



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

João Miguel Martins Alves

A SUSTENTABILIDADE DA DÍVIDA PÚBLICA
O CASO DE PORTUGAL

**Trabalho de Projeto no âmbito do Mestrado em Economia, na especialização
de Economia Financeira, orientado pelo Professor Doutor Pedro Miguel
Avelino Bação e apresentado à Faculdade de Economia da Universidade de
Coimbra**

Junho de 2019



FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

João Miguel Martins Alves

A Sustentabilidade da Dívida Pública

O caso de Portugal

Trabalho de Projeto de Mestrado em Economia, na especialização de Economia Financeira, apresentado à Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra para a obtenção do grau de Mestre

Orientador: Professor Doutor Pedro Miguel Avelino Bação

Junho de 2019

Agradecimentos

Primeiramente agradecer ao Professor Doutor Pedro Bação, pelo acompanhamento incondicional durante a realização deste trabalho de projeto, e pela disponibilidade que sempre demonstrou no esclarecimento das dúvidas e problemas que foram surgindo.

Agradecer à minha Mãe e ao meu Pai, que sempre me apoiaram durante a minha vida, em todas as situações. Agradecer-lhes a oportunidade que me proporcionaram, ao poder chegar até onde queria nos meus estudos, até patamares onde eles não puderam chegar. Que daqui em diante possa retribuir em dobro tudo o que fizeram, e fazem por mim. Um Obrigado nunca será suficiente.

Agradecer à minha Família. A Todos.

Agradecer à Mariana. Por me aturar. Agradecer aos meus amigos do Estreito (e afluentes), a minha Terra, perdida no interior deste Portugal. Agradecer aos meus amigos de Oleiros, que conseguem juntar a amizade, a uma rivalidade (quase) sempre saudável. Um agradecimento especial, ao Diogo Mendes, por me ter recebido e orientado em Coimbra, e por ter partilhado muitas experiências comigo.

Agradecer aos companheiros de Faculdade. Memórias que levo comigo para a vida! Agradecer à Faculdade da Economia da Universidade de Coimbra e a todos os que dela fazem parte. Uma Casa que já mais esquecerei, e à qual espero um dia poder voltar.

Não esquecer todos os Professores, Auxiliares e Colegas, que fizeram parte desta caminhada escolar, que dura desde os meus 3 anos de idade.

Agradecer a todos aqueles, que em algum momento cruzaram a minha vida, e que nela deixaram a sua marca.

Por último, um desejo.

Que olhem para o Interior de Portugal com o mesmo olhar, de quem há décadas atrás, olhou para a Cidade, e viu nela a oportunidade de Sonhar...

“É só quando a maré desce que se vê quem nada nu.”

Warren Buffett

Resumo

A Dívida Pública Portuguesa apresentou, no início do ano de 2019, um peso de cerca de 121,5% do PIB. Este valor representa um dos mais altos registados na União Europeia, apenas superado pela Grécia (181,1%) e pela Itália (132,2%). Com um valor tão elevado, a análise da sustentabilidade das finanças públicas torna-se uma problemática fundamental. O presente Trabalho de Projeto procura dar uma resposta probabilística, e não apenas determinística, à questão da sustentabilidade da dívida pública portuguesa. Nesse sentido foi feita uma adaptação do artigo *A New Index of External Debt Sustainability*, de Olivier Blanchard e Mitali Das (2017). A metodologia foi dividida em três partes. Inicialmente, deu-se uma resposta determinística para a questão, através da utilização de previsões provenientes de instituições nacionais (Ministério das Finanças e Conselho de Finanças Públicas) e internacionais (Fundo Monetário Internacional). De seguida, foi feita a análise estocástica da sustentabilidade, com base num modelo VAR, que permitiu calcular a probabilidade de, com um determinado saldo orçamental primário constante, a dívida pública verificar a condição de sustentabilidade. Por último, foi calculada a probabilidade de se atingir a meta dos 60% para a dívida, daqui a 10, 20, 30, 40 e 50 anos, em 2029, 2039, 2049, 2059 e 2069, respetivamente. Os resultados foram esclarecedores. Com um saldo primário no intervalo entre 0,86% e 1,0% a dívida pública portuguesa apresenta uma probabilidade de sustentabilidade a cima dos 60%. Entre 2016 e 2018, o XXI Governo Constitucional apresentou um saldo primário médio de 1,93%, ao qual equivale uma probabilidade de sustentabilidade da dívida de 100,0%. Estes valores representam uma clara rutura com o passado recente. No que respeita à meta dos 60% para a dívida, a exigência orçamental será maior, caso o objetivo seja atingir essa marca até 2039. Apenas com um saldo primário médio de 3,5% a probabilidade atingiria valores na ordem dos 60%.

Palavras-Chave: Sustentabilidade; Dívida Pública; Portugal

Classificação JEL: E62; H68

Abstract

At the beginning of 2019, the Portuguese public debt is about 121.5% of GDP. This value is one of the highest in the European Union, only surpassed by Greece (181.1%) and Italy (132.2%). With such a large public debt, the issue of the sustainability of the Portuguese public finances becomes a fundamental problem. This Work Project attempts to provide a probabilistic answer, and not just a binary/deterministic answer, to the question of whether the Portuguese public debt is sustainable. To this end, I adapted the approach presented in *A New Index of External Debt Sustainability*, by Olivier Blanchard and Mitali Das (2017). The methodology was divided in 3 parts. First, I provide a deterministic answer to the question, based on forecasts published by national (Finance Ministry and Public Finance Council) and international institutions (International Monetary Fund). Then, I carried out a stochastic analysis of sustainability, using a VAR model. This enabled the computation of the probability of sustainability, assuming a constant primary surplus. Lastly, I computed the probability of reaching the goal of a debt-to-GDP ratio equal to 60%, in 10, 20, 30, 40 and 50 years, in 2029, 2039, 2049, 2059 and 2069, respectively. The results were enlightening. With a primary surplus in the range of 0.86% to 1.0% the Portuguese public debt presents a probability of being sustainable above 60%. Between 2016 and 2018, the XXI Constitutional Government reported an average primary surplus of 1,93%, for which the probability of sustainability is 100%. This surplus represents a clear rupture with the recent past. As regards the 60% target for debt, the required surplus will be higher if the target is to reach that mark by 2039. Only with an average primary balance of 3.5% will the probability reach a value near 60%.

Key-words: Sustainability; Public Debt; Portugal

JEL Codes: E62; H68

Índice

Resumo.....	iii
Abstract	iv
Índice de Figuras	vi
Índice de Tabelas.....	vii
1. Introdução	1
2. Revisão da Literatura	2
2.1. A metodologia da Comissão Europeia.....	3
2.2. A metodologia do Fundo Monetário Internacional.....	5
2.3. Sustentabilidade, Crescimento e Inflação.....	8
3. Metodologia	9
3.1. Condição de Sustentabilidade.....	10
3.2. Análise Determinística.....	11
3.3. Análise Estocástica	14
3.4. O prazo de ajustamento para as metas europeias.....	17
4. Dados.....	19
4.1. Forecasts	19
4.2. Dados Históricos.....	19
5. Resultados	19
5.1. Análise Determinística.....	19
5.1.1. <i>Forecast</i> FMI.....	20
5.1.2. <i>Forecast</i> Ministério das Finanças.....	21
5.1.3. <i>Forecast</i> Conselho de Finanças Públicas	23
5.2. Análise Estocástica	24
5.3. Análise do prazo de ajustamento para as metas europeias.....	28
6. Conclusão.....	30
Bibliografia	31
Apêndice	33

Índice de Figuras

Figura 1. Distribuição das simulações para o lado direito da equação 6.....	14
Figura 2. Evolução de i e de g para Portugal 1991-2018	16
Figura 3. Evolução do fator de desconto para Portugal 1991-2018	16
Figura 4. Distribuição do lado direito da equação 6 (slde), assumindo um sop constante e igual a 0,5%	25
Figura 5. Distribuição do lado direito da equação 6 (slde), assumindo um sop constante e igual a 0,8%	25
Figura 6. Distribuição do lado direito da equação 6 (slde), assumindo um sop constante e igual a 0,9%	26
Figura 7. Distribuição do lado direito da equação 6 (slde), assumindo um sop constante e igual a 1,0%	26
Figura 8. Distribuição do lado direito da equação 6 (slde), assumindo um sop constante e igual a 1,5%	26

Índice de Tabelas

Tabela 1. Critérios de distinção entre países de baixo e de alto risco de insustentabilidade da dívida pública.....	6
Tabela 2. Previsões para a dívida pública (em % do PIB).	12
Tabela 3. Previsões do FMI: Dados e Cálculos.....	20
Tabela 4. Valores previstos para a Dívida Pública (% do PIB).....	20
Tabela 5. Soma da progressão geométrica, sop* e ajustamento.....	21
Tabela 6. Previsões do Ministério das Finanças: Dados e Cálculos.....	21
Tabela 7. Valores previstos para a Dívida Pública (% do PIB).....	22
Tabela 8. Soma da progressão geométrica, sop* e ajustamento.....	22
Tabela 9. Previsões do Conselho de Finanças Públicas: Dados e Cálculos	23
Tabela 10. Valores previstos para a Dívida Pública (% do PIB).....	23
Tabela 11. Soma da progressão geométrica, sop* e ajustamento.....	24
Tabela 12. Critérios de informação para o número de desfasamento do VAR	24
Tabela 13. Probabilidade de Sustentabilidade da Dívida Pública Portuguesa, admitindo um sop constante	27
Tabela 14. Probabilidade da Dívida Pública atingir a meta dos 60% em 10 anos (2029), 20 anos (2039), 30 anos (2049), 40 anos (2059) e 50 anos (2069), admitindo um sop constante	29
Tabela 15. Probabilidade de atingir a meta dos 60%, daqui a 20 anos, em 2039, assumindo um sop constante	30

1. Introdução

O endividamento é um fator chave para o sucesso das economias capitalistas. A possibilidade de os agentes deficitários captarem recursos disponibilizados por agentes excedentários permite uma melhor afetação dos recursos e, em muitos casos, uma melhoria da qualidade de vida da sociedade. Contudo, o novo milénio trouxe consigo um novo problema nos países mais desenvolvidos: o sobre-endividamento. Sendo esta problemática transversal aos vários setores da economia (Estado, Empresas e Famílias) levanta-se uma questão: até que ponto pode uma dívida ser considerada sustentável? A resposta a esta questão não será de todo determinística. Como referem os autores do livro *Crise e Castigo* (Alexandre *et al.*, 2016), a solução deste problema não passará por uma resposta binária (ser ou não ser sustentável), mas sim por uma probabilidade de ser sustentável.

A questão da sustentabilidade das finanças públicas pode ser também analisada do ponto de vista histórico. No livro *Portugal na Bancarrota* (2012), o historiador Jorge Nascimento Rodrigues percorre um período de cinco séculos de história da dívida soberana portuguesa. Entre 1384 e 1422, após a subida ao trono de D. João I, *Mestre de Aviz*, fenómenos de hiperinflação quase levaram o Reino à bancarrota. Seguiram-se problemas financeiros na feitoria da Flandres (uma das principais praças financeiras da época) e, já no século XIX, uma fatura de 40 milhões de francos relativa a dívida contraída pela facção absolutista, encabeçada por D. Miguel I, levantou vários problemas com os credores franceses¹ (apenas 2,5 milhões chegariam a ser liquidados). Seguiu-se o reinado de D. Maria da Glória, filha de D. Pedro IV e sobrinha de D. Miguel, durante o qual por variadas vezes foram suspensos os pagamentos. Já no reinado de D. Luís I a economia viveu anos consecutivos de recessão e a dívida superou os 100% do PIB (segundo uma série do PIB apurada por Nuno Valério (2008)). E por último, segue-se uma reestruturação da dívida soberana que tomaria lugar nos últimos anos da monarquia. Vemos então, que

¹ O empréstimo de 40 milhões de francos (a que acrescia um juro de 5%) foi conseguido junto dos banqueiros parisienses *Outrequin & Jauge*. Pouco tempo depois, os banqueiros conseguiram que os títulos deste empréstimo fossem admitidos para cotação na bolsa de Paris (1833). Com o fim da Guerra Civil e a vitória dos Liberais, o empréstimo não foi reconhecido por estes. Só anos mais tarde seria liquidada uma parte deste empréstimo (2,5 milhões), fruto da pressão dos banqueiros franceses que preparavam um novo empréstimo a Portugal.

os problemas financeiros acompanham o país desde tenra idade. Será um problema de mentalidade? Será este o Fado de Portugal?

Desde que Portugal vive num regime democrático, a persistência de défices orçamentais tornou-se uma constante. Arrisco escrever que hoje em dia serão poucos os portugueses que sabem o que é um “*superavit*” (vulgo excedente orçamental). A adesão de Portugal à Comunidade Europeia e conseqüente assinatura do *Tratado de Maastricht*, que estabeleceu a base para a participação no projeto da moeda única europeia, contemplou a imposição de regras orçamentais bem definidas (um rácio de dívida em relação ao produto inferior a 60% e um défice que não excedesse os 3% do produto). À data em que escrevo o presente trabalho de projeto, a dívida pública apresenta um peso de cerca de 121,5% do PIB. Estando em valores tão elevados, será a dívida pública portuguesa sustentável?

O trabalho de projeto está estruturado de seguinte forma. Apresento primeiro uma revisão da literatura, na qual são revistas duas metodologias para aferir a sustentabilidade da dívida pública – a da Comissão Europeia e a do Fundo Monetário Internacional (FMI) –, bem como questões relacionadas com o crescimento económico e a inflação. Em seguida apresento a metodologia utilizada, resultante de uma adaptação do modelo de análise da sustentabilidade da dívida externa desenvolvido por Blanchard e Das (2017). Seguem-se a descrição da base de dados e a discussão dos resultados, e por fim a conclusão.

2. Revisão da Literatura

A sustentabilidade da política orçamental (e conseqüentemente da dívida pública) não pode ser aferida de uma forma binária (ser ou não ser sustentável), mas sim através de um conceito probabilístico, isto é, consoante a evolução de determinadas variáveis, a probabilidade de sustentabilidade poderá ser maior ou menor (Alexandre, Conraria, & Bação, 2016). Esta ideia é reforçada por Blanchard e Das quando afirmam que “a sustentabilidade da dívida é fundamentalmente um conceito probabilístico. A dívida é raramente sustentável com uma probabilidade igual a um” (Blanchard & Das, 2017, p. 1).

É então necessário esclarecer o conceito de sustentabilidade da dívida. Segundo o Banco Central Europeu (BCE, 2012, p.58) a dívida é sustentável se for possível pagá-la em

qualquer momento (curto, médio e longo prazo), sendo que para tal é necessário “que os governos apresentem solvabilidade e liquidez”².

Num *Occasional Paper* publicado pelo Banco de Portugal (Amador *et al.* 2016) é sugerido que os vários modelos de análise da sustentabilidade da dívida impõem um “claro *trade-off* entre simplicidade e robustez teórica”. Consequentemente, distinguem-se duas vertentes da análise: a convencional e a não convencional. A primeira tem como base a equação dinâmica da dívida, sendo construídos cenários determinísticos relativos à evolução das principais variáveis do modelo. Modelos baseados neste tipo de abordagem apresentam algumas desvantagens, destacando-se o facto de a análise se basear num modelo de equilíbrio parcial, minorando a importância das interações entre as variáveis. Alternativamente, a abordagem não convencional é sustentada em modelos de equilíbrio geral ou na estimação de modelos estocásticos. Estes modelos adotam um cenário central baseado nos comportamentos passados das variáveis (normalmente um cenário mediano), sendo calculados intervalos de confiança (com diversos graus de certeza) para a evolução do rácio da dívida. Naturalmente, os resultados dependem dos dados históricos disponíveis e a metodologia tem um nível de complexidade que dificulta a apresentação e a comunicação dos resultados.

2.1. A metodologia da Comissão Europeia

A Comissão Europeia utiliza a sua própria metodologia no que toca à sustentabilidade da dívida. Em 2012, foi criado o Mecanismo de Estabilidade Europeu (MEE), que tem por objetivo prestar assistência financeira a membros da Área do Euro (Comissão Europeia, 2011). O mecanismo é encarado como uma solução permanente para “a falta de um *backstop* para os países da Zona Euro, que já não têm capacidade de utilizar os mercados”³. Contudo, para que o MEE disponibilize os fundos, será necessária uma análise de sustentabilidade da política orçamental que demonstre que o país apresenta solvabilidade. São requeridos dois tipos de análise: inicialmente, uma análise às necessidades de liquidez no curto prazo; posteriormente, uma análise de médio-longo

² Em BCE (2012, p.58-59) são dadas as definições de solvabilidade e liquidez. “Solvabilidade é um conceito de médio e longo prazo que requer (...) que o valor atualizado dos saldos primários futuros seja pelo menos tão elevado como o valor atual da dívida”. “Liquidez é um conceito de curto prazo referente à capacidade do governo se financiar nos mercados”.

³ Ver <https://www.esm.europa.eu/about-us/history> (retirado em 24/04/2019).

prazo que visa aferir a capacidade de pagamento da dívida. Para cada horizonte temporal são utilizados indicadores diferentes: S0 (curto prazo), S1 e *DSA Tool* (médio prazo) e S2 (longo prazo).

No *Occasional Paper* publicado pelo Banco de Portugal (Amador *et al.*, 2016) é feita uma descrição da metodologia utilizada pela Comissão Europeia. No curto prazo é utilizado um indicador de alerta prévio, S0, “que avalia a existência de riscos de stress orçamental no ano seguinte” (Amador *et al.*, 2016, p.20). Este indicador é comparado com um valor de referência (0,43). Valores superiores a este são reflexo do aumento da vulnerabilidade.

No médio prazo são utilizados os indicadores S1 e *DSA Tool*. O indicador S1 “reflete o ajustamento acumulado necessário no saldo estrutural primário durante 5 anos (...), para atingir um rácio de dívida pública de 60 por cento do PIB até 2030” (Amador *et al.*, 2016, p.23). Os valores de referência para este indicador são 0% (risco médio) e 2,5% (risco elevado). O indicador pode ainda ser decomposto em 3 vertentes. São elas: “o ajustamento necessário dada a posição orçamental inicial, o requisito da dívida e as despesas relacionadas com o envelhecimento” (Amador *et al.*, 2016, p.23). O *DSA Tool* utiliza projeções para um horizonte temporal de 10 anos. As projeções utilizadas correspondem a cenários determinísticos. O cenário base é o de políticas invariantes. Neste cenário o saldo primário estrutural é constante e as restantes variáveis assumem os valores decorrentes dos “pressupostos de convergência de longo prazo estipulados pelo *Economic Policy Committee*” (Amador *et al.*, 2016, p.22). Neste mecanismo, a análise de sensibilidade é elaborada com a introdução de choques no cenário base, através da taxa de juro e da taxa de crescimento do PIB. Adicionalmente, são elaboradas “projeções estocásticas que produzem uma distribuição de trajetórias para a dívida pública” (Amador *et al.*, 2016, p. 22).

Por último, no longo prazo é utilizado o indicador S2, que procura refletir “o ajustamento necessário do saldo primário estrutural para satisfazer a restrição orçamental intertemporal, considerando despesas relacionadas com o envelhecimento da população” (Amador *et al.*, 2016, p. 24). A condição anterior pode ser satisfeita mesmo que o indicador projete valores muito elevados para o rácio da dívida. Neste caso, e apesar de o indicador S2 não apresentar um nível de risco considerável, o facto de se verificar um valor elevado para o rácio da dívida pode tornar o país mais vulnerável a uma hipotética crise.

2.2. A metodologia do Fundo Monetário Internacional

O Fundo Monetário Internacional (2013) publicou um texto que descreve a metodologia utilizada na análise da sustentabilidade da dívida pública – *Debt Sustainability Analysis (DSA)*. Por sustentabilidade entenda-se:

“In general terms, public debt can be regarded as sustainable when the primary balance needed to at least stabilize debt under both the baseline and realistic shock scenarios is economically and politically feasible, such that the level of debt is consistent with an acceptably low rollover risk and with preserving potential growth at a satisfactory level.” (FMI, 2013, p.4)

Antes de avançar para a descrição da metodologia, o FMI faz referência ao facto de ser necessário fazer uma análise cuidada a três aspetos: a distinção entre setor público e administração pública; a utilização do conceito de dívida pública bruta ou líquida na análise; e, por último, a pressão de certas despesas no futuro, como são os casos do sistema de saúde e das pensões. O primeiro aspeto refere-se à cobertura do setor público. O FMI utiliza dois documentos para descrever esta cobertura: o *Government Finance Statistics Manual 2001* (FMI, 2001) e o *Manual on Fiscal Transparency* (FMI, 2007). Os dois documentos sugerem que os dados devem ser compilados tanto para o setor público como para a administração pública. Contudo existem dificuldades relativas à disponibilidade das estatísticas, pois vários países apenas reportam os dados orçamentais ao nível da administração pública ou ao nível do orçamento do governo, sendo que muitas vezes deixam de fora entidades financeiras estatais (como por exemplo, bancos públicos). Neste caso, o FMI recomenda que se adicionem à análise, pelo menos, as empresas públicas de alto risco. Relativamente ao conceito de dívida pública bruta ou líquida na análise, o FMI recomenda que se utilize a dívida bruta. Contudo, o conceito de dívida líquida deve ser utilizado como uma medida complementar, que pode medir fatores que mitiguem os riscos associados a altos níveis de dívida pública. Por exemplo, um país pode deter um grande número de ativos financeiros que podem ser utilizados como forma de pagamento da dívida. Por último, a pressão de certas despesas no futuro, como são os casos do sistema de saúde e das pensões, devem ser refletidas na análise, caso exista informação estatística que o permita. Contudo, o exercício de avaliar o impacto destas despesas no longo prazo não é direto, podendo em muitos casos ser excessivamente moroso. O FMI recomenda então que se procure perceber quando é que estas despesas poderão ocorrer e qual a probabilidade de tal acontecer.

A metodologia utilizada difere consoante a classificação dos países em dois grupos: países de baixo risco e países de alto risco de insustentabilidade das finanças públicas (os quais são referidos como países de “alto escrutínio”). Para que um país seja considerado de alto escrutínio é necessário responder afirmativamente a pelo menos uma das seguintes três questões: 1. A dívida pública, atual ou projetada, excede 50% (economias emergentes) ou 60% do PIB (economias avançadas)?; 2. As necessidades brutas de financiamento público excedem 10% (economias emergentes) ou 15% do PIB (economias avançadas)?; 3. O país procura ou beneficia de acesso excepcional aos recursos do Fundo Monetário Internacional?

As metodologias utilizadas para cada grupo são as seguintes:

Tabela 1. Critérios de distinção entre países de baixo e de alto risco de insustentabilidade da dívida pública.

Países de baixo risco	Países de alto escrutínio
<p>1. Basic DSA</p> <p>a. Cenário Base</p> <p>b. Cenários Alternativos</p> <p>Quando relevante deve ainda conter análises a passivos contingentes e a cenários personalizados.</p>	<p>1. Basic DSA</p> <p>a. Cenário Base</p> <p>b. Cenários Alternativos</p> <p>2. Identificação e análise de riscos:</p> <p>a. Realismo do cenário base</p> <p>b. Vulnerabilidade do perfil da dívida</p> <p>c. Sensibilidade a riscos macro orçamentais</p> <p>d. Passivos contingentes</p> <p>3. Relatório de Risco:</p> <p>a. <i>Heat map</i></p> <p>b. <i>Fan charts</i></p> <p>c. Descrição textual</p>

Notas: Adaptação da tabela presente em FMI (2013, p.6).

O *Basic DSA* assenta a sua análise na construção de um cenário base⁴ e de cenários alternativos. O primeiro deve ter em conta projeções macroeconómicas realistas para as mais diversas variáveis: crescimento real do PIB, inflação (deflator do PIB), stock de dívida pública, entre outras. Os países que têm utilizado os recursos do FMI devem contruir o cenário base em torno dos objetivos do plano de ajustamento delineado pela

⁴ O FMI deixa um alerta relativamente às projeções dos rácios da dívida para o cenário base. Se as projeções indicarem valores muito mais baixos que os valores provenientes dos dois cenários “*standard*”, poderá ser um sinal de que as premissas utilizadas para a construção do cenário base são desadequadas (excessivamente otimistas). Por exemplo, se um país evidenciar, historicamente, uma tendência para apresentar défices primários, um cenário base que esteja assente em vários *superávits* consecutivos pode ser visto como algo irrealista. Por outro lado, o FMI acrescenta que em certos casos o otimismo das projeções pode ser justificado por quebras estruturais favoráveis, que não se refletem em médias históricas.

Instituição. Relativamente aos cenários alternativos existem dois *standards*: o cenário histórico e o cenário de saldos primários constantes. O primeiro utiliza a média histórica do crescimento real do PIB, taxas de juro reais e saldo primário, sendo que as restantes variáveis assumem os valores do cenário base. No segundo caso, o saldo primário assume um valor constante, isto é, o saldo assume o primeiro valor da projeção (ano corrente) para os anos seguintes. As restantes variáveis assumem os valores do cenário base. O FMI incentiva ainda a utilização de outros cenários alternativos.

Os países de alto escrutínio, para além do *Basic DSA*, necessitam de uma análise de riscos dividida nos seguintes elementos: realismo do cenário base, vulnerabilidade do perfil da dívida, sensibilidade a riscos macro orçamentais, e análise de passivos contingentes. O realismo das projeções das variáveis do cenário base é essencial para que seja possível avaliar a sustentabilidade da dívida de uma forma credível. Neste sentido, o FMI disponibiliza uma folha de Excel para que sejam analisados certos aspetos, como por exemplo, o realismo de ajustamentos orçamentais projetados comparativamente com outros países (*cross-country historical experience*) ou uma análise do histórico de anteriores projeções comparadas com projeções para outros países. Relativamente à vulnerabilidade do perfil da dívida é importante fazer uma revisão às características da sua estrutura, através de uma análise aos seguintes aspetos: maturidade, composição (moeda nacional ou estrangeira), e a base de credores⁵. Para que seja feita, a análise requer a comparação dos valores correntes de certos indicadores com respetivos *benchmarks*. A sensibilidade a riscos macro orçamentais procura verificar o efeito sobre a sustentabilidade da dívida de choques no saldo primário, no crescimento, na taxa de juro e na taxa de câmbio. Para isso, o FMI disponibiliza uma folha de Excel que permite analisar choques predeterminados nas variáveis referidas. Por último, a análise aos passivos contingentes é de importância considerável. Estes passivos contingentes podem materializar-se sob a forma de garantias a bancos, governos regionais, empresas públicas ou privadas, bem como de intervenções no sistema financeiro. Neste caso o FMI realça a

⁵ O FMI (p.19) exemplifica estas problemáticas: “Um elevado rácio de dívida de curto prazo (...) pode ser reflexo de incapacidade dos governos captarem dívida de longo prazo, e um elevado número de dívida detido por não-residentes aumenta a vulnerabilidade do refinanciamento e do risco de taxa de juro. Um elevado rácio de dívida denominada em moeda estrangeira aumenta a vulnerabilidade a ajustamentos da taxa de câmbio e pode colocar pressão sobre as reservas em moeda estrangeira. A natureza da base de credores - por exemplo, se ela é diversificada, confiável, cativa, doméstica ou estrangeira - também é importante para o risco de refinanciamento.”

importância que estas rubricas têm sobre o “défice oculto”.⁶ A metodologia utiliza *quantitative triggers* para aferir o risco de insustentabilidade da dívida provocado por crises no sistema bancário. Os *quantitative triggers* são definidos por duas variáveis: o rácio sobre o PIB do crédito acumulado ao sector privado durante os últimos 3 anos; e o rácio empréstimos-depósitos.

Por último, para países de alto escrutínio é também requerida a elaboração de um Relatório de Risco. O relatório deve incluir uma descrição dos riscos para a sustentabilidade da dívida, bem como um *heat map* e dois *fan charts*. O *heat map* tem como objetivo reportar os riscos de uma forma padronizada e transparente. O risco de uma determinada componente (por exemplo, a percentagem de dívida pública denominada em moeda estrangeira) pode ser classificado como alto (colorido a vermelho), moderado (amarelo) ou baixo (verde). Por sua vez, os *fan charts* procuram dar uma ideia probabilística da evolução prevista para o stock de dívida pública no médio prazo (em percentagem do PIB). É apresentada a evolução esperada para o cenário base, bem como outras evoluções que possam ser causadas por choques em variáveis macroeconómicas relevantes (crescimento real do PIB, taxa de juro real efetiva da dívida pública, taxa de câmbio e saldo orçamental primário). O gráfico apresenta uma linha correspondente ao cenário base, bem como as bandas correspondentes aos diferentes percentis dos resultados simulados (10%-25%, 25%-75% e 75%-90%) a partir de uma certa distribuição para os choques macroeconómicos.

2.3. Sustentabilidade, Crescimento e Inflação

A sustentabilidade da dívida pública é uma questão que ultrapassa o conceito meramente financeiro. Segundo Kumar & Woo (2010) existe uma relação inversa entre a dívida pública e o crescimento económico. Segundo estes autores, o aumento de 10 pontos percentuais no valor inicial do rácio da dívida sobre o PIB tem um impacto negativo de 0,2 pontos percentuais no crescimento anual per capita.

A sustentabilidade pode também ser afetada pela inflação. Amador *et al.* (2016, p.44) argumenta que “choques esperados pelos governos [na taxa de inflação] deverão ser neutros do ponto de vista orçamental desde que as decisões de política permitam ajustar

⁶ O FMI (pág.25) define “défice oculto” como “aumentos de dívida pública que não são explicados pelas principais rubricas orçamentais”.

convenientemente os níveis de receita e despesa e que todas as variáveis estejam perfeitamente indexadas à inflação”. Caso as expectativas do governo sejam desadequadas poderá verificar-se um choque negativo sobre o saldo orçamental primário. Este choque deve-se, principalmente, à dificuldade de ajustamento nominal da despesa, resultante, em grande medida, da rigidez implicada pelos “limites aos mecanismos de indexação dos salários e prestações sociais” (Amador *et al.*, 2016, p.45).

3. Metodologia

O modelo utilizado é uma adaptação do modelo desenvolvido em Blanchard & Das (2017). A equação utilizada para a acumulação de dívida externa neste artigo é a seguinte:

$$D_{t+1} = (1 + r_t)D_t - NX_t \quad (1)$$

Na equação 1, D_t é dívida externa líquida no início do período t, NX_t são as exportações líquidas (das importações) no período t, e r_t é a taxa de juro nominal de t para t+1.

A equação foi então adaptada para descrever a evolução do stock de dívida pública:

$$D_{t+1} = D_t + i_t \cdot D_t - SOP_t \quad (2)$$

Na equação 2, D_t é o stock de dívida no início do período t, i_t é a taxa de juro nominal da dívida no período t e SOP_t é o saldo orçamental primário no período t.

Rearranjando a equação e de seguida substituindo recursivamente (ver Apêndice), temos:

$$D_t = \sum_{j=0}^n \frac{SOP_{t+j}}{\prod_{i=0}^j (1 + i_{t+i})} + \frac{D_{t+n+1}}{\prod_{i=0}^n (1 + i_{t+i})} \quad (3)$$

Dividindo pelo PIB, para expressar a equação como função de rácios relativamente ao PIB, obtém-se:

$$d_t = \sum_{j=0}^n \left[sop_{t+j} \cdot \prod_{i=0}^j \frac{(1 + g_{t+i})}{(1 + i_{t+i})} \right] + \sum_{j=0}^n \left[d_{t+n+1} \cdot \prod_{i=0}^n \frac{(1 + g_{t+i})}{(1 + i_{t+i})} \right] \quad (4)$$

Na equação 4, d_t é o rácio da dívida no início do período t , i_t é a taxa de juro da dívida em t , sop_t é o rácio do saldo orçamental primário em t , e g_t é a taxa de crescimento do PIB em t . Note-se que, se substituirmos simultaneamente a taxa de juro nominal e a taxa de crescimento nominal pelos correspondentes valores reais, a equação 4 permanece válida. Na análise empírica usaremos os valores reais, pois são mais estáveis do que os nominais, estabilidade essa que poderá ser associada à noção de valores “naturais” para essas variáveis reais, contrariamente ao que sucederá para as variáveis nominais.

Para evitar “jogos de Ponzi”, impõe-se a condição de transversalidade que determina que o último termo da equação 4 tenda para zero quando n tende para infinito. Logo:

$$d_t = \sum_{j=0}^{\infty} \left[sop_{t+j} \cdot \prod_{i=0}^j \frac{(1 + g_{t+i})}{(1 + i_{t+i})} \right] \quad (5)$$

3.1. Condição de Sustentabilidade

Para que a dívida seja sustentável, o rácio da dívida pública sobre o PIB, em t , terá que ser inferior ou igual ao valor atualizado dos saldos orçamentais primários futuros, ou seja:

$$d_t \leq \sum_{j=0}^{\infty} \left[sop_{t+j} \cdot \prod_{i=0}^j \frac{(1 + g_{t+i})}{(1 + i_{t+i})} \right] \quad (6)$$

Do ponto de vista do período t , os valores futuros de sop , i e g são variáveis aleatórias, pelo que o valor atual dos saldos orçamentais primários futuros também será uma variável aleatória.

Tal como Blanchard & Das, assumamos, por instantes, que os valores são conhecidos (**análise determinística**). A sustentabilidade seria aferida da seguinte forma:

- Se o valor atualizado dos saldos primários futuros for maior ou igual que a dívida, podemos concluir que esta é sustentável.
- Pelo contrário, se o valor atualizado dos saldos primários futuros for menor que o valor da dívida em t , então esta não é sustentável. Neste caso, podemos calcular o saldo orçamental primário mínimo que permitiria satisfazer a condição de

sustentabilidade. A sustentabilidade seria então determinada através da comparação entre o saldo primário corrente, e aquele que satisfaz a condição.

Contudo, como foi dito anteriormente, os valores futuros das variáveis não são conhecidos com certeza, pelo que a análise deve ser feita sobre um ambiente de incerteza – **análise estocástica**.

Antes de analisar a sustentabilidade em ambiente estocástico, Blanchard & Das procuraram dar resposta a alguns problemas metodológicos. Nem todos terão reflexo na presente adaptação do modelo de dívida externa para o da dívida pública. Contudo, é importante rever um dos problemas, o do fator de desconto.

3.2. Análise Determinística

O fator de desconto, $(1 + g_{t+i})/(1 + i_{t+i})$, será o fator que atualizará os saldos orçamentais primários futuros, pelo é importante perceber que valores pode assumir.

Blanchard & Das destacam o facto de o fator de desconto poder representar um problema conceptual e empírico. Primeiramente, um problema de teor conceptual, pois um fator de desconto acima de 1 fará com que a dívida seja automaticamente sustentável. Utilizando os valores da taxa de crescimento real do PIB⁷ e da taxa de juro implícita real da dívida pública⁸ no caso português, de 1991 a 2018, o fator de desconto para Portugal apresentou um valor médio de 0,9855, ou seja, inferior a 1.

Contudo, mesmo resolvendo a questão conceptual, surge o problema empírico. Um fator de desconto próximo de 1 fará com que os valores futuros do saldo orçamental primário apresentem um peso significativo no cálculo do seu valor atualizado. O problema surge então devido ao desconhecimento de tais valores futuros (por norma, as projeções cobrem um período máximo de 5 anos) e pela incerteza que o futuro acarreta (crises ou outros acontecimentos podem alterar repentinamente os valores de certas variáveis).

⁷ A série da taxa de crescimento do PIB real foi retirada do site da AMECO.

⁸ A taxa de juro implícita da dívida pública resultou de cálculos próprios, através da fórmula sugerida pelo Concelho de Finanças Públicas (<https://www.cfp.pt/pt/glossario/taxa-de-juro-implicita>), que corresponde ao quociente entre os juros pagos e a dívida no ano anterior. As séries dos juros e do stock de dívida pública foram retiradas do site da AMECO. A taxa foi ainda convertida em taxa real, utilizando para isso a taxa de crescimento do deflator do PIB.

Para resolver o problema, Blanchard & Das adicionaram a condição de que, numa determinada data futura, a dívida atualizada seria igual ou inferior à dívida inicial. Em termos algébricos impõem a seguinte condição: $d_{t+n+1} = d_t$. No contexto da nossa análise, esta restrição não é útil, pois o ponto de partida para a economia portuguesa é um nível de dívida elevado que se deseja reduzir.

Uma variante é a seguinte. Ao invés de se assumir que o valor da dívida num certo momento futuro será igual ao seu valor corrente, podemos analisar os casos em que os valores da dívida pública no futuro tomarão os valores previstos por certas entidades nacionais e internacionais. No quadro seguinte apresentam-se algumas dessas previsões para a dívida pública portuguesa, o ano a que a previsão diz respeito e a respetiva fonte:

Tabela 2. Previsões para a dívida pública (em % do PIB).

Fonte	Ministério das Finanças	Conselho de Finanças Públicas	FMI
Ano	2024	2024	2024
Dívida Pública (em % do PIB)	99,6	104,1	108

Fontes: Ministério das Finanças (2019), Conselho de Finanças Públicas (2019) e FMI (2018).

Neste caso, o valor da dívida num momento futuro, d_{t+n+1} , assumiria cada um dos valores projetados pelas diferentes fontes: 99,6; 104,1 e 108. Neste contexto, a análise de sustentabilidade passará por saber se a previsão para 2024 é plausível e se esse nível de dívida será ele próprio sustentável.

Para aferir a plausibilidade dos valores da dívida em 2024, será necessário reajustar a equação 2. Esta alteração é necessária devido à natureza dos dados provenientes das previsões: as variáveis presentes na equação 2 são valores monetários, contudo, as previsões apresentam as variáveis sob a forma de rácio relativamente ao PIB. Com efeito, dividindo ambos os membros da equação 2 pelo PIB no período t, podemos escrever a relação em termos de rácios relativamente ao PIB (além das taxas de juro e de crescimento):

$$d_{t+1} = d_t \times \frac{(1 + i_t)}{(1 + g_t)} - sop_t \quad (7)$$

As previsões das várias entidades disponibilizam igualmente previsões de i , g e sop , pelo que será possível calcular os valores futuros de d , e verificar se estes são compatíveis com os valores dessa mesma variável provenientes das previsões.

Como o horizonte temporal da condição de sustentabilidade é infinito, é necessário calcular uma soma finita com um número de termos suficientemente grande para que a aproximação à soma infinita seja boa, ou, por exemplo, supor que as variáveis convergem para um valor constante a partir de certa altura, aplicando-se a fórmula para o cálculo da soma dos termos de uma progressão geométrica a partir desse momento. Na análise determinística usei a segunda opção. Neste caso, a soma da progressão geométrica equivale ao lado direito da condição de sustentabilidade (equação 6), com a razão da progressão igual ao fator de desconto:

$$\sum_{j=0}^{\infty} \left[sop \cdot \prod_{i=0}^j \frac{(1 + g)}{(1 + i)} \right] = sop \frac{f}{1 - f} \quad (8)$$

com o fator de desconto $f = (1 + g)/(1 + i)$. Com os valores provenientes dos forecasts, é possível calcular o fator de desconto em 2023. Neste ponto será necessário fazer uma ressalva. Caso o fator de desconto calculado seja superior a 1, a soma não será convergente. Será necessário substituir o fator de desconto previsto para 2023 por um valor inferior à unidade - neste caso usarei o valor do fator de desconto médio para Portugal, entre 1991 e 2018. Como referi atrás, este fator de desconto histórico apresenta um valor de 0,9855.

Recapitulando, supondo que, a partir de 2024, o saldo orçamental primário (sop) é constante e igual ao valor previsto para 2023 e que o fator de desconto é constante e igual à média histórica, é possível calcular o valor do lado direito da equação 6 através da fórmula dada pela equação 8. Comparando esse valor com o valor da dívida no início de 2024, podemos verificar se o nível de dívida nesse mesmo ano será sustentável.

3.3. Análise Estocástica

Os valores futuros do saldo orçamental primário, da taxa de juro ou da taxa de crescimento do PIB não são conhecidos com certeza, pelo que se assumem como variáveis aleatórias. Neste caso, para analisar a sustentabilidade da dívida pública, será necessário retomar a equação 6. A sustentabilidade será aferida através da comparação entre o valor do stock da dívida em t (lado esquerdo da equação), e o valor dos saldos orçamentais primários atualizados (lado direito da equação). A probabilidade de sustentabilidade será calculada para cada valor (constante) para o saldo orçamental primário futuro, tomando as restantes variáveis valores aleatórios. Os valores aleatórios serão obtidos por simulação, que será repetida 1000 vezes, obtendo-se uma distribuição de valores para o lado direito da equação 6. A Figura 1 exemplifica a metodologia.

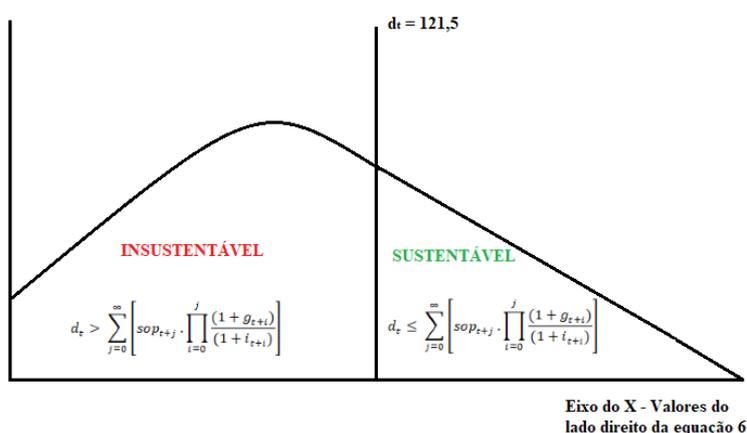


Figura 1. Distribuição das simulações para o lado direito da equação 6

Por exemplo, assumindo um valor constante de 1% para o saldo orçamental, a simulação permitirá construir o histograma anterior, estando representados no eixo do X os valores calculados para o lado direito da equação 6. O valor da dívida em t, por hipótese, 121,5%, é então comparado com estes valores. Uma certa proporção dos valores simulados estará abaixo do valor da dívida, o que significa que os saldos primários futuros serão insuficientes para pagar a dívida. A proporção de casos em que isso acontece corresponde à probabilidade de a dívida ser insustentável (o complemento será a probabilidade de ser sustentável).

Para obter esta distribuição, começa-se por definir um vetor $X = [g, i, \pi, u]'$, em que g corresponde à taxa de crescimento real do PIB, i é a taxa de juro implícita da dívida

pública, π é a inflação (medida pela taxa de crescimento do deflator do PIB), e u representa a taxa de desemprego. As duas últimas variáveis são incluídas devido à possibilidade de influenciarem o saldo orçamental primário. Variações na taxa de desemprego refletem-se tanto no lado das receitas (variações nos impostos) como no lado da despesa (contribuições sociais), e conseqüentemente no saldo orçamental primário. Em relação à inflação, variações não antecipadas desta podem acarretar dificuldades no ajustamento da despesa, provenientes da rigidez nominal dos salários, que podem tornar o ajustamento mais lento comparativamente ao verificado do lado das receitas.

Utilizando o software estatístico *Gretl*, versão 2019b, estimei o seguinte VAR⁹:

$$\begin{bmatrix} X \\ sop \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ sop \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_{sop} \end{bmatrix}_t \quad (9)$$

A matriz de variâncias-covariâncias estimada para os erros será usada para obter vetores aleatórios com distribuição normal e com essa mesma matriz variâncias-covariâncias. Com essas séries de erros simulados, usarei o VAR estimado para calcular valores simulados para as variáveis endógenas. Com esses valores poderei calcular a evolução do fator de desconto e usá-lo para calcular o lado direito da equação 6 em cada simulação.

Para poder realizar as simulações necessárias para obter o histograma da distribuição do lado direito da equação 6, é necessário introduzir algumas hipóteses quanto à evolução de certas variáveis.

Tal como referido anteriormente, um fator de desconto acima de 1 fará com que a dívida seja automaticamente sustentável, bastando que para isso os valores de *sop* sejam positivos. O fator de desconto apenas apresentará valores superiores a 1 se a taxa de crescimento do PIB, g , for superior à taxa de juro, i . Para evitar que o fator de desconto possa assumir valores superiores a 1 durante a simulação, é necessário impor a condição de que a taxa de crescimento do PIB será sempre menor que a taxa de juro, ou seja, $g_t < i_t, \forall t$.

Será esta hipótese realista? A partir da base de dados AMECO é possível obter séries, desde 1977 até 2018, para a taxa de crescimento real do PIB e para a taxa de juro real

⁹ O VAR apresentado inclui, a título de exemplo, um desfaseamento. Contudo, o número de desfaseamentos pode ser diferente consoante os testes realizados.

implícita da dívida. Na Figura 2 podemos ver a evolução das duas variáveis no período 1991-2018.

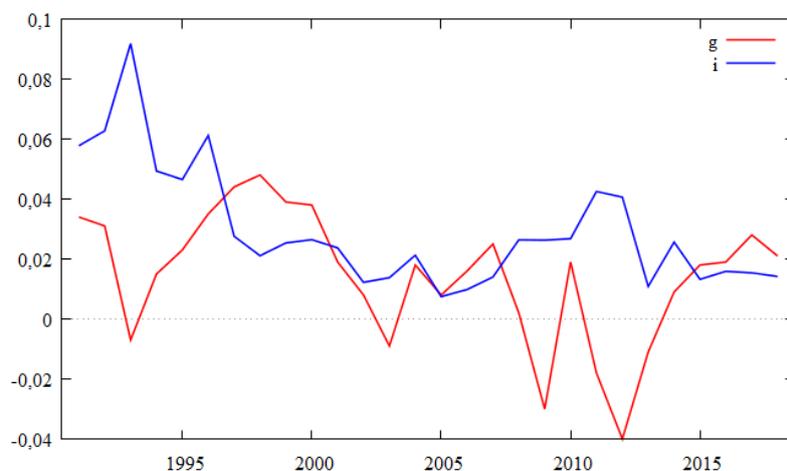


Figura 2. Evolução de i e de g para Portugal 1991-2018

Fonte: AMECO e cálculos próprios.

A Figura 2 mostra que, a hipótese acima considerada não se verificou de uma forma contínua para todo o período de dados disponível. Contudo, a partir de 1991 (possivelmente por se começar a notar alguma estabilização nominal da economia) a taxa de juro foi frequentemente superior à taxa de crescimento, o que significa que o fator de desconto foi frequentemente inferior a 1, como se pode verificar na Figura 3, tendo a média tomado o já referido valor de 0,9855.

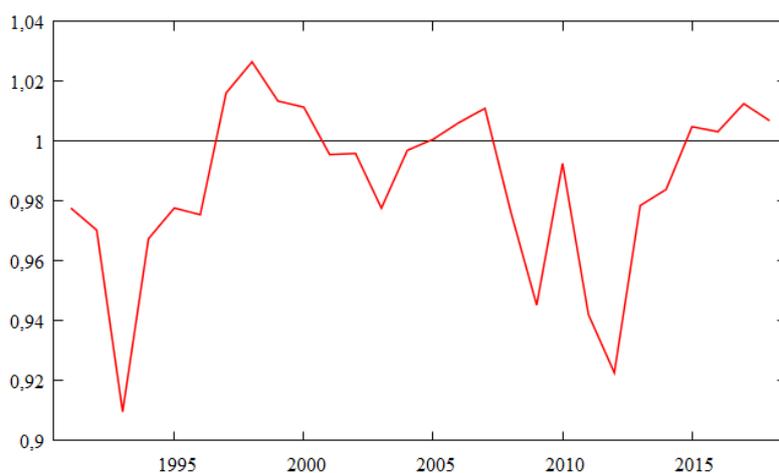


Figura 3. Evolução do fator de desconto para Portugal 1991-2018

Fonte: cálculos próprios.

Assim, irei então assumir que o período 1991-2018 é representativo do que se pode esperar no futuro (admitindo que não voltaremos a ter períodos de inflação tão elevada como nos anos 1970-1980).

Não havendo solução alternativa, e tendo em conta as análises a cima mencionadas, a hipótese $g_t < i_t, \forall t$ será adotada. Isto implica ajustar o modelo VAR. A variável taxa de juro no VAR foi substituída por $i_t^* = \ln(\max[i_t - g_t, x])$, em que x representa o valor mínimo da diferença entre i e g sempre que na amostra se verificou a condição $g_t < i_t$. Desta forma, evitam-se os problemas numéricos que seriam causados ao usar diretamente o logaritmo sobre o valor da diferença entre i e g quando esta diferença fosse negativa ou nula. Em contrapartida, ao calcularmos a taxa de juro simulada como a soma da taxa de crescimento simulada com a exponencial do valor simulado para i_t^* obtemos sempre um valor para a taxa de juro simulada superior ao valor da taxa de crescimento simulada, e portanto um fator de desconto inferior a 1.

3.4. O prazo de ajustamento para as metas europeias

Segundo o Tratado sobre o Funcionamento da União Europeia (TFUE), se um país se encontrar num procedimento por défices excessivos, a comissão europeia ficará encarregue de o monitorizar, e se o procedimento se mostrar persistente, estão previstas multas para o respetivo Estado Membro¹⁰. Vejamos o artigo 126º, nº 1 e 2 do referido tratado:

“2. A Comissão acompanhará a evolução da situação orçamental e do montante da dívida pública nos Estados-Membros, a fim de identificar desvios importantes. Examinará, em especial, o cumprimento da disciplina orçamental com base nos dois critérios seguintes:

a) Se a relação entre o défice orçamental programado ou verificado e o produto interno bruto excede um valor de referência, exceto:

— se essa relação tiver baixado de forma substancial e contínua e tiver atingido um nível que se aproxime do valor de referência,

— ou, em alternativa, se o excesso em relação ao valor de referência for meramente excepcional e temporário e se aquela relação continuar perto do valor de referência;

¹⁰ Em 2016, Portugal e Espanha estiveram na eminência de pagar multas na ordem de 0,01% a 0,05% do PIB, respetivamente. Contudo estas multas foram anuladas, devido ao facto de terem sido aceites as justificações e as garantias dos dois governos de que o défice se manteria a baixo dos 3% do PIB.

b) Se a relação entre a dívida pública e o produto interno bruto excede um valor de referência, exceto se essa relação se encontrar em diminuição significativa e se estiver a aproximar, de forma satisfatória, do valor de referência.”

No mesmo documento, no Protocolo nº12, artigo 1º, é referido que o valor de referência para a dívida pública é de 60% do PIB.

No Regulamento (CE) nº 1467/97 do Conselho Europeu de 7 de Julho de 1997, relativo à aceleração e clarificação da aplicação do procedimento relativo aos défices excessivos, no artigo 2º, nº1-A, considera-se que a dívida pública está a convergir para o valor de referência (60% do PIB) se nos “*três anos anteriores, o diferencial relativamente ao valor de referência tiver tido uma redução média de um vigésimo por ano como padrão de referência, com base nas alterações verificadas durante os últimos três anos para os quais existam dados disponíveis*”.

Será então possível utilizar a metodologia estocástica para calcular a probabilidade de a meta dos 60% ser atingida ao fim de um certo número de anos. Optei por calcular essas probabilidades para horizontes temporais de 10, 20, 30, 40 e 50 anos.

Do ponto de vista estocástico, a metodologia a utilizar é igual à da secção 3.3. O objetivo será calcular a probabilidade de, assumindo um saldo orçamental primário constante, a dívida atingir um valor igual ou inferior a 60%, num prazo igual ou inferior a 10, 20, 30, 40 e 50 anos. Em termos algébricos queremos calcular, respetivamente:

$$Prob (d \leq 60 \cap n \leq 10)$$

$$Prob (d \leq 60 \cap n \leq 20)$$

$$Prob (d \leq 60 \cap n \leq 30)$$

$$Prob (d \leq 60 \cap n \leq 40)$$

$$Prob (d \leq 60 \cap n \leq 50)$$

Ou seja, para um determinado valor constante do saldo orçamental primário, a probabilidade anterior será calculada através da contagem do número de vezes que a condição anterior se verifica nas 1000 simulações realizadas.

4. Dados

Os dados utilizados podem ser divididos em duas categorias: os dados provenientes de previsões de entidades nacionais e internacionais, e os dados históricos, utilizados para estimar o modelo VAR.

4.1. Forecasts

Para que seja possível aferir a sustentabilidade da dívida em ambiente de certeza, foram utilizados dados provenientes de três previsões: FMI (2018), Ministério das Finanças (2019), Conselho de Finanças Públicas (2019), que disponibilizam 5 anos de previsões. Os dados retidos correspondem às quatro variáveis que compõem a condição de sustentabilidade: rácio de dívida pública sobre o PIB (d), taxa de crescimento do PIB real (g), taxa de juro implícita da dívida (i), e saldo orçamental primário sobre o rácio do PIB (sop). Foi ainda retirado o valor da taxa de inflação medida pela taxa de crescimento do deflator do PIB. Desta forma foi possível calcular a taxa de juro real implícita da dívida pública portuguesa.

4.2. Dados Históricos

Para correr o modelo VAR e, conseqüentemente, as simulações necessárias para obter a distribuição do lado direito da equação 6, foram utilizados dados provenientes da AMECO. Foram utilizadas as seguintes variáveis: saldo orçamental primário, taxa de crescimento do PIB real, stock de dívida pública, juros, taxa de desemprego, e deflator do PIB. Com o valor dos juros, do stock de dívida e do deflator do PIB, foi possível calcular a taxa de juro real implícita da dívida pública portuguesa (ver nota de rodapé número 8). Os dados são referentes ao período de 1991 a 2018.

5. Resultados

5.1. Análise Determinística

Como referido anteriormente, na análise determinística procurou-se encontrar dois resultados distintos: primeiramente, saber se a previsão para 2024 é plausível, e seguidamente, se esse nível de dívida será ele próprio sustentável. No primeiro caso utilizou-se a equação número 7, e no segundo caso supôs-se que as variáveis convergem

para um valor constante a partir de certa altura, aplicando-se a fórmula para a soma dos termos de uma progressão geométrica a partir desse momento (equação 8).

5.1.1. Previsões do FMI

Utilizando os valores provenientes de FMI (2018) foram calculadas as seguintes componentes que constam da Tabela 3.

Tabela 3. Previsões do FMI: Dados e Cálculos

	FMI (2018)					
	2019	2020	2021	2022	2023	2024
d	121,5	118,4	115,4	112,7	110,4	108
g real	0,018	0,015	0,012	0,012	0,012	
i real	0,015	0,013	0,012	0,013	0,012	
sop	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	
(1+g)	1,018	1,015	1,012	1,012	1,012	
produtório (1+g)	1,018	1,033	1,046	1,058	1,071	
(1+i)	1,015	1,013	1,012	1,013	1,012	
produtório (1+i)	1,015	1,028	1,040	1,053	1,066	
fator desconto	1,003	1,006	1,005	1,004	1,005	

Começando por analisar se o valor da dívida em 2024 é plausível, utilizou-se a equação 7 para calcular os valor de d para os anos de 2020, 2021, 2022, 2023 e 2024, assumindo que os valores previstos para sop , g e i se verificam. Os resultados estão na Tabela 4.

Tabela 4. Valores previstos para a Dívida Pública (% do PIB)

	2020	2021	2022	2023	2024
Equação 7	118,5	115,6	113,1	110,5	107,9
Previsão do FMI	118,4	115,4	112,7	110,4	108
Diferença (p.p.)	0,1	0,2	0,4	0,1	-0,1

Verificamos que os valores calculados para a dívida futura apresentam uma tendência de convergência para os valores provenientes do FMI. No início do ano de 2024, a diferença atinge apenas -0,1 pontos percentuais, com o FMI a apontar para um valor de 108% para a dívida pública, muito próximo dos 107,9% calculados pela equação 7.

Supôs-se então, que as variáveis convergem para um valor constante a partir de um determinado momento. Neste caso, como o fator de desconto calculado para 2023 é superior a 1 (1,005), foi adotado o valor da média histórica do fator de desconto (0,986). Sendo assim, apenas o valor de sop de 2023 se mantém constante e igual ao valor proveniente do FMI. Aplicando a fórmula para a soma dos termos de uma progressão geométrica a partir desse momento, obtive os resultados que estão na Tabela 5.

Tabela 5. Soma da progressão geométrica, sop* e ajustamento

Soma da progressão geométrica	177,06
Resultado	Sustentável
sop* (%)	1,59
Ajustamento (p.p.)	-1,01

Comparando o valor da soma da progressão geométrica com o valor da dívida no início do ano de 2024, podemos constatar que a dívida pública é sustentável. Foi então calculado o saldo orçamental constante mínimo que satisfaz a condição de sustentabilidade (sop*), assumindo que o valor do fator de desconto histórico se mantém constante no futuro. Face ao valor obtido para sop*, a conclusão é que o governo poderia ajustar o saldo primário em de cerca de -1,01 pontos percentuais por ano, isto é, baixar o saldo primário de 2,6% do PIB para 1,59% (diminuindo a carga fiscal, ou aumentando a despesa pública), e a dívida continuaria a ser sustentável.

5.1.2. Previsões do Ministério das Finanças

Utilizando os valores provenientes do Ministério das Finanças (2019) foram calculadas as componentes que aparecem na Tabela 6.

Tabela 6. Previsões do Ministério das Finanças: Dados e Cálculos

	Ministério das Finanças (2019)					
	2019	2020	2021	2022	2023	2024
d	121,5	118,6	115,2	109	103,7	99,6
g real	0,019	0,019	0,02	0,02	0,021	
i real	0,013	0,012	0,010	0,011	0,012	
sop	3,1	3,3	3,8	3,4	3,4	
(1+g)	1,019	1,019	1,02	1,02	1,021	

produtório (1+g)	1,019	1,038	1,059	1,080	1,103	
(1+i)	1,013	1,012	1,010	1,011	1,012	
produtório (1+i)	1,013	1,025	1,035	1,046	1,058	
fator desconto	1,006	1,013	1,023	1,033	1,042	

Começando por analisar se o valor da dívida em 2024 é plausível, utilizou-se a equação 7 para calcular o valor de d nos anos 2020, 2021, 2022, 2023 e 2024, assumindo que os valores de sop , g e i , provenientes do Ministério das Finanças se verificam. Os resultados estão na Tabela 7.

Tabela 7. Valores previstos para a Dívida Pública (% do PIB)

	2020	2021	2022	2023	2024
Equação 7	117,6	113,5	108,6	104,2	99,9
Previsão do M.F.	118,6	115,2	109	103,7	99,6
Diferença (p.p.)	-1,0	-1,7	-0,4	0,5	0,3

Novamente, verificamos que os valores calculados para a dívida futura apresentam uma tendência de convergência para os valores provenientes do Ministério das Finanças. No início do ano de 2024, a diferença atinge os 0,3 pontos percentuais, com o Ministério das Finanças a apontar para um valor de 99,6% para a dívida pública, muito próximo dos 99,9% calculados pela equação 7. Nos primeiros anos a diferença é mais notória. Possivelmente o Ministério das Finanças estará a contar com acontecimentos (negativos) que afetarão a dívida, mas não o saldo orçamental primário.

A Tabela 8 corresponde à Tabela 5, usando as previsões do Ministério das Finanças, novamente com o fator de desconto dado pela média na amostra.

Tabela 8. Soma da progressão geométrica, sop^* e ajustamento

Soma da progressão geométrica	231,54
Resultado	Sustentável
sop^* (%)	1,46
Ajustamento (p.p.)	-1,94

Com o nível previsto pelo Ministério das Finanças para 2024 e um fator de desconto igual à média histórica, a dívida será sustentável. O saldo orçamental constante mínimo é

ligeiramente mais baixo (1,46%), indicando que o governo poderia baixar em 1,94 pontos percentuais o saldo orçamental em 2024 relativamente a 2023 (3,4%).

5.1.3. Previsões do Conselho de Finanças Públicas

Utilizando os valores provenientes do Conselho de Finanças Públicas (2019) obtive os valores na Tabela 9.

Tabela 9. Previsões do Conselho de Finanças Públicas: Dados e Cálculos

	Conselho de Finanças Públicas (2019)					
	2019	2020	2021	2022	2023	2024
d	121,5	117,9	115,7	110,8	107,4	104,1
g real	0,019	0,019	0,02	0,02	0,021	
i real	0,013	0,013	0,012	0,014	0,014	
sop	3	3,2	3,5	3	2,9	
(1+g)	1,019	1,019	1,02	1,02	1,021	
produtório (1+g)	1,019	1,038	1,059	1,080	1,103	
(1+i)	1,013	1,013	1,012	1,014	1,014	
produtório (1+i)	1,013	1,026	1,038	1,052	1,067	
fator desconto	1,006	1,012	1,020	1,027	1,034	

Utilizando a equação 7 para calcular os valor de d para os anos de 2020, 2021, 2022, 2023 e 2024, assumindo que os valores de sop , g e i , provenientes do Conselho de Finanças Públicas se verificam, temos os resultados apresentados na Tabela 10.

Tabela 10. Valores previstos para a Dívida Pública (% do PIB)

	2020	2021	2022	2023	2024
Equação 7	117,7	113,8	109,4	105,7	102,1
Previsões do C.F.P.	117,9	115,7	110,8	107,4	104,1
Diferença (p.p.)	-0,2	-1,9	-1,4	-1,7	-2,0

Verificamos que os valores calculados para a dívida futura apresentam uma tendência de divergência dos valores provenientes do Conselho de Finanças Públicas. No início do ano de 2024, a diferença atinge os -2,0 pontos percentuais. Parece que o Conselho de Finanças

Públicas está a prever o surgimento de dívida fora do âmbito do Orçamento do Estado a partir de 2021.

Quanto à sustentabilidade do nível de dívida previsto pelo Conselho de Finanças Públicas para o início de 2024, os resultados da análise estão na Tabela 11. Novamente, o fator de desconto é a média na amostra.

Tabela 11. Soma da progressão geométrica, sop* e ajustamento

Soma da progressão geométrica	197,49
Resultado	Sustentável
sop* (%)	1,53
Ajustamento (p.p.)	-1,37

A dívida prevista será sustentável, desde que o saldo primário constante seja no mínimo 1,53% do PIB. Isto permitirá baixar o saldo primário em 1,37 pontos percentuais relativamente ao valor previsto pelo Conselho de Finanças Públicas para 2024.

5.2. Análise Estocástica

A escolha da ordem do modelo VAR fez uso dos critérios de informação calculados pelo *Gretl*. Na Tabela 12 são apresentados os valores obtidos, os quais sugerem a utilização de um VAR de ordem 2.

Tabela 12. Critérios de informação para o número de desfasamento do VAR

Desfasamentos	log. da verosimilhança	p(LR)	AIC	BIC	HQC
1	75,88827		-3,529867	-2,078217	-3,111845
2	117,83021	0,00000	-4,833093*	-2,171735*	-4,066718*

Foi então estimado o modelo VAR e foram guardados os coeficientes das variáveis, bem como a matriz de variâncias-covariâncias dos resíduos. De seguida deu-se início às simulações para poder calcular a parte estocástica da equação 6, ou seja, a simulação do lado direito da equação (doravante *slide*). Foram simuladas 1000 realizações de sequências de 1000 vetores de erros do VAR e para cada valor constante do saldo orçamental

primário. Os valores do saldo orçamental primário variaram de 0,5% até 1,5%, com incrementos de 0,1 pontos percentuais. Para cada uma das 1000 realizações, calculou-se o lado direito da equação 6, que foi comparado com o valor atual da dívida pública ($d_t = 121,5$), para assim se poder aferir a probabilidade de sustentabilidade. A dívida será sustentável sempre que $121,5 < slde$. A proporção de vezes em que tal sucedeu no conjunto das 1000 realizações é a probabilidade de sustentabilidade quando o saldo orçamental primário é igual ao valor usado na simulação. As Figuras 4 a 8 mostram os histogramas obtidos para o lado direito da equação 6 para alguns valores de *sop*. As probabilidades estão na Tabela 13. Em face dos resultados, fiz o mesmo cálculo para valores de *sop* de 0,8% a 1,0% com incrementos de 0,02 pontos percentuais.

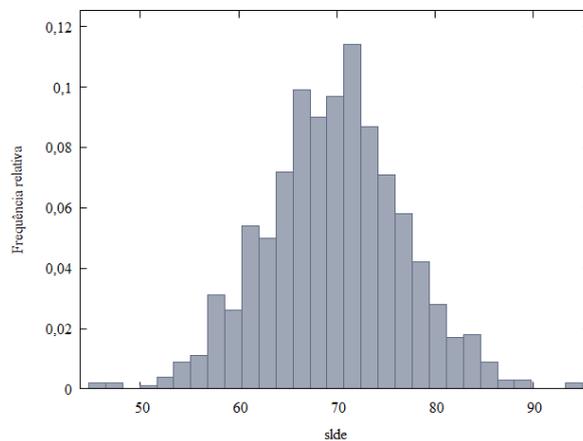


Figura 4. Distribuição do lado direito da equação 6 (slde), assumindo um *sop* constante e igual a 0,5%

Fonte: cálculos próprios.

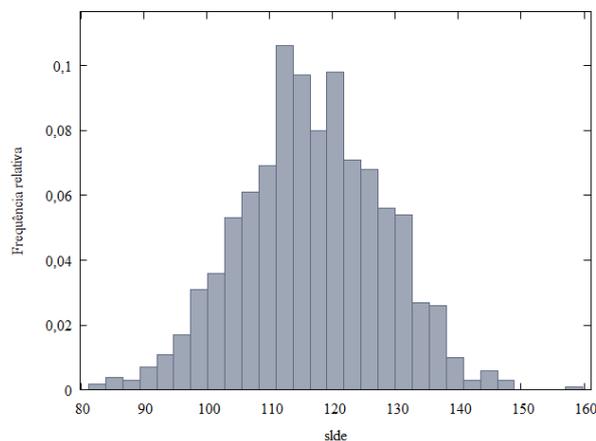


Figura 5. Distribuição do lado direito da equação 6 (slde), assumindo um *sop* constante e igual a 0,8%

Fonte: cálculos próprios.

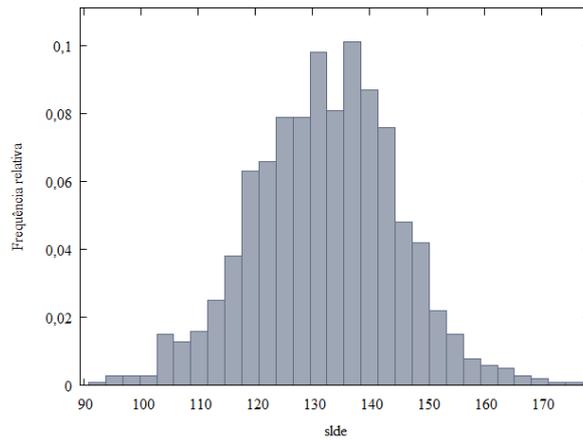


Figura 6. Distribuição do lado direito da equação 6 (slde), assumindo um sop constante e igual a 0,9%

Fonte: cálculos próprios.

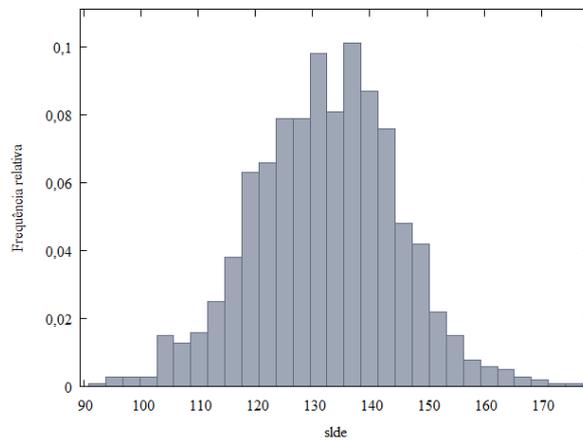


Figura 7. Distribuição do lado direito da equação 6 (slde), assumindo um sop constante e igual a 1,0%

Fonte: cálculos próprios.

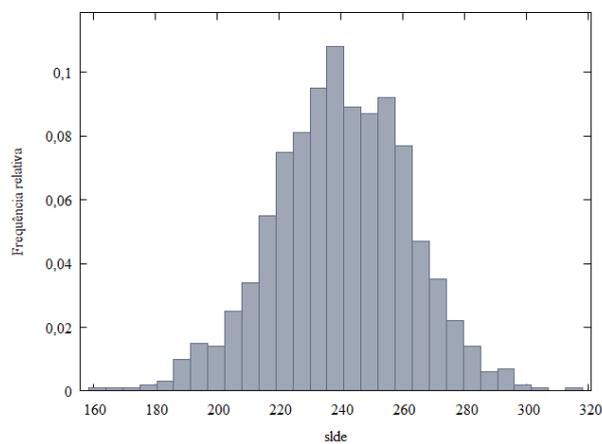


Figura 8. Distribuição do lado direito da equação 6 (slde), assumindo um sop constante e igual a 1,5%

Fonte: cálculos próprios.

Tabela 13. Probabilidade de Sustentabilidade da Dívida Pública Portuguesa, admitindo um sop constante

sop (%)	Nº de vezes que slide > dt = 121,5	prob (sustentável) (%)
0,5	0	0,0
0,6	0	0,0
0,7	17	1,7
0,8	334	33,4
0,82	427	42,7
0,84	529	52,9
0,86	664	66,4
0,88	731	73,1
0,9	800	80,0
0,92	879	87,9
0,94	899	89,9
0,96	934	93,4
0,98	942	94,2
1	955	95,5
1,1	993	99,3
1,2	999	99,9
1,3	1000	100,0
1,4	1000	100,0
1,5	1000	100,0

Analisando a Tabela 13, constata-se que, assumindo saldos orçamentais primários constantes no futuro, no intervalo entre 0,5% e 1,5%, a dívida pública portuguesa apresenta probabilidades de sustentabilidade muito diferentes. Vejamos: com o saldo entre 0,5% e 0,7%, a probabilidade de a dívida ser sustentável está entre os 0% e os 1,7%. Contudo, quando o saldo passa de 0,7% para 0,8%, a probabilidade de sustentabilidade dispara de 1,7% para 33,4%. Verifica-se um salto ainda maior quando o sop passa de 0,8% para 0,9%, com a probabilidade de sustentabilidade a aumentar quase 50 pontos percentuais, de 33,4% para 80,0%. Por fim, quando o saldo está entre 1% e 1,5%, a probabilidade de sustentabilidade das finanças públicas, segundo a equação 6, encontra-se entre 95,5% e 100%. É no intervalo compreendido entre 0,8% e 1% que a probabilidade de sustentabilidade cresce mais e, portanto, é neste intervalo que pequenas variações do

saldo orçamental têm um relevo maior no que diz respeito à sustentabilidade da dívida pública portuguesa.

A este propósito, será útil fazer um cruzamento com os dados históricos do saldo orçamental primário e comparar esses dados com os valores da Tabela 13, pensando na probabilidade de a dívida atual ser sustentável se os comportamentos passados se repetirem no futuro. Tal permite-me constatar alguns factos interessantes. Portugal apresenta um saldo orçamental primário médio (entre 1977 e 2018) de aproximadamente -1%, o que, comparando com os valores da Tabela 13, faria com que a dívida fosse automaticamente insustentável com uma probabilidade de 100%. Desde que Portugal aderiu à União Europeia em 1986, o saldo orçamental primário médio foi de -0,56%, o que faria novamente com que a dívida fosse automaticamente insustentável com uma probabilidade de 100%. Desde a entrada em circulação das notas e moedas de euro em 2002, o saldo orçamental primário médio foi de -1,59%, valor ainda mais negativo que os dois referidos anteriormente. Portugal aplicou o Programa de Ajustamento Económico e Financeiro da Troika entre 2011 e 2014, período em que o saldo orçamental primário médio foi de -1,53%, novamente incompatível (a 100%) com a sustentabilidade da dívida. Por último, analisando os valores para o período de governação do atual governo (XXI Governo Constitucional), de 2016 a 2018, com um saldo orçamental primário médio de 1,93%, a dívida apresentaria uma probabilidade de sustentabilidade de cerca de 100%. É uma melhoria inquestionável face ao histórico.

A título de curiosidade, e seguindo a mesma linha de raciocínio, analisemos o que aconteceria se os valores médios para o saldo orçamental primário previstos pelas entidades referidas anteriormente se assumissem como constantes no futuro. Com os valores médios previstos para os próximos cinco anos (FMI: 2,6%; Ministério das Finanças: 3,4%; Conselho de Finanças Públicas: 3,12%) a prolongarem-se indefinidamente no futuro, a condição de sustentabilidade seria verificada com uma probabilidade de 100%.

5.3. Análise do prazo de ajustamento para as metas europeias

Usando o método estocástico para a análise do prazo de ajustamento para as metas europeias, foram considerados valores para o saldo orçamental primário entre 1,5% e 4,5%, com incrementos de 0,5 pontos percentuais. Como referido, o objetivo será calcular

a probabilidade de a dívida atingir uma meta igual ou inferior aos 60%, num período máximo de 10, 20, 30, 40 e 50 anos (em 2029, 2039, 2049, 2059 e 2069, respetivamente). Os resultados estão na Tabela 14.

Tabela 14. Probabilidade da Dívida Pública atingir a meta dos 60% em 10 anos (2029), 20 anos (2039), 30 anos (2049), 40 anos (2059) e 50 anos (2069), admitindo um sop constante

		Ano				
		2029	2039	2049	2059	2069
sop (%)	1,5	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,2%
	2	0,0%	0,0%	0,0%	42,6%	96,3%
	2,5	0,0%	0,0%	55,7%	99,4%	99,9%
	3	0,0%	0,0%	99,5%	100,0%	100,0%
	3,5	0,0%	69,7%	100,0%	100,0%	100,0%
	4	0,0%	99,4%	100,0%	100,0%	100,0%
	4,5	0,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

As probabilidades de a meta dos 60% ser atingida variam bastante, tanto em função do saldo primário, como em função do horizonte temporal. Até 2069 (50 anos), se o saldo estiver entre 2,0% e 4,5%, a probabilidade estará entre os 96,3 % e os 100 %. Daqui a 40 anos (2059), com um saldo contante entre 2% e 2,5%, a probabilidade dispara de 42,6% para 99,4%, sendo que a probabilidade é de 100% com um saldo superior a 3%. Daqui a 30 anos, em 2049, com um saldo de 2,5%, a probabilidade de atingir a meta europeia é superior a 50%. Podemos ver que atingir a meta dos 60% daqui a 10 anos, em 2029, tem probabilidade nula com um saldo orçamental inferior a 4,5%.

Analisemos agora a meta europeia: tendo em conta os tratados europeus, a dívida pública devia reduzir-se ao ritmo de um vigésimo por ano em direção ao objetivo dos 60%. Sendo assim, se tomarmos 2019 como referência, a dívida deveria atingir este valor daqui a 20 anos, em 2039. Por este motivo, o intervalo de valores para o saldo foi explorado um pouco mais ao pormenor. Analisando a tabela 14, verificamos que com um saldo entre 3,0% e 3,5%, a probabilidade dispara dos 0% para os 69,7%. Sendo assim, foram ainda avaliados os saldos dentro deste intervalo, com incrementos de 0,1 pontos percentuais. Na tabela 15 podemos ver os resultados:

Tabela 15. Probabilidade de atingir a meta dos 60%, daqui a 20 anos, em 2039, assumindo um sop constante

Sop (%)	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	4,0
Probabilidade	0,0%	0,0%	0,1%	9,9%	40,3%	69,7%	99,4%

A probabilidade de atingir a meta europeia aumenta cerca de 30 pontos percentuais quando o saldo passa de 3,3% para 3,4%. Comparemos então estes valores com o valor médio dos saldos primários previstos para os próximos anos. O FMI prevê um saldo médio de 2,6%, a que corresponde uma probabilidade nula de atingir o objetivo. Relativamente às previsões do Ministério das Finanças, com um saldo médio previsto de 3,4%, a probabilidade de atingir a meta europeia em 2039 é de cerca de 40%. Por último, o Conselho de Finanças Públicas prevê um saldo médio de 3,12%, a que equivale uma probabilidade quase nula de atingir o objetivo daqui a 20 anos.

6. Conclusão

O objetivo principal do presente Trabalho de Projeto era dar uma resposta probabilística, e não apenas determinística, à questão da sustentabilidade da dívida pública portuguesa. Para isso foi feita uma adaptação do modelo utilizado por Blanchard & Das (2017) para aferir a sustentabilidade da dívida externa de um país.

O modelo adotado assenta em várias hipóteses, principalmente para o comportamento da taxa de juro e da taxa de crescimento, as quais determinam o comportamento do fator de desconto. Aqui residiu a principal dificuldade na construção no modelo de análise para a sustentabilidade da dívida pública portuguesa. Foi necessário rever dados históricos para Portugal, e centrar a análise no período 1991-2018, para que fosse possível assumir a hipótese de a taxa de juro ser superior à taxa de crescimento, hipótese necessária para que o fator de desconto seja inferior a 1 e o valor atual dos saldos orçamentais primários futuros seja finito.

Segundo a análise estocástica que aqui apresentei, a probabilidade de a dívida pública portuguesa ser sustentável pode aumentar significativamente se o saldo orçamental primário assumir um valor no intervalo entre 0,86% e 1,0%, intervalo no qual a probabilidade de se verificar a condição de sustentabilidade se encontra acima dos 60%.

Nos últimos anos, o valor médio do saldo primário tem sido compatível com uma probabilidade de sustentabilidade de 100%. Tal representa uma rutura muito significativa com o passado.

Seguindo o que foi delineado pelo Pacto de Estabilidade e Crescimento relativamente ao objetivo para o valor da dívida (60%), verificamos que a probabilidade de atingir essa meta daqui a 20 anos, em 2039, apresenta uma taxa de sucesso elevada caso se verifiquem saldos primários entre os 3,4% e os 4%. Neste intervalo a probabilidade é superior a 40%. O valor médio do saldo primário nos últimos anos não é compatível com o cumprimento do objetivo europeu. Contudo, caso as previsões do Ministério das Finanças estejam corretas, com um saldo primário médio de 3,4%, a dívida pública portuguesa terá um claro aumento da probabilidade de atingir os 60% do PIB até 2039.

Bibliografia

- Alexandre, F., Conraria, L. A. & Bação, P. (2016). *Crise e Castigo: Os desequilíbrios e o resgate da economia portuguesa*. Lisboa: Fundação Francisco Manuel dos Santos.
- Amador, J., Braz, C., Campos, M.M., Sazedj, S. & Wemans, L. (2016). *Sustentabilidade da dívida pública: Metodologias e discussões nas instituições europeias*. Occasional Papers 1, Banco de Portugal.
- Banco Central Europeu. (2012). *Analysing government debt sustainability in the euro area*. Monthly Bulletin.
- Blanchard, O., & Das, M. (2017). *A New Index of External Debt Sustainability*. Peterson Institute for International Economics Working Paper, (17-13).
- Comissão Europeia. (2011). *Public finances in EMU*. European Economy 3.
- Conselho de Finanças Públicas (2019). *Finanças Públicas: Situação e Condicionantes 2019-2023*.
- Fundo Monetário Internacional. (2001). *Government finance statistics manual 2001*.
- Fundo Monetário Internacional. (2007). *Manual on Fiscal Transparency*.

- Fundo Monetário Internacional. (2013). *Staff guidance note for Public Debt Sustainability analyses in market – access countries*.
- Fundo Monetário Internacional. (2018). *Portugal Sixth Post-Program monitoring discussions – Press release; Staff Report*.
- Ministério das Finanças. (2019). *Programa de Estabilidade 2019-2023*.
- Rodrigues, J. N. (2012). *Portugal na Bancarrota: Cinco séculos de história da dívida soberana portuguesa*. Vila Nova de Famalicão: Centro Atlântico.
- Kumar, M., & Woo, J. (2010). *Public debt and growth*. International Monetary Fund working papers, 1-47.
- Valério, N. (2008). *Avaliação do Produto Interno Bruto de Portugal*. Universidade de Lisboa - Gabinete de História Económica e Social. Working Paper nº34.

Apêndice

Desenvolvimento do modelo

O ponto de partida é a hipótese de que o stock de dívida pública pode ser representado por:

$$D_{t+1} = D_t + i_t \cdot D_t - SOP_t$$

sendo D_t o stock de dívida no início do período t , i_t a taxa de juro da dívida no período t e SOP_t o saldo orçamental primário no período t . Rearranjando a equação acima temos:

$$\begin{aligned} D_t (1 + i_t) &= D_{t+1} + SOP_t \\ \Leftrightarrow D_t &= \frac{D_{t+1} + SOP_t}{(1 + i_t)} \end{aligned}$$

Substituindo D_{t+1} por $D_{t+1} = \frac{D_{t+2}}{(1+i_{t+1})} + \frac{SOP_{t+1}}{(1+i_{t+1})}$ temos:

$$D_t = \frac{SOP_t}{(1 + i_t)} + \frac{D_{t+2} + SOP_{t+1}}{(1 + i_t)}$$

Continuando a substituir recursivamente, temos:

$$D_t = \sum_{j=0}^n \frac{SOP_{t+j}}{\prod_{i=0}^j (1 + i_{t+i})} + \frac{D_{t+n+1}}{\prod_{i=0}^n (1 + i_{t+i})}$$

A condição de transversalidade impõe que, quando n tende para infinito, o último termo tenda para zero. Logo:

$$D_t = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{SOP_{t+j}}{\prod_{i=0}^j (1 + i_{t+i})}$$

Dividindo ambos os lados pelo PIB, temos:

$$\frac{D_t}{PIB_{t-1}} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{SOP_{t+j} \cdot PIB_{t+j}}{PIB_{t-1} \cdot PIB_{t+j} \cdot \prod_{i=0}^j (1 + i_{t+i})}$$

Sabendo que:

$$\frac{PIB_{t+1}}{PIB_t} = 1 + g_{t+1}$$

podemos reescrever a condição anterior como sendo:

$$d_t = \sum_{j=0}^{\infty} \left[sop_{t+j} \cdot \prod_{i=0}^j \frac{(1 + g_{t+i})}{(1 + i_{t+i})} \right]$$

Nesta equação, d_t é o rácio do stock de dívida em relação ao PIB no início do período t , i_t é a taxa de juro real da dívida em t , sop_t é o rácio do saldo orçamental primário em relação ao PIB em t , e g_t é a taxa de crescimento real do PIB em t .