

João Miguel Ribeiro Ferreira

Projeto e análise computacional da suspensão de um veículo de três rodas

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Mecânica na Especialidade de Projeto Mecânico

Julho de 2013





FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS
E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA



Projeto e análise computacional da suspensão de um veículo de três rodas

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Mecânica na Especialidade de Projeto Mecânico

Autor

João Miguel Ribeiro Ferreira

Orientadora

Professora Doutora Maria Augusta Neto

Co-orientador

Professor Doutor João Paulo Nobre

Júri

Presidente Professora Doutora Ana Paula Amaro
Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra

Vogal Professor Doutor Luís Manuel Coelho
Professor Adjunto do Instituto Politécnico de Leiria

Coimbra, Julho, 2013

**“A cidade avançada não é aquela em que os pobres andam de carro, mas
aquela em que os ricos usam transporte público”**

Enrique Peñalosa, Urbanista

Agradecimentos

Este trabalho representa a concretização de um sonho, que se iniciou sob a orientação do Professor Doutor João Paulo Nobre, a quem deixo o meu reconhecimento. Para o seu desenvolvimento foi fundamental a ajuda e o empenho da Professora Doutora Maria Augusta Neto a quem quero também agradecer.

Não teria conseguido levar este projeto a bom termo sem o constante apoio dos meus pais e namorada.

Agradeço também a todos os que não estão aqui referidos mas que contribuíram de alguma forma para este projeto.

Resumo

O objetivo deste trabalho é o projeto e análise computacional da suspensão de um veículo de três rodas, que se pretende que proporcione o maior conforto possível aos ocupantes sem comprometer a estabilidade e a segurança. Para avaliar o seu desempenho, o veículo e sua suspensão foram modelados no *software* de dinâmica multi-corpo DAP3D e foram feitas análise considerando dois testes típicos em projeto automóvel.

Os resultados foram analisados e comparados com os obtidos por Pedro(2010) no seu estudo de um automóvel (de 4 rodas) do tipo citadino, tendo-se concluído que embora este apresente um conforto e estabilidade satisfatórios, o veículo de 4 rodas apresenta um desempenho relativamente melhor.

Palavras-chave: Veículo de três rodas, Suspensão, Conforto, Estabilidade, Comportamento dinâmico, Dinâmica multi-corpo, DAP3D.

Abstract

The objective of this work is to design and validate computationally the suspension of a three-wheeler vehicle. The suspension is intended to provide maximum comfort to the passengers while not disregarding stability of the vehicle. To evaluate its performance, the vehicle along with the designed suspension was modeled in a multibody dynamics software and subjected to two typical tests in car design.

The results were analyzed and compared to those obtained by Pedro(2010) for a urban car (four-wheeler), showing that while the vehicle comfort and stability were satisfactory, the four-wheeler performed relatively better.

Keywords Three-wheeler vehicle, Suspension, Comfort, Stability, Handling, Multibody dynamic, DAP3D.

Índice

Índice de Figuras.....	vi
Índice de Tabelas	ix
Simbologia.....	x
Siglas	x
1. Introdução	11
1.1. O <i>concept-car</i> trEVo.....	11
1.2. Objetivos do presente trabalho	13
1.3. Descrição dos testes	13
1.3.1. Teste do alce.....	14
1.3.2. Teste das 5 lombas.....	14
1.4. Descrição do veículo de 4 rodas utilizado para comparação	15
2. Projeto da suspensão	17
2.1. Influência da suspensão no conforto do veículo.....	17
2.1.1. Fontes de excitação.....	17
2.1.2. Mola	21
2.1.3. Amortecedor.....	22
2.2. Influência da suspensão no comportamento do veículo.....	24
2.2.1. Sistema de referência de um automóvel	25
2.2.2. Comportamento do pneu.....	25
2.2.3. Distribuição dos momentos de <i>roll</i>	26
2.2.4. Rigidez torsional da suspensão.....	28
2.2.5. Influência do factor de amortecimento - conforto vs. comportamento dinâmico	30
2.3. Desempenho elasto-cinemático da suspensão	31
2.3.1. Centro de rolamento.....	31
2.3.2. Alinhamento das rodas.....	33
2.4. Modelo vibratório do veículo	34
2.4.1. Modelo de $\frac{1}{4}$ de carro	35
2.5. Determinação dos parâmetros dinâmicos da suspensão	36
2.5.1. Aplicação do <i>Quarter-car model</i> ao veículo de 3 rodas em estudo	36
2.5.2. Determinação da frequência natural da suspensão	38
2.5.3. Cálculo da rigidez da mola e constantes de amortecimento	39
2.5.4. Cálculo da barra estabilizadora	40
2.6. Determinação da geometria da suspensão.....	41
3. Formulação em dinâmica de multi-corpos	42
3.1. Introdução à dinâmica de multi-corpos.....	42
3.1.1. Sistema de coordenadas	42
3.1.2. Constrangimentos cinemáticos.....	44

3.1.3. Sistema de direção	48
3.1.4. Definição dos elementos de forças considerados no modelo multi-corpo.....	50
3.2. Software DAP3D	51
3.2.1. Dados de entrada DAP3D	51
3.2.2. Controlo da violação de constrangimentos	57
3.3. Visualização dos resultados.....	58
3.3.1. Modelação do corpo chão	58
4. Apresentação e análise dos resultados.....	60
4.1. Avaliação do conforto do veículo	60
4.1.1. Comparação com um veículo de 4 rodas	64
4.2. Avaliação da estabilidade do veículo.....	66
4.2.1. Comparação com um veículo de 4 rodas	70
5. Conclusões	72
Referências Bibliográficas	73
ANEXO A	74
ANEXO B	82
ANEXO C	93
ANEXO D	96

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Comparação do veículo com um manequim de 1,80 m de altura.	12
Figura 1.2. Diversas vistas do veículo em estudo.	13
Figura 1.3. Dimensões da pista para o teste do alce,	14
Figura 1.4. Modelação no <i>software</i> GID da estrada utilizada no teste das 5 lombas	15
Figura 1.5. Veículos semelhantes ao veículo estudado por Pedro(2010).	15
Figura 1.6. Sistema <i>MacPherson</i> , empregue no eixo frontal (Renault Megane 2007).	16
Figura 1.7. Sistemas empregues no eixo traseiro – (à esq.) Eixo Rígido; (à dir.) Eixo oscilante (<i>Peugeot 308</i>).	16
Figura 2.1. Influência do desequilíbrio da massa de uma roda nas vibrações transmitidas ao veículo (3).	18
Figura 2.2. Perfilómetro de alta velocidade Dynatest 5051 MARKIII.	18
Figura 2.3. Distinção entre o perfil de ondulação e de rugosidade.	19
Figura 2.4. Distribuição de Gauss de um perfil de rugosidade (11).	19
Figura 2.5. (à esq.) Função PSD de uma medição real. (à dir.) Funções PSD aproximadas	20
Figura 2.6. Obtenção dos gráficos da velocidade e aceleração	21
Figura 2.7. Evolução da aceleração com a frequência para	21
Figura 2.8. Evolução da transmissibilidade do movimento com a frequência	23
Figura 2.9. Eixos de referência de um automóvel (1).	25
Figura 2.10. <i>Slip angle</i> e vista frontal de um pneu deformado lateralmente.	26
Figura 2.11. Automóvel a descrever uma curva - diagrama de forças. Adaptado de (2).	26
Figura 2.12. Gráfico da evolução da força lateral com o carregamento vertical num pneu,	27
Figura 2.13. Reação do veículo ao descrever uma curva (6).	27
Figura 2.14. Barra estabilizadora (6).	29
Figura 2.15. Esquema da trajetória do automóvel no teste do alce.	30
Figura 2.16. Evolução do Momento ZZ ao longo do teste do alce (8).	30
Figura 2.17. Representação do teste em que o veículo atravessa 5 lombas. Adaptado de (7).	31
Figura 2.18. Centro de rolamento (RC) de uma suspensão do tipo McPherson (1).	32
Figura 2.19. Influência da distância h_G no ângulo de <i>roll</i> (1).	32

Figura 2.20. Definição dos ângulos <i>camber</i> , <i>caster</i> e <i>toe</i> (8).....	33
Figura 2.21. Juntas elásticas da suspensão traseira de um automóvel desportivo	33
Figura 2.22. Modelo vibratório do veículo de 3 rodas.....	34
Figura 2.23. Modelo do <i>Quarter-car</i>	35
Figura 2.24. Diagrama do processo de determinação	36
Figura 2.25. <i>Quarter-car model</i> do veículo em estudo.....	37
Figura 2.26. Alteração da posição do CG com o número de ocupantes do veículo.	38
Figura 2.27. Altura do Centro de Gravidade do veículo	40
Figura 2.28. <i>Representação da suspensão frontal do veículo</i>	41
Figura 2.29. <i>Representação da suspensão traseira do veículo</i>	41
Figura 3.1. Sistema de coordenadas e posição de um corpo no espaço.	43
Figura 3.2. Sistema multi-corpo genérico.	45
Figura 3.3. Junta esférica.....	45
Figura 3.4. Junta de revolução.....	47
Figura 3.5. Junta cilíndrica.	47
Figura 3.6. Geometria de Ackerman.....	48
Figura 3.7. Mudança do ângulo de direção num determinado intervalo de tempo.	50
Figura 3.8. Elemento mola-amortecedor.....	51
Figura 3.9. Mensagem de violação de constrangimentos	58
Figura 3.10. (à esq.) Triângulo da suspensão; (à dir.) Roda.....	58
Figura 4.1. Modelo do veículo a percorrer 5 lombas no programa DAP3D.	60
Figura 4.2. Gráficos da aceleração vertical do CG, para os diferentes fatores de amortecimento.....	61
Figura 4.3. Roda traseira levantada após ter passado na primeira lomba,	62
Figura 4.4. Valor Pico-a-Pico para os diversos ensaios.	63
Figura 4.5. Valor RMS para os diversos ensaios.....	63
Figura 4.6. Aceleração máxima do veículo de 4 rodas (para os dois eixos traseiros diferentes)	64
Figura 4.7. Gráfico para intervalo de tempo 650-900, para velocidade de 50 km/h, eixo rígido. Pedro(2010).	65
Figura 4.8. Gráfico para intervalo de tempo 650-900, para velocidade de 50 km/h, eixo oscilante. Pedro(2010).	65
Figura 4.9. Gráfico da aceleração vertical, do veículo de 3 rodas.....	65
Figura 4.10. Modelo do veículo a descrever o teste do alce no programa DAP3D.....	66

Figura 4.11. Alteração da posição do CG do veículo ao entrar em contato com o solo,	66
Figura 4.12. Posição, segundo eixo Y, do veículo nos instantes iniciais.	67
Figura 4.13. Momento de <i>Roll</i> , nos instantes iniciais.	67
Figura 4.14. Trajetória do veículo para os 3 fatores de amortecimento.....	68
Figura 4.15. Aceleração lateral a que o veículo é sujeito.....	69
Figura 4.16. Momento em torno de X (Momento de <i>Roll</i>).	69
Figura 4.17. Gráficos do Momento em torno de Z, para os diferentes fatores de amortecimento.....	70
Figura 4.18. Gráfico do momento de <i>Yaw</i> para velocidade de 50 km/h, eixo rígido. Pedro(2010).....	70
Figura 4.19. Gráfico do momento de <i>Yaw</i> para velocidade de 50 km/h, eixo oscilante. Pedro(2010).....	71
Figura 4.20. Gráficos do Momento em torno de Z,	71

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Características da suspensão do veículo estudado por Pedro(2010).	16
Tabela 2: Aceleração do Centro de Gravidade	31
Tabela 3: Variáveis do modelo vibratório.....	34
Tabela 4: Distribuição de massa do veículo em estudo.	37
Tabela 5: Rigidez e comprimento inicial (X_i) da mola.....	38
Tabela 6: Gama de suspensões para moto-4 do fabricante PROGRESSIVE® Suspension.	39
Tabela 7: Valores de rigidez da mola e constantes de amortecimento	39
Tabela 8: Aceleração vertical (segundo Z) do veículo	61
Tabela 9: Designação atribuída às diversas configurações testadas.....	62
Tabela 10: Resultados dos diversos ensaios.....	63
Tabela 11: Valores da aceleração vertical para um veículo de 4 rodas. Pedro(2010).	64

SIMBOLOGIA

- α_t – Ângulo de inclinação da estrada [rad]
 Φ – Power Spectral Density [$m^2/(rad/m)$]
 Ω – Frequência Espacial [rad/m]
 ε – Fator de amortecimento
 ϕ – Ângulo de roll [rad]
 $\Delta\phi$ – Variação do ângulo de roll
 a – Distância do Centro de Gravidade (C.G.) ao eixo frontal do veículo [m]
 b – Distância do Centro de Gravidade (C.G.) ao eixo traseiro do veículo [m]
 C – Coeficiente de amortecimento [Ns/m]
 C_c – Coeficiente de amortecimento crítico [Ns/m]
 F – Força exercida na mola [N]
 F_Y – Força centrífuga [N]
 G – Módulo de elasticidade transversal [Pa]
 h_{CG} – Altura ao solo do CG do veículo [m]
 h_G – Distância entre o Centro de Gravidade e o Centro de Rolamento [m]
 I_p – Momento de inércia polar da área da secção transversal [m^4]
 K – Rigidez da mola [N/m]
 K_ϕ – Rigidez torsional da suspensão [Nm/rad]
 L – Distância lateral entre as molas [m]
 M_C – Momento gerado pela força centrífuga [Nm]
 m_s – Massa suspensa [Kg]
 $m_{frontal}$ – Massa suspensa suportada pelo eixo frontal [Kg]
 $m_{traseira}$ – Idem para o eixo traseiro [Kg]
 W – Ondulação
 w_n – Frequência natural [rad/s]
 X_F – Comprimento final da mola [m]
 X_i – Comprimento inicial da mola [m]

SIGLAS

- CG – Centro de Gravidade
SAE – Society of Automotive Engineers
DOF – Graus de liberdade (*Degrees of freedom*)

1. INTRODUÇÃO

O automóvel trouxe uma liberdade e independência nas deslocções sem precedentes em toda a História. Com as modernas estradas enormes distâncias são vencidas sem dificuldade e grandes quantidades de mercadorias podem ser transportadas facilmente. Atualmente no entanto vivemos um paradigma da mobilidade. A massificação do automóvel trouxe consigo os frequentes congestionamentos de trânsito, problemas de estacionamento, e graves consequências para o ambiente e para a saúde, relacionados com o ruído e as emissões de partículas e gases poluentes. Na Europa cerca de um quarto do tempo das deslocções casa-trabalho é despendido em engarrafamentos. Por isso, hoje em dia, o automóvel não é um meio eficaz de transporte urbano e o crescente aumento do preço dos combustíveis confere ainda uma desvantagem económica à sua utilização. No entanto, apesar de por vezes podermos optar por utilizar transportes públicos, bicicleta ou simplesmente ir a pé, existem situações em que o automóvel é a única alternativa de transporte.

1.1. O *concept-car* trEvo

Observações empíricas permitem concluir que a maioria dos automóveis circula apenas com o condutor ou um passageiro, e que a distância percorrida numa deslocção quotidiana casa-trabalho é de aproximadamente 30-40 km, portanto, a maioria dos automóveis estão sobredimensionados face à sua utilização típica. Assim, um veículo de reduzida massa e dimensões pode ser simultaneamente mais eficiente do ponto de vista energético e diminuir os problemas de mobilidade urbana.

Os automóveis elétricos apresentam-se como uma alternativa mais eficiente e silenciosa aos seus homólogos com motores térmicos, mas o seu elevado preço e reduzida autonomia ainda não os tornam muito vantajosos para consumidores particulares. O autor acredita ser possível desenvolver um veículo elétrico a um preço mais acessível. Esse veículo teria dimensões compactas, seria destinado ao meio urbano e pode ser visto como

um meio-termo entre uma moto e um carro, aliando a agilidade e economia de uma moto com o conforto e segurança de um carro.

Com este trabalho, que se iniciou no semestre passado na disciplina de Projeto de Sistemas Mecânicos do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, da Universidade de Coimbra, pretende-se projetar um veículo que preencha os seguintes requisitos:

- Ser barato – tendo um preço a rondar os 10.000€
- Ser eficiente em termos energéticos,
- Ser compacto - tendo um comprimento inferior a 3,5 m,
- Ter capacidade para transportar 1 ou 2 passageiros e cerca de 15 kg de bagagem.

O veículo, ilustrado nas seguintes figuras, tem atualmente as seguintes características:

- **Número de passageiros:** 2
- **Dimensões:**
 - Comprimento: 3000 [mm]
 - Largura: 1500 [mm]
 - Altura: 1300 [mm]
 - Distância entre eixos: 2309 [mm]
 - Distância entre vias: 1325 [mm]
- **Peso:** 165,242 [kg]

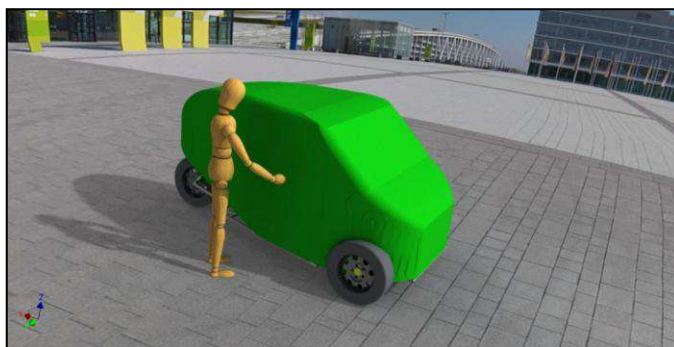


Figura 1.1. Comparação do veículo com um manequim de 1,80 m de altura.



Figura 1.2. Diversas vistas do veículo em estudo.

1.2. Objetivos do presente trabalho

Com este trabalho pretendeu-se projetar uma suspensão para o veículo anteriormente apresentado. Esta deve proporcionar o maior conforto possível aos ocupantes sem comprometer a estabilidade e a segurança. Esta tarefa torna-se difícil sobretudo por se tratar de um veículo de 3 rodas.

Para avaliar o seu desempenho, o veículo e sua suspensão serão modelados num *software* de dinâmica multi-corpo – DAP3D – e serão feitas análises considerando dois testes típicos em projeto automóvel. Os resultados serão analisados e comparados com os obtidos por Pedro(2010) no seu estudo de um automóvel (de 4 rodas) do tipo citadino.

1.3. Descrição dos testes

Neste subcapítulo – adaptado de Pedro(2010) – explicam-se as diferentes características dos dois testes.

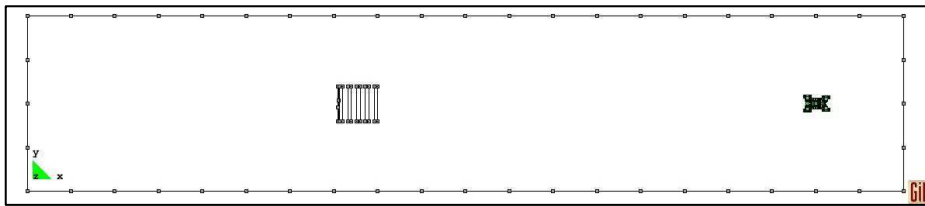


Figura 1.4. Modelação no *software* GID da estrada utilizada no teste das 5 lombas

1.4. Descrição do veículo de 4 rodas utilizado para comparação

Como referido anteriormente, os resultados obtidos para o veículo de 3 rodas serão comparados com os resultados obtidos por Pedro(2010) para um automóvel citadino, semelhante aos que se mostram na Figura 1.5. Esse veículo tem as seguintes características:

- **Número de passageiros:** 4 (2+2)
- **Dimensões:**
 - Comprimento: 2700 [mm]
 - Largura: 1700 [mm]
 - Altura: 1650 [mm]
 - Distância entre eixos: 2135,23 [mm]
 - Distância entre vias: 1592,08 [mm]
- **Peso:** 765,86 [kg]



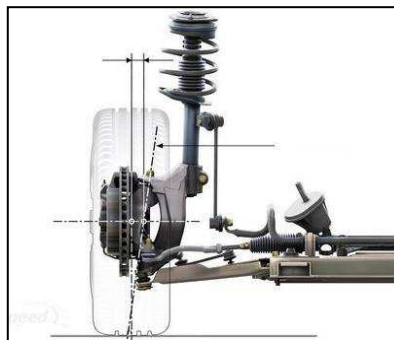
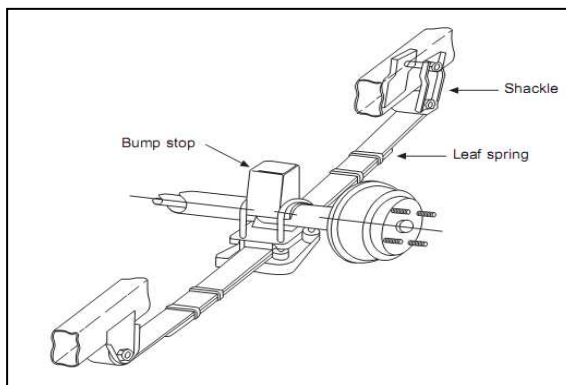
Figura 1.5. Veículos semelhantes ao veículo estudado por Pedro(2010).

As características da sua suspensão estão resumidas na seguinte tabela. Note-se que foram estudadas duas configurações distintas para o eixo traseiro, e considerados três fatores de amortecimento (ϵ).

Tabela 1: Características da suspensão do veículo estudado por Pedro(2010).

Tipo		Eixo dianteiro	Eixo traseiro	
		<i>MacPherson</i>	Eixo rígido	Eixo oscilante
K [N/m]		28170	1878	
ε [Ns/m]	0.2	1018	679	
	0.4	2035	1357	
	0.6	3053	2035	
<i>Anti-Roll Bar</i> [Nm/rad]		1803	---	403

Nas figuras seguintes ilustram-se os sistemas de suspensão referidos na tabela.

**Figura 1.6.** Sistema *MacPherson*, empregue no eixo frontal (Renault Megane 2007).**Figura 1.7.** Sistemas empregues no eixo traseiro – (à esq.) Eixo Rígido; (à dir.) Eixo oscilante (*Peugeot 308*).

2. PROJETO DA SUSPENSÃO

A suspensão é um órgão fundamental num automóvel, pois é responsável pelo conforto dos seus ocupantes e pelo comportamento dinâmico do veículo. O subcapítulo 2.1 aborda a influência da suspensão no conforto dos ocupantes enquanto a influência no comportamento do veículo será abordada no subcapítulo 2.2. Como se irá demonstrar, no projeto de uma suspensão existe sempre um compromisso entre conforto e dinâmica de condução.

Existem diversos tipos de suspensão e cada um deles poderá ter inúmeras configurações de acordo com o tipo e das funções para as quais o veículo será utilizado. Para mais informações sobre os sistemas de suspensão mais comuns consulte o Anexo A. De forma muito resumida, podemos dizer que o projeto de qualquer suspensão implica a determinação de dois tipos de parâmetros:

- Geométricos – que definem o centro de rolamento e o alinhamento das rodas
- Dinâmicos – que são as constantes do sistema de suspensão (mola, amortecedor, barra estabilizadora).

2.1. Influência da suspensão no conforto do veículo

2.1.1. Fontes de excitação

Para entender de que forma a suspensão isola as vibrações a que o veículo é sujeito é necessário identificar quais são as suas fontes. Resumidamente, o sistema de suspensão enfrenta três tipos de fontes de excitação:

1. Rugosidade e irregularidades do pavimento
2. Vibrações do motor
3. Vibrações provocadas pelo desalinhamento das rodas

No que diz respeito às vibrações do motor, como este veículo será propulsionado por um motor elétrico, cujo funcionamento é muito suave, não iremos considerar esta solicitação.

O último tipo de excitação pode, e deve, ser corrigido uma vez que além de afetar o conforto dos ocupantes também prejudica a direção do veículo – ver figura informativa em baixo.

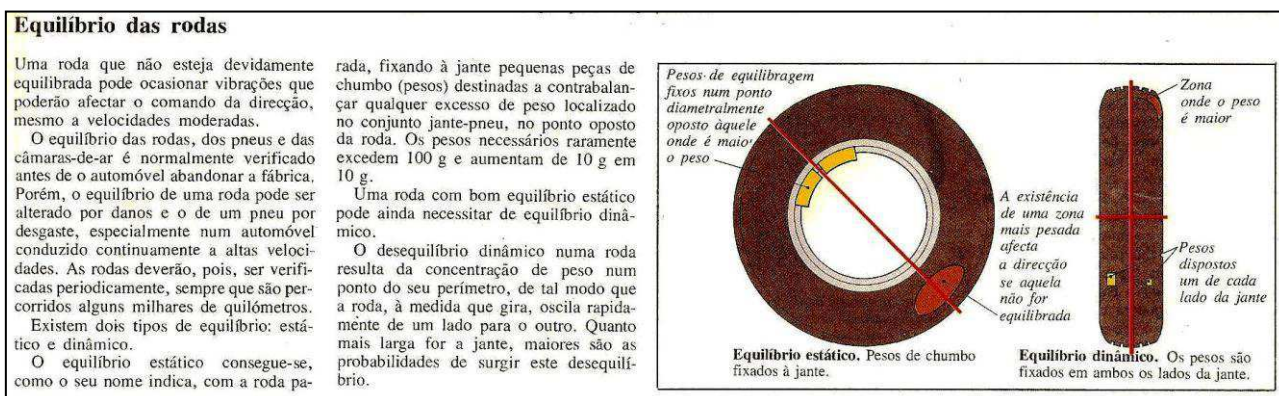


Figura 2.1. Influência do desequilíbrio da massa de uma roda nas vibrações transmitidas ao veículo (3).

2.1.1.1. Rugosidade e irregularidades do pavimento

A rugosidade e irregularidades de um pavimento podem ser determinadas através de perfilómetros de alta velocidade, como o representado na Figura 2.2.



Figura 2.2. Perfilómetro de alta velocidade Dynatest 5051 MARKIII.

Os dados obtidos, representados na Figura 2.3, exibem dois tipos de perfis. As vibrações com comprimentos de onda alongados são chamadas “ondulação” e as de comprimentos curtos “rugosidade”.

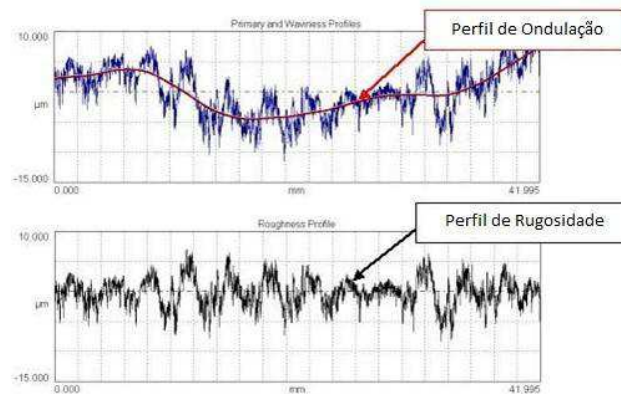


Figura 2.3. Distinção entre o perfil de ondulação e de rugosidade.

Estas medições podem ser analisadas estatisticamente, no domínio da altura das irregularidades, através de uma distribuição de Gauss, como a exemplificada na Figura 2.4, ou no domínio da frequência.

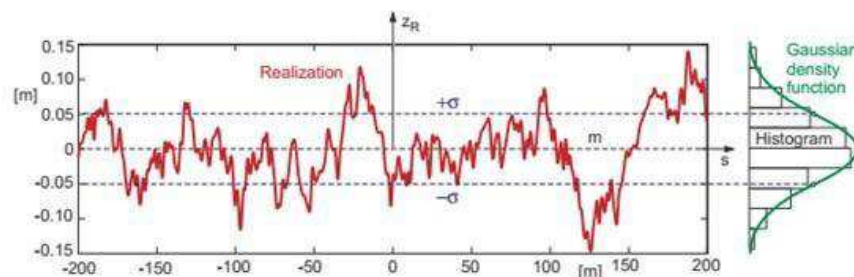


Figura 2.4. Distribuição de Gauss de um perfil de rugosidade (11).

No último caso, o sinal aleatório é decomposto através de uma Transformada de Fourier numa série de funções sinusoidais que variam nas suas relações de amplitude e de fase. A função PSD – *Power Spectral Density* – é uma representação da amplitude do sinal em função da sua frequência espacial (*wave number*).

Os perfis de pavimentos podem ser aproximados por uma função PSD com a forma dada pela seguinte equação:

$$\Phi(\Omega) = \Phi_0 \cdot \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-W} \tag{2.1}$$

- Φ – Power Spectral Density [m²/(rad/m)]
- Ω – Frequência Espacial [rad/m]
- W – Ondulação
- Ω₀ = 1 rad/m

Segundo Rill (2005) , de acordo com a diretiva internacional ISSO 8608 perfis de estradas típicos podem ser agrupados em classes de A a E. Considerando a ondulação $w=2$ cada classe é simplesmente definida pelo seu valor de referência Φ_0 . A Classe A com $\Phi_0 = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/(\text{rad}/\text{m})$ caracteriza autoestradas muito suaves, enquanto que a Classe E com $\Phi_0 = 256 \times 10^{-6} \text{ m}^2/(\text{rad}/\text{m})$ representa estradas muito rugosas.

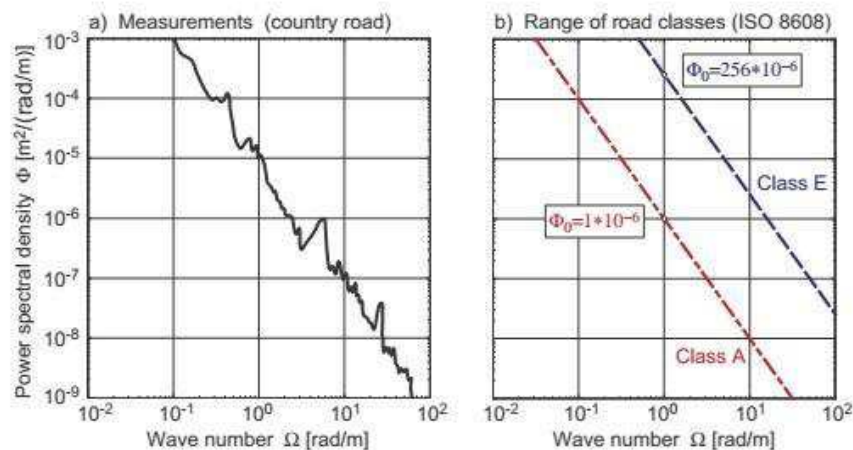


Figura 2.5. (à esq.) Função PSD de uma medição real. (à dir.) Funções PSD aproximadas representativas das classe ISO de rugosidade A e E (11).

Resumidamente, a rugosidade é o desvio em altura visto pelo veículo à medida que se desloca pela estrada. Este desvio provoca um deslocamento vertical nas rodas que induz vibrações no veículo. No entanto, a forma mais comum de caracterizar as vibrações provocadas pela estrada não é através do deslocamento induzido mas da aceleração.

Multiplicando a função PSD por uma dada velocidade consegue-se transformar um perfil de elevação num gráfico de deslocamento em função da frequência, fazendo uma dupla derivação obtemos então a aceleração em função da frequência, as etapas deste processo encontram-se ilustradas na Figura 2.6.

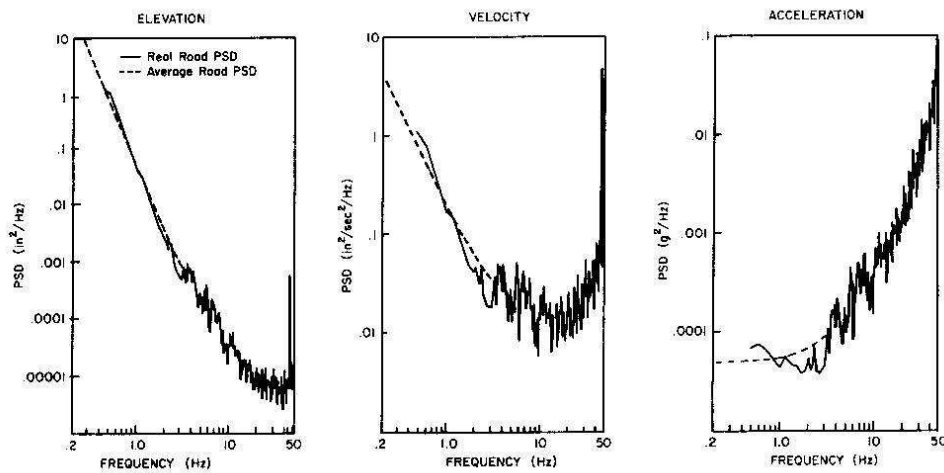


Figura 2.6. Obtenção dos gráficos da velocidade e aceleração a partir da função PSD para a elevação, para a velocidade de 80 km/h (2).

2.1.2. Mola

Como demonstrado anteriormente, a aceleração induzida pela estrada aumenta de forma quadrática com a frequência (ver Figura 2.6) por esse motivo o melhor isolamento das vibrações obtém-se num sistema com frequência natural o mais baixa possível. Na Figura 2.7 está representada a variação do quadrado da aceleração média com a frequência de excitação, para sistemas de suspensão com diferentes frequências naturais.

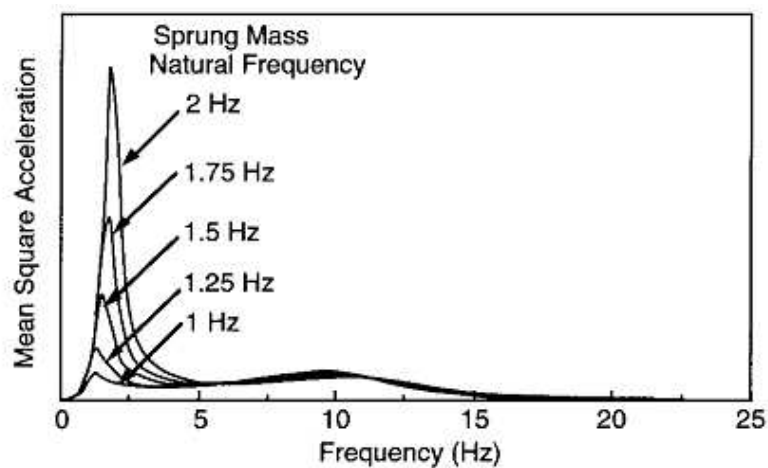


Figura 2.7. Evolução da aceleração com a frequência para sistemas com diferentes frequências naturais (2).

Analisando a Figura 2.7 constata-se que a frequência natural ideal seria de 1 Hz, no entanto, isso implica uma mola com uma rigidez muito baixa, logo muito compressível. Assim, para uma massa relativamente elevada, como é o caso dum automóvel, isso implicaria que a mola tivesse um comprimento inicial (livre) muito grande, que na prática não é viável.

A variação de comprimento da mola pode ser avaliada pela seguinte equação:

$$(X_F - X_i) = \frac{F}{K} \quad (2.2)$$

X_F – Comprimento final [m]

X_i – Comprimento inicial [m]

F – Força exercida na mola [N]

K – Rigidez da mola [N/m]

A rigidez da mola pode ser calculada através da seguinte expressão.

$$K = m_s \cdot \omega_n^2 \quad (2.3)$$

K – Rigidez da mola [N/m]

m_s – Massa suspensa [Kg] – *este conceito será explicado no subcapítulo 2.4*

ω_n – *Frequência natural [rad/s]*

O facto de se utilizar a frequência natural, e não a frequência do sistema amortecido, será explicado no próximo sub-capítulo.

2.1.3. Amortecedor

2.1.3.1. Efeito do amortecimento

A função do amortecedor é dissipar a energia acumulada na mola. Um sistema com um elevado fator de amortecimento ε – na literatura inglesa denomina-se *damping* – tenderá a estabilizar mais rapidamente a resposta, o que é benéfico para o comportamento dinâmico do veículo mas prejudicial para o conforto dos ocupantes, ao reduzirmos este

fator acontece o oposto. Esta relação será discutida mais profundamente na subsecção 2.2.5.

$$\varepsilon = \frac{C}{C_c} \quad (2.4)$$

ε – Fator de amortecimento

C – Coeficiente de amortecimento [Ns/m]

C_c – Coeficiente de amortecimento crítico [Ns/m]

A constante de amortecimento está relacionada com a rigidez da mola e a massa suportada através da seguinte expressão:

$$C = \varepsilon \cdot (2\sqrt{K \cdot m_s}) \quad (2.5)$$

K – Rigidez da mola [N/m]

m_s – Massa suspensa [Kg] – *este conceito será explicado no subcapítulo 2.4*

A relação entre a amplitude do movimento da fundação e o movimento vibratório resultante é frequentemente denominada por transmissibilidade do movimento. A Figura 2.8 mostra a evolução típica da transmissibilidade (*response gain*, em inglês) com a frequência, para diferentes fatores de amortecimento.

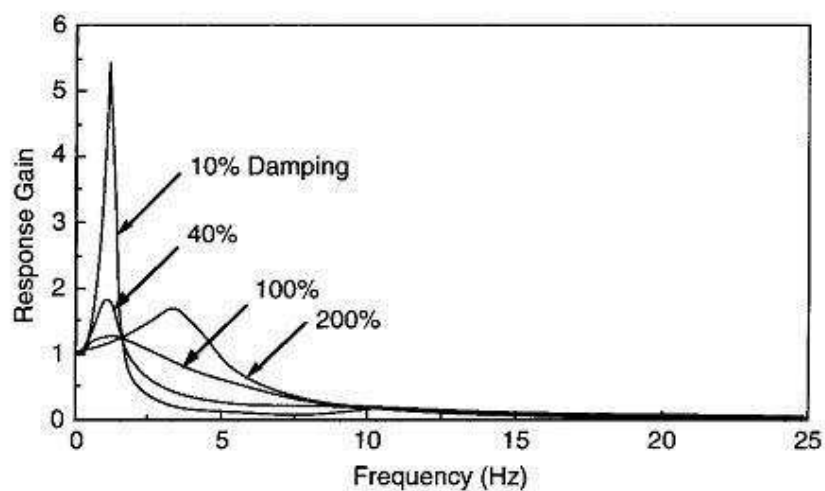


Figura 2.8. Evolução da transmissibilidade do movimento com a frequência para diferentes valores de amortecimento (2).

A curva dos 40% é representativa da maioria dos automóveis. Tipicamente o amortecimento varia entre 20 e 40%. Em automóveis desportivos, onde se privilegia o comportamento dinâmico, a suspensão é mais rígida situando-se o amortecimento à volta dos 60%.

Atendendo a que o fator de amortecimento apresenta valores próximos de zero, a frequência de ressonância do sistema amortecido vai ser aproximadamente igual à sua frequência natural, por esse motivo normalmente utiliza-se este parâmetro para caracterizar o comportamento de um automóvel.

$$w_{ressamort} = w_n \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^2} \quad (2.6)$$
$$\varepsilon \approx 0 \Rightarrow w_{ressamort} \approx w_n$$

$w_{ressamort}$ - Frequência de ressonância do sistema amortecido [rad/s]

w_n - Frequência natural do sistema [rad/s]

2.1.3.2. Comportamento diferente na compressão e extensão

Apesar da análise acima fornecer uma boa ilustração do efeito do amortecimento no conforto, o desempenho de um amortecedor é mais complexo que isso. Uma vez que este também contribui significativamente para o contacto estrada-pneu, deve ter um comportamento diferente durante a compressão e posterior expansão.

O amortecimento durante a compressão contribui para a força transmitida à suspensão, portanto não é desejável ter um amortecimento elevado. Por outro lado, o amortecimento na expansão é desejável para dissipar a energia acumulada na mola. Consequentemente, um amortecedor típico tem uma razão de 3 para 1 entre a expansão e compressão. (Gillespie, Thomas D.)

2.2. Influência da suspensão no comportamento do veículo

O comportamento dinâmico de um automóvel é um tema bastante complexo pelo que não seria possível abordar neste texto toda a sua extensão. No entanto será dada

uma explicação sumária para que se entendam os diversos parâmetros que influenciam a dinâmica de condução dum automóvel e qual a influência da suspensão nestes.

2.2.1. Sistema de referência de um automóvel

A Figura 2.9 ilustra um sistema de eixo tipicamente utilizado na descrição do movimento de um automóvel. Em projeto automóvel as rotações em torno dos eixos têm uma designação própria, as rotações em torno do X, Y e Z são respetivamente designadas por *roll*, *pitch*, e *yaw*.

Como se explicará seguidamente a rotação de *yaw* depende da distribuição entre o eixo frontal e traseiro dos momentos que provocam uma rotação de *roll*.

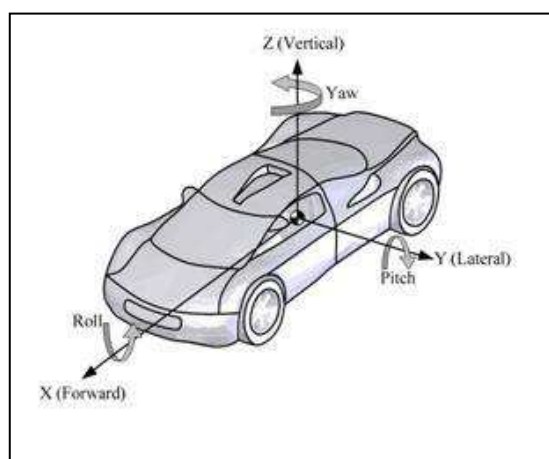


Figura 2.9. Eixos de referência de um automóvel (1).

2.2.2. Comportamento do pneu

Uma vez que é através dos pneus que o veículo contacta com a estrada, estes são duma enorme importância para o seu comportamento dinâmico. Um pneu é uma estrutura extremamente complexa pelo que a seguinte explicação é uma abordagem muito simplificada ao seu comportamento.

Um automóvel consegue descrever uma curva devido às forças laterais aplicadas aos pneus quando o condutor roda o volante. Como o pneu é flexível e elástico a sua trajetória afasta-se ligeiramente da direção para a qual está apontada a roda – o ângulo deste desvio é denominado na literatura inglesa por *slip angle*, (ângulo de escorregamento), ver Figura 2.10. Adaptado de (3).

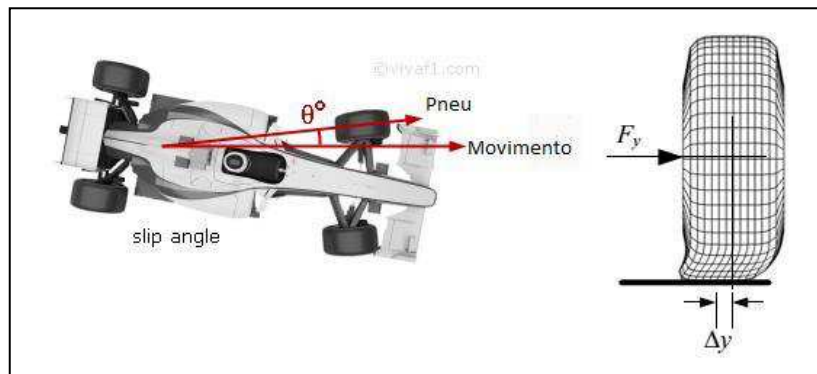


Figura 2.10. Slip angle e vista frontal de um pneu deformado lateralmente.

2.2.3. Distribuição dos momentos de roll

Ao descrever uma curva o automóvel ficará sujeito à força centrífuga (F_y) que gera um momento proporcional à altura ao solo do CG do veículo.

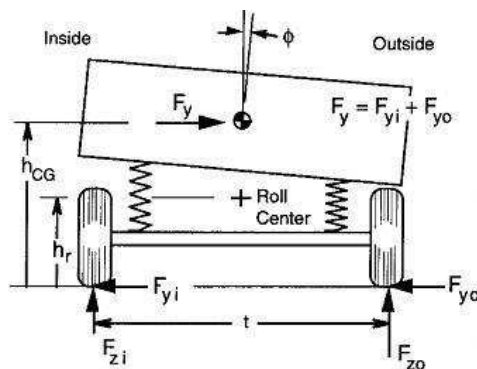


Figura 2.11. Automóvel a descrever uma curva - diagrama de forças. Adaptado de (2).

$$M_C = h_{CG} \cdot F_Y \tag{2.7}$$

M_C – Momento gerado pela força centrífuga [Nm]

h_{CG} – Altura ao solo do CG do veículo [m]

F_Y – Força centrífuga [N]

Esse momento leva a uma diminuição na reação vertical do pneu interior à curva e um aumento proporcional no pneu exterior. No entanto a força lateral desenvolvida pelo pneu não aumenta de forma linear com a força vertical com que é carregado, como se pode ver na Figura 2.12.

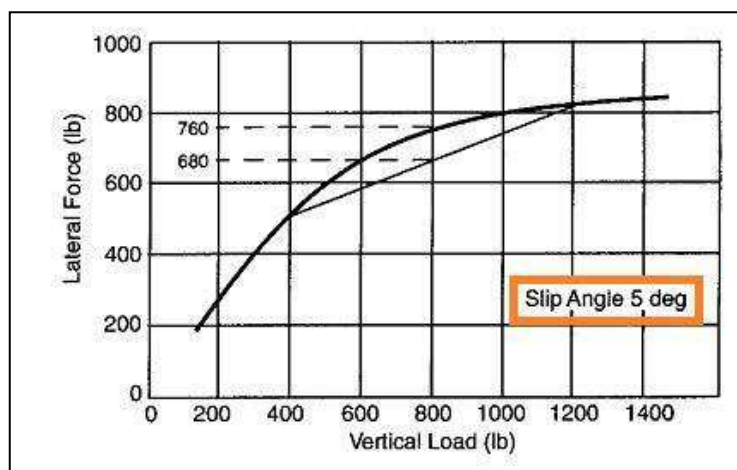


Figura 2.12. Gráfico da evolução da força lateral com o carregamento vertical num pneu, para um *slip angle* de 5 graus (2).

Assim, a baixa velocidade, um pneu carregado com 800 lb consegue produzir 760 lb de força lateral, apresentando um *slip angle* de 5 graus. Ao fazer uma curva a grande velocidade as cargas tipicamente mudam para 400 lb no pneu interior e 1200 no exterior. Deste modo a força média lateral desenvolvida pelos dois pneus será de 680 lb, inferior à produzida por apenas um pneu numa situação de curva a baixa velocidade. Consequentemente, para desenvolver forças laterais superiores, o *slip angle* terá de aumentar o que poderá dar origem à derrapagem do pneu. Se forem os pneus da frente a derrapar o veículo terá tendência a sobvirar (*understeer*, em inglês) se forem o de trás o veículo terá tendência a sobrevirar (*oversteer*). De notar que os veículos de 3 rodas com 2 rodas no eixo frontal têm tendência de *understeer*, enquanto que os que têm uma roda no eixo frontal têm tendência de *oversteer*.

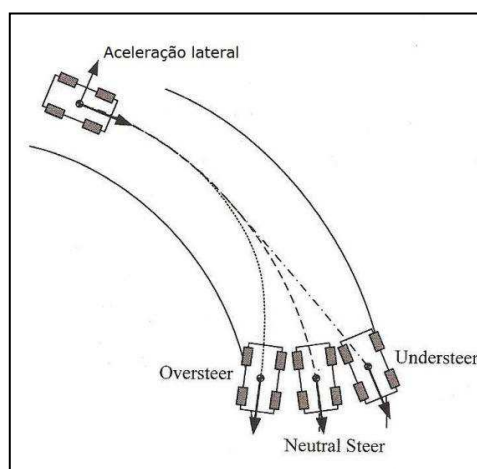


Figura 2.13. Reação do veículo ao descrever uma curva (6).

2.2.4. Rigidez torsional da suspensão

Funcionalmente todas as suspensões são análogas ao modelo com duas molas representado na Figura 2.11. A separação lateral entre as molas leva a que a suspensão apresente uma rigidez torsional, dada pela seguinte equação.

$$K_{\phi} = 2. K. L^2 \quad (2.8)$$

K_{ϕ} – Rigidez torsional da suspensão [Nm/rad]

K – Rigidez da mola [N/m]

L – Distância lateral entre as molas [m]

É possível definir uma taxa de variação do ângulo de *roll* ϕ (ver Figura 2.11) com a aceleração lateral, expressa em g (9,81 m/s²).

$$RR = \frac{\Delta\phi}{g} \quad (2.9)$$

$\Delta\phi$ – Variação do ângulo de *roll*

De acordo com Gillespie(1992), tipicamente esta taxa deve variar entre 3 a 7 graus/g. Todos estes conceitos podem ser relacionados pela seguinte expressão.

$$K_{\phi} = \frac{M_C}{\phi} \quad (2.10)$$

K_{ϕ} – Rigidez torsional da suspensão [Nm/rad]

M_C – Momento gerado pela força centrífuga [Nm]

ϕ – Ângulo de *roll* [rad]

De notar que, por uma questão de simplicidade, a expressão anterior não tem em conta o momento gerado pelas forças laterais desenvolvidas nos pneus, para isso teríamos que ter em conta a posição do centro de rolamento (*roll center*) – ver subcapítulo 2.3.1. No entanto, torna-se evidente que aumentando a rigidez torsional diminuimos a variação do ângulo de *roll* o que confere uma maior estabilidade de *roll* ao veículo.

2.2.4.1. Barra estabilizadora (*Anti-roll bar*)

Para aumentar a rigidez torsional poder-se-ia aumentar a rigidez das molas mas isso prejudicaria o conforto do veículo. Assim, é prática comum acrescentar uma barra de torção, denominada na gíria automóvel por barra estabilizadora (*anti-roll bar*, em inglês). Isto tem a vantagem de aumentar a rigidez torsional do eixo na qual é aplicada sem comprometer o conforto do veículo, uma vez que a barra apenas é solicitada se houver um carregamento diferente na roda da esquerda e da direita, como acontece quando este descreve uma curva. Na Figura 2.14 está representada a configuração típica duma barra estabilizadora.

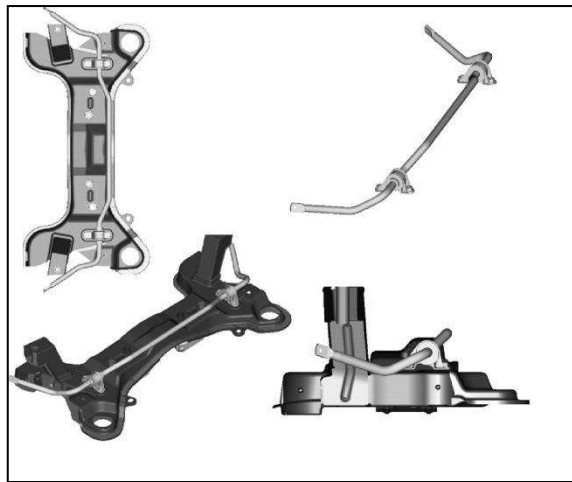


Figura 2.14. Barra estabilizadora (6).

A rigidez torsional da barra estabilizadora pode ser calculada facilmente reescrevendo a equação 2.10 na forma apresentada abaixo.

$$K_{\phi} = \frac{M_C}{\phi} = \frac{G \cdot I_p}{L} = \frac{G \cdot \pi \cdot D^4}{32 \cdot L} \quad (2.11)$$

L – Comprimento [m]

D – Diâmetro [m]

I_p – Momento de inércia polar da área da secção transversal [m⁴]

G – Módulo de elasticidade transversal [Pa]

2.2.5. Influência do factor de amortecimento - conforto vs. comportamento dinâmico

Como referido anteriormente, suspensões com fatores de amortecimento mais elevados transmitem uma maior aceleração ao chassis, o que é prejudicial para o conforto dos ocupantes, mas estabilizam a resposta mais depressa o que é benéfico para o comportamento dinâmico do veículo.

Considere-se a manobra efetuada no teste do alce ilustrada na Figura 2.15. Neste teste um veículo com um fator de amortecimento mais baixo terá pior desempenho, porque ao entrar na contra-curva a suspensão ainda estará a estabilizar quando é novamente solicitada o que provoca uma maior instabilidade.

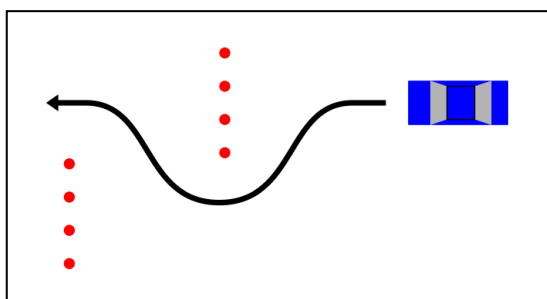


Figura 2.15. Esquema da trajetória do automóvel no teste do alce.

A Figura 2.16 mostra a evolução do momento em torno do eixo ZZ (que aponta para cima na direção perpendicular à estrada) para um veículo de 4 rodas a efetuar o teste do alce a 50 km/h.

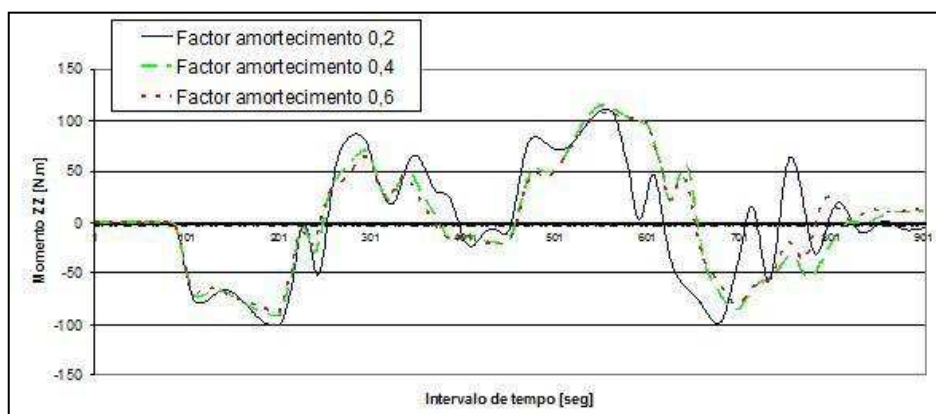


Figura 2.16. Evolução do Momento ZZ ao longo do teste do alce (8).

O veículo com fator de amortecimento mais elevado é o que apresenta um Momento inferior, sendo, por isso, o que tem melhor desempenho. Por outro lado, os

resultados obtidos para um teste em que o mesmo veículo percorre uma estrada com 5 lombas, mostram que quando se diminui o fator de amortecimento também diminui a aceleração sentida pelo centro de gravidade do veículo o que se traduz num maior conforto para os seus ocupantes.

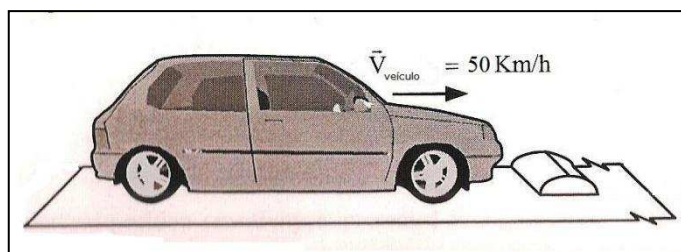


Figura 2.17. Representação do teste em que o veículo atravessa 5 lombas. Adaptado de (7).

Tabela 2: Aceleração do Centro de Gravidade para diferentes fatores de amortecimento (8).

Velocidade do veículo	50 km/h		
Factor de amortecimento	0,2	0,4	0,6
Maior aceleração [m/seg ²]	7,69	12,95	16,34

Assim vê-se como na escolha do amortecimento existe um compromisso entre o conforto e o comportamento dinâmico do automóvel.

2.3. Desempenho elasto-cinemático da suspensão

A geometria da suspensão e as características das suas juntas elásticas desempenham um papel igualmente importante no seu desempenho.

2.3.1. Centro de rolamento

A geometria da suspensão determina o seu centro de rolamento (RC) – ver Figura 2.18. O centro de rolamento, de acordo com a definição da SAE, é o ponto situado num plano de simetria perpendicular ao chão, no qual a aplicação de uma força lateral não provoca nenhum movimento de *roll*.

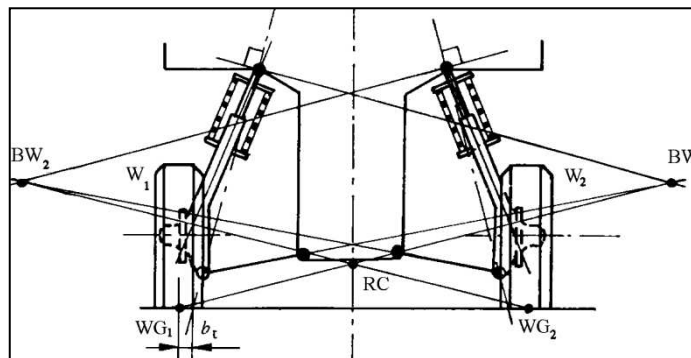


Figura 2.18. Centro de rolamento (RC) de uma suspensão do tipo McPherson (1).

A posição deste ponto influencia o ângulo de *roll*, como demonstra a seguinte equação.

$$\phi = \alpha_t \frac{K_\phi}{K_\phi - m_s h_G} \tag{2.12}$$

ϕ – Ângulo de *roll* [rad]

α_t – Ângulo de inclinação da estrada [rad]

K_ϕ – Rigidez torsional da suspensão [Nm/rad]

m_s – Massa suspensa [Kg] – este conceito será explicado no subcapítulo 2.4

h_G – Distância entre o Centro de Gravidade e o Centro de Rolamento [m]

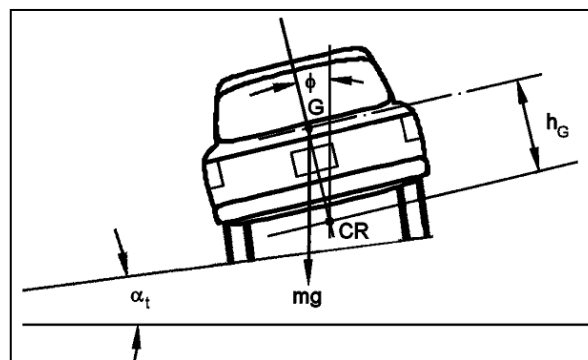


Figura 2.19. Influência da distância h_G no ângulo de *roll* (1).

Por análise da equação anterior, conclui-se que o centro de rolamento deve estar o mais próximo possível do centro de gravidade.

2.3.2. Alinhamento das rodas

As rodas podem ser orientadas de acordo com três ângulos diferentes:

- *Toe*
- *Camber*
- *Caster*

A sua definição geométrica é apresentada na Figura 2.20. Em geral não é desejável que estes ângulos variem com o curso da suspensão, isto é, quando a suspensão é comprimida (ou estendida) não é desejável que a orientação das rodas se altere. Para mais informações sobre a influência da orientação das rodas consulte o Anexo B.

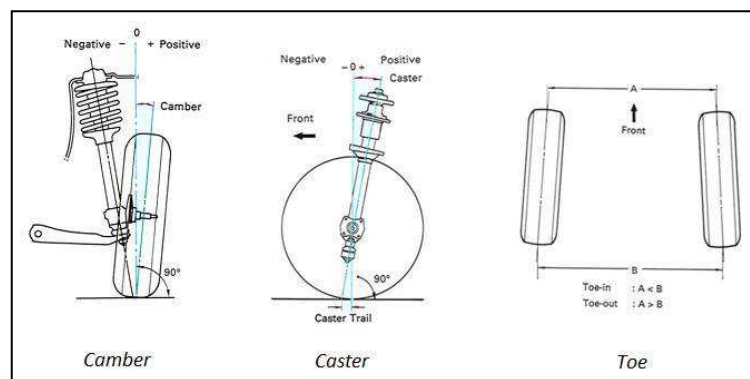


Figura 2.20. Definição dos ângulos *camber*, *caster* e *toe* (8).

Outro aspeto importante são as juntas elásticas (*bushings*, em inglês), que se encontram destacadas na Figura 2.21, que devem ser selecionadas de forma adequada a cada suspensão, pois têm influência no seu desempenho elasto-cinemático.



Figura 2.21. Juntas elásticas da suspensão traseira de um automóvel desportivo da marca *Caterham*.

2.4. Modelo vibratório do veículo

Para se determinar as constantes da mola e do amortecedor, e analisar de que modo o deslocamento induzido pela estrada afeta o veículo necessitamos de construir um modelo vibratório deste. Na Figura 2.22 é apresentado o modelo vibratório massa-mola representativo de um veículo de 3 rodas com 2 rodas no eixo frontal, análogo ao estudado neste trabalho.

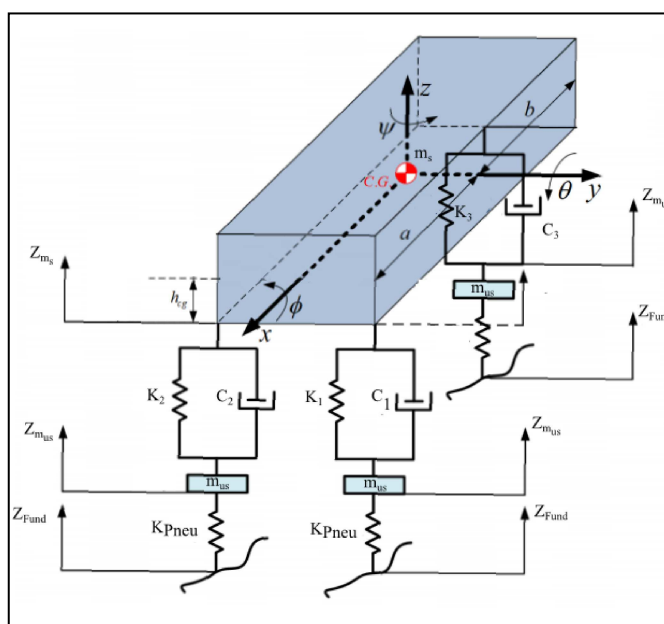


Figura 2.22. Modelo vibratório do veículo de 3 rodas.

As variáveis do modelo são definidas na Tabela 3.

Tabela 3: Variáveis do modelo vibratório.

Z_{Fund}	Deslocamento Vertical da Fundação (estrada) [m]
Z_{m_s}	Deslocamento Vertical da Massa Suspensa [m]
$Z_{m_{us}}$	Deslocamento Vertical da Massa Não Suspensa [m]
m_s	Massa Suspensa [kg] é o conjunto de todas as massas do veículo que são suportadas pelo sistema de suspensão
m_{us}	Massa Não Suspensa [kg] os pneus e suas jantes e o sistema de suspensão são considerados massas não suspensas.

K_{pneu}	Constante de mola do pneu [N/m] devido ao seu comportamento aproximadamente elástico, o pneu pode ser representado de forma simplificada como uma mola
$K_1 ; K_2 ; K_3$	Constantes das molas do sistema de suspensão [N/m]
$C_1 ; C_2 ; C_3$	Constantes dos amortecedores do sistema de suspensão [Ns/m]
I_{pitch}	Inércia da Massa Suspensa em relação ao Eixo y [Kg.m ²]
I_{roll}	Inércia da Massa Suspensa em relação ao Eixo x [Kg.m ²]
a	Distância do Centro de Gravidade (C.G.) ao eixo frontal do veículo [m]
b	Distância do Centro de Gravidade (C.G.) ao eixo traseiro do veículo [m]

2.4.1. Modelo de ¼ de carro

O modelo apresentado anteriormente é o mais completo possível, no entanto, como possui vários graus de liberdade, a determinação analítica das constantes da mola e do amortecedor do sistema de suspensão é bastante complexa. Por isso vou considerar um modelo mais simples, conhecido na literatura inglesa como *Quarter-Car Model*, em Português, Modelo de ¼ de carro.

Num automóvel existe simetria em relação ao eixo X e Y, por isso este modelo considera apenas ¼ da massa do veículo e despreza as inércias (I_{pitch} , I_{roll}), como se ilustra esquematicamente na Figura 2.23.

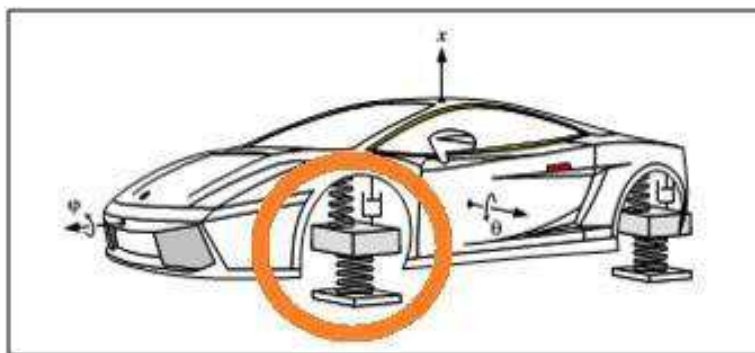


Figura 2.23. Modelo do *Quarter-car*.

Este modelo tem a vantagem de permitir a determinação dos parâmetros dinâmicos da suspensão (constantes da mola e do amortecedor) de forma fácil. No entanto, é importante salientar que, como abordado anteriormente, o comportamento real do veículo envolve movimentos de rotação em torno dos eixos de referência que não conseguimos avaliar com este modelo.

2.5. Determinação dos parâmetros dinâmicos da suspensão

Os parâmetros dinâmicos da suspensão serão calculados através das equações anteriormente deduzidas, seguindo o processo de resolução explicado na Figura 2.24.

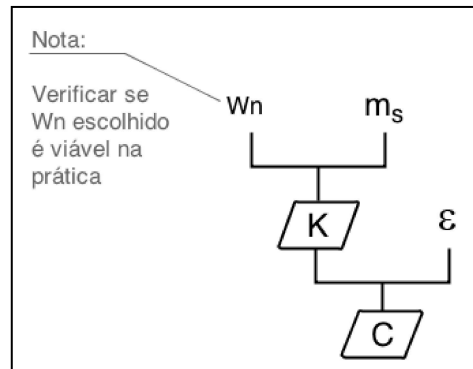


Figura 2.24. Diagrama do processo de determinação dos parâmetros dinâmicos.

2.5.1. Aplicação do *Quarter-car model* ao veículo de 3 rodas em estudo

O facto do veículo em estudo ter 3 rodas, leva a que não seja simétrico em relação ao eixo Y, o que implica que se tenham de considerar o eixo frontal e traseiro em separado, quando se considera o *Quarter-car model*. A quantidade de massa suspensa suportada por cada eixo é dada pelas seguintes fórmulas:

$$m_{frontal} = m_s \cdot \frac{b}{(a + b)} \quad (2.13)$$

$$m_{traseira} = m_s \cdot \frac{a}{(a + b)}$$

$m_{frontal}$ – Massa suspensa suportada pelo eixo frontal [Kg]

$m_{traseira}$ – *Idem* para o eixo traseiro [Kg]

a - Distância do Centro de Gravidade (C.G.) ao eixo frontal do veículo [m] (2.14)

b - Distância do Centro de Gravidade (C.G.) ao eixo traseiro do veículo [m]

A Tabela 4 apresenta a distribuição de massa do veículo em estudo.

Tabela 4: Distribuição de massa do veículo em estudo.

a [mm]	707
b [mm]	1602

Massa Suspensa (Kg)	Massa Frontal (kg)	Massa Traseira (kg)
240.242	166.72	73.52

Para simplificar, vou desprezar a massa não-suspensa (m_{us}) e o efeito de mola provocado pelo pneu (K_{pneu}). No eixo frontal as molas e amortecedores estão em paralelo, por isso:

$$\begin{cases} K_1 = K_2 \\ C_1 = C_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_{eq} = 2 \cdot K_1 \\ C_{eq} = 2 \cdot C_1 \end{cases} \quad (2.15)$$

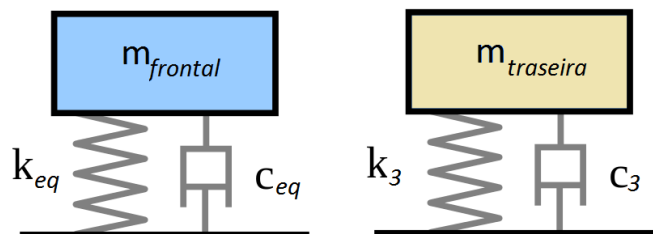


Figura 2.25. Quarter-car model do veículo em estudo

Neste estudo optou-se por incluir o peso do condutor na massa suspensa. Note-se que, uma vez que o veículo é bastante leve, o peso dos seus ocupantes influencia a posição do CG, o que, naturalmente, afeta a distribuição de massa do veículo.

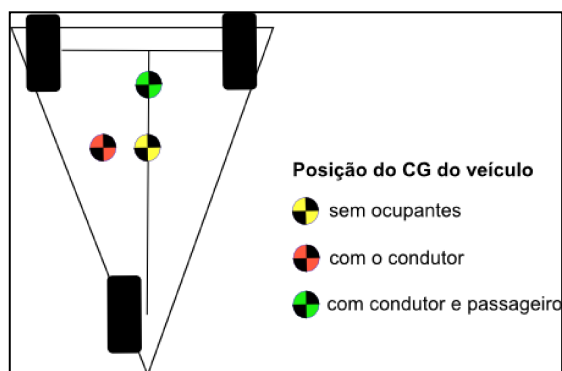


Figura 2.26. Alteração da posição do CG com o número de ocupantes do veículo.

2.5.2. Determinação da frequência natural da suspensão

Como explicado no sub-capítulo 2.1.2, a rigidez da mola pode ser calculada a partir da frequência natural desejada para o sistema, sendo que o melhor isolamento das vibrações se obtém para valores de 1 Hz. Porém, é fundamental garantir que a frequência natural selecionada é viável na prática. Para isso vão-se comparar os valores calculados com os das molas disponíveis no mercado.

Uma vez que o veículo não se encontra totalmente desenvolvido, a sua massa final deverá ser maior do que a que apresenta atualmente. Com base na pesquisa de mercado realizada arbitrou-se uma massa prevista (que inclui o contributo do condutor) de 450,242 Kg. Utilizando as equações 2.2 e 2.3 chegou-se aos valores compilados na Tabela 5.

Tabela 5: Rigidez e comprimento inicial (X_i) da mola.

Massa prevista (+ condutor) = 450.242 Kg			
W_n [Hz]	X_i [m]	K_1 [N/m]	K_3 [N/m]
1	0.577	6167.53	5439.78
1.2	0.502	8881.24	7833.29
1.4	0.456	12088.36	10661.98

A Tabela 6 foi retirada do catálogo do principal fabricante norte-americano de suspensões para motocicletas - PROGRESSIVE® Suspension – e refere-se à sua gama de suspensões para quadriciclos pesados (vulgarmente designados Moto-4), que é a que melhor se ajusta ao veículo em estudo.

Tabela 6: Gama de suspensões para moto-4 do fabricante PROGRESSIVE® Suspension.

		
Ref. Fabricante	Comprimento Inicial (Xi) [mm]	K [N/m]
425-1003	394	4'905.00
425-1002	394	5'523.28
425-1001	400	6'478.99
425-1004	413	6'478.99
425-1000	400	6'722.94
425-1010	413	6'722.94
425-1005	470	8'638.66
425-1006	470	8'842.20

Como se pode verificar a suspensão que mais se aproxima dos cálculos é a que tem a referência 425-1006, isto implica que a frequência natural do veículo será aproximadamente de 1,2 Hz.

2.5.3. Cálculo da rigidez da mola e constantes de amortecimento

Apesar de anteriormente ter considerado uma massa prevista, a simulação no programa DAP3D será feita com base no modelo atual do veículo e por isso a massa considerada para o cálculo da mola e do amortecedor será a sua massa atual.

Foram considerados três fatores de amortecimento diferentes – 0.2, 0.4 e 0.6. Para uma frequência natural de 1,2 Hz e uma massa suspensa de 240,242 Kg, utilizando as equações 2.3 e 2.5, obtiveram-se os valores compilados na tabela Tabela 7.

Tabela 7: Valores de rigidez da mola e constantes de amortecimento considerados na simulação do veículo no programa DAP3D.

Wn=1,2 Hz				
m _s = 240,242 Kg				
K1 [N/m]	K3 [N/m]	ε	C1 [Ns/m]	C3 [Ns/m]
4739,89	4179,72	0.2	251.41	221.74
		0.4	502.81	443.47
		0.6	754.22	665.21

2.5.4. Cálculo da barra estabilizadora

Conhecida a rigidez das molas, pode-se calcular a rigidez torsional da suspensão, através da equação 2.8, no entanto, por uma questão de simplificação, considerou-se a distância lateral entre as molas (L) igual à largura do veículo.

$$\begin{aligned} K_{\phi_{susp}} &= 2 \cdot K \cdot L^2 \\ &= 2 \times 4738,89 \times 1,5^2 \\ &= 5332,40 \text{ Nm/rad} \end{aligned}$$

Quando sujeito a uma aceleração lateral de 1g, o veículo pode adotar no mínimo 3 graus (0,05 rad). Ora, para ficar sujeito a uma aceleração lateral de 1g deve-se aplicar uma força lateral igual ao peso do veículo. A rigidez da suspensão para que o carro não adorne mais que o valor acima referido pode ser calculada através da equação 2.10. É ainda necessário, para o cálculo do momento M_C , conhecer a altura ao solo do CG, que se encontra representada na Figura 2.27.

$$\begin{aligned} K_{\phi_{max}} &= \frac{M_C}{\phi_{min}} = \frac{(240,242 \times 9,81) \times 0,177}{0,05} \\ &= 8339,9 \text{ Nm/rad} \end{aligned}$$

A barra estabilizadora deve ter uma rigidez torsional ($K_{\phi_{stab}}$) que compense a diferença entre o valor da suspensão e o valor desejável.

$$K_{\phi_{stab}} = K_{\phi_{max}} - K_{\phi_{susp}} = 3007,60 \text{ Nm/rad}$$

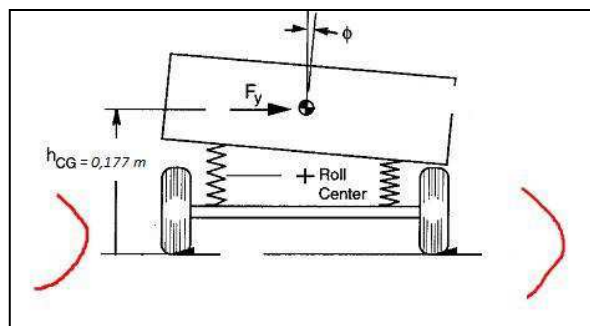


Figura 2.27. Altura do Centro de Gravidade do veículo

2.6. Determinação da geometria da suspensão

Para não comprometer o espaço na parte frontal do veículo, que será destinado ao compartimento das baterias, optou-se por uma suspensão do tipo *McPherson*, uma vez que esta é bastante compacta. Além disso, está presente em todos os automóveis do tipo citadino, como comprova a pesquisa de mercado efetuada por Pedro(2010), o que significa que será fácil encontrar peças no mercado.

Para o eixo traseiro, o *chassis* foi previamente projetado para albergar uma suspensão do tipo braço oscilante.

Na definição da geometria da suspensão deu-se prioridade a maximizar o espaço útil do veículo, não se tendo prestado especial atenção ao seu desempenho cinemático, assim, os ângulos de *camber*, *caster* e *toe* foram deixados a zero. Nas

Figura 2.28 e Figura 2.29 estão representadas as soluções adotadas, respetivamente, para a suspensão frontal e traseira do veículo.

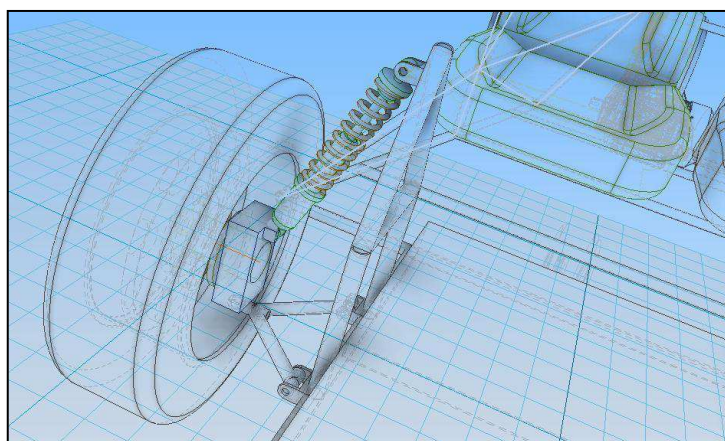


Figura 2.28. Representação da suspensão frontal do veículo.

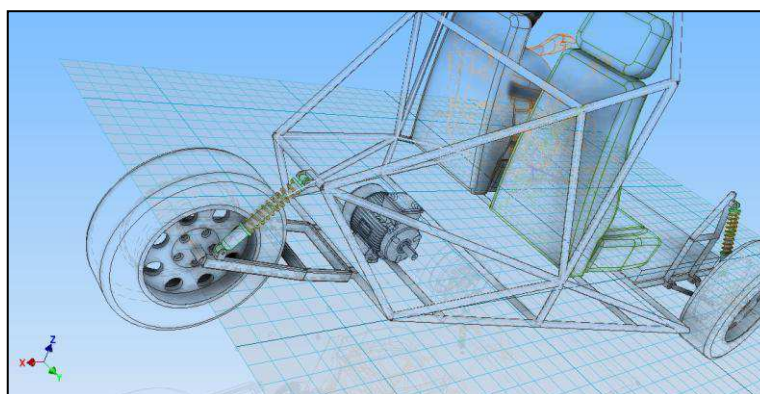


Figura 2.29. Representação da suspensão traseira do veículo.

3. FORMULAÇÃO EM DINÂMICA DE MULTI-CORPOS

3.1. Introdução à dinâmica de multi-corpos

Os programas CAD são ferramentas muito úteis na prática da engenharia, atualmente existem ferramentas comerciais que permitem avaliar a interferência entre peças e a cinemática básica de mecanismos, no entanto não têm capacidade de modelar toda a complexidade física de um sistema mecânico. É possível utilizar o Método dos Elementos Finitos para estudar vibrações lineares e dinâmica transiente, mas esta não é uma forma muito eficaz de analisar grandes rotações e outros movimentos muito não-lineares. Para esses casos, nos quais podemos incluir a suspensão de um automóvel, é mais adequado recorrer a análises dinâmicas de sistemas rígidos multi-corpo.

Uma análise multi-corpo consiste no estudo do movimento ao longo do tempo de um sistema de corpos rígidos interligados por juntas e atuados por forças, e possivelmente guiados por movimentos definidos pelo utilizador de corpos específicos do sistema. As forças que atuam nos corpos podem ser forças inter-corpo, como molas, ou forças aplicadas externamente, como a força da gravidade (12).

Este capítulo - retirado de Pedro(2010) - pretende fornecer uma revisão genérica da metodologia usada no estudo dinâmico de sistemas multi-corpo.

3.1.1. Sistema de coordenadas

Para que seja possível a localização de qualquer ponto ou corpo no espaço, é necessário definir um sistema de coordenadas. Este sistema de coordenadas é designado por referencial global de inércia, definido por XYZ, como apresentado na Figura 3.1

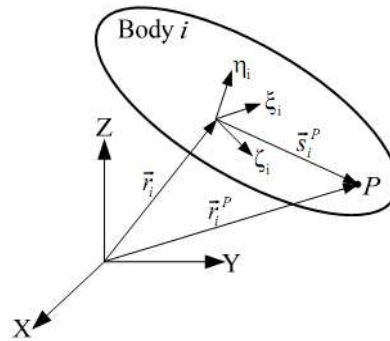


Figura 3.1. Sistema de coordenadas e posição de um corpo no espaço.

Para a localização de um corpo i no espaço, é utilizado um sistema de inércia local, que fixamos no centro de massa do corpo, designado por ξ, η, ζ , e definido por um conjunto de coordenadas cartesianas. A posição no espaço do corpo rígido passa a ser definido por um vetor de coordenadas, $\mathbf{r}_i = [x \ y \ z]^T$, e a sua orientação é definida pelos parâmetros de Euler, $\mathbf{p}_i = [e_0 \ e_1 \ e_2 \ e_3]^T$. Estas coordenadas podem ser agrupados nos vetor $\mathbf{q}_i^* = [\mathbf{r}_i^T \ \mathbf{p}_i^T]^T$.

Utilizando o vetor \mathbf{q}_i^* , as coordenadas, velocidades e acelerações do corpo i podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_i^* = [\mathbf{r}_i^T \ \mathbf{p}_i^T]^T \\ \dot{\mathbf{q}}_i = [\dot{\mathbf{r}}_i^T \ \dot{\boldsymbol{\omega}}_i'^T]^T \\ \ddot{\mathbf{q}}_i = [\ddot{\mathbf{r}}_i^T \ \ddot{\boldsymbol{\omega}}_i'^T]^T \end{cases} \quad (3.1)$$

De salientar que $\dot{\mathbf{q}}_i$ não é a derivada em relação ao tempo de \mathbf{q}_i^* . De facto, embora os parâmetros de Euler sejam ideais para representar a orientação angular de um corpo no espaço, quando as suas derivadas temporais são explicitamente utilizadas nas equações do movimento, conduzem a um número de equações do movimento maior do que se o vetor das acelerações angulares for usado em substituição do vetor que contém as derivadas de segunda ordem dos parâmetros de Euler. Para diminuir o número de variáveis a integrar e para melhorar a estabilidade numérica da implementação computacional, as velocidades de corpo rígido associadas com os parâmetros de Euler são transformadas em velocidades angulares. Isto é conseguido pela utilização da seguinte relação (Nikravesh, 1988):

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \frac{1}{2} \mathbf{L}^T \boldsymbol{\omega}'_i \quad (3.2)$$

onde $\boldsymbol{\omega}'_i$ é a velocidade angular do corpo, relativamente ao referencial de inércia local e a matriz \mathbf{L} é dada por:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -e_1 & e_0 & e_3 & -e_2 \\ -e_2 & -e_3 & e_0 & e_1 \\ -e_3 & e_2 & -e_1 & e_0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

A posição genérica de qualquer ponto P, pertencente ao corpo rígido i é definido por:

$$\mathbf{r}_i^P = \mathbf{r}_i + \mathbf{s}_i^P = \mathbf{r}_i + \mathbf{A}_i \mathbf{s}_i'^P \quad (3.4)$$

A posição do ponto P pode ser observada na Figura 3.1 e, neste caso, a matriz de transformação \mathbf{A} é definida em função dos parâmetros de Euler, sendo igual a:

$$\mathbf{A} = 2 \begin{bmatrix} e_0^2 + e_1^2 - \frac{1}{2} & e_1 e_2 - e_0 e_3 & e_1 e_3 + e_0 e_2 \\ e_1 e_2 + e_0 e_3 & e_0^2 + e_2^2 - \frac{1}{2} & e_2 e_3 - e_0 e_1 \\ e_1 e_3 - e_0 e_2 & e_2 e_3 + e_0 e_1 & e_0^2 + e_3^2 - \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Desta forma, com o sistema de coordenadas cartesianas consegue definir-se completamente um corpo rígido no espaço, à sua posição e orientação.

3.1.2. Constrangimentos cinemáticos

Um constrangimento cinemático não é mais do que a definição do número de graus de liberdade, DOF, do movimento relativo existente entre dois corpos rígidos. Estes constrangimentos são representados por equações algébricas. Usando constrangimentos cinemáticos, mesmo na sua forma simples, é possível definir um sistema multi-corpo complexo, como o apresentado na Figura 3.2. Esta secção é toda ela elaborada com referência a (Veríssimo, 2006).

Neste trabalho somente são abordados os constrangimentos cinemáticos, que passarei a denominar como juntas cinemáticas, que são utilizados para a definição do veículo automóvel modelado.

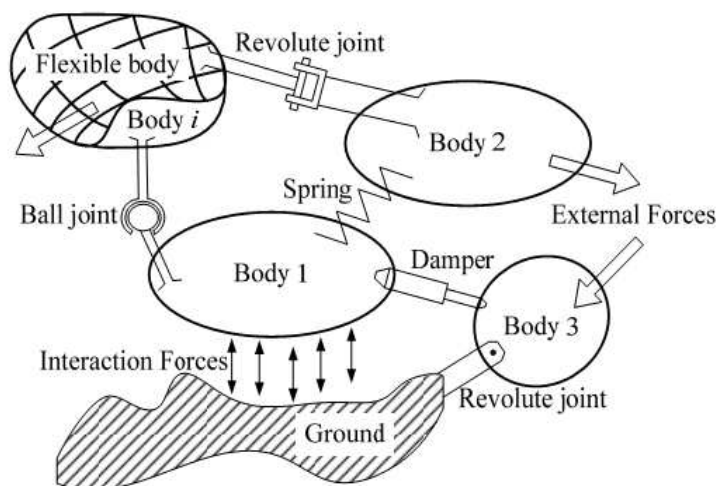


Figura 3.2. Sistema multi-corpo genérico.

3.1.2.1. Junta esférica

A junta esférica, apresentada na Figura 3.3 representa a união entre os corpos rígidos i e j . Esta junta permite a rotação relativa em torno dos três eixos e restringe as três translações relativas, como tal possui três DOF, uma vez que o ponto P é comum aos dois corpos. Existem três equações algébricas para a definição desta junta, que são:

$$\Phi^{(s,3)} \equiv \mathbf{r}_i^P - \mathbf{r}_j^P = \mathbf{r}_i + \mathbf{A}_i \mathbf{s}_i^p - \mathbf{A}_j \mathbf{s}_j^p - \mathbf{r}_j = 0 \quad (3.6)$$

O índice superior (s,3) indica que a junta esférica implica a definição de três constrangimentos algébricos.

Nos veículos automóveis este tipo de junta pode ser encontrado no sistema de suspensão, cujos componentes são genericamente conhecidos por rótulas da suspensão.

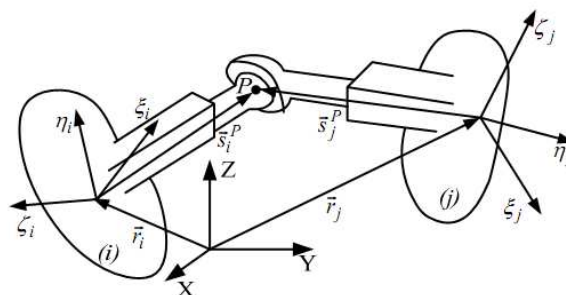


Figura 3.3. Junta esférica.

3.1.2.2. Junta de revolução

A junta de revolução apresentada na Figura 3.4 representa a união entre os corpos i e j . Esta junta permite um grau de liberdade entre os dois corpos, sendo esse grau de liberdade a rotação em torno do eixo da união. Os outros cinco DOF estão restringidos.

Nesta junta, todos os pontos no eixo de união permanente constantes relativos ao sistema de coordenadas local. De modo a manter os dois corpos unidos no ponto P , é imposta a condição apresentada na equação (2.3), e as equações apresentadas em (2.4) definem o eixo em torno do qual é permitida a rotação.

$$\begin{aligned}\Phi^{(s,3)} &\equiv \mathbf{r}_i^P - \mathbf{r}_j^P = \mathbf{r}_i + \mathbf{A}_i \mathbf{s}_i^{iP} - \mathbf{A}_j \mathbf{s}_j^{jP} - \mathbf{r}_j = 0 \\ \Phi^{(p1,2)} &= \tilde{\mathbf{s}}_i \mathbf{s}_j = 0\end{aligned}\quad (3.7)$$

Na equação anterior, $\tilde{\mathbf{s}}_i$ representa a matriz anti-simétrica associada ao vetor \mathbf{s}_i , definidos por:

$$\begin{aligned}\mathbf{s}_i &= [s_{i,1} \quad s_{i,2} \quad s_{i,3}]^T \\ \tilde{\mathbf{s}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & -s_{i,3} & s_{i,2} \\ s_{i,3} & 0 & -s_{i,1} \\ s_{i,2} & s_{i,1} & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.8)$$

Para a determinar do eixo da junta, são definidos os pontos Q_i e Q_j , nos corpos i e j respetivamente. Com os pontos P e Q é possível formar o vetor \mathbf{s}_i pertencente ao corpo i e o vetor \mathbf{s}_j pertencente ao corpo j . Para que a junta funcione corretamente estes dois vetores têm de permanecer sempre paralelos.

Nos veículos automóveis, a junta de revolução pode ser encontrada no sistema de suspensão do veículo para ligar o chassi aos braços da suspensão. Também a união entre a roda e o cubo da roda é feita por uma junta de revolução.

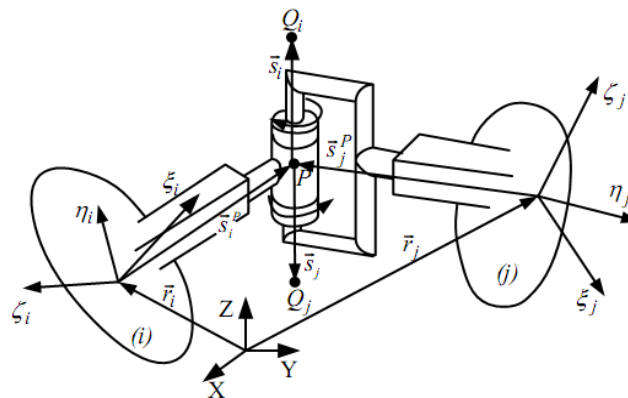


Figura 3.4. Junta de revolução.

3.1.2.3. Junta cilíndrica

A junta cilíndrica apresentada na Figura 3.5 representa a união entre os corpos i e j . Esta junta permite dois graus de liberdade entre os dois corpos, sendo esses graus de liberdade a translação e a rotação em torno do eixo de união. Os outros quatro DOF estão constrangidos.

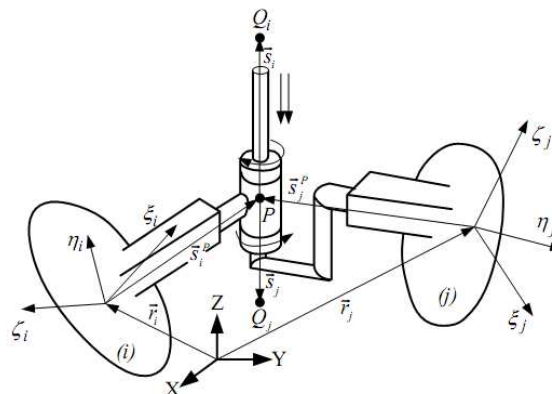


Figura 3.5. Junta cilíndrica.

As equações de constrangimento desta junta são definidas pela posição de quatro pontos, sendo eles P_i e Q_i no corpo i e P_j e Q_j no corpo j e estão localizados no eixo de rotação da junta. Isto requer que o vetor \mathbf{d} que define a distância entre os pontos P_i e P_j , e os vetores \mathbf{s}_i e \mathbf{s}_j de magnitude constante se mantenham colineares. Desta forma, são definidas quatro equações de constrangimento para descrever a junta cilíndrica. Estas equações são encontradas através das condições do produto de dois vetores:

$$\begin{aligned}\Phi^{(p1,2)} &\equiv \tilde{\mathbf{s}}_i \mathbf{s}_j = 0 \\ \Phi^{(p2,2)} &\equiv \tilde{\mathbf{s}}_i \mathbf{d} = 0\end{aligned}\quad (3.9)$$

Este tipo de junta é necessária na modelação efetuada para permitir o curso da suspensão, movimento da mola e amortecedor, e conseqüente aplicação da constante da mola e da constante de amortecimento da suspensão.

3.1.3. Sistema de direção

A implementação de um sistema de direção na modelação efetuada é necessária para que seja possível simular trajetórias do veículo, caso contrário somente se poderiam realizar simulações em linha reta, o que limitava as opções dos testes.

No *software* utilizado, está implementado um sistema de direção que controla diretamente o ângulo de direção através dos corpos que representam os cubos da roda, comparando-os entre si e o corpo de referência, no caso o chassis do veículo. O controlo da direção é conseguido através de um método de controlo em malha aberta, no qual a saída do sistema não influencia o valor de entrada. De notar que o método de controlo mais apropriado seria o de controlo em malha fechada, no qual a entrada do sistema tem em consideração a posição em que este se encontra.

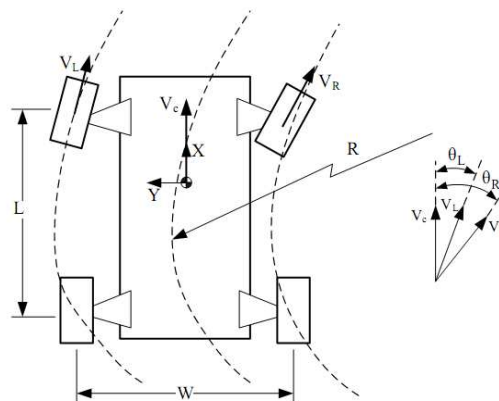


Figura 3.6. Geometria de Ackerman.

No sistema de direção usado, a rotação do cubo das rodas direcionais, as dianteiras no caso, está diretamente relacionada com o volante da direção, volante esse que é controlado pelo condutor. A geometria do sistema de direção define o ângulo que é imposto em cada uma das rodas. De notar que, numa situação de curva, o ângulo de cada

uma das rodas é diferente, visto que a roda exterior à curva possui uma raio de curvatura maior que a roda interior. Na realidade, a possibilidade do veículo impôr ângulos diferentes em cada roda é efetuada através do uso de um sistema de direção assimétrico. A geometria de Ackerman, apresentada na Figura 3.6, indica-nos o ângulo ideal a ser imposto em cada roda, onde R é o raio da curva, W é o comprimento da via e L a distância entre eixos.

O ângulo da roda exterior é dado por (2.10) e o ângulo interior da curva é dado por (2.11).

$$\theta_L = a \tan \frac{L}{R + \frac{W}{2}} \quad (3.10)$$

$$\theta_R = a \tan \frac{L}{R - \frac{W}{2}} \quad (3.11)$$

A relação entre o ângulo de direção e a geometria base do veículo é definida por:

$$\tan(\theta_s) = \frac{L}{R} \quad (3.12)$$

Usando a relação (2.12) e as equações (2.10) e (2.11), podem escrever-se as seguintes equações:

$$\theta_L = a \tan \left(\frac{1}{\frac{1}{\tan(\theta_s)} - \frac{W}{2L}} \right) \quad (3.13)$$

$$\theta_R = a \tan \left(\frac{1}{\frac{1}{\tan(\theta_s)} + \frac{W}{2L}} \right) \quad (3.14)$$

Os dados de entrada do sistema de direção são definidos através de uma lista de ângulos a incrementar, $\Delta\theta$, e dos respetivos intervalos de tempo, Δt , em que os mesmos são incrementados. O parâmetro de controlo do ângulo de direção é θ_s , e com o objetivo

de considerar uma variação suave na mudança dos ângulos da direcção, é utilizada uma função polinomial de quarta ordem, dada por:

$$\theta_s(t) = \theta_i + \frac{6\Delta\theta}{\Delta t^2}(t-t_i)^2 - \frac{8\Delta\theta}{\Delta t^3}(t-t_i)^3 + \frac{3\Delta\theta}{\Delta t^4}(t-t_i)^4 \quad (3.15)$$

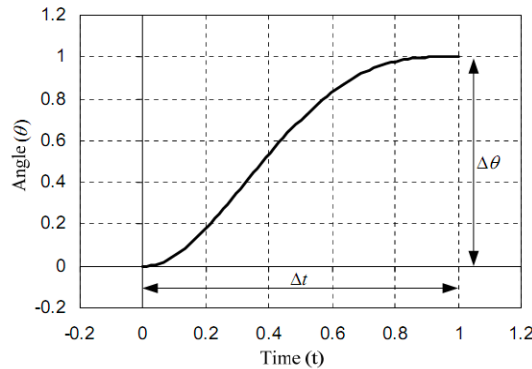


Figura 3.7. Mudança do ângulo de direcção num determinado intervalo de tempo.

A Figura 3.7 representa esta mudança suave do ângulo de direcção, θ , num determinado intervalo de tempo, Δt .

3.1.4. Definição dos elementos de forças considerados no modelo multi-corpo

Neste capítulo aborda-se sucintamente a formulação dinâmica utilizada para incluir as forças externas no sistema multi-corpo. A força da gravidade, a força das molas e dos amortecedores assim como as forças produzidas pelas barras estabilizadoras, são exemplos das forças externas que podem existir e que neste caso são as forças consideradas na modelação efetuada. Esta secção é toda ela elaborada com referência a (Veríssimo, 2006).

3.1.4.1. Mola e Amortecedor

Este elemento é fundamental na modelação do sistema de suspensão de um veículo automóvel. Na Figura 3.8 é feita uma representação deste tipo de elemento.

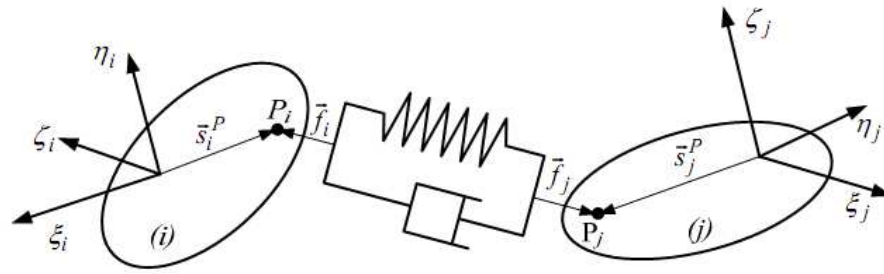


Figura 3.8. Elemento mola-amortecedor.

Assumindo que os elementos mola e amortecedor permanecem sempre paralelos, temos que as suas forças são colineares. O elemento mola-amortecedor é ligado aos corpos i e j pelos pontos P_i e P_j respetivamente.

As forças produzidas por este elemento, são aplicadas nos corpos i e j através das seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_i^{(sd)} &= (\mathbf{f}_i^{(s)} + \mathbf{f}_i^{(d)})\mathbf{u} \\ \mathbf{f}_j^{(sd)} &= -\mathbf{f}_i^{(sd)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

onde $\mathbf{f}^{(s)}$ e $\mathbf{f}^{(d)}$ representam as magnitudes das forças da mola e do amortecedor, respectivamente, e \mathbf{u} é o vector unitário que define a direcção do elemento.

3.2. Software DAP3D

O *software* DAP3D foi a ferramenta de análise multi-corpo escolhida para efetuar este estudo, foi desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Mecânica do Instituto Superior Técnico de Lisboa, e baseia-se na metodologia proposta por Nikravesh (1988) para a análise de sistemas mecânicos.

3.2.1. Dados de entrada DAP3D

Para a modelação do veículo no programa DAP3D foi necessário introduzir, através de ficheiros de *input*, informação relativamente aos seguintes parâmetros:

1. Dados globais do sistema
2. Corpos rígidos
3. Juntas (esféricas, de revolução e cilíndricas)
4. Elementos mola-amortecedor

5. Dados relativos ao tempo de cálculo e a integração
6. Rodas
7. Perfil da estrada
8. Sistema de direção
9. Barra estabilizadora

De seguida descrevem-se os parâmetros atrás listados, esta descrição foi elaborada por Pedro(2010) e adaptada pelo autor.

3.2.1.1. Dados globais do sistema

O programa irá utilizar esta informação para, posteriormente, proceder ao dimensionamento de matrizes e vetores e requerer ao utilizador informação adicional relativamente a cada um dos corpos e juntas.

- Número de corpos (NB);
- Número de juntas esféricas (NSJ);
- Número de juntas de revolução (NR);
- Número de juntas cilíndricas (NC);
- Número de juntas elásticas (NBJ);
- Número de juntas rígido-flexíveis (NFJ);
- Número de corpos chão (NG) (corpo de referência do software durante os cálculos, visto que é o corpo fixo);
- Número de constrangimentos simples (NS);
- Números de elementos mola-amortecedor (NSP);
- Número de elementos motores (ND);
- Número de rodas (NWLS);
- Tipo de equações para resolução do sistema (IALF);
- Número de sistemas de direção (NST);
- Aceleração gravítica (G_X ; G_Y ; G_Z).

3.2.1.2. Dados relativos aos corpos rígidos

É necessário introduzir para cada corpo rígido os seguintes dados:

- Coordenadas cartesianas do centro de massa do corpo relativamente ao sistema de eixos global de inércia (X; Y; Z);

- Parâmetros de Euler ($e_0; e_1; e_2; e_3$); para a orientação do sistema de eixos do corpo relativamente à orientação do sistema de eixo global de inércia.
- Velocidade do corpo relativamente ao sistema global de inércia em m/s ($X_D; Y_D; XZ$);
- Velocidade angular relativamente ao sistema local rad/s ($W-XI; W-ET; W-ZE$);
- Massa do corpo em kg ;
- Momentos de inércia relativamente ao sistema de eixos local em $kg.m^2$ ($J-XI; JET; J-ZE$);
- Força constante a que o corpo possa estar sujeito, para além da gravidade ($F_x; F_y; F_z$);
- Momento constante a que o corpo possa estar sujeito ($n-XI; n-ET; n-ZE$).

3.2.1.3. Dados relativos às juntas esféricas

Com respeito às juntas esféricas os dados necessários a introduzir são:

- Tipo de junta esférica ($JTYPE$), ou seja rígida (0) ou flexível (1);
- Números dos corpos a que a junta está ligada ($I; J$);
- Coordenadas do ponto P do corpo i ($XI-P-i; ET-P-i; ZE-P-i$), no sistema de eixos do corpo;
- Coordenadas do ponto P do corpo j ($XI-P-j; ET-P-j; ZE-P-j$), no sistema de eixos do corpo.

3.2.1.4. Dados relativos às juntas de revolução

Com respeito às juntas de revolução os dados necessários a introduzir são:

- Números dos corpos a que a junta está ligada ($I; J$);
- Coordenadas do ponto P do corpo i ($XI-P-i; ET-P-i; ZE-P-i$), no sistema de eixos do corpo;
- Coordenadas do ponto P do corpo j ($XI-P-j; ET-P-j; ZE-P-j$), no sistema de eixos do corpo;
- Coordenadas do ponto Q do corpo i ($XI-Q-i; ET-Q-i; ZE-Q-i$), no sistema de eixos do corpo;

- Coordenadas do ponto Q do corpo j ($XI-Q-j$; $ET-Q-j$; $ZE-Q-j$), no sistema de eixos do corpo.

3.2.1.5. Dados relativos às juntas cilíndricas

Com respeito às juntas cilíndricas os dados necessários a introduzir são:

- Números dos corpos a que a junta está ligada (I; J);
- Coordenadas do ponto P do corpo i ($XI-P-i$; $ET-P-i$; $ZE-P-i$), no sistema de eixos do corpo;
- Coordenadas do ponto P do corpo j ($XI-P-j$; $ET-P-j$; $ZE-P-j$), no sistema de eixos do corpo;
- Coordenadas do ponto Q do corpo i ($XI-Q-i$; $ET-Q-i$; $ZE-Q-i$), no sistema de eixos do corpo;
- Coordenadas do ponto Q do corpo j ($XI-Q-j$; $ET-Q-j$; $ZE-Q-j$), no sistema de eixos do corpo.

3.2.1.6. Dados relativos aos elementos mola-amortecedor

Para a correcta definição de cada elemento mola-amortecedor é necessário introduzir os seguintes dados:

- Números dos corpos a que o elemento está ligado (I; J);
- Coordenadas do ponto P do corpo i ($XI-P-i$; $ET-P-i$; $ZE-P-i$), no sistema de eixos do corpo;
- Coordenadas do ponto P do corpo j ($XI-P-j$; $ET-P-j$; $ZE-P-j$), no sistema de eixos do corpo;
- Constante da mola em N/m (SPCO);
- Coeficiente de amortecimento em $N.s/m$ (DACO);
- Força inicial (ACFO);
- Comprimento da mola quando não está deformada (SPLE).

3.2.1.7. Dados relativos ao tempo de cálculo e a integração

Neste campo define-se o tempo total da simulação, o incremento de cada passo da integração e o número de incrementos do passo de integração para o qual é escrito um relatório dos dados. Também se definem as constantes de estabilidade da integração, relacionadas com a violação de constrangimentos, e a tolerância durante a integração.

- Tempo inicial, em segundos (T_0);
- Tempo final, em segundos (T_E);
- Tempo de cada passo de integração, em segundos (DT);
- Intervalo de passos entre cada relatório (NREP);
- Constante de controlo de violação de constrangimentos ALPHA;
- Constante de controlo de violação de constrangimentos BETA;
- Tolerância da integração.

3.2.1.8. Dados relativos às rodas

Para cada roda do veículo, têm de se introduzir as características dos pneus, bem como indicar se pertence ao sistema de direcção ou não.

- Número da roda (sobre a qual se vão indicar os dados seguintes);
- Número do corpo referente à roda;
- Roda directriz (Sim-1; Não-0);
- Raio do pneumático, em metros ($R1$);
- Raio da jante, em metros ($R2$);
- Rigidez radial, em KN/m (C_z);
- Rigidez longitudinal, em KN/m (C_s);
- Rigidez lateral, em KN/rad (C_a);
- Rigidez de deformação em curva (*cornering*), em KN/rad (C_γ);
- Coeficiente de rolamento (C_r);
- Amortecimento radial, em $N.s/m$;
- Coeficiente de atrito mínimo (μ_{min});
- Coeficiente de atrito máximo (μ_{max}).

3.2.1.9. Dados relativos ao sistema de direcção

Para a correcta definição do sistema de suspensão, têm de se introduzir os seguintes dados:

- Número do corpo de referência (k);
- Número do corpo i (correspondente ao cubo da roda esquerda);
- Número do corpo j (correspondente ao cubo da roda direita);
- Relação entre a largura de via e a distância entre eixos (C_2/C_1);

- Definição do eixo do sistema global que será a referência para o cálculo do ângulo da direção (UPK_{XI} ; UPK_{ETA} ; UPK_{ZET}) – colocar a um o eixo correspondente e os outros a zero).

3.2.1.10. Dados relativos ao perfil da estrada

Neste campo, têm de se ter em consideração que a estrada tem de ser definida por elementos ligados entre si. Como tal, devem definir-se os pontos com os quais se vai formar a malha e de seguida indicar a conectividade dos elementos. Para cada elemento define-se o coeficiente de atrito máximo e mínimo existente.

3.2.1.11. Dados relativos às barras estabilizadoras

Neste ponto apresentam-se os dados necessários para definir dois tipos de barras estabilizadoras diferentes. Para mais informação sobre as características de cada tipo de barra deve de consultar (Veríssimo, 2006).

Se for uma barra do tipo 1, são necessários os seguintes dados:

- Número da barra (I);
- Tipo da barra (nesta caso é 1);
- Números dos corpos a que a barra está ligada ($i; j$);
- Número do corpo de referência (k);
- Coordenados do ponto no corpo i ($I_x; I_y; I_z$), no sistema de eixos local;
- Coordenados do ponto no corpo j ($J_x; J_y; J_z$), no sistema de eixos local;
- Rigidez torsional, em N/m (ARC);
- Diâmetro da barra, em metros ($B1$).

Se for uma barra do tipo 2, são necessários os seguintes dados:

- Número da barra (I);
- Tipo da barra (nesta caso é 2);
- Números dos corpos a que a barra está ligada ($i; j$);
- Número do corpo de referência (k);
- Coordenados do ponto P no corpo i ($PI_x; PI_y; PI_z$), no sistema de eixos local;

- Coordenados do ponto Q no corpo i (QIx ; QIy ; QIz), no sistema de eixos local;
- Coordenados do ponto P no corpo j (PJx ; PJy ; PJz), no sistema de eixos local;
- Coordenados do ponto Q no corpo j (QJx ; QJy ; QJz), no sistema de eixos local;
- Rigidez torsional, em Nm/rad

3.2.2. Controlo da violação de constrangimentos

As formulações de sistemas multi-corpo com coordenadas dependentes conduzem a um conjunto de equações algébrico-diferenciais (DAE) de ordem 3. A solução deste tipo de equações e a sua integração no tempo introduz vários problemas numéricos, em particular o da existência e da unicidade da solução e o da instabilidade numérica causada pela existência das equações algébricas. Assim, torna-se necessária a utilização de métodos apropriados que garantam a estabilidade e a precisão da solução. O método clássico de lidar com as equações algébrico-diferenciais é o de expressar as equações dos constrangimentos ao nível das acelerações. Esta metodologia permite substituir o sistema de equações algébrico-diferenciais original pelo conjunto equivalente de equações diferenciais ordinárias (ODE), sendo a solução obtida pela integração no tempo do sistema ODE. A transformação do sistema de equações algébrico-diferenciais para um sistema de equações diferenciais ordinárias introduz no processo de integração instabilidades intermédias e problemas de violação de constrangimentos. De facto, o sistema de equações de movimento algébrico-diferenciais não utiliza explicitamente os constrangimentos cinemáticos das posições e das velocidades. Assim sendo, pequenos erros nas variáveis de estado do sistema originados pelo processo de integração ou pelo utilizador, devido a dificuldades na sua avaliação inicial, não são corrigidas no decorrer do processo de integração da solução dinâmica do problema (Neto e Ambrósio, 2003). As estratégias geralmente utilizadas para evitar ou para, pelo menos, minimizar este problema são a utilização do método de partição de coordenadas, do método de estabilização de Baumgarte ou o da formulação Lagrangiana Aumentada. A estratégia adoptada neste trabalho é baseada no método de estabilização de Baumgarte.

```
No animation output!  
TIME AVERAGE STEPS TOTAL STEPS  
0.0000000 0.1000E-05 0. 0.  
**CU_ 7 Value= 5.879198571039357E-002  
**CU_ 8 Value= 1.28711154167234  
ERROR: Constraint Violation to big: 8
```

Figura 3.9. Mensagem de violação de constrangimentos.

Na maioria das situações práticas, as equações de constrangimento do modelo do sistema mecânico não são independentes, pelo que a matriz do sistema é singular. Estas singularidades resultam da existência, na matriz jacobiana, de constrangimentos redundantes. Nestas circunstâncias os métodos usais de resolução de sistemas de equações não podem ser utilizados na obtenção da solução do sistema de equações, originando uma paragem do programa DAP3D, devido a violação de constrangimentos. Um caso concreto desta situação é a substituição das duas juntas de revolução que ligam o triângulo da suspensão dianteira ao *chassis* por uma só junta equivalente. Pedro(2010)

3.3. Visualização dos resultados

O programa DAP3D não contém nenhum módulo de visualização de resultados. Nesse sentido, recorreu-se a um *software* designado por GID, para efectuar a modelação dos corpos e a análise do seu movimento durante a simulação.

Para a modelação de cada corpo, teve-se em atenção dois parâmetros fundamentais: o CM de cada corpo e os pontos das juntas que cada corpo continha. A Figura 3.10 mostra um exemplo de dois corpos modelados no programa GID.

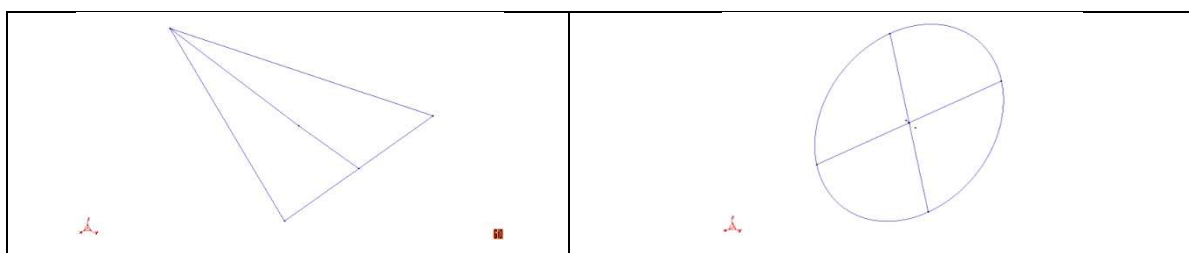


Figura 3.10. (à esq.) Triângulo da suspensão; (à dir.) Roda.

3.3.1. Modelação do corpo chão

À modelação do corpo chão dá-se uma explicação mais pormenorizada, pois esta processa-se de uma maneira diferente, visto que terá de ser introduzido por elementos triangulares, mas a posição e a interligação desses elementos é feita no ficheiro dos dados

de entrada no DAP3D com terminação *.*whl*. Isto acontece porque o software DAP3D não tem em consideração as modelações efetuadas em GID, logo, por mais relevos que possamos fazer no GID, somente nos irá servir para visualização. Pedro(2010)

Neste estudo, foram modelados dois corpos chão distintos, pois foram efetuadas simulações com o veículo em dois cenários diferentes, sendo eles:

- Estrada com cinco lombas transversais.
- Área plana sem relevo, para o teste do alce.

4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1. Avaliação do conforto do veículo

A passagem nas lombas impõe um deslocamento vertical ao veículo, assim o seu nível de conforto pode ser avaliado através da aceleração vertical sentida pelo seu CG.

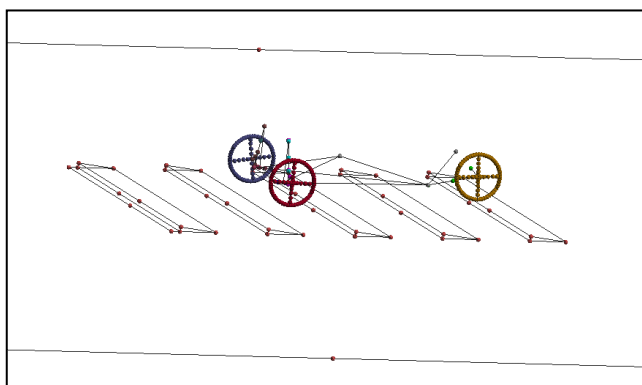


Figura 4.1. Modelo do veículo a percorrer 5 lombas no programa DAP3D.

O ficheiro de *output* com a extensão *.acel produzido pelo programa DAP3D, contém a aceleração linear e angular do CG segundo os três eixos (X,Y,Z). Para interpretar esses dados pode-se:

1. Determinar os valores máximos e mínimos da aceleração
2. Calcular o nível pico-a-pico – PP – que traduz a diferença entre o valor máximo e mínimo da aceleração
3. Calcular o valor da média quadrática – RMS – dado pela seguinte equação:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t a(t)^2 dt} \quad (4.1)$$

t – tempo total da simulação (s)

$a(t)$ – aceleração vertical do veículo (m/s^2)

A seguinte tabela compila os valores de aceleração linear vertical obtidos. Os gráficos da Figura 4.2 mostram a evolução da aceleração com o tempo. O facto de existirem 5 grandes picos reflete o facto de o veículo ter atravessado 5 lombas. A partir dos 3.94 segundos apenas o eixo traseiro está a passar nas lombas finais, daí os valores da aceleração serem menores.

Tabela 8: Aceleração vertical (segundo Z) do veículo para os diversos fatores de amortecimento.

		v = 50 km/h		
		$\varepsilon=0,2$	$\varepsilon=0,4$	$\varepsilon=0,6$
Acel. Z [m/s^2]	$A_{m\acute{a}x}$	9.71	10.97	13.11
	$A_{M\acute{i}n}$	-13.26	-12.26	-10.93
	PP	22.97	23.24	24.05
	RMS	1.37	1.61	1.94

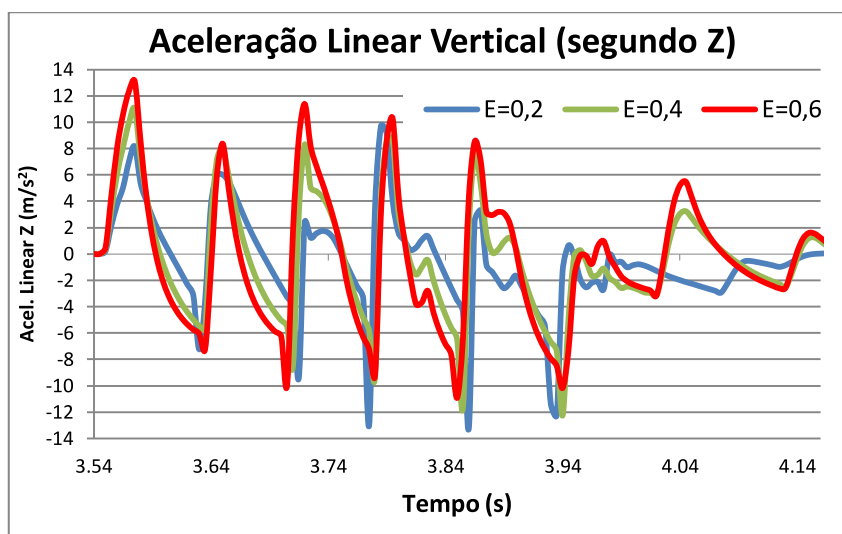


Figura 4.2. Gráficos da aceleração vertical do CG, para os diferentes fatores de amortecimento

Como esperado o veículo com factor de amortecimento inferior é o que apresenta menor aceleração, no entanto, existe um pico, entre os 3.74 e 3.84 segundos, que contraria a tendência decrescente da amplitude da aceleração. Observando o comportamento do carro, verifica-se que após passar na primeira lomba a roda traseira tem tendência a levantar. O facto de o veículo ter o centro de gravidade muito próximo do eixo frontal propicia esta situação. Nos restantes casos esta situação também se verifica embora não influencie tanto a aceleração vertical do veículo.

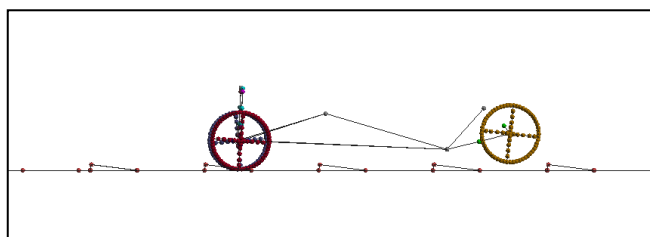


Figura 4.3. Roda traseira levantada após ter passado na primeira lombagem, no caso do veículo com $\epsilon=0,2$.

Para corrigir esta situação, que não favorece o conforto, e já que nas simulações com fatores de amortecimento mais elevados este fenómeno não foi tão pronunciado, experimentaram-se diferentes combinações de fator de amortecimento para o eixo frontal e traseiro. As opções experimentadas estão resumidas na Tabela 9.

Tabela 9: Designação atribuída às diversas configurações testadas para os eixos frontal e traseiro do veículo.

		Suspensão Traseira		
		$\epsilon=0,2$	$\epsilon=0,4$	$\epsilon=0,6$
Suspensão Frontal	$\epsilon=0,2$	22	24	26
	$\epsilon=0,4$	42	44	46
	$\epsilon=0,6$	62	64	66

Prevê-se que uma suspensão traseira “mais mole”, isto é, com um fator de amortecimento menor, levante menos a roda, no entanto no impacto com o solo o veículo terá uma maior aceleração (negativa), com uma traseira “mais rígida” acontecerá o inverso. Os resultados obtidos estão compilados na Tabela 10.

Tabela 10: Resultados dos diversos ensaios.

			Suspensão Traseira		
			$\epsilon=0,2$	$\epsilon=0,4$	$\epsilon=0,6$
Suspensão Frontal	$\epsilon=0,2$	Máx	9.71	8.65	8.09
		Min	-13.26	-15.26	-16.44
		RMS	1.37	1.51	1.60
		PP	22.97	23.91	24.52
	$\epsilon=0,4$	Máx	10.84	10.97	11.05
		Min	-11.87	-12.26	-13.39
		RMS	1.56	1.61	1.73
		PP	22.71	23.24	24.44
	$\epsilon=0,6$	Máx	12.82	12.96	13.11
		Min	-10.95	-11.27	-10.93
		RMS	1.84	1.85	1.94
		PP	23.78	24.23	24.05

Por análise dos gráficos das Figura 4.4 e Figura 4.5, podemos chegar à conclusão que, apesar da configuração com a designação 42 ser a que apresenta um menor valor pico-a-pico, a média quadrática da aceleração deste deste ensaio é bastante elevada. A configuração 22 foi a que no geral teve melhor desempenho. No entanto, não se obtiveram grandes melhorias, o que significa que alterar apenas o nível de amortecimento não corrige a tendência do veículo “mergulhar”.

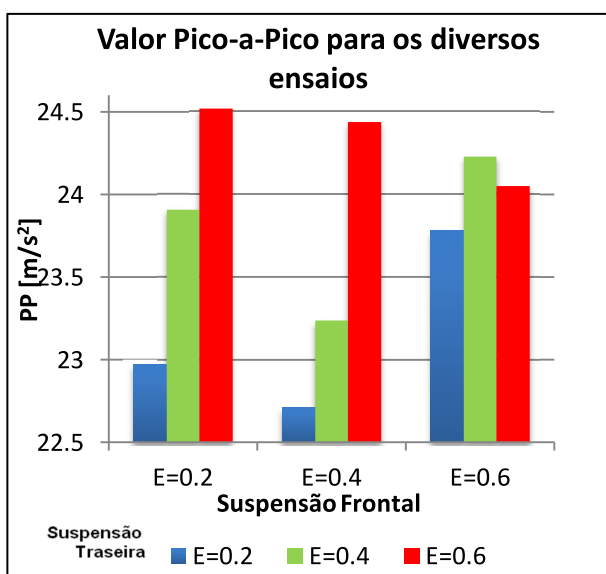


Figura 4.4. Valor Pico-a-Pico para os diversos ensaios.

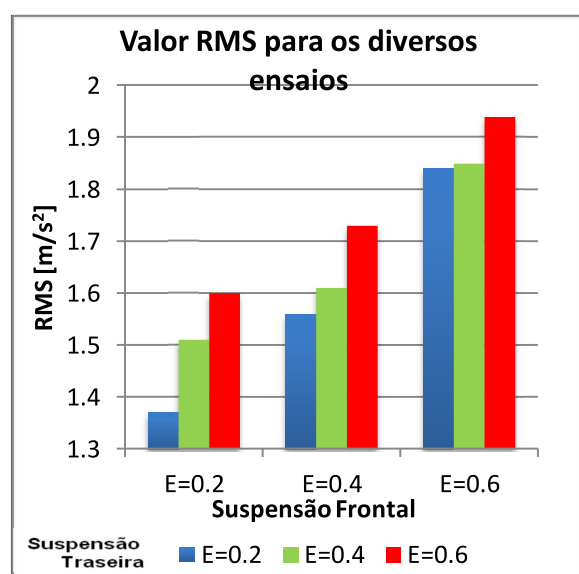


Figura 4.5. Valor RMS para os diversos ensaios.

4.1.1. Comparação com um veículo de 4 rodas

Para o ensaio das 5 lombas Pedro(2010) apenas apresenta os valores máximos da aceleração. No que diz respeito a este parâmetro os ensaios que apresentam menores valores, para os fatores de amortecimento 0,2, 0,4, 0,6 são, respetivamente o 26, 42 e 62.

Tabela 11: Valores da aceleração vertical para um veículo de 4 rodas. Pedro(2010).

Velocidade do veículo	50 km/h		
Fator de amortecimento	0,2	0,4	0,6
Eixo Rígido Maior aceleração [m/seg ²]	7,15	10,13	15,56
Eixo Oscilante Maior aceleração [m/seg ²]	7,69	12,95	16,34

O gráfico da Figura 4.6 compara a aceleração máxima dos dois tipos de eixo traseiro do veículo de 4 rodas e dos ensaios referidos acima para o veículo de 3 rodas.

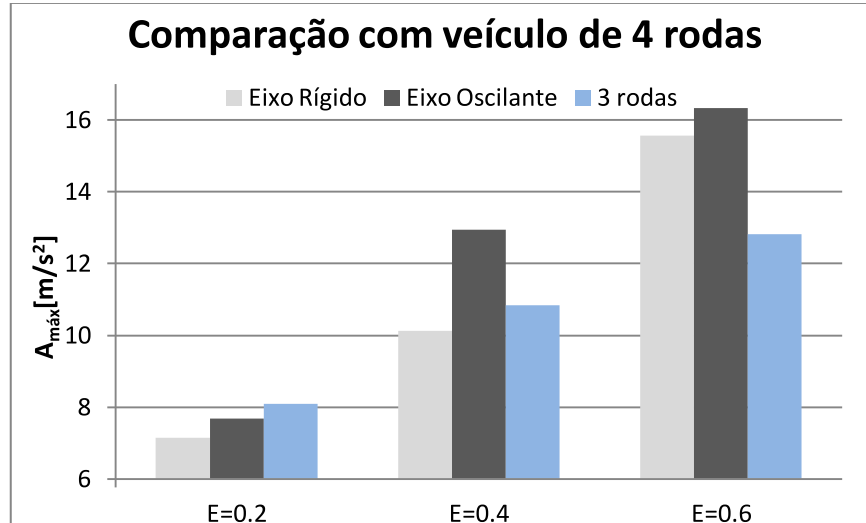


Figura 4.6. Aceleração máxima do veículo de 4 rodas (para os dois eixos traseiros diferentes) e do veículo de 3 rodas.

De seguida reproduzem-se os gráficos da evolução temporal da aceleração vertical para os dois tipos de eixo traseiro estudados no veículo de 4 rodas. Verifica-se que o perfil de aceleração é muito mais simétrico e regular face ao do veículo de 3 rodas.

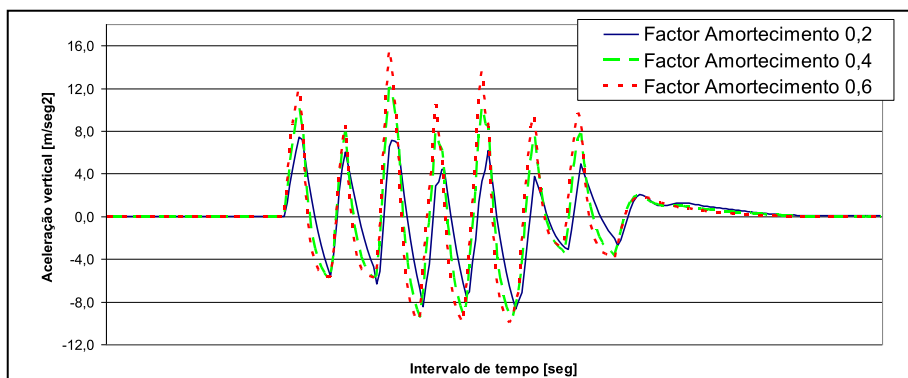


Figura 4.7. Gráfico para intervalo de tempo 650-900, para velocidade de 50 km/h, eixo rígido. Pedro(2010).



Figura 4.8. Gráfico para intervalo de tempo 650-900, para velocidade de 50 km/h, eixo oscilante. Pedro(2010).

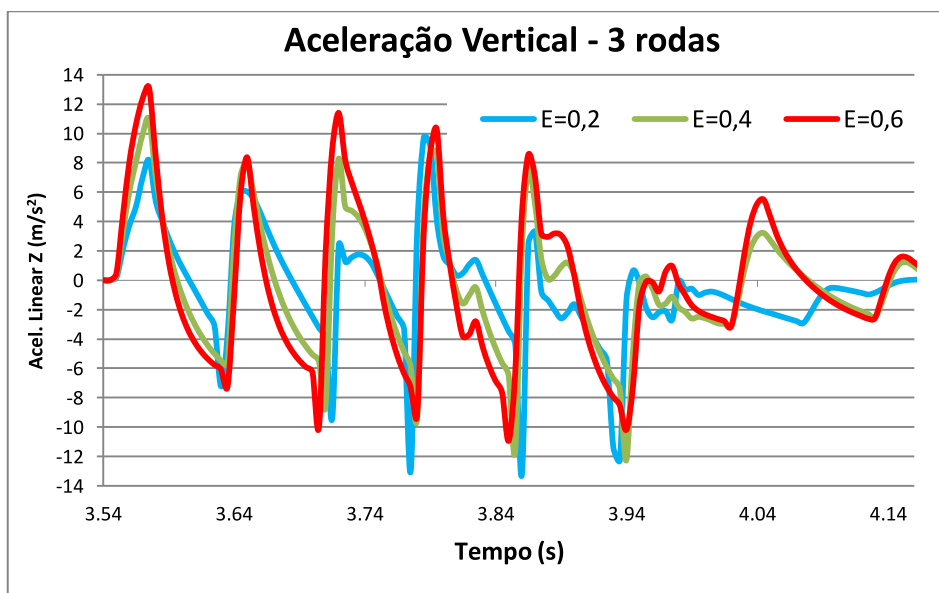


Figura 4.9. Gráfico da aceleração vertical, do veículo de 3 rodas.

4.2. Avaliação da estabilidade do veículo

O veículo conseguiu completar o percurso do teste do alce sem capotar nem apresentar instabilidades notórias, o que significa que tem uma estabilidade satisfatória.

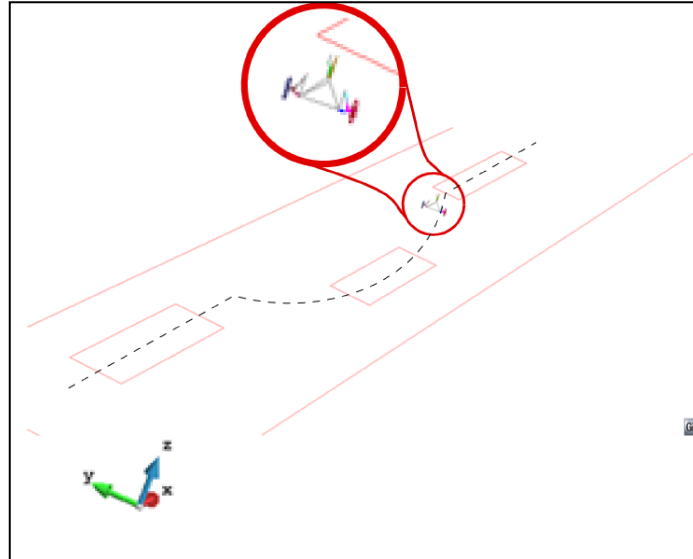


Figura 4.10. Modelo do veículo a descrever o teste do alce no programa DAP3D.

Nos instantes iniciais da simulação, dá-se a queda do veículo, que começa a entrar em contato com o solo, ocorrendo a estabilização da suspensão. Como o CG do veículo, quando transporta apenas o condutor, se encontra mais para o seu lado esquerdo (ver Figura 2.26) a mola desse lado vai ser mais comprimida, o que leva o veículo a adornar para a esquerda.

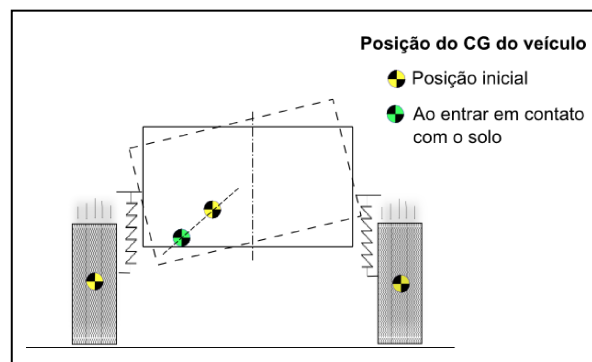


Figura 4.11. Alteração da posição do CG do veículo ao entrar em contato com o solo, no início da simulação.

Em resposta a isso, para que o Momento Linear do sistema permaneça constante, o veículo tem tendência a deslocar-se para a direita, o que é visível no gráfico da Figura 4.12. De acordo com o sistema de eixos definido para a simulação – visível na

Figura 4.10 – as distâncias com sinal positivo significam que o veículo está a deslocar-se para a sua direita, e vice-versa.

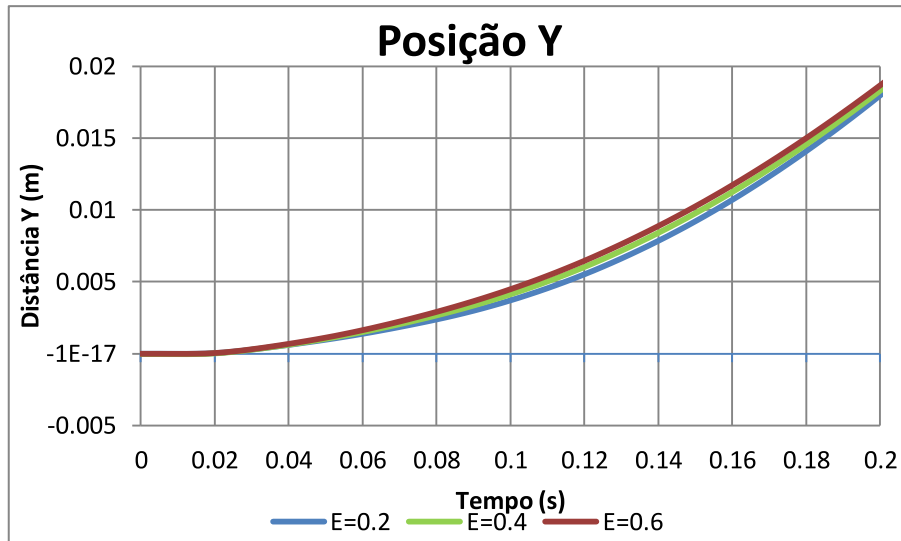


Figura 4.12. Posição, segundo eixo Y, do veículo nos instantes iniciais.

A tendência do veículo adornar é visível na Figura 4.13 que mostra que no início da simulação o Momento em torno de X – Momento *Roll* – é significativamente maior que zero. Note-se que quando o valor do Momento é positivo, o veículo está a rodar para a esquerda, e se for negativo estará a rodar para direita.

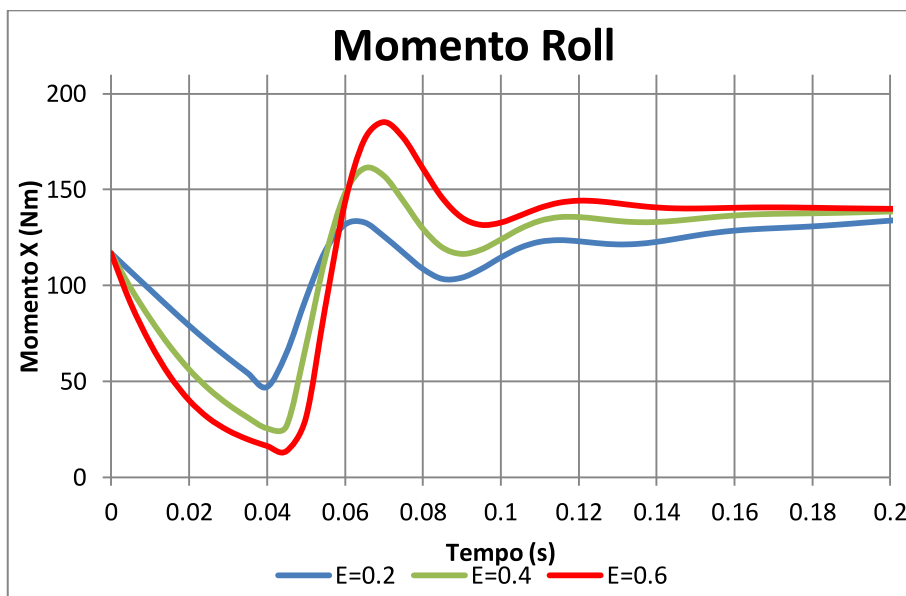


Figura 4.13. Momento de *Roll*, nos instantes iniciais.

A trajetória do veículo foi corrigida recorrendo ao sistema de direção, através da definição de ângulos de direção que compensaram adequadamente este desvio. No

entanto, os valores dos Momentos vão sempre refletir a tendência do veículo adornar para a esquerda.

O gráfico da Figura 4.14 mostra a trajetória descrita pelo veículo nas diferentes simulações para os 3 fatores de amortecimento. Pode-se confirmar que em todas foi seguida aproximadamente a mesma trajetória. As diferenças visíveis entre os 3.8 e os 5 segundos, nas diferentes simulações, devem-se ao fato do veículo não ter entrado exatamente na mesma posição e logo não ter realizado um percurso igual no segundo segmento.

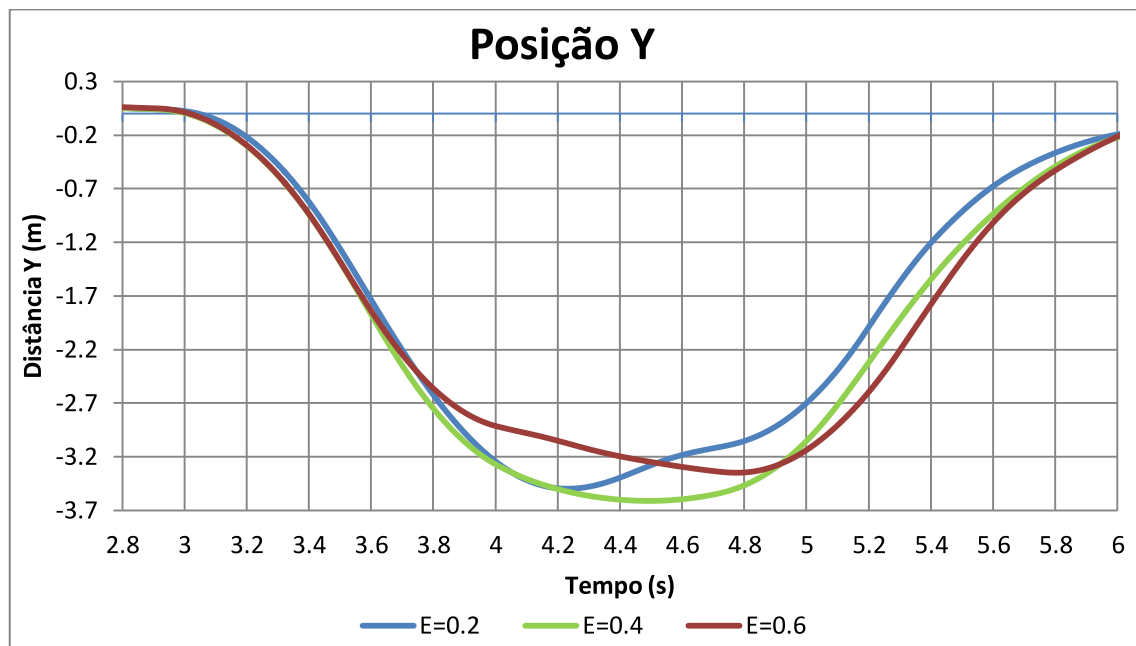


Figura 4.14. Trajetória do veículo para os 3 fatores de amortecimento.

No gráfico da Figura 4.15 está representada a aceleração lateral a que o CG do veículo é sujeito, e que atinge perto de $1g$ ($9,81 \text{ m/s}^2$). Note-se que um carro desportivo consegue no máximo suportar cerca de $1.01g$ antes dos pneus derraparem, pelo que o valor de aceleração lateral a que o veículo é sujeito neste teste é muito elevado. É notória a diferente evolução da aceleração lateral do veículo com fator de amortecimento mais baixo, que está muito mais desfasada em relação aos outros. Isto reflete o facto – explicado no subcapítulo 2.2.5 – de uma suspensão com fator de amortecimento baixo demorar mais tempo a estabilizar.

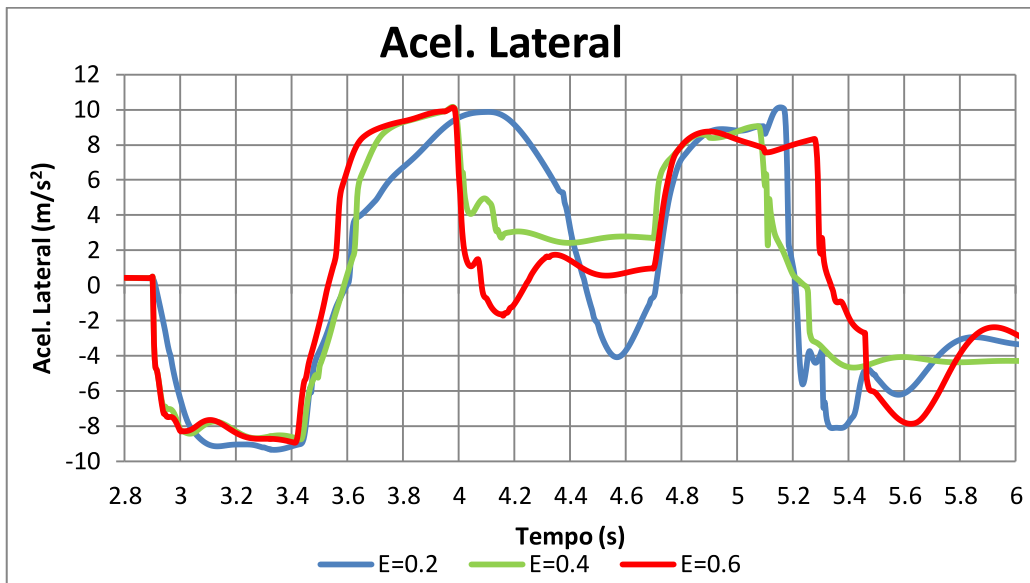
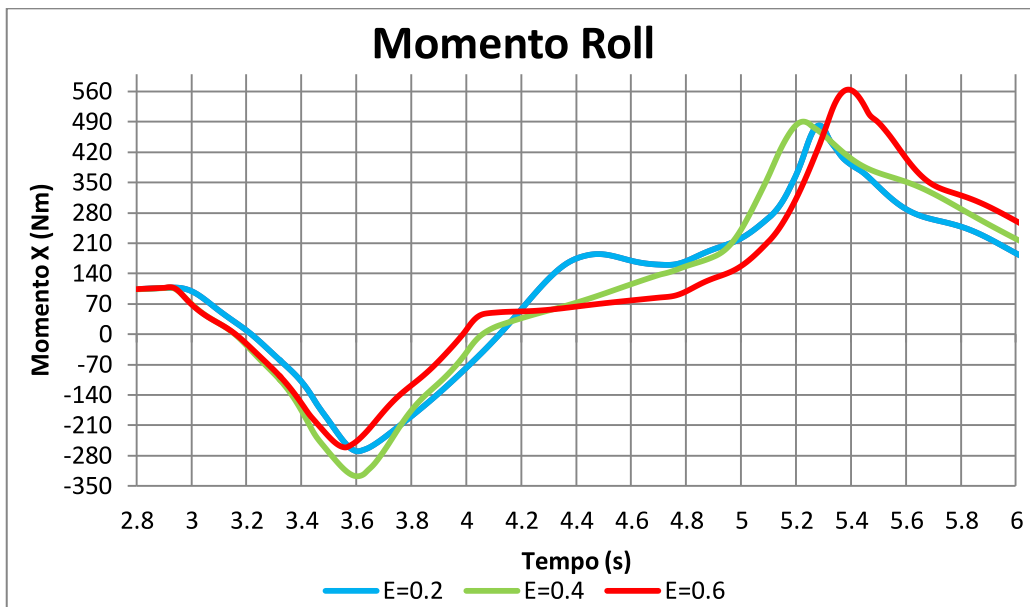


Figura 4.15. Aceleração lateral a que o veículo é sujeito.

Figura 4.16. Momento em torno de X (Momento de *Roll*).

A variação da aceleração lateral é reflexo da variação das forças laterais que atuam no CG, conseqüentemente ocorre também uma variação do Momento de *Roll*. Quando o carro descreve uma curva para a esquerda, devido à sua inércia, tem tendência a rodar para a direita, e vice-versa. Por este motivo, os pontos onde o Momento de *Roll* é máximo coincidem com os pontos em que a aceleração lateral é zero, quando esta troca de sentido, o que se pode constatar comparando os gráficos das Figura 4.15 e Figura 4.16.

O Momento em torno de Z – Momento *Yaw* – é provocado pelas forças laterais desenvolvidas nos pneus. Para perceber se o veículo seguiu a trajetória que o sistema de direção impunha, além deste Momento é necessário conhecer o *slip angle* dos pneus. Como não se possui essa informação, as conclusões a que se pode chegar sobre a estabilidade lateral do veículo são mais limitadas. Os gráficos da Figura 4.17 mostram que não existe uma diferença muito grande entre o valor máximo e mínimo desse Momento, o que indica que o veículo necessita de desenvolver pouca força lateral para descrever uma trajetória circular, o que faz sentido já que se trata dum veículo leve. É visível que esta evolução é muito irregular o que permite concluir que o veículo tem muita tendência a oscilar em torno do eixo Z, o que representa um fator de instabilidade.

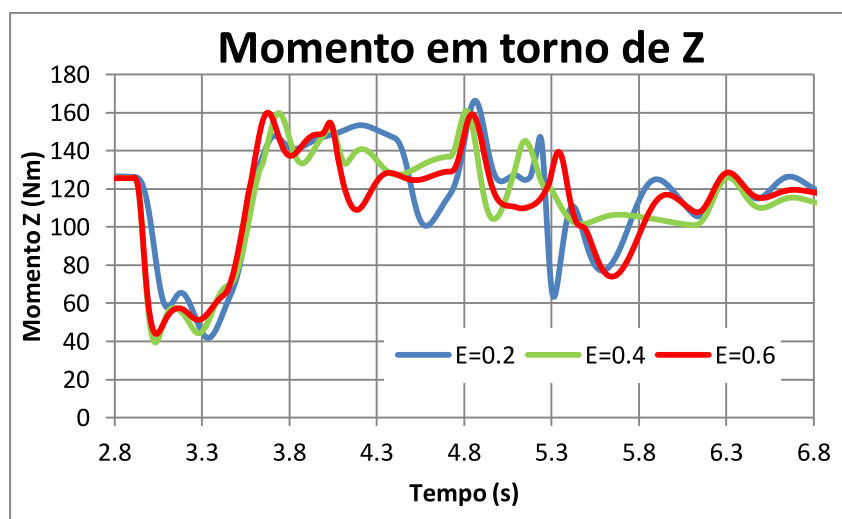


Figura 4.17. Gráficos do Momento em torno de Z, para os diferentes fatores de amortecimento.

4.2.1. Comparação com um veículo de 4 rodas

De seguida apresentam-se os gráficos do Momento em torno de Z para o caso do veículo de 4 rodas estudado por Pedro(2010), e o mesmo para o veículo de 3 rodas.

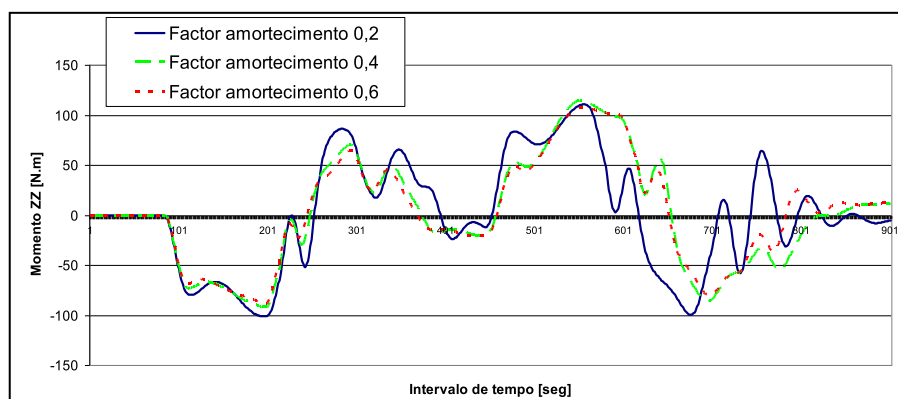


Figura 4.18. Gráfico do momento de Yaw para velocidade de 50 km/h, eixo rígido. Pedro(2010).

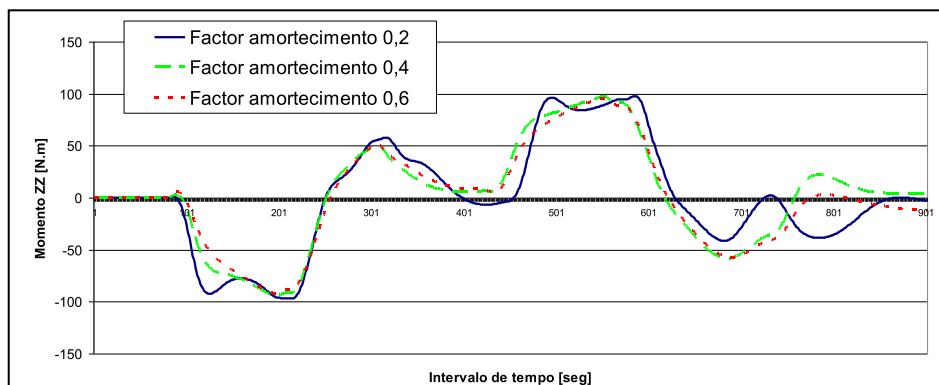


Figura 4.19. Gráfico do momento de Yaw para velocidade de 50 km/h, eixo oscilante. Pedro(2010).

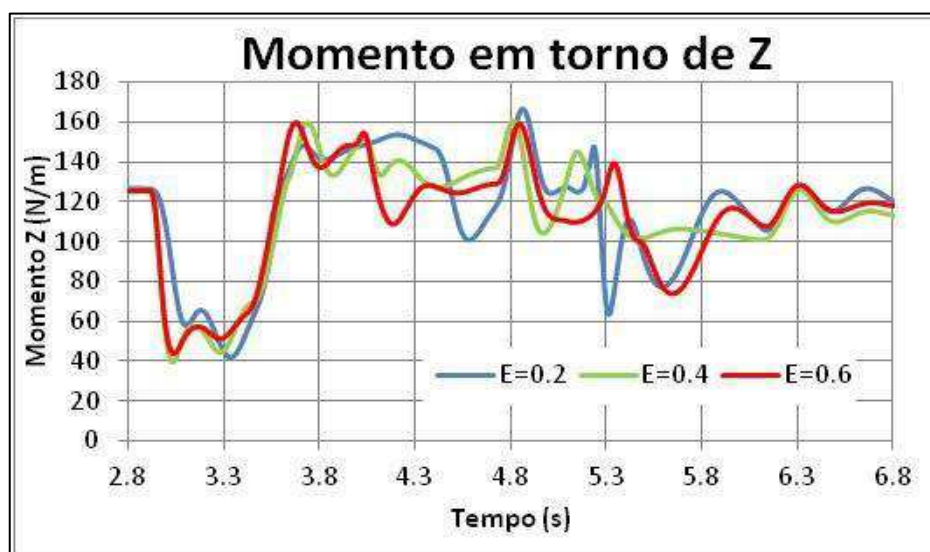


Figura 4.20. Gráficos do Momento em torno de Z, para os diferentes fatores de amortecimento estudados no veículo de 3 rodas.

O veículo de 3 rodas apresenta um valor inicial de Momento superior, devido à sua tendência de adormar para a esquerda, explicada no início do capítulo. Além disso, destaca-se a evolução muito mais irregular deste comparativamente com um veículo de 4 rodas, do que se conclui que este tem tendência a ser mais instável.

5. CONCLUSÕES

Do estudo realizado pode-se concluir que o veículo apresenta níveis de conforto e estabilidade satisfatórios embora se possa dizer que tem um desempenho inferior comparativamente a um veículo de 4 rodas.

Verificou-se que quando passa numa lomba a roda traseira tem tendência a levantar e concluiu-se que alterar a relação de amortecimento entre o eixo frontal e traseiro não diminui esta tendência.

Apesar de ter apenas 3 rodas, quando submetido ao teste do alce o veículo não capotou nem apresentou uma tendência excessiva para sub ou sobvirar. Por isso, embora a evolução dos Momentos em torno do eixo Z aparente que este é mais instável face a um veículo de 4 rodas, pode-se concluir que tem uma estabilidade satisfatória.

Seria interessante confrontar estes resultados com dados experimentais para os validar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Genta, Giancarlo e Morello, Lorenzo (2009), “ The Automotive Chassis, vol.1: Components Design”, Springer
2. Gillespie, Thomas D.(1992), “Fundamentals of Vehicle Dynamics”, SAE International
3. “O Livro do Automóvel” (1976), Selecções do Reader’s Digest
4. Jazar, N. Reza (2008), “Vehicle Dynamics – Theory and application”, Springer
5. Huston, Jeffrey e Graves, Brian (1982), “Three Wheeled Vehicle Dynamics”, SAE International Technical Paper 820139
6. Foale, Tony (2002), “Motorcycle Handling and Chassis design the art and science”
7. Veríssimo, P.A.M. (2006), “Improved bushing models for vehicle dynamics”. Tese de Mestrado em Eng.^a Mecânica, Instituto Superior Técnico, Lisboa
8. Pedro, Nuno D.F., (2010) “Análise do comportamento dinâmico de um veículo automóvel cidadão”. Tese de Mestrado em Eng.^a Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
9. Vaz, Ana Paula Marques (2011), “Veículo Elétrico de Duas Rodas de Elevado Desempenho”. Tese de Mestrado em Eng.^a Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
10. Jornsén Reimpell, Helmut Stoll and Jurgen Betzler (et al.) (2009), “Automotive Engineering, Powertrain, Chassis system and vehicle body”, ELSEVIER
11. Rill, Georg (2005) “Vehicle Dynamics –Lecture Notes”, Fachhochschule Regensburg University of Applied Sciences
12. <http://functionbay.de/en/why-multibody-dynamics/multibody-dynamics.html>, consultado no dia 1/07/2013

ANEXO A

TIPOS DE SUSPENSÃO (8)

Existe uma grande variedade de tipos de suspensões genéricas que são normalmente utilizadas. Nesta secção descrevem-se alguns destes tipos e apresentam-se as suas características principais, tendo como referência principal (Happian-Smith, 2002).

Os factores que primariamente afectam a selecção do tipo de suspensão a utilizar na frente e na traseira do veículo são:

- Localização do motor;
- Rodas motrizes ou não motrizes; e
- Rodas direccionais ou não direccionais.

De modo genérico, os sistemas de suspensão podem ser classificados como:

- **Sistema dependente:** Neste sistema o movimento da roda de um lado do veículo é dependente do movimento da roda do lado contrário (do mesmo eixo). Isto quer dizer, que se uma roda passa por um buraco, a reacção desse efeito é transmitida directamente à roda oposta do mesmo eixo. Esta acção produz um efeito prejudicial no conforto e na estabilidade do veículo. Devido à necessidade de um conforto superior e uma maior eficácia, não é comum utilizarem-se este tipo de sistemas nos veículos de passageiros, mas sim em veículos de mercadorias e de *off-road*. Têm a vantagem de serem de construção relativamente simples e em alguns elimina-se por completo a alteração do *camber* o que reduz o desgaste prematuro dos pneumáticos.
- **Sistema independente:** Neste sistema o movimento de cada roda, do mesmo eixo, não é transmitido directamente à outra roda, o que se traduz num maior efeito de conforto e estabilidade do veículo. Estes tipos de sistemas são, por norma, compactos e proporcionam uma grande liberdade de projecto e configuração. Alguns são mais indicados para o eixo posterior, por serem menos indicados para rodas direccionais.

Eixo rígido

Este é um sistema de suspensão do tipo dependente e denominado em inglês por *Hotchkiss*, usado no eixo traseiro dos veículos.

Este sistema é constituído, em norma, por molas de lâminas montadas longitudinalmente no veículo, fixas nas suas extremidades ao chassis através de um pequeno braço. Esta fixação permite alguma alteração do comprimento da mola, quando esta é sujeita a cargas. O eixo rígido (ou ponte) é fixo no centro das molas, local onde também é colocado o amortecedor. Como limitador de fim de curso da suspensão no seu movimento de compressão, existe um batente de borracha em cada mola com esta finalidade. Existem algumas variantes deste tipo de suspensão, com barras de ancoragem adicionais, tais como as denominadas “*Panhard*” ou “*Quadrilátero de Watt*”, que têm a finalidade de limitar o deslocamento transversal e longitudinal do eixo, sem interferirem no controlo do movimento da suspensão.

Pelas suas características, principalmente da mola e do eixo rígido, este tipo de suspensão é muito utilizado em veículos de carga, onde o conforto é menosprezado em detrimento da capacidade de carga do veículo. Quando se quer aumentar a capacidade de carga do veículo, uma solução é colocar uma mola de lâminas de duas estâgios.

A Figura 1 representa um tipo de eixo rígido genérico, onde se pode visualizar o descrito nesta subsecção.

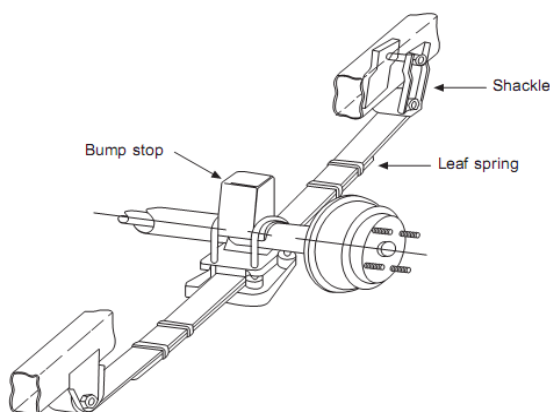


Figura 1. Eixo rígido.

Braços articulados com eixo rígido

Sistema de suspensão do tipo dependente, conhecido, em inglês, por *trailing arm with rigid axle*, e usado principalmente no eixo posterior, existindo no entanto alguns

veículos *off-road* que utilizam (ou utilizaram, pois são modelos dos anos 80) no eixo frontal e pode-se observar uma configuração típica na Figura 2.

Várias configurações deste tipo de sistema são possíveis, quer a nível de posição de braços como de molas utilizadas, sejam helicoidais ou pneumáticas, sendo estas últimas mais utilizadas para melhor o conforto do veículo. Comparado com o sistema de eixo rígido, este sistema permite uma maior flexibilidade na escolha do centro de rotação do eixo e do movimento de *anti-squat* e *anti-dive*.

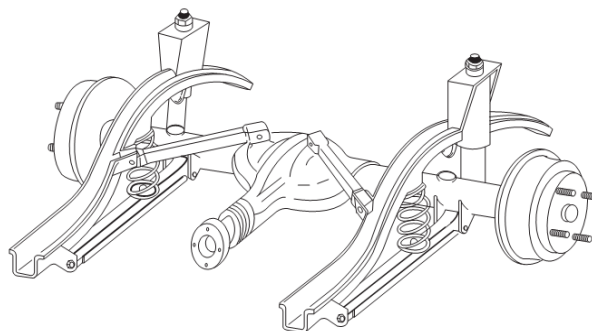


Figura 2. Braço articulado com eixo rígido.

Eixo de torção

Este tipo de sistema de suspensão é classificado como um sistema semi-dependente, visto que possui características dos sistemas dependentes e ao mesmo tempo dos sistemas independentes. Uma designação, em inglês, conhecida para este tipo de sistema é *trailing twist axle suspension*.

É um sistema utilizado maioritariamente no eixo posterior, em veículos compactos que possuem motor e tracção à frente. De uma forma simples, é constituído pelos braços da suspensão que ligam o eixo ao chassi, por uma barra estabilizadora unida ao eixo de torção do veículo. Para o controlo dos movimentos é utilizado um conjunto mola / amortecedor que podem ser concêntricos ou não.

Uma característica importante é o reduzido peso do sistema, o que equivale a uma baixa massa não suspensa, ajudando na melhoria do conforto e da estabilidade do veículo. Uma possível configuração deste tipo de sistema é apresentada na Figura 3.

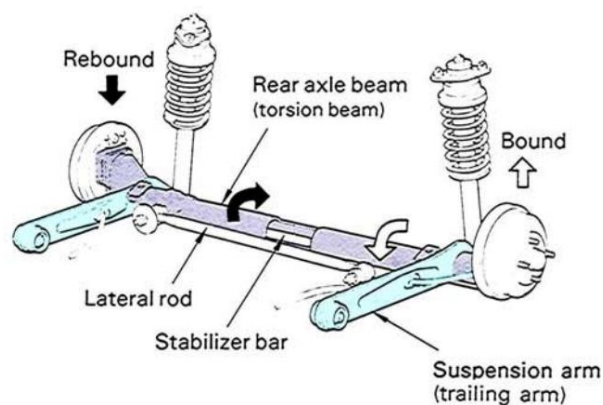


Figura 3. Eixo de torção (TOYOTA, 1995).

MacPherson

MacPherson é o sistema de suspensão do tipo independente mais utilizado nos veículos de pequena e média dimensão, sejam ou não de tracção frontal, principalmente no eixo dianteiro, podendo também ser utilizado no eixo posterior.

Como características principais deste sistema podem-se destacar o seu pequeno número de componentes que a constituem, fazendo com que seja uma suspensão leve, o que leva a uma baixa massa não suspensa; o processo construtivo do sistema é relativamente simples o que a torna um sistema de baixo custo; e é um sistema que, exceptuando a convergência, não necessita de muitos alinhamentos constantes nos ângulos da suspensão / direcção.

Os movimentos verticais da suspensão são controlados pelo conjunto mola/amortecedor, que são concêntricos. Os movimentos laterais são constringidos pelo braço transversal, normalmente denominado por triângulo da suspensão, e os movimentos longitudinais são constringidos pelo braço longitudinal, que pode-se encontrar em várias posições, dependendo do projecto da suspensão e do tipo de veículo. Muitas vezes, com a utilização do braço transversal em forma de triângulo (sendo a configuração mais comum), o braço longitudinal é muitas vezes eliminado, pois esta configuração em triângulo suporta e controla simultaneamente os movimentos laterais e longitudinais.

Como desvantagens deste tipo de suspensão podemos enumerar a considerável altura necessária para a sua instalação, o que é um problema quando queremos um veículo de linhas baixas (a nível de *design*); e a estrutura tem de reagir ao momento que lhe é imposto pelas forças da roda, conseguindo este problema ser minimizado pela inclinação dada ao conjunto mola/amortecedor. A Figura 4 representa uma configuração deste tipo de sistema de suspensão.

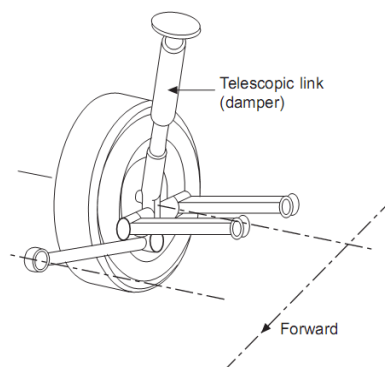


Figura 4. MacPherson.

Braços articulados sobrepostos

Este sistema de suspensão é do tipo independente e conhecido, em inglês, por *double wishbones*. Analisando este tipo de sistema, podemos denominá-lo como um mecanismo de quatro barras de ancoragem. O cubo está localizado no centro do braço vertical, o que produz um movimento linear, sobre esta linha, do mesmo.

Uma configuração deste tipo de sistema é os braços superiores e inferiores serem substituídos por triângulos, o que leva muitas vezes a ser denominado por triângulos sobrepostos. O conjunto mola/amortecedor costuma ter a sua base no triângulo inferior e o seu topo fixo ao chassis.

Devido a constrangimentos de construção, os braços superiores são menores que os inferiores, levando a que durante o curso da suspensão, alguns ângulos sejam alterados, tal como o *camber*. Possui uma grande capacidade de suportar esforços transversais e longitudinais. Na Figura 5 apresenta-se um tipo genérico deste sistema.

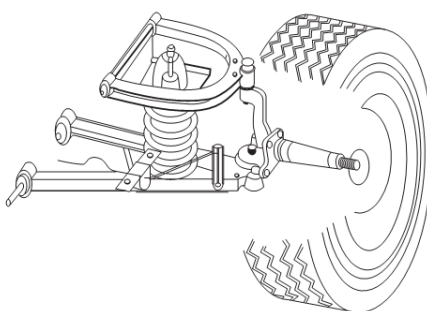


Figura 5. Braços articulados sobrepostos.

Braços oscilantes

Este tipo de suspensão, ilustrado na Figura 6, é do tipo independente e conhecido, em inglês, por *trailing arms with independent wheels*.

É um sistema usado no eixo posterior, quer em veículos de tracção frontal ou posterior. Uma das suas características é que pode ser usado com vários tipos de molas (helicoidais, barras de torção, elásticas ou hidro-elásticas).

É um sistema relativamente barato mas oferece pouca possibilidade a nível de projecto na sua vertente cinemática. A nível da alteração dos seus ângulos durante o curso da suspensão, o *camber* será sempre o mesmo comparando com o do veículo mas a alteração do *caster* é substancial. Quanto à convergência ou divergência, não existe alteração.

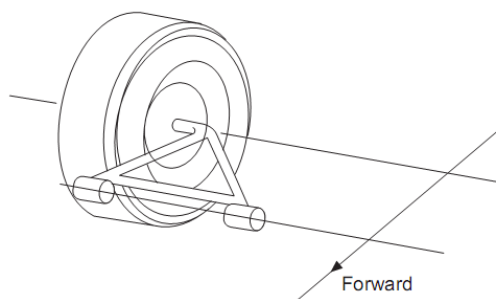


Figura 6. Braços oscilantes.

Braços oscilantes oblíquos

Este tipo de suspensão é uma versão melhorada do sistema de braços oscilantes, abordado na subsecção anterior. Em inglês, é conhecida por *semi-trailing arms*.

Este sistema permite que durante o curso da suspensão, os ângulos de *camber* e *caster* sofram uma ligeira alteração, induzida e controlada pelo *trail angle* (Figura 7). Estas pequenas oscilações da posição das rodas posteriores melhoram o comportamento dinâmico a nível da estabilidade do veículo.

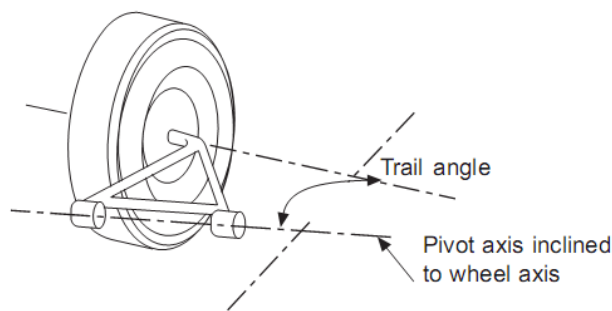


Figura 7. Braços oscilantes oblíquos.

Multilink

Este sistema de suspensão é um sistema independente, também conhecido, em português, por sistema de braços múltiplos.

Pela sua característica principal, ou seja, a existência de vários braços, como se observa na Figura 8, a fazer a ancoragem da suspensão ao chassis, existem uma grande variedade de configurações, desde o número de braços utilizados até à sua disposição.

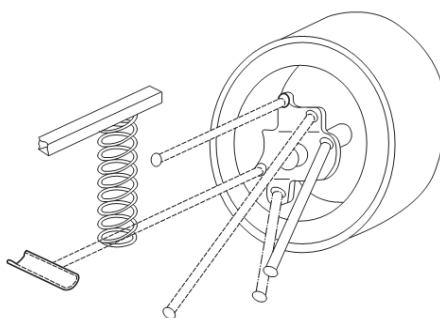


Figura 8. Multilink.

Quanto ao número de braços utilizados, podemos dividir em 3 grupos de configurações, sendo a diferença entre elas o facto de possuírem 3, 4 ou 5 braços de ancoragem, permitindo cada uma delas diferentes movimentos e rotações, sendo que a que mais restringe é a de 5 braços. A configuração de 5 braços tem também a característica de ser a mais complexa entre estes tipos de configuração. Na Figura 9 podemos observar as 3 configurações padrão assim como a representação dos movimentos que cada uma permite.

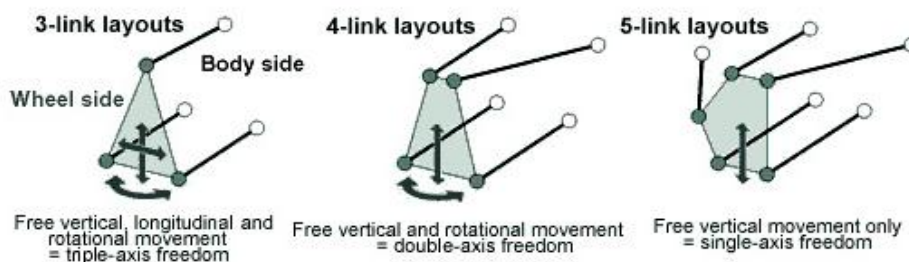


Figura 9. Várias configurações multilink.

As uniões dos braços com o chassis possuem juntas flexíveis (*flexible bushes*), necessárias para permitir alguma flexibilidade ao conjunto, visto que ele é sobreconstrangido ao nível cinemático.

Como vantagens deste sistema de suspensão apresenta-se o seu grande conforto e estabilidade proporcionada ao veículo, mas por seu lado apresenta as desvantagens de ser

um sistema complexo, dispendioso, que ocupa bastante espaço no veículo e como tal encontra-se, principalmente, em veículos de gama alta ou de carácter desportivo.

Na Figura 10 apresenta-se uma imagem do sistema de suspensão do eixo traseiro de um Mercedes Classe E (2010), o qual é constituído por uma suspensão *multilink*.

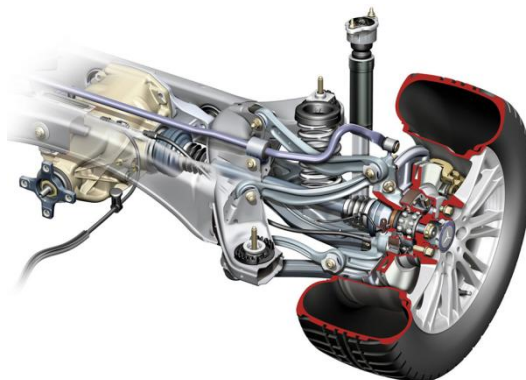


Figura 10. Sistema de suspensão traseira de um Mercedes Classe E (2010)

ANEXO B

DEFINIÇÕES SOBRE A ORIENTAÇÃO DAS RODAS(8)

Uma das funções do sistema de suspensão, tal como referido anteriormente, é manter a posição das rodas constante, relativamente ao chassis e ao piso da estrada, é de todo o modo relevante enumerar e definir os ângulos e outras medidas que estão relacionadas com o que designamos como “Alinhamento das rodas ou da direcção”.

As definições apresentadas nas subsecções seguintes não seguem nenhuma ordem ou nível de importância e têm como referência principal (TOYOTA, 1995).

Camber

Também conhecido, em português, por ângulo de sopé.

O ângulo de *camber* é definido como o ângulo formado entre o plano vertical e o plano da roda, sendo positivo quando o topo da roda está inclinado para o lado de fora do veículo, como representado na Figura 11. Este ângulo influencia a área de contacto do pneumático com o piso. No caso de veículos de competição, sabendo a sua variação em relação ao curso de suspensão, pode ser afinado (estaticamente) para que em situação de corrida ele proporcione uma melhor área de contacto.

Nos veículos antigos, este ângulo tinha valores positivos, com a finalidade de aumentar a vida útil do eixo dianteiro e de garantir um bom contacto entre pneu/estrada evitando o desgaste irregular dos pneumáticos, pois as estradas apresentavam o centro das vias mais elevado que as suas bermas.

Nos veículos recentes, o sistema de suspensão e os seus eixos são mais robustos, assim como os pisos da estrada são mais regulares, pelo que a necessidade deste ângulo ser positivo deixou de ser tão relevante. A maioria destes veículos possui *camber* zero ou mesmo negativo, sendo que este último melhora o desempenho do veículo ao curvar. É por esta razão que os veículos de competição, principalmente os de

velocidades, possuem um valor de *camber* negativo (em muitos casos bem acentuado), pois aumenta a área de contacto pneu/estrada em situação de curva.

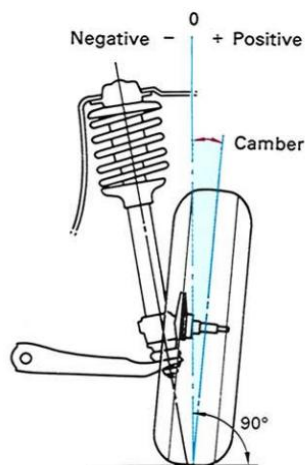


Figura 11. Ângulo *camber*.

De modo a uma melhor compreensão da influência do *camber*, descrevem-se as três subsecções seguintes onde se referem as reacções no caso de ângulo ser positivo, nulo ou negativo.

1.1.1.1.1. *Camber* positivo

- **Redução da carga vertical:** Se o *camber* for zero, a carga sobre a espiga, *spindle*, ou manga de eixo será aplicada no ponto de intercepção do eixo vertical do pneu com o eixo da espiga, representada por F' na Figura 12. Esta situação poderá dar origem ao empeno da espiga ou da manga de eixo. Caso a roda apresente um *camber* positivo, a carga passa a ser aplicada sobre a área interior da espiga, representada por F na Figura 12, reduzindo o esforço que actua sobre a espiga e a manga de eixo;

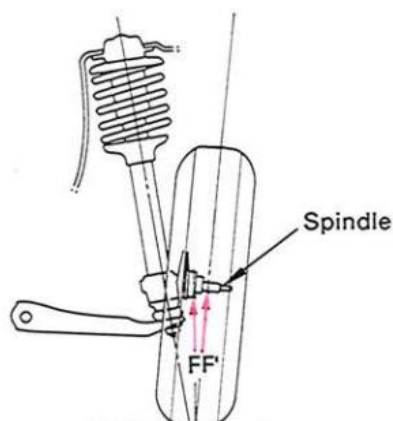


Figura 12. Redução da carga vertical – *camber* positivo.

- **Medida preventiva contra o “Desagregamento (saltar fora) das rodas”:** A força de reacção F , a qual possui uma intensidade igual à da carga do veículo, é aplicada na roda segundo a direcção perpendicular à estrada. A força F , representada na Figura 13, é decomposta em duas componentes: F_1 que é perpendicular ao eixo da espiga e F_2 que é paralela ao eixo da espiga. A força F_2 pressiona a roda para o interior, ajudando a evitar que a roda salte fora da espiga. A fim de suportar esta carga, o rolamento interior da roca é fabricado com maiores dimensões do que o rolamento exterior;

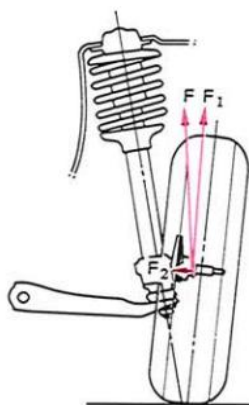


Figura 13. Medida preventiva – *camber* positivo.

- **Prevenção do *camber* negativo indesejável devido à carga:** Quando se aplica uma carga sobre o veículo, os topos das rodas têm tendência a inclinar para dentro devido à deformação dos componentes da suspensão

e dos seus respectivos casquilhos. O *camber* positivo também ajuda a evitar esta situação;

- **Redução do esforço da direcção:** Atendendo a que a roda gira para a direita e para a esquerda relativamente ao eixo da direcção, *steering axis*, quanto maior a distância entre o eixo da direcção e o centro da área de contacto pneu-estrada, descentramento ou *offset*, maior será a resistência de viragem da roda. Na Figura 14 são apresentadas duas montagens com diferentes descentramentos. A fim de reduzir o esforço por parte da direcção, o descentramento deve de ser reduzido. Ele pode ser diminuído por dois métodos:
 - Aplicar um *camber* positivo ao pneu; ou
 - Inclinarm o eixo da direcção.

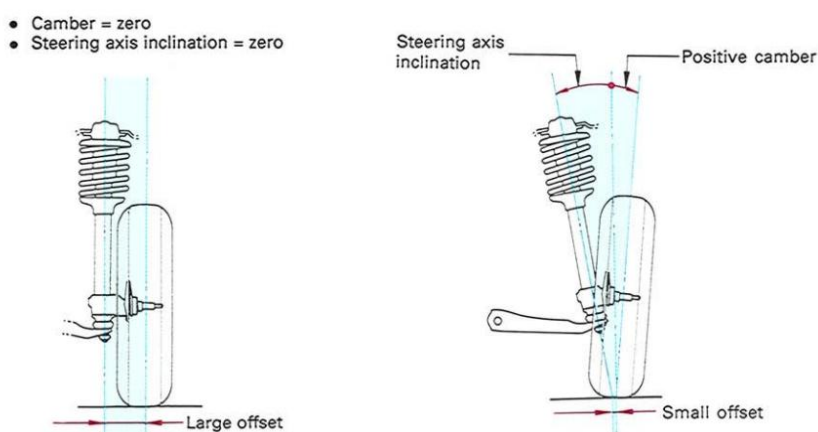


Figura 14. À esquerda: Grande descentramento; À direita: Pequeno descentramento.

1.1.1.1.2. *Camber zero*

O principal motivo da adopção do *camber zero* é evitar o desgaste irregular dos pneus. Se as rodas tiverem *camber* positivo, a área exterior dos pneus gira num raio mais curto do que a área interior do pneu. Contudo, devido ao facto da velocidade de rotação do pneu ser idêntica em ambos os lados (interior e exterior), e de modo a que o lado exterior do pneu consiga acompanhar o movimento linear do lado interior do pneu, é necessário que este apresente um movimento de escorregamento na estrada. Este escorregamento é vai induzir um maior desgaste do lado exterior do pneu. No caso do

camber negativo, passa-se o contrário, ou seja, o interior do pneu fica desgastado com maior rapidez.

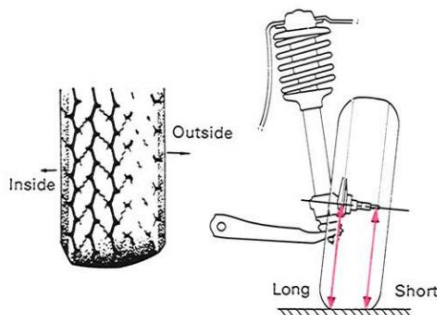


Figura 15. Desgaste não uniforme do pneumático – *Camber* diferente de zero.

1.1.1.1.3. *Camber* negativo

Quando se aplica uma carga vertical a um pneu com inclinação, o pneu terá tendência a deslocar-se para baixo (ou seja, a descer). Contudo, dado encontra-se bloqueado pelo piso da estrada, o piso do pneu ficará deformado, como ilustra a Figura 16. Simultaneamente, a elasticidade do pneu resiste a esta deformação e actua contra o piso da estrada no sentido A. Como resultado da reacção no sentido A, o pneu roda no sentido B. A força que actua no sentido B é designada por “impulso de *camber*”. O impulso de *camber* cresce com os aumentos na inclinação do pneu em relação ao piso da estrada (*camber* relativo à estrada), assim como com os aumentos de carga.

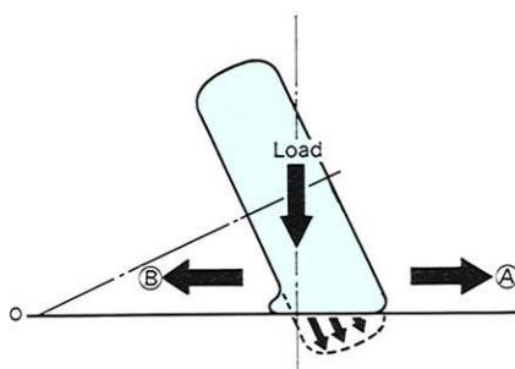


Figura 16. *Camber* negativo.

A força centrífuga provoca o adornar do veículo a curvar, devido à acção das molas da suspensão, alterando o *camber*. Alguns modelos de veículos tiram partido deste efeito e adicionam um *camber* ligeiramente negativo para condução em linha recta, de modo a que o *camber* positivo seja reduzido ao curvar, reduzindo o impulso do

camber e concedendo um esforço lateral suficiente (dos pneus) aquando da execução da curva, diferenças essas que se podem ver na Figura 17.

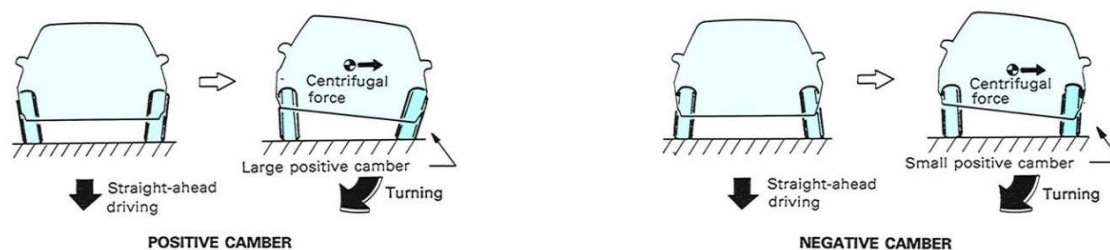


Figura 17. Diferença na reacção entre um *camber* positivo e negativo em situação de travagem.

Caster

Também conhecido, em português, por ângulo de avanço

O *caster* é a inclinação para a frente ou para trás do eixo da direcção e é ilustrado na Figura 18. O *caster* é medido em graus desde o eixo da direcção até ao eixo vertical do pneumático, visto lateralmente. A inclinação para trás da linha vertical é designada por *caster* positivo, enquanto que a inclinação para a frente se designa por *caster* negativo. À distância entre a intercepção da linha do centro do eixo da direcção com o solo e o centro da área de contacto do pneu com a estrada, designa-se por “Rasto de *caster*”.

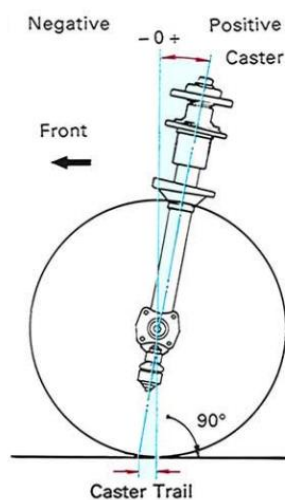


Figura 18. *Caster* e rasto de *caster*.

O ângulo de *caster* no veículo tem essencialmente duas funções:

- Estabilidade do veículo em linha recta devido ao ângulo de *caster*;

- Recuperação das rodas devido ao rasto de *caster*.

Estas duas funções são descritas em pormenor nas subsecções seguintes.

1.1.1.1.4. Estabilidade em linha recta

Num veículo com *caster* positivo, se virar as rodas para a esquerda, a espiga da manga de eixo esquerda terá tendência a mergulhar, pelo facto de ela girar em torno do eixo da direcção, o que se encontra inclinado. Dado que na verdade a espiga da manga de eixo não se pode deslocar para baixo, visto que está fixa ao conjunto da roda e porque a presença da roda não lhe permite executar tal movimento, ela é forçada a deslocar-se para cima, tendo como resultado uma pequena elevação da carroçaria do veículo. Quando o volante da direcção regressa à posição normal, o peso da carroçaria levantada irá forçar novamente a manga de eixo a deslocar-se para baixo, fazendo com que a espiga da manga de eixo rode novamente para a sua posição original.

Como a inclinação do cavilhão da manga de eixo possui o mesmo efeito, no caso dos veículos com um pequeno ângulo de *caster* – tal como nos modelos mais recentes – a inclinação do cavilhão da manga de eixo executa a função de proporcionar a estabilidade em linha recta.

1.1.1.1.5. Recuperação das rodas

Um veículo que possui rasto positivo, significa que o eixo de direcção (a) de cada roda se situa à frente do centro da área de contacto do pneu com a estrada. Isto significa que as rodas estão a ser arrastadas pelo eixo da direcção à medida que o veículo se desloca para a frente. Toda a recuperação das rodas provem do binário que criado em torno dos eixos da direcção (a e a'). Recorrendo à Figura 19, podemos ver que quando as rodas são viradas para a esquerda, as forças motrizes P e P' actuam nos pontos a e a' , e a resistência dos pneus causada pelo atrito entre este e a estrada, actua nos centros das áreas de contacto do pneu com a estrada O e O' , assim como as forças de reacção F e F' em oposição à força motriz.

Ao decompor a força de reacção F nas suas componentes F_1 e F_2 , verificamos que as forças F_2 e F_2' produzem um momento em torno de a e a' , momento esse que força à recuperação das rodas.

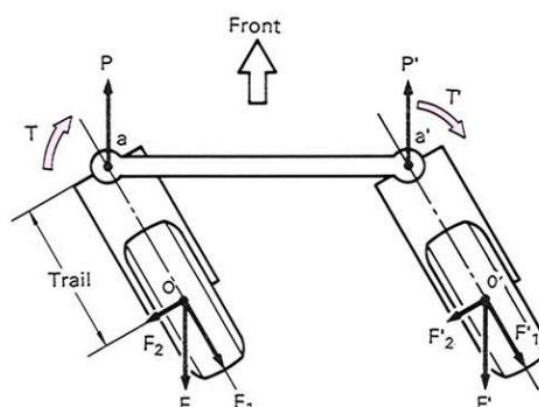


Figura 19. Recuperação das rodas.

Kingpin

Também conhecido por *swivel pin inclination* ou, em português, por inclinação do cavilhão da manga de eixo.

Em qualquer veículo, o eixo em redor do qual a roda gira à medida que se roda a direcção para a esquerda ou para a direita, é designado por eixo da direcção. Esta linha está inclinada para o interior (vista da parte dianteira do veículo), sendo designada por inclinação do cavilhão da manga de eixo ou ângulo do cavilhão, como representado na Figura 20, e este ângulo é medido em graus.

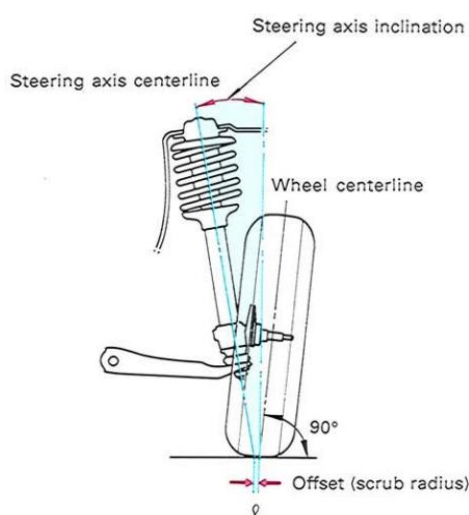


Figura 20. Kingpin.

Para além deste ângulo, existe outra dimensão a ter em conta, que é a distância L , que vai desde a intercepção do eixo da direcção com o solo, até à

intercepção da linha de eixo da roda com o solo, e é designada por descentramento ou raio de arrastamento ou *swivel pin offset*.

As duas funções mais importantes da inclinação do cavilhão da manga de eixo são:

- **Redução do esforço da direcção:** Dado que a roda vira para a direita e para a esquerda com o eixo da direcção como sendo o seu centro e o descentramento como sendo o raio, um descentramento maior irá gerar um grande momento em redor do eixo da direcção (devido à força de atrito provocada), aumentando assim o esforço da direcção. A fim de reduzir o esforço da direcção este descentramento pode ser reduzido, existindo dois métodos para essa redução:
 - Através de colocar um camber positivo ao pneu; ou
 - Inclinando o eixo da direcção (Figura 14).

- Redução do “Kickback”: O Kickback é a reacção transmitida ao volante por irregularidades do piso. Se o descentramento for grande, as forças de reacção irão gerar um momento em torno dos eixos da direcção, originando que a roda guine (puxe para o lado) para o lado onde a força de reacção for maior. Este momento é proporcional à medida do descentramento. Quanto mais esta medida se aproximar de zero, menor é o momento gerado em torno do eixo da direcção, sendo o volante da direcção menos influenciado por estas irregularidades.

Toe-in e Toe-out

Também conhecido, em português, como convergência (*toe-in*) e divergência (*toe-out*). Esta medida é a diferença entre a distância que separa a parte dianteira e a parte traseira do plano vertical que passa no centro de cada pneu, sendo medido quando o veículo está parado e com as suspensões na sua posição estática. A Figura 21 é representativa desde ângulo.

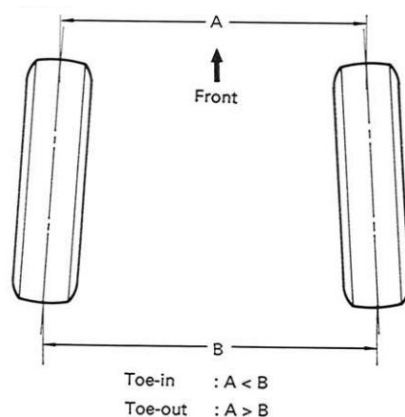


Figura 21. Convergência e divergência (Happian-Smith, 2002).

A função do ângulo de convergência é de anular o impulso de *camber*, gerado quando é aplicado o ângulo de *camber* à suspensão e que origina a que elas tenham a tendência de rodar para o exterior à medida que o veículo se desloca para a frente, provocando o deslizamento lateral do pneu, submetendo este a desgaste desnecessário. Para anular esta tendência, as rodas dianteiras são dotadas de convergência. Nos veículo mais recentes, atendendo a que o *camber* se aproxima de zero, o valor do ângulo de convergência também está a ficar menor, possuindo já alguns veículos o valo de zero para o ângulo de convergência.

1.1.1.2. Raio de viragem

Se pensarmos na situação em que as rodas dianteira de um veículo virassem exactamente com o mesmo ângulo, elas iram possuir o mesmo raio de viragem ($R_1=R_2$), e deste facto iria resultar no deslizamento do pneu interior à curva, com o conseqente desgaste.

Para anular este efeito, os veículos possuem articulações da direcção que permitem obter diferentes ângulos de viragem ($\alpha \neq \beta$). Desde modo consegue-se obter o raio de viragem ideal para cada roda em relação ao ângulo de viragem do volante como se pode observar na Figura 22 (para mais informação consultar a subsecção sobre o princípio de Arkmen).

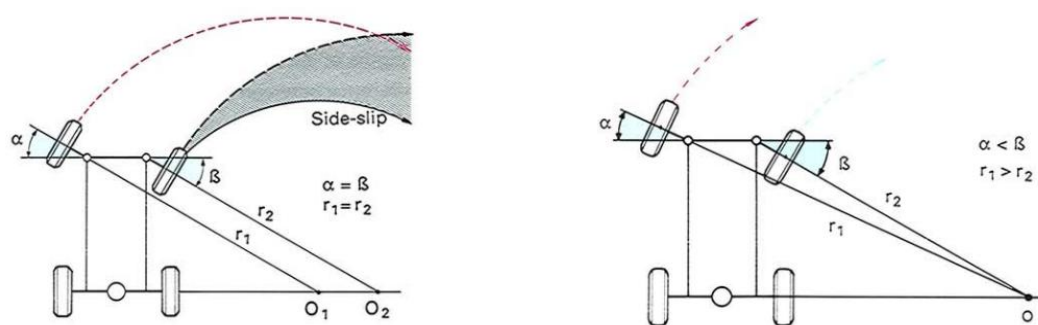


Figura 22. À esquerda: $\alpha = \beta$. À direita: $\alpha \neq \beta$.

ANEXO C

Dados de entrada no programa dap3d

Descrição dos corpos rígidos, sua massa, momentos de inércia principais, centro de massa e parâmetros de Euler

			Momentos de Inércia Principais (Kg.m ²)			
ID	Descrição	Massa [Kg]	XX	YY	ZZ	
B1	Veículo+ 1 condutor	240.242	33.307	111.785	119.564	
Suspensão Frontal Direita						
B2	Triângulo	0.652	0.001	0.004	0.006	
B4	"Coilover" (mola+amort)	0.318	0.003	0.003	0.000	
B3	Montagem Cubo Roda	1.335	0.004	0.003	0.003	
B5	Roda	9.991	0.184	0.332	0.184	
Suspensão Frontal Esquerda						
B8	Triângulo	0.652	0.001	0.004	0.006	
B10	"Coilover" (mola+amort)	0.318	0.003	0.003	0.000	
B9	Montagem Cubo Roda	1.335	0.004	0.003	0.003	
B11	Roda	9.991	0.184	0.332	0.184	
Suspensão Traseira						
B6	Braço Oscilante	3.270	0.044	0.117	0.160	
B7	Roda	9.991	0.184	0.332	0.184	
		Centro de Massa (Referencial Chassis) [m]			Parâmetros de Euler	
ID	X	Y	Z	e1	e2	e3
B1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0017	0.0000	0.0000
Suspensão Frontal Direita						
B2	-0.7420	-0.4580	-0.2690	0.0070	0.0000	0.0000
B4	-0.7430	-0.4710	0.0210	-0.2005	-0.0009	0.0011
B3	-0.7420	-0.5960	-0.1810	0.0376	0.0000	0.0000
B5	-0.7450	-0.6540	-0.1810	0.0063	0.3443	-0.0024
Suspensão Frontal Esquerda						
B8	-0.7420	0.6340	-0.2690	-0.0070	0.0000	0.0000
B10	-0.7430	0.6470	0.0210	0.2005	0.0009	0.0011
B9	-0.7420	0.7720	-0.1810	-0.0376	0.0000	0.0000
B11	-0.7450	0.8300	-0.1810	-0.0063	-0.3443	-0.0024
Suspensão Traseira						
B6	1.3590	0.0880	-0.2270	0.0000	-0.0771	0.0000
B7	1.6510	0.1020	-0.1810	-0.0949	-0.1017	-0.6749

Coordenadas das juntas cinemáticas

ID	Tipo	Corpo i	Corpo j	Ponto P - corpo i Ponto Q - corpo i			Ponto P - corpo j Ponto Q - corpo j		
				X	Y	Z	X	Y	Z
E1	Esférica	1	4	-0.7415	-0.4000	0.1910	0.0018	-0.0007	0.1842
				---	---	---	---	---	---
E2	Esférica	2	3	0.0000	-0.1000	- 0.0026	0.0000	0.0310	-0.0946
				---	---	---	---	---	---
E3	Esférica	1	10	-0.7415	0.4880	0.1910	0.0018	0.0007	0.1842
				---	---	---	---	---	---
E4	Esférica	8	9	0.0000	0.1000	- 0.0026	0.0000	-0.0310	-0.0946
				---	---	---	---	---	---
R2	Revolução	1	2	-0.7420	-0.3940	-0.2680	0.0000	0.0640	0.0001
				-0.8920	-0.3940	-0.2680	-0.1500	0.0640	0.0001
R5	Revolução	1	6	1.0780	0.0880	-0.2670	-0.2872	0.0000	0.0038
				1.0780	0.1030	-0.2670	-0.2872	0.0150	0.0038
R4	Revolução	1	8	-0.7420	0.4820	-0.2680	0.0000	-0.0640	0.0001
				-0.8920	0.4820	-0.2680	-0.1500	-0.0640	0.0001
R7	Revolução	1	12	1.3870	0.1905	0.1070	-0.0329	0.0013	0.1848
				1.3870	0.2055	0.1070	-0.0329	0.0163	0.1848
R1	Revolução	3	5	0.0000	-0.0854	-0.0417	0.0350	-0.0245	-0.0335
				0.0000	-0.0704	-0.0417	0.0350	-0.0095	-0.0335
R6	Revolução	6	7	0.2816	0.0000	0.0001	0.0114	-0.0179	-0.0064
				0.2816	0.0150	0.0001	0.0114	-0.0029	-0.0064
R8	Revolução	6	12	0.2610	0.1025	0.0387	0.0210	-0.0002	-0.1534
				0.2610	0.1175	0.0387	0.0210	0.0148	-0.1534
R3	Revolução	9	11	0.0000	0.0854	-0.0417	0.0350	0.0245	-0.0335
				0.0000	0.1004	-0.0417	0.0350	0.0395	-0.0335
C1	Cilíndrica	3	4	0.0005	0.0774	0.0553	0.0011	0.0069	-0.1501
				0.0005	0.2294	0.3558	0.0018	0.0048	0.1866
C2	Cilíndrica	9	10	0.0005	0.0106	0.0553	0.0017	0.0811	-0.1501
				0.0005	-0.1414	0.3558	0.0010	0.0832	0.1866

Coordenadas e valores referentes aos elementos mola e amortecedor

ID	Corpo i	Corpo j	Ponto P – Corpo <i>i</i> Ponto P – Corpo <i>j</i>			Rigidez Mola (N/m)	Coeficiente Amortecedor (Ns/m)	Comprimento Mola livre (m)
			X	Y	Z			
SFE	3	4	0.0005 0	0.08652 0	0.07411 0.18	4738.89	502.814	0.502
SFD	9	10	-0.0005 0	-0.08652 0	0.07411 0.18			
ST	1	6	1.387 0.2466	0.1905 0.1025	0.107 0.0803	4179.72	443.47	0.502

Coordenadas e valores referentes à barra estabilizadora

ID	Corpo i	Corpo j	Ponto P – Corpo <i>i</i> Ponto P – Corpo <i>j</i>			Rigidez torsional (Nm/rad)
			X	Y	Z	
STAB1	8	1	0.028	-0.0597	-0.0073	3007.60
			0.028	0.0597	-0.0073	

ANEXO D

Resultados das simulações

