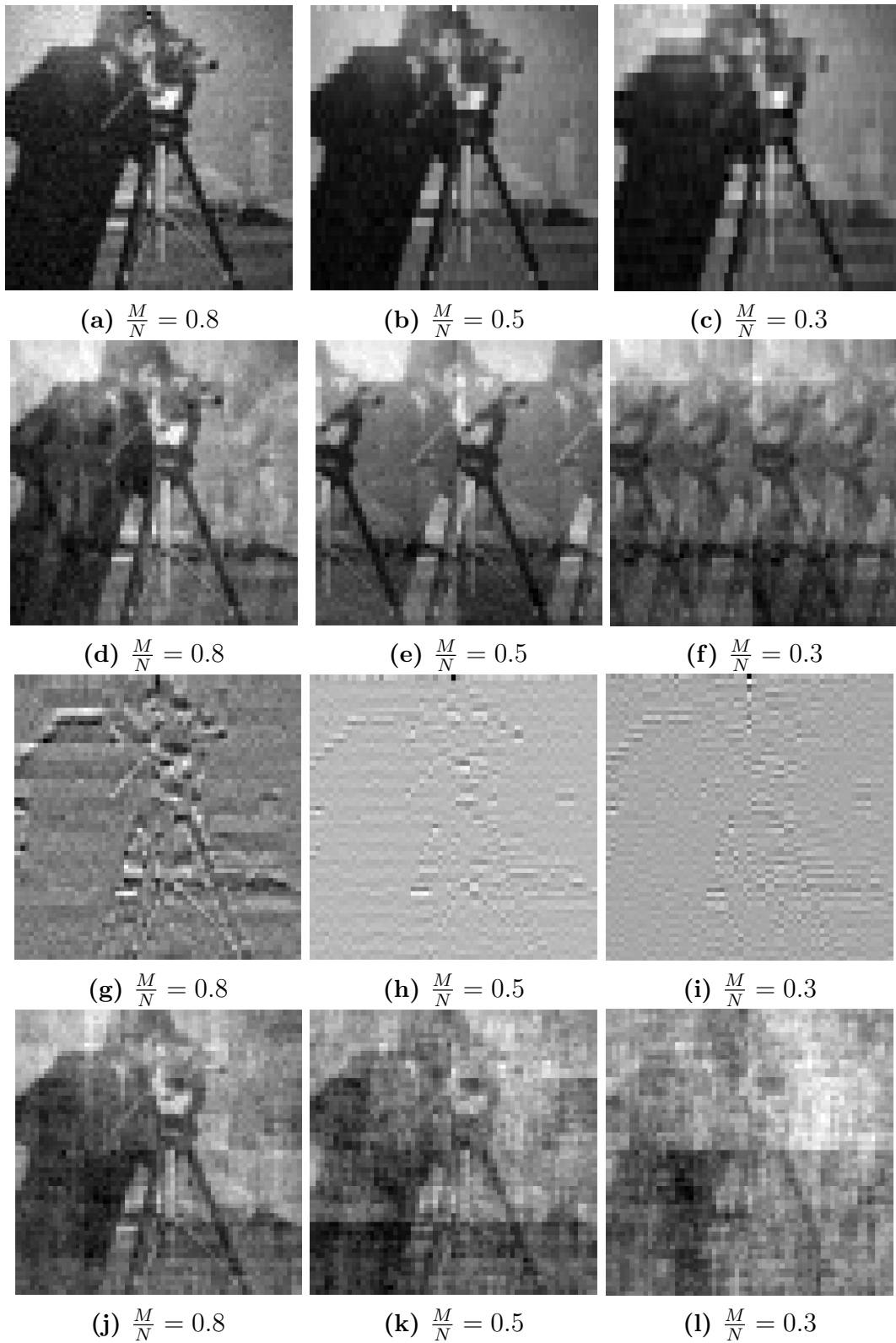


Figura 5.17: Resultados obtidos utilizando o algoritmo NESTA e para imagens do *cameraman* com resolução 64×64 . (a)-(c) Ordem sequencial; (d)-(f) Ordem hadamard; (g)-(i) Ordem baseada nas altas frequências; (j)-(l) Ordem aleatória.

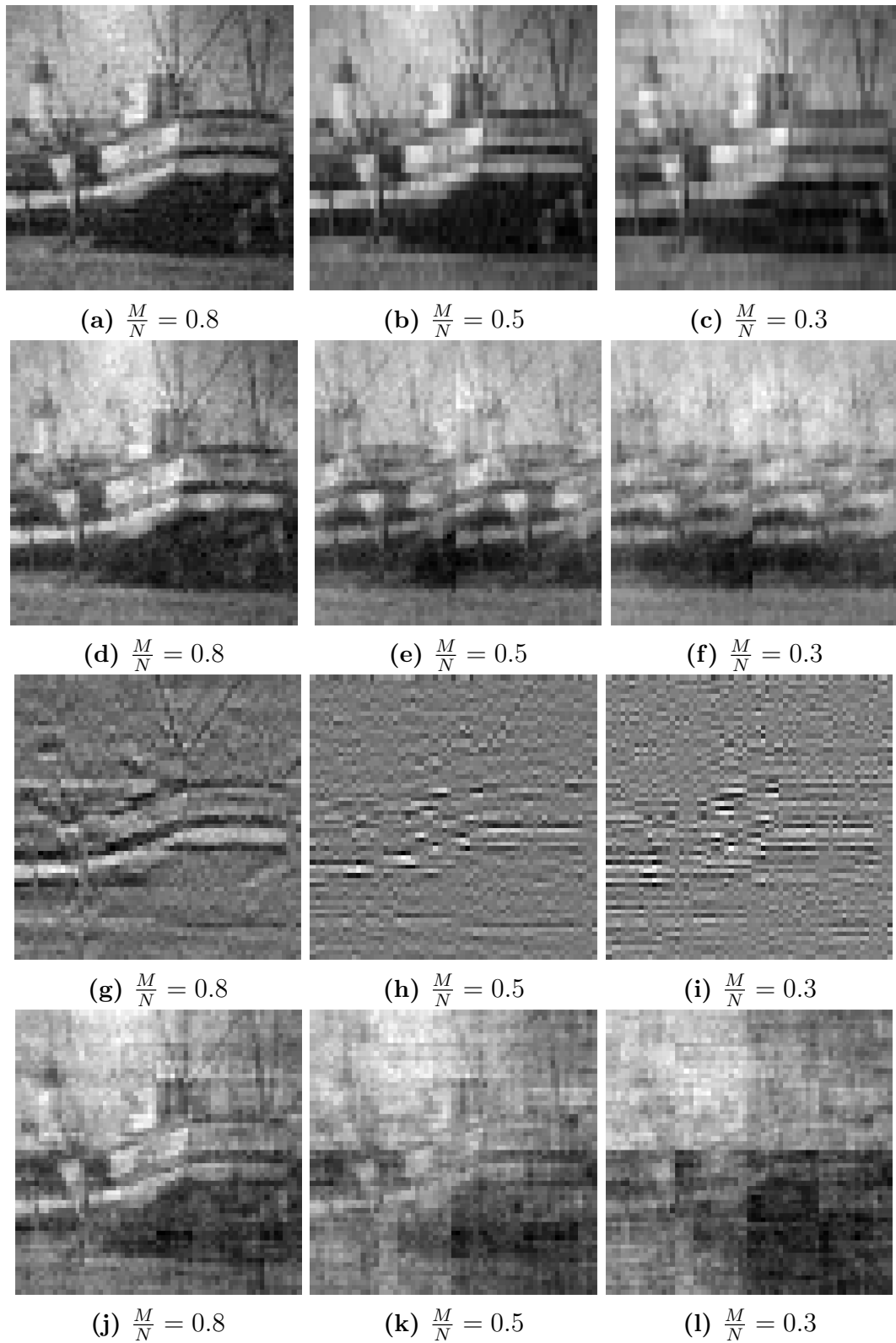


Figura 5.18: Resultados obtidos utilizando o algoritmo NESTA e para imagens do barco com resolução 64×64 . (a)-(c) Ordem sequencial; (d)-(f) Ordem hadamard; (g)-(i) Ordem baseada nas altas frequências; (j)-(l) Ordem aleatória.

6

Conclusão

O propósito desta dissertação consiste na implementação de uma câmara de pixel único baseada na técnica de *compressed sensing* e avaliação do seu desempenho. Para tal, procedeu-se à elaboração de uma ferramenta de simulação que permitiu averiguar qual a melhor estratégia de amostragem a adotar (nomeadamente a ordem das matrizes de sensoriamento), o rácio de compressão alcançável e o desempenho dos diferentes algoritmos de reconstrução utilizados (TVAL3 e NESTA). Só após esta etapa é que se prosseguiu para o desenvolvimento físico da câmara.

No que diz respeito à fase de simulação, concluiu-se que a emissão de padrões segundo a ordem sequencial (Walsh) é aquela que culmina numa imagem de melhor qualidade. Com esta estratégia de amostragem é possível comprimir os dados até 30% e, ainda assim, obter uma imagem cuja qualidade permite identificar todas as estruturas. Para além disso, esta ordem apresenta a vantagem de ser aquela que permite obter imagens num menor tempo computacional que, por vezes, é inferior a 1 segundo.

Relativamente às métricas de avaliação de imagem utilizadas, PSNR e SSIM, podemos concluir que o SSIM é aquele cujos resultados são mais fidedignos comparativamente à avaliação percetual efetuada das respetivas imagens. Isto porque esta métrica tem a capacidade de discernir o conteúdo da imagem com base na luminosidade, contraste e estrutura. Enquanto que o PSNR reflete apenas as diferenças pixel a pixel.

No que diz respeito ao desempenho dos algoritmos, o TVAL3 é aquele que permite obter imagens significativamente melhores para rácios de compressão inferiores à unidade. Contudo, quando estamos perante uma reconstrução que utiliza todas as amostras, o comportamento dos dois algoritmos utilizados é semelhante.

Estes conhecimentos juntamente com a teoria subjacente ao CS permitiram implementar a arquitetura da SPC de modo a obter os melhores resultados possíveis. Estes, por sua vez, vão de encontro às conclusões retiradas aquando da simulação.

Através das imagens apresentadas na secção 5.2, podemos averiguar que esta câmara permite obter imagens com elevada qualidade utilizando apenas um elemento sensor. Apesar de não terem sido realizados estudos no âmbito da biomédica, esta arquitetura revela grande potencial para imagiologia de tempo de vida de biomarcadores. É, então, uma solução alternativa que apresenta a vantagem de ser uma arquitetura relativamente simples que utiliza apenas um fotodetector de pixel único. Isto traduz-se num aumento do desempenho temporal do processo de recolha de sinal.

6.1 Trabalho futuro

Apesar ter sido alcançado o objetivo principal deste trabalho, existem alguns aspetos que podem ser complementados e melhorados no futuro, entre os quais:

1. Otimização dos algoritmos de reconstrução para aprimorar os resultados obtidos e, se possível, para obter melhores qualidades de imagem para rácios de compressão menores. Este último iria permitir diminuir o tempo de amostragem, o que seria uma mais valia;
2. Otimização do subsistema eletrónico de modo a que este seja independente de um computador. Seria um passo importante para se obter uma câmara portátil;
3. Preparação de fantasmas bem como elaboração de peças 3D para suporte e posicionamento dos mesmos;
4. Aplicação da SPC para fins na área biomédica, nomeadamente, medir, numa amostra bidimensional, o perfil de fosforescência de um biomarcador sensível ao oxigénio. Para tal, poderão ser elaborados testes com os fantasmas preparados com os biomarcadores em diferentes condições experimentais como: distribuição, concentração e ventilação com O_2 e N_2 ;
5. Explorar uma possível adaptação do protótipo da SPC para recolha de imagens em microscopia.

Apêndices

A

Projeção e *design* de peças 3D

No decorrer do presente trabalho foram desenvolvidos diversos modelos esquemáticos para a criação dos objetos 3D necessários. Para tal, recorreu-se ao *software Autodesk Inventor*[®]e, posteriormente, os ficheiros foram editados no *software Cura 3.5.1*, associado à impressora *Ultimaker 2+*. Este último *software* permite especificar diversas características da impressão, nomeadamente, o material utilizado, altura da camada, o diâmetro do bocal de impressão e a velocidade da mesma, entre outras. De salientar que todas as peças foram impressas utilizando o material PLA.

De modo a anular o ângulo de projeção do DLP, foram criadas três peças individuais: o suporte do DLP com o ângulo adequado (Fig. A.1) e duas peças laterais para fixação deste (Fig. A.2).

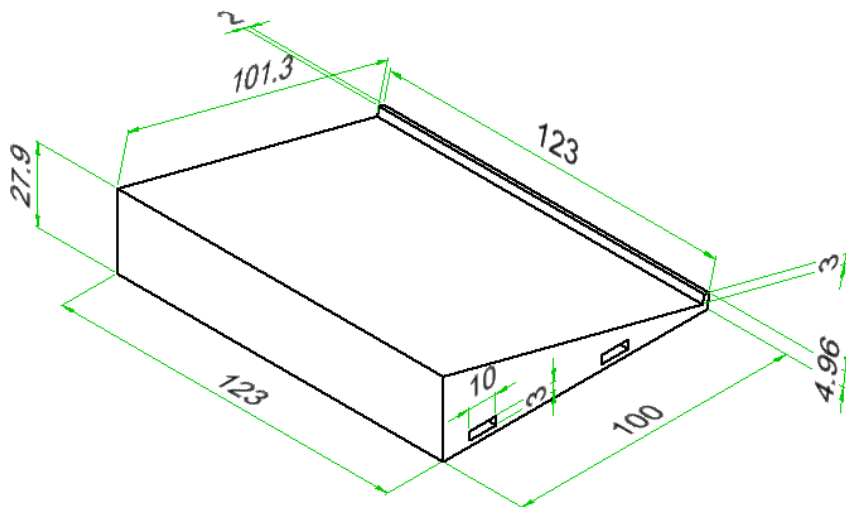


Figura A.1: Modelo esquemático do suporte do DLP, valores em mm.

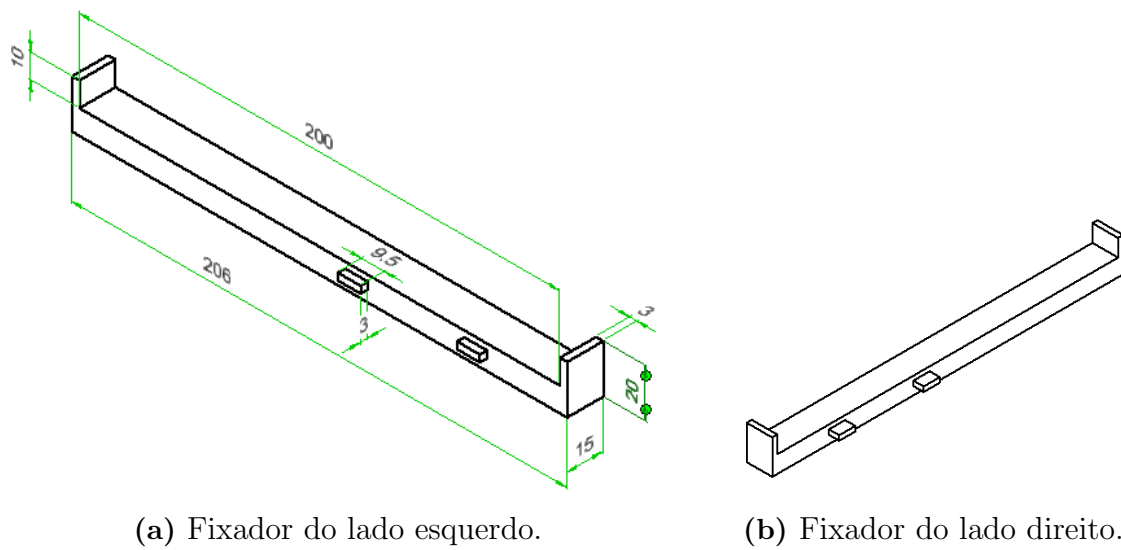


Figura A.2: Peças laterais para fixação do suporte do DLP, valores em mm. As dimensões do fixador do lado direito são iguais às do fixador do lado esquerdo.

Apesar do protótipo final utilizar dois filtros de densidade neutra para evitar a saturação do sinal, a solução inicial passou pela utilização de um *pinhole*. Este foi projetado tendo em conta a refletividade dos alvos utilizados e o encaixe do fotodíodo. O seu modelo esquemático encontra-se na Fig. A.3.

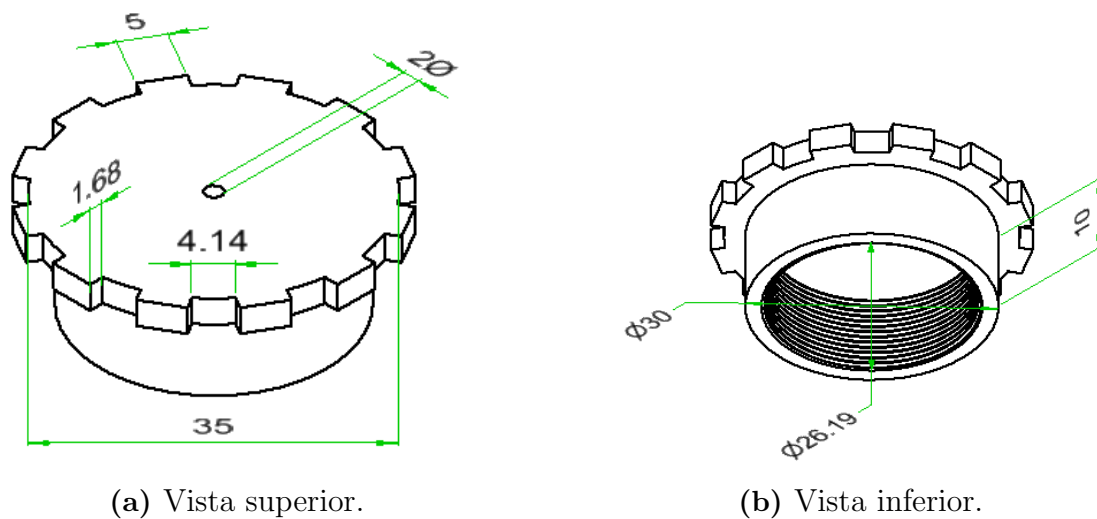


Figura A.3: *Pinhole* para limitar a quantidade de luz que alcança o fotodíodo, valores em mm.

Bibliografia

- [1] C.E. Shannon. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IEEE*, 86(2):447–457, feb 1998.
- [2] Yonina C. Eldar and Gitta Kutyniok, editors. *Compressed Sensing*. Cambridge University Press, 2009.
- [3] Marco F. Duarte, Mark A. Davenport, Dharmpal Takhar, Jason N. Laska, Ting Sun, Kevin F. Kelly, and Richard G. Baraniuk. Single-pixel imaging via compressive sampling. *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2):83–91, mar 2008.
- [4] Nelson A. M. Pereira, Mafalda Laranjo, João Casalta-Lopes, Arménio C. Serra, Marta Piñeiro, João Pina, J. Sérgio Seixas de Melo, Mathias O. Senge, M. Filomena Botelho, Liliana Martelo, Hugh D. Burrows, and Teresa M. V. D. Pinho e Melo. Platinum(II) ring-fused chlorins as near-infrared emitting oxygen sensors and photodynamic agents. *ACS Medicinal Chemistry Letters*, 8(3):310–315, feb 2017.
- [5] E.J. Candes and M.B. Wakin. An introduction to compressive sampling. *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2):21–30, mar 2008.
- [6] Joseph Fourier. *Theorie analytique de la chaleur, par M. Fourier*. Chez Firmin Didot, père et fils, 1822.
- [7] Alejandro Dominguez. Highlights in the history of the fourier transform [retrospectroscope]. *IEEE Pulse*, 7(1):53–61, jan 2016.
- [8] Dana Mackenzie. *What’s Happening in the Mathematical Sciences*, volume 7. American Mathematical Society, 2009. ”Compressed sensing makes every pixel count”, 114-127.

- [9] Emmanuel Candes, Justin Romberg, and Terence Tao. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information.
- [10] Emmanuel J. Candes and Terence Tao. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies? *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(12):5406–5425, dec 2006.
- [11] D.L. Donoho. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(4):1289–1306, apr 2006.
- [12] Kirk L. Kroeker. Rethinking signal processing. *Communications of the ACM*, 52(5):13, may 2009.
- [13] Richard Baraniuk. Compressive sensing [lecture notes]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 24(4):118–121, jul 2007.
- [14] Emmanuel J. Candès. Compressive sampling. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. 3, 2006-01-01, ISBN 978-3-03719-022-7*, 3:1433–1452, 2006.
- [15] Tao Hong and Zhihui Zhu. Online learning sensing matrix and sparsifying dictionary simultaneously for compressive sensing. *Signal Processing*, 153:188–196, dec 2018.
- [16] Stéphane Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Elsevier, January 1999.
- [17] Irena Orović, Vladan Papić, Cornel Ioana, Xiumei Li, and Srdjan Stanković. Compressive sensing in signal processing: Algorithms and transform domain formulations. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016:1–16, 2016.
- [18] Irina Rish and Genady Grabarnik. *Sparse modeling: theory, algorithms, and applications*. CRC press, 2014. pp: 8-13.
- [19] Marco F. Duarte and Yonina C. Eldar. Structured compressed sensing: From theory to applications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59(9):4053–4085, sep 2011.
- [20] R. Coifman, F. Geshwind, and Y. Meyer. Noiselets. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 10(1):27–44, jan 2001.
- [21] E.J. Candes and T. Tao. Decoding by linear programming. *IEEE Transactions on Information Theory*, 51(12):4203–4215, dec 2005.

-
- [22] Panagiotis C. Petrantonakis and Panayiota Poirazi. A compressed sensing perspective of hippocampal function. *Frontiers in Systems Neuroscience*, 8:141, aug 2014.
- [23] Richard Baraniuk, Mark Davenport, Ronald DeVore, and Michael Wakin. A simple proof of the restricted isometry property for random matrices. *Constructive Approximation*, 28(3):253–263, jan 2008.
- [24] Meenu Rani, S. B. Dhok, and R. B. Deshmukh. A systematic review of compressive sensing: Concepts, implementations and applications. *IEEE Access*, 6:4875–4894, 2018.
- [25] B. K. Natarajan. Sparse approximate solutions to linear systems. *SIAM Journal on Computing*, 24(2):227–234, apr 1995.
- [26] Yan Kang, Yin-Ping Yao, Zhi-Hua Kang, Lin Ma, and Tong-Yi Zhang. Performance analysis of compressive ghost imaging based on different signal reconstruction techniques. *Journal of the Optical Society of America A*, 32(6):1063, may 2015.
- [27] André Luiz Pilastri and Joao Manuel RS Tavares. Reconstruction algorithms in compressive sensing: an overview. In *11th edition of the Doctoral Symposium in Informatics Engineering (DSIE-16)*, 2016.
- [28] Saad Qaisar, Rana Muhammad Bilal, Wafa Iqbal, Muqaddas Naureen, and Sungyoung Lee. Compressive sensing: From theory to applications, a survey. *Journal of Communications and Networks*, 15(5):443–456, oct 2013.
- [29] Scott Shaobing Chen, David L. Donoho, and Michael A. Saunders. Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM Review*, 43(1):129–159, jan 2001.
- [30] Andjela Draganic, Irena Orovic, and Srdjan Stankovic. On some common compressive sensing recovery algorithms and applications - review paper.
- [31] Joel A. Tropp and Anna C. Gilbert. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on Information Theory*, 53(12):4655–4666, dec 2007.
- [32] Thomas Blumensath and Mike E. Davies. Iterative hard thresholding for compressed sensing. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 27(3):265–274, nov 2009.
- [33] Yunsong Liu, Zhifang Zhan, Jian-Feng Cai, Di Guo, Zhong Chen, and Xiaobo Qu. Projected iterative soft-thresholding algorithm for tight frames in com-

- pressed sensing magnetic resonance imaging. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 35(9):2130–2140, sep 2016.
- [34] A. C. Gilbert, S. Muthukrishnan, and M. Strauss. Improved time bounds for near-optimal sparse fourier representations. In Manos Papadakis, Andrew F. Laine, and Michael A. Unser, editors, *Wavelets XI*. SPIE, aug 2005.
- [35] J.F. Murray and K. Kreutz-Delgado. An improved FOCUSS-based learning algorithm for solving sparse linear inverse problems. In *Conference Record of Thirty-Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (Cat.No.01CH37256)*. IEEE, 2001.
- [36] S. J. Godsill, A. T. Cemgil, C. Févotte, and P. J. Wolfe. Bayesian computational methods for sparse audio and music processing. In *2007 15th European Signal Processing Conference*, pages 345–349, September 2007.
- [37] Wotao Yin, Stanley Osher, Donald Goldfarb, and Jerome Darbon. Bregman iterative algorithms for ℓ_1 -minimization with applications to compressed sensing. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 1(1):143–168, jan 2008.
- [38] Kazunori Hayashi, Masaaki Nagahara, and Toshiyuki Tanaka. A user's guide to compressed sensing for communications systems. *IEICE Transactions on Communications*, E96.B(3):685–712, 2013.
- [39] Christian G. Graff and Emil Y. Sidky. Compressive sensing in medical imaging. *Applied Optics*, 54(8):C23, mar 2015.
- [40] Shreyas S. Vasanawala, Marcus T. Alley, Brian A. Hargreaves, Richard A. Barth, John M. Pauly, and Michael Lustig. Improved pediatric MR imaging with compressed sensing. *Radiology*, 256(2):607–616, aug 2010.
- [41] Herve Liebgott, Adrian Basarab, Denis Kouame, Olivier Bernard, and Denis Friboulet. Compressive sensing in medical ultrasound. In *2012 IEEE International Ultrasonics Symposium*. IEEE, oct 2012.
- [42] Jérôme Bobin, Jean-Luc Starck, and Roland Ottensamer. Compressed sensing in astronomy. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2(5):718–726, oct 2008.
- [43] Lee C. Potter, Emre Ertin, Jason T. Parker, and Müjdat Cetin. Sparsity and compressed sensing in radar imaging. *Proceedings of the IEEE*, 98(6):1006–1020, jun 2010.

-
- [44] Dharmpal Takhar, Jason N. Laska, Michael B. Wakin, Marco F. Duarte, Dror Baron, Shriram Sarvotham, Kevin F. Kelly, and Richard G. Baraniuk. A new compressive imaging camera architecture using optical-domain compression. In Charles A. Bouman, Eric L. Miller, and Ilya Pollak, editors, *Computational Imaging IV*. SPIE, feb 2006.
- [45] V. Studer, J. Bobin, M. Chahid, H. S. Mousavi, E. Candes, and M. Dahan. Compressive fluorescence microscopy for biological and hyperspectral imaging. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(26):E1679–E1687, jun 2012.
- [46] Nam Huynh, Edward Zhang, Marta Betcke, Simon Arridge, Paul Beard, and Ben Cox. Single-pixel optical camera for video rate ultrasonic imaging. *Optica*, 3(1):26, jan 2016.
- [47] Matthew P. Edgar, Graham M. Gibson, Richard W. Bowman, Baoqing Sun, Neal Radwell, Kevin J. Mitchell, Stephen S. Welsh, and Miles J. Padgett. Simultaneous real-time visible and infrared video with single-pixel detectors. *Scientific Reports*, 5(1), may 2015.
- [48] Zibang Zhang and Jingang Zhong. Three-dimensional single-pixel imaging with far fewer measurements than effective image pixels. *Optics Letters*, 41(11):2497, may 2016.
- [49] Matthew P. Edgar, Ming-Jie Sun, Graham M. Gibson, Gabriel C. Spalding, David B. Phillips, and Miles J. Padgett. Real-time 3d video utilizing a compressed sensing time-of-flight single-pixel camera. In Kishan Dholakia and Gabriel C. Spalding, editors, *Optical Trapping and Optical Micromanipulation XIII*. SPIE, sep 2016.
- [50] Lluís Martínez-León, Pere Clemente, Yutaka Mori, Vicent Climent, Jesús Lancis, and Enrique Tajahuerce. Single-pixel digital holography with phase-encoded illumination. *Optics Express*, 25(5):4975, feb 2017.
- [51] Wai Lam Chan, Kriti Charan, Dharmpal Takhar, Kevin F. Kelly, Richard G. Baraniuk, and Daniel M. Mittleman. A single-pixel terahertz imaging system based on compressed sensing. *Applied Physics Letters*, 93(12):121105, sep 2008.
- [52] Zibang Zhang, Xiao Ma, and Jingang Zhong. Single-pixel imaging by means of fourier spectrum acquisition. *Nature Communications*, 6(1), feb 2015.
- [53] Florian Rousset, Nicolas Ducros, Andrea Farina, Gianluca Valentini, Cosimo D'Andrea, and Françoise Peyrin. Adaptive basis scan by wavelet prediction for

- single-pixel imaging. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 3(1):36–46, mar 2017.
- [54] Ron Mancini Bruce Carter. *Op Amps for Everyone*. Elsevier LTD, Oxford, 2017.
- [55] S. Gopal Krishna Patro and Kishore Kumar Sahu. Normalization: A preprocessing stage.
- [56] Alain Hore and Djemel Ziou. Image quality metrics: PSNR vs. SSIM. In *2010 20th International Conference on Pattern Recognition*. IEEE, aug 2010.
- [57] Z. Wang, A.C. Bovik, H.R. Sheikh, and E.P. Simoncelli. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(4):600–612, apr 2004.
- [58] D. Brunet, E. R. Vrscay, and Zhou Wang. On the mathematical properties of the structural similarity index. *IEEE Transactions on Image Processing*, 21(4):1488–1499, apr 2012.
- [59] Zhou Wang and A.C. Bovik. Mean squared error: Love it or leave it? a new look at signal fidelity measures. *IEEE Signal Processing Magazine*, 26(1):98–117, jan 2009.
- [60] Coleção de imagens de teste. <http://www.hlevkin.com/06testimages.htm>. Acessado a 16/05/19.
- [61] Yiwei Zhang, Matthew P Edgar, Baoqing Sun, Neal Radwell, Graham M Gibson, and Miles J Padgett. 3d single-pixel video. *Journal of Optics*, 18(3):035203, feb 2016.
- [62] Ming-Jie Sun, Matthew P. Edgar, David B. Phillips, Graham M. Gibson, and Miles J. Padgett. Improving the signal-to-noise ratio of single-pixel imaging using digital microscanning. *Optics Express*, 24(10):10476, may 2016.
- [63] Ming-Jie Sun, Matthew P. Edgar, Graham M. Gibson, Baoqing Sun, Neal Radwell, Robert Lamb, and Miles J. Padgett. Single-pixel three-dimensional imaging with time-based depth resolution. *Nature Communications*, 7(1), jul 2016.
- [64] Manish Trikha and Devesh Kumar. Use of walsh-hadamard transform in processing of ecg signal. *MIT International journal of electrical and instrumentation engineering*, 5(1):1–3, 2015.

-
- [65] A Hedayat, Walter Dennis Wallis, et al. Hadamard matrices and their applications. *The Annals of Statistics*, 6(6):1184–1238, 1978.
- [66] Cai Zhuoran, Zhao Honglin, Jia Min, Wang Gang, and Shen Jingshi. An improved hadamard measurement matrix based on walsh code for compressive sensing. In *2013 9th International Conference on Information, Communications & Signal Processing*. IEEE, dec 2013.
- [67] Davide Baltieri, Roberto Vezzani, and Rita Cucchiara. Fast background initialization with recursive hadamard transform. In *2010 7th IEEE International Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance*. IEEE, aug 2010.
- [68] AACA Jayathilake, AAI Perera, and MAP Chamikara. Discrete walsh-hadamard transform in signal processing. *International Journal of Research in Information Technology*, 1(1):48–57, 2013.
- [69] John P Hayes. *Introduction to digital logic design*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 2008. pp: 217-331.
- [70] Função bi2gray. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/1743-bi2gray>. Acedido a 12/02/19.
- [71] Gray code em matlab - de/para binário e decimal. <http://www.matrixlab-examples.com/gray-code.html>. Acedido a 19/05/19.
- [72] Chengbo Li. An efficient algorithm for total variation regularization with applications to the single pixel camera and compressive sensing. Master’s thesis, Rice University, September 2009.
- [73] Chengbo Li. *Compressive Sensing for 3D Data Processing Tasks: Applications, Models and Algorithms*. PhD thesis, Rice University, April 2011.
- [74] Stephen Becker, Jérôme Bobin, and Emmanuel J. Candès. NESTA: A fast and accurate first-order method for sparse recovery. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 4(1):1–39, jan 2011.
- [75] Chengbo Li, Wotao Yin, Hong Jiang, and Yin Zhang. An efficient augmented lagrangian method with applications to total variation minimization. *Computational Optimization and Applications*, 56(3):507–530, jul 2013.
- [76] Algoritmo tval3. <https://www.caam.rice.edu/optimization/L1/TVAL3/>. Acedido a 12/11/18.

- [77] Algoritmo neta. <https://statweb.stanford.edu/~candes/neta/>. Acedido a 21/12/18.
- [78] User guide of tval3. https://www.caam.rice.edu/~optimization/L1/TVAL3/v.beta/User_Guide_beta2.4.pdf.
- [79] Jim Lambers. The method of steepest descent. <https://www.math.usm.edu/lambers/mat419/lecture10.pdf>. Acedido a 27/06/19.
- [80] Jonathan Barzilai and Jonathan M. Borwein. Two-point step size gradient methods. *IMA Journal of Numerical Analysis*, 8(1):141–148, 1988.
- [81] Hongchao Zhang and William W. Hager. A nonmonotone line search technique and its application to unconstrained optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 14(4):1043–1056, jan 2004.
- [82] Yu. Nesterov. Smooth minimization of non-smooth functions. *Mathematical Programming*, 103(1):127–152, dec 2004.
- [83] António Pedro Aguiar. Nonlinear control systems. http://users.isr.ist.utl.pt/~pedro/NCS2012/03_FundProperties.pdf, 2012.
- [84] Dlp lightcrafter 4500. <http://www.ti.com/tool/dlplcr4500evm?keyMatch=dlp> Acedido a 19/05/19.
- [85] Texas Instruments. Ti dlp lightcrafter 4500 evaluation module. <http://www.ti.com/lit/ug/dlpu011f/dlpu011f.pdf>, 2017.
- [86] Texas Instruments. Dlp4500 .45 wxga dmd. <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/dlp4500.pdf>, 2019.
- [87] Si (300-1000nm), 10.0mm, photodiode receiver module. <https://www.edmundoptics.com/p/si-300-1000nm-100mm-photodiode-receiver-module/14515/>. Acedido a 23/05/19.
- [88] 25mm dia, absorptive nd filter kit. <https://www.edmundoptics.com/p/25mm-dia-absorptive-nd-filter-kit-6-filters/12021/>. Acedido a 05/06/19.
- [89] National Instruments. Ni 6361 x series data acquisition. <http://www.ni.com/pdf/manuals/374650c.pdf>. Acedido a 05/06/19.
- [90] Zibang Zhang, Xueying Wang, Guoan Zheng, and Jingang Zhong. Hadamard single-pixel imaging versus fourier single-pixel imaging. *Optics Express*, 25(16):19619, aug 2017.

- [91] Umme Sara, Morium Akter, and Mohammad Shorif Uddin. Image quality assessment through FSIM, SSIM, MSE and PSNR—a comparative study. *Journal of Computer and Communications*, 07(03):8–18, 2019.